

**BSPH401CCT**

# حرارتی طبیعیات

(Thermal Physics)

مع

لیب مینول

(Lab Manual)

پچلر آف سائنس (بی۔ ایس سی۔)  
(چوتھا سمسٹر)

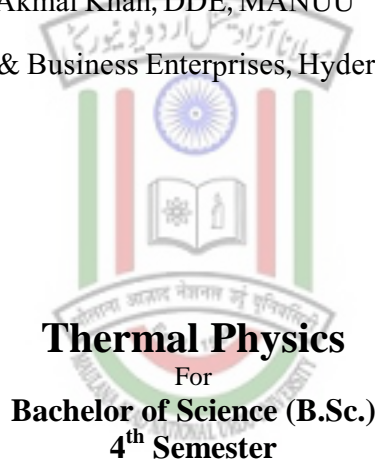
نظامت فاصلاتی تعلیم

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی

حیدرآباد-32، تلنگانہ-انڈیا

© Maulana Azad National Urdu University, Hyderabad  
Course-Thermal Physics  
ISBN: 978-93-95203-65-4  
First Edition: June, 2023

Publisher : Registrar, Maulana Azad National Urdu University, Hyderabad  
Publication : 2023  
Copies : 1000  
Price : 400/- (The price of the book is included in admission fees of distance mode students)  
Copy Editing : Zia Ur Rahman, DDE, MANUU  
Cover Designing : Dr. Mohd. Akmal Khan, DDE, MANUU  
Printer : Print Time & Business Enterprises, Hyderabad



*On behalf of the Registrar, Published by:*  
**Directorate of Distance Education**  
**Maulana Azad National Urdu University**

Gachibowli, Hyderabad-500032 (TS), India  
Director: dir.dde@manuu.edu.in Publication: [ddepublication@manuu.edu.in](mailto:ddepublication@manuu.edu.in)  
Website: manuu.edu.in Phone number: 040-23008314

© All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronically or mechanically, including photocopying, recording or any information storage or retrieval system, without prior permission from the publisher (registrar@manuu.edu.in)



Editor

Prof. H. Aleem Basha (Programme Coordinator)

Professor (Physics)

School of Sciences, MANUU, Hyderabad

ایڈیٹر

پروفیسر ایچ۔ علیم ہاشا (پروگرام کوآرڈینیٹر)

پروفیسر (طبیعیات)

اسکول برائے سائنسی علوم، مانو، حیدرآباد

Language Editor

Dr. Mohd Akmal Khan

Guest Faculty/Assistant Professor (Contractual), Urdu

Directorate of Distance Education, MANUU

لینگویج ایڈیٹر

ڈاکٹر محمد اکمل خان

گیسٹ فیکلٹی / اسسٹنٹ پروفیسر (کانٹریکچول)، اردو

نظامت فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی



Prof. H. Aleem Basha (Programme Coordinator)

Professor (Physics)

School of Sciences, MANUU, Hyderabad

Dr. Priya Hasan (Course Coordinator)

Assistant professor, (Physics)

School of Sciences, MANUU, Hyderabad

Dr. Rizwanul Haq Ansari

Assistant Professor, (Physics)

School of Sciences, MANUU, Hyderabad

Mr. Zia Ur Rahman

Guest Faculty/Assistant Professor (Contractual), Physics

DDE, MANUU, Hyderabad

پروفیسر ایچ۔ علیم ہاشا (پروگرام کوآرڈینیٹر)

پروفیسر (طبیعیات)

اسکول برائے سائنسی علوم، مانو، حیدرآباد

ڈاکٹر پریا حسن (کورس کوآرڈینیٹر)

اسسٹنٹ پروفیسر (طبیعیات)

اسکول برائے سائنسی علوم، مانو، حیدرآباد

ڈاکٹر رضوان الحق انصاری

اسسٹنٹ پروفیسر (طبیعیات)

اسکول برائے سائنسی علوم، مانو، حیدرآباد

جناب ضیاء الرحمن

گیسٹ فیکلٹی / اسسٹنٹ پروفیسر (کانٹریکچول)، طبیعیات

نظامت فاصلاتی تعلیم، مانو، حیدرآباد

## کورس کو آرڈی نیٹر

ڈاکٹر پیریا حسن

اسسٹنٹ پروفیسر (طبیعیات)، اسکول برائے سائنسی علوم

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد

## اکائی نمبر

اکائی 1 تا 18



اکائی 19 تا 24

اکائی 2,9,11, 13,17

اکائی 21,24

## مصنفین

• پروفیسر ایچ۔ علیم باشا  
• ڈاکٹر ذاکر مرزا

## لیب مینول

• ضیاء الرحمن

## مترجمین

• ضیاء الرحمن

• محمد عبدالمعیز

## پروف ریڈرس:

اول : جناب ضیاء الرحمن / محمد عبدالمعیز  
دوم : ڈاکٹر محمد اکمل خان / ڈاکٹر رضوان الحق انصاری  
فائنل : ڈاکٹر ذاکر مرزا / پروفیسر ایچ۔ علیم باشا

## فہرست

7	وائس چانسلر	پیغام
8	ڈائریکٹر	پیغام
9	پروگرام کو آرڈی نیٹر (طبیعیات)	کورس کا تعارف

### بلاک I

11	گیسوں کا نظریہ تحریک	اکائی 1
30	میکس ویل کے تقسیمی کلیہ	اکائی 2
48	شماریاتی میکانات	اکائی 3
62	قدرتی شماریات	اکائی 4

### بلاک II

73	حر حرکیات کے کلیات	اکائی 5
87	کارنوٹ دور	اکائی 6
103	حر حرکیاتی کا دوسرا کلیہ	اکائی 7
114	ناگارگی	اکائی 8
128	توانائی کے انحطاط کا کلیہ	اکائی 9

### بلاک III

140	حر حرکیاتی قوہ	اکائی 10
155	حرارت نوعی	اکائی 11
165	جول کیلون اثر	اکائی 12
178	کم تپش پیدا کرنے کے طریقے	اکائی 13
199	ریفریجیشن	اکائی 14

		بلاک IV
212	سیاہ جسم کی اشعاع	اکائی 15
226	حراری اشعاع کے کلیات	اکائی 16
241	قدرتی اشعاعی نظریہ	اکائی 17
260	حراری اشعاع کی پیمائش	اکائی 18
274		نمونہ امتحانی پرچہ
276		کیب مینول
		بلاک V
277	پلانک کا مستقلہ	اکائی 19
291	اسٹیفن اور بولٹز مین کا مستقلہ	اکائی 20
303	نی کے طریقہ سے حراری موصلیت کی پیمائش	اکائی 21
		بلاک VI
319	پلیٹینم مزاحمت تپش پیمائش	اکائی 22
333	حرارت جفت	اکائی 23
345	انتقالہ درجہ حرارت	اکائی 24
359		نمونہ امتحانی پرچہ

## پیغام

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی 1998 میں وطن عزیز کی پارلیمنٹ کے ایکٹ کے تحت قائم کی گئی۔ اس کے چار نکاتی مینڈیٹس یہ ہیں۔  
(1) اردو زبان کی ترویج و ترقی (2) اردو میڈیم میں پیشہ ورانہ اور تکنیکی تعلیم کی فراہمی (3) روایتی اور فاصلاتی تدریس سے تعلیم کی فراہمی اور (4) تعلیم نسواں پر خصوصی توجہ۔ یہ وہ بنیادی نکات ہیں جو اس مرکزی یونیورسٹی کو دیگر مرکزی جامعات سے منفرد اور ممتاز بناتے ہیں۔ قومی تعلیمی پالیسی 2020 میں بھی مادری اور علاقائی زبانوں میں تعلیم کی فراہمی پر کافی زور دیا گیا ہے۔

اردو کے ذریعے علوم کو فروغ دینے کا واحد مقصد و منشا اردو داں طبقے تک عصری علوم کو پہنچانا ہے۔ ایک طویل عرصے سے اردو کا دامن علمی مواد سے لگ بھگ خالی رہا ہے۔ کسی بھی کتب خانے یا کتب فروش کی الماریوں کا سرسری جائزہ اس بات کی تصدیق کر دیتا ہے کہ اردو زبان سمٹ کر چند ”ادبی“ اصناف تک محدود رہ گئی ہے۔ یہی کیفیت اکثر رسائل و اخبارات میں دیکھنے کو ملتی ہے۔ اردو قاری اور اردو سماج دور حاضر کے اہم ترین علمی موضوعات سے نابلد ہیں۔ چاہے یہ خود ان کی صحت و بقا سے متعلق ہوں یا معاشی اور تجارتی نظام سے، یا مشینی آلات ہوں یا ان کے گرد و پیش ماحول کے مسائل ہوں، عوامی سطح پر ان شعبہ جات سے متعلق اردو میں مواد کی عدم دستیابی نے عصری علوم کے تینوں ایک عدم دلچسپی کی فضا پیدا کر دی ہے۔ یہی وہ چیلنجز ہیں جن سے اردو یونیورسٹی کو نبرد آزما ہونا ہے۔ نصابی مواد کی صورت حال بھی کچھ مختلف نہیں ہے۔ اسکولی سطح پر اردو کتب کی عدم دستیابی کے چرچے ہر تعلیمی سال کے شروع میں زیر بحث آتے ہیں۔ چونکہ اردو یونیورسٹی کا ذریعہ تعلیم اردو ہے اور اس میں عصری علوم کے تقریباً سبھی اہم شعبہ جات کے کورسز موجود ہیں لہذا ان تمام علوم کے لیے نصابی کتابوں کی تیاری اس یونیورسٹی کی اہم ترین ذمہ داری ہے۔

