BNPH301DET

امواج و اہتزازات

(Waves and Oscillations)

بی۔ایس سی۔(آنرس)

چار سالہ پروگرام

تیسرا سمسٹر (طبیعیات)

مرکز برائے فاصلاتی و آن لائن تعلیم

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی

حیدرآباد۔32، تلنگانہ، بھارت

Copyright © 2026, Maulana Azad National Urdu University, Hyderabad
All right reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronically or mechanically, including photocopying, recording or any information storage or retrieval system, without prior permission in writing form the publisher (registrar@manuu.edu.in)

ISBN : 978-81-68324-05-3
Course : Waves and Oscillations
First Edition : August 2026
Copies : 600
Price : 185/- (The price of the book is included in admission fee of distance mode students)

Course Coordinator

Dr. Priya Hasan, Asst. Prof. (Physics), School of Sciences, MANUU, Hyderabad

Editorial Board/Editors

Prof. H. Aleem Basha,
Prof. (Physics),
School of Sciences, MANUU

Dr. Priya Hasan,
Asst. Prof. (Physics),
School of Sciences, MANUU

Dr. Rizwanul Haq Ansari,
Asst. Prof. (Physics),
School of Sciences, MANUU

Dr. Zia Ur Rahman,
Asst. Prof. (C) / Guest Faculty (Physics),
CDOE, MANUU

Dr. Mohd Akmal Khan,(Language Editor)
Asst. Prof. (C) / Guest Faculty(Urdu),
CDOE, MANUU

Production

Prof. Nikhath Jahan,
Professor (Urdu),
CDOE ,MANUU

Mr. P Habibulla,
Assistant Registrar, Purchase & Stores Section, MANUU

Dr. Mohd Akmal Khan,
Assistant Professor (C)/Guest Faculty,
CDOE, MANUU

Mohd Abdul Naseer,
Section Officer, CDOE, MANUU

Shaik Ismail,
UDC, CDOE, MANUU

Syed Faheemuddin, LDC
Purchase & Stores Section, MANUU

On behalf of the Registrar, Published by:
Centre for Distance and Online Education
Maulana Azad National Urdu University
Gachibowli, Hyderabad-500032 (TG), India
*Director:*dir.dde@manuu.edu.in*Publication:*ddepublication@manuu.edu.in
Phone number: 040-23008314 Website: manuu.edu.in

CRC Prepared by the Dr. Zia Ur Rahman, Faculty of Physics, CDOE, MANUU

Printed at: Print Time & Business Enterprises, Hyderabad

فہرست

پیغام	وائس چانسلر، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی	5
پیغام	ڈائرکٹر، مرکز برائے فاصلاتی و آن لائن تعلیم	6
کورس کا تعارف	کورس کوآرڈی نیٹر (طبیعیات)	7

اکائی نمبر	اکائی کا نام	مصنف	صفحہ نمبر
	بلاک I		
اکائی 1	سادہ موسیقی حرکت	ڈاکٹر ضیاء الرحمن	9
اکائی 2	دو ہم خط موسیقی اہتزاز کا انطباق	ڈاکٹر رضوان الحق انصاری	30
اکائی 3	امواج	ڈاکٹر رضوان الحق انصاری	41
	بلاک II		
اکائی 4A	آواز	ڈاکٹر رضوان الحق انصاری	60
اکائی 4B	بازگشت	ڈاکٹر رضوان الحق انصاری اور ڈاکٹر ضیاء الرحمن	75
اکائی 5A	نور کی نوعیت ہائیجنز کا اُصول	ڈاکٹر ضیاء الرحمن	84
اکائی 5B	فوریئر تھیورم	ڈاکٹر ضیاء الرحمن	98
	مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں		119
	نمونہ امتحانی پرچہ		**120**
	لیب مینول (Lab Manual)		**122**
اکائی 1	میلڈس کا تجربہ	ڈاکٹر زینت فاطمہ	123
اکائی 2	صوت پیما کے ذریعے تبادل رو کی طاقت کا تعداد	ڈاکٹر ضیاء الرحمن	137
اکائی 3	جفتہ پینڈلم	ڈاکٹر زینت فاطمہ	144
اکائی 4	لیساجو کی اشکال	ڈاکٹر زینت فاطمہ	158
	نمونہ امتحانی پرچہ		**173**

مصنفین کی تفصیلات

(Writer's Details)

Dr. Rizwanul Haq Ansari,Asst. Prof., (Physics), School of Sciences, MANUU, Hyderabad	ڈاکٹر رضوان الحق انصاری، اسسٹنٹ پروفیسر (طبیعیات)، اسکول برائے سائنسی علوم، مانو، حیدرآباد
Dr. Zeenat Fatima,Asst. Prof. (Contractual) /Guest Faculty(Physics), School of Sciences, MANUU, Hyderabad	ڈاکٹر زینت فاطمہ، اسسٹنٹ پروفیسر (کانٹریکچول) / گیسٹ فیکلٹی (طبیعیات)، اسکول برائے سائنسی علوم، مانو، حیدرآباد
Dr. Zia Ur Rahman, Asst. Prof. (Contractual) /Guest Faculty(Physics),CDOE,MANUU, Hyderabad	ڈاکٹر ضیاء الرحمن، اسسٹنٹ پروفیسر (کانٹریکچول) / گیسٹ فیکلٹی (طبیعیات)، مرکز برائے فاصلاتی اور آن لائن تعلیم، مانو، حیدرآباد

- **مترجمین** (Translators)**:**

ڈاکٹر ضیاء الرحمن : اکائی 1,3 لَیب

محمد عبدالمعیز : اکائی 4 لَیب

- **پروف ریڈرس** (Proofreaders)**:**

اول : ڈاکٹر ضیاء الرحمن

دوم : محمد عبدالمعیز / ڈاکٹر رضوان الحق انصاری

فائنل : ڈاکٹر ایچ۔ علیم باشا

- **ٹائٹل پیج**(Title Page) : ابرہیم اکرم صدیقی

پیغام

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی (MANUU) 1998 میں پارلیمنٹ کے ایک ایکٹ کے ذریعے قائم کی گئی۔ یہ ایک مرکزی جامعہ ہے جس نے این اے اے سی کی جانب سے گریڈ +A حاصل کیا ہے۔ اس جامعہ کے قیام کے مقاصد ہیں: (1) اردو زبان کا فروغ، (2) پیشہ ورانہ اور تکنیکی تعلیم کو اردو میڈیم میں قابل رسائی اور دستیاب بنانا، (3) روایتی اور فاصلاتی طریقۂ تعلیم کے ذریعے تعلیم فراہم کرنا، اور (4) خواتین کی تعلیم پر خصوصی توجہ دینا۔ یہ وہ نکات ہیں جو اس مرکزی جامعہ کو دیگر تمام مرکزی جامعات سے ممتاز کرتے ہیں اور اسے ایک انفرادیت بخشتے ہیں۔ قومی تعلیمی پالیسی 2020 میں بھی مادری زبانوں اور علاقائی زبانوں میں تعلیم حاصل کرنے پر زور دیا گیا ہے۔

اردو کے ذریعے علم کے فروغ کا مقصد یہی ہے کہ اردو جاننے والے طبقے کے لیے عصری علوم اور مضامین تک رسائی آسان بنائی جائے۔ ایک طویل عرصے تک اردو میں درسی مواد کی کمی رہی ہے۔ اردو یونیورسٹی کے پاس اب اردو میں 350 سے زیادہ کتابوں کا ذخیرہ موجود ہے اور ہر سمسٹر کے ساتھ اس تعداد میں اضافہ ہو رہا ہے۔

اردو یونیورسٹی این ای پی 2020 کے وژن کے مطابق مادری / گھریلو زبان میں تعلیمی مواد فراہم کرنے کے قومی مشن کا حصہ بننے کو اپنے لیے ایک اعزاز سمجھتی ہے۔ مزید یہ کہ اردو بولنے والا طبقہ اردو میں مطالعہ کے مواد کی عدم دستیابی کے سبب نئے اُبھرتے شعبوں اور جدید تر معلومات کے موجودہ میدانوں میں تازہ ترین معلومات و اطلاعات کے حصول سے محروم نہیں رہے گا۔ مذکورہ بالا میدانوں میں مواد کی دستیابی کی بدولت حصولِ معلومات کا نیا شعور بیدار ہوا ہے جو یقیناً اردو داں طبقے کی دانشورانہ ترقی پر اثر انداز ہو گا۔

فاصلاتی اور آن لائن طلبہ کے لیے تعلیم و تدریس کے عمل کو سہل بنانے کے لیے یونیورسٹی کا سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن (CDOE) اردو اور متعلقہ مضامین میں خود اکتسابی مواد (SLM) کی تیاری کو یقینی بناتا ہے۔

MANUU فاصلاتی اور آن لائن لرننگ کے طلبہ کے لیے SLM بلا معاوضہ فراہم کرتا ہے۔ یہ مواد اُردو کے ذریعے علم حاصل کرنے میں دلچسپی رکھنے والے ہر شخص کے لیے برائے نام قیمت پر دستیاب ہے۔ تعلیم تک رسائی کے دائرے کو مزید پھیلانے کے مقصد سے، اردو / ہندی / انگریزی / عربی میں eSLM یونیورسٹی کی ویب سائٹ پر مفت ڈاؤن لوڈ کے لیے دستیاب رکھا گیا ہے۔

مجھے بے حد خوشی ہے کہ متعلقہ فیکلٹی کی محنت اور مصنفین کے مکمل تعاون کی بدولت FYUG بی۔اے، بی۔ایس سی اور بی۔کام کی کتابوں کی اشاعت کا عمل بڑے پیمانے پر شروع ہو گیا ہے۔ فاصلاتی اور آن لائن لرننگ کے طلبہ کی سہولت کے لیے خود اکتسابی مواد (SLM) کی تیاری اور اشاعت کا عمل یونیورسٹی کے لیے اہمیت رکھتا ہے۔ مجھے یقین ہے کہ ہم اپنے خود تعلیمی مواد کے ذریعے اردو جاننے والے ایک بڑے طبقے کی ضروریات کو پورا کرنے کے قابل ہوں گے اور اس یونیورسٹی کے مقصدِ قیام کو پورا کریں گے اور اپنے ملک میں اپنی موجودگی کو جائز ٹھہرا سکیں گے۔

نیک تمناؤں کے ساتھ!

پروفیسر سید عین الحسن
شیخ الجامعہ، مانو

پیغام

موجودہ دور میں فاصلاتی تعلیم کو دنیا بھر میں ایک نہایت مؤثر اور مفید طریقۂ تعلیم کے طور پر تسلیم کیا جاتا ہے اور بڑی تعداد میں لوگ اس طریقۂ تعلیم سے فائدہ اٹھارہے ہیں۔ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی نے بھی اردو زبان بولنے والے عوام کی تعلیمی ضروریات کو مد نظر رکھتے ہوئے اپنے قیام کے وقت سے ہی فاصلاتی تعلیم کا طریقہ متعارف کرایا۔ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی نے 1998 میں ڈائریکٹوریٹ آف ڈسٹنس ایجوکیشن (نظامتِ فاصلاتی تعلیم) کے ساتھ کام کا آغاز کیا اور 2004 سے باقاعدہ پروگرام شروع ہوئے، اس کے بعد مختلف شعبہ جات قائم کیے گئے۔

یو جی سی نے ملک میں نظام تعلیم کو مؤثر طور پر منظم کرنے میں ایک اہم کردار ادا کیا ہے۔ اوپن اینڈ ڈسٹنس لرننگ (ODL) موڈ کے تحت چلنے والے مختلف پروگرام، جو سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن (CDOE) میں چل رہے ہیں، یو جی سی-ڈی ای بی کے منظور شدہ ہیں۔ یو جی سی-ڈی ای بی نے فاصلاتی اور باقاعدہ تعلیم کے نصاب کو ہم آہنگ کرنے پر زور دیا ہے تاکہ فاصلاتی تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ کے معیار کو بہتر بنایا جاسکے۔ چونکہ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی ایک دُہرے طرز (ڈوئل موڈ) کی یونیورسٹی ہے جو فاصلاتی اور روایتی دونوں طریقۂ تعلیم کی خدمات فراہم کرتی ہے، اس لیے اپنے مقاصد کو یو جی سی-ڈی ای بی کے رہنما خطوط کے مطابق حاصل کرنے کے لیے اس نے چوائس بیسڈ کریڈٹ سسٹم (CBCS) متعارف کرایا گیا جس کا خود اکتسابی مواد (Self Learning Materials) یو جی سی کے قوانین اور کریڈٹ فریم کے مطابق نئے سرے سے تیار کیے جاچکا ہے۔

سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن (CDOE) کل انیس (19) پروگرام پیش کرتا ہے جن میں یو جی، پی جی، بی ایڈ، ڈپلومہ اور سرٹیفکیٹ پروگرام شامل ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ تکنیکی مہارتوں پر مبنی پروگرام بھی شروع کیے جارہے ہیں۔ سی ڈی او ای نے جولائی 2025 سے این ای پی-2020 کے مطابق چار سالہ یو جی پروگرام کا آغاز کیا ہے۔ بی اے، بی ایس سی اور بی کام کے آنرز پروگراموں کو این سی ایف کے مطابق ڈیزائن کیا گیا ہے جس سے طلبہ کو آنرز ڈگری حاصل کرنے میں مدد ملے گی۔ سال 2025-2026 سے ایم بی اے پروگرام او ڈی ایل موڈ میں متعارف کرایا گیا ہے۔

مانو نے طلبہ کی سہولت کے لیے نو ریجنل سنٹرز (بنگلورو، بھوپال، دربھنگہ، دہلی، کولکاتا، ممبئی، پٹنہ، رانچی اور سری نگر) اور چھ سب ریجنل سنٹرز (حیدرآباد، لکھنؤ، جموں، نوح، وارانسی اور امراوتی) کا ایک وسیع نیٹ ورک قائم کیا ہے۔ اس کے علاوہ وجے واڑا میں ایک ایکسٹینشن سنٹر بھی قائم کیا گیا ہے۔ ان ریجنل اور سب ریجنل سنٹروں کے تحت ایک سو پچاس سے زیادہ لرنر سپورٹ سنٹر (LSCs) اور بیس پروگرام سنٹر بیک وقت چلائے جارہے ہیں تاکہ طلبہ کو تعلیمی اور انتظامی سہولیات فراہم کی جاسکیں۔ سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن اپنی تعلیمی اور انتظامی سرگرمیوں میں آئی سی ٹی کا بھرپور استعمال کرتا ہے اور اپنے تمام پروگراموں میں صرف آن لائن موڈ کے ذریعے ہی داخلے فراہم کرتا ہے۔

طلبہ کے لیے سیلف لرننگ میٹیریل (SLM) کی سوفٹ کاپی سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن کی ویب سائٹ پر دستیاب کرائی جاتی ہیں اور آڈیو و ویڈیو ریکارڈنگ کے لنک بھی ویب سائٹ پر فراہم کیے جاتے ہیں۔ اس کے علاوہ طلبہ کو ای۔ میل اور واٹس ایپ گروپ کی سہولت بھی فراہم کی جارہی ہے جن کے ذریعے انہیں پروگرام کے مختلف پہلوؤں جیسے کورس رجسٹریشن، اسائنمنٹ، کاؤنسلنگ، امتحانات وغیرہ کے بارے میں مطلع کیا جاتا ہے۔ باقاعدہ کاؤنسلنگ کے علاوہ گزشتہ دو برسوں سے طلبہ کے تعلیمی معیار کو بہتر بنانے کے لیے زائد تدارکی (Remedial) آن لائن کاؤنسلنگ بھی فراہم کی جارہی ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن تعلیمی اور معاشی طور پر پسماندہ آبادی کو عصری تعلیم کے دھارے میں شامل کرنے میں ایک اہم کردار ادا کرے گا۔ تعلیمی ضروریات کو مد نظر رکھتے ہوئے نئی تعلیمی پالیسی (NEP-2020) کے مطابق مختلف پروگرامز میں تبدیلیاں کی گئی ہیں اور توقع ہے کہ اس سے اوپن اینڈ ڈسٹنس لرننگ کے نظام کو مزید مؤثر اور کارآمد بنانے میں مدد ملے گی۔

پروفیسر محمد رضا اللہ خان

ڈائرکٹر، سی ڈی او ای، مانو

کورس کا تعارف

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی (MANUU) ایک قومی سطح کا ادارہ ہے جو اردو زبان میں اعلیٰ تعلیم فراہم کرنے کے لیے وقف ہے۔ اس یونیورسٹی کا بنیادی مقصد اردو بولنے والے طلبہ کو معیاری تعلیم دینا اور انہیں جدید علمی و تحقیقی شعبوں میں کامیابی کے لیے تیار کروانا ہے۔ MANUU اپنے تعلیمی نظام میں Center for Distance and Online Education (CDOE) کے ذریعے فاصلاتی اور آن لائن تعلیم کو موثر اور مربوط انداز میں منظم کرتا ہے۔ CDOE کا کردار نصاب کی تیاری، تدریس، اور تعلیمی مواد کی فراہمی کو آسان بنانا ہے تاکہ ہر طالب علم، چاہے وہ روایتی یا فاصلاتی نظام سے تعلیم حاصل کر رہا ہو، معیاری تعلیم حاصل کر سکے۔

نئی قومی تعلیمی پالیسی ۲۰۲۰ (NEP 2020) کے تحت فزکس کے نصاب کو اس طرح ترتیب دیا گیا ہے کہ یہ طلبہ کے لیے بہت ہی آسان، بین المضامین (Interdisciplinary)، اور مہارات کی بنیاد پر (Skill-oriented) تعلیمی ماحول فراہم کرے۔ اس کا مقصد نہ صرف بنیادی طبیعیات میں مضبوط بنیاد فراہم کرنا ہے بلکہ طلبہ کو ابھرتے ہوئے سائنسی شعبوں میں مہارت حاصل کرنے کی ترغیب بھی دینا ہے۔ نصاب میں ڈی ایس سی (DSC)، ڈی ایس ای (DSE)، اور ایس ای سی (SEC) کورسز کو مربوط کیا گیا ہے تاکہ طلبہ کو نظریاتی معلومات کے ساتھ ساتھ عملی مہارتیں بھی دی جا سکیں جو آج کے سائنسی اور صنعتی میدان میں بے حد ضروری ہیں۔

یہ کتاب مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی (MANUU) کے بی ایس سی (فزیکل سائنس) پروگرام، سالِ دوم (سمسٹر سوم) کے فزکس نصاب میں شامل مضمون **"امواج واہتزازات "(Waves and Oscillations)** پر مشتمل ہے۔ اس کا مقصد طلبہ کو امواج اور ارتعاشات کے بنیادی تصورات، اصولوں اور ان کے عملی اطلاقات سے منظم اور جامع انداز میں روشناس کرانا ہے۔ اس کتاب میں سائنسی طرزِ فکر، مشاہدے اور تجربے کی اہمیت کو خاص طور پر اجاگر کیا گیا ہے تاکہ طلبہ نہ صرف نظری مباحث کو سمجھ سکیں بلکہ انہیں عملی زندگی اور جدید سائنسی تناظر میں بھی برت سکیں۔ نصاب کو سہولتِ مطالعہ کے پیشِ نظر بلاکس (Blocks) اور اکائیوں (Units) میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر اکائی میں مقاصدِ مطالعہ (Objectives)، متوقع نتائجِ تعلیم (Learning Outcomes)، جامع خلاصہ (Summary)، معروضی سوالات (Objective Questions)، نمونہ امتحانی سوالات (Sample Questions) اور مشقیں (Exercises) شامل کی گئی ہیں، تاکہ طلبہ مرحلہ وار اور گہرائی کے ساتھ موضوع کو سمجھ سکیں اور امتحانات کی مؤثر تیاری کر سکیں۔

کتاب کی زبان سادہ، رواں اور بامحاورہ اردو رکھی گئی ہے تاکہ مختلف تعلیمی پس منظر رکھنے والے طلبہ بھی بآسانی استفادہ کر سکیں۔ تاہم سائنسی اصطلاحات کے خالص اردو متبادل اختیار کرنے کے بجائے انگریزی اصطلاحات کو برقرار رکھا گیا ہے، تاکہ طلبہ بین الاقوامی سائنسی زبان سے ہم آہنگ رہیں اور اعلیٰ تعلیم و تحقیق میں سہولت محسوس کریں۔

یہ کتاب فاصلاتی (Distance Mode) اور روایتی (Regular Mode) دونوں نظامِ تعلیم کے طلبہ کے لیے یکساں طور پر مفید ہے، نیز اردو داں قارئین اور مدارس کے طلبہ کے لیے بھی طبیعیات کے اس اہم شعبے کو سمجھنے کا مؤثر ذریعہ ثابت ہو سکتی ہے۔ مصنفین کو یقین ہے کہ یہ کاوش طلبہ میں سائنسی تجسس، تنقیدی فکر اور عملی شعور کو فروغ دے گی، اور انہیں مستقبل کی اعلیٰ سائنسی و تحقیقی منازل کے لیے مستعد بنائے گی۔

پروفیسر۔ ایچ علیم باشاہ

پروگرام کوآرڈی نیٹر

امواج واہتزازات

(Waves and Oscillations)

اکائی 1۔ سادہ موسیقی حرکت

(Simple Harmonic Motions)

اکائی کے اجزا

1.0	تمہید
1.1	مقاصد
1.2	موسیقی حرکت
1.3	سادہ موسیقی اہتزازیہ
1.4	سادہ موسیقی حرکت کی مساوات
1.5	قصری موسیقی اہتزازیہ
1.6	جبری اہتزاز اور گمک
1.7	حل شدہ مثالیں
1.8	اکتسابی نتائج
1.9	کلیدی الفاظ
1.10	نمونہ امتحانی سوالات
1.10.1	معروضی جوابات کے حامل سوالات
1.10.2	مختصر جوابات کے حامل سوالات
1.10.3	طویل جوابات کے حامل سوالات
1.10.4	حل شدہ جوابات کے حامل سوالات

1.0 تمہید (Introduction)

ہروں حرکت جو ایک معینہ وقفہ کے بعد اپنے آپ کو دہراتی ہو، دوری حرکت یا موسیقی حرکت کہلاتی ہے۔ سورج کے گرد سیاروں کی حرکت اور زمین کے گرد چاند کی حرکت دوری حرکت کی مثالیں ہیں۔ اگر دوری حرکت کرنے والا ذرہ ایک ہی راستے پر آگے پیچھے۔ حرکت کرتا رہے تو اس کی اس طرح کی حرکت کو اہتزازی حرکت کہتے ہیں۔ روز مرہ کی زندگی میں سمت سے لٹکائے ہوئے ایک اسپرنگ کے آزاد سرے پر بندھے ایک جسم کو کسی قدر نیچے کھینچ کر چھوڑ دینے پر جسم میں پیدا ہونے والی حرکت اہتزازی حرکت کی مثالیں ہیں۔ یہ سب در اصل میکانی (Mechanical) اہتزاز ہیں۔ اہتزازوں کی اور بھی قسمیں ہیں۔ ریڈیو اور نور کی امواج، برقی اور مقناطیسی میدانوں کے سمتیوں اہتزاز کا نتیجہ ہیں۔

1.1 مقاصد (Objectives)

سادہ موسیقی حرکت کے مظاہرے پر بحث کرتی ہے۔

یہ اکائی میں ہم:

- موسیقی حرکت کیا ہے۔
- سادہ موسیقی اہتزازیہ, سادہ موسیقی حرکت کی مساوات کی تجزیہ کے مساوات یں کو حاصل کریں گے۔
- قصری موسیقی اہتزازیہ کی مساوات کی تجزیہ کے مساواتیں کو حاصل کریں گے۔

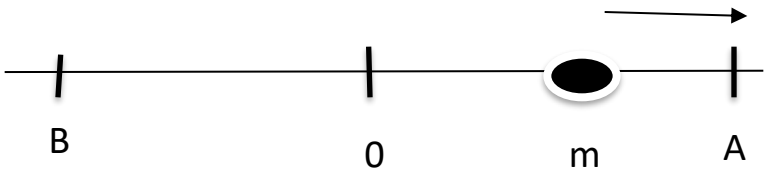
1.2 موسیقی حرکت (Harmonic Motions)

ہر حرکت جو خود کو مسلسل دہراتی ہے موسیقی حرکت کہلاتی ہے۔ ایک اہتزاز کو مکمل کرنے کیلئے درکار وقت دوران T کہا جاتا ہے۔ جبکہ اکائی وقت میں تکمیل پانے والے اہتزاز والے اہتزازوں کی تعداد f کہلاتی ہے۔

$$f = \frac{1}{T}$$

M.K.S نظام میں تعدد کی اکائی کو سائیکل فی ثانیہ (Cycle/sec) یا صرف ہرٹز (Hertz) کہا جاتا ہے۔

اب ہم ایک میکانی اہتزازی حرکت پر غور کریں گے۔ فرض کرو کہ ایک ذرہ ایک خط مستقیم پر معینہ حدود کے مابین بموجب شکل (1.1) حرکت کرتا ہے۔



شکل(1.1)

شکل(1.1)'m' کمیت والا ذرہ مقامت A اور B کے مابین حالت اہتزاز میں ہے وہ مقام جہاں زرے پر عمل پیرا قوت صفر ہوتی ہے۔ ذرہ کا مقام توازن(Equilibrium position) کہلاتا ہے۔ ذرے پر عمل پیرا قوت اور اس سے پیدا ہونے والے اسراع (Acceleration)اور اس کی رفتار اقدار اور سمت ایک دوری(Periodic)وضع میں متغیر ہوتے رہتے ہیں۔ موسیقی طور پر حرکت پذیر ذرے کی توانائی بالقوں کی قیمت اس کے مقام توازن پر اقل ترین ہوتی ہے کیونکہ اس مقام پر قوت کی جملہ محصلہ قیمت(Net force)صفر ہوتی ہے۔ جب کبھی جسم پر عامل قوتوں کا حاصل صفر ہو، نظام کی توانائی بالقوں بھی صفر ہو گی۔

اگر کس دیئے ہوئے وقت پر ذرے کے مقام کو معلوم کرنا ہو تو(x) کو وقت ایسا تفاعل ہونا چاہئے جو مساوات کو وقت کی تمام قیمتوں کے لیے پورا کر سکے۔ فرض کرو کہ اس قسم کا یک عام حل ذیل کی مساوات کے مانند ہے۔ یعنی

$$x = A\cos(\omega t + \delta) \quad \text{--------(2)}$$

یہاں A، ω اور δ مستقل مقداریں ہیں جن کے طبیعی مفہوم تھوڑی ہی دیر میں واضح ہو جائیں گے۔

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x \quad \text{--------(3)}$$

مساواتوں(1) اور(3) کے تفاعل سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ اگر ہم مستقلات کا ایسا انتخاب کریں کہ

$$x = A\cos(\omega t + \delta) \quad \text{ہو تو} \quad \omega^2 = {}^{k}/_{n} \quad \text{-------(4)}$$

جو مساوات(1) کا حل ہے یعنی یہ سادہ موسیقی اہتزازیہ کی مساوات ہے۔

"ω" کا طبیعی مفہوم اور اہمیت:

عرض کرو کہ کسی وقت 't' پر ذرے کا نقل مکاں x_1 ہے۔

$$X_1 = A\cos(\omega t + \delta) \quad \text{تب}$$

اگر وقت میں $\frac{2\pi}{\omega}$ کا اضافہ کر دیا جائے اور اس کے بعد اس کا نقل مکان X_2' ہو جائے تو

$$X_2 = A\cos\left\{\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \delta\right\}$$
$$= A\cos(\omega t + 2\pi + \delta)$$
$$= A\cos(\omega t + \delta)$$

یعنی اس کا مطلب یہ ہوا کہ ہر وقفہ $\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ کے بعد تفاعل میں تکرار واقع ہو رہی ہے۔ یعنی ہر بار اسی قیمت کا اعادہ ہو رہا ہے۔ بالفاظ دیگر وقفہ $\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ حرکت کا وقت دوران 'T' ہے اور مساوات $\omega^2 = {}^{K}/_{m}$ (4) کو استعمال کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{n}{K}}$$

اس طرح مساوات (1) سے ظاہر ہونے والی تمام حرکتوں کا وقت دوران ایک ہی ہے جس کی تخمین مرتعش ذرے کی کمیت 'm' اور قوت کے مستقل (K) سے کی جاتی ہے۔ اہتزاز کا تعدد ہو گا۔

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\therefore \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ ---------(5)}$$

'A' کا طبیعی مفہوم اور اہمیت:

مقام توازن سے ذرے کے نقل مکان کی قیمت اعظم ہو گی جبکہ $A\cos(\omega t + \delta)$ اعظم ہو چونکہ (Cosine) تفاعلوں کی اعظم ترین قیمت ایک ہوتی ہے اس لیے ہمیں $A = x_{max}$ حاصل ہو گا جو حرکت کا حیطہ ارتعاش ہے چونکہ (Cosine) تفاعلوں کی قیمت حدود 1+ اور 1− کے درمیان بدلتی رہتی ہے اس لیے نقل مکان 'x' میں تبدیلی حدود A+ اور A− کے مابین ہو گی۔ اس طرح مختلف حیطہ ارتعاش کی متعدد حرکتیں مساوات (3) کے حل کی طور پر ہمیں حاصل ہو سکتی ہیں۔ لیکن یہ تمام حرکتیں ایک ہی تعداد ارتعاش (Frequency) کی ہو گی۔

یہاں اس بات کی وضاحت ضروری ہے کہ کسی سادہ موسیقی حرتک ایک تعدد ارتعاش، حیطہ ارتعاش کے غیر تابع رہتا ہے۔

'd' کا طبیعی مفہوم اور اہمیت:

مقدار $(\omega t + \delta)$ حرکت کی ہئیت (Phase) کہلاتی ہے جس سے حرکت کی حالت کا اندازہ ہوتا ہے۔ دو حرکتیں ایک ہی تعدد اور ایک ہی حیطہ ارتعاش ہو سکتی ہیں لیکن ان کی ہیتوں میں فرق ہو سکتا ہے۔ اگر $\delta = 0$ ہو تو نقل مکان کی مساوات صرف $X = A\cos\omega t$ ہو جاتی ہے اور $(t = 0)$ پر نقل مکان کی قیمت اعظم یعنی 'A' ہو گی۔

اگر $\delta = {}^{\pi}/_{2}$ تو

$$x = a\cos\left(\omega t - {}^{\pi}/_{2}\right) = A\sin\omega t$$

اب $t = 0$ پر نقل مکان صفر ہو گا یعنی $A = 0$

مقدار $'\delta'$ کو ہیتی مستقل کہا جاتا ہے۔ ذرے کے ابتدائی مقام اور اس کی ابتدائی رفتار سے اس کے حیطہ ارتعاش 'A' اور ہیتی مستقل $'\delta'$ کی تخمین ہوتی ہے۔

سادہ موسیقی حرکت کی مقادیر ہیں بہ لحاظ وقت تبدیلیاں

$$x = A\cos(\omega t + \delta);\ x_{max} = A \qquad \text{نقل مکان} \qquad \text{---------(6)}$$

$$V = \frac{dx}{dt} = -A\omega\{\sin(\omega t + \delta)\} \qquad \text{رفتار} \qquad \text{---------(7)}$$

$$V_{max} = A\omega \qquad \text{اعظم ترین رفتار کی قیمت}$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t + \delta) \qquad \text{اسراع} \qquad \text{---------(8)}$$

$$\vec{a}_{Max} = A\omega^2 \qquad \text{اعظم ترین اسراع کی قیمت}$$

$$U = \frac{1}{2}Kn^2 + \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t + \delta) \qquad \text{توانائی بالقوں} \qquad \text{------(9)}$$

توانائی بالقوں کی قیمت صفر اور اعظم ترین حدود کے درمیان بدلتی رہتی ہے۔

$$K = \frac{1}{2}\overrightarrow{mv}^2 = \frac{1}{2}m\cos^2 A^2\sin^2(\omega t + \delta) \quad \text{توانائی بالحرکت}$$

$$= \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t + \delta)\left(\because \frac{K}{m} = \omega^2\right) \qquad \text{----------(10)}$$

$$K_{max} = \frac{1}{2}KA^2$$

توانائی بالحرکت کی قیمت صفر اور اعظم ترین حدود کے درمیان بدلتی رہتی ہے۔

$$E = K + U \qquad \text{مجموعی توانائی}$$

$$= \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$= \frac{1}{2}KA^2 \qquad \text{------(11)}$$

اس طرح مجموعی میکانی توانائی مستقل رہتی ہے۔ اعظم ترین نقل مکان کے مقام پر توانائی بالحرکت تو صفر ہوتی ہے۔ لیکن توانائی بالقوہ اعظم ترین یعنی $\left[\left(\frac{1}{2}\right)KA^2\right]$ ہوتی ہے۔

اس مقام پر ذرہ پر عمل کرنے والی قوت کو اس کی توانائی بالقوں کے تفاعل کی مدد سے حاصل کرنے کے لئے مساوات ذیل کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یعنی

$$F = -\frac{dy}{dx}$$

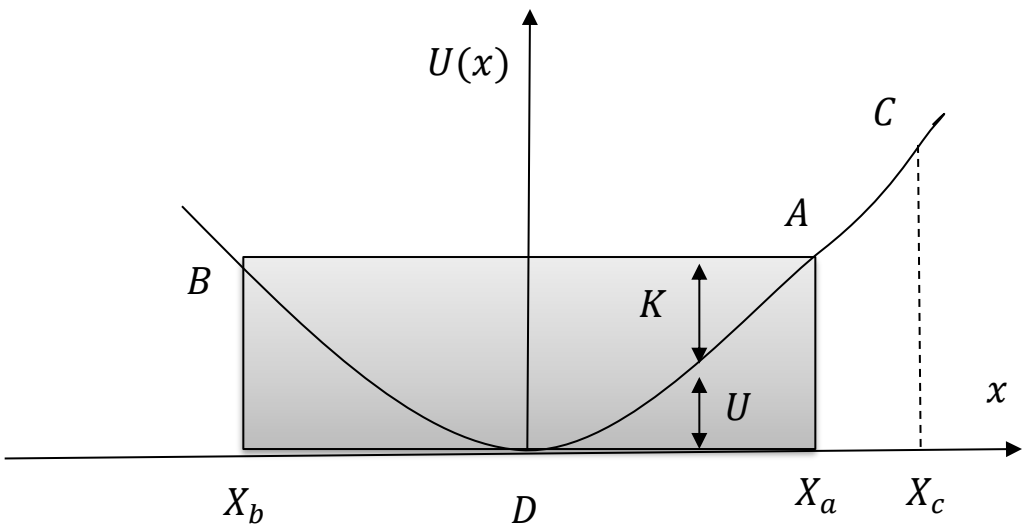
یہ قوت ایک بحالی قوت (Restoring force) ہے کیونکہ اس کی کوشش ہمیشہ یہی ہوتی ہے کہ ذرے میں مقام توازن کی سمت اسراع پیدا کرے۔

اہتزاز کرنے والے ذرے کے لیے مجموعی میکانی توانائی ہوگی۔

$$E = K + U$$

جہاں 'K' توانائی بالحرکت (Kinetic Energy) ہے اور 'U' توانائی بالقوں (Energy potential) اگر حاصل قوت غیر بقائی (Non-Conservative) نوعیت کی ہو مثلاً رگڑ کی قوت، تو مجموعی توانائی "E" مستقل یعنی غیر متبدل رہے گی۔

شکل (1.2) میں توانائی بالقوں کی ایک قسم کو (x) کے تفاعل کے طور پر ترسیم کیا گیا ہے۔



شکل (1.2)

شکل (1.2) موسیقی حرکت کی صورت میں توانائی بالقوں (U) فصل (x) کے تفاعل کے طور پر جہاں فاصلہ (x) کو ذرے کے مقام توازن سے ناپا گیا ہے۔

منحنی کے کسی نقطہ پر کا ڈھلان (slope) اس مقام پر ذرے پر عمل کرنے والی قوت کی عددی تعبیر ہے کیونکہ $F = -\frac{dy}{dx}$

مقام توازن 'o' پر ڈھلان صفر ہے۔ اس کو صفر ہی ہونا چاہئے کیوں کہ ذرے پر عمل کرنے والی حاصل قوت مقام توازن پر صفر ہے۔

فرض کرو کہ مجموعی توانائی 'E' کو معین (Co-ordinate) مان کر فاصلے کے محور کے متوازی ایک خط کھینچا گیا جو توانائی بالقوں کی منحنی کو مقامات A اور B پر قطع کرتا ہے۔ فرض کرو کہ ان نقاط کے فصلے بالترتیب X_a اور X_b ہیں جن سے ذرے کی حدود حرکت کا تعین ہوتا ہے۔ ذرہ اس توانائی E کے ساتھ ان حدود سے تجاوز نہیں کر سکتا۔ اس کو ذیل میں سمجھایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ منحنی کے کسی نقطہ 'C' کے لیئے فصلہ X_c ہے اور $X_c > X_a$ یعنی اس نقطہ کے لیے توانائی بالقوں ذرے کی مجموعی توانائی سے متجاوز ہو گی ہے اور مساوات (11) کی رو سے ذرے کی توانائی بالحرکت منفی ہو گئی ہے۔ یہ ناممکن ہے۔

اس طرح معلوم ہوا کہ حدود اہتزاز کا تعین، اس کی مجموعی توانائی 'E' سے کیا جاتا ہے۔ E قیمتوں کے لئے ذرے کی اہتزازی حدیں بھی بدل جاتی ہیں۔ ان حدود کو نقاط واپس (Learning prints) کہا جاتا ہے۔ کیونکہ ان نقاط پر ذرہ حالت سکون اختیار کرنے کے لیے مجبور ہو جاتا

ہے اور اس کے بعد وہ اسی راستے پر واپس کا سفر شروع کرتا ہے جس سے کہ وہ آیا تھا۔ مزید یہ کہ X_a اور X_b کو ہمیشہ ہی مساوی ہونا ضروری نہیں ہے۔

1.3 سادہ موسیقی اہتزازیہ (Simple Harmonic Motion)

اب تک (U) کو صرف ایک تفاعل سمجھا گیا۔ یہ نہیں بتلایا گیا کہ یہ کس قسم کا تفاعل ہے۔ اب اس تفاعل کو ایک مخصوص عملی وضع دی جائے گی جو طبیعات میں ایک بڑی اہمیت کی حاصل ہے۔

فرض کرو کہ ایک ذرے کی اہتزازی حرکت ایک ایسے قوہ کے تحت ہو رہی جو 'x' کا ایک تفاعل ہے جسے ذیل میں دیا گیا ہے۔

$U(x) = \frac{1}{2}Kx^2$ جہاں 'k' ایک مستقل ہے۔

$$F(x) = \frac{dy}{dx} = -K(x) \dots\dots\dots\dots 12$$

اس خاص سورت میں ہی "ذرہ" سادہ موسیقی اہتزازیہ کہلاتا ہے اور اس کی حرکت سادہ موسیقی حرکت مانی جاتی ہے۔ اسی صورت میں توانائی بالقوں کی منحنی محور y– کے گرد تشاکل ہو گی اور یہی خصوصیت مساوات (12) ہے بھی ظاہر ہو رہی ہے اور ذرے کی حرکت کے حدود مقام توازن ہے مساوی فاصلوں پر واقع ہیں یعنی $X_a = X_b$

مساوات (11) سے ظاہر ہونے والا توانائی بالقوں کا تفاعل ایک ایسے مثالی ideal اسپرنگ کا قول بھی ہو گا جس کی قوت کا مستقل (Force constant) K ہے جب کہ اس کو بقدر (x) کے کھینچا گیا ہو۔

مثالی اسپرنگ کی تعریف یوں کی گئی تھی کہ یہ ایک ایسا اسپرنگ ہے جس کا قوتی مستقل $f(x) = -Kx$ مساوات ہے حاصل ہو سکتا ہے (جو ہکس hooks) کے قانون کے مطابق ہے) اور یہ وہی مساوات ہے جس کو (12) میں حاصل کیا گیا ہے۔

لہٰذا اگر "m" کمیت والے ایک جسم کو ایک مثالی اسپرنگ سے جوڑ دیا جائے اس طرح کہ یہ ایک بے رگڑ افقی سطح پر حرکت کرنے کے لیے آزاد ہو تو یہ جسم بھی ایک سادہ موسیقی اہتزازیہ کی مثال بن سکتا ہے۔

ایک سادہ رقاص، جو ایک چھوٹے زاویہ اہتزاز میں مرتعش ہے، ایک برقی رو کا سرکٹ (Circuit) جو امالہ (Induction) I اور گنجائش (Capacitance) 'C' پر مشتمل ہے سادہ موسیقی اہتزازیوں کی دیگر مثالیں ہیں۔ ان کی تفہم آئندہ کی جائے گی۔ بہت سی قسم کی حرکتوں کی انفرادی سادہ موسیقی حرکتوں کا مجموعا مان کر ان کی تشریح کرنا ایک ممکن العمل امر ہے۔ لہٰذا سادہ موسیقی حرکت کا تفصیلی مطالعہ جدید طبیعت کے کئی مظاہر کے ادراک کے لئے بنیادی مقام رکھتا ہے۔

1.4 سادہ موسیقی حرکت کی مساوات (Equation of Simple Harmonic Motion)

مساوات (11) پر نیوٹن کے دوسرے کلیہ کے اطلاق سے $\frac{md^2x}{dt^2} = -KX$

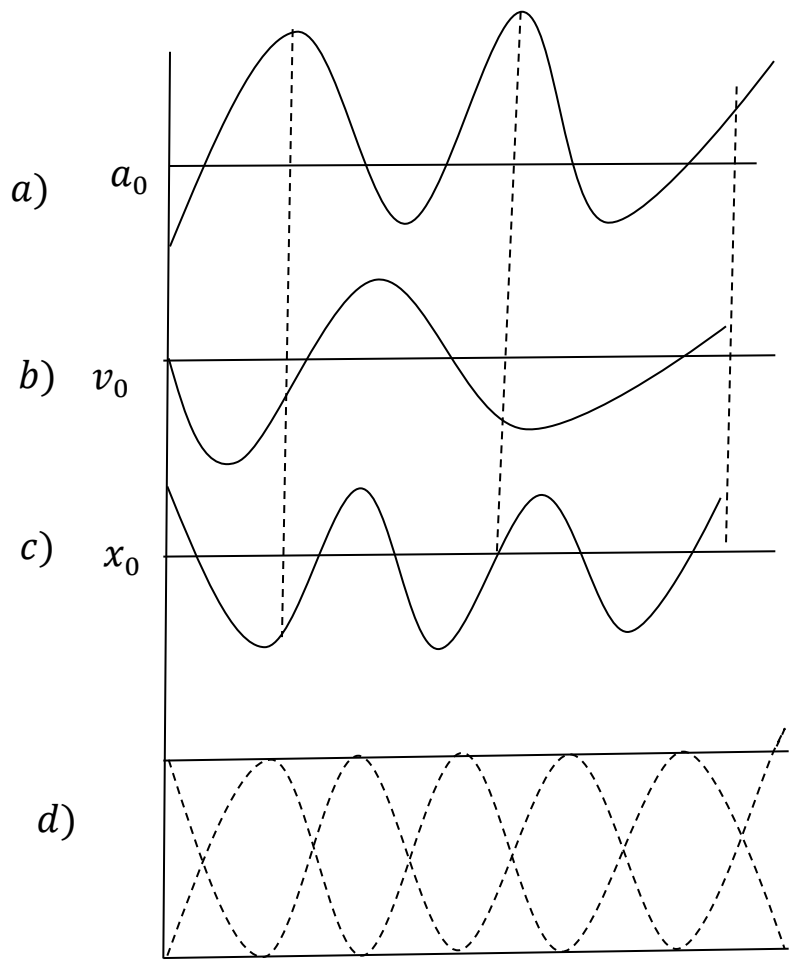
$$\vec{F} = \text{کمیت} \times \text{اسراع} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\therefore \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0 \qquad \text{---------(13)}$$

یہ سادہ موسیقی حرکت کو بتلانے والی تفرقی مساوات ہے۔

اور مقام پر توانائی بالقوں اور توانائی بالحرکت کی قیمتوں کا انحصار ذرے کے مقام پر ہوتا ہے اور ہر مقام پر ان دونوں کا مجموں $\left[\frac{1}{2}KA^2\right]$ کے برابر ہوتا ہے۔ یہاں ایک اہم بات نوٹ کر لینی چاہئے کہ ہر مقام پر مجموعی توانائی حرکت کے حیطہ پر نمائش کے مربع کے تناسب ہے۔

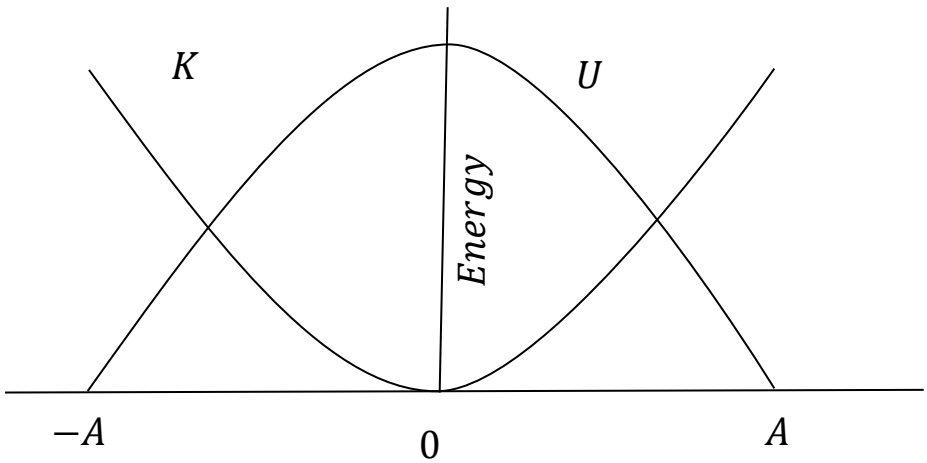
شکل (1.3) میں مذکورہ بالا مقادیر میں وقت کے ساتھ ہونے والی تبدیلیوں کو بتلایا گیا ہے۔



شکل (1.3)

شکل(1.3)وقت کے لحاظ سے ہونے والی تبدیلیاں جو ایک سادہ موسیقی اہتزازیہ کے
(a)۔اسراع،(b)۔رفتار،(c)نقل مکان اور(d)توانائی میں رونما ہوتی ہیں۔
شکستہ لائن سے توانائی بالحرکت K کو اور مسلسل لائن سے توانائی بالقوں 'U' کو ظاہر کیا گیا ہے۔

$$K + U = K_{max} = U_{max} = \frac{1}{2}KA^2$$



شکل(1.4)

شکل(1.4)ایک سادہ موسیقی اہتزازیہ کی توانائیاں

شکستہ لائین سے توانائی بالحرکت $K(x) = \left[\frac{1}{2}mv^2\right]$ اور غیر شکستہ لائن سے توانائی بالقوں $U(x) = \left[\left(\frac{1}{2}\right)Kx^2\right]$ کو تعبیر کیا گیا ہے۔

	غیر پذیر طبیعی مقدار	اعظم ترین نقل مکاں کے مقام پر	مقام توازن پر
1۔	نقل مکاں (x)	اعظم ترین (A)	صفر
2۔	رفتار $(\vec{V})$	صفر	اعظم ترین $(A\omega)$
3۔	اسراع $(\vec{a})$	اعظم ترین A	صفر
4۔	توانائی بالقوں (U)	صفر	صفر
5۔	توانائی بالحرکت (K)	صفر	$\left(\frac{1}{2}\right)KA^2$

6۔ مجموعی میکانی توانائی (E) $\left(\frac{1}{2}\right)KA^2$ $\left(\frac{1}{2}\right)KA^2$

مساوات(3)میں بشمول طبیعی تن کی تشریح الفاظ ذیل میں کی گئی ہے۔

سادہ موسیقی حرکت ایک ایسی حرکت ہے جس میں ذرے کا اسراع نقطہ توازن سے اس کے فاصلے یعنی نقل مکان کے ساتھ ہمیشہ راست تناسب ہوتا ہے اور اس کی سمت ہمیشہ نقطہ توازن کی جانب ہوتی ہے۔ جیسا کہ پہلے ذکر ہو چکا ہے ، سادہ موسیقی حرکت کی یہ میکانی(Mechanical)مثال ہے۔ لیکن یاد رکھنا چاہئے کہ نقل مکان کے مانند اور بھی دیگر طبیعی مقادیر ہیں جن میں وقت کے ساتھ ہونے والی تبدیلیوں مساوات(1)کے مشابہ مساوات سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان مقادیر میں بھی سادہ موسیقی اہتزاز واقع ہوتا ہے۔

1.5 قصری موسیقی اہتزازیہ(Damped Harmonic Oscillator)

ایک موسیقی اہتزازیہ کی حرکت پر غور کیجئے۔

جب رگڑ کی قوتیں عمل کرتیں ہیں تو اہتزازیہ کی حرکت قصری ہو جاتی ہے یعنی اس کے حیطہ ارتعاش میں بتدریج کمی ہوتی جاتی ہے۔ رگڑ کی یہ قوت دراصل ہوا کی مزاحمت ہے جس کی مقدار، اہتزازیہ کی رفتار کے تناسب ہے اور سمت رفتار کے مخالف یعنی یہ قوت مساوی ہوتی ہے۔ جہاں ایک مثبت مستقل ہے۔ اس قوت کو قصری قوت کہتے ہیں اور اہتزازیہ پر عمل کرنے والی قوت دراصل اضافہ ان موقوں قوتوں یعنی قصری قوت اور بحالی قوت(Restoring Force)کا حاصل ہو گی۔

یہ حاصل قوت ہو گی۔

$$\text{حاصل قوت(Resultant Force)} = -Kx - bv \quad \text{---------(a)}$$

$$= -Kx - b\frac{dx}{dt} \quad \left(\because \vec{V} = \frac{dx}{dt}\right)$$

لیکن نیوٹن کے دوسرے کلیہ کی رو سے

حاصل = کمیت x اسراع

$$\text{حاصل قوت} = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{--------(b)}$$

مساوات(a)اور(b)سے

لہٰذا
$$-Kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx = 0 \quad \text{---------(14)}$$

اگر 'b' چھوٹا ہو تو اس دوسرے درجہ کی تفرقی مساوات کا حل ہو گا۔

$$x = A_0 exp\left(\frac{-bt}{2m}\right)\cos(\omega^1 t + \delta) \quad \text{----------(15)}$$

جہاں

$$\omega^1 = 2\pi f = \sqrt{\frac{K}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad \text{----------(16)}$$

اب اگر b=0 کر دیں یعنی کسی قسم کی قصری قوت عمل پیرا نہ ہو تو

$$\omega = \omega^1 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

جو دراصل غیر قصری حرکت کا تعدد ہے اور

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

جو دراصل غیر قصری اہتزازیہ کی حرکت کی مساوات ہے۔

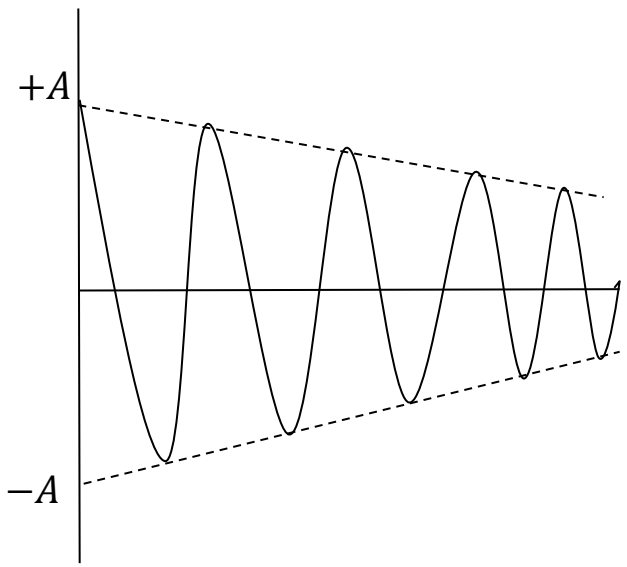
رگڑ کی قوت کی وجہ سے تعداد اور حیطہ ارتعاش دونوں بدل جاتے ہیں۔