مجھے اس بات کی بے حد خوشی ہے کہ یونیورسٹی کے ذمہ داران بشمول اساتذہ کرام کی انتھک محنت اور ماہرین علم کے بھرپور تعاون کی بنا پر کتب کی اشاعت کا سلسلہ بڑے پیمانے پر شروع ہو چکا ہے۔ ایک ایسے وقت میں جب کہ ہماری یونیورسٹی اپنی تاسیس کی 25 ویں سالگرہ منا رہی ہے، مجھے اس بات کا انکشاف کرتے ہوئے بہت خوشی محسوس ہو رہی ہے کہ یونیورسٹی کا نظامت فاصلاتی تعلیم از سر نو اپنی کارکردگی کے نئے سنگ میل کی طرف رواں دواں ہے اور نظامت فاصلاتی تعلیم کی جانب سے کتابوں کی اشاعت اور ترویج میں بھی تیزی پیدا ہوئی ہے۔ نیز ملک کے کونے کونے میں موجود تشنگان علم فاصلاتی تعلیم کے مختلف پروگراموں سے فیضیاب ہو رہے ہیں۔ گرچہ گزشتہ برسوں کے دوران کووڈ کی تباہ کن صورت حال کے باعث انتظامی امور اور ترسیل و ابلاغ کے مراحل بھی کافی دشوار کن رہے تاہم یونیورسٹی نے اپنی حتی المقدور کوششوں کو بروئے کار لاتے ہوئے نظامت فاصلاتی تعلیم کے پروگراموں کو کامیابی کے ساتھ روبہ عمل کیا ہے۔ میں یونیورسٹی سے وابستہ تمام طلباء کو یونیورسٹی سے جڑنے کے لیے صمیم قلب کے ساتھ مبارکباد پیش کرتے ہوئے اس یقین کا اظہار کرتا ہوں کہ ان کی علمی تشنگی کو پورا کرنے کے لیے مولانا آزاد اردو یونیورسٹی کا تعلیمی مشن ہر لمحہ ان کے لیے راستے ہموار کرے گا۔

پروفیسر سید عین الحسن

وائس چانسلر

## پیغام

فاصلاتی طریقہ تعلیم پوری دنیا میں ایک انتہائی کارگر اور مفید طریقہ تعلیم کی حیثیت سے تسلیم کیا جا چکا ہے اور اس طریقہ تعلیم سے بڑی تعداد میں لوگ مستفید ہو رہے ہیں۔ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی نے بھی اپنے قیام کے ابتدائی دنوں ہی سے اردو آبادی کی تعلیمی صورت حال کو محسوس کرتے ہوئے اس طرز تعلیم کو اختیار کیا۔ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی کا آغاز 1998 میں نظامتِ فاصلاتی تعلیم اور ٹرانسلیشن ڈویژن سے ہوا اور اس کے بعد 2004 میں باقاعدہ روایتی طرز تعلیم کا آغاز ہوا اور بعد ازاں متعدد روایتی تدریس کے شعبہ جات قائم کیے گئے۔ نو قائم کردہ شعبہ جات اور ٹرانسلیشن ڈویژن میں تقرریاں عمل میں آئیں۔ اس وقت کے اربابِ مجاز کے بھرپور تعاون سے مناسب تعداد میں خود مطالعاتی مواد تحریر و ترجمے کے ذریعے تیار کرائے گئے۔

گزشتہ کئی برسوں سے یو جی سی۔ ڈی ای بی UGC-DEB اس بات پر زور دیتا رہا ہے کہ فاصلاتی نظام تعلیم کے نصاب اور نظامات کو روایتی نظام تعلیم کے نصاب اور نظامات سے کما حقہم آہنگ کر کے نظامتِ فاصلاتی تعلیم کے طلباء کے معیار کو بلند کیا جائے۔ چونکہ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی فاصلاتی اور روایتی طرز تعلیم کی جامعہ ہے، لہذا اس مقصد کے حصول کے لیے یو جی سی۔ ڈی ای بی کے رہنمایانہ اصولوں کے مطابق نظامتِ فاصلاتی تعلیم اور روایتی نظام تعلیم کے نصاب کو ہم آہنگ اور معیار بلند کر کے خود اکتسابی مواد SLM از سر نو بالترتیب یو جی اور پی جی طلباء کے لیے چھ بلاک چوبیس اکائیوں اور چار بلاک سولہ اکائیوں پر مشتمل نئے طرز کی ساخت پر تیار کرائے جا رہے ہیں۔

نظامتِ فاصلاتی تعلیم یو جی پی جی بی ایڈ ڈپلوما اور سرٹیفکیٹ کورسز پر مشتمل جملہ پندرہ کورسز چلا رہا ہے۔ بہت جلد تکنیکی ہنر پر مبنی کورسز بھی شروع کیے جائیں گے۔ متعلمین کی سہولت کے لیے 9 علاقائی مراکز بنگلور، بھوپال، دربھنگہ، دہلی، کولکاتا، ممبئی، پٹنہ، رانچی اور سری نگر اور 6 ذیلی علاقائی مراکز حیدرآباد، لکھنؤ، جموں، نوح، وارانسی اور امراتلی کا ایک بہت بڑا نیٹ ورک تیار کیا ہے۔ ان مراکز کے تحت سردست 144 متعلم امدادی مراکز (Learner Support Centres) نیز 20 پروگرام سنٹرس (Programme Centres) کام کر رہے ہیں، جو طلباء کو تعلیمی اور انتظامی مدد فراہم کرتے ہیں۔ نظامتِ فاصلاتی تعلیم نے اپنی تعلیمی اور انتظامی سرگرمیوں میں آئی سی ٹی کا استعمال شروع کر دیا ہے، نیز اپنے تمام پروگراموں میں داخلے صرف آن لائن طریقے ہی سے دے رہا ہے۔

نظامتِ فاصلاتی تعلیم کی ویب سائٹ پر متعلمین کو خود اکتسابی مواد کی سافٹ کاپیاں بھی فراہم کی جا رہی ہیں، نیز جلد ہی آڈیو۔ ویڈیو ریکارڈنگ کالنگ بھی ویب سائٹ پر فراہم کیا جائے گا۔ اس کے علاوہ متعلمین کے درمیان رابطے کے لیے ایس ایم ایس کی سہولت فراہم کی جا رہی ہے، جس کے ذریعے متعلمین کو پروگرام کے مختلف پہلوؤں جیسے کورس کے رجسٹریشن، مفوضات، کونسلنگ، امتحانات وغیرہ کے بارے میں مطلع کیا جاتا ہے۔

امید ہے کہ ملک کی تعلیمی اور معاشی حیثیت سے پچھڑی اردو آبادی کو مرکزی دھارے میں لانے میں نظامتِ فاصلاتی تعلیم کا بھی نمایاں رول ہو

گا۔

پروفیسر محمد رضا اللہ خان

ڈائریکٹر، نظامتِ فاصلاتی تعلیم



## کورس کا تعارف

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی کے مختلف شعبہ جات میں سن 2016ء سے سی بی ایس ای (CBSE) نصاب متعارف ہوا۔ یہ کتاب حرارتی طبیعیات (Thermal Physics) کے ان موضوعات سے بحث کرتی ہے جنہیں مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی کے بی ایس سی (فزیکل سائنس) پروگرام کے سال دوم (سمسٹر-IV) کے طبیعیات کے نصاب میں شامل کیا گیا ہے۔ یہ موضوعات مضمون کی جدید تحقیقات کا احاطہ کرتے ہیں، اور بی۔ ایس سی۔ (B.Sc.) کورس کے سال دوم میں مطالعے کے لیے انہیں شریک کیا گیا ہے۔ سہولت کی خاطر نصاب کو چھ بلاکس (Blocks) میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر ایک بلاک چند اکائیوں پر مشتمل ہے۔ ہر اکائی میں بالعموم مضمون کے مخصوص نکات کو ملحوظ رکھا گیا ہے۔ اکائیوں کو ماہرین کے ذریعے ایک مخصوص خاکے (Format) کے مطابق تیار کیا گیا ہے۔ خاکہ کچھ اس طرح ہے کہ طالب علم انہیں پڑھ کر بغیر کسی دقت کے سمجھ جائے۔ ہر اکائی کا آغاز اس کے مقاصد، مفہوم، ذاتی تصدیق اور اسکے مطالعے کے بعد حاصل ہونے والے واقفیت پسندانہ بیان سے ہوتا ہے۔ ہر اکائی کے اختتام پر خلاصہ، معروضی سوالات، نمونہ امتحانی سوالات اور مشقیں دی گئی ہیں تاکہ طلباء نفس مضمون کے صحیح ادراک کا امتحان کر لیں۔

زیر نظر کتاب مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی کے فاصلاتی نظام اور روایتی طلباء کے ساتھ ساتھ سائنسی مضامین میں دلچسپی رکھنے والے اردو قارئین اور مدارس کے طلباء کے لیے بھی مفید ثابت ہو سکتی ہے۔ آسان اردو زبان میں لکھی گئی ہے۔ تکنیکی اصطلاحات کے خالص اردو ترجمے سے گریز کیا گیا ہے تاکہ طلباء دنیا میں کثرت سے استعمال ہو رہی انگریزی اصطلاحات سے واقف ہو سکیں۔

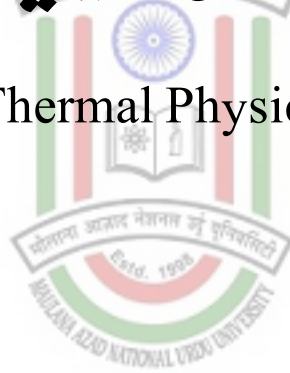
اس کتاب کے مصنفین امید کرتے ہیں کہ اس کورس میں پیش کردہ موضوعات طلباء کو حرارتی طبیعیات کے نظریات، اصولوں اور اطلاقات سے واقف کروائیں گے۔ مزید امید ہے کہ قارئین اور ماہرین اپنے مشوروں سے بھی نوازیں گے۔

پروفیسر۔ ایچ۔ علیم شاہ

پروگرام کو آرڈی نیٹر

# حرارتی طبیعیات

(Thermal Physics)



# اکائی 1- گیسوں کا نظریہ تحریک

(Kinetic Theory of Gases)

## اکائی کے اجزا

تمہید	1.0
مقاصد	1.1
گیسوں کے نظریہ تحریک کے بنیادی مفروضات	1.2
میکس ویل کے سالمات کی چالوں کا تقسیمی کلیہ	1.3
سالمات کی چال $C$ ، کثیر امکانی چال $C_p$ اور اوسط جذر المربع چال	1.4
حل شدہ مثالیں	1.5
اکتسابی نتائج	1.6
کلیدی الفاظ	1.7
نمونہ امتحانی سوالات	1.8
معروضی جوابات کے حامل سوالات	1.8.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	1.8.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	1.8.3
غیر حل شدہ سوالات	1.8.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	1.9

## 1.0 تمہید (Introduction)

Kinesis کے معنی حرکت کے ہیں۔ گیسوں کے نظریہ کو پروان چڑھانے میں میکس ویل کلاشیس (Clasius) وغیرہ شامل ہیں۔ اس نظریہ کے مطابق ہر گیس سالمات (Molecules) پر مشتمل ہوتی ہے۔ ان سالمات کو استوار کامل، پکدرا اور آپس میں اس طرح شامل کیا جاتا ہے۔ یہ سالمات بے ترتیب (Random) میں رہتے ہیں۔ اس بے ترتیب حرارت کے دوران سالمات دیواروں سے ٹکراتے ہیں۔ یہ تصادفات پکدرا ہوتے ہیں اور تصادم کے دوران توانائی کا نقصان نہیں ہوتا۔ گیسوں کے نظریہ کی بنیاد پر گیس کے دباؤ، تپش، طاقت، توانائی، حرارت نوعی وغیرہ کی تدوین کرنے میں مدد ملتی ہے۔

## 1.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- گیسوں کے نظریہ تحرک کے بنیادی مفروضات کو سمجھیں گیں۔
- میکس ویل کے سالمات کی چالوں کا تقسیمی کلیہ بارے میں معلومات حاصل کریں گیں۔
- سالمات کی اوسط، کثیر ممکن اور اوسط جذر المربع چال تفصیلی بحث کرنا ہے۔

## 1.2 گیسوں کے نظریہ تحرک کے بنیادی مفروضات

(Fundamental Assumption of Kinetic theory of Gases)

1. ایک گیس انتہائی چھوٹے ذرات پر مشتمل ہوتی ہے۔ انہیں سالمات (Molecules) کہتے ہیں۔ ایک گیس نے تمام سالمات میں خصوصیات رکھتے ہیں۔
2. ایک گیس کے سالمہ کو قابل پکدرا تصور کیا جاتا ہے۔
3. برتن نے حجم کے مقابلے میں سالمات کا حجم قابل نظر انداز ہوتا ہے۔
4. ایک برتن میں سالمات بے ترتیب حرارت میں رہتے ہیں یعنی یہ تمام رفتاروں سے حرکت کرتے ہیں۔
5. سالموں کے درمیان میں سالماتی قوت قابل نظر یہ رول ادا کرتی ہے کیونکہ سالمات اور سطحوں کے مقابلے میں گیس کے سالمات ہوتے ہیں۔
6. اپنی حرکت کے دوران سالمات برتن کی دیواروں اور خود ایک دوسرے سے ٹکراتے ہیں۔ متواتر تصادم کے دوران سالموں کی رفتار مستقل ہوتی ہے۔

7. سالمات کی توانائی خالص بالحرکت ہوتی ہے جو گیس کی تپش پر منحصر ہوتی ہے۔ تصادم کے دوران توانائی کا نقصان نہیں ہوتا اور یہ مستقل رہتی ہے۔ وہ تپش جس پر کسی گیس کے سالمہ کی توانائی بالحرکت صفر ہو جاتی ہے۔ تپش مطلق (Absolute Temperature) کہلاتی ہے۔

8. انفرادی سالمات کی اوسط چالوں کی اوسط مربع کا جذر اوسط جذر المربع چال Root Mean Square Speed, rms جس کو  $C^2 = Crms$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

یہ مفروضات گیس کے دباؤ توانائی وغیرہ کی مساوات حل کرنے میں مدد و معاون ہوتے ہیں۔ ان مفروضات کی بنیاد پر گیس کے عائد کردہ دباؤ کی مساوات ہے۔

$$P = \frac{1}{3} \frac{mnc^2}{V} = \frac{1}{3} \frac{M}{V} \overline{C^2} = \frac{1}{3} \rho \overline{C^2} \quad \text{-----(1.1)}$$

جہاں  $V$  برتن کا حجم  $n$  سالمات کیت عدد اور  $m$  ہر سالمہ کی کیت ہے۔  $(mn=M)$  گیس کی کیت اور  $M/V$  گیس کی کثافت

$\rho$  ہے  $\overline{C^2}$  سالمہ کی اوسط مربع چال ہے۔

$$\overline{C^2} = \frac{C_1^2 + C_2^2 + \dots + C_n^2}{n}$$

$$Crms = \sqrt{\overline{C^2}}$$

اس کو سالمہ کی اوسط جذر المربع چال (rms) Root Mean Square Speed کہتے ہیں۔

مساوات کی (1) کی رو سے

$$Crms = \sqrt{\overline{C^2}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$M - mn \text{ اور } \rho = M/V$$

$$Crms = \sqrt{\frac{3PV}{mn}} \quad \text{اس لیے (1.2) -----}$$

$$PV = nRT \quad \text{ایک کامل گیس مساوات کی رو سے}$$

$$Crms = \sqrt{\overline{C^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{m}} \quad \text{-----(1.3)}$$

مساوات (1.1) کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$P = \frac{2}{3} \frac{1}{2} \rho \overline{C^2} = \frac{2}{3} \quad \text{(سالمہ کی توانائی بالحرکت)}$$

یا

$$P = \frac{2}{3} (K.E \text{ کی سالمہ}) \quad \text{-----}(1.4)$$

مساوات (1.4) یہ ظاہر کرتی ہے کہ دباؤ سالمہ کی انتقالی (ٹرانسلیری) توانائی کی بالحرکت فی اکائی حجم کا دو تہائی ہوتا ہے۔  
نظریہ تحرک میں تپش کا مفروضہ شامل کیا گیا ہے جس کے مطابق ایک سالمہ کی اوسط (ٹرانسلیری) توانائی بالحرکت  
راست تناسب میں رہتی ہے۔ تپش مطلق کے اس بنا پر ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{1}{2} m \overline{C^2} = \frac{3}{2} KT$$

جہاں Boltzman Constant =  $1.38 \times 10^{-21} \text{ jmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$  مستقل

Universal Gas Constant  $R = R/N$  جہاں  $K = R/N$  آفاقی گیس مستقل

$6.023 \times 10^{21} = \text{Avagadro's Number} = \text{اور } R = 8.134 \text{ Jmole}^{-1} \text{ K}^{-1}$  اور  $N$  اوگاڈرو عدد

لہذا ایک کامل گیس کی اوسط ٹرانسلیری توانائی بالحرکت فی اکائی سالمہ  $\frac{3}{2} KT$  ہوتی ہے۔

اگر مساوات (1.4) میں ہم  $T=0$  درج کریں تو  $\overline{C^2} = 0$  ہو جائے گا۔

لہذا نظریہ تحرک کے مطابق تپش مطلق وہ تپش ہے جس پر سالمات کی حرکت رک جاتی ہے۔ لیکن درحقیقت یہ صحیح نہیں ہے۔ کیونکہ  
تپش مطلق پر بھی بعض سالمات میں کم از کم توانائی پائی جاتی ہے۔ اس کو صفری نقطہ نظر Zero Point Energy کہتے ہیں۔