1۔ تعدد میں کمی ہو جاتی ہے چونکہ $\omega < \omega^1$ یعنی ω^1, ω سے بقدر $\left(\frac{-bt}{2m}\right)$ کم ہے بموجب مساوات (16)۔

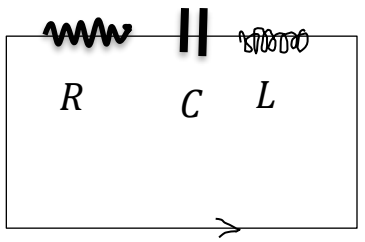
2۔ حیطہ ارتعاش میں وقت کے ساتھ کمی ہوتی جاتی ہے۔ مساوات (15) میں اس کو A_0 سے بتلایا گیا ہے۔

وقت کا وہ وقفہ τ جس میں حیطہ ارتعاش گھٹ کر اپنے ابتدائی حیطہ کا $\left(\frac{1}{e}\right)$ ہو جاتا ہے۔ اہتزازیہ کا اوسط عرصہ حیات (Mean Life Time) کہلاتا ہے۔

اگر رگڑ کی قوت اتنی زیادہ ہو کہ $\frac{K}{m} < \left(\frac{b}{2m}\right)^2$ تب جیسا کہ مساوات (16) سے ظاہر ہے کہ "ω^1" جبکہ خالی مقدار بن جاتی ہے۔ ایسی صورت میں حرکت اہتزازی حرکت کی شکل میں باقی نہیں رہتی بلکہ زیادہ قصری (Over Damped) ہو جاتی ہے۔



شکل (1.5(a)) قصری موسیقی حرکت



شکل ((1.5(b))

شکل (1.5)

اگر $\frac{K}{m} = \left(\frac{b}{2m}\right)^2$ تب حرکت اپنی اہتزازی نوعیت کھو دیتی ہے اس حرکت کو فاصل قصری(Dumped Criticals) حرکت کہتے ہیں۔ قصری حرکت کے دوران قوت رگڑ کی جوہ سے توانائی کا نقصان ہوتا رہتا ہے۔ شکل(1.5) میں قصی موسیقی حرکت کو وقت کے مقابل ہر قسم کیا گیا ہے۔ C.L برقی دور میں اگر اوک(Ohmic) مزاحمت R کو شامل کر دیا جائے تو 'R' برقی اہتزازیہ میں وہی اثر پیدا کرتا ہے جو رگڑ میکانی اہتزازوں میں کرتی ہے۔

شکل((b)1.5) میں دکھائے گئے LCR پر مشتمل برقی دور سے گزرنے والے برقی بھرن(Q) میں وقت کے ساتھ ہونے والی تبدیلیوں کو ذیل کی تفرقی مساوات سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad \text{--------(17)}$$

یہ مساوات(14) کی مانند ہے دونوں میں ذیل کی مطابقت پائی ہے۔

$$Q \to x\ ; m \to L, b \to R\ and\ K \to \frac{1}{C}$$

میکانی اہتزازیہ کی مساوات کے حل کے مانند اس مساوات کا حل ذیل کی طرح ہو سکتا ہے۔

$$Q = Q_m exp\left[\frac{-Rt}{2L}\right]\cos(\omega^1 t + \delta) \qquad \text{---------(18)}$$

جہاں $$\omega^1 = 2\pi f = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \qquad \text{---------(19)}$$

1.6 جبری اہتزاز اور گمک(Forced Oscillations and Resonance)

اب تک ہم نے قصر(Dumping) کی موجودگی یا غیر موجودگی دونوں صورتوں میں طبیعی اہتزازوں پر غور کیا ہے خواہ یہ اہتزاز برقی ہوں یا میکانی۔ اب ہم یہ معلوم کریں گے کہ اگر ایک جسم پر بیرونی اہتزازی قوت عمل کرے تو جسم کی حاصل حرکت کس طرح کی ہوتی ہے۔ اس عمل پر بیرونی قوت کو چلاؤ قوت(Driving Force) کہا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ چلاؤ قوت کا زاوی تعدد ω_e ہے تب چلاؤ قوت کا اظہار $F\cos\omega_e t$ سے ہوتا ہے جہاں $\omega_e = 2\pi f_e$ اب اگر قصری(Damping) اثر بھی موجود ہو تو جسم پر عمل کرنے والی مجموعی قوت بے ضابطہ ہوگا۔ $-Kx - b\frac{dx}{dt} + F_e\cos\omega_e t$ لیکن نیوٹن کے دوسرے کلیہ کے مطابق عمل پیرا قوت $\frac{d^2x}{dt^2}$ ہوگی۔ ان دونون ضابطوں کو ایک دوسرے کے مساوی رکھ کر انعام کی موزوں ترتیب سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx = F_e \cos \omega_e t \text{ --------(20)}$$

اس مساوات کا حل ذیل کی طرح حاصل ہو سکتا ہے۔

$$x = F_e \sin(\omega_e t - \delta) \text{ -------(21)}$$

$$G = \sqrt{m^2(\omega_e{}^2 - \omega^2) + b^2\omega_e{}^2} \text{ -------(22)} \quad \text{اور}$$

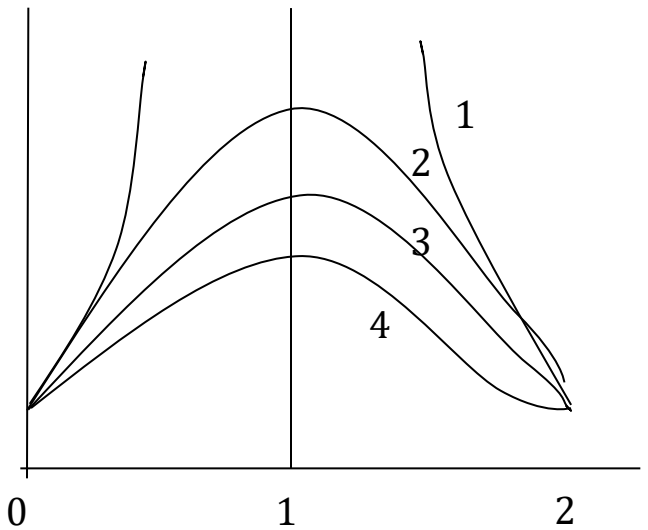
$$\cos \delta = \frac{b\omega_e}{G} \text{ ------(23)}$$

مساوات(B) سے واضح ہوتا ہے کہ جسم کے اہتزاز اس کے طبیعی تعدد ω کے مطابق نہیں ہو رہے ہیں بلکہ جسم پر عمل پیرا چلاؤ قوت کے تعدد ω کے مطابق ہو رہے ہیں۔ اس قسم کے اہتزازوں کو جبری اہتزاز کہتے ہیں۔ موسیقی آلات جیسے واٹیلن، ستار اور دینا میں مرتعش تار سے پیدا ہونے والے آواز کی تکبیر کے لیے تار کو ایک موٹی ڈبے پر جکڑ دیا جاتا ہے۔ یہ موٹی ڈبا، لکڑی کا کھوکھلا خول ہوتا ہے جس کے اندر ہوا ہوتی ہے۔ ارتعاشوں کا تعدد وہی ہوتا ہے جو کہ تار کا ہے جب کہ اب پہلے ہم ایک سادہ صورت پر غور کریں گے جس میں کوئی قصری اثر موجود نہیں ہے یعنی۔ تب ہمیں مساوات(22) سے حاصل ہوتا ہے۔

$$G = m(\omega_e{}^2 - \omega^2)$$

اب اگر ω_e اور ω کا فرق بہت زیادہ ہو تو $\frac{Fe}{G}$ کی قیمت چھوٹی ہو گی۔ یعنی اس کا مطلب یہ ہوا کہ مساوات(2) کے مطابق حاصل حرکت کا حیطہ ارتعاش $\left(\frac{Fe}{G}\right)$ چھوٹا ہو گا۔

چلاؤ قوت کا تعدد ω^2 جسم کے طبیعی تعدد "ω" کے جوں جوں قریب ہوتا جاتا ہے اسی مناسبت سے G بھی چھوٹا ہوتے ہوتے صفر تک پہنچ جاتا ہے اور حیطہ ارتعاش لا تناہی ہو جاتا ہے۔



LCR پر مشتمل برقی دور

شکل(1.6)

عملی طور پر قصری اثر کا بالکیہ موجود نہ ہونا ناممکن ہے اس کی کچھ نہ کچھ مقدار موجود رہتی ہے۔ ایسی صورت میں حیطہ ارتعاش لا تناہی نہیں ہوتا بلکہ بہت بڑا ہو جاتا ہے۔ یعنی چلاؤ قوت کے ایک خاص تعدد پر حرکت کا حیطہ ارتعاش اعظم ترین ہوتا ہے۔ حرکت کی اس کیفیت کو گمک کہتے ہیں۔ چلاؤ قوت کے اس تعدد کو گمکی تعدد کہا جاتا ہے۔

شکل(1.6) میں "b" کی چار مختلف قیمتوں کے لیے چلاؤ قوت کے تعدد (x- محور پر) اور حاصل حرکت کے حیطہ ارتعاش (y- محور پر) کے مابین تعلق بتلانے والی ترسیموں کو دکھایا گیا ہے۔ منحنی (1) کے لیے b=0 ہے یعنی قصری قوت موجود نہیں ہے۔ منحنیوں 3, 2 اور 4 کے لئے 'b' کی قیمت میں بتدریج اضافہ ہو رہا ہے۔ منحنی (4) کے لئے 'b' اعظم ترین ہے۔ قصری اثر کی عدم موجودگی کی صورت میں نظام کے اپنے طبیعی تعدد کو انتصابی خط سے ظاہر کیا گیا ہے۔

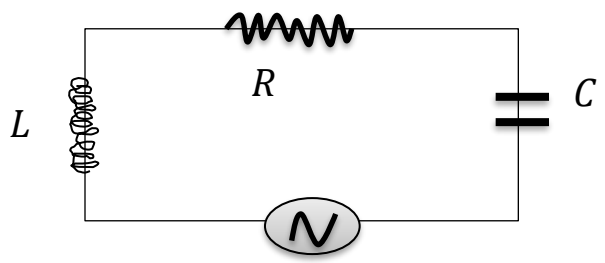
ترسیموں سے یہ واضح ہوتا ہے کہ جوں جوں "b" میں کمی ہوتی جاتی ہے۔ گمکی چوٹی جس پر حیطہ ارتعاش اعظم ہو جاتا ہے، انتصابی خط کے قریب پہونچتی جاتی ہے۔ مزید یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ۔

(i)۔ عام طور پر گمکی تعدد غیر قصری طبیعی تعدد سے مختلف ہوتا ہے۔

(ii)۔ قصری اثر اگر کم ہو تو، حاصل تعدد غیر قصری طبیعی تعدد کے قریب ہوتا ہے۔

اکثر صورتوں میں عملی طور پر قصری عمل کو اتنا کم کر دیا جاتا ہے کہ غیر قصری طبیعی تعدد، گمکی تعدد کے عین برابر تصور کر لیا جاتا ہے۔

برقی دور میں بھی جبری اہتزاز اور گمک کا وجود ملتا ہے۔ شکل(1.7) میں ایک LCR دور دکھایا گیا ہے۔ اگر اس سرکٹ میں ایک جیبیٔ (Sinusoidally) طور پر متغیر قوت محرکہ برق موجود ہو جو حسب ذیل ہے۔



شکل(1.7)

تو اس دور کے لیے تفرقی مساوات ہوگی $E = E_m \cos \omega_e t$

$$L\frac{d^2x}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = E_m \cos(\omega_e t - \varphi) \qquad \text{---------(24)}$$

یہ مساوات(7)کے مانند ہی ہے۔اور مساواتوں(8)(9)اور(10)مطابقت کی بناء پر ہم لکھ سکتے ہیں کہ۔

$$Q = \frac{E_m}{G}\sin(\omega_e t - \varphi) \quad \text{----------(25)}$$

جہاں

$$G = \sqrt{\left(\omega^2 L - \frac{1}{C}\right)^2 + R^2 {\omega_e}^2} \quad \text{----------(26)}$$

$$and\ \cos\emptyset = \frac{R.we}{G} \quad \text{----------(27)}$$

1.7 حل شدہ مثالیں (Solved Problems)

حل شدہ مثال1

ایک جسم سادہ موسیقی ارتعاش کر دیا ہے۔اس کا حیطہ ارتعاش0.15m ہے اور تعدد4HZ ہے۔(a)اس کی رفتار اوراسراع کی اعظم ترین قیمتیں معلوم کرو۔(b)۔0.05m نقل مکان کے لیے اس کی رفتار اور اسراع کو معلوم کیجئے۔(c)مقام توازن سے 0.12اور ایک نقطے تک نقل مکان کے لیے کتناوقت درکار ہو گا۔

حل:

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

موجودہ صورت میں

$$A = 0.15m \quad \text{اور} \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \times 4 = 8\pi\ Rad/Sec$$

$$x = 0.15\cos(8\pi t + \delta)$$

(a

$$a)\ V_{max} = A\omega = 3.77\ {}^{m}/_{sec}$$

$$a_{max} = A\omega^2 = 0.15(8\pi)^2 = 94.5\ {}^{m}/_{sec^2}$$

b) نقل مکان

$$b)x = 0.09m$$

$$0.09 = 0.15\cos(\omega t + \delta)$$

$$\cos(\omega t + \delta) = 0.6$$

$$\sin(\omega t + \delta) = 0.8$$

رفتار کی مقدار

$$V = \omega A\sin(\omega t + \delta)$$

$$= 3.77 \times 0.8 = 3.01 \ {}^{m}/_{sec}$$

اسراع کی مقدار

$$a = \omega^2 A \cos(\omega t + \delta)$$
$$= 94.7 \times 0.6 = 56.80 \ {}^{m}/_{sec^2}$$

(c) فرض کرو کہ وقت t_1 پر جسم اپنے مقام توازن $(X = 0)$ پر ہے جب جسم اپنے مقام توازن سے $0.1m$ دور ہوتا ہے تو وقت t_2 ہے۔

$$\cos(8\pi t_1 + \delta) = 0 \ \therefore (8\pi t_1 + \delta) = 90^0 = 0.5\pi$$
$$\cos(8\pi t_2 + \delta) = \frac{0.12}{0.15} = 0.8; \ (8\pi t_2 + \delta) = 36 = 0.2\pi$$
$$t_2 - t_1 = \frac{0.3}{8} = 0.038$$

اس لیے مقام توازن سے 0.12m نقل مکان کے لیے درکار وقت 0.036 سکنڈ ہے۔

حل شدہ مثال 2

ایک سادہ موسیقی حرکت میں اگر نقل مکان، حیطہ کا نصف ہو تو ثابت کرو کہ اس کی توانائی بالقوں $\frac{1}{4}E$ اور توانائی بالحرکت $\frac{3}{4}E$ جہاں (E) اس کی مجموعی توانائی ہے۔ اگر اس کی توانائی کی نصف توانائی بالقوں اور نصف توانائی بالحرکت ہو تو نقل مکان کتنا ہو گا۔

فروض کرو کہ:

حل:

$x = A\cos(\omega t + \delta)$ نقل مکان

$V = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$ اور رفتار

$$\frac{A}{2} = A\cos(\omega t + \delta)$$
$$\therefore \cos(\omega t + \delta) = {}^{1}/_{2}$$
$$\sin(\omega t + \delta) = {}^{\sqrt{3}}/_{2}$$

$V = \frac{\omega A\sqrt{3}}{2}$ رفتار

$= \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}K\left({}^{A}/_{2}\right)^2 = \frac{KA^2}{8}$ توانائی بالقوں

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{KA^2}{2}\right) = \frac{1}{4}E$$

کیونکہ $E = \frac{KA^2}{2}$

توانائی بالحرکت $K = \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 x\ {}^3/_4$

$= \frac{3}{8}KA^2 \left(\because \omega^2 = {}^K/_m\right)$

$= \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}K^2 A\right) = {}^3/_4\, E$

فرض کرو کہ نقل مکان X پر اس کی توانائی نصف توانائی بالقوں ہے اور نصف توانائی بالحرکت تب

توانائی بالقوں $\mu = \frac{1}{2}Kx^2$

$\frac{E}{2} = \frac{1}{2}\ \frac{KA^2}{2}$

$\therefore X = {}^A/_{\sqrt{2}}$

حل شدہ مثال 3

ایک اہتزاز پیما میں دو رباہمی علی القوائم برقی میدان کے زیر اثر الکٹرانس میں کسی وقت "t" پر ہونے والا اتراف بموجب مساوات ذیل میں واقع ہوتا ہے۔

$$x = A\cos\omega t$$

$$y = B\cos(\omega t + \delta)$$

الکٹرانس کے طریقوں کی مساوات دریافت کرو۔ اور $(a)\ \delta = 0^0 (b) \delta = 30^0$ اور $\delta = 90^0$ پر ان کے راستوں کو بیان کرو۔

حل: $\cos\omega t = \frac{x}{A};\ \sin\omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$

$\frac{Y}{A} = \cos(\omega t + \delta) = \cos\omega t\cos\delta - \sin\omega t\sin\delta$

$= \frac{x}{A}\cos\delta - \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}\sin\delta$

$\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}\sin\delta = \frac{x}{A}\cos\delta - {}^V/_A$

طرفین کے مربع لے کر مقادیر کو ترتیب دینے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x^2 + y^2 - xy\cos\delta = A^2\sin\delta$$

$$\delta = 0;\ \cos\delta = 1;\ \sin\delta = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 2xy) = 0$$
$$(x - y)^2 = 0 \Rightarrow \therefore x = y$$

یہ ایک خط مستقیم ہے جو محور 'x' اور y کے درمیانی زاویہ کا ناصف ہے۔

(b)

$$\delta = 30^0;\ \cos\delta = {}^{\sqrt{3}}/_{2}\,;\sin\delta = {}^{1}/_{2}$$
$$x^2 + y^2 = 2xy\,{}^{\sqrt{3}}/_{2} = \frac{A^2}{4}$$
$$4x^2 + 4y^2 - 4\sqrt{3}xy = A^2$$

یہ ایک ناقص ہے۔

(c)

$$\delta = 90^0;\ \cos\delta = 0; \sin\delta = 1$$
$$x^2 + y^2 = A^2$$

یہ ایک دائرہ ہے جس کا نصف قطر پر ہے۔

حل شدہ مثال 4

ایک اسپرنگ کا قوتی مستقل 2.5N/m ہے اس کے نچلے سرے سے 0.025kg کمیت کا ایک جسم لٹکایا گیا ہے۔ ویں کی قصری قوتی مستقلوں (Damping Force Constant) کے لیے وہ کسی قسم کی حرکتیں کرے گا۔

(1) $1Nsec^2/\,metre$ (2) $0.5NSec\,/\,meter$ (3) $0.2\ N\,\text{sec}/\,metre$

اگر حرکت اہتزازی ہو تو تعدد اہتزاز معلوم کیجئے۔

حل:

قوتی مستقل $2.5\ {}^{N}/_{m}$

کمیت $= 0.025KG$

قصری قوتی مستقل 'b' ہے۔

$$b = 1\ N - Sec\ per\ metre$$
$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 400sec^{-2}\ \frac{K}{m} = 100sec^{-2}$$
$$\therefore \frac{b}{2m} > \frac{K}{m}$$

اس لیے حرکت بہت زیادہ قصری(Over damped)ہے

$$ii)\ b = 0.5N - \sec/\ metre$$

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 100sec^{-2}.\frac{K}{m} = 100sec^{-2}$$

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = \frac{K}{m}$$

لہٰذا حرکت فاصل قصری(Critically damped)ہے۔

$$b = 0.2\ N - \sec/\ metre$$

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 16sec^{-2}\ \frac{K}{m} = 100sec^{-2}$$

$$\therefore \left(\frac{b}{m}\right)^2 < \left(\frac{K}{m}\right)$$

لہٰذا حرکت اہتزازی ہے اور زاوی تعدد واہتزاز $'\omega'$ ہو گا۔

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{K}{m}\right)sec^{-2} - \left(\frac{K}{2m}\right)^2 sec^{-2}}$$

$$= \sqrt{(100-16)sec^{-2}} = \sqrt{84sec^{-2}} = 9.17sec^{-1}$$

حل شدہ مثال5

اوپر کے سوال کی تیسری صورت میں اگر اسپرنگ پر 0.125N کی ایک دوری(Periodic) قوت $'F_e'$ عائد کی جائے جس کا تعدد (ω_e)8ریڈیانس فی سکنڈ ہو تو کسی وقت 't' پر مقام توازن سے اس کا نقل مکان معلوم کیجئے۔

حل: $F_e = 0.125N, \omega_e = 8\ {}^{rad}/_{sec}, b = 0.2Nsec/\ metre$

$$G = \sqrt{(m{\omega_e}^2 - K)^2 + b^2{\omega_e}^2}$$

$$\cos\delta = \frac{b\omega_e}{G} = 0.87, \delta = 0.512\ Radians$$

$$x = \frac{F_e}{G}\sin(\omega t - \delta)$$

$$= 0.061\sin(8t - 0.512)$$

1.8 اکتسابی نتائج (Learning out comes)

- ایک سادہ موسیقی اہتزازیہ کی توانائی بالقوں کے تفاعل کی شکل $\left(U = \frac{1}{2}Kx^2\right)$ ہے جہاں K ایک مستقل ہے اور x نقل مکان اور اس مساوات کا حل ہے $x = A\cos(\omega t + \delta)$, A سے مراد حیطہ ارتعاش ہے اور ω سے زاوئی رفتار δ سے حرکت کی ہیئت کی تعبیر ہوتی ہے۔

- اعظم ترین نقل مکان پر توانائی بالحرکت صفر اور توانائی بالقوں اعظم ترین ہوتی ہے۔ مقام توازن پر توانائی بالقوں صفر اور توانائی بالحرکت اعظم ترین ہوتی ہے۔
- جب دو باہمی علی القوائم سادہ موسیقی حرکتوں کو جوڑ دیا جاتا ہے تو حاصل حرکت کی شکل ایک منحنی کی جیسی ہوتی ہے جس کی مشابہت کا انحصار سادہ موسیقی حرکتوں کے بعد حیطہ ارتعاش اور ان کے مابین واقع انصراف ہیت پر ہوتا ہے۔
- قصری قوت کی وجہ سے ایک سادہ موسیقی رقاص کے حیطہ ارتعاش اور تعدد میں تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں۔ اگر کسی جسم پر ایک بیرونی اہتزازی قوت عائد کی جائے تو جسم اس چلاؤ قوت کے تعدد کے ساتھ اہتزاز کرتا ہے۔ جیسے جیسے چلاؤ قوت کا تعدد جسم کے طبیعی تعدد کے قریب ہوتا جاتا ہے۔ گمک واقع ہوتی ہے۔ گمک کی حالت میں حیطہ ارتعاش بہت بڑا ہو جاتا ہے۔

1.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- موسیقی حرکت: ہر حرکت جو خود کو مسلسل دہراتی ہے موسیقی حرکت کہلاتی ہے۔
- ہرمونکس (Harmonics): 'n' کی ایک سے اونچی قیمتوں کے تعددوں کو سرتیاں (Harmonics) ہے۔
- وقت دوران: ایک اہتزاز کو مکمل کرنے کیلئے درکار وقت دوران (T) کہا جاتا ہے۔

1.10 نمونہ امتحانی سوالات (Sample Questions for Examination)

1.10.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer type Questions)

1. ہرٹز (Hertz)..... کی اکائی ہے۔
2. وہ وقفہ جس کے دوران حیطہ ارتعاش گھٹ کر اپنے ابتدائی حیطہ ارتعاش کا $\frac{1}{e}$ ہو جاتا ہے۔
3. قصری رقاص کو بیان کیجئے۔
4. سادہ موسیقی حرکت کی تفرقی مساوات ---------- ہے۔
5. سادہ موسیقی حرکت کو بیان کیجئے۔
6. گمک کو بیان کیجئے۔
7. موسیقی حرکت کو بیان کیجئے۔

1.10.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer type Questions)

1. موسیقی حرکت اور سادہ موسیقی حرکت میں تمیز کیجئے۔

2. مساوات $x = A\cos(\omega t + \delta)$ میں A، ω اور δ کی طبیعت کے اہمیت کو سمجھائے۔

3. قصری موسیقی اہتزازوں کی صورت میں بہت زیادہ قصری (Over damped) اور فاصل قصری (Vertically dumped) اہتزازوں میں تمیز کیجئے۔

4. گمکی تعدد سے کیا مراد ہے؟ کیا یہ غیر قصری طبعی تعدد کے بالکل برابر ہوتا ہے؟ اور اگر نہیں تو کیا وہ غیر قصری طبیعی تعدد کے قریب تر ہوتا ہے۔

1.10.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer type Questions)

1. سادہ موسیقی حرکت کی تفرقی مساوات کو وضع کیجئے اور اس کا حل حاصل کیجئے۔

2. ایک قصری رقاص کے لیے اس شرط کو اخذ کیجئے۔ جس پر حاصل حرکت اہتزازی ہو جائے۔ حیطہ ارتعاش اور تعدد پر کیا اثر ہوتا ہے۔

1.10.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Questions)

1. ایک ذرہ جس کی کمیت 15gm ہے۔ محور-x پر سادہ موسیقی حرکت کر رہا ہے۔ اس کا حیطہ ارتعاش 5Hz ہے اور ایک وقت 't' کا پر اپنے مقام توازن ہے 10cm فاصلے پر ہو تو ذرے کے مقام کی مساوات لکھئے جب کہ 0.05 حرکت کے ایک سائیکل کو ختم کرنے لئے دو سیکنڈ لیتا ہے۔

2. ایک گھر کے چرخ توازن (Balance Wheel) کا زوائی تعد π ریڈنس اور وقت دوران 0.5sec ہے۔ (a)۔ اعظم زاوی رفتار، (b)۔ زاوائی رفتار جب کہ نقل مکان حیطہ ارتعاش کا نصف ہو (c)۔ 45^0 کے نقل مکان پر اس کا زاوی اسراع دریافت کیجئے۔

(جواب: (a)۔ 40 ریڈیانس فی ثانیہ (b)۔ 34 ریڈیانس فی ثانیہ (c)۔ 120 ریڈیانس فی ثانیہ)

اکائی2۔ دو ہم خط موسیقی اہتزاز کا انطباق

(Superposition of two linear Harmonic Oscilation)

اکائی کے اجزا

2.0 تمہید

2.1 مقاصد

2.2 خطیب اور اصول انطباق

2.3 مساوی تعدد والے اہتزازات کا انطباق

2.4 مختلف (یا غیر مساوی) تعدد والے اہتزازات

2.5 حل شدہ مثالیں

2.6 اکتسابی نتائج

2.7 کلیدی الفاظ

2.8 نمونہ امتحانی سوالات

2.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات

2.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات

2.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات

2.8.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات

2.0 تمہید (Introduction)

امواج بنیادی طور پر اہتزازی حرکت کی مثال ہے۔ چاہے وہ ریڈیو کی موجیں ہو، یانور کی موجیں ہوں یا پھر پانی کی موجیں ہوں۔ اہتزاز یا ارتعاش، ہر وہ حرکت ہے جو کہ مخصوص وقفہ کے بعد اپنے آپ کو دہراتی ہو۔

جب کوئی موج کسی واسطے سے گزرتی ہے، تو وہ اس واسطے کے ہر ذرے میں نقل میدان پیدا کرتی ہے۔ فرض کیجئے کہ کسی واسطے سے ایک ہی وقت میں دو یا دو سے زائد موجیں گزر رہی ہوں تو کیا ہو گا؟ واسطے کے ایسے حصہ میں جہاں یہ موجیں وقت واحد گزر رہی ہیں اور ایکساتھ عمل کر رہے ہیں وہاں وہ ایکدوسرے سے مداخلت کریں گی۔ یعنی واسطے سے اس حصہ میں ہر ذرے میں ان تمام موجوں کی وجہ سے نقل میدان پیدا ہو گا اور جملہ یا حاصل نقل مکان ان تمام انفرادی موجوں کے نقل مکانوں کا سمتی مجموعہ ہو گا۔ یہی اصول انطباہے۔

آیئے اب ہم اصول انطباق کو سمجھیں گے اور اس کے الطاقات پر نظر ڈالینگے۔

2.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم موجوں سے متعلق اصول انطباق کو سمجھیں گے اور ہمارا مقصد اصول انطباق کی چند مثالوں جیسے تداخل، ضربیں وغیرہ پر تفصیلی بحث کرنا ہے۔

2.2 خطیب اور اصول انطباق (Linearity and Principle of Interference)

اصول انطباق کے اطلاق کی ضروری شرط خطیب(Linearity) ہے۔ یعنی موجی حرکت کو بیان کرنے والی مساواتیں خطی مساواتیں(Linear equations)ہونی چاہئے۔

خطی مساواتیں:

ایک عام خطی تفریقی مساوات جسکی ترتیب(Order)'n' ہے اسکو اسطرح ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \text{---} + a_0(x)y = 0$$

اس مساوات میں 'n' Solutions،Linearly independent ہے۔ ان سب حلوں(Solutions) کا مجموعہ بھی اس مساوات کا حل ہو گا۔ فرض کیجئے کہ اوپر دی گئی مساوات کے حل $y_1(x), y_2(x) \text{---} y_n(x)$ ہیں تو ان کا مجموعہ Linear Combination ہو گا۔

$$y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) + \text{----} + c_n y_n(x)$$

اسے خطی انطباق(Linear Superposition) کہتے ہیں اور یہ بھی دی گئی مساوات کا حل ہو گا۔

ایسی موجیں جنکی حرکت غیر خطی مساوات طئے کرتی ہے ان پر اصول انطباق کا اطلاق نہیں ہو گا۔ خطی اور غیر خطی موجوں کی چند مثالیں مندرجہ ذیل ہیں۔ برقی اور مقناطیسی، لچکدار اور آواز کی موجیں خطی مساوات کی مثالیں ہیں اور ان پر اصول انطباق کا اطلاق ہو گا۔ Shock Waves غیر خطی مساوات کی مثال ہے۔ اس لئے اس پر اصول انطباق کا طلاق نہیں ہو گا۔

اصول انطباق:

اصول انطباق کے مطابق اگر کسی واسطے سے بیک وقت دو یا دو سے زائد موجیں گزرتی ہیں تو واسطے کا حاصل نقل مکان واسطے کے تمام ذروں کے انفرادی نقل مکانوں کا سمتی مجموعہ ہو گا۔ انفرادی نقل مکان سے مبداہ وہ نقل مکان ہے جب کہ واحد موج واسطے سے گزر رہی ہو۔

فرض کیجئے کہ $y_1, y_2, y_3, y_4 - - - -$ موجوں کے انفرادی نقل مکان ہے تو اصول انطباق کے مطابق حاصل نقل مکان(Resultant displacement)'y' یہ ہو گا۔

$$y = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 - - - -$$

یہاں پر اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اصول انطباق کی مدد سے کسی بھی مشکل یا پیچیدہ(Complex wave form)موجی حرکت کو ہم آسانی کے ساتھ سادہ موجوں کے جمع کے طور پر ظاہر کر سکتے ہیں۔ جب کسی واسطے سے کئی موجیں گزرتی ہیں تو مندرجہ ذیل ممکنہ صورتیں ہو سکتی ہیں۔

مثال کے طور پر موجوں کی تعداد مساوی ہو سکتی ہے، یا غیر مساوی ہو سکتی ہے، یا موجیں ایک ہی سمت میں یا مخالف سمت میں سفر کر سکتی ہیں۔ آئیں اب ہم آسول انطباق کے مختلف اقسام(Cases)پر تفصیلی بحث کرینگے۔

2.3 مساوی تعدد والے اہتزازات کا انطباق (تداخل)

(Interference of Vibrations of equal frequency)

فرض کیجئے کہ دو سادہ موسیقی موجیں ایک ہی سمت میں کسی واسطے میں سفر کر رہی ہیں۔ ان موجوں کی حرکت کو نیچے دی گئی مساواتوں سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

$$y_1 = A_1 \sin \omega t \qquad \text{----------(1)}$$

$$y_2 = A_2 \sin(\omega t + \delta) \qquad \text{----------(2)}$$

اوپر دی گئی مساواتوں سے پتہ چلتا ہے کہ دونوں موجوں کا تعدد مساوی ہے لیکن حیطہ A_1 اور A_2 ہیں اور ان میں انصراف ہئیت δ ہے۔

ان موجوں کے انطباق کو موجوں کا تداخل کہتے ہیں۔ جسکو شکل(1.1)میں دکھایا گیا ہے۔ اصول انطباق کے مطابق کسی بھی دیئے گئے وقت پر ان دونوں موجوں کا حاصل نقل مکان $y = y_1 + y_2$ ہو گا۔

$$y = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin(\omega t + \delta)$$

$$= A_1 \sin \omega t + A_2[\sin \omega t \cos \delta + \cos \omega t \sin \delta] \quad \text{--------(3)}$$

$$y = (A_1 + A_2 \cos \delta) \sin \omega t + A_2 \cos \omega t \sin \delta$$

اگر ہم مان لیں گے

$$A \cos \emptyset = A_1 + A_2 \cos \delta \quad \text{----------(4)}$$

$$A \sin \emptyset = A_2 \sin \delta \quad \text{----------(5)}$$

یہاں A اور $\emptyset$ مستقل ہے۔

مساواتوں (4) اور (5) کی مدد سے مساوات (3) کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

$$y = A \cos \emptyset . \sin \omega t + A \sin \emptyset \cos \omega t$$

$$y = A \sin(\omega t + \emptyset) \quad \text{-------(6)}$$

مساوات (6) سے پتہ چلتا ہے کہ حاصل نقل مکاں 'y' بھی ایک سادہ موسیقی حرکت ہے جسکا تعدد ω' ہے جو کہ ابتدائی موجوں کے برابر ہو گا۔ جسکا حیطہ اور انصراف ہئیت 'A' اور $\emptyset'$ ہیں۔

اب ہمارا مقصد 'A' اور $\emptyset'$ کی مقدار معلوم کرنا ہے۔ مساواتوں (4) اور (5) کو جوڑ کر Square کریں تو 'A' کی مقدار حاصل کر سکتے ہیں۔

$$A^2(\cos^2 \emptyset + \sin^2 \emptyset) = (A_1 + A_2 \cos \delta)^2 + {A_2}^2 \sin^2 \delta$$

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2 \cos \delta \quad \text{--------(7)}$$

یہاں پر ہم یہ دیکھ سکتے ہیں کہ حاصل حیطہ ابتدائی موجوں کے حیطہ A_1، A_2 اور انکے انصراف ہئیت δ پر منحصر کرتا ہے۔ ہئیت $\emptyset'$ کی مقدار اس طرح معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\frac{A \sin \emptyset}{A \cos \emptyset} = \frac{A_2 \sin \delta}{A_1 + A_2 \cos \delta}$$

$$\tan \emptyset = \frac{A_2 \sin \delta}{A_1 + A_2 \cos \delta} \quad \text{--------(8)}$$

آیئے اب ہم ہئیت δ کی چند مخصوص صورتوں پر غور کرتے ہیں۔

صورت (i): فرض کریں کی دونوں موجیں ہم ہئیت ہیں یعنی $\delta = 0$ اس صورت میں حاصل حیطہ ہو گا۔

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2 \cos O^0$$

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2 \quad (\because \cos 0^0 = +1)$$

$$A = (A_1 + A_2) \quad \text{--------(9)}$$

یعنی حاصل حیطہ دونوں موجوں کے انفرادی حیطوں کا مجموعہ ہو گا اور حیطہ کی مقدار سب سے زیادہ ہو گی۔ اس صورت میں دونوں موجوں میں تعمیری تداخل ہو گا۔

صورت(ii): اس صورت میں دونوں موجوں میں اختلاف ہئیت ہو گا۔ یعنی $\delta = 180^0$ حاصل حیطہ ہو گا۔

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2 \cos 180^0$$

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 - 2A_1A_2 \quad (\because \cos 180^0 = -1)$$

$$A = (A_1 - A_2) \quad \text{-------(10)}$$

یعنی حاصل حیطہ موجوں کے حیطہ کا فرق ہو گا اور مقدار قلیل ترین ہو گی اور موجوں میں تخریبی تداخل ہو گا۔

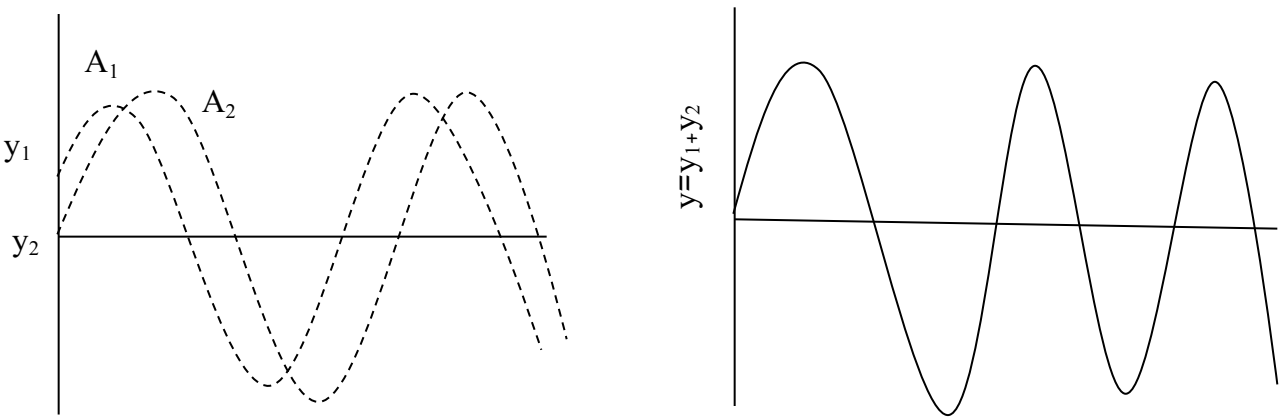
اوپر دی گئی دونون صورتوں کو شکل(1.2(a)) اور (1.2(b)) میں دکھایا گیا ہے۔

آیئے اب دیکھتے ہیں کہ اوپر غور کی گئی صورتوں میں اگر دونوں موجوں کا حیطہ مساوی $(\mathrm{A} = \mathrm{A_1} = \mathrm{A_2})$ ہو تو حاصل حیطہ کیا ہو گا۔

اگر $\delta = 0$ ہو تو حاصل حیطہ $A + A = 2A$ ہو گا۔ یعنی ابتدائی حیطہ کا دگنا ہو گا۔

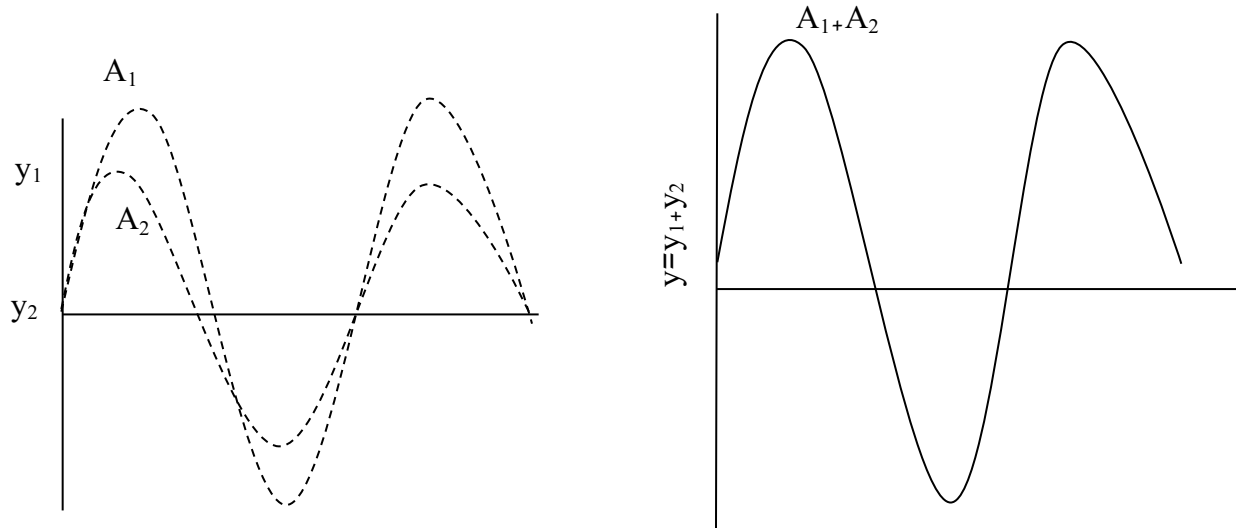
اور اگر $\delta = 180^0$ ہو تو حاصل حیطہ $A - A = 0$ ہو گا۔ یعنی حاصل حیطہ صفر ہو گا۔

اوپر ہم نے مساوی تعدد والی دو موجوں کا انطباق یعنی تداخل پر غور کیا اور اسکی مختلف صورتوں پر بحث کی۔

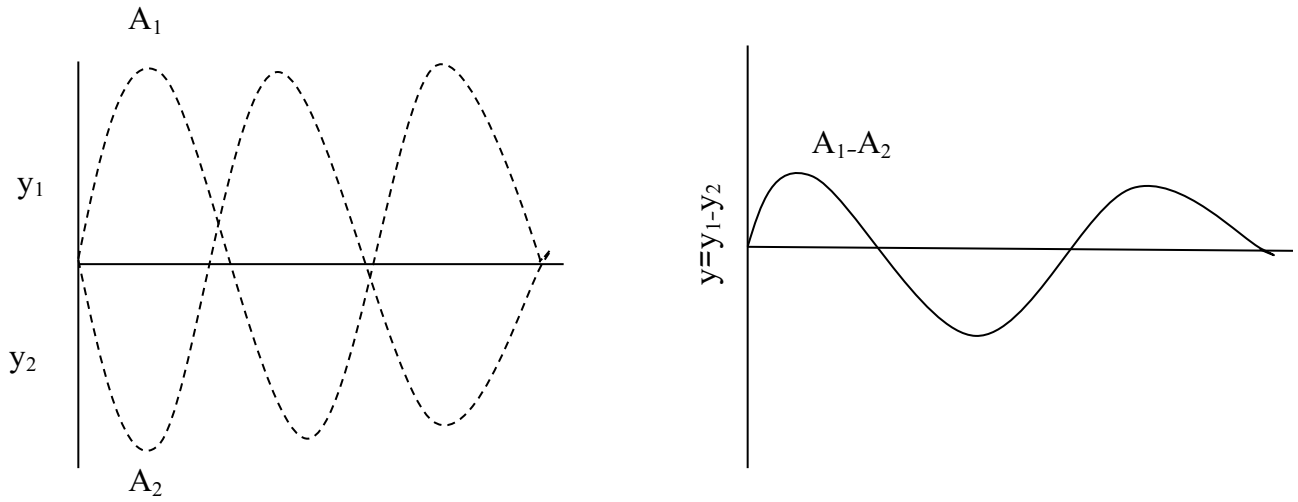


مساوی تعدد والی دو موجوں y_1 اور y_2 کا انطباق (تداخل)

شکل (2.1)



شکل((2.2(a)مساوی تعدد اور ہم ہیئت $\delta = 0^0$ والی دو موجیں کا انطباق



شکل((2.2(b)مساوی تعدد اور اختلاف ہیئت $\delta = 180^0$ والی دو موجوں کا انطباق

شکل(2.2)

2.4 مختلف (یا غیر مساوی) تعدد والے اہتزازات (ضربیں) (Vibrations of Equal Frequency)

اب ہم ایسی موجوں کے انطباق پر بحث کریں گے جنکی تعدد میں معمولی سا فرق ہے۔ فرض کیجئے کی دو موجوں (مثال کے طور پر آواز کی موجیں) جن کے تعد میں معمولی (خفیف) سا فرق ہے۔ کسی واسطے میں ایک ہی سمت میں سفر کر رہی ہیں۔ ان موجوں کا حیطہ مساوی ہے، جب یہ ایکدوسرے پر منطبق ہوتے ہیں تو حاصل حیطہ متبادل طور پر اقل ترین اور عظیم ترین ہو گا۔ اس وجہہ سے آواز کی حدت

(Intensity) جو حیطہ کا مربع ہوتی ہے وقت کے ساتھ بڑھتی اور گھٹتی ہے ۔ حد تک بڑھنے اور گھٹنے کی ویکسنگ(Waxing) اور وینینگ(Wanning) کہتے ہیں۔ اس مظہر کو ضربیں(Beats) کہا جاتا ہے۔ یعنی ایک ضرب ایک Waxing(بڑھنا)اور ایک Waning)(گھٹنا) سے بنتی ہے اور ایک سکنڈ میں ہونے والیWaxingاورWanningکی تعداد کو ضربوں کا تعدد کہتے ہیں جو کہ دونوں موجوں کے تعددوں کا فرق ہو گا۔

آیئے اب ہم ضربوں کے تعدد کی مساوات کو حاصل کرتے ہیں۔ فرض کیجئے کہ کسی واسطے سے دو موجیں ایک ہی سمت میں سفر کر رہی ہیں جیسا کہ شکل(2.3) میں دکھایا گیاہے۔ان موجوں کا حیطہ 'A' مساوی ہے اور تعددوں میں ذرا سا فرق ہے۔ دئے گئے وقت 't' پر ان موجوں کے نقل مکان کو مندرجہ ذیل مساواتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$y_1 = A \sin 2\pi n_1 t_1 \qquad \text{--------(1)}$$

$$y_2 = A \sin 2\pi n_2 t_2 \qquad \text{--------(2)}$$

n_1اور n_2موجوں کے تعداد ہیں

اصول انطباق کے مطابق کسی وقت 't' پر حاصل نقل مکان ہو گا۔

$$y = y_1 + y_2 = A \sin 2\pi n_1 t + A \sin 2\pi n_2 t$$

$$= 2A \sin 2\pi \left(\frac{n_1+n_2}{2}\right) t . \cos 2\pi \left(\frac{n_1-n_2}{2}\right) t$$

$$= 2A \cos 2\pi \left(\frac{n_1-n_2}{2}\right) t . \sin 2\pi \left(\frac{n_1+n_2}{2}\right) t$$

$$= a \sin 2\pi \left(\frac{n_1+n_2}{2}\right) t \qquad \text{---------(3)}$$

جہاں پر $a = 2A \cos 2\pi \left(\frac{n_1-n_2}{2}\right) t$

مساوات(3) سے پتہ چلتا ہے کہ حاصل موجوں کا تعدد $\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)$ جو کہ ان دونوں موجوں کا اوسط ہے اور حیطہ 'a' ہے۔ یہاں اس بات پر غور کریں کہ حیطہ 'a' وقت اور تعداد $\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)$ کے ساتھ بدلتا رہتا ہے۔

یہاں 'a' کی قدر عظیم ترین ہو گی جب $a = 2A$ ہو گا۔

یعنی $\cos 2\pi \left(\frac{n_1-n_2}{2}\right) t = \pm 1$

یا $2\pi \left(\frac{n_1-n_2}{2}\right) t = P\pi$ جہاں $P = 0, 1, 2 - - - -$

یا $t = \frac{P}{(n_1-n_2)}$

یہاں پر اگر $P = 0$ ہو تو $t = 0$ ہو گا۔ جو کہ پہلا اعظمات(First Maxima) کہلائے گا۔

اور اگر $P = 1$ ہو تو $t = \frac{1}{n_1 - n_2}$ ہو گا۔ جو کہ دوسرا اعظمات کہلائے گا۔

اور اسی طرح $n = \rho$ ہو تو $t = \frac{n}{n_1 - n_2}$ ہو گا۔ جو کہ n^{th} اعظمات کہلائیگا۔

حیطہ کی دو اعظمات کے درمیان کا وقفہ (time interval) $\frac{1}{n_1 - n_2}$ سیکنڈ ہو گا اور تعدد $(n_1 - n_2)$ ہو گا۔

اسی طرح حیطہ 'a' کی قیمت اقل ترین ہو گی اگر $\cos 2\pi \left(\frac{n_1 - n_2}{2}\right) t = 0$

یا $2\pi \left(\frac{n_1 - n_2}{2}\right) t = (2P + 1)\frac{\pi}{2}$

یا $t = \frac{(2\rho + 1)}{2(n_1 - n_2)}$

یہاں پر $P = 0$ ہو تو $t = \frac{1}{2(n_1 - n_2)}$

$P = 1$ ہو تو $t = \frac{3}{2(n_1 - n_2)}$

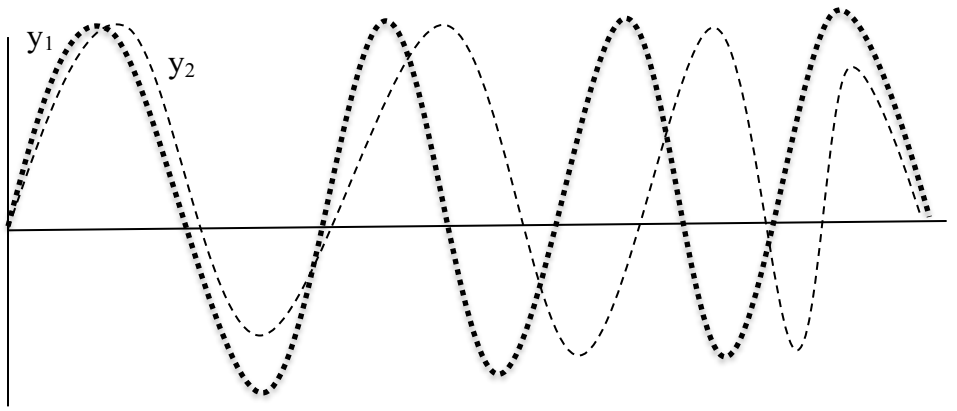
اور $P = 1$ ہو تو $t = \frac{(2n+1)}{2(n_1 - n_2)}$ ہو گا۔ جو کہ n^{th} اقلات کہلائیگا۔

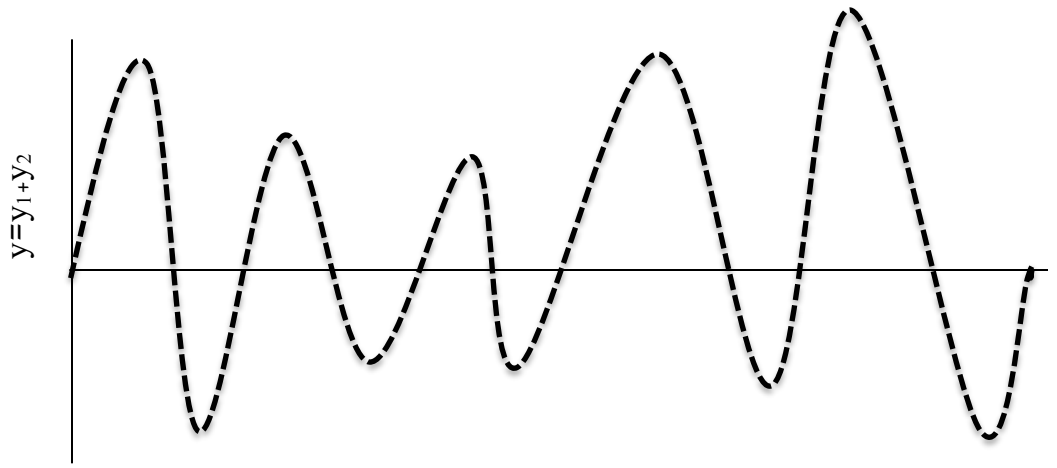
حیطہ کی دو اقلات کے درمیان کا وقفہ $\frac{1}{n_1 - n_2}$ سیکنڈ ہو گا اور تعدد $(n_1 - n_2)$ ہے۔ یہاں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ عظیم اور اقل ترین قیمتوں کے تعدد مساوی ہیں۔ اوپر ہم نے ثابت کیا کہ ضربوں کا تعدد انفرادی موجوں کے تعددوں کا فرق ہے۔