### 1.3 میکس ویل کا سالمات کی چالوں کا تقسیمی کلیہ

(Maxwell's Law of Distribution of Molecular Speed)

گیسوں کے نظریہ تحرک کے مطابق ایک گیس کثیر سالمات پر مشتمل ہوتی ہے۔ جو ہر وقت حالت حرکت میں رہتے ہیں۔ یہ  
سالمات ہمہ وقت آپس میں اور برتن کی دیواروں سے ٹکراتے رہتے ہیں اس لیے ان کی رفتاریں اور سمت بدلتی رہتی ہے۔ اس لیے ہم کہہ  
سکتے ہیں کہ گیس میں سالمات تمام تر ممکنہ رفتاروں کے ساتھ حرکت میں رہتے ہیں۔ لیکن ایک معینہ تپش پر گیسوں کی اوسط جذر  
المربع (روٹ مین اسکوائر) رفتار تبدیل نہیں ہوتی۔ گیس کے سالمات میں چالوں کی تقسیم کا کلیہ سب سے پہلے میکس ویل نے پیش کیا۔  
میکس ویل کے کلیہ کے مطابق گیس کے سالمات کی تعداد  $dnc$  جن کی اسپیڈ  $C$  اور  $c+dc$  کے درمیان میں ہوگی۔

$$dnc = 4\pi \left[ \frac{m}{2\pi KT} \right]^{3/2} e^{-mc^2/2kt} c^2 dc$$

جہاں

$n =$  گیس کے سالمات کی مجموعی تعداد

$m =$  ہر سالمہ کی کمیت

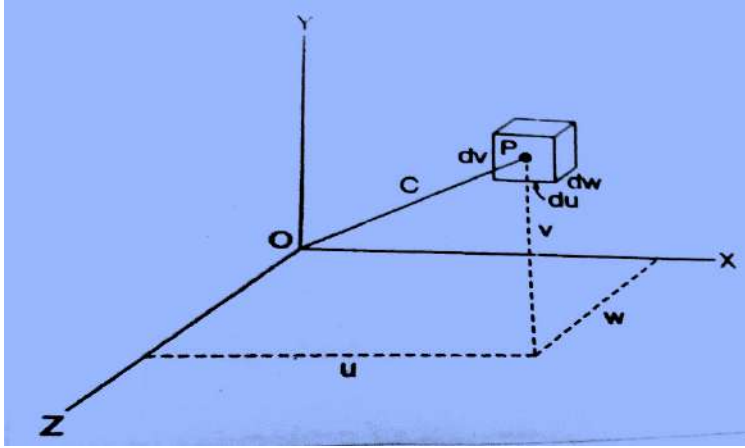
$$k = \text{بولٹزمن مستقل}$$

$$T = \text{تپش مطلق}$$

### کلیہ کا اخذ کرنا (Derivation of the Law)

سالموں کی اسپید کی تقسیم کے کلیہ کو اخذ کرنے کے لیے میکس ویل نے حسب ذیل نظریات قائم کیے۔

1. ایک گیس میں سالموں کی رفتار ممکنہ حد تک صفر سے لامتناہی کے درمیان ہوتی ہے۔
  2. برتن میں موجود گیس کی اوسط کثافت حالت توازن میں ہر نقطہ پر مساوی ہوتی ہے۔
  3. اگرچہ انفرادی سالمات کی رفتاریں بدلتی رہتی ہیں لیکن معین سالمات کی تعداد کی رفتار معین حدود کے درمیان رہتی ہے۔
  4. کسی بھی بے ترتیب منتخبہ سالمہ کی رفتاریں معین حدود میں رہنے کا امکان رفتار کے تفاعل اور زیر غور حدود پر رہتا ہے۔
  5. ایک سالمہ کی رفتار کے تین اجزاء جو باہمی طور پر عمودوار ہوں ایک دوسرے سے غیر متعلق رہتے ہیں۔
- ہم سالمات کی چال کو ایک خاکے کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں جہاں 'O' مبداء Origin ہے اور OX, OY, OZ محوری عدد ہیں۔



$$\frac{1}{2} m \bar{c}^2 = \frac{3}{2} KT$$

$$\frac{3}{2} KT = K.E \quad \text{ایوریج}$$

$$\frac{1}{2} KT \quad \text{سالمہ کی اوسط توانائی ہر ڈگری آف فریڈیم کے لیے}$$

$$P = \frac{2}{3} K.E \quad \text{ہر سالمہ کے لیے}$$

شکل (1.1)

جیسا کہ شکل (1.1) میں دکھایا گیا ہے فرض کیجئے کہ ایک سالمہ کی چال C ہے جس کو سمتیہ  $\vec{OP} = C$  سے ظاہر کیا گیا ہے۔ فرض کیجئے اس سمتیہ کا ضل (پروجیکشن) X, Y, اور Z سمتیوں میں بالترتیب u, v, اور w ہے۔ تمام سالمات جن کی رفتار کے جز حدود u اور (u + du), v اور (v + dv), اور w اور (w + dw) کے درمیان ہوتے ہیں۔ عجمی عنصر dudv dw کے اندر محیط

ہوں گے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ بالفاظ دیگر اس حجبی عنصر کے اندر ایک نقطہ مشابہ ہوتا ہے ایک ذرے کے جس کی رفتار کے جز  $(u + du), v, (v + dv), \omega$  اور  $(\omega + d\omega)$  کے درمیان ہوں گے۔

ایک دینے ہوئے سالمہ کی رفتار  $u$  اور  $(u + du)$  کے درمیان پائے جانے کا امکان خالص  $u$  اور  $(u + du)$  کا تفاعل ہوتا ہے جسکو بطور  $f(u)du$  لکھا جاتا ہے جہاں  $f(u)$  رفتار  $u$  کا تفاعل ہے۔ اسی طرح ایک سالمہ کی رفتاری  $v$  اور  $v + dv$  کے درمیان پائے جانے کا امکان  $f(v)dv$  اور  $w$  اور  $(w + dw)$  کے درمیان پائے جانے کا امکان  $f(w)dw$  ہوتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ ایک مخلوط واقعہ (Composite event) کا امکان مساوی ہوتا ہے۔ انفرادی واقعہ کے امکانات کے حاصل ضرب کے لہذا ایک سالمہ کی رفتار کے جز  $u + du$  اور  $v + dv$  اور  $w + dw$  کے درمیان پائے جانے کا امکان ہوگا۔

$$f(u)f(v)f(w)du dv dw$$

سالمات کی حاصل رفتار ایک واحد سمتیہ  $c$  ہوگی۔ واحد رفتار کی قیمت  $C$  اور حجبی عنصر  $dudvdw$  کے درمیان پائے جانے کا امکان  $c$  اور  $dudvdw$  کا تفاعل ہوگا جس کو ہم  $F(c)du dv dw$  سے تعبیر کریں گے۔ یا اور موزوں طریقے سے  $\phi(C^2)dudvdw$  سے تعبیر کریں گے۔

جہاں  $\phi$  ایک فنکشن (تفاعل) ہے۔ لہذا ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$f(u)f(v)f(w)dudvdw = \phi(c^2)dudvdw$$

یا

$$f(u)f(v)f(w) = \phi(c^2) = \phi(u^2 + v^2 + w^2) \quad \text{-----}(1.5)$$

$$C^2 = u^2 + v^2 + w^2 \quad \text{جہاں}$$

مساوات (1.5) کو حل کرنے کے لیے ہم غور کریں کہ  $c$  کی ایک خاص قیمت کے لیے  $\phi(c^2)$  مستقل ہوگا یعنی اس مقدار کا

تفرق (Differential) صفر ہوتا ہے۔

$$0 = d(\phi(c^2)) \quad \text{-----}(1.6) \quad \text{لہذا}$$

مساوات (1.5) کا تفرق لینے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$0 = d(f(u)f(v)f(w)) = d(\phi(c^2))$$

یا

$$f(u)f(v)f(w)du + f(u)f(v)f(w)dv + f(u)f(v)f(w)dw = 0 \quad \text{----}(1.7)$$

جہاں  $f(u), f(v), f(w)$  ان کے متعلقہ مشتق (Derivatives) ہیں۔



مساوات (1.7) کو  $f(u)f(v)f(w)$  سے تقسیم کرنے پر

$$\frac{f(u)}{f(u)} du + \frac{f(v)}{f(v)} dv + \frac{f(w)}{f(w)} dw = 0 \quad \text{-----}(1.8)$$

ہم جانتے ہیں کہ  $C^2 + u^2 + v^2 + w^2$

یا  $0 - 2udn + 2v dv + 2w dw = 0$  تفریق لینے پر

$$u du + v dv + w dw = 0 \quad \text{-----} (1.9)$$

مساوات (5) کو  $\lambda$  سے ضرب دینے پر

$$\lambda u du + \lambda v dv + \lambda w dw = 0 \quad \text{-----}(1.10)$$

جہاں  $\lambda$  ایک مستقل مقدار ہے۔

مساوات (1.8) اور (1.10) کو جمع کرنے پر

$$\left[ \left( \frac{f(u)}{f(u)} + \lambda u \right) du + \left( \frac{f(v)}{f(v)} + \lambda v \right) dv + \left( \frac{f(w)}{f(w)} + \lambda w \right) dw \right] = 0 \quad \text{-----}(1.11)$$