مثال کے طور پر اگر دو (Tuning forks) دو شاخہ جنکے تعدد 252 اور 256 ہیں۔ ان سے فی سیکنڈ پیدا ہونے والے ضربیں کی تعداد ہو گی۔

$$n = n_1 - n_2$$
$$= 256 - 252 = 4$$

اسکا مطلب فی سکینڈ 4 ضربیں سنائی دیں گی۔





دو موجوں کا انطباق جنکا حیطہ مساوی ہے اور تعدد میں خفیف سا فرق ہے (ضربیں)

شکل (2.3)

2.5 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

ایک تار مساوات $Y = 8 \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) \cos(30\pi)$ کے مطابق حرکت کرتا ہے جہاں 'X' اور 'Y' سم میں اور 't' Sec میں ہیں۔

(a)۔ ان موجوں کے ارتعاش کے حیطوں اور رفتار کو معلوم کیجئے جن کے انطباق سے یہ موج حاصل ہوئی۔

(b)۔ عقدوں کے درمیان فاصلے کو معلوم کیجئے۔

(c)۔ مقام $x = 3cm$ پر واقع تار کے ایک ذرے کی رفتار وقت $t = 1.5sec$ کے لئے معلوم کیجئے۔

حل: دو موجیں $y_1 = y_m \sin(Kx - \omega t)$ اور $y_2 = y_m \sin(Kx - \omega t)$

انطباق سے حاصل ہونے والی موج کی مساوات ہو گی۔

$$y = 2y_m \sin kx \cos \omega t$$

---- قیمتوں $y_m = 4 \;\; K = {}^{\pi}/_{4} \;\; \omega = 30\pi$

(a)۔ ہر موجی جز ترکیبی (Component wave) کا حیطہ ارتعاش $Y_m = 4cms$ ہوا۔

اور ہر ایک کی رفتار $Y = \frac{\omega}{K} = 120 \;\; {}^{cm}/_{sec}$ ہو گی۔

(b)۔ عقدوں کا درمیانی فاصلہ

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{K} = 4cm$$

(c)۔ ذرے کی رفتار

$$V = \frac{dy}{dt} = (2Ym \sin Kr)(\omega \sin \omega t)$$
$$V = \left(8 \sin {}^{\pi}/_{4.3}\right) \sin\left(A_0 \pi \, {}^{3}/_{2}\right) 3\pi$$
$$V = 0$$

2.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس کا اکائی میں ہم نے اصول انطباق کے بارے میں جانکاری حاصل کی اور ہم نے مساوی تعدد والی دو موجوں کا انطباق یعنی تداخل پر غور کیا۔ اسی طرح ہم نے دیکھا کی جب دو موجیں جنکی تعدد میں خفیف سا فرق ہے اور جب یہ ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں تو ضربیں ظہور میں آتی ہیں اور ضربوں کا تعدد دو موجوں کے انفرادی تعدد وں کا فرق ہوتا ہے۔

2.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

➢ **وضربیں(Beats):** آواز کی حدت(Intensity)جو حیطہ کا مربع ہوتی ہے وقت کے ساتھ بڑھتی اور گھٹتی ہے۔ حدت کے بڑھنے اور گھٹنے کی ویکسنگ(Waxing)اور وینینگ(Wanning)کہتے ہیں۔ اور اس مظہر کو ضربیں(Beats)کہا جاتا ہے۔

2.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

2.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. ضربیں(Beats)سے کیا مراد ہے۔
2. وینینگ(Wanning)کیسے کہتے ہے۔
3. ویکسنگ(Waxing)کیسے کہتے ہے۔
4. انطباق کو بیان کرو۔
5. خطیب اور اصول انطباق سے کیا مراد ہے۔

2.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1. مساوی تعدد والے اہتزازات کا انطباق پر نوٹ لکھیے۔
2. مختلف(یا غیر مساوی)تعدد والے اہتزازات کو سمجھایئے۔

2.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer Type Questions)

1. مساوی تعدد والے اہتزازات کا انطباق ضابطہ کو اخاذ کیجیے۔

2. مختلف (یا غیر مساوی) تعدد والے اہتزازات اخذ کیجیے۔

2.8.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک ہی تعدد کے ساتھ ایک ہی سمت میں سفر کرنے والی موجوں کے اتحادے حاصل ہونے والی موج کا حیطہ معلوم کیجئے جب کہ ان کے حیطہ ارتعاش اور تفاوت ہئیت $\pi/2\ radian$ ہے۔ جواب 10cm

اکائی 3۔ امواج

(Waves)

اکائی کے اجزا

3.0	تمہید
3.1	مقاصد
3.2	عمومی موجی مساوات اور اس کا حل
3.3	موجی مساوات کا سادہ موسیقی حل
3.4	متناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار
3.5	دونوں کناروں پر کسے ہوئے متناوتار کا ارتعاشی اسلوب
3.6	اوورٹونز اور ہارمونک
3.7	مقیم موجیں
3.8	حل شدہ مثالیں
3.9	اکتسابی نتائج
3.10	کلیدی الفاظ
3.11	نمونہ امتحانی سوالات
3.11.1	معروضی جوابات کے حامل سوالات
3.11.2	مختصر جوابات کے حامل سوالات
3.11.3	طویل جوابات کے حامل سوالات
3.11.4	حل شدہ جوابات کے حامل سوالات

3.0 تمہید (Introduction)

طبیعیات اور میکانیات میں سادہ موسیقائی حرکت (Simple Harmonic Motion) ایک خاص قسم کی دوری حرکت یا ارتعاش ہے جہاں پر بحالی قوت (Restoring Force)، ہٹاؤ کے راست متناسب ہوتی ہے اور اس ہٹاؤ کے مخالف سمت میں عمل کرتی ہے۔ سلیس الفاظ میں جب کوئی جسم اپنی وسطی جائے وقوع (Mean position) کے ارد گرد اس طرح حرکت کرتا ہے کہ اس کا اسراع، وسطی جائے وقوع سے ہٹاؤ کے راست متناسب ہو اور اس کی سمت ہمیشہ وسطی جائے وقوع کی طرف ہو تو اس کی حرکت کو سادہ موسیقیائی حرکت کہتے ہیں۔

3.1 مقاصد (Objectives)

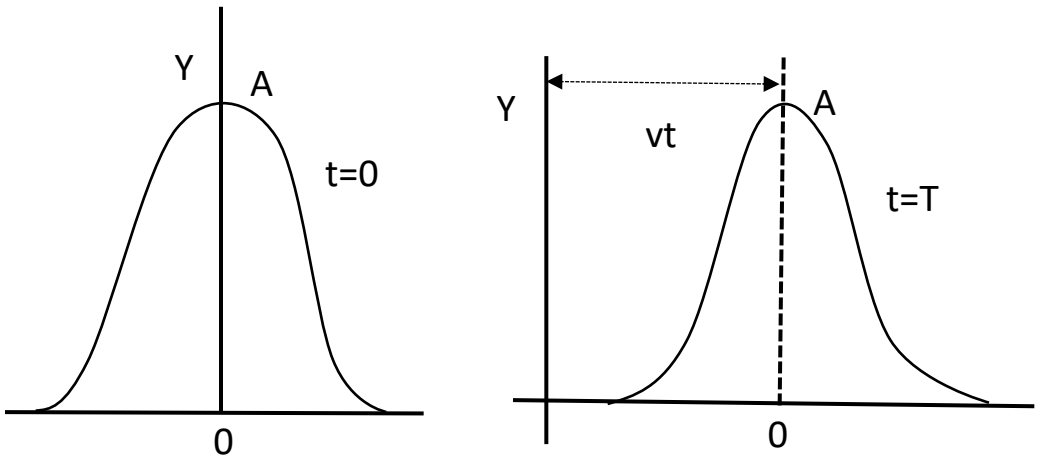
اس اکائی میں ہم مندرجہ ذیل کو سیکھے گے۔

- عمومی موجی مساوات اور اس کا حل
- متناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار
- اوورٹونز اور ہارمونک
- مقیم موجیں
- مقیم موجیں اور رواں موجیں

3.2 عمومی موجی مساوات اور اس کا حل (General Wave Equation and its Solution)

سب سے پہلے ہم موج کے لئے مساوات کو اخذ کریں گے اس مقصد کے لیے ہم واسطے میں ایک خط کو X- محور کی طور پر لیں گے اور اس خط کے عمود وار نقل مکان، رفتار، دباؤ وغیرہ کو ظاہر کریں گے۔ اسکی بہتر تفہیم کے لئے ہم مثال کے طور پر ایکس محور کی سمت میں پھیلی ہوئی رسی پر غور کرتے ہیں جو عرضی موجوں کی شکل میں سفر کر رہی ہیں۔ ان موجوں کے وقت t=0 کے مقام کو نیچے شکل میں دیکھ سکتے ہیں جہاں یہ نظر آنے والی جنبش y=f(x) سے حاصل ہوتی ہے جبکہ t=0 کے مقام پر ہوں

یہاں پر جنبش دائیں جانب سفر کر رہی ہے جس کی رفتار v ہے وقت t کے بعد یہ جنبش رفتار vt کو پہنچتی ہے جسے ہم شکل (3.1) میں دیکھ سکتے ہیں. یہ موج x اور t پر مشتمل ہے اس لیے ہم اس کو اس طرح y(x,t) لکھ سکتے ہیں. گیلیو استحالہ کی مدد سے ہم اسے مزید اس طرح لکھ سکتے ہیں وقت t پر موجود جنبش y=f(x)' اس طرح ہو گی اور اگر ہم اب گیلین استحالہ کو استعمال کرتے ہوئے x' کی قیمت لکھ سکتے ہیں جو $x' = (x - vt)$ ہو گی جہاں t وقت کو ظاہر کرتا ہے اور $y = f(x - vt)$ ہو گا۔ اگر یہ جنبش منفی x- محور کے سمت میں حرکت کر رہی ہے تب v کی قدر تبدیل ہو گی اور اسے ہم اس طرح $y = f(x + vt)$ لکھ سکتے ہیں۔



شکل(3.1)

موج اگر مثبت ایکس محور کے سمت میں حرکت کر رہی ہے تب مساوات اس طرح ہو گی $y(x,t) = f(x - vt)$ اور
موج اگر منفی x محور کی سمت میں حرکت کر رہی ہے تب مساوات کچھ اس طرح ہو گی

$$y(x,t) = f(x + vt)$$

اس طرح اگر موج مستقل رفتار v سے حرکت کر رہی ہے تب ایکس محور پر اس کو اس طرح ظاہر کیا جا سکتا ہے

$$y = f(x \pm vt) \quad \text{... ... ... 1}$$

اب ہم یہاں پر ہم ایک خاص صورت پر غور کریں گیں جہاں پر متغیر میں موسیقی تفاعل harmonic function پایا جاتا ہے.

$$y(x,t) = A_0 \sin[k(x - vt)]$$

اب ہم یہاں پر ایکس x کو $x + \left(\frac{2\pi}{k}\right)$ سے تبدیل کرتے ہیں تب ہمیں حاصل ہو گا

$$y(x,t) = A_0 \sin\left[k\left(x + \frac{2\pi}{k} - vt\right)\right]$$
$$y(x,t) = A_0 \sin[k(x - vt) + 2\pi]$$
$$y(x,t) = A_0 \sin[k(x - vt)]$$

اس طرح x کو $x + \frac{2\pi}{k}$ سے تبدیل کرنے پر y کی قدر تبدیلی نہیں ہوتی ہے اس کو ہم دوسرے الفاظ میں اس

طرح لکھ سکتے ہیں $\lambda = \frac{2\pi}{k}\ or\ k = \frac{2\pi}{\lambda}$

یہاں k کو موجی عدد Wave Number کہتے ہیں.

مساوات ایک $y = f(x \pm vt)$ کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں

$$y = f(x \pm vt) \quad \text{.....2}$$

مساوات (2) کو ایکس کے لحاظ سے جزوی تفرقہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے ۔

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \pm f'(x \pm vt)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \pm f''(x \pm vt) \quad \text{.....3}$$

جہاں f' اور f''، $vt \pm x$ کے تفاعل ہیں

اسی طرح مساوات (2) کو وقت t کے لحاظ سے تفرقہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے .

$$\frac{\partial y}{\partial x} = vf'(x \pm vt)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 f''(x \pm vt) \quad \text{.....4}$$

مساوات تین اور مساوات چار سے $f'(x \pm vt)$ کی قدر کو درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \text{.....5}$$

اسے موجی مساوات کی تفرقی شکل کہتے ہیں ۔

3.3 موجی مساوات کا سادہ موسیقی حل

یہاں پر ہم ایک خاص صورت پر غور کریں گیں جہاں پر متغیر میں موسیقی تفاعل harmonic function پایا جاتا ہے. کسی واسطے کے ذرہ کا نقل مکان جو سادہ موسیقی حالت میں ارتعاش کر رہا ہے اس کا زاویائی تعدد ω ہوگا جس کو $A \sin \omega t\ or\ A \cos \omega t$ شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے. پچھلے حصے کا بھی ایک ذرہ سادہ موسیقی حرکت کرے گا اس ذرے کی سادہ موسیقی حرکت کو ہم اس طرح ظاہر کرسکتے ہیں $A \sin(\omega t - \emptyset)\ or\ A \cos(\omega t - \emptyset)$ اور یہ اس طرح ہوگا کہ

$$\emptyset \propto x \quad or \quad \emptyset = kx$$

جہاں k مستقبل کے راست متناسب ہوگا اور فاصلہ ایکس جو موج کے ذریعہ سفر کیا گیا ہے طول موج λ کے مساوی ہوگا اور زاویہ ہیئت $\emptyset\ is\ 2\pi$ ہوگا لہذا

$$2\pi = k\lambda \qquad or \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

سادہ موسیقی تفاعل کو ہم اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں

$$1 \ldots\ldots\ldots\ldots y(x,t) = A\sin[\omega t \pm kx] \quad or\ A\mathrm{cos}(\omega t \pm kx)$$

اب ہم مساوات ایک کی ایک ایک مختلف شکل پر غور کرتے ہیں جہاں پر ہم تفاعل $\sin[\omega t - kx]$ لیں گے تب ہمیں کچھ اس طرح حاصل ہو گا

$$y(x,t) = A\sin[\omega t - kx]$$

ہمیں معلوم ہے کہ $\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$ جہاں تعدد n ہیں اور وقت دوراں T ہے اور $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (موج طول λ)

$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi X}{\lambda}\right]$$

$$2 \ldots\ldots\ldots\ldots y(x,t) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

مساوات 2 کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں

$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda t}{T} - x\right)\right]$$

$$tv = n\lambda = \frac{\lambda}{T}$$

$$3 \ldots\ldots\ldots\ldots y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)\right]$$

مساوات (2) اور مساوات (3) سادہ موسیقی موجی مساواتوں کی متبادل شکل ہے

مختلف سادہ موسیقی حل اس طرح ہوں گے

$$A_1\sin(\omega t - kx)$$

$$A_2\sin(\omega t + kx)$$

$$B_1\mathrm{Cos}(\omega t - kx)$$

$$B_2 \operatorname{Cos}(\omega t + kx)$$

(General solution)عمومی میں حل:-

عمومی سادہ موسی حل کو اس طرح لکھ سکتے ہیں

$$4\ldots\ldots\ldots A_1 \sin(\omega t - kx) + A_2 \sin(\omega t + kx) + B_1 \cos(\omega t - kx) + B_2 \cos(\omega t + kx)$$

ذراتی رفتار اور نقل منحنی کی ڈھلوان کے درمیان رشتہ:

(Relation between particle velocity and slope of displacement curve)

کسی دیئے گئے لمحہ کے لیے زرہ کا نقل مکان ہو گا

$$y(x,t) = A \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

ذرے کی رفتار $\frac{dy}{dt}$ ہو گی

$$\frac{dy}{dt} = A\frac{2\pi}{T}\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

منحنی $\frac{dy}{dx}$ کی ڈھال ہو گی

$$\frac{dy}{dt} = A\left(-\frac{2\pi}{\lambda}\right)\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$\frac{Particle\ velocity}{Slope} = \frac{dy/dt}{dy/dx}$$

$$\frac{Particle\ velocity}{Slope} = \frac{2\pi/T}{-2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T}$$

$$\frac{Particle\ velocity}{Slope} = -Wave\ velocity$$

منفی موجی رفتار = رفتار کی زرہ ڈھال

اس طرح

$$Particle\ velocity = Wave\ velocity \times Slope\ of\ the\ displacement\ curve$$

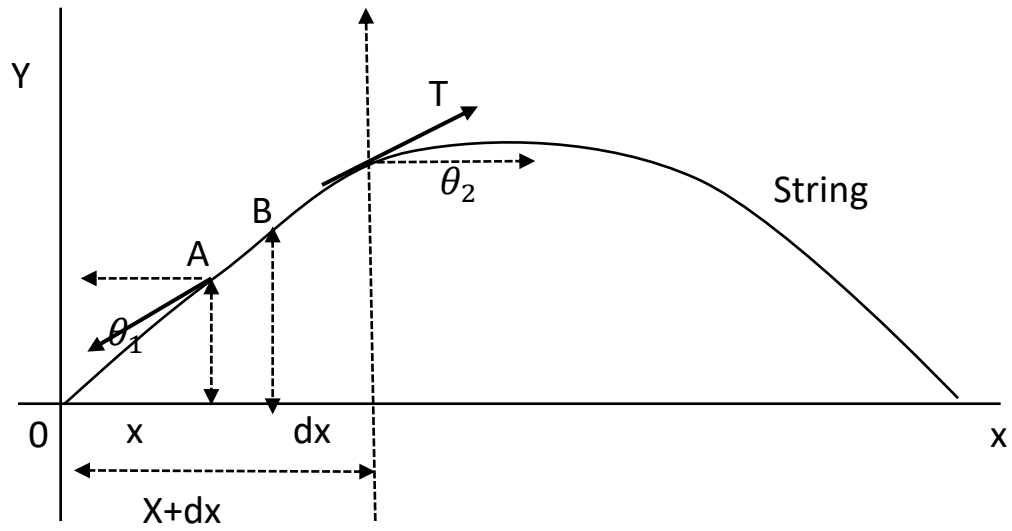
نقلی منحنی کی ڈھلوان × موجی رفتار = ذرہ کی رفتار

3.4 متناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار

(Velocity of a Transverse Wave along a Stretched String)

ایک مثالی تار مکمل طور پر لچک دار ہموار اور پچیلا ہوتا ہے جس ک طول اس کے قطر کے مقابلے میں کافی طویل ہوتا ہے۔ جب کسی تار کو دو نقاط کے درمیان کس کے لگایا جاتا ہے اور اس تار میں عرضی ارتعاش کو ترتیب دیا جاتا ہے تب تناؤ کے سبب جب تارے واپس اپنے اس مقام پر آتا ہے پر جمود کے سبب یہ واپس پھر دورہ جاتا ہے اس طرح اس تار میں عرضی ارتعاش ترتیب پاتا ہے۔

اب ہم متناوتار کے ساتھ عروضی موج کے لیے موجوی مساوات کو اخذ کریں گے۔ اس مقصد کے لیے ہم ایک تار کا چھوٹا سا AB حصہ لیں گے جس کا طول dx ہیں جو مختصات x اور x+dx کے درمیان ہے جسے ہم شکل میں دیکھ سکتے ہیں



شکل (3.2)

اب ہم فرض کرتے ہیں کہ وقت t پر فاصلہ y ہے اور ان کے زاویے $\theta_1 and \theta_2$ ہیں اور تناؤ کے اجزاء جو A اور B کے درمیان افقی اور عمودوار سمت میں ہے وہ یہ ہوں گے۔ اور جو اجزاء عمودی سمت میں ہیں وہ $Tcos\theta_1$ ہوں گے اور جو اجزاء عمودی سمت میں ہیں $Tsin\theta_1$ ہیں اسی طرح وہ اجزاء جو مقام B پر افقی اور عمودی وار سمت میں ہیں وہ، $Tcos\theta_2 \ and \ Tsin\theta_2$ اہوں گیں۔ اجزا $Tcos\theta_1 \ and \ Tsin\theta_1$ اء یہ ایک دوسرے کے تقریبا مساوی اور متوازن ہوتے ہیں نتیجتا عمودی قوت جو اوپر کی سمت میں ہو گی وہ یہ ہو گی۔

$$1 \ldots\ldots\ldots F_y = Tsin\theta_2 - Tsin\theta_1 = Tsin\theta_2 - sin\theta_1$$

کیوں کہ نقل مکان A,B بہت قلیل ہے لہذا اور زاویہ بھی بہت چھوٹے $\theta_1 and \ \theta_2$ ہونگے۔

$$sin\theta_1 \approx tan\theta_1 \approx \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x$$

$$sin\theta_2 \approx tan\theta_2 \approx \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx}$$

$$2 \ldots\ldots\ldots F_y = T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x\right]$$

ٹیلر سلسلہ کو ہم استعمال کرتے ہوئے اس طرح پھیلا سکتے ہیں۔

$$f(x+\Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{f''(x)\Delta x^2}{2!} + \cdots$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)dx + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^3}\right)\frac{\Delta x^2}{2} + \cdots$$

Negative high power, we have

$$3 \ldots\ldots\ldots \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)dx$$

مساوات (2) اور مساوات (3) سے کی قدر کو درج کرنے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔

$$F_y = T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_x - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x\right]$$

$$4 \ldots\ldots\ldots\ldots F_y = T\left[\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_x\right]$$

جہاںm تار کے فی اکائی طول کی کمیت ہے اور جز A اور B کی کمیت mdx ہو گی اس طرح اوپر سمت میں عمل کرنے والی قوت یہ ہو گی۔

$$5 \ldots\ldots\ldots\ldots F_y = mass \times acceleration = (mdx)\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)$$

جہاں $\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)$ اسراع ہے۔

مساوات (4) اور مساوات (5) کا تقابل کرنے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے

$$(mdx)\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = T\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)dx$$

$$6 \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = \frac{T}{m}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)$$

اس طرح موجی حرکت کی تفرقی مساوات ہو گی۔

$$7 \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = v^2\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)$$

مساوات 6 اور سات سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$v^2 = \frac{T}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

یہ ہمیں تار کے (7) موجود عارضی موج کی رفتار کو بتلاتی ہے۔

سرحد پر انعکاس سرحدی شرط(Reflection at boundaryBoundary condition):اب ہم ایک خاص صورت کا یہاں ذکر کرتے ہیں جس میں ایک متناو تار ہے جس پر تناؤT ہے۔جو غیر لچکدار اور سخت کی کناروں سے جڑا ہے جو x=0,x=l ہے جہاں l تار کا طول ہے. فرض کرتے ہیں کہ ایک عرضی موج تار کے ساتھ سفر کر رہی ہے. یہاں پر ہمارا مقصد ہے کہ اس چیز کو بتلائے کہ جب متناو تار میں حرکت کرتے ہوئے جنبش دو سرِ کنارے کو پہنچتی ہے تب کیا ہوتا ہے اس کو ظاہر کرنا ہے۔

ہمیں معلوم ہے کہ موجیں مساوات کا حل کچھ اس طرح ہے

$$y(x,t) = f_1(vt - x) + f_2(vt + x)$$

جہاں پر $f_1(vt - x)\ and\ f_2(vt + x)$ مکمل طور پر $(vt - x)\ and\ (vt + x)$ کے تعسّفی تفاعلات Arbitrary Functions ہیں۔ متن او تار کی صورت میں ہم سرحدی شرائط آئے کرنے پر دو تفاعلات تعسّفی Arbitrary نہیں رہتے ہیں۔

تار کے بائیں کنارے پر x=0,y=0

$$f_1(vt) + f_2(vt) = 0 \Rightarrow f_1(vt) = -f_2(vt)$$

یہاں ہم کو پتہ چل رہا ہے کہ دونوں تفاعلات ایک جیسے ہیں لیکن ان کی علامتیں الٹی ہیں۔اس طرح ایک عمومی اظہار جو عرضی نقل مکان کو تار پر کسی بھی نقطے پر بتلاتا کچھ اسے ہم کچھ اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$y = f_1(vt - x) + f_2(vt + x) \quad \text{.....8}$$

مساوات دو ہمیں بتلاتی ہے کہ موج $f_1(vt - x)$ جو دائیں جانب سفر کر رہی ہے اور اسی طرح کی اور ایک موج $f_1(vt + x)$ یہ ہمیں بتلاتی ہے کہ موج بائیں جانب سفر کر رہی ہے تار کے ساتھ کسی نقطے پر نقل مکان دراصل مساوی ہوتا ہے ان دو موجوں کے نقل مکان کی مساوی ہوتی ہے۔ من عکس ہونے والی موج کی ہیئت ہمیشہ ٹکرانے والی موج کے 180 کے زاویے میں ہوتی ہے۔اس طرح اس راستے پر سفر کرنے والی موج دائیں جانب جاکر کنارے سے ٹکرا کر واپس ہوتی ہے اور پھر اس طرح کی شکل بائیں جانب کی جانب بھی سفر کرتی ہے۔اس طرح مسلسل یہ انعکاس کا عمل جاری رہتا ہے۔اس طرح یہ حرکت میں تار آزادانہ طور پر امتیاز کرتا ہے اس طرح یہ دوری حرکت بن جاتی ہے-سخت غیر لچکدار سرحد کے سبب یہ دوریت ظاہر ہوتی ہے. اور سرحدی شرائط یہ ہیں۔

$$y = 0\ \ at\ \ x = 0\ \ at\ all\ time\ t$$

$$y = 0\ \ at\ \ x = l\ \ at\ all\ time\ t \quad \text{.....9}$$

3.5 دونوں کناروں پر کسے ہوئے متناو تار کا ارتعاشی اسلوب

(Modes of Vibration of Stretched String Clamped at both the ends)

یہاں پر ہم موجی مساوات کا بہت عمومی سادہ موسیقی حل پر غور کریں گے جب کے تار کی لمبائی l ہیں اور کمیت فی اکائی طول m جبکہ اس کا تناؤ T ہے۔

موجی مساوات کا عمومی حل

$$y = A_1 \sin(\omega t - kx) + A_2 \sin(\omega t + kx) + B_1 \cos(\omega t - kx) + B_2 \cos(\omega t + kx) \quad \ldots 1$$

جہاں پر A_1, A_2, B_1, bB_2 تعسفی arbitrary مستقل ہے کیوں کہ تار دونوں جانب سے بہت سختی سے اور غیر لچکدار طور پر لگا ہوا ہے اس لیے یہاں پر حسب ذیل حدودی شرائط ہوں گے۔

$$y = 0 \;\; at \;\; x = 0 \;\; at \; all \; time \; t$$
$$y = 0 \;\; at \;\; x = l \;\; at \; all \; time \; t$$

مساوات ایک حدود شرائط 2a کا اطلاق کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے.

$$0 = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) + B_1 \cos(\omega t) + B_2 \cos(\omega t)$$

$$0 = (A_1 + A_2) \sin(\omega t) + (B_1 + B_2) \cos(\omega t)$$

$$\sin(\omega t) \neq 0 \;\; and \;\; \cos(\omega t) \neq 0$$

$$0 = (A_1 + A_2) \text{ and } (B_1 + B_2) = 0$$

چنانچہ

$$(A_1 = -A_2) \quad \text{and} \quad (B_1 = -B_2)$$

اس طرح مساوات ایک اس طرح بن جائے گی

$$y = A_1 (\sin(\omega t - kx) - \sin(\omega t + kx) + B_1 \cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)$$

$$\begin{aligned} y = A_1 (&\sin(\omega t) cos kx - cos\omega t \sin(kx) - (sin\omega t \cos(kx) + \cos(\omega t) sinkx \\ &+ B_1 [\{cos\omega t \; coskx + sin\omega t \; sinkx\} \\ &- \{cos\omega t \; coskx - sin\omega t \; sinkx\}] \end{aligned}$$

$$y = -2A_1 cos\omega t \; sinkx + 2B_1 sin\omega t \; sinkx$$

$$y = (-2A_1 cos\omega t + 2B_1 sin\omega t\ )sinkx$$

اس طرح حاصل ہونے والا حل دو چیزوں پر مشتمل ہوتا ہے ایک وقت t اور دوسرا x. اس طرح پہلی حدودی شرط مخالف سمت میں حرکت کرنے والی موجوں کو ساکن موج بنا دیتی ہے

اب ہم مساوات تین پر حدودی شرط b2 کا اطلاق کرتے ہیں $cos\omega t \neq 0\ and\ \ sin\omega t \neq 0$ چنانچہ

$$sinkl = 0$$

جو زاویہ k ,l یہ کا عمومی حل فراہم کرتی ہے جو یہ ہے۔

$$kl = n\pi \quad where\ \ n = 1,2,3, \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

چونکہ l مستقل ہے اور k الگ الگ قیمت کے سیٹ رکھتا ہے اسے آئی گن قیمت کہتے ہیں۔

$$k_n = \frac{n\pi}{l} \qquad where\ n = 1,2,3, \dots \dots$$

$$k_n = n\frac{v}{2l} \qquad where\ n = 1,2,3, \dots \dots$$

$$\left[\because \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{\lambda v} = \frac{2\pi\nu}{v} \quad or \quad \nu = \frac{kv}{2\pi}\right]$$

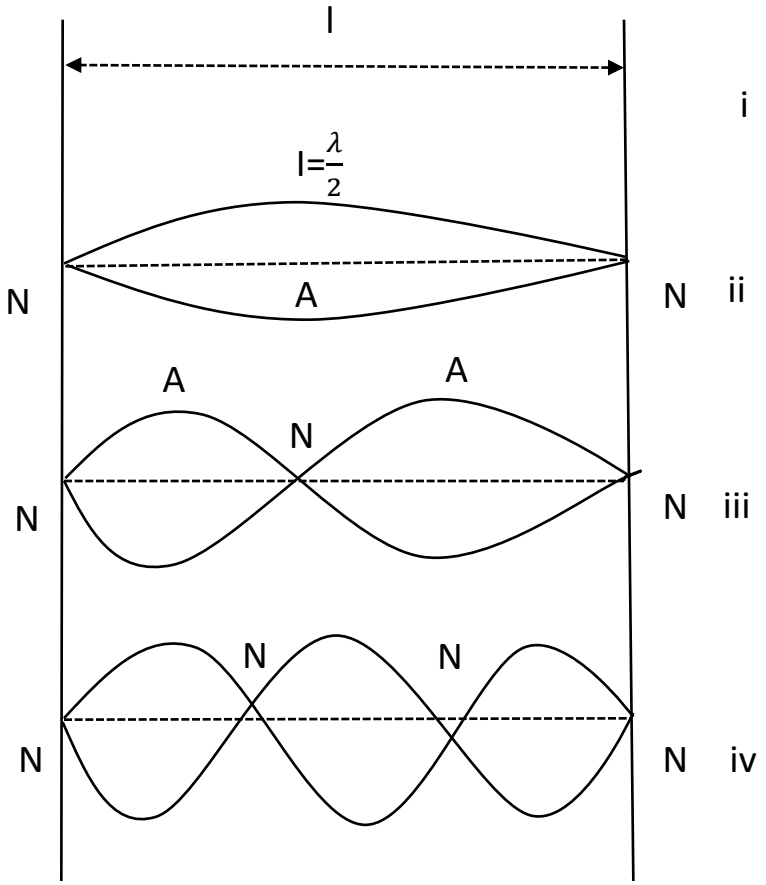
$$\nu = \frac{n\pi\nu}{2\pi l} = n\left(\frac{v}{2l}\right)$$

مساوات ان سے یہ واضح معلوم ہوتا ہے کہ تار مختلف آئی گن تعدد یا مخصوص تعدد رکھتا ہے۔ یہ مساوات ارتعاشات کے اسلوب کو بتلاتی ہے کہ جو n موسیقی تعدد رکھتے ہیں۔ جسے ہم شکل میں دیکھ سکتے ہیں۔

دونوں جانب کسے ہوا ں متناو تار کے ارتعاشات کے اسلوب

بنیادی تعدد جو n=1 یہ ہو گا

$$\nu_1 = \frac{v}{2l} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \qquad \because v = \sqrt{\frac{T}{m}}$$



شکل(3.3)

اور تعدد کا n موسیقی اسلوب ہو گا

$$\nu_n = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

3.6 اوورٹونز اور ہارمونک (Overtones and Harmonic)

جس طرح ہمیں شکل(3.3) میں نظر آرہا ہے ایسی ہی ایک صورت پر ہم غور کرتے ہیں جہاں ایک تار کو دو کناروں سے کسا گیا ہے اور رواں موجیں تار میں پیدا ہوتی ہیں اور دونوں جانب سفر کرتے ہیں کیونکہ اس تار کے دونوں کنارے کرتے ہوئے ہیں اس وجہ سے

اس میں نقل مکان نہیں ہوتا ہے اور موجوں کی ہیئت تبدیل ہوتی اور موجیں منعکس ہوتی ہیں۔ اس طرح ان موجوں میں تداخل ہوتا ہے اور ساکن موجیں وجود میں آتی ہے اور ارتعاشات کی تعدد کے لحاظ سے تار میں عقدے بنتے ہیں۔

جب تار درمیان سے پھیلا ہوا ہے تب ایسی صورت میں عقدے کناروں پر بنتے ہیں اور ضد عقدے درمیان میں رہتے ہیں اسے پہلا یا بنیادی ہارمونیک یا موسیقی کہتے ہیں جس کا تعدد V یہ ہو گا

$$\nu_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

تار اس طرح ہے کہ اس میں دو قطعہ ہم کو نظر آرہا ہیں۔ اس میں تین عقدے اور دو ضد عقدے تیار ہوتے ہیں۔ اس تعدد کو اس طرح معلوم کرتے ہیں اسے دوسرا ہارمونک یا موسیقی اور پہلا اورٹون کہتے ہیں۔

$$\nu_2 = \frac{2}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = 2\nu_1$$

ستار اس طرح مرتے ہو رہا ہے کہ میں تین قطعے بن رہے ہیں۔ اسے تیسرا ہارمونیک یا دوسرا اورٹون کہتے ہیں اس کے تعدد کو اس طرح معلوم کرتے ہیں

$$\nu_3 = \frac{3}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = 3\nu_1$$

اسی طرح اگر تار کے اندر چار قطعے بن رہے ہیں تب اس سے چوتھا ہارمونیک یا تیسرا اورٹون کہتے ہیں

$$\nu_4 = \frac{4}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = 4\nu_1$$

صورت میں متناوتار جو ہم رکھتے ہیں کچھ اس طرح ہو گا۔

$$\nu_1 : \nu_2 : \nu_3 : \ldots\ldots\ldots = 1 : 2 : 3 \ldots\ldots$$

اس طرح دونوں کناروں سے کسا ہوا تار کہ کئی ہارمونک ممکن ہے اور ان ہارمونک کا تعدد پہلے یا بنیادی ہارمونک کے کل مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

3.7 مقیم موجیں (Standing (stationary) Waves)

جب دو مساوی اور مماثل موج مخالف سمت میں خط مستقیم میں یکساں رفتار کے ساتھ سفر کرتے ہے اور ایک دوسرے کے اوپر مسلط ہو جاتی ہیں ایسی موجوں کو مقیم آج کہتے ہیں۔ انہیں مقیم کہنے کا ایک سبب یہ بھی ہے کہ ان میں توانائی بہتی نہیں ہے اور اس کے اندر چند ایسے مقامات ہوتی ہیں جو مستقل طور پر حالت سکون میں رہتے ہیں ان مقامی نقاط کو عقدے کہتے ہیں اور عقددوں کے درمیان ضد عقدے پائے جاتے ہیں جہاں پر نقل مکان اعظم ترین ہوتا ہے۔

متناو تار کے ساتھ مثبت ایکس محور کے سفر کرنے والی موج کی نقل مکانی مساوات یہ ہو گی

$$y_1 = Ae^{i(\omega t - kx)}$$

جہاں پر A موج کا حیطہ اور ω موج کا زاوئی تعدد ہے۔ یہ موجوں کسے ہوئے کنارے سے منعکس ہوتی ہے۔ فرض کرتے ہیں کہ B منعکس ہونے والی موج کا حیطہ ہے۔ تب مثبت ایکس سمت میں منعکس ہو کر سفر کرنے والی موج کا نقل مکان یہ ہو گا۔

$$y_2 = Be^{i(\omega t + kx)}$$

تار پر موجود کسی نقطے کا دونوں موجوں کے سبب نقل مکان کچھ اس طرح ہو گا

$$y = y_1 + y_2 = Ae^{i(\omega t - kx)} + Be^{i(\omega t + kx)}$$

وقت t کی تمام قدروں کے لئے سرحدی شرئط یہ ہو گی۔

$$y = 0 \quad at \quad x = 0 \quad and \quad x = l$$

سرحدی شرائط کی شرائط کا اطلاق کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$0 = Ae^{i\omega t} + Be^{i\omega t}$$

$$-A = B$$

$$Now \qquad y = y_1 - y_2 = Ae^{i(\omega t - kx)} - Be^{i(\omega t + kx)}$$

$$y = Ae^{i\omega t}[e^{-ikx} - e^{ikx}]$$

$$y = -2i\, Ae^{i\omega t}\left[\frac{e^{-ikx}}{2i} - \frac{e^{ikx}}{2i}\right]$$

$$\therefore \quad y = -2i\, Ae^{i\omega t}\, sinkx$$

یہ مقیم موج کی مساوات کو ظاہر کرتا ہے۔

یہاں پر ہم ایک اصطلاح $sinkx$ کو فرض کرتے ہیں۔جسکے $sinkx = \frac{\pi}{2}$

$$sinkx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \dots\dots\dots or \ \ where\ x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots (\because k = \frac{2\pi}{\lambda})$$

یہاں y کا نقل مقام آعظم ترین ہوتا ہے۔اس مقامی نقطے کو ضد عقدہ کہتے ہیں اور دو ضد عقدوں کا درمیانی فاصلہ یہ ہوتا ہے۔

$$\frac{\lambda}{2} = (\frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4})$$

جبکہ $sinkx = \pi, 2\pi, 3\pi \dots . or \ \ x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots\dots\dots$ پر y کی قدر اقل ترین ہوتی ہے۔ان نقاط کو عقدے کہتے ہیں۔دو متصلہ عقدوں کا درمیانی فاصلہ $\frac{\lambda}{2}$ ہوتا ہے۔ہر عقیدے پر دائیں اور بائیں جانے والی ہار مونک موج ختم ہوتی ہے اس سبب سے تار یہاں حرکت نہیں کرتا ہے اور نہ ہی توانائی یہاں سے گزرتی ہے اس طرح توانائی اس تار میں مقیم یا قائم رہتی ہے

مقیم موجیں	رواں موجیں
یہ موجیں کسی بھی سمت میں آگے نہیں بڑھتی ہیں	یہ مجھے متناہی رفتار کے ساتھ واسطے میں آگے بڑھتی ہیں
یہاں پر توانائی آگے کی جانب نہیں بڑھ سکتی ہے	یہاں پر توانائی موج کی سمت میں آگے کی جانب بڑھتی ہے
عقدوں کے علاوہ تمام ذرات واسطے میں سادہ موسیقی حرکت کرتے ہیں	تمام ذرات سادہ موسیقی حرکت کرتے ہیں
عقدے مستقل طور پر ساکن رہتے ہیں	موج کے اندر کوئی بھی ذرا مستقل طور پر ساکن نہیں رہتا ہے
اس میں تمام ذرات کی ہیئت ایک جیسی ہی رہتی ہے	اس میں امتیاز کرنے والے ذرات کی ہیئت تبدیل ہوتی ہے
تمام کے تمام ذرات دوری وقت کے اندر دو مرتبہ اپنے اوسط مقام کو یا اعظم ترین مقام کو یک وقت پہنچتے ہیں	تمام ذرات دوری وقت کے اندر اپنے اوسط مقام کو یا اعظم ترین مقام کو یک وقت نہیں پہنچتے ہیں

3.8 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

ثابت کرو کہ تار کے کسی نقطہ پر کا ڈھلان عددی طور پر وہ نسبت ہے۔ جو نقطہ پر واقع ذرے کی رفتار اور موجی رفتار میں پائی جاتی ہے۔

حل: $Y = y_m \sin(kx - \omega t)$

موجی رفتار $V = f\lambda = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{K}$

ذرے کی رفار $\frac{dy}{dt} = -\omega y_m \cos(ka - \omega t)$

ذرے کی رفتار اور موجی رفتار میں نسبت $= -Ky_m \cos(Kx - \omega t)$

تار کا ڈھلان $\frac{dy}{dx} = Ky_m \cos(Kx - \omega t)$

لہٰذا ثابت ہوا کہ ذرے کی رفتار اور موجی رفتار کی نسبت، اس نقطے پر تار کے ڈھلان کی عددی قیمت کے برابر ہے۔

حل شدہ مثال 2

ایک تار مساوات $Y = 8 \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) \cos(30\pi)$ کے مطابق حرکت کرتا ہے جہاں 'X' اور 'Y' سم میں اور 't' Sec میں ہیں۔

(a)۔ ان موجوں کے ارتعاش کے حیطوں اور رفتار کو معلوم کیجئے جن کے انطباق سے یہ موج حاصل ہوئی۔

(b)۔ عقدوں کے درمیان فاصلے کو معلوم کیجئے۔

(c)۔ مقام $x = 3cm$ پر واقع تار کے ایک ذرے کی رفتار وقت $t = 1.5sec$ کے لئے معلوم کیجئے۔

حل:

دو موجیں $y_1 = y_m \sin(Kx - \omega t)$ اور $y_2 = y_m \sin(Kx - \omega t)$

انطباق سے حاصل ہونے والی موج کی مساوات ہو گی۔

$$y = 2y_m \sin kx \cos \omega t$$

دی گئی قیمتوں $y_m = 4 \;\; K = {}^{\pi}/_{4} \;\; \omega = 30\pi$

(a)۔ ہر موجی جز ترکیبی (Component wave) کا حیطہ ارتعاش $Y_m = 4cms$ ہوا۔

اور ہر ایک کی رفتار $Y = \frac{\omega}{K} = 120 \;\; {}^{cm}/_{sec}$ ہو گی۔

(b)۔ عقدوں کا درمیانی فاصلہ

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{K} = 4cm$$

(c)۔ ذرے کی رفتار

$$V = \frac{dy}{dt} = (2Ym \sin Kr)(\omega \sin \omega t)$$

$$V = \left(8 \sin {}^{\pi}/_{4.3}\right) \sin\left(A_0 \pi \, {}^{3}/_{2}\right) 3\pi$$

$$V = 0$$

3.9 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- جب دو مساوی اور مماثل موج مخالف سمت میں خط مستقیم میں یکساں رفتار کے ساتھ سفر کرتے ہے اور ایک دوسرے کے اوپر مسلط ہو جاتی ہیں ایسی موجوں کو مقیم موج کہتے ہیں۔ انہیں مقیم کہنے کا ایک سبب یہ بھی ہے کہ ان میں توانائی بہتی نہیں ہے اور اس کے اندر چند ایسے مقامات ہوتی ہیں جو مستقل طور پر حالت سکون میں رہتے ہیں ان مقامی نقاط کو عقدے کہتے ہیں اور عقددوں کے درمیان ضد عقدے پائے جاتے ہیں جہاں پر نقل مکان اعظم ترین ہوتا ہے۔
- جب تار درمیان سے لوپ n ہوا ہے تب ایسی صورت میں عقدے کناروں پر بنتے ہیں اور ضد عقدے درمیان میں رہتے ہیں اسے پہلا یا بنیادی ہارمونیک یا موسیقی کہتے ہیں جس کا تعدد V یہ ہو گا

$$\nu_n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

3.10 کلیدی الفاظ (Keywords)

- بحالی قوت (Restoring Force)
- اوورٹونز (Overtones)
- ہارمونک (Harmonic)
- مقیم موجیں
- رواں موجیں

3.11 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

3.11.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. بحالی قوت(restoring force)سے کیا مراد ہے۔
2. اوورٹونز(Overtones)سے کیا مراد ہے۔
3. ہارمونک(harmonic) سے کیا مراد ہے۔
4. مقیم موجیںStanding waves کو بیان کرو۔
5. رواں موجیں کو بیان کرو۔
6. مقیم موجیں کو بیان کرو۔

3.11.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1. متناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار پر نوٹ لکھیے۔
2. اوورٹونز اور ہارمونک(Overtones and harmonic)کو سمجھایئے۔
3. مقیم موجیں کیا ہیں۔مثالوں سے سمجھایئے۔
4. مقیم موجیں اور رواں موجیں کے خصوصیات بتلایئے۔

3.11.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer Type Questions)

1. عمومی موجی مساوات اور اس کا حل کو صابت کیجیے۔
2. متناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار معلوم کیجیے۔

3.11.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک تار مساوات $Y = 8\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)\cos(30\pi)$ کے مطابق حرکت کرتا ہے جہاں 'X' اور 'Y' سمر میں اور 'Sec't میں ہیں۔

(a)۔ ان موجوں کے ارتعاش کے حیطوں اور رفتار کو معلوم کیجئے جن کے انطباق سے یہ موج حاصل ہوئی۔

(b)۔ عقدوں کے درمیان فاصلے کو معلوم کیجئے۔

(c)۔ مقام $x = 3cm$ پر واقع تار کے ایک ذرے کی رفتار وقت $t = 1.5sec$ کے لئے معلوم کیجئے۔

اکائی4A۔ آواز

(Sound)

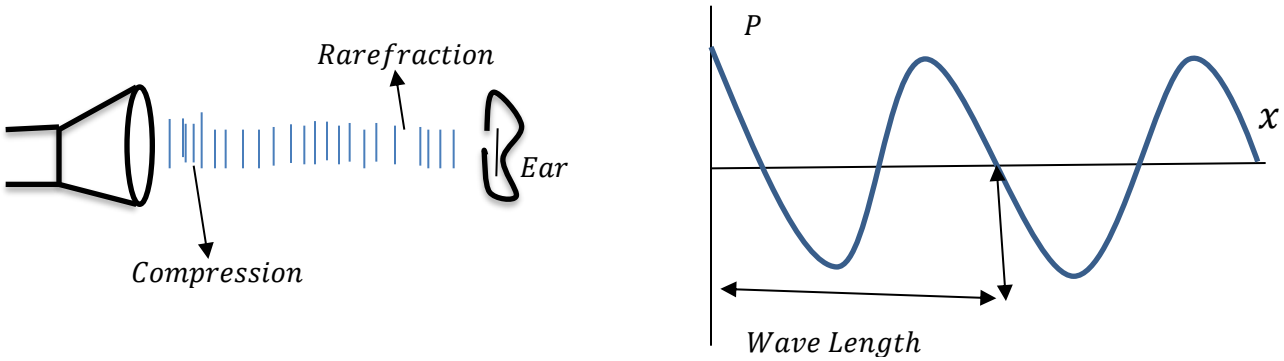
اکائی کے اجزا

4.0	تمہید
4.1	مقاصد
4.2	سمعی موجوں کی حدت
4.3	آواز کی بلندی
4.3.1	آواز کی پیچ اور معیار
4.4	موسیقی پیمانہ
4.5	عمارتوں کی صوتیات
4.5.1	بازگشت
4.5.2	انجذاب کی شرح
4.6	حل شدہ مثالیں
4.7	اکتسابی نتائج
4.8	کلیدی الفاظ
4.9	نمونہ امتحانی سوالات
4.9.1	معروضی جوابات کے حامل سوالات
4.9.2	مختصر جوابات کے حامل سوالات
4.9.3	طویل جوابات کے حامل سوالات
4.9.4	حل شدہ جوابات کے حامل سوالات

4.0 تمہید (Introduction)

ہمیں جتنی بھی آوازیں سنائی دیتی ہیں، وہ ایک موج کی شکل سے سفر کرتی ہیں اور جب یہ موجیں ہمارے کان کے پردہ سے ٹکراتی ہیں تو ہم آواز کو سن سکتے ہیں۔ ان آواز کی موجوں کو ہم سمعی موجیں کہتے ہیں جو کسی طولی موجوں کی قسم ہے۔

بنیادی طور پر اہتزاز کی وجہ سے کسی مادہ میں دباؤ پیدا ہوتا ہے جسکے نتیجہ میں آواز وجود میں آتی ہے۔ یہ دباؤ مادہ میں سفر کرتے ہوئے آواز کی شکل میں ہمارے کان تک پہنچتا ہے۔ مادہ میں ہونے والے اس دباؤ کو Compression کہتے ہیں۔ جب مادہ کے ایک حصہ میں دباؤ پیدا ہوتا ہے تو اسکے پیچھے والا حصہ پھیل جاتا ہے جسے ہم Rare Fraction کہتے ہیں۔ کسی شئے کے ذریعہ مادے میں Compressions اور Rare Fractions پیدا ہوتے ہیں اور یہ مادے میں سفر کرتے ہوئے کسی مشاہدہ کے کان تک پہنچتے ہیں۔ اور جب یہ کان سے ٹکراتے ہیں تو ہم آواز کو سن سکتے ہیں۔ اسے شکل (4.1) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (4.1)

چونکہ سمعی موجیں طولی موجیں ہیں اس وجہ سے انکی اہتزازی حرکت (Compressions and Refractions) آواز کی اشاعت کی سمت میں ہوتی ہے۔

4.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کو مکمل کرنے پر آپ آواز کی موجیں یا سمعی موجیں کے پیدا ہونے کی وجہ ان کی خصوصیات اور انکے اشیاء کے بارے میں جانیں گے اور ہم آواز کی حدت، پیچ اور معیار پر بھی بحث کرینگے۔

- اس اکائی میں ہم آواز کی اہم اطلاقات جیسے عمارتوں کی صوتیات بازگشت اور ہال اور آڈیٹوریا کے صوتی پہلو کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

4.2 سمعی موجوں کی حدت (Intensity of Combination Waves)

سماعت کے لئے سمعی موجوں کی تعدد بہت ہی اہمیت کی حامل ہے۔ انسان وہی آواز سن سکتے ہیں جنکی تعدد 20Hz سے 20,000Hz کے درمیان ہو۔ اس سے زیادہ یا کم تعدد والی آوازیں انسان نہیں سن سکتا ہے۔ لیکن ہر جاندار کی قوت سماوی الگ ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر ایک ہاتھی 15Hz تک کی آواز بھی سن سکتا ہے۔ ایک کتا 50,000Hz تعدد تک آواز سن سکتا ہے۔ 20Hz سے 20,0000Hz تعدد کی بیچ کی آواز کو Audible Range یا قابل سماعت رینج کہلاتی ہے۔ اس سے کم تعدد والی موجوں کو Infra Sonic اور اس سے زیادہ تعدد کی آوازوں کو Ultra Sonic کہتے ہیں۔

آگے ہم آواز کی چند اہم خصوصیات جیسے حدت، بلندی، پیچ اور معیار پر بحث کریں گے۔

سمعی موجوں کی حدت:

سمعی موجوں کی حدت کو اس طرح بیان کریں گے کہ کسی واحد وقت میں آواز کی موج کے سمت سے عمودی سمت میں یونٹ (Cross Sectional Area) سے گزرنے والی اوسط توانائی

یا

آواز کی اشاعت کے سمت سے عمودی سمت میں ایک یونٹ (Cross sectional) رقبہ سے ترسیل شدہ اوسط طاقت (Power) کو سمعی موجوں کی حدت کہتے ہیں۔

یہاں پر یہ بات واضح کرنا ضروری ہے کی جب کوئی موج مادے میں سفر کرتی ہے تو توانائی مادے کے ایک حصہ سے دوسرے حصہ میں منتقل ہوتی ہے۔ آئے اب ہم حدت کیلئے ایک ضابطہ اخذ کریں گے جو تعدد، رفتار اور دباؤ کے رشتہ کو ظاہر کرتا ہے۔

فرض کیجئے کی ایک سمعی موج 'X' سمت میں سفر کر رہی ہے اور کسی وقت 't' پر مقام 'x' سے سفر کرتی ہوئی x_1 تک پہنچتی ہے۔ تو اسکا نقل مکان ہو گا۔

$$x_1 = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) \quad \text{----------(1)}$$

یہاں A آواز کی موج کا حیطہ یا اعظم ترین نقل مکان ہے۔ V رفتار ہے اور ω تعدد ہے۔

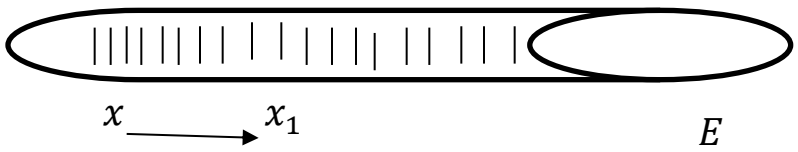
سمعی موج کے دباؤ کو اسطرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$P_1 = P \cos \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) \quad \text{---------(2)}$$

اوپر دی گئی مساوات میں P_1 دباؤ (Excess Pressure) اور 'P' دباؤ میں اعظم ترین (Maximum) بدلاؤ ہے جسے ہم 'حیطہ دباؤ' بھی کہہ سکتے ہیں۔

اب اگر ہم x سمت سے عمودی سمت میں ایک رقبہ (Cross Sectional) 'S' پر غور کریں گے۔ سمعی موج x سمت میں بائیں جانب سے دائیں جانب سفر کر رہی ہے۔ جسکی وجہ سے بائیں جانب سے دائیں جانب ایک قوت عمل میں آئیگی۔ جو کی

$F = P_1 S$ کے مساوی ہو گی۔



شکل (4.2)

یہ قوت طولی شکل میں آواز کی سمت میں رفتار $\frac{dx_1}{dt}$ سے سفر کرے گی۔ موج کے ذریعہ Cross Section S سے ترسیل ہونے والی طاقت (Power) اسطرح لکھی جاسکتی ہے۔

$$W = P_1 S \frac{dx_1}{dt} \qquad \text{---------(3)}$$

مساوات (1) اور (2) کی مدد سے، مساوات (3) کو اسطرح لکھیں گے۔

$$W = SP \cos \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) \frac{dx_1}{dt} \qquad \text{---------(4)}$$

جہاں پر

$$\frac{\mathrm{dx_1}}{\mathrm{dt}} = \omega A \cos \omega \left(t - \frac{x}{V}\right) \qquad \text{---------(5)}$$

ہے۔

مساوات (5) کو مساوات (4) میں لکھنے پر

$$W = SP\omega A \cos^2 w \left(t - \frac{x}{v}\right)$$

ایک مکمل دور کے لئے $\left(t - \frac{x}{v}\right)$ کی اوسط مقدار $cos^2 \omega$ ہو گی۔ اور Cross sectional area اکائی یا واحد ہو گا۔ اس Cross Sectional area سے گزرنے والی اوسط طاقت، سمعی موج کے حدت کے مساوی ہو گی۔

$$(\because \omega = 2\pi\vartheta) \qquad I = \frac{1}{2} P 2\pi\vartheta . A = \pi\vartheta A . P \qquad \text{-------(6)}$$

یہاں پر ہم دیکھ سکتے ہیں کی سمعی موج کی حدت، حیطہ دباؤ P حیطہ A تعدد ϑ پر منحصر ہو گی۔

مساوات (6) کو لچک (Elasticity) کے ان مساوات

$$B = \frac{\varrho}{V^2} \qquad \text{اور} \qquad P = \frac{B\omega A}{V}$$

کی مدد سے اسطرح بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$I = \frac{P^2}{2\varrho V}$$

یہاں پر S مادہ کی کثافت ہے۔

اگلے حصہ میں ہم Intensity یا حدت سے جڑی ہوئی اہم خصوصیات یعنی آواز کی بلندی کو تفصیل سے سمجھیں گے۔

4.3 آواز کی بلندی (Loudness of Sound)

جیسا کہ ہم نے پچھلے سیکشن میں ذکر کیا تھا کی آواز کی بلندی حدت سے جڑی ہوئی ہے۔ لیکن ہم عملی طور پر آواز کی بلندی کو آواز کے درجہ (Sound level) کے ذریعہ بہتر سمجھ سکتے ہیں اور ہم اسے، اسطرح بیان کریں گے۔

$$\beta = 10 \log_{10} \left[\frac{I}{I_0}\right] \quad \text{--------(7)}$$

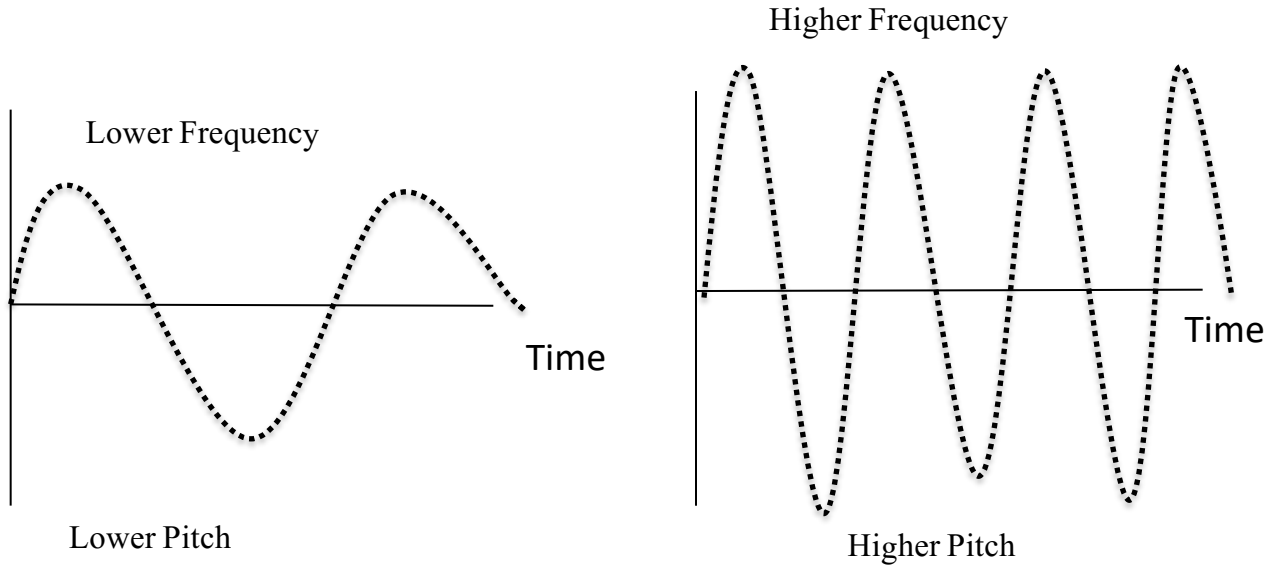
یہاں I آواز کی حدت اور I_0 ایک مستقل حوالہ جاتی حدت ہے۔ جسکی مقدار $10^{-12} Wm^{-2}$ ہے۔

آواز کے معیار کو decibel کی اکائی میں ظاہر کیا جاتا ہے اور اسکو علامت dB ہے۔ انسان جو کم سے کم آواز سن سکتا ہے وہ 0dB یعنی $I = I_0$ ہے۔ اور سب سے زیادہ آواز جو کی ایک انسان کا کان برداشت کر سکتا ہے وہ 120dB ہے۔ سرگوشی کرنے کی آواز 10dB سے 15dB ہوتی ہے۔ اور عام آواز میں بات کرنا ہو تو 50dB سے 60dB ہوتی ہے۔ انسان کی سماعت کی قابلیت کو سمجھنے میں ہم dB کی اکائی کا استعمال کرتے ہیں۔

ڈیسیبل (decibel) پیمائش کی ایک اضافی اکائی ہے جو (Bel) بیل کے دسویں حصہ کے برابر ہے۔ بیل الیگزینڈر گراہم بیل کے اعتراز میں دیا گیا نام ہے۔

4.3.1 آواز کی پیچ اور معیار:

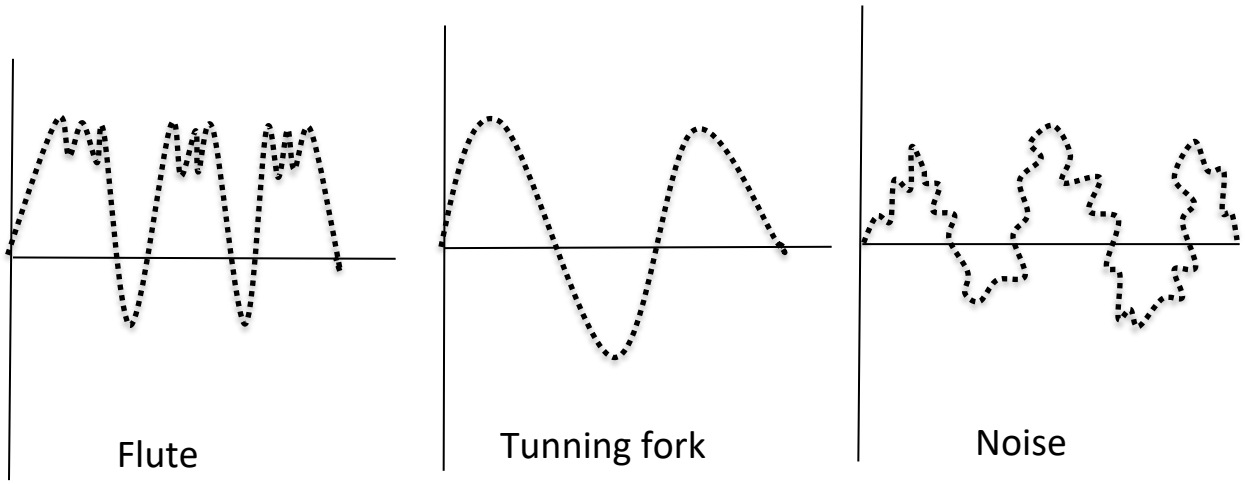
پیچ: یہ آواز کی وہ خاصیت ہے جو ایک آواز کو دوسری آواز سے الگ کرتی ہے۔ مثال کے طور پر ایک مرد کی آواز عام طور پر بھاری یا موٹی ہوتی ہے یعنی یہ کم پیچ والی آواز ہوتی ہے۔ اور ایک عورت کی آواز باریک ہوتی ہے یعنی یہ ایک زیادہ یا اونچی پیچ والی آواز ہوتی ہے۔ پیچ آواز کی تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔ یعنی زیادہ تعدد والی آواز کی پیچ زیادہ ہوگی اور کم تعدد والی آواز کی پیچ کم ہوگی۔



شکل(4.3)

آواز کا معیار:

کسی بھی آواز کا معیار اسکے موجی شکل پر بھی منحصر ہوتا ہے۔ آیئے اب ہم اسے سمجھتے ہیں۔ ایک شئے سے پیدا ہونے والی آواز مختلف تعددوں کا مجموعہ ہوتی ہے۔ جنکی مختلف حیت ہوتی ہے اور انکے انطباق سے موجی شکل بنتی ہے۔



شکل(4.4)

ہم معیار کی بنیاد پر بھی مختلف آوازوں میں تفریق کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک موسیقی کی آواز ہمارے کانوں کو اچھی لگتی ہے۔ کیونکی اسکی تعدد اچھی طرح سے متعین ہوتی ہے۔ جبکہ شور شرابہ ہمارے کانوں کو اچھا نہیں لگتا کیونکی اسکا تعدد بے ترتیب ہوتے ہیں اور آپس میں تال میل نہیں ہوتا ہے۔

4.4 موسیقی پیمانہ (Harmonic Meter)

موسیقی پیمانہ، تعدد کا ایک ترتیب دیا گیا مجموعہ ہوتا ہے۔ یہ مجموعہ ہمارے کانوں کو خوشگوار لگتا ہے۔ ایک موسیقی پیمانہ میں تعدد کو بڑھتی ہوئی یا بھر کٹی ہوئی ترتیب میں جمایا جاتا ہے۔ یہاں پر ہر ایک تعدد کو نوٹ (Note) کہتے ہیں۔ تعدد یا پیچ کی بنیاد پر مختلف موسیقی پیمانے استعمال میں ہوتے ہیں۔

ان میں سے چند اہم موسیقی پیمانے مندرجہ ذیل ہیں:

جیسے نوٹس Nantonic 9

نوٹس Diatonic 8

نوٹس Heptanic 7

نوٹس Hexanic 6

اس طرح نوٹس یا تعدد کی بنیاد پر مختلف موسیقی پیمانے پائے جاتے ہیں۔ ہندوستانی موسیقی کے آٹھ نوٹس ہوتے ہیں جو کہ مندرجہ ذیل جدول میں انکی تعدد کے ساتھ بتایا گیا ہے۔

Note name	Frequency	Symbol
Sa	256	C
Re	288	D
Ga	320	E
Ma	341 1/3	F
Pa	384	G
Dha	426 2/3	A
Ni	480	Ni
Sa	512	G

4.5 عمارتوں کی صوتیات(Acoustics of Building)

طبیعات کی وہ شاخ جس کا تعلق سمعی موجوں سے ہے جس میں بالخصوص ایک کمرے یا تھیٹر میں آواز کی پیدا ہونے، اسکی ترسیل اور آواز کی تحصیل سے جڑا ہے، عمارتوں کی صوتیات(Acoustics of Building) کہلاتا ہے۔

عمارتوں کا خاکہ بناتے وقت، آواز کے انجذاب اور انعکاس کا خیال رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ بالخصوص تھیٹر یا آڈیٹوریم میں اگر ان عوامل پر غور نہ کیا جائے تو سننے والا واضح طور پر آواز سن نہیں پائے گا۔ ان مسائل کا سائنسی طور پر حل پہلی بار W.C. Sabine نے دیا۔ اس نے ایک اچھی عمارت کے لئے ضروری اُصول بنائے۔ آئے اب ہم صوتیات کی جڑی ہوئی چند اہم پہلوؤں وقتِ بازگشت، انجذاب کی شرح، سبائن کا(فارمولہ) ضابطہ پر بحث کریں گے۔

4.5.1 بازگشت(Reverbration):

ایک اچھا تھیٹر یا کمرہ وہ ہوتا ہے جس میں گونج نہ ہو یا بہت زیادہ انجذاب نہ ہو۔ گونج ایک ایسے کمرے میں پیدا ہوتی ہے جسمیں سخت دیواریں ہوں، اور نہ کوئی سامان اور نہ پردے ہوں۔ آواز سرائے راست سامعین تک پہنچتی ہو اور دیواریں، چھت اور فرش سے ٹکرا کر پہنچتی ہے۔ جبکہ ایک کمرہ بہت سارے نرم مادوں سے بھرا ہوا ہو جیسے صوفہ، پردے، قالین وغیرہ جسکے نتیجہ میں آواز بہت زیادہ جذب ہوتی ہے ایسی صورت میں آواز کے معیار پر اثر پڑے گا۔

اس لئے ہمیں گونج اور انجذاب کے درمیان توازن رکھنا چاہئے۔

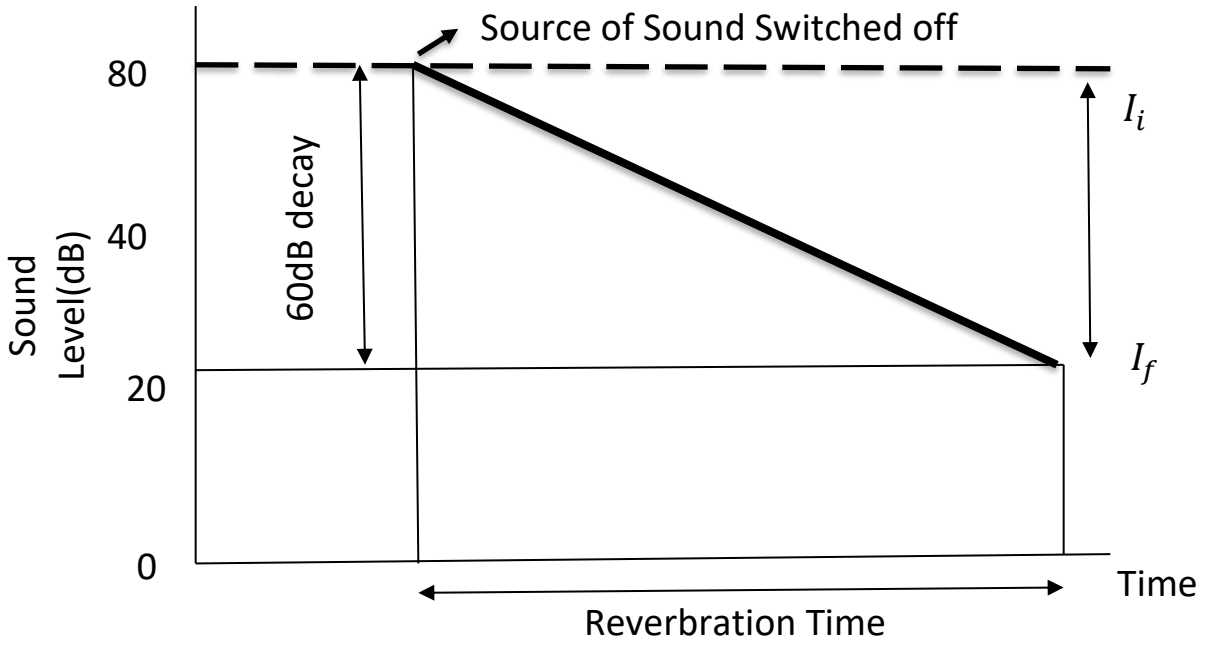
آیئے اب ہم بازگشت کے مظہر کو سمجھتے ہیں جو کی مختلف سطحور سے آواز کے متعدد انعکاس کی وجہہ سے ہوتا ہے۔ اور آواز کے معیار کو بہتر بنانے میں مفید ہے۔

آواز پیدا کرنے والے مبدے یا ذریعہ کے بند ہونے کے بعد بھی ہال یا آڈیٹوریم کے اندر آواز کا قائم رہنے کے مظہر کو 'بازگشت' کہتے ہیں بازگشت کی وجہ سے جب کسی مبداء سے آواز پیدا ہوتی تو حدت دھیرے دھیرے بڑھتی جاتی ہے اور جب اسے بند کر دیا جاتا ہے تو اس کی حدت بھی دھیرے دھیرے کم ہو جاتی ہے۔

وقت بازگشت(Reverberation Time):

آواز کے مبداء کے بند ہونے کے بعد کمرے میں آواز کے ختم ہونے کے لئے یا آواز کے زوال ہونے میں درکار وقت کو 'وقت بازگشت' کہتے ہیں۔

اس کمرے کے لئے وقت بازگشت وہ وقت ہے جسمیں آواز کی حدت کو اسکے ابتدائی قیمت کے دس لاکھ ویں حصہ تک گرنے میں درکار ہے۔



شکل(4.5)

وقتِ بازگشت کو آواز کے درجے(Sound level)میں بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔یہ وہ وقت ہے جسمیں آواز کی حدت60db تک گر جاتی ہے۔

آیئے اب ہم وقت بازگشت کوDecibel میں اخذ کریں گے۔

فرض کرو کہ I_i آواز کی ابتدائی حدت ہے اور

I_f حدت(ابتدائی حدت کا دس لاکھ واں حصہ تو اسے ہم decibel میں اسطرح لکھ سکتے ہیں۔)

$$\beta_f = 10 \log \left[\frac{I_f}{I_0}\right] \quad \text{---------(8)}$$

$$\beta_i = 10 \log \left[\frac{I_i}{I_0}\right] \quad \text{---------(9)}$$

$$\beta_i - \beta_f = 10 \log \left[\frac{I_i}{I_f}\right]$$

$$\frac{I_i}{I_f} = 10^6 \left[\therefore I_f = 10^{-6} I_i\right]$$

$$\beta_i - \beta_f = 10 \log 10^6$$

$$= 60dB \text{ ---------(10)}$$

اسطرح ہم نے اوپر دی گئی مساوات سے یہ ثابت کیا کی وقتِ باز گشت میں آواز کی حدت 60db تک پہنچ جاتی ہے۔ وقتِ باز گشت کئی عوامل پر منحصر ہوتا ہے جیسے کمرے کی قامت، کمرے میں موجود سامان، دیواریں وغیرہ۔ ان میں سے کچھ چیزیں زیادہ آواز کو جذب کرتی ہیں اور کچھ چیزیں کم آواز کو جذب کرتی ہیں۔

4.5.2 انجذاب کی شرح(Absorption Coefficient):

جیسا کی ہم نے پیچھے ذکر کیا، کہ ہر مادہ آواز کو مختلف طریقے سے جذب کرتا ہے، ہر مادے کی انجذاب کی قابلیت کو انجذاب کی شرح سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

کسی سطح کی طرف سے جذب کی گئی صوتی توانائی اور اس سطح پر پڑنے والی کل صوتی توانائی کے تناسب کو 'انجذابی شرح' سے موسوم کیا جاتا ہے۔

$$\text{انجذابی شرح} = \frac{\text{سطح کی طرف سے جذب کی گئی صوتی توانائی}}{\text{سطح پر پڑنے والی کل صوتی توانائی}}$$

انجذابی شرح کی پیائش (Opened Window Unit (OWU میں کی جاتی ہے کسی کھلی کھڑکی پر پڑھنے والی سمعی موجیں اس سے ہو کر گزر جاتی ہے۔ اس وجہہ سے کھلی کھڑکی (Open Window) کو آواز کا کامل جذب کرنے والا مانا جاتا ہے اور سبھی مادوں کی انجذابی شرح کو 'OWU' میں ماپا جاتا ہے۔

ذیل میں 500Hz تعدد پر چند مادوں کی انجذابی شرح دی گئی ہے۔

Material	Absorption Coefficient (OWU)
Open Windows	1
Asbestos	0.26
Carpet	0.30
Heavy Curtains	0.50
Human Body	0.50
Concrete (Smooth)	0.02
Concrete (Rough)	0.04
Glass	0.04

انجذابی شرح کو اس کے رقبہ کے معکوسی طور پر بھی بیان کیا جاتا ہے جو اسی آواز کی توانائی کو جذب کرتا ہے جو کھلی کھڑکی کے یونٹ area سے جذب ہوتا ہے۔

یہاں پر یہ بتانا ضروری ہے کی اوپر دی گئی قیمتیں 500Hz تعدد والی آوازوں کے لئے ہے۔ کیونکی کسی مادے کی انجذابی شرح، آواز کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر Rough Concrete Block کی انجذابی شرح 125Hz تعدد پر 0.01، 250Hz تعدد پر 0.02 اور 500Hz تعدد پر 0.04 ہوتی ہے۔

4.6 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

اگر ایک نقطہ پر آواز کے درجہ (Sound level) 60dB تک بڑھتی ہے تو اسکی حدت کن عناصر سے بڑھے گی۔

حل: آواز کا درجہ $\beta = 10 \log_{10} \left[\frac{I}{I_0}\right] dB$

اگر β_1 اور β_2 ابتدائی اور اختتامی آواز کے درجے اور

I_1, I_2 ابتدائی اور اختتامی آواز کی حدت ہے تو

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \left\{\log_{10} \left[\frac{I_2}{I_0}\right] - \log_{10} \left[\frac{I_1}{I_0}\right]\right\}$$

$$60 = 10 \log_{10} \left[\frac{I_2}{I_1}\right]$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^6$$

$\therefore$ یعنی اختتامی آواز کی حدت $I_2 = I_1 10^6$ (ابتدائی آواز کی حدت)

حل شدہ مثال 2

ایک آڈیٹوریم کا حجم $4000m^3$ ہے۔ اگر Reverberation time، 2 سیکنڈ کو برقرار رکھا جائے تو آڈیٹوریم میں کل انجذاب کتنا ہوگا۔

حل: سبائن کے ضابطہ کے مطابق $T = \frac{0.165V}{\epsilon as}$

توکل انجذاب $\epsilon as = \frac{0.165V}{T}$

$= \frac{0.165\times4000}{2}$

$= 330OWU$

حل شدہ مثال 3

اگر ایک ہال کا حجم $350m^3$ ہے۔ دیوار کا رقبہ $175m^2$ فرش کا رقبہ $200m^2$ اور چھت کا رقبہ $150m^2$ ہو اور دیوار، چھت اور فرش کا انجذابی شرح بالترتیب 0.02، 0.08 اور 0.62 ہیں تو ہال کے وقت بازگشت کو معلوم کیجئے۔

حل: وقت بازگشت $\frac{0.165}{\epsilon as} = T$

$$\epsilon as = \alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 + \alpha_3 S_3$$
$$= 0.02 \times 175 + 0.08 \times 150 + 0.62 \times 200$$
$$= 3.5 + 12 + 24$$
$$= 139.5$$

اب $\frac{0.165\times350}{130.5} = T$

$$T = 0.415$$

4.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس اکائی میں ہم نئے آواز کی موجوں یا سمعی موجوں کی خصوصیات جیسے آواز کی حدت، پیچ اور معیار کے بارے میں پڑھا۔ ہم نے جانا کی آواز ایک طولی موج ہے ہم نے آواز کی موجوں کے پیدا ہونے کے عمل کو جانا اور ہم نے عمارتوں کی صوتی پہلو جیسے بازگشت، سبائن کا ضابطہ اور انجذاب کو شرح کے بارے میں بھی جانا۔
- آواز کی اشاعت کے سمت سے عمودی سمت میں ایک یونٹ (Cross sectional) رقبہ سے ترسیل شدہ اوسط طاقت (Power) کو سمعی موجوں کی حدت کہتے ہیں۔
- سماعت کے لئے سمعی موجوں کی تعدد بہت ہی اہمیت کی حامل ہے۔ انسان وہی آواز سن سکتے ہیں جنکی تعدد 20Hz سے 20,000Hz کے درمیان ہو۔ اس سے زیادہ یا کم تعدد والی آوازیں انسان نہیں سن سکتا ہے۔ لیکن ہر جاندار کی قوت سماوی الگ ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر ایک ہاتھی 15Hz تک کی آواز بھی سن سکتا ہے۔ ایک کتا 50,000Hz تعدد تک آواز سن سکتا ہے۔

20Hz سے 20,0000Hz تعدد کی پیچ کی آواز کو Audible Range یا قابل سماعت رینج کہلاتی ہے۔ اس سے کم تعدد والی موجوں کو Infra Sonic اور اس سے زیادہ تعدد کی آوازوں کو Ultra Sonic کہتے ہیں۔

- جیسا کہ ہم نے پچھلے سیکشن میں ذکر کیا تھا کی آواز کی بلندی حدت سے جڑی ہوئی ہے۔ لیکن ہم عملی طور پر آواز کی بلندی کو آواز کے درجہ (Sound level) کے ذریعہ بہتر سمجھ سکتے ہیں اور ہم اسے، اسطرح بیان کریں گے۔

$$\beta = 10 \log_{10} \left[\frac{I}{I_0}\right]$$

یہاں I آواز کی حدت اور I_0 ایک مستقل حوالہ جاتی حدت ہے۔ جسکی مقدار $10^{-12} Wm^{-2}$ ہے۔

4.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- موسیقی پیمانہ: تعدد کا ایک ترتیب دیا گیا مجموعہ ہوتا ہے۔
- عمارتوں کی صوتیات: طبیعات کی وہ شاخ جس کا تعلق سمعی موجوں سے ہے جس میں بالخصوص ایک کمرے یا تھیٹر میں آواز کی پیدا ہونے، اسکی ترسیل اور آواز کی تحصیل سے جڑا ہے، عمارتوں کی صوتیات (Acoustics of Building) کہلاتا ہے۔
- Audible Range یا قابل سماعت رینج: 20Hz سے 20,0000Hz تعدد کی پیچ کی آواز کو Audible Range یا قابل سماعت رینج کہلاتی ہے۔
- سمعی موجوں کی حدت: آواز کی اشاعت کے سمت سے عمودی سمت میں ایک یونٹ (Cross sectional) رقبہ سے ترسیل شدہ اوسط طاقت (Power) کو سمعی موجوں کی حدت کہتے ہیں۔
- Campression، Rarefraction ، طولی موج، ڈیسیبل (Decible)، پیچ، Note موسیقی ، بازگشت، انجذابی شرح، صوتیات۔

4.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

4.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. انسان وہی آواز سن سکتے ہیں جنکی تعدد (Hz)..... سے ..... کے درمیان ہوتی ہے۔
2. ایک کتا Hz..... تعدد تک آواز سن سکتا ہے۔
3. 20Hz سے 20,0000Hz تعدد کی پیچ کی آواز کو..... رینج کہلاتی ہے۔
4. سمعی موجوں کی حدت سے کیا مراد ہے۔
5. آواز کے معیار کو..... کی اکائی میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

6. موسیقی پیمانہ سے کیا مراد ہے۔
7. سرگوشی کرنے کی آواز dB.....سے dB.....ہوتی ہے۔
8. Audible Range یا قابل سماعت رینج سے کم تعدد والی موجوں کو .....اور اس سے زیادہ تعدد کی آوازوں کو .....کہتے ہیں۔
9. آواز کی موجیں۔۔۔۔۔موجوں کی مثالیں ہیں۔
10. انسان کی Hz Audible Range۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔سے۔۔۔۔۔۔۔Hz تک ہوتی ہے۔
11. سمعی موجوں کے دباؤ کو P_1 کو۔۔۔۔۔۔۔سے ظاہر کرتے ہیں۔
12. پیچ کی تعریف کیجئے۔
13. زیادہ تعدد والی آواز کی پیچ۔۔۔۔۔۔۔ہوگی اور کم تعدد والی آواز کی پیچ۔۔۔۔ہوگی۔
14. وقت بازگشت وہ وقت ہے جسمیں آواز کی حدت کو اسکے ابتدائی قیمت کے۔۔۔۔۔۔۔حصہ تک گرنے میں درکار ہے۔
15. وقت بازگشت کو decibel میں بیان کیجئے۔
16. مندرجہ ذیل میں سے کس کو انجذابی شرح سب سے کم ہے۔

(a) قالین (b) انسانی جسم (c) گلاس (d) چکنی کنکریٹ

4.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. سمعی موجوں کی حدت کو بیان کرو۔
2. آواز کی بلندی کے لیے مساوات اخذ کرو۔
3. آواز کی پیچ اور معیار اہمیت کو بیان کرو۔
4. آواز کی بلندی کی تعریف کیجیے اس کی اکائی لکھیئے۔
5. سمسی موجوں میں تعدد کی اہمیت پر بحث کیجئے۔
6. آواز کی پیچ سے کیا مراد ہے اور اس کو مثال ذریعے سمجھایئے۔
7. موسیقی پیمانے پر ایک نوٹ لکھیں۔
8. بازگشت کے عمل کو مختصر سمجھایئے۔
9. ثابت کیجئے کے وقت بازگشت میں آواز کی حدت 60db تک گر جاتی ہے۔
10. انجذابی شرح سے کیا مراد ہے اور ایک خالی کمرے اور سامان کے ساتھ کمرہ ہو تو انجذابی شرح کا ضابطہ کیا ہوگا۔

4.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. سمعی موجوں کی حدت تعریف کرواور مساوات اخذ کرو۔
2. آواز کی بلندی، آواز کی پیچ اور معیار تعریف کرو۔
3. آواز کی بلندی اور معیار کو تفصیلاً سمجھائیں۔

4.9.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک میٹنگ ہال کا حجم $(10 \times 30 \times 10)m^3$ ہے اس کے وقفہ بازگشت 3sec ہے۔

(a)۔ ہال کا مکمل انجذاب کیا ہے۔

(b)۔ اگر ایکہزاز ٹرین ہال میں ہوں تو ہال کے انجذاب کو محسوب کرو۔ ہر زائر کے آواز کا انجذاب 0.5 metric sub کے لئے وقفہ بازگشت دریافت کرو۔

جواباً 1700 میٹرک سبائن، 500 میٹرک سبائن، 2.318 سیکنڈ

اکائی4B۔ بازگشت

(Reverbration)

اکائی کے اجزا

4.0	تمہید
4.1	مقاصد
4.2	سبائن فارملہ
4.3	ہال اور آڈیٹوریم کے صوتیاتی
4.4	حل شدہ مثالیں
4.5	اکتسابی نتائج
4.6	کلیدی الفاظ
4.7	نمونہ امتحانی سوالات
4.7.1	معروضی جوابات کے حامل سوالات
4.7.2	مختصر جوابات کے حامل سوالات
4.7.3	طویل جوابات کے حامل سوالات
4.7.4	حل شدہ جوابات کے حامل سوالات

4.0 تمہید (Introduction)

جب ایک آواز کی موج کسی سطح پر وقوع پذیر ہوتی ہے تو وقوع پذیر توانائی کا کچھ حصہ جذب ہو جاتا ہے۔ مختلف اشیاء آواز کی توانائی کو مختلف مقدار تک جذب کرتے ہیں۔ باقی توانائی عموماً منعکس ہو جاتی ہے۔ مثلاً موٹے پردے، چٹائیاں، قالین، لکڑی، کارڈ بورڈ، آواز جذب کرنے والی اشیاء کی یہ چند مثالیں ہیں۔ انسانی جسم بھی آواز کی موجوں کو جذب کرتے ہیں۔ اچھے جاذب آوازوں ہوتے ہیں جو آواز کی موجوں کو مکمل جذب کرتے ہیں۔ کھلی کھڑکی اور دروازے آواز کو جذب کرنے والی اشیاء ہیں۔ آواز کی مختلف تعدد کے لئے کسی سطح کی انجذابی خاصیت مختلف ہوتی ہے۔

4.1 مقاصد (Objectives)

- یہ اکائی ہمیں سبائن فارملہ واقف کرتی ہے اور اس اصول حاصل کریں گے۔
- اس اکائی میں ہم آواز کی اہم اطلاقات جیسے عمارتوں کی صوتیات اور ہال اور آڈیٹوریا کے صوتی پہلو کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

4.2 سبائن کا ضابطہ (Sabine Formula)

سبائن نے چند تجربات کے ذریعہ ایک ضابطہ اخذ کیا اور یہ دریافت کیا "وقفہ بازگشت حجم کے راست تناسب ہوتا ہے اور مکمل انجذاب کے بالعکس تناسب ہوتا ہے۔ اگر 'T' کمرے کا وقفہ بازگشت V کمرے کا حجم اور مکمل انجذاب A ہے۔

سبائن نے وقت بازگشت کے لئے ضابطہ دیا تھا، جو اسطرح ہے۔

$$T = \frac{0.165V}{\sum \alpha_i \delta_i}$$

یہاں 'V' کمرے یا ہال کا حجم ہے۔

α_i کمرے میں موجود سامان یا مادے کی انجذابی شرح ہے اور

δ_i اس سامان کے سطحی رقبے ہیں۔

آیئے اب ہم سبائن کے ضابطہ کو اخذ کریں گے۔

انجذابی شرح کی اوسط قدر اس طرح لکھی جاسکتی ہے۔

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1\delta_1 + \alpha_2\delta_2 + --- + \alpha_n\delta_n}{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + ----\delta_1} = \frac{\sum \alpha_i \delta_i}{s} \quad \text{--------(1)}$$

یا
$$\bar{\alpha} s = \sum \alpha_i \delta_i \quad \text{--------(2)}$$

کہنی دو متواتر انعکاس کے درمیان آواز $\frac{4V}{s}$ فاصلہ طئے کرتی ہے۔ اسے 'وسطی آزادانہ راستہ' یا (Mean free path) کہتے ہیں۔

دو متواتر انعکاس کے درمیان لگنے والا وقت ہو گا $\frac{4V}{Sv}$ یہاں v آواز کی رفتار ہے۔

فی سیکنڈ ہونے والے انعکاس کی تعداد $\frac{Sv}{4V}$ ہو گی۔

وقت 't' میں ہونے والے انعکاس کی اوسط تعداد $\frac{SvT}{4V}$

فرض کرو کہ $\bar{\alpha}$ واحد Reflection پر آواز کا جذب شدہ حصہ ہے۔

اور $(1-\bar{\alpha})$ انعکاسی (منعکس) حصہ ہے۔

دو مرتبہ انعکاس کے بعد منعکس ہونے والی آواز کا حصہ $(1-\bar{\alpha})^2$ ہو گا

اسی طرح $\left(\frac{Svt}{4V}\right)$ مرتبہ انعکاس کے بعد منعکس ہونے والی آواز کا حصہ ہو گا $(1-\bar{\alpha})\left(\frac{Svt}{4V}\right)$

اسی دوران آواز کی حدت ہو گی۔

$$I_t = I_0(1-\bar{\alpha})\frac{Svt}{4V} \quad \text{--------(3)}$$

یہاں I_0 آواز کی ابتدائی حدت ہے۔

اور I_t وقت 't' کے بعد حدت ہے۔

مان لو کہ وقت 't' وقت بازگشت 'T' ہو تو

$$\frac{I_t}{I_0} = (1-\bar{\alpha})\frac{SvT}{4V} \quad \text{--------(4)}$$

$\frac{I_t}{I_0} = 10^{-6}$ کی مدد سے مساوات

(5) کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

$$10^{-6} = (1-\bar{\alpha})\left(\frac{SvT}{4V}\right)$$

دونوں طرف (جانب) Natural Logarithm لینے پر

$$log_e 10^{-6} =$$

مساوات (5) کی Value (قیمت) ڈالنے پر ہمیں وقت بازگشت کے لئے سبائن کا (فارمولہ) ضابطہ حاصل ہوتا ہے۔

$$T = \frac{0.165V}{\epsilon aS} \quad \text{----------(6)}$$

مساوات (6) پر غور کرنے پر ہم دیکھ سکتے ہیں کی وقتِ بازگشت آڈیٹوریم یا کمرے کے حجم کے بالراست متناسب ہوتا ہے۔

آڈیٹوریم میں موجود آواز کو جذب کرنے والی سطحوں جیسے دیوار، چھت، پردے وغیرہ کے رقبوں کے معکوسی طور پر متناسب، کل انجذابی شرح کے معکوسی متناسب یہ ضابطہ (مساوات) سبائن کے ذریعہ حاصل کردہ تجرباتی اقدار کے ساتھ اچھی طور پر متفق ہے۔

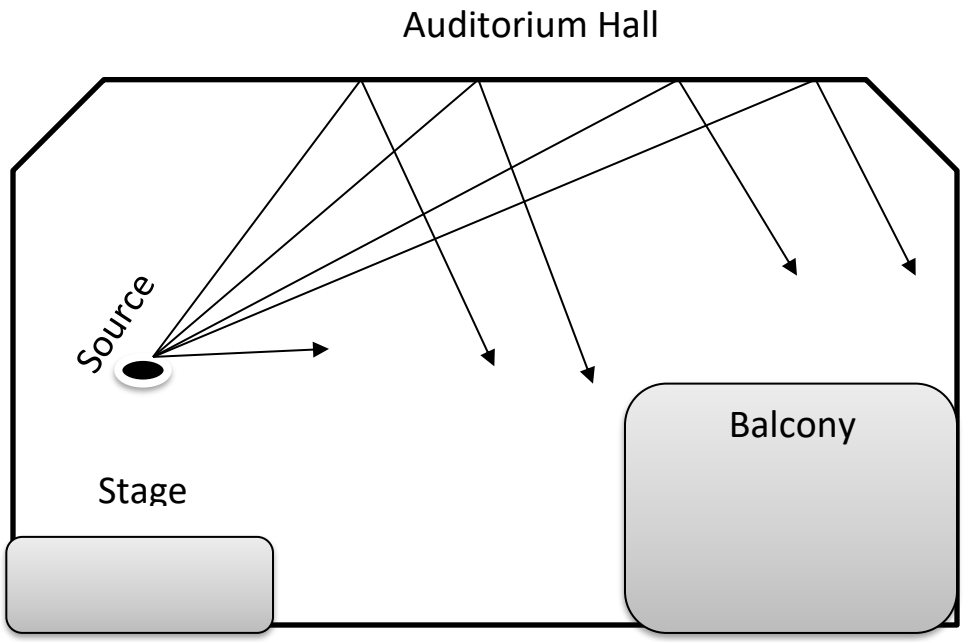
سبائن کو مساوات (6) کی مدد سے انجذابی شرح کو تعین کیا جا سکتا ہے۔ فرض کرو کی T_1 وقت بازگشت کسی خالی کمرے میں جسمیں کوئی سامان موجود نہیں ہے۔

اور T_2 کمرے میں سامان کے ساتھ وقتِ بازگشت ہے۔ تو انجذابی شرح ہو گی۔

$$\alpha_1 = \frac{0.165V}{S_1}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \qquad \text{-------(7)}$$

4.3 ہال اور آڈیٹوریم کے صوتی پہلو (Acoustic of Building and Hall)

طبیعیات کی وہ شاخ جو سہنما تھیٹر اڈٹوریم اُمور کی بناوٹ اور کنٹرول کرنے سے متعلق ہے تاکہ 'موسیقی'، گانے، صاف طور پر اصل کے مطابق پیش اور سنے جاسکیں تاکہ سامعین میں خوشگوار اثر دے "عمارتی موتیات" کہلاتی ہے۔ وہ شعبہ جو اچھے آڈیٹوریم کے بنانے کے متعلق ہوتا ہے (Arelectural Acoustics) تعمیری موتیات کہلاتا ہے۔ تعمیری موتیات "بازگشت" بنے گانے " صاف طور پر اصل کے مطابق پیش اور سنے جاسکیں تاکہ سامعین میں خوشگوار اثر دے "عمارتی موتیات کہلاتی ہے وہ شعبہ جو اچھے آڈیٹیوریم کے بنانے کے متعلق ہوتا ہے (Arelectual acoustics) تعمیری موتیات کہلاتا ہے۔



شکل (4.1)

جیسا کی ہم نے پہلے ذکر کیا ہے کہ صوتیات عمارتوں اور آڈیٹوریم کی ڈیزائننگ میں اہم رول ادا کرتی ہے۔ کسی آڈیٹوریم میں آواز کی بازگشت بنیادی طور پر مختلف سطحوں پر متعدد (Multiple) انعکاس کی وجہ سے ہوتی ہے۔ اچھی آواز سننے کے لئے وقت بازگشت ایک

مناسب قدر چاہئے۔ آڈیٹوریم کی شکل اور حجم اور آواز کا انجذابی بھی آواز کی عمل کو متاثر کرتا ہے۔ صوتی لحاظ سے اچھے ہال کی بنیادی ضروریات یا شرائط درج ذیل ہیں۔

1. دیوار اور چھت کی شکل ایسی ہونی چاہئے کی پورے ہال میں آواز کی یکساں تقسیم ہو۔ ہال کے ڈیزائین کے آواز کی ہموار بڑھنے اور زوال کی ضرورت ہوتی ہے۔ دئے گئے خاکہ میں ایک ایسے ڈیزائن کو دکھایا گیا ہے جو کہ آواز کی یکساں تقسیم کو یقینی بناتا ہے۔
2. آڈیٹوریم کے حجم کا فیصلہ وہاں منعقد ہونے والے پروگرام کی قسم اور نشتور کی تعداد کے لحاظ سے کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک موسیقی ہال کا حجم زیادہ ہونا چاہئے جبکہ ایک لیکچر ہال کو کم حجم کی ضرورت ہوتی ہے۔ ہال کے حجم کا تعین کرنے میں اس کی لمبائی اور چوڑائی سے زیادہ اونچائی اہم کردار ادا کرتی ہے۔ چھت کی اونچائی اور چوڑائی کے درمیان تناسب 2:3 ہونا چاہئے۔
3. بازگشت مناسب ہونا چاہئے یعنی نہ بہت زیادہ نہ بہت کم۔ موسیقی کے لئے وقت بازگشت 1 سے 2 سیکنڈ ہونا چاہئے اور Speech کے لئے 0.5 سے 1 سیکنڈ تک ہونا چاہئے۔
4. سنائی دینے والی آواز ہال کے ہر حصہ میں کافی بلند ہونی چاہئے اور اسکی گونج نہیں ہونی چاہئے۔
5. ہال کے کسی بھی حصہ میں آواز کا ارتکاز نہیں ہونا چاہئے۔
6. ہال کی حدود، غیر ضروری شور کو خارج کرنے کے لئے کافی 'Sound Proof' ہونی چاہئے۔
7. عمارت کے اندر کوئی گونج گمک نہیں ہونا چاہئے۔

4.4 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

ایک ہال کا حجم $(10 \times 30 \times 10) m^3$ ہے جس کا وقفہ بازگشت 3 سکنڈ ہے۔

i. ہال کا انجذاب کیا ہو گا؟

ii. ہال میں 1200 مہمان ہیں جن میں سے ہر ایک 0.5 میٹرک سبائین انجذاب کا حامل ہے تو بتاؤ کہ نیا وقفہ بازگشت کیا ہو گا۔

حل:

i. ہال کا تخم $= 10 \times 30 \times 100 = 30000$ مکعب میٹر

وقفہ بازگشت $T = 3$ سکنڈ

مجموعی آواز کا انجذاب $A_1 = 9$

$$A_1 = \frac{0.17V}{T}$$

$$A_1 = \frac{0.17\times30000}{3} = 1700 metric\ sabine$$

ii. ہال کا حجم $= 30000$ مکعب میٹر

ہال میں بیٹھے ہوئے لوگ $= 1000$

1000 لوگوں کا انجذاب $= 1000 \times 0.5 = 500$ میٹر سبائن

ہال کا انجذاب $= 1700$ میٹر سبائن

کل انجذاب =(ہال کا انجذاب +1000 لوگوں کا انجذاب)

کل انجذاب $= 1700 + 500 = 2200$ میٹر سبائن

نیا وقفہ بازگشت $= \frac{0.17V}{A}$

نیا وقفہ بازگشت $= \frac{0.17x30000}{2200} = 2.31818$ سکنڈ

حل شدہ مثال 2

ایک بند ہال کا حجم $20 \times 15 \times 10m^3$ ہے جس کا سطح انجذاب ضریب 0.035 ہال کا بازگشت وقت کیا ہو گا۔ ہال کا رقبہ $1500m^2$ میں بازگشت وقت 2.5 سکنڈ ہو تو ہال کا میٹریل کی انجذاب ضرب کیا ہو گا۔

حل:

ہال کا حجم $20 \times 15 \times 10 = 3000$ مکعب میٹر

ہال کا انجذاب ضریب $a = 0.035$

ہال کا سطحی رقبہ $= 2h(l + b) + lb + lb$

$$2h(l + b) + 2lb =$$
$$2 \times 10(20 + 15) + 2 \times 20 \times 15 =$$
$$20 \times 35 + 600 =$$
$$700 + 600 =$$

ہال کا سطحی رقبہ $= 1300\ m^2$

سطحی انجذاب $A_1 = as$

$= 1300 \times 0.035 = 45.5$ میٹر سبائن

بازگشت وقت $T = \frac{0.17V}{A_1}$

$= \frac{0.17 \times 3000}{45.5}$

$T = 11.20$ سکنڈ

ہال کا میٹریل کا بازگشت وقت $T_1 = 2.5$ سکنڈ

کل انجذاب $A_2 = \frac{0.17V}{T_1}$

$= \frac{0.17 \times 3000}{2.5}$

کل انجذاب $A_2 = 204$ میٹر سبائن

ہال کے میٹریل کا $500m^2$ میں انجذاب $S_1 = A_2 - A_1$

$= 204 - 45.5$

ہال کے میٹریل کا $1500m^2$ میں انجذاب $S_1 = 158.5$ میٹر سبائن

حل شدہ مثال 3

ایک ہال کا حجم $(4 \times 6 \times 10)m^3$ ہے جس کا وقفہ بازگشت 1.5 Sec ہے۔

(a)۔ ہال کا انجذاب کیا ہو گا۔

(b)۔ ہال میں 40 مہمان ہیں جن میں سے ہر ایک 0.5 میٹرک سابئن انجذاب کا حامل ہے تو بتاؤ کہ نیا وقفہ بازگشت کیا ہو گا۔

حل: (i)۔ ہال کا حجم $240m^3 = 4 \times 6 \times 10$

وقفہ بازگشت $1.5\ \text{sec} = T$

مجموعی آواز کا انجذاب $? = A_1$

$A_1 = \frac{0.17V}{T} = \frac{0.17 \times 240}{1.5} = 2.72\ metric\ sabine$

(ii)۔ ہال کا حجم $240m^3$

ہال میں بیٹھے ہوئے لوگ $= 40$

ہر ایک شخص کا انجذابی شرح $= 0.5$ میٹرک سابئن

40 لوگوں کا انجذاب $20\ met\ sabine = 40 \times 0.5$

ہال کا انجذاب $= 27.2\ metric\ sabine$

مجموعی انجذاب $= 20 + 27.2$

$47.2\ metric\ sabine =$

نیا وقفہ بازگشت $\frac{0.17V}{A} = \frac{0.17\times240}{47.2}$

$T = 0.8644Sec$

4.5 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- L.W.C Sabine نے چند تجربات کے ذریعہ ایک ضابطہ اخذ کیا اور یہ دریافت کیا "وقفہ بازگشت حجم کے راست تناسب ہوتا ہے اور مکمل انجذاب کے بالعکس تناسب ہوتا ہے۔ اگر 'T' کمرے کا وقفہ بازگشت V کمرے کا حجم اور مکمل انجذاب A ہے۔
- طبیعات کی وہ شاخ جس کا تعلق سمعی موجوں سے ہے جس میں بالخصوص ایک کمرے یا تھیٹر میں آواز کی پیدا ہونے، اسکی ترسیل اور آواز کی تحصیل سے جڑا ہے، عمارتوں کی صوتیات (Acoustics of Building) کہلاتا ہے۔
- اس اکائی میں ہم نے جانا کی آواز ایک طولی موج ہے ہم نے آواز کی موجوں کے پیدا ہونے کے عمل کو جانا اور ہم نے عمارتوں کی صوتی پہلو جیسے بازگشت، سبائن کا ضابطہ اور انجذاب کو شرح کے بارے میں بھی جانا۔

4.6 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **بازگشت (Reverberation):** ایک بند کمرے میں آواز کا دیواروں سے متعدد انعکاس کے نتیجہ میں مبداء کو بند کرنے کے بعد بھی قیام پذیر ہوتا آواز کی بازگشت (Reverberation) کہلاتا ہے۔
- **انجذابی شرح (Absorption co-efficient):** کسی سطح کی انجذابی شرح سے مراد وہ نسبت ہے جو اس سے جذب کی گئی آواز کی توانائی E_S اور اسی وقفہ میں مساوی رقبہ کی کھلی کھڑکی سے جذب کی گئی توانائی E_W کے درمیان پائی جاتی ہے۔