چونکہ  $u, v$  اور  $w$  ایک دوسرے سے غیر متعلق (Independent) ہیں اس لیے مساوات (1.11) اسی وقت صحیح ہوگی جب

اس کا ہر جز (Term) علاحدہ طور پر صفر کے مساوی ہوگا۔

لہذا

$$\left( \frac{f(u)}{f(u)} + \lambda u \right) du = 0$$

$$\left( \frac{f(v)}{f(v)} + \lambda v \right) dv = 0 \quad \text{-----}(1.12)$$

$$\left( \frac{f(w)}{f(w)} + \lambda w \right) dw = 0$$

مساوات (1.12) کی پہلی مساوات کے ذریعہ

$$\frac{f(u)}{f(u)} du = \lambda u du$$

تکامل (Integration) لینے پر

$$\log_e f(u) = -\lambda \frac{u^2}{2} + \log_e a$$

جہاں  $\log_e a$  تکامل کا مستقل ہے۔

$$\log_e f(u) - \log_e a = -\frac{\lambda u^2}{2} \quad \text{یا}$$

$$\log_e f \frac{(u)}{a} = -\frac{\lambda u^2}{2} \quad \text{یا}$$

$$\frac{f(u)}{a} = e^{-\lambda u^2} \quad \text{یا}$$

$$\left(\lambda/2 = b\right) \quad \text{جہاں} \quad f(u) = a^{-\lambda \frac{u^2}{2}} = ae^{-bu^2} \quad \text{-----}(1.13)$$

اسی طرح مساوات (1.13) کے دوسرے اور تیسرے جز کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$f(v) = ae^{-bv^2} \quad \text{-----}(1.14)$$

$$f(w) = ae^{-bw^2} \quad \text{-----}(1.15)$$

مساوات (1.13) (1.14) اور (1.15) کی رو سے

$$f(u)f(v)f(w) = ae^{-bu^2} ae^{-bv^2} ae^{-bw^2}$$

$$f(u)f(v)f(w) = a^3 a^{-b(u^2+v^2+w^2)} \quad \text{-----}(1.16)$$

مستقل a اور b کی قیمت معلوم کرنے کے لیے مساوات (1.16) پر بانڈوری (Boundary) شرائط عائد کر کے تکمیلہ لیا جاتا ہے۔

فرض کیجئے کہ گیس کے سالمات کی تعداد فی معکب سنٹی میٹر n ہے جب کہ تمام ممکنہ رفتار میں  $-\infty$  سے  $+\infty$  کے درمیان ہیں۔

تھیوری آف پرابلیٹی کی تعریف کے مطابق:

$$n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a^3 e^{-b(u^2+v^2+w^2)} du dv dw = 1$$

مساوات (1.16) سے  $f(u)f(v)f(w)$  کی قیمت درج کرنے پر

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a^3 e^{-b(u^2+v^2+w^2)} du dv dw = 1$$

ہم جانتے ہیں کہ ایک ڈیٹائیٹ انٹگرل کی قیمت ہوتی ہے۔

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a^3 e^{-bu} du = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\therefore a^3 \left( \sqrt{\frac{\pi}{a}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{a}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{a}} \right) = 1$$

$$a^3 \left( \sqrt{\frac{\pi}{a}} \right)^{3/2} = 1$$

$$a = \left( \frac{b}{\pi} \right)^{1/2} \quad \text{یا}$$

آئندہ ہم دیکھیں گے کہ  $b = \frac{m}{2KT}$  جہاں  $m$  سالمہ کی کمیت  $K$  = بولٹر من مستقل  $T$  = تپش مطلق لہذا

$$a = \left(\frac{b}{\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{m}{2\pi kt}\right)^{1/2} \quad \text{-----}(1.17)$$

$$b = \frac{m}{2KT} \quad \text{اور}$$

اس طرح  $dn$  تعداد سالموں کی چالوں کے ٹرم جو  $u + du$ ,  $v$  اور  $u + dv$ ,  $w$  اور  $w + dw$  کے درمیان ہوں گے ہم لکھ سکتے ہیں:

مساوات (1.16) سے  $f(u)f(v)f(w)$  کی قیمت درج کرنے پر

$$dn = n f(u)f(v)f(w) du dv dw$$

مساوات (1.16) سے  $f(u)f(v)f(w)$  کی قیمت درج کرنے پر

$$dn = n a^3 e^{-b(u^2+v^2+w^2)} du dv dw$$

مساوات (1.17) سے  $n$  اور  $b$  کی قیمت درج کرنے پر

$$dn = n \left(\frac{m}{2\pi kt}\right)^{3/2} \frac{-m}{e^{2kt}} (u^2 + v^2 + w^2) \quad \text{-----}(1.18)$$

یہ میکس ویل کا ڈسٹری بیوشن کلیہ ہے۔

سالمات کی مجموعی تعداد جن کی اسپڈ ریخ اور  $c + dc$  حدود کے درمیان رہتی ہیں انہیں حاصل کرنے کے لیے ہم یہ مانیں گے والیم ایلیمنٹ دو ہم مرکز کروں کے نصف قطروں  $c$  اور  $c + dc$  کے درمیان کی جگہ ہے جسے اور یجن سے کھینچا گیا ہے تب اس اہم مرکز کرہ کا حجم ہو گا۔

(چھوٹے ٹرمس کو نظر انداز کرنے پر)

$$\frac{4}{3}\Pi[(c + dc)^3 - c^3] = 4\Pi c^2 dc$$

یہ مساوی ہے اس رفتار کے جو والیوم ایلیمنٹ  $(dudvdw)$  میں پائی جاتی ہے۔

لہذا مساوات (1.18) میں  $dudvdw$  کے بجائے  $4\Pi c^2 dc$  اور  $c^2 = u^2 + v^2 + w^2$  درج کرنے پر

$$dn_c = n \left(\frac{m}{2\pi kt}\right)^{3/2} e^{(-m/2\pi kt)c^2} \times 4\Pi c^2 dc \quad \text{-----}(1.19)$$

یا

$$\frac{dn_c}{n} = 4\Pi \left(\frac{m}{2\pi kt}\right)^{3/2} e^{(-mc^2/2kt)} c^2 dc \quad \text{-----}(1.20)$$

مساوات (1.20) میکس ویل کی لآف ڈسٹری بیوشن آف مالیکولر اسپڈس کہلاتی ہے۔

مساوات (1.20) میں  $\frac{dnc}{n}$  مجموعی سالمات n کے کسر (Fraction) کو ظاہر کرتی ہے۔ جس کی چال کی حدیں

(Limits) c اور (c + dc) کے درمیان ہوتی ہے اس کسر کو عام طور پر f سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس کسر کو عام طور پر  $f = p(c)dc$  لکھا جاتا ہے۔

$$f = p(c)dc = 4\Pi(m)^{3/2} x e^{\frac{-mc^2}{2\pi kT}} c^2 dc \quad \text{لہذا}$$

$$p(c) = 4\Pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{\frac{-mc^2}{2kT}} c^2 \quad \text{-----(1.21)}$$

یہاں یہ تذکرہ اہم ہے کہ  $p(c)dc$  سالمات کے کسر کو ظاہر کرتی ہے جن کی رفتاریں c اور (c + dc) کے درمیان ہوتی ہیں جبکہ  $p(c)$  سالمات کی اس کسر کو ظاہر کرتی ہے جن کی رفتاریں c کے اطراف اکائی رفتار وقفہ کے برابر ہوتی ہیں۔

اسپیڈ ڈسٹری بیوشن کروس (Speed Distribution Curves):

1. مستقل تپش پر رفتار کی تقسیمی منحنی:

شکل (1.2) میں رفتار تقسیمی تفاعل  $p(c)$  کو ایک خاص تپش پر c کے تفاعل کے طور پر دکھایا گیا ہے۔

$$\bar{c} = 1.59 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

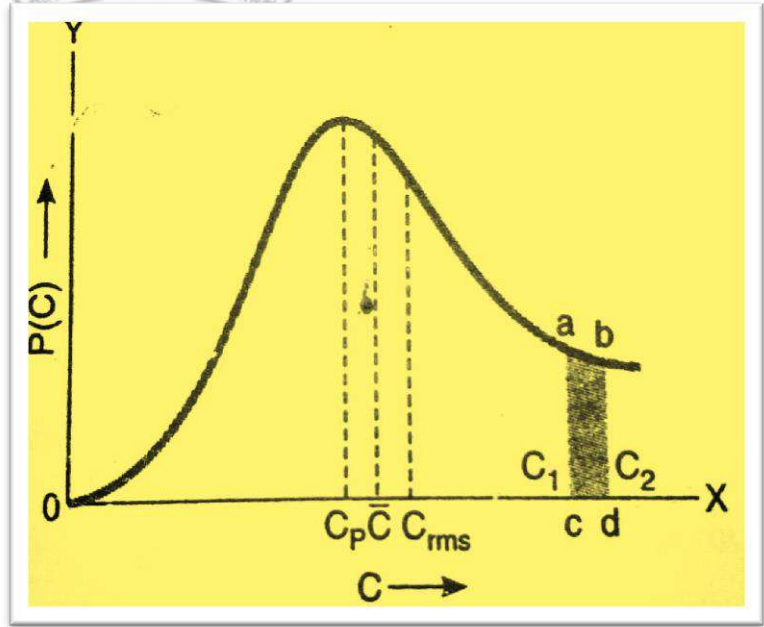
$$C_p = 1.41 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