انجذابی شرح $a = \frac{E_S}{E_W}$

4.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

4.7.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. انجذاب(Absorption)سے کیامراد ہے۔
2. سبائن کاضابطہ(Sabine formula)کوبیان کرو۔
3. سبائن کاضابطہ(Sabine formula)=.....
4. بازگشت(Reverberation)سے کیامراد ہے۔
5. انسان کیHz Audible Range----------سے--------Hzتک ہوتی ہے۔
6. مندرجہ ذیل میں سے کس کوانجذابی شرح سب سے کم ہے۔

(a)قالین (b)انسانی جسم (c)گلاس (d)چکنی کنکریٹ

7. سبین کے ضابطہ کے مطابق وقت بازگشت کل انجذاب کے بالراست متناسب ہوتا ہے(صحیح یاغلط)۔

4.7.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1. سبائن کاضابطہ(Sabine formula)نوٹ لکھئے۔
2. ایک خالی کمرے اور سامان کے ساتھ کمرہ ہوتوانجذابی شرح کاضابطہ کیاہو گا۔

4.7.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer Type Questions)

1. بند کمرے میں بازگشت وقت کے لئے سبائن کاضابطہ کواخذ کیجئے۔
2. بہتر آڈی نوریم کے اہم شرائط کوبیان کریں۔
3. وقت بازکشت کے لیے سبین کاضابطہ اخذ کیجئے۔
4. عمارتوں میں موتیات کی اہمیت پر نوٹ لکھیں اور صوتی طور پر اچھے ہال کی بنیادی شرائط کیاہیں؟

4.7.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک ہال کا حجم $(4 \times 6 \times 10)m^3$ ہے جس کاوقفہ بازگشت 1.5 سکنڈ ہے۔(a)۔ہال کاانجذاب کیاہو گا۔(b)۔ہال میں 40 مہمان ہیں جن میں سے ہر ایک 0.5 میٹرک سبائن انجذاب کاحامل ہے توبتاؤ کہ نیاوقفہ بازگشت کیاہو گا۔
2. ایک بند ہال کا حجم $20 \times 30 \times 16m^3$ ہے جس کا سطعی انجذاب ضریب 0.04 ہال کا بازگشت وقت کیا ہو گا۔ ہال کا رقبہ $2000m^2$ میں بازگشت وقت 3sec ہوتوہال کا میٹریل کی انجذاب ضریب کیاہو گا۔

اکائی 5A۔ نور کی نوعیت ہائیجنز کا اُصول

(Nature of Light – Hyugens Principles)

اکائی کے اجزا

5.0	تمہید
5.1	مقاصد
5.2	نور کی نوعیت
5.3	نور اور برقی مقناطیسی طیف
5.4	ہائجنز کا اُصول
5.5	ہائجنز کا اُصول کلیات انعکاس
5.6	ہائجنز کا اُصول کلیات انعطاف
5.7	حل شدہ مثالیں
5.8	اکتسابی نتائج
5.9	کلیدی الفاظ
5.10	نمونہ امتحانی سوالات
5.10.1	معروضی جوابات کے حامل سوالات
5.10.2	مختصر جوابات کے حامل سوالات
5.10.3	طویل جوابات کے حامل سوالات
5.10.4	حل شدہ جوابات کے حامل سوالات

5.0 تمہید (Introduction)

اشعاع(radiation) توانائی کے اخراج اور اس کی اشاعت سے بحث کرتی ہے۔ اشعاع کی بڑی اقسام کی درجہ بندی، برقی مقناطیسی(Electromagnetic)، صوتی(acoustic)اور ذراتی اشعاع(Particle radiation)کے طور پر کی جاسکتی ہے۔ یہاں ہم برقی مقناطیسی اشعاع پر بحث کریں گے جس کی ذیلی تقسیم ریڈیو مائیکرو ویو(Microwave)پائین سرخ(infrared)، مرئی(Visible)، بالائے بنفش(Ultravoilet)، X شعاعوں(X-rays)اور گاما شعاعوں(γ ray)کے طور پر کی جاتی ہے۔ یہ بحث ان ککے گھٹے ہوئے طول موج یا ان کی بڑھتی ہوئی توانائیوں کے تناظر میں کی جائے گی۔ ہم جانتے ہیں کہ توانائی کی اشاعت ایک مقام سے دوسرے تک یا تو مادی حرکت کے ذریعہ یا پھر کسی واسطے میں موجی خلل کے سفر کے ذریعہ عمل میں آتی ہے۔ جس میں واسطہ بذات خود متحرک نہیں ہوتا۔ ایک بندے پانی کا گرنا۔ کسی فاصلے سے پتھر کو پھینک کر کھڑکی کے شیشے کو توڑنا اور ٹربائن کے پلیڈز پر پانی کو گرا کر انہیں چلانا وغیرہ۔ مادی حرکت کے ذریعہ ایک مقام سے دوسرے مقام تک توانائی کی منتقلی کی چند مثالیں ہیں۔ آواز کی توانائی کا ایک مقام سے دوسرے تک انتقال موجی حرکت کے ذریعہ ہوتا ہے۔ واسطے کا ہر ذرہ اپنے مقام توازن پر مرتعش رہ کر برابر والے ذرے کو توانائی منتقل کرتا ہے۔ مبداء نور کے کسی نقطے سے کسی بھی دور کے تکہ نور کی توانائی کے انتقال کو سمجھانے کے لئے دو نظریات یعنی ذراتی نظریہ اور موجی نظریہ کو پیش کیا گیا۔ ذراتی نظریہ کو سر آئزک نیوٹن(Sir Issac Newton)نے 1675ء میں اور موجی نظریہ کو ہائجنز نے 1678ء میں پیش کیا، جس کے بعد ان دونوں نظریوں کی تجربی تصدیق ہوتی رہی اور دو مکتب خیال پروان چڑھتے رہے۔ ہوک ہائجنز، ڈلکارڈ اور ایولر موجی نظریہ کے موید تھے جبکہ نیوٹن اور لاپلاس ذراتی نظریہ کی مدافعیت کرتے رہے۔

چند مظاہر ایسے ہیں جنہیں صرف نور کی ذراتی نوعیت کی بنیاد پر سمجھایا جاسکتا ہے۔ جب کہ بعض دوسرے مظاہرہ کی توجہ صرف موجی نظریہ کی بنا پر کی جاسکتی ہے۔ اس لئے نور کا موجودہ دوٹیلا نظریہ بلاشک وشبہ قابل قبول ہے۔ بعض اوقات ہمیں اس کو فونانس کیر قوم میں سونچنا پڑتا ہے تو بعض اوقات امواج کی رقوم میں۔ ہم اس اکائی میں ہائجنز کے موجی نظریہ کا تفصیل سے مطالعہ کریں گے اور اس کی بنیادی پر انعکاس انعطاف کے مظاہر کو سمجھائیں گے۔

5.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں اس پر بحث کی گئی ہے کہ نور دراصل برقی مقناطیسی طیف کا ایک حصہ ہوتا ہے۔ اس مظہر کو سمجھانے کے لیے اکائی میں

- نور کی نوعیت کا مختصراً جائزہ لیا گیا ہے۔
- ہائجنز کے اُصول کو استعمال کرتے ہوئے کلیات انعکاس و انعطاف کو ثابت کریں۔

5.2 نور کی نوعیت (Nature of Light)

نور ہم تک کائینات کی خبریں لاتا ہے۔ سورج اور ستاروں سے ہم تک پہنچ کر یہ انکے وجود، ان کے مقام انکی حرکات، ان کی ہئیت ترکیبی اور بہت ساری دلچسپ معلومات فراہم کرتا ہے۔ ہمارے اطراف ہم سے قریب تر موجود اشیاء کو دکھانے سے لے کر یہ ہمیں دنیا کو اپنے انداز سے دیکھنے کے قابل بناتا ہے۔ ہم پر منکشف ہونے والے رنگوں اور اشکال سے ہم لطف اندوز ہوتے ہیں اور ہم ایک دوسرے کے درمیان معلومات اور خیالات کے تبادلے کے لیے ان کو استعمال کرتے ہیں۔ اس طرح نور کا مطالعہ طبیعی دنیا کے بعض نہایت اہم اور بنیادی خصوصیات سے گرا تعلق رکھتا ہے۔

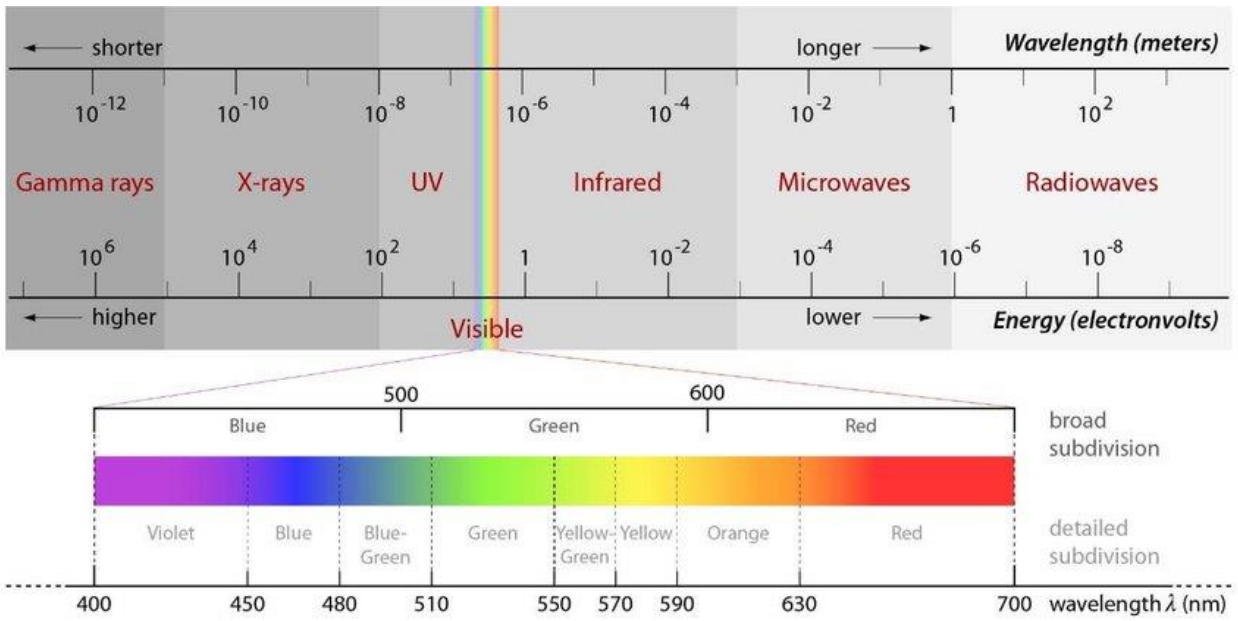
یہ حقیقت کہ نور ایک تناہی (finite) رفتار سے سفر کرتا ہے۔ نظریاتی اور عملی دونوں اعتبارات سے ثابت ہوچکی ہے۔ خلاء (Vacuum) میں نور کی رفتار 3×10^8 میٹر فی سیکنڈ ہے۔ جو برقی مقناطیسی امواج کی رفتار کے مساوی ہے۔ ان کے بارے میں گذرے ہوئے اسباق میں بحث کی جاچکی ہے۔ نور کے انعکاس (Reflection) سے بھی ہم ابھی طرح واقفیت حاصل کرچکے ہیں۔ نظام شمس کے چاند، سیارے اور توابع (Satellites) نور کے انعکاس کے باعث ہی دکھائی دیتے ہیں۔ کیوں کہ یہ نلکی اجسام سورج کی طرح خود سے منور نہیں ہیں۔ نور کا انعطاف (Refraction) اس وقت واقع ہوتا ہے جب نور ایک واسطے سے دوسرے واسطے میں داخل ہوتا ہے جہاں نور مختلف رفتار سے حرکت کرنے لگتا ہے۔ ان مظاہر کو نیوٹن نے اٹھارویں صدی میں اس مفروضے کی بنیاد پر پیش کیا کہ نور چھوٹے چھوٹے ذرات پر مشتمل ہوتا ہے۔ مگر تھامس ینگ (Thomas Young) نے انیسویں صدی کے پہلے نصف میں نور کے تداخل (Interference) کے مظہر پر مطالعے کیے۔ اس وقت تک انکسار (Diffraction) اور تقطیب (Polarisation) کے مظاہر دریافت کیے جاچکے تھے۔ یہ مظاہر کی موجی نوعیت (Wave nature) کی بنیاد پر ہی سمجھے جاسکتے تھے۔

حالانکہ نور کے موجی نظریے کو 1850ء تک تسلیم کیا جاچکا تھا۔ لیکن آنسٹائین کے مشاہدہ کردہ ضیابرقی اثر (Photoelectric effect) کو صرف نور کی ذراتی نوعیت کی بنیاد پر سمجھایا جاسکتا تھا۔ وہ اس طرح کہ خلاء میں نور کی شعاع میں توانائی بنڈلوں کی شکل میں سفر کرتی ہے۔ جن کو فوٹون (Photons) کا نام دیا گیا ہے۔ ایک واحد نوٹوں کی توانائی 'E' کو اس مساوات کے ذریعہ بتایا جاسکتا ہے۔ $E = h\nu$، جہاں h پلانک (Planck) کا مستقل ہے اور ν نور کی موج کا تعدد ہے۔ نور کی نوعیت کے بارے میں ہمارا جدید نظریہ یہ ہے کہ نور دوہری نوعیت کا حامل ہے۔ یعنی یہ ایک موج کے علاوہ ایک ذرہ کے طور پر بھی اپنا طرز عمل ظاہر کرتا ہے۔

5.3 نور اور برقی مقناطیسی طیف (Light and Electromagnetic Spectrum)

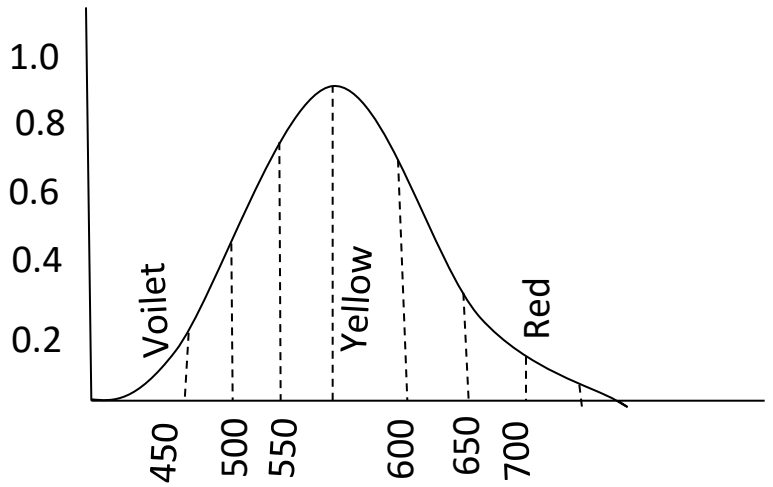
اگرچہ کہ تداخل اور انکسار ایک موج کے مخصوص مظاہر ہیں اور نور کی تقطیب کا مظہر، نور کی موجوں کی عرضی (Transverse) نوعیت کا انکشاف کرتا ہے۔ برقی مقناطیسی موجوں کی طرح نور کی تناہی رفتار اور اس کی طولی نوعیت کی بنیاد پر جیمس کلارک میکس ویل (J.C. Maxwell) نے یہ تجویز پیش کی کہ نور برقی مقناطیسی طیف کا ایک جز ہے۔ شکل (5.1) برقی مقناطیسی طیف کو بتاتی ہے جس میں نور کی

موج جملہ طیف کے ایک چھوٹے حصے پر مشتمل ہے۔ جب کہ جملہ طیف لمبی طول موج والی ریڈیو امواج سے لے کر بہت ہی چھوٹی طول موج رکھنے والی کاسمک اشعاع جو زمین تک پہنچتی ہیں۔ پر مشتمل ہوتا ہے۔ طیف کا مرائی علاقہ 400 تا 700 نانو میٹر طول موج پر مشتمل ہوتا ہے۔ اس مقدار کی منظورہ ایس آئی اکائیاں ہیں مائیکرو میٹر $(1nm = 10^{-9}m)$ اور نانو میٹر $(1nm = 10^{-6}$ 1m مرئی اشعار کی اضافی حدت کو شکل (5.1) میں دکھایا گیا ہے۔



Source:https://www.researchgate.net/figure/The-complete-electromagnetic-spectrum

شکل (5.1) برقی مقناطیسی طیف



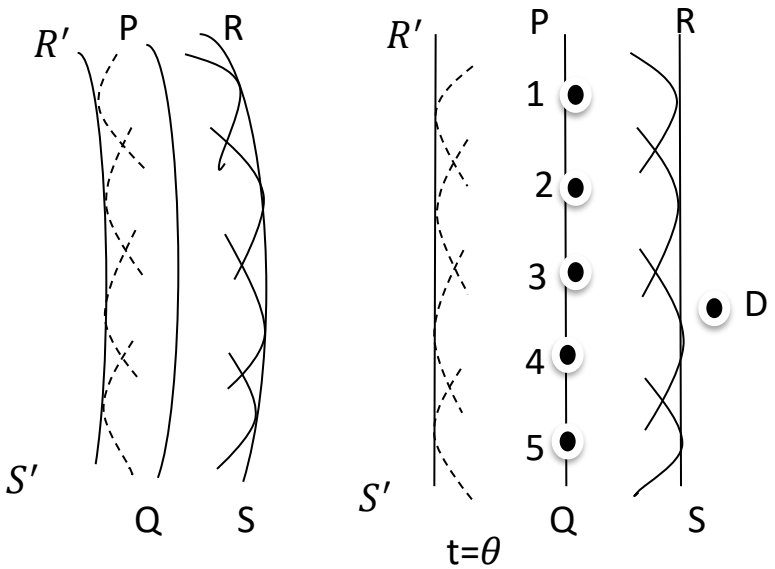
شکل (5.2) مختلف طول موج کے لیے ایک معیاری مشاہد کی آنکھ کی اضافی حیت

نور کی موجوں کا مادے سے حاوی تعامل (Dominant Interaction) عام طور پر برقی میدان کے ذریعے ہوتا ہے۔ جس کے حصے 'E' کی پیمائش ایس آئی اکائیوں میں وولٹ فی میٹر میں کی جاتی ہے۔

شکل (5.2) میں دکھائی گئی تمام امواج عموماً اپنی نوعیت کے اعتبار سے برقی مقناطیسی ہیں اور خلاء میں یکساں رفتار 'C' رکھتی ہیں۔ وہ صرف اپنے طول موج (یا تعدد) میں ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہیں۔ بالفاظ دیگر ان کے اشعاع کے مبداء اور ان کی شناخت کے لیے استعمال کیے جانے والے آلات مختلف ہوتے ہیں۔ اس لحاظ سے نور کی تعریف ایک ایسی برقی مقناطیسی اشعاع کے طور پر کی گئی ہے۔ جو آنکھ پر اثر انداز ہوتی ہے۔ برقی مقناطیسی طیف کی کوئی قطعی اوپری یا نچلی حدود نہیں ہوتیں۔

5.4 ہائجنز کا اُصول (Hygen's Principles)

موجی نظریہ کے مطابق جب کسی مبداء نور کو ایک یکساں متجانس واسطے میں رکھتے ہیں تو اس سے تمام سمتیوں میں نور کی امواج خارج ہوتی ہیں۔ یہ موجیں یکساں رفتار کے ساتھ پھیلتے ہوئے ہم مرکز کروں کی شکل میں سفر کرتے ہیں۔ اگر مبداء کرے کے مرکز پر ہو تو کرے کی سطح پر کے ہر نقطے تک یہ خلل بہ یک وقت پہونچے گا۔ ایسے کڑے کو نامیہ موج (Wave front) کہتے ہیں۔ اس طرح نامیہ موج کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ تمام ہئیت نقاط کا طریق ہے۔ نامیہ موج کی شکل کا انحصار مبداء نور کی شکل اور مبداء سے اس کے فاصلے پر ہوتا ہے۔



شکل ((5.3(a)۔ کروی خامیہ موج شکل ((5.3(b) ۔ استوانی نامیہ موج

شکل (5.3)

(i)۔ کروی نامیہ موج کروی سطح کے ایک حصہ کو جس پر کے تمام ذرات کے ہئیت ایک ہی ہوتی ہے۔ کروی نامیہ موج کہتے ہیں۔

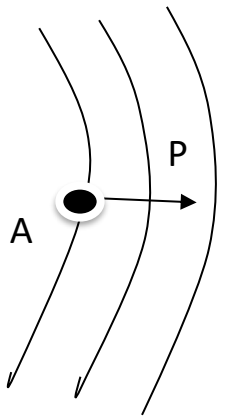
(ii)۔ استوانی نامیہ موج جب مبداءں ور خطی ہوتا ہے تو کسی متجانس واسطے میں نامیہ موج کی شکل استوانے کی جیسی ہوتی ہے۔ اس قسم کی استوانی سطح کے ہر ذرے کی ہئیت ایک ہی ہوتی ہے۔

(iii)۔ مستوی نامیہ موج مستوئی نامیہ ایک مستوی سطح ہے جس میں سے موجی خلل کا گزر ہوتا ہے اور جس پر کے تمام مرتعش ذرات کی ہئیت ایک ہی ہوتی ہے۔ کروی یا استوانی سطح کا ایک جز جو مبداء سے لاتناہی فاصلے پر ہو ایک مستوی نامیہ موج بن جاتا ہے۔

ہائجنز کا اُصول دراصل کسی لمحہ 't' پر ایک نامیہ موج کے محل و شکل کو معلوم کرنے کا ایک ہندسی طریقہ ہے۔ جب کہ ہمیں اس سے قبل کے لمحے پر اس کے محل و شکل کا علم ہو۔ ہائجنز کے اُصول کے مطابق نامیہ موج پر کے تمام نقاط کو مبداء تصور کیا جاسکتا ہے۔ جن سے چھوٹی ثانوی کروی موجیں پیدا ہوتی ہے۔ جنہیں امواج صغیر (Wavelets) کہا جاتا ہے۔ 't' وقت کے بعد نامیہ موج کا نیا مقام ان صغیرہ ثانوی موجوں کا لفاف ہو گا۔

شکل (5.3) کے بموجب فرض کرو کہ مبداء 'S' سے ایک نامیہ موج کی ابتداء ہو رہی ہے۔ جو t=0 پر مقام PQ تک پہونچتا ہے۔ ہائجنز کے اُصول کے مطابق اس نامیہ موج کا ہر ذرہ ایک ثانوی مبداء بن جاتا ہے۔ جس سے صغیر کروی موجیں باہر کی طرف پھیلتی ہیں۔ ایک وقت 't' کے بعد مراکز 3,2,1..... وغیرہ سے کروی امواج صغیرہ کا ایک سلسلہ شروع ہو گا جن میں سے ہر ایک کا نصف قطر 'Ct' ہو گا۔ جہاں 'C' موجی خلل کی رفتار ہے۔ وہ سطح جو ان چھوٹی موجوں کا لفاف ہو یعنی بالفاظ دیگر ان کروی سطحوں کی مماسی مستوی 'RS' ایک ہے۔ نامیہ موج کا مقام ہو گا۔ شکلی (5.3a) اور (5.3b) کے معائینے سے ظاہر ہو جاتا ہے کہ ایک کروی نامیہ موج کی اشاعت کرے کی شکل میں اور مستوی نامیہ موج کی اشاعت ایک مستوی کی شکل میں رفتار 'c' کے ساتھ عمل میں آتی ہے۔ یہاں یہ واضح کر دینا ضروری ہے کہ ہائجنز کے اس طریقہ ساخت میں تینوں ابعاد شامل ہیں اور شکل (5.3) اس ساخت اور کاغذ کی مستوی کا تقاطع ہے۔

ہائجنز کے اُصول میں یہ مان لیا جاتا ہے کہ موج صغیر کا صرف وہی حصہ مؤثر ہوتا ہے جو لفاف کے ساتھ تماس میں رہتا ہو۔ اس طرح ایک شعاع کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ وہ خط ہے جو موج صغیرہ کے مؤثر حصے کو اس کے مبداء سے ملاتا ہے جیسا کہ شکل (5.3a) میں بتلایا گیا ہے۔ شکل (5.4) میں بتائے ہوئے نامیہ موج کے علاوہ جو آگے کی طرف اشاعت پذیر ہے۔ ایک اور نامیہ موج RS بھی ہے جو پیچھے کی جانب بڑھ رہا ہے۔ اس صورت حال سے پہلو تہی کی جاسکتی ہے اگر یہ تسلیم کر لیا جائے کہ صغیرہ کروئی موجوں کی حدت تمام سمتوں میں یکساں نہیں ہوتی بلکہ آگے کی سمت میں اعظم ترین سے بتدریج بدلتی ہوئی پیچھے کی جانچ اقل ترین یعنی صفر ہو جاتی ہے۔ (Voigt) اور (Kirchoft) نے بتایا کہ کسی دی ہوئی سمت میں "OA" سے زاویہ 2θ پر مائل ایک موج صغیرہ کا حصہ $\frac{(1+\cos\theta)}{2}$ کے تناسب ہے۔ آگے کی سمت میں $\theta = 0$ ہے اس لیے حدت اعظم ترین ہو گی بر خلاف اس کے پیچھے کی سمت میں $\theta = 180^0$ ہے اس لئے حدت صفر ہوتی ہے۔ تمام موجی مظاہر پر ہائجنز کے اُصول کا اطلاق کیا جاسکتا ہے۔ اب ہم انعکاس، انعطاف کے مظاہر کو سمجھانے کے لئے ہائجنز کے اُصول کا استعمال کریں گے۔

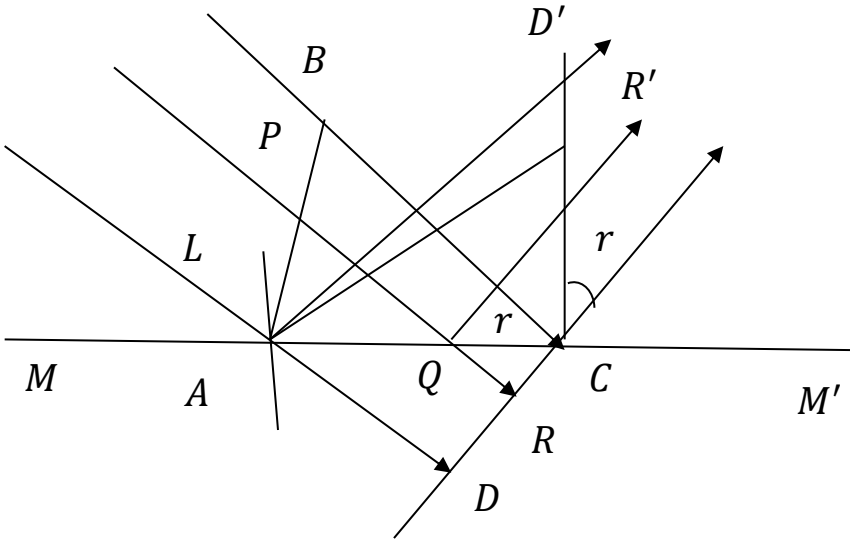


شکل(5.4)

5.5 ہائجنز کا اُصول کلیات انعکاس(Reflection of Hygens Principle)

یہاں ہم انعکاس کے مظہر کا مطالعہ کریں گے اور ہائجنز کے اُصول کے استعمال سے کلیات انعکاس کو آخذ کریں گے بموجب شکل(5.5) فرض کرو کہ MM' ایک ماکس سطح ہے فرض کرو کہ AB ایک مستوی نامیہ موج ہے جو وقت t=0 سطح ماکس MM' سے نقطہ 'A' پر ٹکراتا ہے۔ فرض کرو کہ نور کی رفتار 'C' ہے نامیہ موج کے کنارے 'B' کو نقطہ 'C' تک پہنچنے کے لئے درکار وقت 't' ہے سطح عکس MM کی عدم موجودگی میں نامیہ موج AB مقام CD تک پہنچ چکا ہوتا ہے۔

نامیہ موج جوں جوں آگے بڑھتے رہتا ہے۔ A اور C کے درمیان کے ذرات MM' کی موجودگی کی وجہ سے ثانوی امواج صغیر کے مبداء کے طور پر کام کرتے ہیں۔ ہائجنز کے اُصول کو استعمال کرتے ہوئے ہم وقت 't' کے بعد منعکس نامیہ موج تشکیل دے سکتے ہیں۔



شکل(5.5)

عاکس سطح mm کو چھونے والا نامیہ موج کا نقطہ 'A' سب سے پہلے ثانوی امواج صغیر کا مبداء بنتا ہے۔ جس سے نکلنے والی موج صغیر واسطے میں ہر طرف پھیلتی ہے۔ جس وقت 't' میں نقطہ 'B' سے نکلنے والا خلل مقام 'c' تک پہونچتا ہے۔ اسی وقت میں A سے کلنے والی موج صغیر نصف قطر Bc=ct ہو جائے گا۔ موج کے اس مقام کو حاصل کرنے کے لئے نقطہ 'A' کو مرکز مان کر Ct نصف قطر کا ایک کرہ کھینچتا ہو گا فرض کرو کہ A, C, D سے نکلنے والی موج صغیر کے نقطہ 'D' پر کا مماس ہے۔ تب 'CD' وقت 't' کے بعد منعکس نامیہ موج کے مقام کو ظاہر کرتا ہے۔

فرض کرو کہ AB پر ایک نقطہ P ہے اور مان لو کہ PQR متوازی ہے BC کے فرض کرو کہ QR اور QR نقطہ Q سے علی الترتیب CD اور CD پر کھینچے ہوئے عمود میں مثلثات QCR اور ACD مشابہ ہیں کیونکہ زاویہ

لہٰذا

$$\angle Q\hat{C}R = \angle A\hat{C}D = \quad \text{اور} \quad \angle Q\hat{R}C = \angle A\hat{D}C = 90^0$$

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR'}{AD'} \quad \text{-------(1)}$$

اس طرح مثلثات QCR اور ADC تشابہ ہیں کیونکہ

زاویہ $\angle Q\hat{R}C = \angle A\hat{D}C = 90^0$ اور $\angle Q\hat{C}R = \angle A\hat{C}D$ اس لیے

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR}{AD} \quad \text{------(2)}$$

(1) اور (2) کے مقابلے سے

$$\frac{QR'}{AD'} = \frac{QR}{AD} \quad \text{------(3)}$$

کیونکہ $AD = Ct = AD = BC$

اس لیئے ہیں حاصل ہوتا ہے۔

$$QR' = \frac{AD'}{AD} QR \qquad QR' = QR \quad \text{------(4)}$$

$$\frac{AD}{AD'} = \frac{QR}{QR'} = \frac{C_1 t}{C_2 t} = \frac{C_1}{C_2}$$

مساوات (4) یہ بتلاتی ہے کہ Q سے نکلنے والی موج صغیرہ نامیہ CD کو نقطہ R پر چھوتی ہے اور یہ ان تمام امواج صغیرے لئے درست ہے جو A اور C کے مابین ہر نقطہ سے نکلتی ہیں اور لہٰذا 'CD' منعکس نامیہ موج کو تعبیر کرتا ہے۔

اب ہم مثلثوں ABC اور ADC پر غور کریں گے یہاں پر AC مشترک ہے BC=AD اور $ABC = ADC = 90^0$ اس لیے مثلث ABC اور ADC ایک دوسرے کے عین مطابق (Congruent) ہیں (یعنی ہر طرح سے برابر ہیں)۔

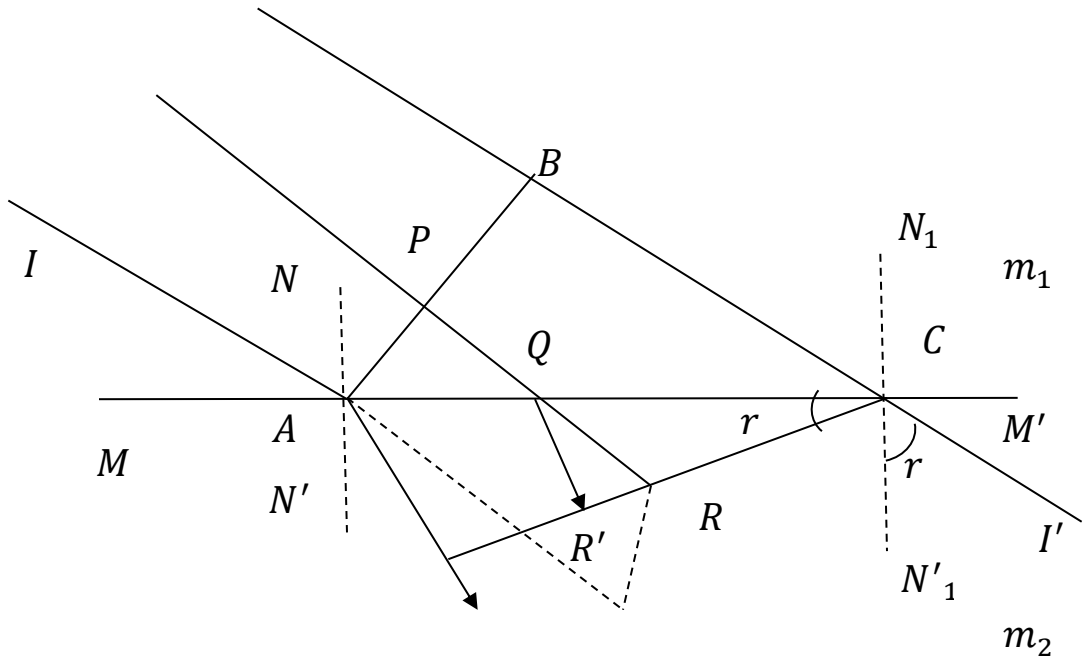
$$\angle BAC = \angle ADC \quad \text{------(5)}$$

یعنی

لہٰذا زاویہ وقوع مساوی ہوتا ہے زاویہ انعکاس کے

5.6 ہائجنز کا اصول۔ کلیات اور انعطاف (Hygen's Principle and Refraction)

مان لو کہ انعطافی سطح mm دو شفاف واسطوں (ہوا اور گلاس) کو ایک دوسرے سے علیحدہ کرتی ہے جیسا کہ شکل (5.6) میں دکھایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ ہوا اور گلاس میں نور کی رفتاریں علی الترتیب C_1 اور C_2 ہیں اور یہ بھی مان ہو کہ APB ایک واقع مستوی نامیہ موج کو تعبیر کرتا ہے۔ جس کا نقطہ 'A' سطح mm سے وقت t=0 پر ملتا ہے۔ اس طرح t=0 پر A ثانوی امواج صغیرہ کا مبداء بن جاتا ہے۔ فرض کرو کہ نامیہ موج کے کنارے 'B' کو نقطہ 'C' تک پہونچنے کے لئے درکار وقت 't' ہے۔ لہٰذا BC=CT اگر گلاس موجود نہ ہوتا تو اسی وقت 't' میں نامیہ موج APB مقام CRD تک آگے بڑھ گیا ہوتا۔ لیکن انعطافی سطح mm کی موجودگی کی وجہ سے جیسے جیسے نامیہ موج آگے بڑھتا ہے۔ 'A' اور 'C' کے درمیان کا ہر نقطہ یکے بعد دیگرے ثانوی موج صغیر کا مبداء بنتا جاتا ہے۔



شکل (5.6)

وقت 't' پر جبکہ نقطہ 'C' سے موج صغیر عین نکلنے والی ہوتی ہے۔ نقطہ 'A' سے نکلی ہوئی موج صغیر کو واسطے (2) میں ایک نصف قطر AD حاصل ہو جاتا ہے۔ جو C_2t کے برابر ہو گا۔ فرض کرو کہ A سے نکلی ہوئی موج کے لئے 'C' سے کھینچا ہوا مماس CD ہے۔ تب CD سے منعطف نامیہ موج کی تعبیر ہوتی ہے۔ اس کو ثابت کرنے کے لئے فرض کرو کہ PQR کو BC متوازی کھینچا گیا جہاں نقطہ Q انعطافی سطح MM' کا ایک نقطہ ہے۔ فرض کرو کہ نقطہ Q سے CD اور CD' پر کھینچے ہوئے۔ عمودی علی الترتیب اور PQ میں مثلث QCR تشابہ ہے۔ مثلث ACD کے کیونکہ

$$\angle QRC = \angle ADC \qquad \text{اور} \qquad \angle QCR = \angle ACD$$

اس لئے

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR}{AD} \dots\dots\dots a$$

اسی طرح مثلث QCR تشابہ ہے۔ مثلث ACD کے کیونکہ $\angle QRC = \angle ADC = 90^0$ اور $\angle QCR = \angle ACD$ اس لیے

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR'}{AD'} \dots\dots\dots b$$

(a) اور (b) کے مقابلے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\frac{QR'}{AD'} = \frac{QR}{AD}$$

$$QR' = \frac{AD'}{AD}.QR$$

$$\frac{AD}{AD'} = \frac{QR}{QR'} = \frac{C_1t}{C_2t} = \frac{C_1}{C_2}$$

لہٰذا اگر 'A' سے نکلنے والی موج صغیر کا نصف قطر AD ہے تو Q سے نکلنے والی موج صغیر کے نصف قطر کی تعبیر QR سے ہوتی ہے یعنی Q سے نکلنے والی صغیر موج CD کو نقطہ R پر چھوتی ہے۔ یہ AC پر کے کسی بھی نقطے سے نکلنے والی موج صغیر کے لئے درست ہے۔ اس طرح AC پر کے تمام نقطہ سے نکلنے والی امواج صغیر کا مشترک لفاف CD ہے۔ لہٰذا ہائجنز کے اُصول کے تحت CD منعطف نامیہ موج تعبیر کرتا ہے۔ شکل (5.6) کے بموجب

$$\angle IAN + \angle NAM = 90^0 = \angle NAB + \angle BAC$$

$$= \angle IAN = i = \angle ABC$$

اسی طرح

$$\angle NCI + \angle NCR = 90^0 = \angle NCR + \angle RCQ$$

$$or\ \gamma = \angle RCQ + \angle ACD$$

مثلث ABC اور مثلث ACD میں

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin(Angle\ BAC)}{\sin(Angle\ ACD)} = \frac{BC/AC}{AD'/AC} = \frac{BC}{AD'}$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{C_1 t}{C_2 t} = \frac{C_1}{C_2} = \mu_{21}$$

مساوات کلیہ انعطاف کی تعبیر ہے۔ لہٰذا مقدار μ_{21} واسطے (1) کے (2) انعطاف کہلاتی ہے۔

5.7 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

اگر شیشہ کا انعطاف نما 1.5 ہے۔ شیشہ میں نور کی رفتار معلوم کرو۔ (خلاء میں نور کی رفتار $= 3 \times 10^8 ms$)

حل: $V = ?, c = 3 \times 10^8\ {}^m/_S, \mu = 1.5$

شیشہ کا مطلق انعطاف نما $\frac{C}{v} = \mu$

$$\frac{3\times10^8}{v} = 1.5$$

$$v = \frac{3\times10^8}{1.5} = 2 \times 10^8\ {}^m/_S$$

حل شدہ مثال 2

شیشہ کا انعطاف نما پانی کے بمقابل $8/9$ ہے۔ اگر شیشہ میں نور کی رفتار اور طولِ موج علی الترتیب $2 \times 10^8\ {}^m/_S$ $4000A^0$ ہیں۔ تب پانی میں نور کی رفتار اور طولِ موج معلوم کرو؟

حل:

$$\lambda_w = ?, V_w = ?, \lambda_g = 4000A^0, vg = 2 \times 10^8\ {}^m/_S, \mu_g = \frac{9}{8}$$

شیشہ کا اضافی انعطاف نما بمقابل پانی کے:

$$w\mu_g = \frac{\mu_g}{\mu_g} = \frac{V_w}{V_g} \quad \left(\because \mu = \frac{C}{V}\right)$$

$w\mu_g$ اور V_g کی قیمتیں درج کرنے پر

$$\frac{9}{8} = \frac{V_w}{2\times10^8}$$

$$V_w = \frac{9\times2\times10^8}{8} = 2.25 \times 10^8\, m/s$$

طول موج کی صورت میں

$$w\mu_g = \frac{\mu_g}{\mu_g} = \frac{\lambda_w}{\lambda_w} \qquad \mu_g = \frac{\lambda}{\lambda_g}, \mu_w = \frac{\lambda}{\lambda_w}$$

$w\mu_g$ اور λ_g کی قیمت درج کرنے

$$\frac{9}{8} = \frac{\lambda_w}{4000}$$

$$\lambda_w = \frac{9\times4000}{8} = 4500\dot{A}^0$$

5.8 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- برقی مقناطیسی اشعاع وقت کے ساتھ بدلنے والے برقی اور مقناطیسی میدانوں سے متعلق ہوتی ہے۔ اہتزاز کرنے والے برقی بھرن برقی مقناطیسی اشعاع پیدا کرتے ہیں۔ ہائجنز کے اُصول کے مطابق ایک نامیہ موج پر تمام نقاط بطور نقطوی مبداء کے عمل کرتے ہیں جن سے ثانوی صغیر موجیں پیدا ہوتی ہیں۔

5.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **برقی مقناطیسی موج (Electromagnetic waves):** جن کی برق اور مقناطسیت پابندی کرتے ہیں اور پھر انہیں احساس ہوا کہ روشنی برقی مقناطیسی موج۔
- **طیف (Spectrum):** روشنی کے مختلف رنگ کے اجزائی ترتیب روشنی کا طیف کہلاتی ہے۔
- **مستوی موج (Plane wave):** ایک مستوی (plane) سے حاصل ہوئی موج مستوی موج۔
- **موجی محاظ (Wave front):** ایسے نقاط جو درہئیت اہتزاز کرتے ہیں ان کا طریق (Locus) ایک موجی محاظ کہلاتا ہے۔

- **ثانوی لہریے (Secondary wavelets):** موجی محاذ سے شروع ہونے والے یہ لہریے عام طور سے ثانوی لہریے ہوتے ہیں۔
- **انعطاف نما (Refractive Index):** ایک مستقل ہے، جو دوسرے واسطے کا، پہلے واسطے کا، پہلے واسطے کی مناسبت سے انعطاف نما کہلاتا ہے۔

5.10 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

5.10.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. .....کے تجویز پیش کی کہ نور برقی مقناطیسی طیف کا ایک جز ہے۔
2. طیف کا مرئی علاقہ .....طول موج پر مشتمل ہوتا ہے۔
3. خلاء (Vacuum) میں نور کی رفتار..... ... ... میٹر فی سیکنڈ ہے۔
4. نامیہ موج (Wave front) سے کیا مراد ہے۔
5. برقی مقناطیسی موج (Electromagnetic waves) سے کیا مراد ہے۔
6. طیف (Spectrum) سے کیا مراد ہے۔
7. ثانوی لہریے (Secondary wavelets) کو بیان کرو۔
8. ذراتی نظریہ کو.....نے 1675ء میں پیش کیا ہے۔
9. موجی نظریہ کو ہائجنز نے.....ء میں پیش کیا ہے۔
10. فوٹون (Photon) سے کیا مراد ہے۔

5.10.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. انعطاف کے مظہر کو ہائجنز کے نامیہ موج کی بناوٹ کی بنیاد پر سمجھایئے۔
2. ہائجنز کا اُصول (Hygen's Principles) بیان کرو۔
3. ہائجنز کا اُصول کلیات انعکاس کو سمجھایئے۔
4. ہائجنز کا اصول۔ کلیات اور انعطاف کو سمجھایئے۔

5.10.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. یہ بتایئے کہ نور برقی مقناطیسی طیف کا ایک حصہ ہوتا ہے اور ساتھ ہی نور کی نوعیت پر بحث کیجئے۔
2. ہائجنز کے موجی نظریہ کی بنیاد پر انعکاس نور کو سمجھایئے۔

5.10.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. جب شعاع گلاس سے پانی میں سفر کرتی ہے تو زاویہ فاصل معلوم کیجئے دیا گیا ہے کہ گلاس اور پانی کے انعطاف نما بالترتیب 1.5 اور 1.33 ہیں۔ (جواب: 0.2862)
2. 30^{o} زاویئے والے ایک منشور پر ایک شعاع 60^{o} کا زاویہ بنا کر واقع ہوتی ہے اور شعاع منحرف شعاع وقوع ہے۔ 30^{o} کا زاویہ بناتی ہے۔ منشور کے مادے کا انعطاف نما معلوم کیجئے۔ (جواب 1.732)
3. $4 \times 10^{14} Hz$ تعدد والی ایک شعاع کا موجی طول اگر کسی واسطے میں 5×10^{-7} ہو تو اس واسطے کا انعطاف نما معلوم کیجئے۔ (جواب: 1.5)
4. شیشہ کا انعطاف نما پانی کے بمقابل 5 / 3 ہے۔ اگر شیشہ میں نور کی رفتار اور طولِ موج علی الترتیب $3 \times 10^{8}\ {}^{m}/_{s}, 2000A^{0}$ ہیں۔ تب پانی میں نور کی رفتار اور طولِ موج معلوم کرو؟

اکائی5B۔ فوریئر تھیورم

(Fourier's Theorem)

اکائی کے اجزا

5.0 تمہید

5.1 مقاصد

5.2 فوریئر تھیورم

5.3 فوریئر کے ذریعہ ساٹوٹھ موجی کی تجزیہ

5.4 فوریئر کے ذریعہ مربع موجی کی تجزیہ

5.5 فوریئر کے ذریعہ مثلثی موجی کی تجزیہ

5.6 حل شدہ مثالیں

5.7 اکتسابی نتائج

5.8 کلیدی الفاظ

5.9 نمونہ امتحانی سوالات

5.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات

5.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات

5.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات

5.9.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات

5.0 تمہید (Introduction)

فوریئر(Fourier)کے تحقیقاتی کام1828ء کی بنیاد پر یہ سمجھا جاتا رہا ہے کہ کسی بھی اجتماعی دوری(Complex periodic) کے عمل کو مظاہرہ کیا۔ کیونکہ یہ مسئلہ بہت فیصلہ کن تھا۔ اس مسئلہ کے مطابق سنگل کی قدر محدود(finite)، مسلسل دوری تفاعل(Continuous periodic function) کو سادہ موسیقی ارکان کے لا محدود نمبر کے جمع(Summation) کی فریکوینسی اور فنکشن کے فریکوئنسی کثیر(Multiple frequency) کے برابر ہوتا ہے۔

5.1 مقاصد (Objectives)

یہ اکائی فوریئر تھیورم کے مظاہرے پر بحث کرتی ہے۔ آپ کو اس مظہر کو سمجھنے میں مدد دینے کے لیے یہ اکائی میں ہم

- A_0 کی تعین قدر A_r کی تعین قدر B_r کی تعین قدر کے مساوات یں کو حاصل کریں گے۔
- فوریئر کے ذریعہ ساٹوتھ موجی کی تجزیہ کے مساوات یں کو حاصل کریں گے۔

5.2 فوریئر تھیورم(Fourier's Theorem)

فوریئر(Fourier)کے تحقیقاتی کام1828ء کی بنیاد پر یہ سمجھا جاتا رہا ہے کہ کسی بھی اجتماعی دوری(Complex periodic) کے عمل کو مظاہرہ کیا۔ کیونکہ یہ مسئلہ بہت فیصلہ کن تھا۔ اس مسئلہ کے مطابق سنگل کی قدر محدود(finite)، مسلسل دوری تفاعل(Continuous periodic function) کو سادہ موسیقی ارکان کے لا محدود نمبر کے جمع(Summation) کی فریکوینسی اور فنکشن کے فریکوئنسی کثیر(Multiple frequency) کے برابر ہوتا ہے۔

$$Y = f(\omega t) = A_n + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + - - - + A_r \cos r\omega t + - - - -$$

$$B_1 \sin \omega t + B_2 . \sin 2\omega t + \ - - - - + B_r \sin r\omega t \quad \text{----------(1)}$$

$$= A_0 \sum_{r=1}^{\infty} (A_r \cos r\omega t + B_r \sin r\omega t)$$

جہاں$\omega, y = f(t)$زاویائی فریکوئنسی اجتماعی دوری حرکت(Complex periodic motion) کے نقل مکان $A_2 A_1 - - - \ A_m, B_1, B_2 B_n$ مستقل ہیں اور A_0 ایک مستقل ہے(محور وقت سے خطی حرکت کی نقل مکان تک)

A_0 کی تعین قدر (Evaluation of A_o):

مساوات (1) کو dt سے ضرب کریں اور لہٰذا کسی واحد جوہر (Integration) کا وقت t=0 سے لے کر t=T تک کوئی بھی قیمت رکھتا ہے۔ لہٰذا $\int_0^T f(\omega t)dt$ کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\int_0^T f(\omega t)dt = A_0 \int_0^T dt + --- + A_r \int_0^T \cos r\, r\omega dt + --- +$$
$$B_1 \int_0^T \sin \omega t dt + ------ + B_r \int_0^T \sin r\omega t dt + ----$$
$$\int_0^T f(\omega t)dt = A_0 T$$

باقی تمام واحد جوہر صفر ہوتے ہیں۔

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt$$

A_r کی تعین قدر (Evaluation of A_r):

مساوات (1) کو $\cos r\omega t dt$ سے ضرب (Multiplication) کریں اور کسی واحد جوہر کا وقت t=0 سے لے کر t=T تک کوئی بھی قیمت رکھتا ہے۔ لہٰذا مساوات (1) کو یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$\int_0^T f(\omega t)\cos r\,\omega t dt = A_0 \int_0^T \cos r\omega t dt +$$
$$A_1 \int_0^T \cos \omega t \cos r\omega t dt + --- + A_r \int_0^T \cos^2 r\omega t dt + --- +$$
$$B_1 \int_0^T \sin \omega t \cos r\omega t dt + --- + B_r \int_0^T \sin r\omega t \cos r\omega t dt$$
$$\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt = A_r \int_0^T \cos^2 r\omega t dt$$

باقی تمام واحد جوہر صفر ہوتے ہیں۔

$$= A_r \int_0^T \left[\frac{1+\cos 2r\omega t}{2}\right] dt$$
$$= \frac{A_r}{2}\left[t + \frac{\sin 2r\omega t}{2r\omega}\right]_0^T$$

جہاں $\left[\because \omega = \frac{2\pi}{T} and \sin 2\pi r = 0\right]$

$$\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt$$
$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt$$

B_r کی تعین قدر (Evaluation of B_r):

مساوات (1) کو $\sin r\omega t dt$ سے ضرب کیا جائے اور واحد جوہر (Integrating) کا وقت t=0 سے لے کر t=T تک کوئی بھی قیمت رکھتا ہے۔ لہٰذا y مساوات (1) کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

$$\int_0^T . f(\omega t). \sin r\omega t dt = A_0 \int_0^T \sin r\omega t dt + - - - +$$
$$A_r \int_0^T \sin r\omega t \cos r\omega t dt + - - - + B_r \int_0^T \sin^2 r\omega t dt$$
$$\int_0^T f(\omega t) \sin r\omega t dt = B_r \int_0^T \sin^2 r\omega t dt$$

باقی تمام واحد جوہر صفر ہوتے ہیں۔

$$= B_r \int_0^T \left[\frac{1-\cos 2r\omega t}{2}\right] dt$$
$$= \frac{B_r}{2}\left[t - \frac{\sin 2r\omega t}{2r\omega}\right]_0^T$$
$$\int_0^T f(\omega t) \sin r\omega t dt = \frac{B_r T}{2}$$
$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t) \sin r\omega t dt$$

مساوات(1) میں B_r, A_r, A_0 کی ضریب(Coefficients) کی قیمت کو دائیں طرف متبادل(substitute) کریں موجی کی شکل کو تجزیہ(Analysis) کیا جاسکتا ہے۔

فوئیر تھیورم کے حدود(Limitation of Fourier's Theorem):

(i)۔ تفاعل(function) محدود متعین(finite) ہونا چاہئے: اس کا مطلب یہ ہے کہ نقل مکان ہمیشہ محدود قدر ہونی چاہئے۔ لہٰذا کسی بھی وقت لا محدود(Infinite) نہیں ہونا چاہئے۔

(ii)۔ تفاعل واحد قدر(Single valued) ہونا چاہئے۔ دئے گئے لمحہ وقت(Instant time) t کے ساتھ نقل مکان ہمیشہ ایک ہی قیمت ہونی چاہئے۔

(iii)۔ تفاعل مسلسل(Continuous) ہونی چاہئے۔ دوری وقت(time interval) کے درمیان تفاعل محدود نمبر (finite number) ہونی چاہئے۔

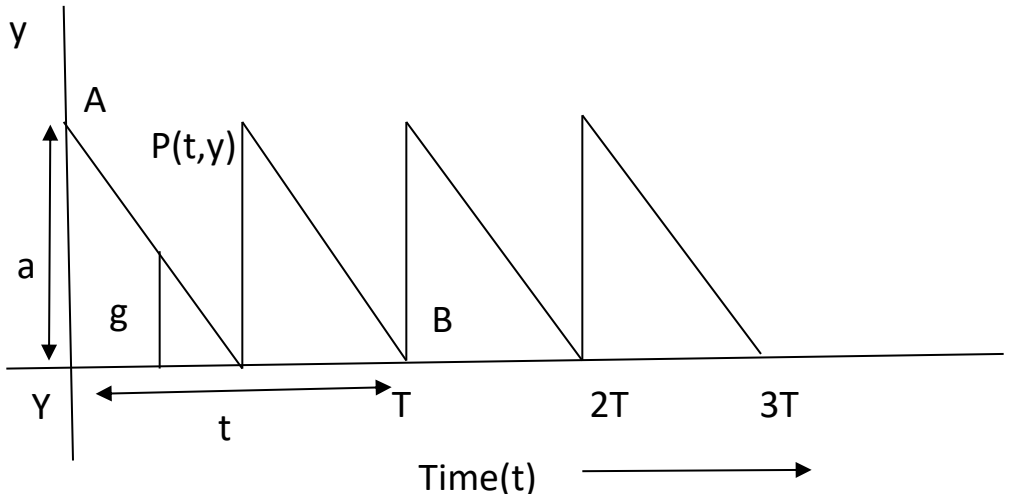
تفاعل $f(\omega t)$ کے فوئیر سلسلہ کے حدود $-\pi$ سے $+\pi$ تک کسی بھی قیمت رکھتا ہے۔ لہٰذا a_0, a_r, b_r کی قیمتیں۔

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) dt$$
$$a_r = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \cos r\omega t dt$$
$$\text{اور } b_r = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \sin r\omega t dt$$

5.3 فوریئر کے ذریعہ ساٹوٹھ موجی کی تجزیہ

(Fourier Analysis of a Saw-Tooth wave form)

ساٹوتھ موجی جیسا کہ شکل(5.1)میں دکھایا گیا ہے۔



شکل(5.1)

اس موجی کی خطی تعلق $t = 0$ پر $y = a$ اور $t = T$ پر $y = a$

منحنی(Curve)پر ایک نقطہ P پر مختص(co-ordinates)(t, y)ہوتے ہے۔شکل()میں AoB اور PtB یکساں مثلثی ہے۔

$$y = \frac{a(T-t)}{T} = a\left(1 - \frac{t}{T}\right) = f(t) \qquad \text{یا} \qquad \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{y}} = \frac{T}{(T-t)}$$

اس کیس میں ساٹوتھ موجی کی شکل لمحاتی t پر نقل مکان y ہمیں اس طرح حاصل ہوتا ہے۔

$$0 < t < T \qquad a\left(1 - \frac{t}{T}\right) = f(t) = y\text{--------}$$

فوئیر سلسلہ کے مطابق

$$y = f(t) = A_0 + A_1 \cos \omega t + - - - + A_r \cos r\omega t + - - - + B_1 \sin \omega t + - - - + B_r \sin r\omega t + - - -$$

جہاں

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$

اور $$\mathrm{A_r} = \frac{2}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{f(t)} \cos \mathrm{r}\omega\mathrm{t}\mathrm{d}\mathrm{t}$$

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin r\omega t dt$$

A_0, A_r اور B_r ضریب کی قیمتوں کو معلوم کریں گیں۔ تب ان کی قیمتیں

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T a\left(1-\frac{t}{T}\right)dt$$

$$= \frac{a}{T}\left[t - \frac{t^2}{2t}\right]_0^T = \frac{a}{T}\left[T - \frac{T^2}{2T}\right]$$

$$= \frac{a}{T}.\frac{T}{2}$$

$$A_r = \frac{a}{2}$$

یعنی منحنی محور سے وقت محور تک درمیانی نقل مکان $a/2$ ہوتا ہے۔

A_r کی تعین قدر:

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos r\omega t dt = \frac{2}{T}\int_0^T a\left(1-\frac{t}{T}\right)\cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{T}\int_0^T \cos r\omega t dt - \frac{2a}{T^2}\int_0^T t\cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{T}\left[\frac{\sin r\omega t}{r\omega}\right]_0^T - \frac{2a}{T^2}\left[\left\{t\frac{\sin r\omega t}{r\omega}\right\}_0^T - \int_0^T \frac{\sin r\omega t}{r\omega}dt\right]$$

$$A_r = 0 - \frac{2a}{T^2}\left[t\frac{\sin(2\pi rt/T)}{(2\pi r/T)} + \frac{\cos(2\pi rt/T)}{(2\pi r/T)^2}\right]_0^T$$

جہاں $\omega = 2\pi/T, [\sin r\omega t]_0^T = 0$

$$A_r = \frac{-2a}{T^2}\left[T\frac{\sin 2\pi r}{2\pi r/T} - 0 + \frac{\cos 2\pi r}{(2\pi r/T)^2} - \frac{\cos 0}{(2\pi r/T)^2}\right]$$

$$A_r = \frac{-2a}{T^2}\left[\frac{1}{(2\pi r/T)^2} - \frac{1}{(2\pi r/T)^2}\right]$$

$\cos 2\pi r = 1$ اور $\therefore \sin 2\pi r = 0$

$$A_r = 0$$

$\therefore$ فوریئر سلسلہ کے تمام $cosine$ ارکان صفر حیطہ (Zero amplitude) ہوتے ہیں۔

B_r کی تعین قدر:

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T a\left(1-\frac{t}{T}\right)\sin r\omega t dt$$

$$B_r = \frac{2a}{T}\int_0^T \sin\left(\frac{2\pi rt}{T}\right)dt - \frac{2a}{T^2}\int_0^T t\sin\left(\frac{2\pi rt}{T}\right)dt$$

$$= \frac{-2a}{T^2}\int_0^T t\sin\left(\frac{2\pi rt}{T}\right)dt \qquad \because \int_0^T \sin\left(\frac{2\pi rt}{T}\right)dt = 0$$

واحد جوہر کیا جائے۔

$$= \frac{-2a}{T^2}\left[\left\{t - \frac{\cos\left({}^{2\pi rt}/_{T}\right)}{{}^{2\pi r}/_{T}}\right\}_0^T - \int_0^T \frac{-\cos\left({}^{2\pi rt}/_{T}\right)}{{}^{2\pi r}/_{T}}dt\right]$$

$$= \frac{2a}{T^2}\left[t\frac{\cos 2\pi rt/T}{2\pi r/T} - \frac{\sin 2\pi rt/T}{\left({}^{2\pi r}/_{T}\right)^2}\right]_0^T$$

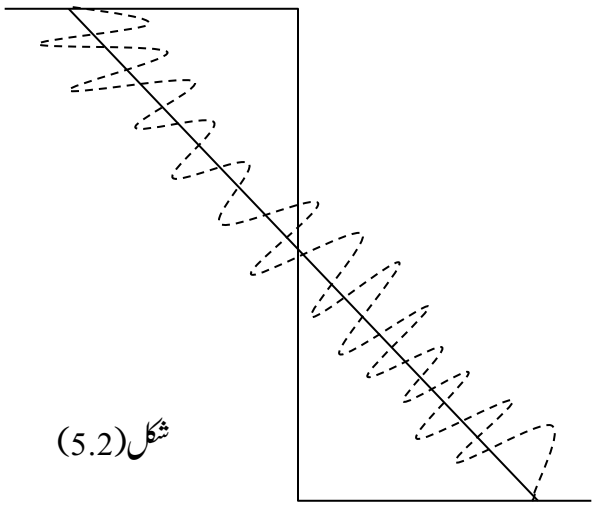
$$= \frac{2a}{T^2}\left[T\frac{\cos 2\pi r}{2\pi r/T} - 0 - \frac{\sin 2\pi r}{(2\pi r/T)^2} + \frac{\sin 0}{(2\pi r/T)^2}\right]$$

$$= \frac{2a}{T^2}\left[T\frac{1}{\left({}^{2\pi r}/_{T}\right)}\right] \qquad [\because \cos 2\pi r = 1 \text{ اور } \sin 2\pi r = 0]$$

$$B_r = \frac{a}{r\pi}$$

اور $B_3 = {}^{a}/_{3\pi}, B_2 = {}^{a}/_{2\pi}, B = {}^{a}/_{\pi}$

مکمل ارتعاش کو اس طرح ہمیں حاصل ہوتا ہے۔



شکل(5.2)

$$y = f(t) = \frac{a}{2} + \frac{a}{\pi}\sin\omega t + \frac{a}{2\pi}\sin 2\omega t + \frac{a}{3\pi}\sin 3\omega t + - - -$$

$$Y = \frac{a}{2} + \frac{a}{\pi}\left[\sin\omega t + \frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + - - -\right]$$

اس مساوات کے ذریعہ

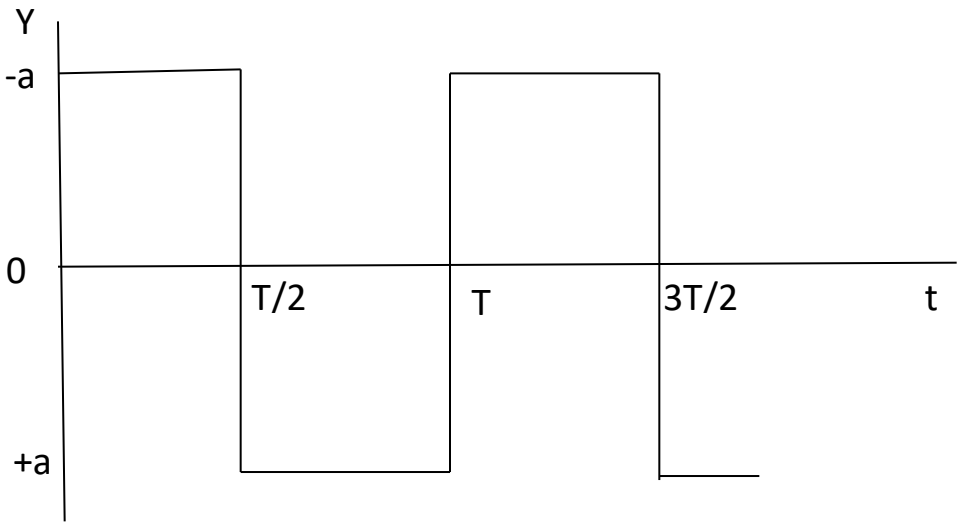
تعدد (فریکوئنسی) کی نسبت $1:2:3:---$

حیطہ(Amplitude)کی نسبت $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:---$

اس سلسلہ میں 10 متواتر ارکان(Successive terms)کو جیسا کہ شکل(5.2)میں دکھایا گیا ہے۔

5.4 فوریئر کے ذریعہ مربع موجی کی تجزیہ(Fourier Analysis of Square wave form)

مربع موجی کی تجزیہ کے لئے جیسا کہ شکل(5.3)میں دکھایا گیا ہے۔



شکل(5.3)

اگر y محور پر نقل مکان(y)اور x محور پر وقت(t)عائد کیا جائے تفاعلی کی مستقل قیمت 'a' کو $t=0$ سے $t={}^{T}/_{2}$ کے درمیان اور $a'-$ کو $t=\frac{T}{2}$ سے $t=T$ کے درمیان قیمت رکھتا ہے۔تب تفاعل کو اس طرح ظاہر کیا جائے۔

$$y=f(\omega t)=a \quad ، \quad t-{}^{T}/_{2} \text{ سے } t=0$$

$$y=f(\omega t)=-a \quad ، \quad t={}^{T}/_{2} \text{ سے } t=T \quad \text{اور}$$

A_r, B_r, A_0 کی قیمتوں کو معلوم کیا جائے۔

A_0 کی تعین قدر:

$$A_0=\frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt$$

$$A_0=\frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt=\frac{1}{T}\int_0^{T/2} f(\omega t)dt+\frac{1}{T}\int_{T/2}^T f(\omega t)dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^{T/2} a\,dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}(-a)dt = \frac{a}{T}[t]_0^{T/2} - \frac{a}{T}[t]_{T/2}^{T}$$

$$A_0 = 0$$

∴اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کی ارتعاش کا محور اور وقت کا محور دونوں منطبق(Coincident)ہوتے ہیں۔

A_r کی تعین قدر:

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt$$

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\cos r\omega t dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}(-a)\cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{T}\left[\frac{\sin 2\pi rt}{T}\right]_0^{T/2}\frac{T}{2\pi r} - \frac{2a}{T}\left[\sin\frac{2\pi rt}{T}\right]_{T/2}^{T}\frac{T}{2\pi r}$$

$$\left(\because \omega = \frac{2\pi}{T}\right)$$

$$A_r = \frac{a}{r\pi}[\sin r\pi - 0] - \frac{a}{r\pi}[\sin 2\pi r - \sin r\pi]$$

$$= \frac{a}{r\pi}[\sin 2\pi r - \sin r\pi] = 0$$

$$A_r = 0$$

B_r کی تعین قدر:

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\sin r\omega t dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}(-a)\sin r\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{rt}\left[-\cos\frac{2\pi rt}{T}\right]_0^{T/2}.\frac{T}{2\pi r} - \frac{2a}{T}\left[-\cos\frac{2\pi rt}{T}\right]_{T/2}^{T}.\frac{T}{2\pi r}$$

$$= \frac{1}{r\pi}[-\cos r\pi + 1] - \frac{a}{r\pi}[-\cos 2\pi r + \cos r\pi]$$

$$= \frac{a}{r\pi}[-\cos r\pi + 1 + 1 - \cos r\pi]$$

$$= \frac{a}{r\pi}[2 - 2\cos r\pi]$$

$$B_r = \frac{2a}{r\pi}[1 - \cos r\pi]$$

CaseI: 'r' جفت(even)ہو $r = 2,4,6 - - - -$

$$\cos r\pi = -1 \quad \text{تب}$$

$$B_r = \frac{2a}{r\pi}[1 - 1]$$

$$B_r = 0$$

CaseII: 'r' طاق(odd)نمبر ہو $r = 1, 3, 5 - - -$

تب $\cos r\pi = -1$

$$B_r = \frac{2a}{r\pi}[1 - (-1)]$$

$$B_r = \frac{4a}{r\pi}$$

$\therefore B_1 = \frac{4a}{\pi}, B_3 = \frac{4a}{3\pi}, B_5 = \frac{4a}{5\pi}$ اور

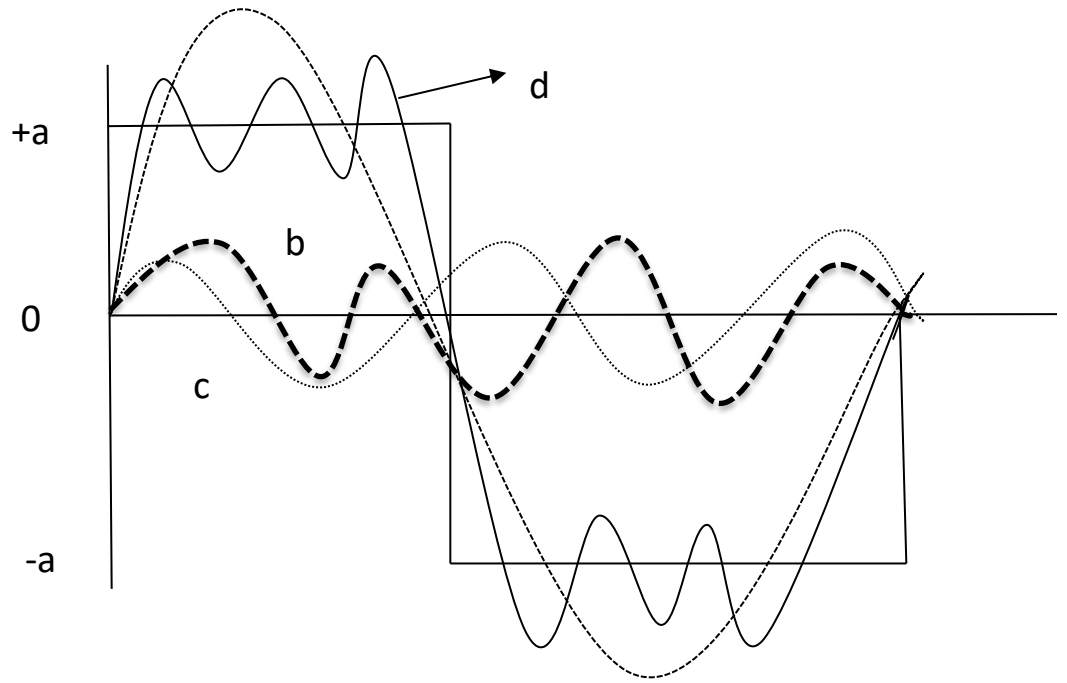
$$\mathrm{B}_2 = 0, \mathrm{B}_4 = 0, \mathrm{B}_6 = 0$$

$$\therefore y = f(\omega t) = \frac{4a}{\pi}\sin\omega t + \frac{4a}{3\pi}\sin\omega t + \frac{4a}{5\pi}\sin 5\omega t + - - -$$

$$y = f(\omega t) = \frac{4a}{\pi}\left[\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t - - -\right]$$

یہ سلسلہ مربع موجی کی ظاہر کرتا ہے۔

منحنی 'a' زاویائی تواتر (فریکوئنسی) سادہ موسیقی موجی 'ω' اور منحنی 'b' زاویائی تواتر سادہ موسیقی موج 3ω اسی طرح 'c' منحنی کو زاویائی تواتر سادہ موسیقی موجی 5ω ہے جیسا کہ شکل (5.4) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (5.4)

منحنی 'd' زاویائی تواتر سادہ موسیقی موجی کی مکمل ارکان کی شکل ہے۔ جیسا کہ شکل (5.4) میں دکھایا گیا ہے۔

∴ فوریئر سلسلہ کے تمام cosine ارکان حیطہ ضرب (amplitutde coefficient) صفر ہوتے ہیں۔

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \sin r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} 2a \sin r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} 0 \sin r\omega t dt\right]$$

$$= \frac{2}{T}.2a\left[-\frac{\cos r\omega t}{r\omega}\right]_0^{T/2}$$

$$= \frac{-2a}{r\pi}\left[\cos\left(\frac{r.2\pi.E}{T}\right)\right]_0^{T/2}$$

$$B_r = \frac{-2a}{r\pi}[\cos r\pi - 1]$$

CaseI: 'r' جفت (even) ہو تب $\cos r\pi = +1$

$$B_r = \frac{-2a}{r\pi}[1-1]$$

$$B_r = 0$$

CaseII: 'r' طاق (odd) ہو تب $\cos r\pi = -1$

$$B_r = \frac{-2a}{r\pi}(-1-1)$$

$$B_r = \frac{+4a}{r\pi}$$

∴ حیطہ ضرب طاق ارکان Sine ہی دکھائی دینگے۔

$$4a/\pi, 4a/3\pi, 4a/5\pi - - -$$

مکمل مستعطیل نماموجی کی فوریئر سلسلہ

$$y = \frac{4a}{\pi}\left[\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + - - -\right]$$

مثال: مستعطیل نماموجی (Rectangular wave) کی تعین کیجئے۔

شرط: $y = 2a \quad$ سے $t = 0 \quad t = T/2$

$y = 0 \quad$ سے $t = T/2 \quad t = T$

حل: فوئیر تھیورم کے مطابق

$$y = f(\omega t) = A_0 + \sum_{r=1}^{\infty}(A_r \cos r\omega t + B_r \sin r\omega t)$$

جہاں $A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y dt$

اور $A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \sin r\omega t dt$$

مندرجہ شرط کو استعمال کریں۔

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} 2a dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} 0 dt$$

$$= \frac{1}{T}.2a.\frac{T}{2} = a$$

$$A_0 = a$$

یہ منحنی محور اور وقت محور کے درمیان نقل مکان 'a' ہے۔

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} 2a \cos r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} 0.\cos r\omega t dt\right]$$

$$= \frac{2}{T}.2a\left[\frac{\sin r\omega t}{r\omega}\right]_0^{T/2}$$

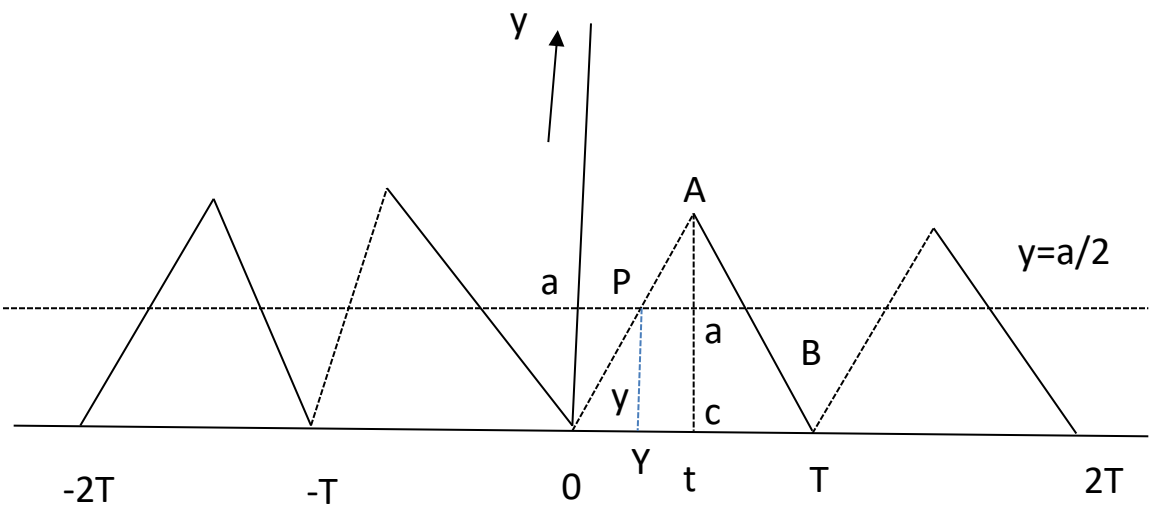
$$= \frac{2a}{r\pi}.\sin r\pi = 0$$

$$A_r = 0$$

5.5 فوریئر کے ذریعہ مثلثی موجی کی تجزیہ (Fourier analysis of a Triangular wave)

مثلث موجی کے تجزیہ کے لیے شکل (5.5) میں دکھایا گیا ہے۔

A, O اور B موجی کے مختص (O, O) اور $(T, 0)$ ہیں۔ یہ منحنی $t = t$ پر دورہا تھی ہے۔



شکل (5.5)

منحنی پر ایک نقطہ P کے مختص (co-ordinate)(t, y) ہوتے ہے۔

شکل (5.5) میں OAC اور OPT یکساں مثلثی سے۔

$$\text{یا} y = \frac{2at}{t} \quad \text{سے} t = 0 \quad \frac{a}{2} = \frac{(T/2)}{t} \quad \text{تک} t = T/2$$

اسی طرح AB منحنی پر یکساں نقطہ کے درمیان وقت T/2 اور T ہے۔

$$\text{یا} y = \frac{2a(T-t)}{T} \quad \text{سے} t = T/2 \quad \frac{a}{y} = \frac{(T)}{T-t} \quad \text{تک} t = T$$

کسی بھی وقت 't' کی نقل مکان کو لکھا جائے گا۔

$$y = \frac{2at}{T} \quad \text{سے} t = 0 \quad \text{تک} t = T/2 \quad \text{----------(1)}$$

اور

$$t = T/2, y = \frac{2a(T-t)}{T} \quad \text{سے} t = T/2 \quad \text{تک} t = T$$

A_0 کی تعین قدر:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y dt$$

$$= \frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2} \frac{2at}{T} dt + \int_{T/2}^{T} \frac{2a(T-t)}{T} dt\right]$$

$$= \frac{1}{T}\left[\frac{2a}{T}\left\{\frac{t^2}{2}\right\}_0^{T/2} + \frac{2a}{T}\left\{T.t - \frac{t^2}{2}\right\}_{T/2}^{T}\right]$$

$$= \frac{2a}{T^2}\left[\frac{T^2}{8} + \left\{T^2 - \frac{T^2}{2}\right\} - \left\{\frac{T^2}{2} - \frac{T^2}{8}\right\}\right]$$

$$A_0 = \frac{a}{2}$$

یہ منحنی محور اور وقت محور کے درمیانی نقل مکان $\frac{a}{2}$ ہے۔

A_r کی تعین قدر:

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} \frac{2at}{T} \cos r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} \frac{2a(T-t)}{T} \times \cos r\omega t dt\right]$$

$$= \frac{4a}{T^2}\left[\int_0^{T/2} t \cos r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} T \cos r\omega t dt - \int_{T/2}^{T} t \cos r\omega t dt\right] \quad \text{.....2}$$

اس مساوات (2) میں پہلا ارکان کو واحد جوہر (Integrate) کیا جائے۔

$$I_1 = \int_0^{T/2} t \cos r\omega t dt = \left[t \frac{\sin(2\pi r t/T)}{2\pi r/T}\right]_0^{T/2} - \int_0^{T/2} \frac{\sin(2\pi r t/T)}{2\pi r/T} dt$$

$$= 0 + \left[\frac{\cos\left(2\pi rt/T\right)}{\left(2\pi r/T\right)^2}\right]_0^{T/2} \qquad [\because \sin \pi r = 0]$$

$$I_1 = \left[\frac{\cos \pi r}{\left(2\pi r/T^2\right)^2} - \frac{1}{\left(2\pi r/T^2\right)^2}\right]$$

$$I_2 = \int_{T/2}^{T} \cos r\omega t dt = \left[\frac{\sin\left(2\pi rt/T\right)}{2\pi r/T}\right]_{T/2}^{T}$$

$$= \frac{1}{(2\pi r/T)}[\sin 2\pi r - \sin \pi r]$$

$$= \frac{1}{\left(2\pi r/T\right)}[0 - 0] = 0$$

$$I_2 = 0$$

$$I_3 = \int_{T/2}^{T} t \cos r\omega dt$$

$$= \left[t\frac{\sin\left(2\pi r/T\right)}{2\pi r/T}\right]_{T/2}^{T} - \int_{T/2}^{T} \frac{\sin\left(2\pi r/T\right)}{2\pi r/T} dt$$

$$= \left[0 + \frac{\cos\left(2\pi rt/T\right)}{\left(2\pi r/T\right)^2}\right]_{T/2}^{T}$$

$$I_3 = \left[\frac{\cos 2\pi r}{(2\pi r)^2} - \frac{\cos \pi r}{\left(2\pi r/T\right)^2}\right]$$

اس قیمتوں کو مساوات (2) میں درج کرنے سے مساوات (2) ہو گی۔

$$\therefore A_r = \frac{4a}{T^2}\left[\left\{\frac{\cos \pi r}{\left(2\pi r/T^2\right)^2} - \frac{1}{\left(2\pi r/T^2\right)^2}\right\} + 0 - \left\{\frac{\cos 2\pi r}{\left(2\pi r/T\right)^2} - \frac{\cos \pi r}{\left(2\pi r/T\right)^2}\right\}\right]$$

$$= \frac{4a}{T^2}\left[\frac{2\cos \pi r}{\left(2\pi r/T\right)^2} - \frac{2}{\left(2\pi r/T\right)^2}\right]$$

$$= \frac{4a}{T^2}\left[\frac{2}{\left(2\pi r/T\right)^2}(\cos \pi r - 1)\right] \quad (\because \cos 2\pi r = 1)$$

$$= \frac{2a}{\pi^2 r^2}[\cos \pi r - 1]$$

$$A_r = \frac{2a}{\pi^2 r^2}[\cos \pi r - 1]$$

CaseI: 'r' جفت(even) ہونے پر $\cos \pi r = 1$

$$A_r = \frac{2a}{\pi^2 r^2}[1-1]$$

$$A_r = 0$$

CaseII: 'r' طاق(odd) ہونے پر $\cos \pi r = -1$

$$A_r = \frac{2a}{\pi^2 r^2}[-1-1]$$

$$A_r = \frac{-4a}{\pi^2 r^2}$$

فوریئر سلسلہ میں طاق سادہ موسیقی موجی کے Cosine ارکان ہی دکھائی دینگے۔

B_r کی تعین قدر:

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T y.\sin r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} \frac{2at}{T}\sin r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} \frac{2a(T-t)}{T}\sin r\omega t dt\right]$$

$$B_r = \frac{4a}{T^2}\left[\int_0^{T/2} t\sin r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} t\sin r\omega t dt - \int_{T/2}^{T} t\sin r\omega t dt\right]$$

اس مساوات (2) میں ارکان کو واحد جوہر کیا جائے تب B_r کی قیمت سفر (Zero(0) ہو گی۔

'r' کی تمام قیمتوں پر یعنی (جفت یا طاق) $B_r = 0$

فوریئر سلسلہ کو اس طرح لکھا جائے گا۔

$$y = f(t) = \frac{a}{2} + A_1\cos\omega t + A_2\cos(3\omega t) + A_5\cos(5\omega t) + ---$$

$$y = \frac{a}{2} - \frac{4a}{\pi^2}\cos\omega t - \frac{4a}{\pi^2 3^2}\cos(3\omega t) - \frac{4a}{\pi^2 5^2}\cos(5\omega t) + ----$$

یا $$y = \frac{a}{2} - \frac{4a}{\pi^2}\left[\cos\omega t + \frac{1}{3^2}\cos(3\omega t) + \frac{1}{5^2}\cos(5\omega t) + ----\right]$$

حیطہ ضرب $\frac{-4a}{\pi^2}\left(1, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{5^2}, \frac{1}{7^2} ----\right)$

اور نواتر کی نسبت $1:3:5:7:----$

5.6 حل شدہ مثال (Solved Problems)

حل شدہ مثال 1

مستعطیل نما موجی (Rectangular wave) کی تعین کیجئے۔

شرط: $y = 2a \quad t = 0 \quad$ سے $\quad t = {}^{T}/_{2}$

$y = 0 \quad t = {}^{T}/_{2} \quad$ سے $\quad t = T$

حل: فوریئر تھیورم کے مطابق

$$y = f(\omega t) = A_0 + \sum_{r=1}^{\infty}(A_r \cos r\omega t + B_r \sin r\omega t)$$

جہاں $A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y dt$

اور $A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \sin r\omega t dt$$

مندرجہ شرط کو استعمال کریں۔

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} 2a dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} 0 dt$$

$$= \frac{1}{T}.2a.\frac{T}{2} = a$$

$$A_0 = a$$

یعنی منحنی محور اور وقت محور کے درمیان نقل مکان 'a' ہے۔

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} 2a \cos r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} 0.\cos r\omega t dt\right]$$

$$= \frac{2}{T}.2a\left[\frac{\sin r\omega t}{r\omega}\right]_0^{T/2}$$

$$= \frac{2a}{r\pi}.\sin r\pi = 0$$

$$A_r = 0$$

5.7 اکتسابی نتائج (Learning out comes)

- فوئیر تھیورم کی مدد سے ساٹوتھ موجی، مربع موجی اور مثلثی موجی کو حاصل کیا جاتا ہے۔

فوریئر تھیورم

$$\int_0^T f(\omega t)dt = A_0\int_0^T dt + - - + A_r\int_0^T \cos r\omega t dt + - - + B_r\int_0^T \sin r\omega t dt + - - -$$

جہاں A_0, A_r اور B_r ضرب کہلاتے ہیں۔ ان کی قیمت

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt$$
$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt$$
$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\sin r\omega t dt$$

5.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- فوریئر تشریح(Fourier Analysis): پیچیدہ قسم کی دوری حرکتوں کے مطالعہ کے لئے ہیں ایک بڑا کار طریق عمل دستیاب ہو جاتا ہے جسے فوریر تشریح(Fourier Analysis) کہلاتے ہے۔
- ہرمونکس(Harmonics):'n'کی ایک سے اونچی قیمتوں کے تعددوں کو سرتیاں(Harmonics)ہے۔

5.9 نمونہ امتحانی سوالات (Sample Questions for Examination)

5.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer type Questions)

1. فوریئر تھیورم کو بیان کیجئے۔
2. فوریئر تھیورم کو بیان کریں اور اس کے ذریعہ مربع موجی(Square wave)کی شکل۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہوتی ہے۔
3. فوریئر تھیورم کی مدد سے مثلثی موجی(Triangular wave)کی شکل۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہوتی ہے۔
4. فوریئر تھیورم کے ذریعہ اجتمائی ارتعاش(complex vibration)موجی کی شکل۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہوتی ہے۔
5. مربع موجی کی فوریئر سلسلہ۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہے۔
6. فوریئر تھیورم کے ضرب B_r = ۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔
7. فوریئر تھیورم مساوات کی شکل۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔
8. فوریئر تھیورم کے حدود کو بیان کیجئے۔

5.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer type Questions)

1. فوریئر تھیورم کو بیان اور وضاحت کیجئے۔
2. فوریئر تھیورم کے حدود کو بیان کیجئے۔
3. فوریئر تھیورم کو بیان کریں اور اس کے ضرب(Coefficient)ضابطوں کو حاصل کیجئے۔
4. فوریئر تھیورم کی مدد سے مثلثی موج(Triangular wave)کی تعین کیجئے۔

5. فوریئر تھیورم کی مدد سے ساٹوتھ موج کی تعین کیجئے۔

5.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer type Questions)

1. فوریئر تھیورم کو بیان اور وضاحت کیجئے اور فوریئر تھیورم کی مدد سے مثلثی موج (Triangular wave) کی تعین کیجئے۔
2. فوریئر تھیورم کو بیان اور وضاحت کیجئے؟ فوریئر تھیورم کے ذریعہ اجتمائی ارتعاش (complex vibration) موجی کی تعین کیجئے۔
3. فوریئر تھیورم کو بیان کریں اور اس کے ذریعہ مربع موج (Square wave) کی تعین کیجئے۔

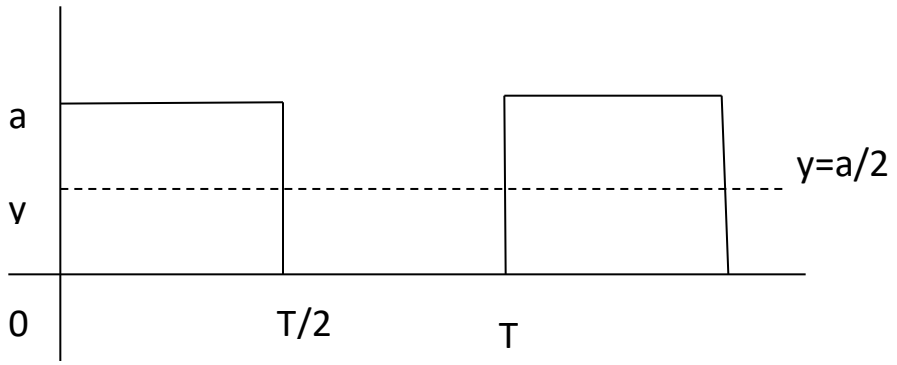
5.9.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Questions)

1. فوریئر سلسلہ کے ضابطہ کو حاصل کیجئے ذیل کی مدد سے اجتمائی ہارمونی حرکت کو بیان کیا ہے۔

$$0 < t < {}^{T}/_{2} \quad \text{تب} \quad y = a$$
$${}^{T}/_{2} < t < T \quad \text{تب} \quad y = 0$$

جواب: $Y = \frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi}\left[\sin\frac{2\pi t}{T} + \frac{1}{3}\sin\frac{6\pi t}{T} + \frac{1}{5}\sin\frac{10\pi t}{T} + \text{---}\right]$

Hints: ہارمونی کی شکل (5.6)



شکل (5.6)

جہاں $A_2 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} a\,dt = {}^{a}/_{2}$

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\cos\frac{2\pi rt}{T}\,dt = 0$$

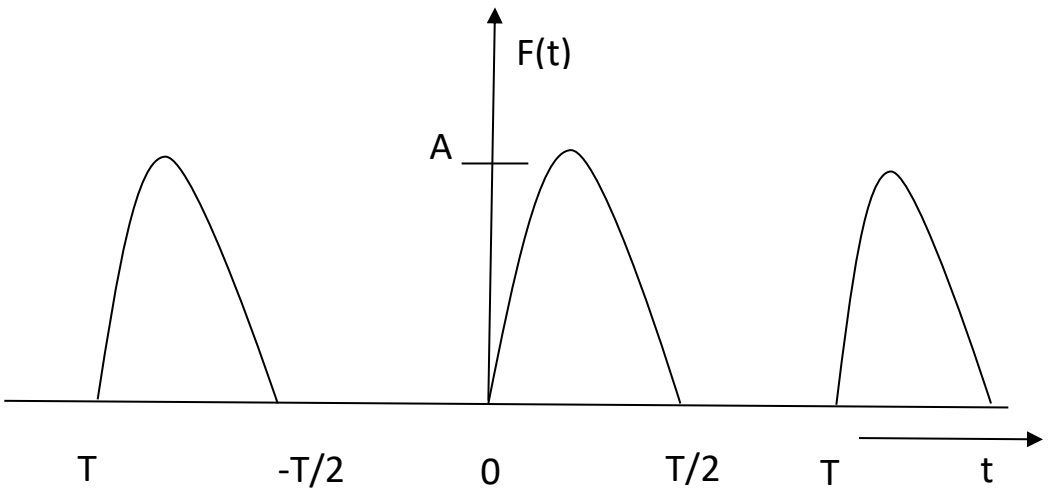
$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\sin\frac{2\pi rt}{T}\,dt = \frac{a}{r\pi}[-\cos r\pi + 1]$$
$$= \frac{a}{r\pi}[-(-1)^r + 1]$$

2. فوریئر سلسلہ کے ضابطہ کو حاصل کیجئے۔ تفاعل f(t) کو بیان کیا ہے کہ

$$f(t) = A\sin\omega t \qquad 0 < t < {}^{T}/_{2}$$
$$= 0 \qquad {}^{T}/_{2} < t < T$$
$$f(t+T) = f(t) \qquad \left(\omega = {}^{2\pi}/_{T} \text{ جہاں}\right) \text{ اور}$$

جواب: $\left[f(t) = \frac{A}{\pi} + \frac{A}{2}\sin\omega t - \frac{2A}{\pi}\left\{\frac{1}{1.3}\cos(2\omega t) + \frac{1}{3.5}\cos(4\omega t) + - \ - -\right\}\right]$

(Hints: تفاعل کو f(t) کی شکل (5.7) میں دکھایا ہے کہ



شکل (5.7)

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} A\sin\omega t dt$$
$$= {}^{A}/_{\pi}$$
$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} A\sin\omega t\cos r\omega t dt$$
$$= \frac{A}{T}\int_0^{T/2}[\sin\{(1+r)\omega t\} + \sin\{(1-r)\omega t\}]dt$$
$$A_1 = \frac{A}{T}\int_0^{T/2}\sin 2\omega t dt, r = 0, r = 1 \text{ جہاں}$$
$$A_r = \frac{A}{T}\left[-\frac{\cos\{(1+r)\omega t\}}{(1+r)\omega} - \frac{\cos\{(1-r)\omega t\}}{(1-r)\omega}\right]_0^{T/2}$$

r کی قیمت طاق ہو $A_r = 0$ ہو گی

r کی وقیمت جفت ہو $A_r = \frac{A}{2\pi}\left[\frac{2}{(1+r)} + \frac{2}{(1-r)}\right] = -\frac{2A}{(r-1)(r+1)\pi}$ ہو گی

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T A \sin\omega t \sin r\omega t dt$$

$$B_r = \frac{A}{T}\int_0^{T/2}[\cos\{(1-r)\omega t\} - \cos\{(1+r)\omega t\}]dt$$

$$\therefore n = 1, B_1 = {}^{A}/_{2}\int_0^{T/2} dt - \frac{A}{2}\int_0^{T/2}\cos 2\omega t dt$$

$$= \frac{A}{2} - \frac{A}{T}\left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{T/2} = {}^{A}/_{2}$$

$$r = 2, 3, - - - - \; B_r = 0]$$

3. ساٹوتھ تفاعل کی مدد سے فوریئر سلسلہ کی تعین کیجئے۔

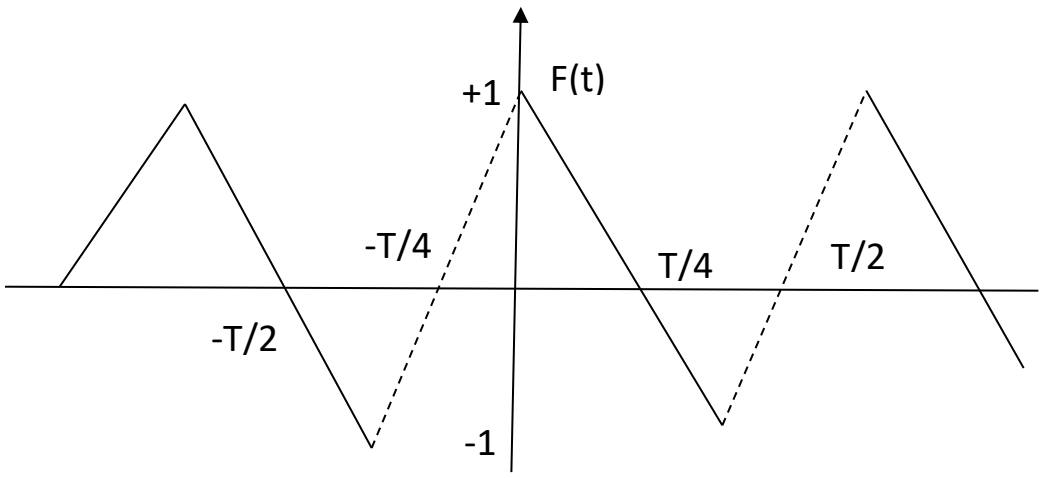
$$0 < t < T, y = \frac{a}{T}$$

جواب $y = \frac{a}{2} - \frac{a}{\pi}\left[\sin\frac{2\pi t}{T} + \frac{1}{2}\sin\frac{4\pi t}{T} + \frac{1}{3}\sin\frac{6\pi t}{T} + - - -\right.$

4. فوریئر سلسلہ کو حاصل کیجئے۔ شکل(5.8) کی مدد سے

$$-{}^{T}/_{2} < t < 0 \qquad f(t) = 1 + {}^{4t}/_{T}$$

$$0 < t < {}^{T}/_{2} \qquad f(t) = 1 - {}^{4t}/_{T}$$



شکل(5.8)

جواب: $f(t) = \frac{\delta}{\pi^2}\left[\cos\omega t + \frac{1}{3^2}\cos(3\omega t) + \frac{1}{5^2}\cos(5\omega t) + - \ - \ -\right]$

(Hints: $A_0 = 0$

تب 'r' جفت ہو $A_r = 0$

تب 'r' طاق ہو $\frac{8}{n^2\pi^2}$

$B_r = 0$

مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Aziz, W A, and Mashood Ahmad. Millenium Science Dictionary, Physics - Chemistry & Mathematics, English - English - Urdu. Mumbai: Saifee Book Agency, 2003.
2. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
3. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
4. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.
5. Unified Physics Vol-I, Mechanics by, Dr.S.L.Gupta&Sanjeev Gupta Jai Prakash Nath &Co. Meerut
6. N.C. Bajaj – The Physics of Waves & Oscillations.
7. P.K. Palanisamy – Engineering Physics.
8. J.P. Agarwal – Unified Physics – Waves & Oscillations Pragati Edition.