$$C_{rms} = 1.73 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

$$C_{rms} > \bar{c} > C_p$$

$$C_{rms}; \bar{c} > C_p$$

$$1: 0.921: 0.817$$

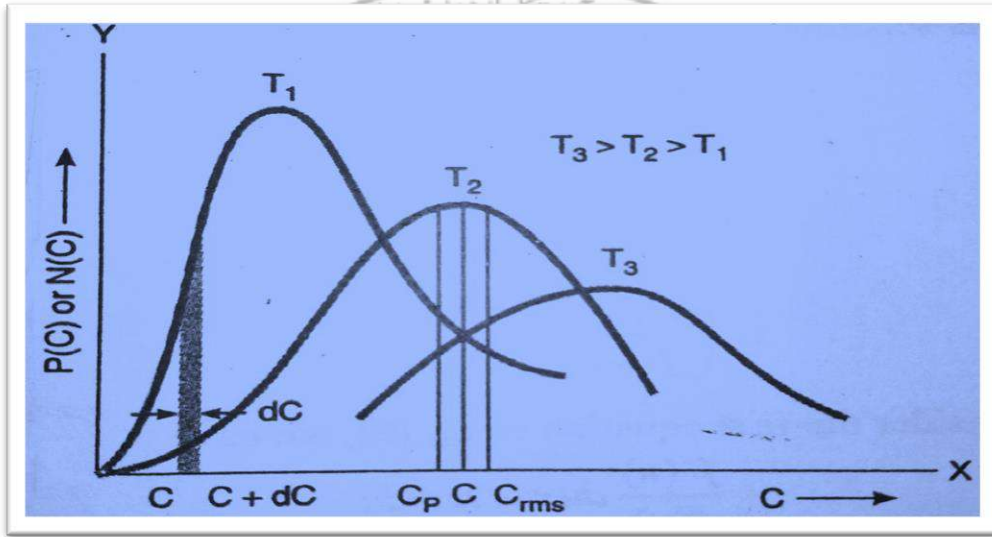


شکل (1.2)

ترسیم سے حسب ذیل نکات کا مشاہدہ کیا جاسکتا ہے۔

- i. کسی بھی تپش پر ڈسٹری بیوشن کرو اپنی چوٹی (Peak) پر غیر متناکل (Asymmetrical) ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ سالمی کی اقل ترین رفتار کی حد صفر ہے جب کہ اس کی اعظم ترین رفتار کی کوئی حد نہیں ہے۔
- ii. یہ مشاہدہ کیا جاسکتا ہے کہ سالمہ کی اوسط چال  $\bar{C}$  کچھ زیادہ ہے کثیر ممکن چال  $C_p$  جب کہ  $rms$  رفتار  $C_{rms}$  کچھ زیادہ ہے  $\bar{C}$  سے اگر ہم کوئی دور رفتار  $C_1$  اور  $C_2$  پر غور کریں تب سالموں کی تعداد  $dc$  چال کیسا تھ مساوی ہوتی ہے  $abcd$  کے رقبہ کے۔ صفر اور  $C$  کے درمیان تمام سالمات کے کسر کو جمع کریں تب کل رقبہ سے ہمیں گیس میں موجود تمام سالمات کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔ لہذا منحنی  $P(C)$  اور  $C$  کے درمیان کارقبہ مجموعی سالمات کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔
- iii. کثیر امکانی رفتار موصلٹ پروبیل اسپڈ  $C_p$  وہ رفتار ہے جس پر منحنی کی قیمت اعظم ترین ہوتی ہے۔

## 2. مختلف تپشوں پر اسپڈ ڈسٹری بیوشن کرو س (Speed Distribution Curves at Different Temperatures)



شکل (1.3)

- شکل (1.3) میں سالمات کے لیے تین مختلف تپشوں پر میکس ویل کے رفتار تقسیموں کو دکھایا گیا ہے۔ یہ ترسیم سالموں کی تعداد فی اکائی رفتاری وقفہ اور رفتار  $C$  کے درمیان کھینچی گئی ہے۔
- اسی ترسیم سے ہم حسب ذیل نکات اخذ کر سکتے ہیں۔
- i. کسی بھی تپش پر دیئے گئے رفتاری وقفہ میں سالموں کی تعداد اعظم ترین قیمت تک بڑھتی ہے اور پھر صفر تک گھٹتی ہے۔

.ii کسی بھی تپش پر دیے گئے رفتاری وقفہ میں سالمات کی تعداد (Shaded) منحنی کے درمیان رقبہ سے حاصل کی جاتی ہے۔  
منحنی کا مجموعی رقبہ اور x محور پر گیس میں موجود کل سالمات کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے جس کی مساوات

$$\int_0^{\infty} N(d)dc \quad .1$$

.iii تپش میں اضافہ سے ڈسٹری بیوشن کرو (منحنی) چپٹی اور چوڑی ہو جاتی ہے لیکن منحنی کا رقبہ مساوی رہتا ہے۔

.iv وہ اسپید جس پر سالموں کی اسپید اعظم ترین ہوتی ہے وہ منحنی کی پیک کی قیمت سے مطابقت رکھتی ہے اس کو موسٹ پرو بیبل اسپید  $c_p$  کہتے ہیں۔ جس کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

کسی بھی تپش پر ڈسٹری بیوشن کرو چوٹی پر غیر متماثل (Non-Symmetrical) ہوتی ہے۔ شکل 1.3 سے یہ بھی ظاہر ہے کہ بہت زیادہ اور بہت کم چالیں بہت قرین قیاسیت۔

1.4 اوسط چال  $\bar{C}$  کو کثیر امکانی چال  $c_p$  اور جذر اوسط مربع رفتار ایورتج اسپیدی  $\bar{C}$  موست پرو بیبل اسپید  $c_p$

روٹ میں اسکوائر اسپید (rms)

(Average Speed  $\bar{C}$ , Most Probable Speed  $c_p$  Root Square Speed)

1. ایورتج اسپید  $\bar{C}$

تمام ذرات کی چال کو مجموعی ذرات کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو اسے ایورتج اسپید  $\bar{C}$  کہتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \bar{C} &= \int_0^{\infty} \frac{dn_c C}{n} \\ &= \int_0^{\infty} \frac{4\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mc^2}{2kt}} c^3 dc}{n} \\ &= 4\pi \left(\frac{b}{\pi}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} C^3 e^{-bc^2} dc \quad \therefore \int_0^{\infty} C^3 e^{-bc^2} dc = \frac{1}{2b^2} \\ &\quad \therefore 4\pi \left(\frac{b}{\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{2b^2} \\ &\quad b = \frac{m}{2\pi kT} \text{ درج کرنے پر} \\ &= \sqrt{\frac{4}{b\pi}} = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}} \\ &\quad \therefore \sqrt{\frac{8}{\pi}} = 1.59 \end{aligned}$$

$$c = 1.59 \sqrt{\frac{kT}{m}} \text{ -----(a)}$$

## 2. موسٹ پرو بیبل اسپڈ (Most Probable Speed Cp)

ایک گیس میں کثیر سالمات کی تعداد کی چال کو موسٹ پرو بیبل اسپڈ کہتے ہیں۔

اس کے لیے ضروری ہے کہ مساوات  $\frac{dn_c}{dc} = 0$  ہو۔

مساوات (1.20) کی رو سے ہم چاہتے ہیں کہ

$$\frac{dn_c}{dc} = 4\pi \left( \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 2c e^{-mc^2/2kT} \right) + c^2 \left[ \left( \frac{-2mc}{2kT} e^{-mc^2/2kT} \right) \right] = 0$$

$$= \left( 4\pi \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mc^2}{2kT}} \left[ 2c - c^2 \left( \frac{mc}{kT} \right) \right] = 0$$

$$\left[ 2c - c^2 \left( \frac{mc}{kT} \right) \right]_{c=c_p} = 0$$

$$\left[ 2c - c^2 \left( \frac{mc}{kT} \right) \right]_{c=c_p} = 0$$

$$2C_p = C_p^2 \frac{mC_p}{kT}$$

$$\frac{mC_p}{kT} = 0$$

$$C_p^2 = \frac{2kT}{M}$$

$$C_p = \sqrt{\frac{2kT}{M}}$$

$$C_p = 1.41 \sqrt{\frac{kT}{M}} \text{ -----(b)}$$

## 3. روٹ مین اسکوائر اسپڈ (Root Mean Square Speed Crms)

$$(\overline{C^2})^{1/2}$$

$$\overline{C^2} = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} dn_c C^2 \text{ اوسط رفتار کا مربع لینے پر}$$

$$\overline{C^2} = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} 4\pi n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} C^4 e^{-\frac{mc^2}{2kT}} dc$$

$$= 4\pi n \left( \frac{b}{\pi} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} c^4 x e^{-bc^2} dc$$

$$\therefore \int_0^{\infty} c^4 e^{-(bc^2)} dc = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{b^5}}$$

$$\therefore 4\Pi n \left(\frac{b}{\pi}\right)^{3/2} = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{b^5}}$$

$$C^2 = \frac{3}{2b} = \frac{3kT}{m}$$

$$C_{rms} = \sqrt{C^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$C_{rms} = 1.73 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