Maulana Azad National Urdu University

B.Sc. (MPC/MPCs) III Semester Examination

BNPH301DET:طبیعیات(Waves and Oscillations)

Time: 2 hrs **Marks: 25**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینالازمی ہے۔

1۔ حصہ اول میں 5 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات / خالی جگہوں پُر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ (5x1=5 Marks)

2۔ حصہ دوم میں 6 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 4 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو(200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبر مختص ہیں۔ (4x3=12 Marks)

3۔ حصہ سوم میں 2 سوالات ہیں۔ ان میں سے طالب علم کو کوئی ایک سوال کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریبا پانچ سو(500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (8x18=8 Marks)

حصہ اول

سوال(1)

i۔ اصول انطباق(Superposition principle) کو بیان کیجئے۔

ii۔ ریوربریشن ٹائم(Reverberation Time) کی تعریف کیجئے۔

iii۔ میوزیکل اسکیل میں سا، رے، گا، ما کی تعداد(Frequency)۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہیں۔

iv۔ o.w.u سے کیا مراد ہے؟

v۔ بریوسٹرس(Brewster's) کے کلیہ کو بیان کیجئے۔

حصہ دوم

2۔ رواں موجیں(Progressive waves) اور مستقیم موجیں(Stationary waves) میں امتیاز کیجئے۔

3۔ دو عمودی طور پر انطباق(mutually perpendicular superimposing) کرنے والی موجوں کے ریسلٹنٹ پاتھ کے ضابطہ کو لکھتے ہوئے مختلف کیسس کے خاکہ کے ذریعہ سمجھائیں۔

4۔ آواز کی انتنسٹی (Intensity) اور لائوڈنس (Loudness) پر بحث کیجئے۔

5۔ سیبنس (Sabine's) فارمولا کو اخذ کیجئے۔

6۔ نیوٹنس رنگس (Newton Rings) کس طرح بنتے ہیں خاکہ کے ذریعے سمجھایئے۔

7۔ زون پلیٹس (Zone plates) پر ایک نوٹ لکھیئے۔

حصہ سوم

8۔ بیٹس (Beats) کے مظاہر پر بحث کیجئے اور مثال کے ذریعہ سمجھایئے۔

9۔ ایک پتلی جھلی (Parallel thin film) میں تداخل (Interference) پر بحث کیجئے اور پاتھ ڈیفرنس کے ضابطہ کو اخذ کیجئے۔

☆☆☆☆

BNPH301DEP

لَیب مینول

(Lab Manual)

اکائی 1۔ میلڈس کا تجربہ

(Melde's Experiments)

اکائی کے اجزا

1.0		تمہید
1.1		مقاصد
1.2		آلات
	1.2.1	تشریح آلات
1.3		نظریہ
1.4		طریقہ عمل
1.5		مشاہدہ اور تحسیب
1.6		احتیاطی تدابیر
1.7		روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت
1.8		تجربی نتائج
1.9		کلیدی الفاظ

1.0 تمہید(Introduction)

میلڈے(Melde's)کا تجربہ جرمن ماہر طبیعیات فرانز میلڈے نے 1859ء میں معلوم کیے ہے۔ انہوں نے تناؤ تار میں ٹیوننگ فورک کی مدد سے اہتزازیہ کو تخلیق کیئے۔ بعد میں اسے برقی روبردار کی مدد سے ارتعاش کار کے ذریعہ اہتزازیہ کیا گیا ہے۔ میکانکل موجیں مخالف سمتوں میں سفر کرتے ہوئے متحرک نقطہ بناتے ہیں جینس نوڈیا گرہ کہا جاتا ہے۔ ان موجیں کو سب سے پہلے دریافت فرانز میلڈے نے کی اور اسٹینڈنگ موج کی اصطلاح کو بنایا۔ اس لئے یہ موجیں کو میلڈے اسٹینڈنگ موجیں کہا کیونکہ نوڈ مستحکم سکونی (Static Steady)پوزیشن پر رہتی ہے۔

اسٹینڈنگ موجیں پر سکونی موجیں(Stationery waves) بھی کہا جاتا ہے۔ یہ موجیں یکساں حیطہ اور تعدد کے ساتھ مخالف سمتوں میں حرکت کرنے والی دو موجیں کا مجموعہ کو تداخل(Interference) کہتے ہے۔ یعنی دو موجیں کو منطبق کیا جائے تب ان کی توانائیاں یکسا شامل ہو جاتی ہیں یا تو منسوخ ہو جاتی ہیں۔ تداخل(Interference) ایک سمت میں حرکت کرنے والے دو موجیں ایک سفر کرنے والی موج کو اور خلا میں مخالف سمت میں حرکت کرنے والے موجیں ایک اہتزازیہ موج کا تخلیقی کرتی ہے۔ یہ تجربہ یہ ظاہر کرتا ہے کہ میکانکل موجیں تداخل کے مظاہر کو سمجھاتی ہیں۔

1.1 مقاصد(Objectives)

- تناؤ میں ارتعاش کے عام موڈ کا مطالعہ کرنا۔
- میلڈے کے تجربے کے ذریعہ برقی طور پر برقرار ٹیوننگ فورک کی تعدد کو ذیل کے صورتوں میں معلوم کرنا۔

(a)۔ ارتعاشی عرضی موڈ(Transvers mode of vibration)

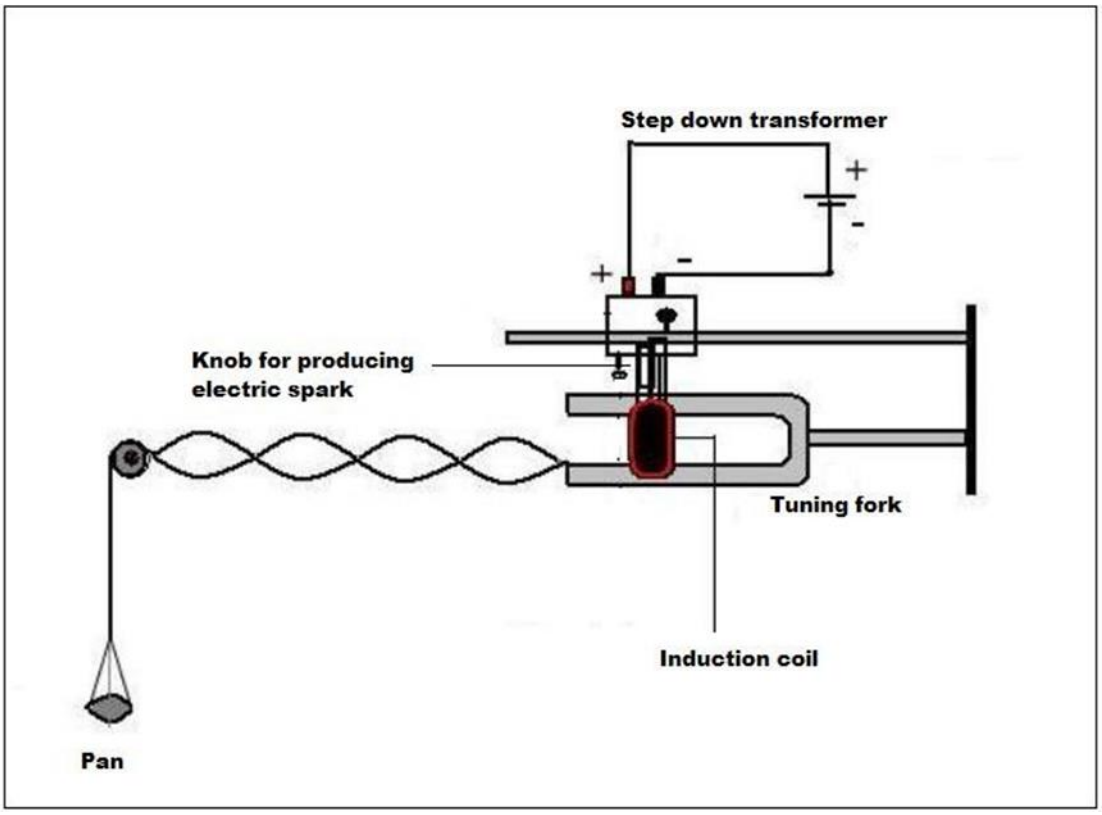
(b)۔ ارتعاشی طولی موڈ(Longitudinal mode of vibration)

1.2 آلات(Apparatus)

- ٹیوننگ فورک،
- وولٹیج، ملٹی میٹر،
- پلگ چابی،
- ٹرانسفارمر(6v)،
- تار،
- پین(pan)،
- گھرکی(pulley)،

1.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

میلڈے کا تجرباتی سیٹ اپ(Set-up) ایک برقی طور پر برقرار رکھنے والے ٹیونگ فورک ہیں۔ جس میں ایک بھاری نکل پلیٹ شدہ۔U شکل کے شاخیں ہوتے ہیں۔ فورک کی تعدد کو قابل درست کرنے کے لئے برقی مقناطیسی کوائل(Coil) کو شاخوں کے درمیان رکھتے ہے۔ برقی مقناطیسی کوائل کو سروں کے درمیان آگے اور پیچھے کرتے ہوئے ارتعاش کے حیطہ کو آسانی سے تبدیلی کرسکتے ہیں۔ ٹیونگ فورک کے ایک شاخ کو چھوٹی اسپرنگ کی پٹی سے جوڑ دتے اور دوسرے شاخ کو اسکرو پوائنٹ کی پٹی سے جوڑ دیجیے۔ شاخوں میں موجود ارتعاش رو کے ذریعے برقرار رکھا جاتا ہے جو ٹیونگ فورک کے شاکوں کے درمیان رکھے ہوئے برقی مقناطیس سے گزرتی ہے۔ جب رواس سرکٹ سے گزرتی ہے تو برقی مقناطس مقناؤ(Magnatised) ہو جاتی ہے اور فورک کے شاخیں فورن کھینچے(Pull) جاتے ہیں اور اندرونی طرف سٹیل اسپرنگ جھگڑنے میں ناکام ہوتی ہے۔ نتیجتًا سرکٹ ٹوٹ جاتا ہے۔ پھر برقی مقناطیسی شاخوں کو پول(pull) کرنے کی وجہ سے سرکٹ اپنی پہلی جگہ پر واپس آجاتی ہے۔ اس طرح دور(Cycle) کو دہرایا جائے گا اور ٹیونگ فورک کو ارتعاش کے استعمال کیا جائے گا۔



شکل(1.1)

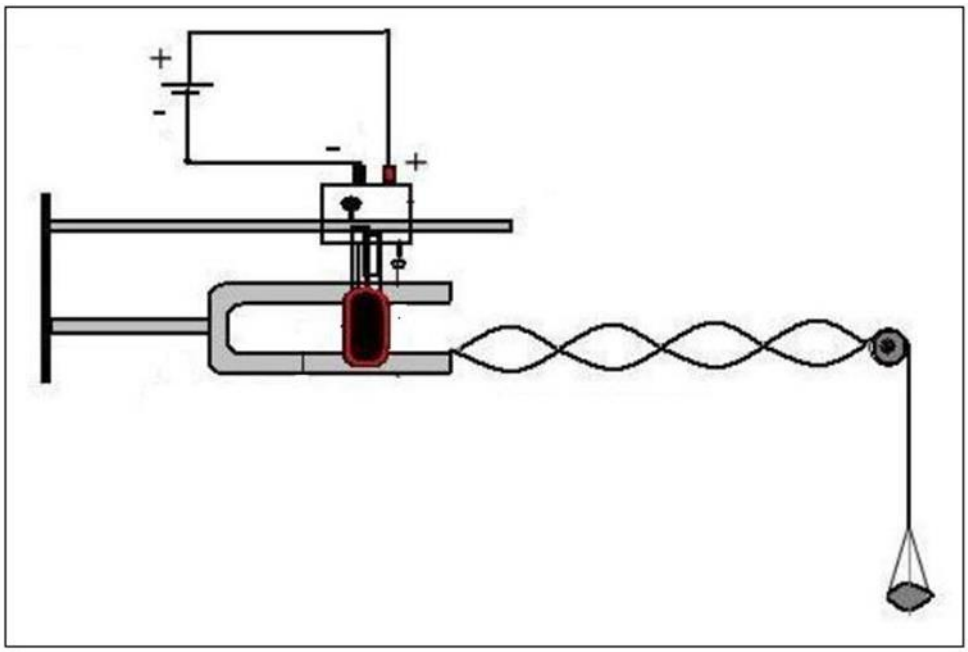
شکل(1.1) میں دکھایا گیا ہے کہ ٹیوننگ فورک کے شاخوں میں سے ایک کے ساتھ ایک ہلکی تار کو تان دیجیے اور دوسرے کنارے کو اسٹینڈ پر طئے شدہ افقی گھرنی یا پولی(Pully) کے اوپر سے گزارا جائے۔ ایک ہلکا پین یا پلڑا(Pan) تار کے آزاد سرے سے جوڑ دے تار کے تناؤ کو پلڑا میں رکھے ہوئے وزن کو تبدیلی کرتے ہوئے قابل درست کریں ٹیوننگ فورک اور گھرنی(Pully) کو آگے اور پچھے کے پوزیشن کو تبدیلی کرتے ہوئے تار کے طول کو قابل راست کیا جاسکتا ہے۔

تار کے طول میں مسلسل تبدیلی کرتے ہوئے ارتعاش کے مختلف عام موڈ کا مشاہدہ کیجیے۔ تار کے طول کی قدر، طول کی فی کمیت اور ایک عام موڈ پر ارتعاش کی تناؤ کی پیائش کی قیمتوں کی مدد سے کسی بھی تار کا اہتزازیہ کی تعداد کو محسوب کرسکتے ہیں۔

میلڈے کے تجربہ میں آلات کے ارتعاش کو دو طریقوں میں ترتیب دیں گے۔

(a)۔ارضی موڈ(Transvers mode)　　(b)۔طولی موڈ(Longitudinal mode)

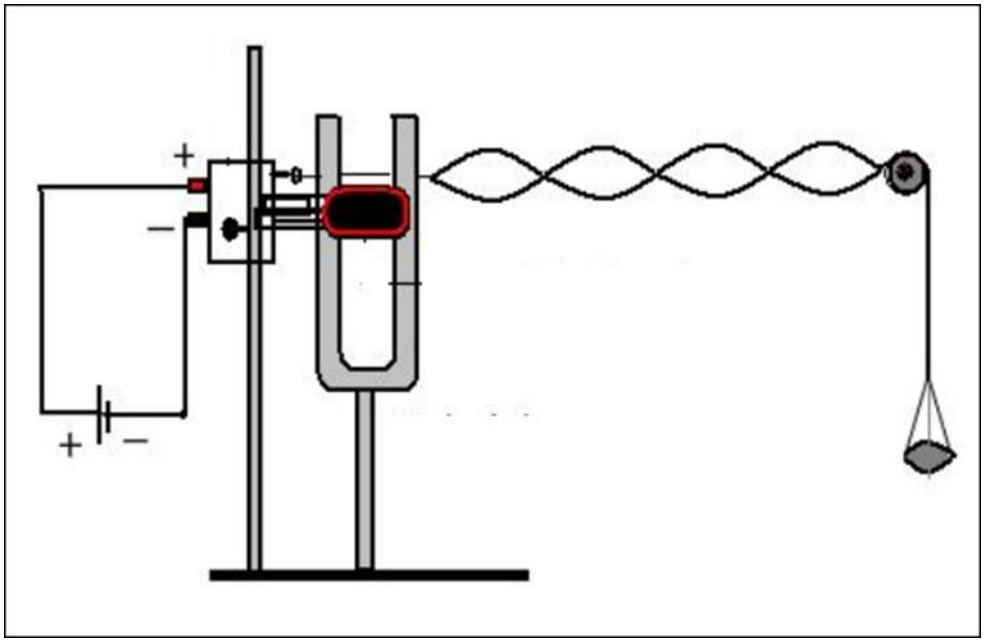
(a)۔ ارضی موڈ: ٹیوننگ فورک کے شاکیں کی حرکت کی سمت تار کی طول کی عمودوار ہو تو اس حرکت کو ارضی موڈ ارتعاش کہا جاتا ہے۔ شکل(1.2) کے مطابق آلات کو ترتیب دیجیے۔ ٹیوننگ فورج کے شاخیں کو عمودی طور پر دھاری دار کناروں پر ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ اس عرضی انداز میں ایک فولادی کے تار سے ٹیوننگ فورک ایک موڈ کی تعدد والی ایک متبادل روگزاری جاتی ہے تو تار پر قسری ارتعاش(Forced Vibration) ترتیب پائے جاتے ہیں۔



Experimental arrangement for transverse mode Copyright @ 2022 Under the NME ICTinitiative of MHRD

شکل(1.2)

(b)۔ طولی موڈ: ٹیوننگ فورک کے شاخیں کی حرکت کی سمت تار کی طول کے ساتھ ہو تو اسی حرکت کو طولی موڈ ارتعاش کہا جاتا ہے۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں کو طولی موڈ پر دھاری دار کناروں پر ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ شکل(1.3) کے مطابق آلات کو ترتیب دیجیے اس طولی موڈ میں ٹیوننگ فورک کے مکمل موڈ پر ایک فولادی تار مکمل نصف ارتعاش پر ہوتی ہیں۔



Experimental arrangement for longitudinal mode Copyright @ 2022 Under the NME ICTinitiative of MHRD

شکل(1.3)

1.3 نظریہ(Theory)

میلڈے کا تجربہ اسٹینڈنگ موجوں کی خصوصیات کو سمجھاتے ہیں۔ تناؤ تار کو دوسروں سے جھگڑ دے اور ارتعاش کو سیٹ(set) کیجیے۔ ان سروں پر تار میں یکساں حیطہ اور تعداد کے دو موجیں مخالف سمت میں حرکت کرتے ہوئے یک ہی طول کے ساتھبر پوشی(Overlapp)ہوتی ہے۔ واقعہ اور منعکس موجیں کی انطباق سے تار میں ارضی موڈ پر سکونی موجیں(Stationery waves) قائم ہوتی ہیں۔

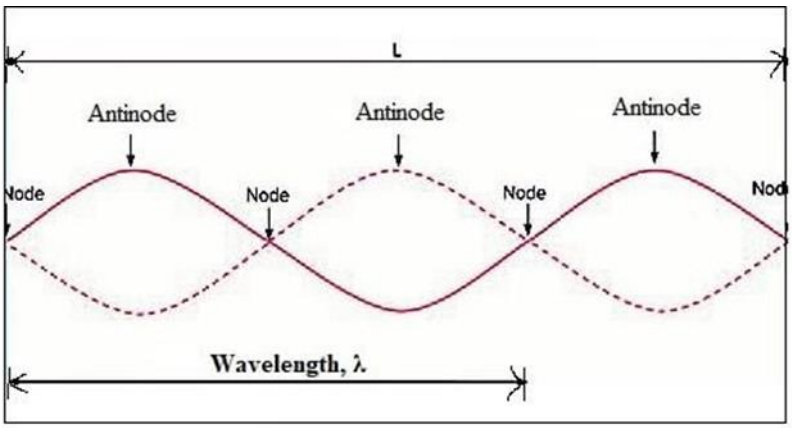
واسطہ کے وہ نقطہ جس میں توازن سے کوئی نقل مکان نہیں ہوتی وہ نقاط توڑ کہتے ہیں۔ اور وہ نقطہ جو توازن سے اعظم ترین حیطہ کے ساتھ ارتعاش کرتے ہیں ان نقاط کو اینٹی نوڈ(Anti-node) کہتے ہیں۔

شکل(1.4) میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دو متواتر نوڈ کے درمیان فاصلہ $\lambda/2$ ہیں۔ جہاں λ طول موج کہتے ہیں جب

$$l = \lambda/2$$

تار کی ارتعاش کی تعداد 'f' اور v رفتار ہو تب مساوات

$$f = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{2l}$$



A stretched string with fixed ends can oscillate up and down with a whole spectrum of frequencies and patternsof vibration. These special "Modes of Vibration" of a string are called standing waves or normal modes.

شکل(1.4)

'L'طول کے تار کو استواری سہارے(Regid support)کو جھگڑ دیجیے۔تار میں تناؤ پر ارضی ارتعاش کو قابل درست کریں۔

ارضی نقل مکان کی مساوات(x,t) Y ذیل میں ہیں۔

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{x^2}\ \frac{d^2y}{dt} = 0 \qquad \text{--------(1)}$$

جہاں رفتار $$\vartheta = \sqrt{T/\mu}$$

T تار کی تناؤ اور μ طول کی فی اکائی کی کمیت

دھاگہ $x-$ کے سمت پر اور ٹیونگ فورک کو $y-$ محور کے سمت پر رکھا جائے تب ٹیونگ فورک کے شاخوں سے دھاگہ کو جھکڑ دیجیے۔

شرط $$Y\ (0,t) =\ Y\ (L,t) =\ 0\ for\ all\ t'$$

یہ شرط پر تار کے کسی بھی عام ارتعاش کی مساوات کا حل $y(x,t)$

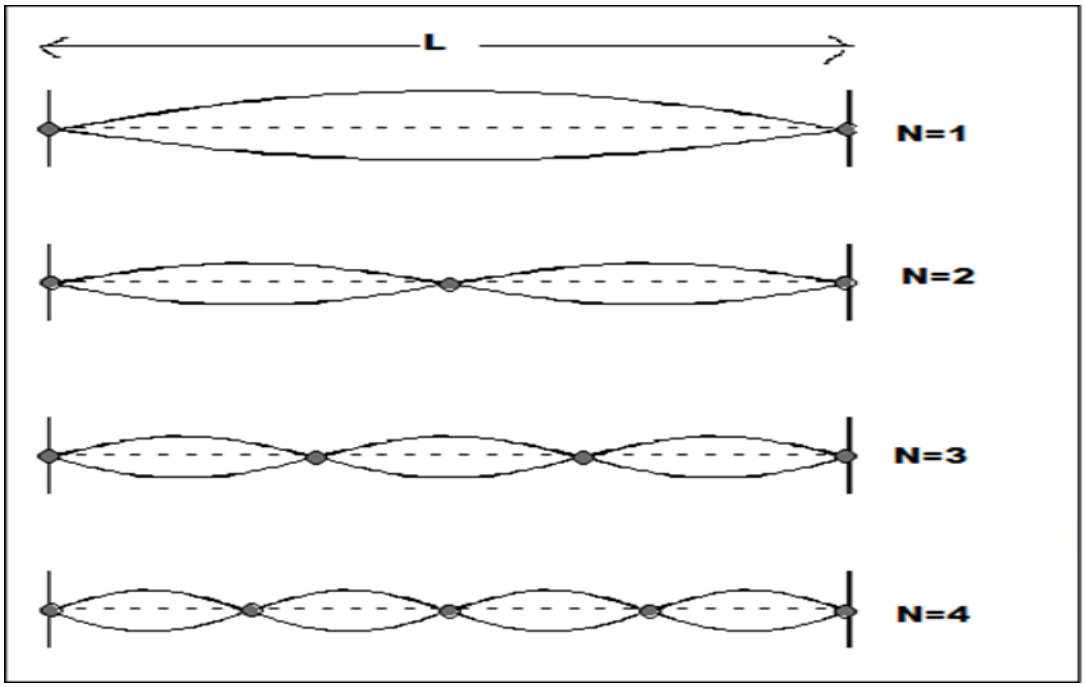
ارتعاش کے مختلف موڈ جن میں تار کے تمام نقاط ایک حیطہ کے ساتھ سادہ موسیقی حرکت کی ارتعاش کو عام تعداد کہتے ہیں۔

ارضی موڈ کی عام تعداد f_n کو ذیل کے ضابطہ یہ ہے کہ

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1,2,3 - - - -(2)$$

عام موڈ کی n قیمت کو n^{th} عام موڈ یا $(n-1)^{th}$ ہارمونک کہتے ہیں۔

n=1 کوڈ کو بنیادی موڈ کہتے ہیں۔



First four normal modes of a stretched string of length L with fixed end points

شکل(1.5)

مساوات(2) کو l اور M کے قدر میں تعداد کی مساوات

$$f = \sqrt{\frac{Mg}{4\mu l^2}} \qquad \text{--------(3)}$$

اس تجربہ میں جب T&L عام تعداد اور ڈرائیونگ تعداد کے مساوی ہو۔ جب تار یہ ہی تعداد سے گونجتی ہے۔ ان متغیرات کی قیمتوں کی پیائش کریں اور ان کی مدد سے ٹیوننگ فورک کی ڈرائیونگ تعداد کو محسوب کیجیے۔

ارضی موڈ ایک مکمل ہو جبکہ تار میں ایک ارتعاش مکمل ہوتی ہے۔ اس موڈ پر ٹیوننگ فورک کی تعدد اور تار کی تعدد مساوی ہوتی ہے۔ یہ مساوات(2) اور (3) سے دکھا گیا ہے۔

اسی طرح ایک طولی موڈ مکمل ہو جبکہ تار میں ارتعاش کا نصف مکمل کرتی ہے۔ لہذا اس موڈ میں ٹیوننگ فورک کی تعدد تار کی تعدد سے دوگنی ہوتی ہے۔ یہ مساوات کو ذیل سے ظاہر کرتے ہیں۔

مساوات(2) کو 'l' اور m میں تبدیلی کرنے پر

$$f = \sqrt{\frac{mg}{\mu l^2}} \qquad \text{-------(4)}$$

1.4 طریقہ عمل (Procedure)

(a)۔ ارتعاشی عرضی موڈ (Transvers mode of vibration)

(1)۔ شکل (1.1) کے بموجب ٹیوننگ فورک کے شاخین کو Stand کی مدد سے جھگڑ دیجیے۔

(2)۔ شکل (1.2) کے مطابق آلات کو ترتیب دیجیے۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں کو عمودی طور پر دھاری دار کناروں پر ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ اس کے لیئے تار کے آزاد سرے سے وزن آویزے کو ملحق کیجیے۔ ایک موزوں وزن کو منتخب کیجیے تاکہ تار کو تناؤر کھا جاسکے۔

(3)۔ گھڑیالی چٹکیوں کی مدد سے تار کے سروں کو ایک کنجی (Key) کے ذریعہ ایک ٹرانسفارمر کے سروں سے جوڑ دیجیے۔

(4)۔ ٹیوننگ فور کے شاخیں کو گھر کی (Pully) کو ایک دوسرے سے جہاں تک مکمل ہوسکے پوزیشن میں لائے۔ اب کنجی کو بند کر دیجیے۔

(5)۔ پین (Pan) میں وزن کو بڑھاتے ہوئے۔

(6)۔ کسی ایک مستقل پوزیشن میں تار ارتعاش کرنے لگتا ہے۔

(7)۔ اس وولٹیج کو کافی احتیاط سے اس وقت تک ترتیب دیجیے جب تک کہ تار اعظم ترین حیطے میں ارتعاش نہ کرنے لگے۔

(8)۔ اب ٹیوننگ فورک کے شاخیں اور گھر کی (pully) کے درمیان تار کے طول 'l' میں لوپ (Loop) کی پیائش کیجیے۔

(9)۔ وزن کو مرحلوں میں بڑھاتے جائے اور مرکزوہ بالا طریقے سے ہر بار گمکی طول (Resonance Length) میں لوپ (Loop) کی پیائش کیجیے اور مشاہدات کو جدول میں بند کیجیے۔

(10)۔ آویزے میں موجود وزن $M_1 + M_2$ کو نوٹ کیجیے۔ ذیل کے ضابطے سے تار میں تناؤ (T) کو محسوب کیجیے۔

$$T = (m_1 + m_2)g \; Newton$$

(11)۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں سے تار کو علاحدہ کر دیجیے۔ ایک ترازو کی مدد سے اس کمیت m_2 اور اس کے طول 'l' کی پیائش کیجیے۔

(a)۔ ذیل کے ضابطے سے اس کی حیطی کثافت μ محسوب کیجیے $\mu = \frac{m}{L}$

(b)۔ بصورت دیگر ایک خردہ پیما کو استعمال کر کے تار قطر 'r' معلوم کیجیے۔

طبعی جدولوں سے تار کے مادے کی کثافت (d) کی قیمت نوٹ کر لیجئے۔

پھر تار کی خطی کثافت کو ذیل کے ضابطے سے محسوب کیجیے۔

$$\mu = \pi r^2 d$$

(12)۔ ذیل کے ضابطے کی مدد سے 'f' کی قیمت محسوب کیجیے۔ اور تبادل رو کی سپلائی کے تعدد f کی اوسط قیمت معلوم کیجیے۔

$$f = \sqrt{\frac{mg}{4\mu l^2}}$$

(b)۔ ارتعاشی طولی موڈ(Longitudinal mode of vibration)

(1)۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں کو طولی موڈ پر دھاری دار کناروں پر ایک ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ شکل(1.3) کے مطابق آلات کو ترتیب دیجیے اس طولی موڈ میں ٹیوننگ فورک کے مکمل موڈ پر ایک فولادی تار مکمل نصف ارتعاش پر ہوتی ہیں۔

(2)۔ اس صورت میں تجربہ کو عرضی موڈ کی طرح دوراہیئے۔ اور ذیل کے ضابطے کی مدد سے 'f' کی قیمت محسوب کیجیے۔

$$f = \sqrt{\frac{mg}{\mu l^2}}$$

1.5 مشاہدہ اور تحسیب(Observations and Analysis)

مزاحمت کی تخمین:

پین M_2 کی کمیت Kg =----------

خطی کثافت $\mu = \frac{m}{l}$ =----------

جدول(1.1)

Table for Transverse mode

S.No	M_1 kg	$M=(M_1+M_2)$ kg	Number of loops N	Length of N loops l′	Length of single loop l=l′/N	M/l^2

M_1 پین میں وزن کی کمیت $= Kg$

$(m_1 + m_2) = M$ کی کل کمیت $=$

$n =$ تار کے درمیان لوپ $=$

$n = l^1$ لوپ کے لئے تار کا طول $m =$

$l =$ تار کا طول ایک لوپ کے لئے $m =$

اوسط $= M/l^2$

ارضی موڈ پر تبادل رو کی سپلائی کے تعدد 'f' کی اوسط قیمت $= - - - - - - - - - Hz$

جدول(1.2)

Table for Longitudinal mode

S.No	M_1 kg	$M=(M_1+M_2)$ kg	Number of loops N	Length of N loops l′	Length of single loop l=l′/N	M/l^2

$$= {}^{M}/_{l^2} \text{ اوسط}$$

طولی موڈ پر تبادل رو کی سپلائی کے تعدد 'f' کی اوسط قیمت $= - - - - - - Hz$

1.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

1۔ غیر لچک دھاگا کو استعمال کرنا چاہئے۔

2۔ فولادی تار کو ایک میز پر تان کر اس کے ایک سرے کو ٹیوننگ فورک کے شاخیں سے جگڑ دیجیے جوڑ ڈھیلا نہ رہنے پائے۔

3۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں کو گھرکی (Pully) کو ایک دوسرے سے جہاں تک مکمل ہو سکے ایک طول کے پوزیشن میں لائیے۔

4۔ وزن کے مرحلوں ساکن ہونا چاہئے اور اسے زمین کو نا چھونا چاہئے۔

5۔ لوپس کو اچھی طرح سے بیان کیا جانا چاہئے اور ایک ہی مستوی میں ہونا چاہئے۔

6۔ گھرنی میں رگڑ کم سے کم ممکن ہونا چاہئے۔ دور کے جوڑ صحیح طور پر جوڑیں۔ کوئی جوڑ ڈھیلا نہ رہنے پائے۔

1.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

اسٹینڈنگ موجیں بغیر کسی خطی حرکت کے اوپر، نیچے ارتعاش کرتے ہیں اور آسانی سے ارتعاش ہونے والے محدود واسطہ جیسے کہ گٹار کی تار، ندی یا لیک میں پانی، باکمرے میں ہوا کی شناخت ہوتی ہے۔ ان کے کچھ استعمال ذیل میں دی گئی ہیں۔

☆ آلات کی ٹیوننگ جیسے گٹار

☆ ہوا کی شناخت میں اسٹینڈنگ موجیں، سوپرانو سکسوفون (Saprano Saxophone) وغیرہ۔

☆ انسانی تقریر کا تجزیہ

☆ اسٹینڈنگ نور کی موجیں کو چھوٹے فاصلے کی پیمائش کے لیے اور نوریات کی فلیٹوں (Optical flats) میں بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

☆ اسٹینڈنگ موجیں کو میکانکی طور پر ٹھوس واسطہ میں شامل کر سکتے ہیں اور گونج کا استعمال کرتے ہوئے سینسر (Sensere) میں تعدد، حیطہ کی تبدیلیوں کو ٹریک کرنے کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

1.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

ارضی موڈ پر تبادل رو کی سپلائی کے تعدد $f = - - - - - - Hz$

طولی موڈ پر تبادل رو کی سپلائی کے تعدد $f = - - - - - - Hz$

1.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- نوڈ: وہ نقطہ جہاں تار حرکت نہیں کرتا یا نوڈوں میں جہاں اسٹینڈنگ موجیں مین موج کی خلاصفر ہے۔
- اینٹی نوڈ: اسٹینڈنگ موجیں میں ذرہ کی حیطہ توازن سے اعظم ترین نقل کی عددی قدر ہوں۔
- تناؤ تار میں ارتعاش کی تعدد: ایک سکنڈ میں مکمل کرنے والے اہتزازوں کی تعداد (Frequency) کہلاتی ہے۔ تعداد کی اکائی Hz ہے اور ایک ہرٹز ایک سائیکل فی سکنڈ کے برابر ہے۔
- بنیادی تعدد: اسٹینڈنگ موجیں کی کم تعدد کو بنیادی تعدد کہتے ہے۔
- عام موڈ: تار میں اسٹینڈنگ موجیں کے لئے ممکنہ اسٹینڈنگ موج کا انداز ہو تو یہ موڈ عام موڈ کہلاتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ تعدد کی وضاحت کریں اور اس کی اکائی بیان کریں۔

2۔ ارضی اور طولی موجیں سے کیا مراد ہے؟

3۔ نوڈ اور اینٹی نوڈ سے آپ کا کیا مطلب ہے؟

4۔ متواتر دو نوڈ یا دو اینٹی نوڈ کے درمیانی فاصلہ کیا ہے؟

5۔ روبردار ٹیوننگ فورک اور عام ٹیوننگ فورک میں کیا فرق ہے؟

6۔ اسٹینڈنگ موجیں کو بیان کریں۔

7۔ پرسکونی موجیں سے کیا مراد ہے؟

8۔ اسٹینڈنگ موجیں مثالیں دیجیے۔

9۔ اسٹینڈنگ موجیں کی تشکیل کی شرط کیا ہے؟

10۔ ارتعاش کی تعدد کا ضابطہ کیا ہے؟

11۔ خطی کثافت کی وضاحت کریں؟

12۔ خطی کثافت تناؤ کی اکائیاں کیا ہیں؟

13۔ دھاگے کی رفتار، تناؤ اور خطی کثافت کے درمیان کیا تعلق ہے؟

14۔ آپ گونج کے بارے میں کیا سمجھتے ہیں؟

15۔ موجودہ تجربے کی سائنسی اور ٹکنیکی (Technological) اہمیت کیا ہے؟

Calculations

اکائی 2۔ صوت پیما کے ذریعے تبادل رو کی طاقت کا تعداد

(The Frequency of A.C. Mains by A.C. Sonometer)

اکائی کے اجزا

2.0	تمہید	(Introduction)
2.1	مقاصد	(Objectives)
2.2	آلات	(Apparatus)
2.3	نظریہ	(Theory)
2.4	طریقہ عمل	(Procedure)
2.5	مشاہدہ اور تحسیب	(Observation and Analysis)
2.6	احتیاطی تدابیر	(Precautions)
2.7	روزمرہ کی زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Domestic Life)	
2.8	تجربہ نتائج	(Experimental Result)
2.9	کلیدی الفاظ	(Key Words)

2.0 تمہید(Introduction)

اس تجربے میں آپ کو سوت پیما سے واقف کرایا جائے گا۔ سود پیا لکڑی کے مستطیلی کھوکھلے ڈبے پر مشتمل ہوتا ہے جیسے کہ شکل (2.1) میں دکھلا جائے گا۔ سود پیا کے ذریعے ارتعاش تار کے کلیات کی تجرباتی تصدیق بھی کر سکتے ہیں اور رَو(Current) کو استعمال کرتے ہوئے رَو کی تعداد(Frequency of Current) کو معلوم کیا جاتا ہے۔

2.1 مقاصد(Objectives)

اس تجربے کا مقصد ایک صوت پیما کو استعمال کر کے گھریلو متبادل رو کی سپلائی کے تعدد(Frequency) کی پیمائش کرنا ہے۔

21.2 آلات(Apparatus)

ایک صوت پیما	پیتل یا فولاد کا تار	وزن آویزیہ مع شگاف دار اوزان
ایک مقوم(Rheostate)	دو عدد طاقتور سلاخی مقناطیس	ایک خرد پیما
ایک ترازو	واصل تار	گھڑیالی چٹکیاں
ایک تنزلی ٹرانسفارمر(Stepdown Transformer)(6وولٹ یا9وولٹ)		

2.3 نظریہ(Theory)

ایک یکساں مقناطیسی میدان میں میدان کے علی القوائم رکھے ہوئے ایک موصل تار سے جب ایک قائم رَو(Steady current) گزاری جاتی ہے تو موصل پر ایک مستقل قوت عمل کرتی ہے جس کو $F = iLB \wedge$ سے ظاہر کیا جاتا ہے، جہاں $L =$ موصول کا طول $B =$ مقناطیسی امالے کو تعبیر کرتے ہیں۔

ایک موصل سے جب n تعدد والی ایک متبادل رو گزاری جاتی ہے تو موصل پر عمل پیرا قوت ایک سادہ موسیقی انداز میں اپنی مقدار اور سمت میں بدلتی رہتی ہے۔ لہٰذا موصل سادہ موسیقی حرکت انجام دیتا ہے جس کا تعدد n کے مساوی ہوتا ہے۔ یہی اس تجربے کا اصول ہے۔

اس تجربے میں ایک فولاد کے تار کو دو طاقتور سلاخی مقناطیسیوں کے غیر مشابہ قطبوں کے درمیان رکھا گیا ہے۔ جب تار سے n تعدد والی ایک متبادل رو گزاری جاتی ہے تو تار پر مقوی ارتعاش(Forced Vibration) ترتیب پائے جاتے ہیں۔ جب تنے ہوئے تار کا قدرتی تعدد، تعدد n کے مساوی ہو جاتا ہے تو کمک(Resonance) واقع ہوتی ہے اور ارتعاش کا حیطہ(Amplitude) اعظم ترین (Maximum) ہو جاتا ہے۔

اس حالت کے تحت ایک حلقے میں ارتعاش کرنے والے تار کا طول L اور تار میں تناؤ T ہے تب:

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

جہاں تنے ہوئے تار کی خطی کثافت یا فی اکائی طول کمیت ہے۔

مذکورہ بالا ضابطے سے T اور μ کی پیائش سے n کو محسوب کیا جاسکتا ہے۔

2.4 طریق عمل (Procedure)

1۔ شکل (2.1) کے بموجب صوت پیما کی دھاری دار کناروں A اور B پر ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ اس کے لیے تار کے آزاد سرے سے وزن آویزے کو ملحق کیجئے۔ ایک موزوں وزن 0.3 کلو گرام، کو منتخب کیجیے تاکہ تار کو تناہوا رکھا جاسکے۔

2۔ لکڑی کے دو سہاروں پر دو سلاخی مقناطیس اس طرح ترتیب دیجیے کہ ان کے مخالف قطب ایک دوسرے کے سامنے ہوں اور ان کے درمیان سے ایک تار گزارا جاسکے۔

3۔ گھڑیالی چٹکیوں کی مدد سے تار کے سروں کو ایک مقوم (Rheostate) اور ایک کنجی (Key) کے ذریعے ایک تنزلی ٹرانسفارمر کے سروں سے جوڑ دیجیے۔

4۔ آویزے میں موجود وزن (M) کو نوٹ کیجیے۔ ذیل کے ضابطے سے تار میں تناؤ (T) کو محسوب کیجئے۔

$$T = Mg\ newtonss$$

5۔ دھاری دار کناروں A اور B کو ایک دوسرے سے جہاں تک ممکن ہو سکے قریب لائیے۔ اب کنجی کو بند کر دیجیے۔ دھاری دار کناروں کو بتدریج دور ہٹاتے ہوئے دھاری دار کناروں کے درمیان تار کے طول I کو بڑھاتے ہوئے۔ کسی ایک مستقل پوزیشن میں تار ارتعاش کرنے لگتا ہے۔ اس نقطے پر دھاری دار کناروں کو کافی احتیاط سے اور آہستگی سے اس وقت تک ترتیب دیجیے جب تک کہ تار اعظم ترین حیطے میں ارتعاش نہ کرنے لگے۔ اب دھاری دار کناروں کے درمیان تار کے طول I کی پیائش کیجیے۔



شکل (2.1)

6۔ وزن کو 0.1 کیلو گرام کے مرحلوں میں بڑھاتے جایئے اور مذکورہ بالا طریقے سے ہر بار گمکی طول I(Resonance Length) کی پیائش کیجیے۔ مشاہدات کی جدول بندی کیجیے۔

7۔ صوت پیما سے تار کو علاحدہ کر دیجیے۔ ایک ترازو کی مدد سے اس کی کمیت(m)اور اس کے طول(I)کی پیمائش کیجیے۔
ذیل کے ضابطے سے اس کی خطی کثارت μ محسوب کیجئے۔

$$\mu = \frac{m}{L}$$

بہ صور دیگر ایک خرد پیما کو استعمال کرکے تار کا نصف قطر r معلوم کیجیے۔ طبعی جدولوں سے تار کے مادے کی کثافت(d)کی قیمت نوٹ کر لیجیے۔ پھر تار کی خطی کثافت کو ذیل کے ضابطے سے محسوب کیجیے۔

$$\mu = \pi r^2 d$$

8۔ ہر صورت میں ضابطے کی مدد سے n کی قیمت محسوب کیجیے اور متبادل رو کی سپلائی کے تعدد n کی اوسط قیمت معلوم کیجیے۔

2.5 مشاہدات اور تحسیب(Observation and Analysis)

تار کی کمیت m = -------- gm = ------kg.

تار کا طول L = --------- cm = -------meters

خطی کثافت $\mu = \frac{m}{L} = - - - - \ kg/m$

جدول 2.1

سلسلہ نشان	وزن M کلوگرام	تناو T=mg (Newtons)	کمکی طول۔I (m)	$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ hz

اوسط N=.....ہرٹز(Hz)

2.6 احتیاطی تدابیر(Precautions)

1۔ مقوم کو ترتیب دیتے ہوئے فولادی تار کو زیادہ گرم ہو جانے سے روکنا چاہیئے۔

2۔ تار کے ارتعاش کے اعظم ترین حیطے کو حاصل کرنے کے لیے دھاری دار کناروں کے درمیانی فاصلے کو بڑی احتیاط سے ترتیب دینا چاہیے۔

3۔ بہترین نتائج حاصل کرنے کے لیے یہ مشورہ دیا جاتا ہے کہ ایک صوت پیما کو استعمال کرنے کے بجائے ایک 2 میٹر لمبے فولادی تار کو ایک میز پر تان کر اس کے ایک سرے کو شکنجے سے جکڑ دیجیے اور دوسرے سرے کو میز کے کنارے پر نصب ایک چرخی پر سے گزاریے۔

2.7 روزمرہ کی زندگی میں اس تجربے کی اہمیت(Significance of Experiment in Domestic Life)

اس تجربے کو انجام دینے کے بعد آپ اپنی زندگی میں مختلف تاروں(Copper, Iron...) میں رو کی تعداد کی پیمائش کر سکتے ہیں۔

2.8 تجربی نتائج(Experimental Result)

☆ اس تجربے میں ہم ایک موصل تار سے ایک قائم رو(Steady Current) گزاری جاتی ہے تو موصل پر ایک مستقل قوت عمل کرتی ہے۔جو $F = iLB$ ہے۔

☆ تنے ہوئے تار کی قدرتی تعداد(T) تعداد(n) کے مساوی ہو جاتی ہے تو گمک(Resonance) واقف ہوتی ہے اور ارتعاش کا حیطہ (Amplitude) عظیم ترین ہو جاتا ہے۔

☆ ایک حلقے میں ارتعاش کرنے والے تار کا طول l اور تار میں تناؤ T ہے تب $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

2.9 کلیدی الفاظ(Keywords)

عقدہ(Nodes) : جہاں حیطہ ارتعاش صفر ہو جاتا ہے۔

صد عقدہ(Anti-Nodes) : جہاں حیطہ ارتعاش عظیم ترین ہو جاتا ہے۔

فریکوینسی(Frequency) : اکائی وقت میں سادہ موسیقی حرکت کے ارتعاش کی تعداد

اپنی معلومات کی جانچ کے سوالات(Check Your Information Questions)

1۔ گمک کیا ہوتی ہے؟

2۔ مقناطیسی میدان میں رکھے ہوئے تار سے جب متبادل رو گزرتی ہے تو کیا ہوتا ہے؟

3۔ متبادل رو راست رو سے کس طرح مختلف ہوتی ہے؟

4۔ تار کے تناؤ میں اضافے اور کمی سے کس طرح گمکی طول میں تبدیلی واقع ہوتی ہے؟

5۔ تجربے میں استعمال کیے جارہے تار کو اسی مادے سے بنے ایک دوسرے موٹے تار سے بدل جائے۔ تو ایک دیئے گئے وزن کے لیے گمکی طول کس طرح متاثر ہوتا ہے؟

6۔ ذیل کے لیے ایس۔ آئی اکائیاں کیا ہیں؟

(a)۔ خطی کثافت(Linear Density)

(b)۔ تعدد(Frequency)

7۔ ایک مقناطیسی میدان میں رکھے ہوئے اور روبردار تار پر عمل پیرا قوت کے سمت کو کس اصول کی مدد سے معلوم کیا جاسکتا ہے؟

Rough Work

اکائی 3۔ جفتہ پینڈلم

(Coupled Pendulum)

اکائی کے اجزا

3.0		تمہید
3.1		مقاصد
3.2		آلات
	3.2.1	تشریح آلات
3.3		نظریہ
3.4		طریقہ عمل
3.5		مشاہدہ اور تحسیب
3.6		احتیاطی تدابیر
3.7		روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت
3.8		تجربی نتائج
3.9		کلیدی الفاظ

3.0 تمہید(Introduction)

سادہ موسیقی حرکت ایک اہتزاز یہ حرکت ہے یہ حرکت میں کسی بھی مقام پر ذرہ کی اسراع اوسط مقام سے نقل مکان کے براہ راست تناسب ہوتی ہے۔ اس کی اہمیت انجینئرنگ اور طبیعیات کی متعدد شاخوں میں ہے۔ مثالے ساختی مشینی ارتعاش(Vibration)، متبادل برقی رو، آواز کی موجیں، نور کی موجیں اہتزاز میں عمومی حرکت نہیں ہوتے لیکن عام طور پر اہتزاز(Oscillator) کو جفتہ (Coupled) کرنے پر حرکت ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک ٹھوس میں ارتعاش(Vibration in Solid) اسپرنگس کے مدد سے ٹھوس کی کلیمپس(Clamps) یعنی فکس(fix) کیا جائے تب ٹھوس کے تمام لیٹس جوہر(Lattice atom) جڑے ہوئے ہوتے ہیں۔ یہ لیٹس جوہر کے انفرادی جوہر ایک کی حرکت اس کے دوسرے قریبی جوہر کے ساتھ جفتہ کی جاتی ہے۔

جفتہ اہتزاز یہ نظام میں دو یا دو سے زیادہ اہتزاز یہ اس طرح جوڑے ہوئے ہیں کہ ان کے درمیانی حرکت پر توانائی کی تبدیلی ہوتی ہے۔ یہ خصوصیات کی تخت اس تجربہ میں عام طور پر دو جفتہ پینڈلم(Coupled pendulum) کی تخمین کریں گے۔ اور ان موڈ کے مختلف طریقوں کا مطالعہ بھی کریں گے۔

3.1 مقاصد(Objectives)

اس تجربہ میں ہم:

- دو جفتہ پینڈلم کے عام موڈ طریقہ کار کو مطالعہ کرنا۔
- اہتزاز یہ کے اہئیت موڈ(Phase mode) کی تعدد کی تخمین کرنا۔
- اہتزاز یہ کے اہئیت موڈ کے باہر تعدد کی تخمین کرنا۔
- اہتزاز یہ کے بیٹ موڈ(Beat mode) کی تعدد کو معلوم کرنا۔
- جفتہ کی ڈگری کو محسوب کرنا۔

3.2 آلات(Apparatus)

- ایک اسٹانڈ یا دیوار گری(Wall bracket)،
- نمونہ تار، سپرنگ(Spring)،
- اسٹاپ واچ،
- دو جفتہ پینڈلم

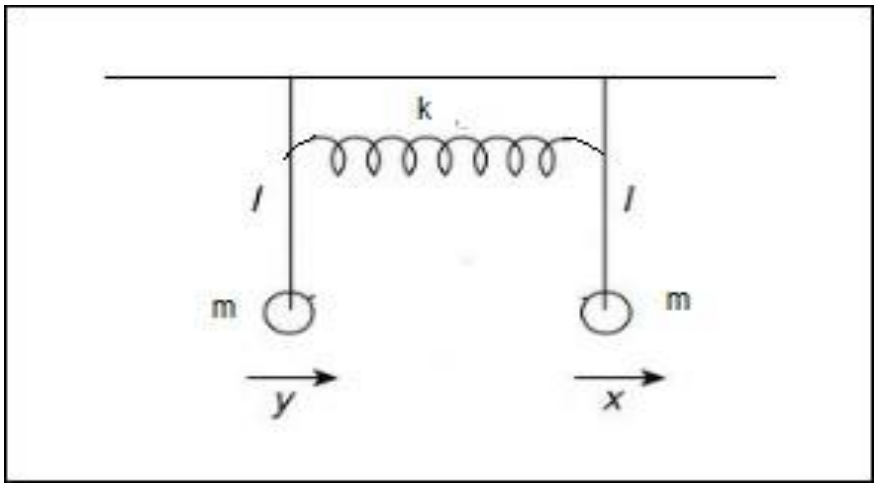
3.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

یہ تجربہ میں 'm' کمیت اور 'l' طول کے دو یکساں جفتہ پینڈلم ہوتے ہیں۔ یہ پینڈلم کی کمیت اور مؤثر طول (مرکز اور محور کے درمیان فاصلہ) پر ایک بنیادی اہتزاز یہ کے ساتھ عمودی طور پر اہتزاز یہ کریں گے۔

پینڈلم (Pendulum) کو بے وزانی اسپرنگ کی مدد سے کلیمپس (Clamps) کو جھگڑ دے اور اس اسپرنگ کا مستقل 'K' ہے۔ دو پینڈلم یک محور اور یکساں مستوں پر اہتزاز یہ کیا گیا ہے۔ جب دو پینڈلم ساکن ہو تو ان کے درمیان افقی فاصلہ اور طول بھی یکساں ہوتے ہیں۔

3.3 نظریہ(Theory)

یہ تجربہ میں دو یکساں پینڈلم A اور B کو جوڑ دے جس طرح شکل (3.1) میں بتلایا گیا ہے۔ کمیت 'm' اور طول 'l' کے دو پینڈلم کو بے وزنی اسپرنگ کی مدد سے کلیمپس (Clamps) کو جھگڑ دے اور یہاپر یکساں اسپرنگ کی مستقل ہے۔



شکل (3.1)

A اور B دو پینڈلم کے عظیم ترین نقل مکان x اور y ہے۔

x, y خطی نقل مکان کی حرکت کے مساواتیں

$$m\ddot{x} = -mx\,{}^{x}/_{5}\,k(x-y) \quad \text{.....1}$$

$$m\ddot{y} = -mg\,{}^{y}/_{5} - K(y-x) \quad \text{.....2}$$

اس میں فطری تعدد ω_0 کو درج کرنے پر

مساوات (1) اور (2)

$$\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = \frac{-K}{m}(x-y) \quad \text{.....3}$$

$$\ddot{y} + {\omega_0}^2 y = \frac{-K}{m}(y - x) \quad \text{.....4}$$

مساوات(3)اور(4)کو جمع کرنے پر

$$\ddot{x} + \ddot{y} + {\omega_0}^2(x + y) = 0 \quad \text{.....5}$$

مساوات(3)اور(4)کو تفریق کرنے پر

$$\ddot{x} - \ddot{j} + {\omega_0}^2(x - y) + \frac{2K}{m}(x - y) = 0 \quad \text{.....6}$$

یہ مساواتیں(5)اور(6)میں $X = x + y$ اور $Y = x - y$ کو درج کرنے پر

$$\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = 0 \quad \text{.....7}$$

اور

$$\ddot{y} + \left({\omega_0}^2 + \frac{2K}{m}\right) y = 0 \quad \text{.....8}$$

7اور8 مساواتیں سادہ موسیقی حرکت کی مساواتیں کہلاتی ہے اور فطری تعدد ω_0 اور ω_1 (عام موڈ فطری تعدد $\omega_1 = \omega_0$)

$$\omega_0 = \omega_1 = \sqrt{{\omega_0}^2 + \frac{2K}{m}}$$

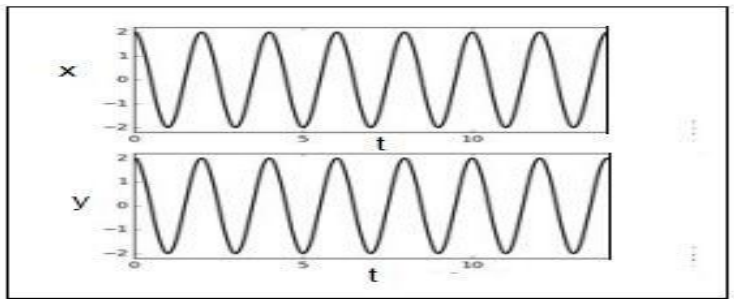
یہ مساوات کا عمومی حل ہو گا

$$X = x + y = X_0 \cos(\omega_0 t + \emptyset_1)$$
$$Y = x - y = Y_0 \cos(\omega_1 t + \emptyset_2)$$

یہاں پر X_0 اور Y_0 حیطہ اور $\emptyset_1, \emptyset_2$ ہیئت(Phase)

ہم دو عام موڈ کی حرکت کو بیان کریں گے۔ جس میں دونوں پینڈلم یکساں تعدد پر حرکت کرتے ہے۔

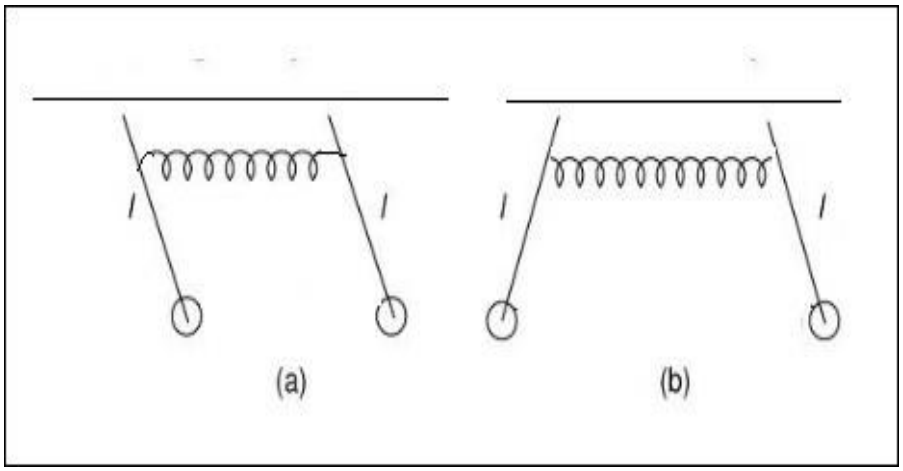
عام موڈ1:



شکل(3.2)

'in phase' mode of vibration

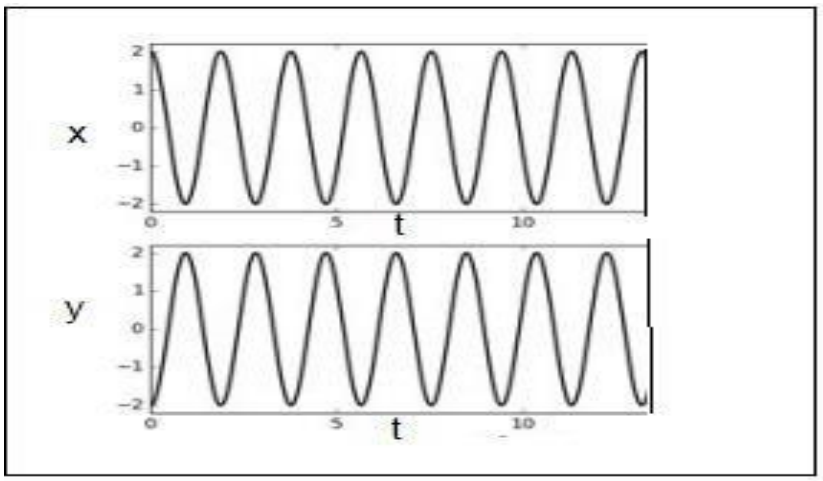
یہ موڈ میں پینڈلم یکساں حرکت کرتے ہیں جب دونوں پینڈلم ایک ہی سمت میں یکساں طور پر ہونے ہے۔یعنی اسپرنگ پر بہار کا کوئی اثر نہیں ہوتا $Y = 0$ ہوتب ہر وقت پر حرکت مکمل طور پر مساوی $x = y$ ہوتا ہے۔اور مساوات(6) میں انفرادی پینڈلم کی اہتزاز یہ کی تعدد یکساں ہوتی ہے۔اس کی وجہ یہ ہے کہ جب دو پینڈلم اہتزاز یہ ہئیت پر اہتزاز کرتے ہیں۔تب اسپرنگ ہر وقت غیر کھینچی ہوئی یا غیر سکڑتی ہوئی رہتی ہے۔اس وجہ سے اسپرنگ ہمیشہ اپنی فطرتی طول کو برقرار رکھتی ہے۔



شکل(3.3)

(a) The 'in phase' mode of vibration (b) 'Out of phase' mode of vibration

عام موڈ2:



شکل(3.4)

'Out of phase' mode of vibration

یہ موڈ میں پینڈلم استعمال(Excited) ہوتے ہیں تب پینڈلم مساوی اور مخالف نقل مکان کے ساتھ حرکت کرتے ہے۔ اگر $x = 0, x = -y$ کے شرط پر مساوات(8) مکمل طور پر حرکت کو سمجھاتی ہے اور یہ شرط پر اہتزازیہ تعد، فطری پینڈلم کی تعدد سے زیادہ ہوتی ہے۔ کیونکہ اسپرنگ یا تو پھیلا ہوا ہے یا سکیڑا ہوا ہے۔ تب پینڈلم ہمیشہ ہئیت سے ماہر(Out of phase) ہوتا ہے۔ اس لئے اس موڈ کو آوٹ آف فیز موڈ کہا جاتا ہے۔ ہئیت موڈ میں تعدد زیاہد ہوتی ہے کیونکہ بیرونی قوت کی وجہ سے پینڈلم پر اندرونی اور بیرونی قوتیں بڑھ جاتی ہے۔ جب پینڈلم تیزی سے حرکت کرتا ہے۔

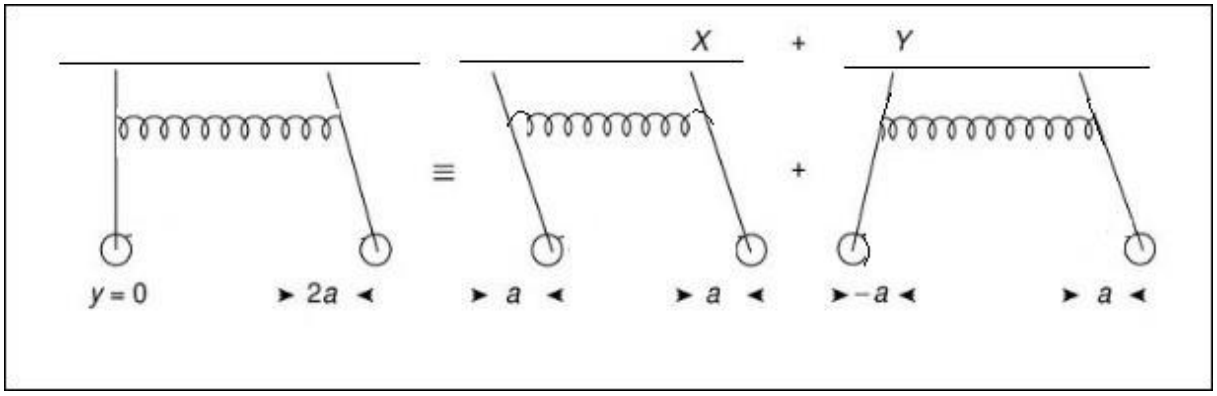
گمک / گونج(Resonance)

جفتہ پینڈلم کے یک عموسی حرکت دو عام موڈ کی حرکت کے انطباق(Superposition) ہوگی اس موڈ کے اہتزازیہ کو گمک یا گونج(Resonance) کہتے ہے۔

2a قیمت سے ایک پینڈلم کی نقل مکان کو دو طریقوں کے یکجائی(Combination) کے طور پر شکل(3.5) میں دکھایا گیا ہے۔

وقت کے ساتھ انفرادی پینڈلم کا برتاؤ پینڈلم کے درمیان کلی توانائی کی تبدیلی شکل(3.4) میں دکھایا گیا ہے 0 اور 2c کے درمیان x کی قیمت کم ترین اور 0, 2a کے درمیان y کی قیمت اعظم ترین ہوتی ہے۔

The Physics of Vibrations and Waves **by H.J. Pain.**



شکل(3.5)

$t = 0$ کی شرط پر پینڈلم 'A' کو نقل مکان سکونی مقام(Rest Position) سے جوڑدیا گیا ہے اور دوسرا پینڈلم توازنی مقام(Equilibrium Position) پر رہتا ہے۔ گونج کے لیے

$$X_0 = Y_0 = 2a \qquad \text{اور} \qquad \emptyset_1 = \emptyset_2 = 2a \quad \text{.....9}$$

مساوات(9)کو لینے پر

$$10.....x = \frac{1}{2}(x+y) = a\cos\omega_0 t + a\cos\omega_1 t$$

$$11.....x = 2a\cos\frac{(\omega_1-\omega_0)}{2}t\ \cos\frac{(\omega_1+\omega_0)}{2}t$$

$$y = \frac{1}{2}(x-y) = a\cos\omega_0 t - a\cos\omega_1 t$$

$$12.....y = 2a\sin\frac{(\omega_1-\omega_0)}{2}t\ \sin\frac{(\omega_1+\omega_0)}{2}t$$

مساوات(11)اور(12)انفرادی پینڈلم کے لیے مطابق حل ہے۔جہاں دو مختلف ارتعاشی تعدد $\left(\frac{(\omega_1-\omega_0)}{2}\right)$ اور $\left(\frac{\omega_1+\omega_0}{2}\right)$

$$\omega_c = \frac{\omega_1+\omega_0}{2}$$

$$\omega_B = \frac{\omega_1-\omega_0}{2}$$

تعدد ω_c تیز(fast)ہے اور ایک مفردہ وقت میں زیادہ تعدد سے اہتزاز یہ ہوتے ہے۔یہاں ω_c کو کیلنگ تعدد کہا جاتا ہے اور ω_B کی تعدد کم ہوتی ہے۔یہ ω_c کے اہتزازی تعدد کے حیطہ کو ماڈیول(Modulate)میں تبدیلی کرتی ہے۔جہاں ω_B کو بیٹ تعدد کہتے ہے۔

ہئیت کے اندر(In-phage)وقت دوری $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

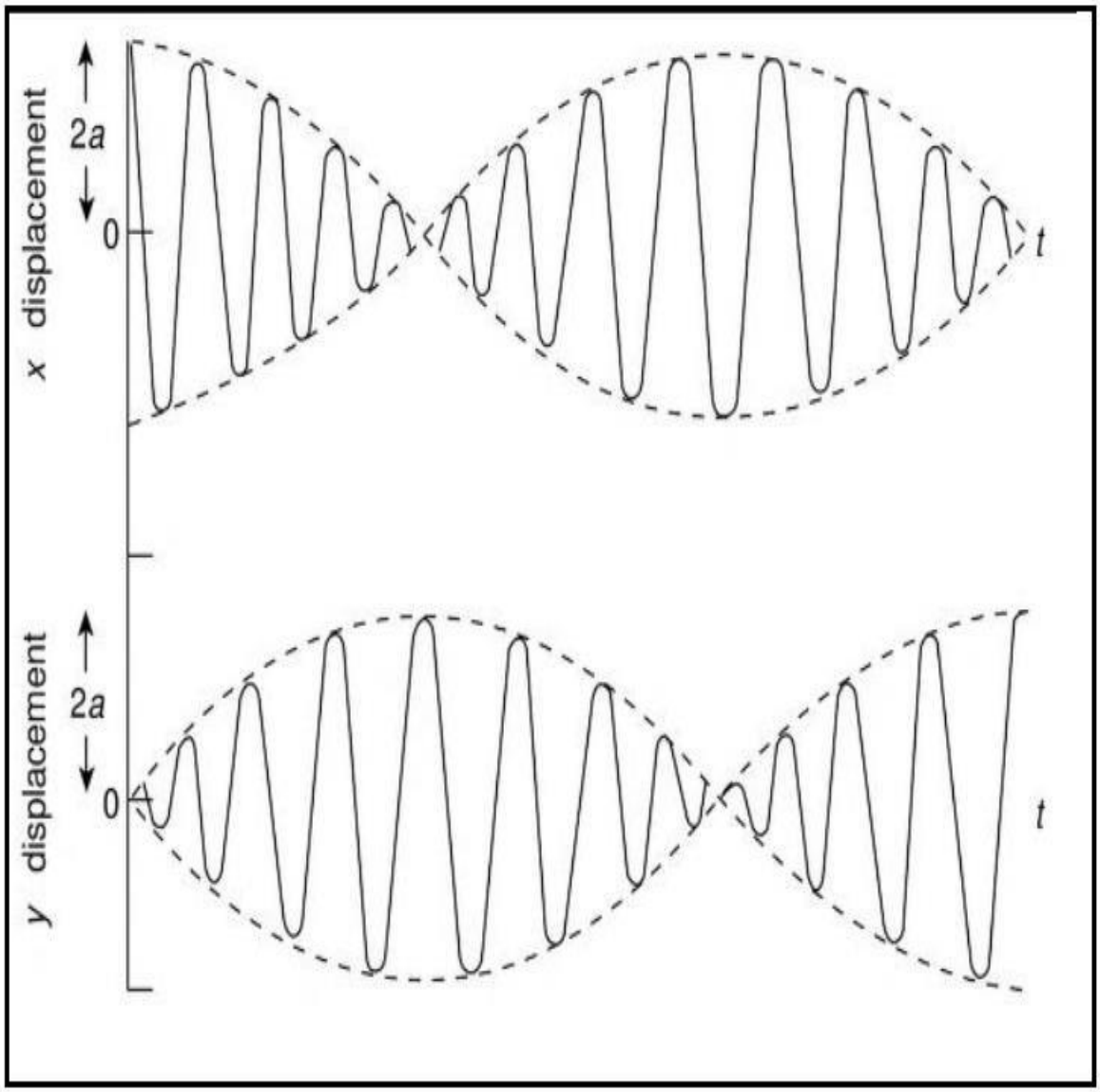
ہئیت کے باہر(Out of phage)وقت دوری $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$

جفتہ اہتزاز یہ کا وقت دوری

$$T_C = \frac{4\pi}{\omega_1+\omega_0} = \frac{2T_0T_1}{T_0+T_1}$$

بیٹ کی وقت دوری

$$T_B = \frac{4\pi}{\omega_1-\omega_0} = \frac{2T_0T_1}{T_0-T_1}$$



شکل(3.6)

جفتہ کی دگری: جفتہ کی طاقت کی مقداری وضاحت کو جفتہ کی ڈگری کہا جاتا ہے۔

اس کی مساوات

$$x = \frac{{\omega_1}^2 - {\omega_0}^2}{{\omega_1}^2 + {\omega_0}^2} = \frac{{T_0}^2 - {T_1}^2}{{T_0}^2 + {T_1}^2}$$

3.4 طریقہ عمل (Procedure)

1۔ پینڈلم کو جفتہ کرنے سے پہلے، اوپر کے چھوٹے پیچ اور نچلے حصے کے کمیتوں کو مناسب طریقے سے قابل درست کریں اور ہر پینڈلم کے اہتزازیہ کو وقت دوری (Time period) سیٹ کیا جائے۔ یعنی 50-100 اہتزازیہ کے لیے وقت کو برابر مقرر کریں۔

2۔ جفتہ پینڈلم کو اسپرنگ کی مدد سے کلیمپس کو جھگڑ دے۔

3۔ دو جفتہ پینڈلم کو یکساں طور پر ایک ہی سمت میں 100 اہتزازیہ کی وقت دوری T_0 کو معلوم کیا جائے۔

4۔ اسی طرح جفتہ پینڈلم کو مخالف سمتوں میں مساوی طور پر 100 اہتزازیہ کے وقت دوری T_1 کو پیمائش کریں۔

5۔ دو پینڈلم میں یک کو سکونی حالت میں، دوسرے پینڈلم کو متحرک کریں اور 100 اہتزازیہ کے لیئے وقت دوری T_c (بیٹ اہتزازیہ کو نوٹ کیا جائے)۔

6۔ 5-6 times بیٹ بنتے ہوئے دیکھ کر T_B کو معلوم کیا جائے۔

7۔ T_C اور T_B کی قیمتوں کو موازنہ (Comparison) کریں۔

8۔ جفتہ کی ڈگری کی محسوب کیا جائے۔

3.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مشاہدات:

(a)۔ اسٹاپ واچ کی کم ترین (Least count)

(b)۔ پینڈلم 1 کا وقت دوری

(c)۔ پینڈلم 2 کا وقت دوری

جدول(3.1)

Observations and Analysis

S.no	Measured values				Calculated values		
	In Phase mode T_0(sec)	**Out of Phase mode T_1(sec)**	**Coupled mode Tc(sec)**	**Beats T_B(sec)**	$T_C = \frac{2T_0T_1}{T_0 + T_1}$	$T_b = \frac{2T_0T_1}{T_0 - T_1}$	$x = \frac{{T_0}^2 - {T_1}^2}{{T_0}^2 + {T_1}^2}$

3.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- ❖ انفرادی پینڈلم کو تقریباً مساوی وقت دوری کے لیے قابل درست تطابق پذیر کرنا چاہئے۔
- ❖ پینڈلم کے زیادہ اہتزاز یہ پر وقت کو نوٹ کرنا چاہئے۔ یعنی 100 یا اس سے زیادہ۔
- ❖ اسپرنگ کو اس کی فطرتی طول پر ہی رکھنا چاہئے اور اسپرنگ میں زیادہ ڈھیلا نہیں ہونا چاہئے۔ ورنہ اسپرنگ میں جھکاؤ پیدا ہو جائے۔

3.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

اس تجربے کو انجام دینے کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- دو جفتہ پینڈلم کے عام موڈ طریقہ کار کو مطالعہ کر سکیں گے۔
- اہتزاز یہ کے بیٹ موڈ (Beat mode) کی تعدد کو معلوم کر سکیں گے۔

3.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

- ہئیت کی وقت دوری T_0 =- - - - - - - - -
- اہتزایہ کے ہئیت موڈ کی تعدد ω_0 =- - - - - - - - -
- ہئیتی باہر (Out or phage) وقت دوری T_1 =- - - - - - - - -
- اہتزاز یہ کے ہئیتی باہر موڈ کی تعدد ω_1 =- - - - - - - - -
- جفتہ اہتزاز یہ کی وقت دوری T_c
  - (a)۔ T_c کی حسابی قیمت=- - - - - - - -
  - (b)۔ T_c کی پیمائش شدہ قیمت=- - - - - - - -
- بیٹ کی وقت دوری T_B
  - (a)۔ T_B کی حسابی قیمت=- - - - - - - -
  - (b)۔ T_B کی پیمائش شدہ قیمت=- - - - - - - -

- جفتہ موڈاہتزازیہ کی تعدد ω_c =−−−−−−−
- بیٹ موڈاہتزازیہ کی تعدد ω_B =−−−−−−−
- جفتہ کی ڈگری X =−−−−−−−−

3.9 کلیدی الفاظ (Key Words)

- جفتہ پینڈلم(Coupled Pendulum): دو پینڈلم جو توانائی کا تبادلہ کر سکتے ہیں۔ ان پینڈلم کو جفتہ پینڈ کہتے ہے۔ جفتہ پینڈلم پر ائیڈ ہونے والی کشش ثقل کی قوت گردشی سختی پیدا کرتی ہے۔ جو ہر پینڈلم کو سکونی مقام پر واپس لاتی ہے۔
- اسپرنگ مستقل: اسپرنگ کو کھینچنے(Expand) یا سکڑاؤ(Compressed) کے لئے ائیڈ ہونے والی قوت جس سے اسپرنگ میں لمبائی یا چھوٹائی کرتی ہیں۔ اسپرنگ مستقل کو اسپرنگ کے اندرونی استحکام اور غیر استحکام کو معلوم کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔
- اہتزازیہ وقفہ یا دور: ایک اتہزازیہ کو مکمل کرنے کے لئے ہوئے وقت۔
- اہتزازیہ ہم ہئیت / ایک ہی ہئیت کا(In – phase oscillation): ایک ہی تعدد کی دو موجیں جو بالکل ایک ہی سمت میں ہو اوران کے درمیان اہئیت '0' ہو تب اس موجیں کو ہم ہئیت کہا جائے گا۔
- اہتزازیہ آوٹ آف اہئیت(Out of phase): اگر ایک ہی تعدد کے دو موجیں کی آواز یا صوتی موجیں کو ایک دوسرے کے مقابلے میں آدھے(Half) دوری(Cyclic) سے مستقل کیا جاتا ہے۔ تاکہ یک موج اعظم حیطہ پر ہو اور دوسری موج اقل حیطہ پر ہو۔ اس وجہ سے آواز موج کو آوٹ اہئیت کی مثال دی جاتی ہے۔
- بیسٹ اہتزازیہ: بیٹ مختلف تعدد کے دو موجیں کے درمیان تداخل کا نمونہ ہے۔ جس کی شرح(Rate) دو موجیں کی تعدد کا فرق ہیں۔
- جفتہ کی ڈگری: جفتہ کی طاقت کی مقدار وضاحت۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ سادہ رقاص کی وضاحت کریں۔

2۔ آپ جفتہ اہتزازیہ سے کیا سمجھتے ہیں؟

3۔ سادہ موسیقی حرکت کو بیان کریں۔

4۔ جفتہ رقاص کو کس کے لیے استعمال کیا جاتا ہیں۔

5۔ پینڈلم کا حیطہ چھوٹا کیوں رکھا جاتا ہے؟

6۔ پینڈلم کے درمیان کپلنگ اسپرنگ کا کیا (رول) کردار ہے۔

7۔ جفتہ پینڈلم کیسے کام کرتا ہے؟

8۔ پینڈلم کی گونج کی تعدد سے آپ کا کیا مطلب ہے؟

9۔ جفتہ پینڈلم میں بیٹ تعدد کیا ہے؟

10۔ اسپرنگ مستقل (spring constant) کو بیان کریں۔

11۔ بحالی قوت (Restoring Force) سے کیا مراد ہے؟

12۔ جفتہ ڈگری سے آپ کا کیا مطلب ہے؟

Calculations

اکائی4۔ لیساجو کی اشکال

(Lissajous figures)

اکائی کے اجزا

4.0		تمہید
4.1		مقاصد
4.2		آلات
	4.2.1	تشریح آلات
4.3		نظریہ
4.4		طریقہ عمل
4.5		مشاہدہ اور تحسیب
4.6		احتیاطی تدابیر
4.7		روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت
4.8		تجربی نتائج
4.9		کلیدی الفاظ

4.0 تمہید(Introduction)

منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما ایک ایسا آلہ ہے جو گرافک کے ذریعہ برقی وولٹیج میں ہونے والی تبدیلی کو وقت کے ایک تفاعل کے طور پر بتلاتا ہے۔اس کے بعد ظاہر ہونے والی موجی شکل کا تجزیہ بھی کیا جاسکتا ہے تاکہ حیطہ، تعدد، وقت دوراں اور دیگر خصوصیات کو جائزہ لیا جاسکے۔

جب دو سادہ موسیقی حرکات کو ایک دوسرے کے مخالف سمت میں علی القوائم ترسیمی طور پر ظاہر کیا جاتا ہے، تب نتیجے حاصل میں ہونے والی ترتیب کو لیساجو کی اشکال Lissajous figures کہا جاتا ہے۔ Cathode ray oscilloscope) CRO(منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما کی اسکرین پر حاصل ہونے والا خاکہ دراصل تعدد، حیطہ اور ہیئت پر منحصر ہوتا ہے۔اس تجربے میں ہم مختلف Lissajous لیساجو کے خاکوں کا مشاہدہ کریں گے اور کسی دیے گئے سگنل کی نامعلوم تعدد (فریکوئنسی) کو تلاش کرنے کے لیے Lissajous لیساجو کی شکل کا استعمال کریں گے۔

4.1 مقاصد(Objectives)

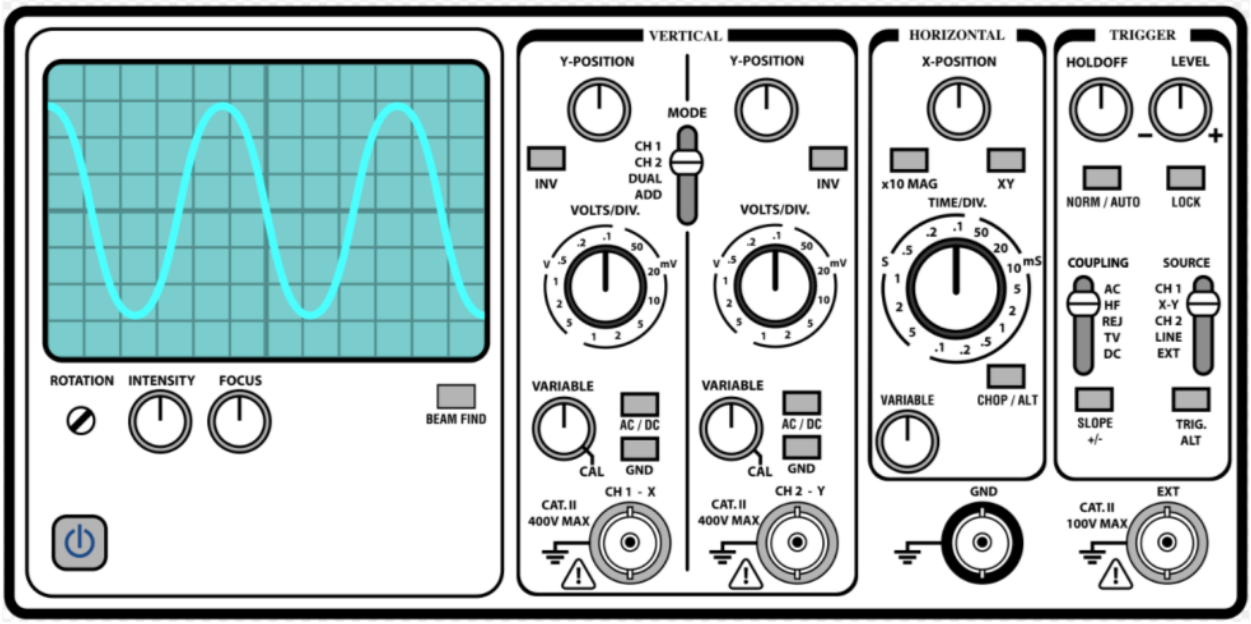
- آر سی سرکیوٹ ہم سلسلہ کی خصوصیات کا مطالعہ کرنا۔
- چارجنگ وولٹیج کے ذریعہ آر سی وولٹیج وقت مستقل کی پیائش کریں۔
- ڈس چارجنگ وولٹیج کے ذریعہ آر سی وولٹیج وقت مستقل کی تخمین کریں۔

4.2 آلات(Apparatus)

- منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما.
- فنکشن جنریٹرز.
- کنیکٹنگ پروبس.

4.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

Cathode ray oscilloscope (CRO) منفی شعاعوں کے اہتزاز پیما کی وضاحت: ایک (اینالاگ) تمثیلی منفی شعاعوں کے اہتزاز پیما کو عام طور پر چار حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے: ڈسپلے، عمودی کنٹرول، افقی کنٹرول اور ٹرگر کنٹرول جیسا کہ ذیل کی تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



شکل(4.1)

ڈسپلے ایک منفی شعاعی نلی ہے۔اسکرین پر خطوط کا جال ہے جو دکھائے گئے خاکہ کی پیمائش کرنے کے لیے حوالہ کے طور پر کام کرتا ہے جسے چوخانہ graticule کہتے ہیں۔CRT کے ڈسپلے سیکشن مین فوکس، حدت Intensity، اور بیم فائنڈر کو کنٹرول کرسکتے ہیں۔

عمودی سیکشن ڈسپلے سگنل کے حیطہ کو کنٹرول کرتا ہے۔ اس حصے میں ایک وولٹ فی ڈویژن (وولٹس/ڈیو)، سلیکٹر نوب، ایک AC/DC/گراؤنڈ سلیکٹر سوئچ، آلے کے لیے عمودی ان پٹ اور عمودی بیم پوزیشن نوب ہوتے ہیں۔

افقی سیکشن ٹائم بیس کو کنٹرول کرتا ہے یا آلہ کو "سویپ" کرتا ہے۔ سویپ ٹائم وہ وقت کا دورانیہ ہے جس کے دوران CRT کی سکرین beam خطی طور پر بڑھتا ہوا sawtooth ولٹیج کے سبب بائیں سے دائیں تک جاتا ہے۔اس سیکشن میں سیکنڈز فی ڈویژن (سیکنڈ/ڈیو) سلیکٹر سوئچ، دوہری X-Y محور سگنلز کے لئے افقی درآمد اور افقی بیم پوزیشن نوب ہوتا ہے۔

ٹریگر سیکشن سویپ کے آغاز کے کو کنٹرول کرتا ہے۔ایک سی آر او میں دو اقسام کے انصراف کو ہم آہنگ کرنے کے لئے ایک ٹریگر سرکٹ فراہم کیا جاتا ہے تاکہ افقی انصراف ہر بار ان پٹ سگنل کے ہی نقطہ پر شروع ہو۔اسے بھی تشکیل بھی دیا جاسکتا ہے کہ ہر sweep کے بعد ٹریگر کو خود بخود دوبارہ شروع کرنے کے لئے سیٹ کیا جاسکتا ہے۔ اس سیکشن میں مبدا اور کپلنگ سلیکٹر سوئچز، اور ایک بیرونی ٹریگر ان پٹ (ایکسٹ ان پٹ) اور لیول ایڈجسٹمنٹ ہوتا ہے۔

فنکشن جنریٹر: ایک فنکشن جنریٹر ایک ایسا آلہ ہے جو مختلف قسم کے برقی موجوں کو پیدا کرنے کے لئے استعمال ہوتا ہے جیسے کہ (سائن) جیبی موج، مربع موج، مثلثی موج اور (فریکوئنسی) تعدد کے ایک وسیع درجہ پر sawtooth شکلیں اور تعدد اور حیطہ کو فراہم کردہ نوبس کے ذریعے تبدیل کیا جاسکتا ہے جیسا کہ ذیل کی تصویر میں دکھا جاسکتا ہے۔



شکل(4.2)

کنیکٹنگ پروبس: جس سگنل کو ناپا جاناں ہوتا ہے اس ناپا جانے والا سگنل ان پٹ کنیکٹرز میں سے ایک کو دیا جاتا ہے، جو عام طور پر ہم محوری Coaxial ہوتا ہے مثال کے طور پر BNC کنیکٹر۔

4.3 نظریہ (Theory)

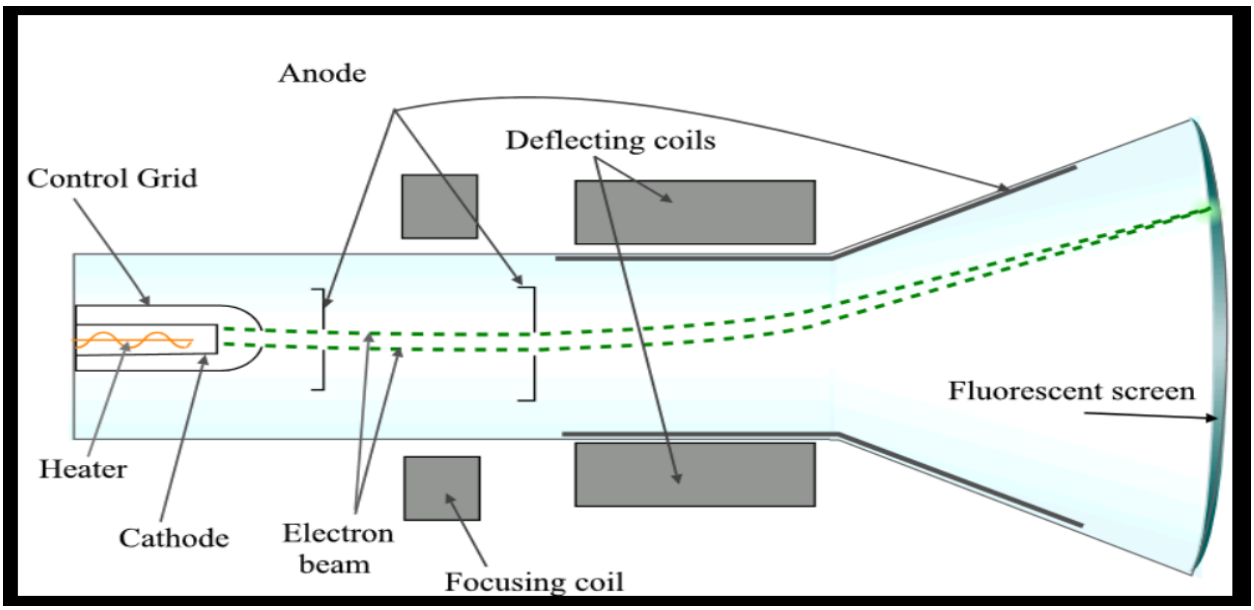
Cathode ray oscilloscope (CRO) منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما مختلف سگنلز کی وولٹیج لہر کی شکل کا تجزیہ کرنے کے لیے بہت وسیع پیمانے پر استعمال ہونے والا الیکٹرانک ڈیوائس ہے۔ CRO کا اہم حصہ منفی شعاعی نلی یا کیتھوڈ رے ٹیوب (CRT) ہے۔ ایک سادہ سی آر ٹی (CRT) نیچے دی گئی تصویر میں دکھائی گئی ہے۔

CRT کے حصے یہ ہیں۔

، حدت گرڈ intensity grid، فوکس گرڈ focus grid، اور تیز کرنے (اسراعی) والے انوڈ (مثبت الیکٹروڈ) کو الیکٹران گن کہا جاتا ہے۔ یہ الیکٹران بیم پیدا کرتا ہے اور اس کی حدت اور مَرکُوزی مَقام کو کنٹرول کرتا ہے۔

الیکٹران گن اور فلوروسینٹ اسکرین کے درمیان دھاتی پلیٹوں کے دو جوڑے ہوتے ہیں جنہیں افقی اور عمودی انحرافی پلیٹیں کہتے ہیں جو بالترتیب بیم کو افقی انحراف اور عمودی انحراف فراہم کرتے ہیں۔

ان دو انحرافوں کا مجموعہ بیم کو فلوروسینٹ اسکرین کے کسی بھی حصے تک پہنچنے کی اجازت دیتا ہے۔ جہاں کہیں بھی الیکٹران بیم اسکرین سے ٹکراتی ہے، فاسفر پر تحریک ہوتی ہے اور اس مقام سے روشنی خارج ہوتی ہے۔ (ایمپلیفائیڈ) افزوں شدہ ان پٹ سگنل عمودی تختیوں پر عائد ہوتے ہیں اور وولٹیج جو وقت کے ساتھ خطی طور پر بڑھتا ہے ساتھ ہی افقی پر لاگو ہوتا ہے۔ افقی محور ہموار ٹائم اسکیل کے طور پر کام کرتا ہے۔ اس طرح عمودی پلیٹوں پر عائد ہونے والا سگنل وقت کے ایک تفاعل کے طور پر اسکرین پر ظاہر ہوتا ہے۔



شکل (4.3)

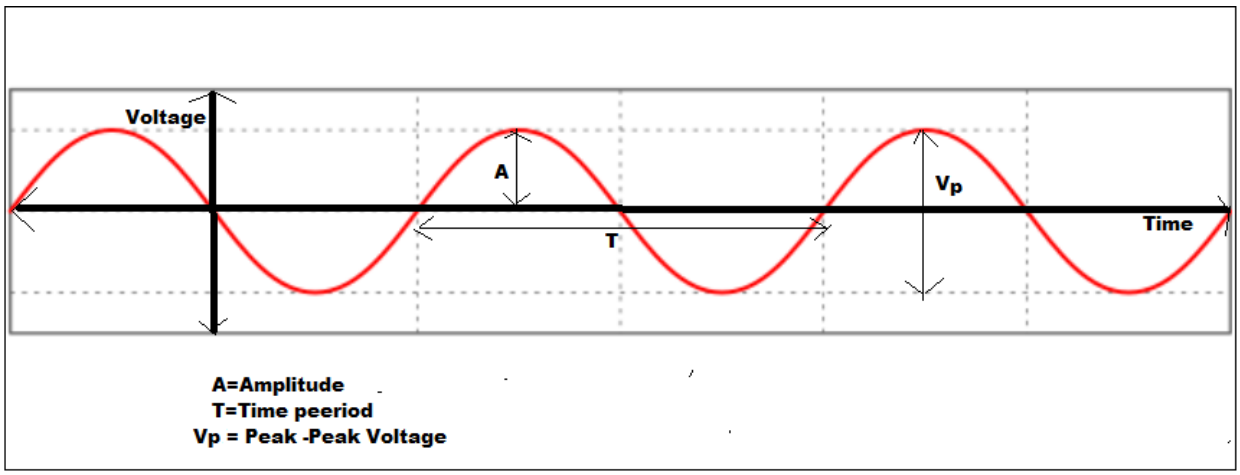
جب انحراف کے دونوں جوڑے دو جیب نما sinusoidal وولٹیجز سے جڑے ہوتے ہیں، تو سی آر او اسکرین پر ظاہر ہونے والے خاکہ کو pattern کو لیساجو کا خاکہ pattern کہتے ہیں۔ عائد کردہ ان پٹ کے سگنل اور تعدد کے تناسب کے درمیان کے فرق کی تبدیلیوں کے ساتھ Lissajous پیٹرن بھی تبدیل ہوتا ہے، یہ Lissajous خاکہ (پیٹرن) عائد کردہ سگنلز کے تجزیہ میں بہت مفید بناتا ہے۔

4.4 طریقہ عمل (Procedure)

• ایک سگنل جنریٹر کو عمودی ان پٹ CH1 سے جوڑے۔

sine wave جیبی موجی آؤٹ پٹ کو منتخب کریں۔

• سگنل جنریٹر پر فراہم کردہ نوب کا استعمال کرتے ہوئے حیطہ کو ترتیب دیجیے۔
(فریکوئنسی) تعدد کو مطلوبہ قدر پر ترتیب دیں (سیٹ) کریں۔



شکل (4.4)

CRO کا استعمال کرتے ہوئے وولٹیج کی پیمائش:-

حیطہ یا چوٹی Peak وولٹیج وہ زیادہ سے زیادہ وولٹیج ہے جو اوپر دیے گئے اعداد و شمار میں A کے ذریعے ظاہر کیے گئے سگنل کے ذریعے پہنچتا ہے۔

• چوٹی-چوٹی وولٹیج Peak-peak voltage حیطہ یا چوٹی Peak وولٹیج سے دوگنا ہوتا ہے۔ عام طور پر چوٹی-چوٹی وولٹیج کو CRO اسکرین سے پیمائش کی جاتی ہے اور وولٹیج کو 2 سے تقسیم کرکے تعین کیا جاتا ہے۔

• وولٹیج کی پیمائش چوٹی سے چوٹی تک Y انحراف کو نوٹ کرکے کی جاسکتی ہے، یعنی اوپر کی تصویر سے Vp کچھ اسطرح ہوگا۔

Vp = (عمودی محور کے ساتھ سینٹی میٹر میں مربعوں کی تعداد۔) x (منتخب وولٹ / سینٹی میٹر)

وولٹیج یا حیطہ = Vp/2

سی آر او کو استعمال کرتے ہوئے وقت دوراں کی پیمائش:

• (ٹائم پیریڈ) وقت دوراں وہ وقت ہے جو سگنل کو ایک چکر مکمل کرنے کے لئے ہوتا ہے۔ اس کی پیمائش سیکنڈ (سیکنڈز) میں کی جاتی ہے، لیکن عائد کردہ سگنلز کے لیے وقت دوراں عموماً بہت کم ہوتی ہے اس لیے ملی سیکنڈز (ایم ایس) اور مائیکرو سیکنڈز (µs) اکثر استعمال ہوتے ہیں۔

• ایک دور "T" کے لیے x-انحراف کو نوٹ کریں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

• وقت دوراں کو شمار کیا جاسکتا ہے۔

T=(افقی محور کے ساتھ سینٹی میٹر میں مربعوں کی تعداد)x(منتخب وقت / سینٹی میٹر پیمانہ)

CRO کو استعمال کرتے ہوئے تعدد کی پیمائش:

• ایک بار جب دورانیہ T معلوم ہو جاتا ہے تب، تعدد f(Hz) = 1 / T (sec) ہوتی ہے۔ اس طرح تعدد کی پیمائش ہوتی ہے۔

مختلف لیساجو کے خاکوں کا Lissajous (پیٹرنز) کا مشاہدہ:-

1. ایک سگنل جنریٹر کو عمودی ان پٹ سے اور دوسرے کو اہتزازی پیماء کے افقی ان پٹ سے جوڑیں۔

2. کنٹرولز کو X-Y موڈ میں تبدیل کریں۔

3. دونوں جنریٹرز کی فریکوئنسی 1000 ہرٹز کے لیے سیٹ کریں اور اس وقت تک ترتیب دیں اور (ایڈجسٹمنٹ) کریں جب تک کہ اسکرین پر تسلی بخش سائز کا بیضوی حصہ نظر نہ آجائے۔ بیضویت کو روکنے کے لیے ضرورت کے مطابق کنٹرولز کو ایڈجسٹ کریں۔ جنریٹر میں سے ایک کو بند اور کھولتے ہوے مختلف بیضوی اشکال کو حاصل کرے اور مختلف شکلوں کو نوٹ کرئے۔ ہیت کی تبدیلیوں اور حیطہ کے ایڈجسٹمنٹ کے ذریعہ، دائروی ترتیب حاصل کرنے کی کوشش کر سکتے ہے۔

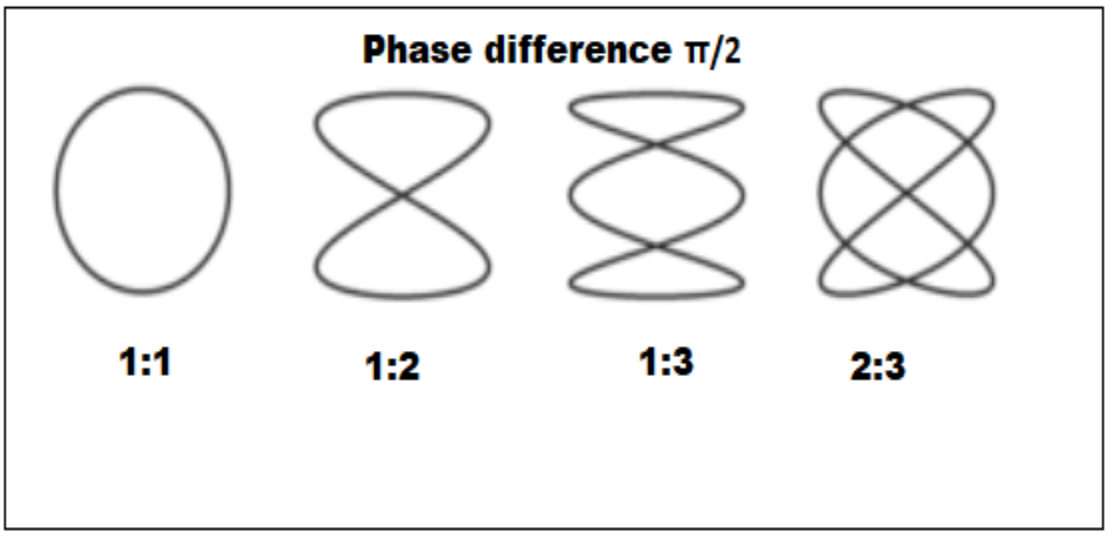
4. عمودی ان پٹ اسٹینڈرڈ کو 1000 ہرٹز پر رکھتے ہوئے، افقی ان پٹ جنریٹر (متغیر) کو تقریباً 500 ہرٹز پر ایڈجسٹ کرئے تاکہ 1-2 لیساجو کے اشکال حاصل کر سکیں،

5. اب افقی ان پٹ تعدد (فریکوئنسی) کو تبدیل کر کے 2:1 پیٹرن حاصل کریے۔ جیسا کہ 8 کی شکل رہتی ہے

6. مختلف تناسب آزمائیں اور 1:5 اور 5:1 تک Lissajous کے اشکال حاصل کرئے۔

7. بٹر پیپر کا استعمال کرتے ہوئے حاصل کردہ تمام اشکال کو خاکہ اتارئے اور (فریکوئنسی) تعدد کا موازنہ کرئے۔

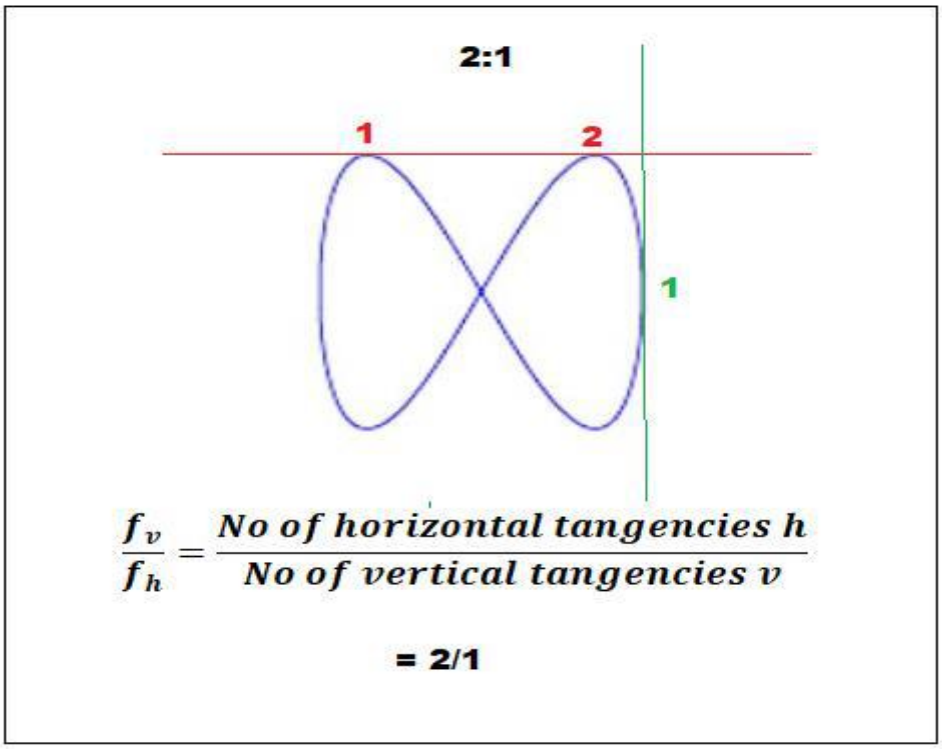
8. درج ذیل نسبت کو استعمال کرتے ہوئے لیساجو کے اشکال سے حاصل کردہ ان پٹ تعددی تناسب کا موازنہ کرئے۔



شکل (4.5)

$$\frac{f_v}{f_h} = \frac{No\ of\ horizontal\ tangencies\ h}{No\ of\ vertical\ tangencies\ v}$$

مثال



شکل(4.6)

Lissajous کے اشکال کا استعمال کرتے ہوئے تعدد کی پیمائش:-

- اہتزاز پیما سے ایک سگنل جنریٹر کو ہٹا دیں اور دیے گئے نامعلوم مبدا Source کو جوڑئے۔
- اب سگنل جنریٹر کے تعدد کو تبدیل کرئے تا کہ مختلف Lissajous کے اشکال کا مشاہدہ کیا جا سکے جب تک کہ ایک مستحکم پیٹرن حاصل نہ ہو جائے جیسے ایک دائرہ یا 8 شکل وغیرہ۔
- متعلقہ Lissajous کے اشکال سے حاصل کردہ تناسب کو استعمال کرتے ہوئے، جیسا کہ اوپر کی مثال میں دکھایا گیا ہے، AC ماخذ کی نامعلوم تعدد کو معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$f_h = \frac{h}{v} \times f_v$$

4.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

جدول (4.1): CRO کے ذریعے وولٹیج کی پیمائش

S.no	Voltage from source	Peak-to-peak voltage measured by CRO			Voltage from CRO = Vp/2
		Volts/cm scale	no. of squares in cm along vertical axis	Vp	

جدول(4.2):CROکے ذریعے تعدد کی پیمائش:-

S.no	Frequency from source	Time period measured by CRO			Frequency from CRO f=1/T
		Time/cm scale	no. of squares in cm along horizontal axis	Time period from CRO T	

جدول(4.3):-لیساجو کے اشکال

S.No	input frequency		Ratio a/b	Shape of Lissajous figure	No. of tangency Points		Ratio h/v
	Vertical f_v	Horizontal f_h			x-axis h	y-axis v	

جدول(4.4):-لیساجو کے اشکال کو استعمال کرتے ہوئے تعدد کی پیمائش:-

S.No	Input frequency Vertical f_v	Shape of Lissajous figure	No. of tangency Points		Ratio h/v	Horizontal $f_h = \frac{h}{v} \times f_v$
			x-axis h	y-axis v		

4.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- سی آر او کے صحیح ان پٹ ٹرمینلز کا انتخاب کیا جانا چاہئے۔
- اس بات کو یقینی بنائیں کہ فنکشن جنریٹر سے درست موج کے output کا انتخاب کیا گیا ہے
- فنکشن جنریٹر سے وولٹیج کی سطح کو مطلوبہ قدر کے مطابق احتیاط سے ایڈجسٹ کیا جانا چاہئے
- سی آر او سکرین پر حاصل کی گئی تصویر واضح اور زیادہ سے باریک ہونی چاہئے تاکہ درست ریڈنگ لی جا سکے

4.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

Lissajous کے اشکال بنیادی طور پر تمثیلی analogue الیکٹرانکس میں استعمال ہوتے ہیں جو دو یا دو سے زیادہ (سائنوسائیڈل) جیبی موجوں کی تعمیر کرنے والے حلقوں کے تقاطع کا تجزیہ کرنے کے لیے استعمال ہوتے ہیں Lissajous اشکال کے کچھ استعمال درج ذیل ہیں:

• دو سگنلز کے درمیان ہیت کے فرق کو معلوم کر سکیں گے۔

4.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

- دیے گئے سگنل کی نامعلوم فریکوئنسی کی قدر =.....

4.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Cathode ray oscilloscope (CRO): منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما ایک ایسا آلہ ہے جو منفی شعاعی نلی پر مبنی ہے، جس سے برقی سگنلز کے مختلف موجوں کی پیائش اور تجزیہ کیا جاتا ہے۔
- حیطہ: جیبی موج کا حیطہ (سائنوسائیڈل) موجی محور اور زیادہ سے زیادہ یا کم تفاعل کی قدر کے درمیان عمودی فاصلہ ہے۔
- وقت دوراں: ایک سگنل کا دور ایک مکمل دور کی لمبائی ہوتا ہے۔
- تعدد: 1 سیکنڈ میں ایک مکمل دور سے گزرنے موجوں کی تعداد کو تعدد کہا جاتا ہے۔
- Lissajous لیساجو کے اشکال: مختلف قسم کے منحنی خطوط جو دو باہمی طور پر کھڑے سادہ موسیقی حرکات کو ملا کر بنائے جاتے ہیں
- فنکشن جنریٹر: ایک فنکشن جنریٹر ایک الیکٹرانک آلہ ہے جو مختلف قسم کے برقی موجوں کو پیدا کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے
- CRT: ایک کیتھوڈ رے ٹیوب (CRT) منفی شعاعی نلی ایک ویکیوم ٹیوب خلائی نلی ہے جس میں عکس بنتا ہے۔ یہ اس وقت بنتا ہے جب ایک الیکٹران بیم فاسفورسینٹ سطح سے ٹکراتا ہے
- Graticule: graticule ایک اہتزاز پیما کی ڈسپلے اسکرین پر گرڈ (لکیریں جو کسی نقشے پر محل وقُوع ظاہر کرتی ہیں) ہوتا ہے جو افقی اور عمودی محوروں پر مشتمل ہوتا ہے.
- مثبت برقیرہ (انوڈ): انوڈ مثبت ٹرمینل یا برقیرہ ہے جس سے الیکٹران ایک نظام کو چھوڑتے ہیں۔
- منفی برقیرہ (کیتھوڈ): کیتھوڈ، منفی ٹرمینل یا برقیرہ جس کے ذریعے الیکٹران داخل ہوتے ہیں۔
- الیکٹران گن: ایک الیکٹران گن کچھ ویکیوم نلیوں میں ایک برقی جزو ہے جو ایک تنگ، قطار میں الیکٹران بیم پیدا کرتا ہے۔
- .فلوریسنٹ اسکرین: ایک شفاف اسکرین جس پر عکس دکھانے کے لیے فلوروسینٹ مواد کے ساتھ لیپت ہوتا ہے۔

- سمعی اہتزاز ندہ (آڈیو آسکیلیٹر): ایک آڈیو آسکیلیٹر سمعی اہتزاز ندہ ایک ایسا آلہ ہے جو سمعی حدود میں تقریباً 16 ہرٹز سے 20 کلو ہرٹز تک تعدد پیدا کرتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1. (کیتھوڈرے) منفی شعاعیں کیا ہے؟

.....

.....

2. یہ کیسے پیدا ہوتے ہیں؟

.....

.....

3. Lissajous اشکال کیا ہیں؟

.....

.....

4. لیساجوس پیٹرن کی شکل کن عوامل پر منحصر ہوتی ہے؟

.....

.....

5. وہ کیسے بنتے ہیں؟

.....

.....

6. (کیتھوڈرے آسیلوسکوپ) منفی شعاعی اہتزازپیما کیا ہے؟

.....

.....

7. (کیتھوڈرے آسیلوسکوپ) منفی شعاعی اہتزازپیما کے اجزاء کیا ہیں؟

.....

.....

8. (کیتھوڈرے آسیلوسکوپ) منفی شعاعی اہتزازپیما کس اصول پر کام کرتا ہے؟

.....

.....

9. کیاCROاسکرین پر کیتھوڈ شعاع ایک لکیر ہے یانشان؟

.....

.....

10. جب کیتھوڈرے منفی شعاع اس پر پڑتی ہے توCROکی سکرین سبز کیوں ہو جاتی ہے؟

.....

.....

11. الیکٹران گن کیاہے؟ یہ منفی شعاعی اہتزازپیامیں کیوں فراہم کیاجاتاہے؟

12. sweepکے وقت سے آپ کیا سمجھتے ہیں؟

13. ٹرگر سرکٹ کیوں فراہم کیاجاتاہے؟

14. فنکشن جنریٹر کیاہے؟

15. ہماری لیب کے فنکشن جنریٹر کا استعمال کرتے ہوئے کس قسم کے فنکشنز تیار کیے جاتے ہیں؟

Calculations

Maulana Azad National Urdu University

B.Sc. (Physics) III Semester Examination

Waves and Optics – BNPH301DEP

Practical Model Paper

وقت:1 گھنٹے　　کل نمبرات:10

1۔ دو جفتہ پینڈلم کے عام موڈ طریقہ کار کو مطالعہ کیجئے۔

2۔ جفتہ پینڈلم کے اہتزازیہ کے ہیئت موڈ کی تعداد اور باہری تعدد کی تخمین کیجئے۔

3۔ جفتہ پینڈلم کے اہتزازیہ کے بیسٹ موڈ کی تعدد اور جفتہ کی ڈگری کو محسوب کیجئے۔

4۔ میلڈے کے تجربے کے ذریعہ برقی طور پر برقرار ٹیوننگ فورک کی تعدد کو ارتعاشی عرضی موڈ کے صورت میں معلوم کیجئے۔

5۔ میلڈے کے تجربے کے ذریعہ برقی طور پر برقرار ٹیوننگ فورک کی تعدد کو ارتعاشی طولی موڈ کے صورت میں معلوم کیجئے۔

6۔ CRO منفی شعاعوں کے اہتزاز پیما کو استعمال کرتے ہوئے دیئے گئے سگنل کے ولٹیج اور فریکوئنسی کی پیمائش کیجئے۔

7۔ لیساجو کے اشکال کا مطالعہ کیجئے۔