4.  $C_p, \bar{C}$  اور  $C_{rms}$  کے درمیان رشتہ:

$$\bar{C} = 1.59 \sqrt{\frac{kT}{m}}, C_p = 1.41 \sqrt{\frac{kT}{m}}, C_{rms} = 1.73 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

$$\frac{\bar{C}}{C_{rms}} = \frac{1.59}{1.73} = \frac{\sqrt{\frac{kT}{m}}}{\sqrt{\frac{kT}{m}}} = \frac{1.59}{1.73} = 0.921$$

$$\bar{C} = 0.921 C_{rms}$$

$$\frac{C_p}{C_{rms}} = \frac{1.41}{1.73} \frac{\sqrt{\frac{kT}{m}}}{\sqrt{\frac{kT}{m}}} = 0.817 \Rightarrow C_p = 0.817 C_{rms}$$

اس سے ظاہر ہے کہ  $C_{rms} > \bar{C} > C_p$

$$C_{rms} : \bar{C} : C_p = 1.73 : 1.59 : 1.41$$

$$C_{rms} : \bar{C} : C_p = 1 : 0.921 : 0.817$$



حل شدہ مثال 1

ایک گیس کی ڈنٹیٹی  $0.3 \text{ gm/litre}$  ہے جب کہ دباؤ  $300 \text{ mm}$  ہے تب گیس کی  $C_p$ ,  $\bar{C}$  اور  $C_{rms}$  محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے

$$P = 0.3 \text{ gm/litr} = 0.3 \times 10^{-3} \text{ gm/cc}$$

$$P = 0.3 \text{ kg/m}^3$$

یا

$$P = 300 \text{ mm of mercury}$$

اور

$$= 0.3 \text{ m of mercury}$$

$$P = hdg = 0.3 \times 9.8 \times 13.6 \times 10^3$$

$$C_{rms} = \sqrt{\left(\frac{3P}{P}\right)}$$

لہذا

$$= \sqrt{\left(\frac{3 \times 0.3 \times 9.8 \times 13.6 \times 10^3}{0.3}\right)}$$

$$C_{rms} = 632.3 \text{ m/sec}$$

لہذا

$$C_p = 0.817 C_{rms} = 0.817 \times 632.3 = 516.5 \text{ m/sec}$$

$$\bar{C} = 0.921 C_{rms} = 0.921 \times 632.3 = 582.4 \text{ m/sec}$$

حل شدہ مثال 2

$5000k$  پر ہائیڈروجن کے سالمہ کی  $r_{rms}$  رفتار معلوم کیجئے دیا گیا ہے کہ  $k = 1.38 \times 10^{-23}$

حل: دیا گیا ہے کہ

$$K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ j/k}, T = 5000k$$

$$m = M/N = \left(\frac{2}{6.02 \times 10^{26}}\right) \text{ kg} = 0.333 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\therefore C_{rms} = \sqrt{\left(\frac{3kT}{m}\right)} = \sqrt{\left(\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 5000}{0.333 \times 10^{-26}}\right)}$$

$$C_{rms} = 7890 \text{ m/sec}$$

حل شدہ مثال 3

دباؤ کم مستقل رکھتے ہوئے کس تپش پر ہائیڈروجن کی روٹ مین اسکوائر رفتار اس کی NTP تپش سے دوگنی ہو جائے گی۔

حل: دیا گیا ہے کہ  
ہم جانتے ہیں

$$C_{rms} = \sqrt{\left(\frac{3kT}{m}\right)}$$

$$C_{rms} = a\sqrt{T}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$T_2 = ? \quad C_2 = 2C_1 T_1 = 273k \quad \text{دیا گیا ہے کہ}$$

$$\frac{C_1}{2C_1} = \sqrt{\frac{2T_3}{T_2}}$$

$$t_2 = 1092 - 273, T_2 = 4 \times 273 \quad \text{مربع لینے پر}$$

$$= 819^0 \quad T_2 = 1092K$$

## 1.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- P دباؤ، حجم V اور تپش مطلق T کے درمیان رشتہ کی مساوات کامل گیس مساوات کہلاتی ہے۔  $Pv = nRT$  جہاں n سالموں کی تعداد اور R یونیورسل گیس مستقل۔

$$P = \frac{1}{3} \frac{mnc^{-2}}{V} = \frac{1}{3} \frac{m^{-2}}{V} c = \frac{1}{3} pc^{-2} = \text{کائی نیٹک تھیوری کی بنیاد پر ایک گیس کا عائد کردہ دباؤ}$$

- جہاں  $v =$  برتن کا حجم،  $n =$  سالموں کی تعداد،  $m =$  سالمی کی کمیت،  $mn = M =$  گیس کی کمیت،  $p =$  گیس کی کثافت  $\bar{C}^2$  میں اسکوائر رفتار

$$\frac{3}{2} KNT = \text{سالمہ کی ٹرانس لیٹری حرکی توانائی}$$

$$P = \frac{2}{3} (K.E) = \text{گیس کا دباؤ فی کائی حجم سالمات کی ٹرانس لیٹری توانائی کا دو تہائی ہوتا ہے}$$

- مین فری پاتھ وہ اوسط فاصلہ ہے۔ جو ایک سلامہ و متواتر تصادم کے درمیان طے کرتا ہے۔

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi nd^2}$$

جہاں n عددی کثافت اور d سالمہ کا قطر ہے۔

$$\bar{C} = 1.59 \sqrt{\frac{kT}{m}} = \text{اور تپ اسپید}$$

- موسٹ پروبیل اسپیڈ  $Cp = 1.41 \sqrt{\frac{kT}{m}}$  جہاں  $k$  = بولٹزمن مستقل ہے۔
- روٹ میان اکسوائز اسپیڈ  $T Crms = 1.73 \sqrt{\frac{kT}{m}}$  تپش مطلق اور  $m$  سالمہ کی کمیت

## 1.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Degree of Freedom (ڈگری + آف + فریڈم): ایک گیس کے سالمہ کی آزادانہ حرکت کو بیان کرنے کے لیے درکار متغیر کی تعداد
- Translatory Energy (ٹرانلس + لے + ٹری + انر + جی): ذرہ کی ایک خط میں حرکت کی وجہ سے حاصل توانائی۔
- Rotational Energy (رو + ٹیشن + ٹل + انر + جی): ذرہ کو گردش کی وجہ سے حاصل توانائی

## 1.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 1.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. ایک گیس کی کوئی نیک انرجی اور دباؤ کے درمیان رشتہ لکھیے۔
2. مین فری پاتھ سے کیا مراد ہے؟
3. ایک گیس میں مظہر ٹرانسپورٹ میں کون سی طبعی مقدار منتقل ہوتی ہیں؟
4.  $Cp$ ,  $\bar{C}$  اور  $Crms$  کے درمیان نسبت لکھیے۔
5. پورٹج اسپیڈ کی مساوات ہے۔

$$1.41 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (b) \qquad 1.59 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (a)$$

$$\sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (d) \qquad 1.73 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (c)$$

6. سالمہ کی موسٹ پروبیل اسپیڈ کی مساوات ہے۔

$$1.41 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (b) \qquad 1.59 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (a)$$

$$\sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (d) \qquad 1.73 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (c)$$

7. سالمہ کی rms اسپیڈ کی مساوات ہوگی۔

$$1.41 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (b) \qquad 1.59 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (a)$$

$$\sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (d) \qquad 1.73 \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (c)$$

8. ذیل میں سے کون سا رشتہ صحیح ہے۔

$$Crms < \bar{C} < Cp \quad (b) \qquad \bar{C} = Cp = Crms \quad (a)$$

$$\bar{C} < Crms < Cp \quad (d) \qquad Crms > \bar{C} > Cp \quad (c)$$

9. ایک گیس کی تپش مطلق میں 4 گنا اضافہ کیا جائے اس کی rms اسپید میں اضافہ ہو گا۔

$$(a) \quad \text{چار گنا} \qquad (b) \quad 2 \text{ گنا}$$

$$(c) \quad \text{تین گنا} \qquad (d) \quad \frac{1}{4} \text{ گنا}$$

1.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. مختصر طور پر سالمات کی اسپید کے میکس ویل ڈسٹری بیوشن کلیہ کی وضاحت کیجئے۔
2. سالمات کی اور تپ اسپید موسٹ پروبیل اور rms اسپید کے درمیان فرق واضح کیجئے۔

1.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ایک گیس میں سالمات کی اسپید کے لیے میکس ویل کے ڈسٹری بیوشن کلیہ کو اخذ کیجئے۔
2. ایک گیس میں سالمات کی اسپید کے لیے میکس ویل کے ڈسٹری بیوشن کلیہ کو بیان کیجئے۔
3. اپور تپ اسپید موسٹ پروبیل اسپید اور rms اسپید کی مساواتیں TK اور m کی رقوم میں اخذ کیجئے۔

1.8.4 غیر حل شدہ سوالات ((Unsolved Questions))

1.  $5000k$  تپش پر ہائیڈروجن کے سالمہ کی rms اسپید محسوب کیجئے۔ جب کہ  $m = 0.333 \times 10^{-26}$

(جواب:  $7890m/s$ )

2.  $27^{\circ}C$  پر ہائیڈروجن کے سالمہ کی اور تپ اسپید  $450ms$  ہے  $927^{\circ}C$  پر اس کی اور تپ اسپید کیا ہوگی۔ (جواب:  $900m/s$ )

3. کس تپش پر ایک گیس کے سالمہ کی rms اسپید اس کے  $0^{\circ}C$  اسپید کے نصف ہو جائے گی۔ (جواب:  $-204.750C$ )

4. ہائیڈروجن کے سالمہ rms اسپید  $2km/s$  ہے۔ اسی تپش پر آکسیجن کے سالمہ کی rms اسپید کیا ہوگی۔ (جواب:  $0.5km/s$ )

5. اگر ہائیڈروجن کے وسکاٹی کے کوئی فی شنٹ کی قیمت  $8.6 \times 10^{-6} N - S/m^2$  ہو تو اسکے تھرمل کنڈکٹیویٹی کے کوئی شنٹ کی قیمت معلوم کیجئے دیا گیا ہے کہ  $Cv = 1.1 \times 10^4 Jkmole^{-1}k^{-1}$  جواب:  $0.09wm^{-1}$

---

### 1.9 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

---

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodyanmics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.



# اکائی 2- میکس ویل کے تقسیمی کلیہ

(Maxwell's Distribution Law)

	اکائی کے اجزا
تمہید	2.0
مقاصد	2.1
ملر-کش کے تجرباتی طریقے سے میکس ویل کے تقسیمی کلیہ کی تصدیق	2.2
توانائی کی یکساں تقسیم کا کلیہ (لا آف ایکوی پارٹیشن آف انرجی)	2.3
گیسوں کی لزوجیت (گیسوں کی وس کا سٹی)	2.4
حراری ایصالیت (تھرمل کنڈکٹیویٹی)	2.5
حل شدہ مثالیں	2.6
اکتسابی نتائج	2.7
کلیدی الفاظ	2.8
نمونہ امتحانی سوالات	2.9
معروضی جوابات کے حامل سوالات	2.9.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	2.9.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	2.9.3
غیر حل شدہ سوالات	2.9.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	2.10

## 2.0 تمہید (Introduction)

طبیعیات میں (خاص طور پر شماریاتی میکائیکس میں)، میکسویل-بولٹز مین کی تقسیم، یا میکسویل-ian تقسیم، ایک خاص میکائی تقسیم ہے جس کا نام جیمز کلرک میکسویل اور لڈوگ بولٹز مین کے نام پر رکھا گیا ہے۔ یہ سب سے پہلے مثالی گیسوں میں ذرہ کی رفتار کو بیان کرنے کے لیے بیان اور استعمال کیا گیا تھا، جہاں ذرات ایک دوسرے کے ساتھ بات چیت کیے بغیر ایک اسٹیشنری کنٹینر کے اندر آزادانہ طور پر حرکت کرتے ہیں، سوائے انتہائی مختصر ٹکراؤ کے جس میں وہ ایک دوسرے کے ساتھ یا اپنے تھرمل ماحول کے ساتھ توانائی اور رفتار کا تبادلہ کرتے ہیں۔ اس تناظر میں "ذرہ" کی اصطلاح صرف گیسوی ذرات (ایٹم یا مالیکیول) سے مراد ہے، اور ذرات کا نظام تھر موڈیناٹک توازن تک پہنچ گیا ہے۔ اس طرح کے ذرات کی توانائیاں اس کی پیروی کرتی ہیں جسے میکسویل-بولٹز مین شماریات کے نام سے جانا جاتا ہے، اور رفتار کی شماریاتی تقسیم ذرہ کی توانائیوں کو حرکی توانائی کے ساتھ مساوی کر کے حاصل کی جاتی ہے۔

گیسوں کے نظریہ تحرک کے مطابق ایک گیس کثیر سالمات پر مشتمل ہوتی ہے۔ جو ہر وقت حالت حرکت میں رہتے ہیں۔ یہ سالمات ہمہ وقت آپس میں دیواروں سے ٹکراتے رہتے ہیں اس لیے ان کی رفتاریں اور سمت بدلتی رہتی ہے۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ گیس میں سالمات تمام تر ممکنہ رفتاروں کے ساتھ حرکت میں رہتے ہیں۔ لیکن ایک معینہ تپش پر گیسوں کی اوسط جذر المرابع (روٹ مین اسکوائر) رفتار تبدیل نہیں ہوتی۔ گیس کے سالمات میں چالوں کی تقسیم کا کلیہ سب سے پہلے میکسویل نے پیش کیا۔ اس اکائی میں میکسویل کے تقسیمی کلیہ کی تصدیق کے لیے ملر۔کش نے ایک تجزیہ انجام دیا ان کا تجربہ پیش کیا۔

## 2.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

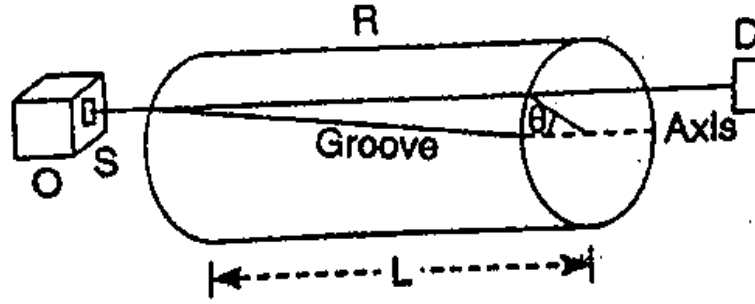
- ملر۔کش کے تجرباتی طریقے سے میکسویل کے تقسیمی کلیہ کی تصدیق کریں گے۔
- توانائی کی یکساں تقسیم کا کلیہ (لا آف ایکوی پارٹیشن آف انرجی) کے بارے میں جانیں گے۔
- گیسوں کی لزوجیت (گیسوں کی وس کا سٹی)، حراری ایصالیت (تھرمل کنڈکٹیویٹی) پر بھی بحث کریں گے۔

## 2.2 ملر۔کش کے تجرباتی طریقے سے میکسویل کے تقسیمی کلیہ کی تصدیق

(Experimental Verification of Maxwell's Distribution Law by Miler Kaush Method)

میکسویل کے تقسیمی کلیہ کی تصدیق کے لیے ملر۔کش نے ایک تجزیہ انجام دیا ان کے تجرباتی آلات کو شکل (2.1) میں دکھا گیا ہے۔ یہ آلہ ایک بھٹی (Oven) پر مشتمل ہوتا ہے۔ جس میں تھیلیم کے بخارات کو بھر دیا جاتا ہے۔ یہ بخارات اوون سے ایک سلٹ (جھری) S کے ذریعہ خارج ہوتے ہیں اور ایک گردشی استوانہ R سے ٹکراتے ہیں اس استوانے میں کئی مرغولہ نما

خانے (Grooves) بنے ہوتے ہیں۔ اس استوانہ سے گزر کر سالمات سراع گرا (Detector) پر آتے ہیں۔ جہاں ان کی حدت (Intensity) ریکارڈ کی جاتی ہے۔ اس ترتیب کو ایک خلائی چیمبر (Chamber) میں رکھا جاتا ہے۔  
اس ترتیب میں گردش استوانہ بطور رفتار کے سلکٹر (Selector) کے کام کرتا ہے استوانہ کی ایک مخصوص زاویائی رفتار پر ہی معین رفتار کے سالمات مرغولہ نما خانوں سے گزرتے ہیں اور ڈی تکثر تک پہنچتے ہیں۔



شکل (2.1)

فرض کیجئے کہ استوانہ کی زاویائی رفتار  $\omega$  اور D تک پہنچنے والے سالمات کی رفتار  $v$  ہے۔ تب سالمات کو استوانہ سے گزرنے درکار وقت:

$$t = \frac{L}{v} \quad \text{جہاں } t \text{ کا استوانہ طول ہے۔} \quad (2.1)$$

$$t = \frac{\theta}{\omega} \quad \text{مزید} \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{v} = \frac{\theta}{\omega} \quad \text{مساوات (2.1) اور (2.2) کو ملانے پر}$$

$$v = \frac{L\omega}{\theta} \quad (2.3)$$

استوانہ کی زاویائی رفتار اس طرح اڈجسٹ (Adjust) کی جاتی ہے کہ مختلف رفتار کے سالمات مرغولہ نما خانوں سے گزر سکیں اور ڈی تکثر سے ٹکرا سکے۔ ڈی تکثر جن سالمات کی حدت کی پیمائش کرتا ہے اس حدت کا انحصار سالمات کی اس رفتار پر ہوتا ہے جسے مرغولہ نما خانہ منتخب کرتا ہے۔ اس طرح ایک مخصوص رفتار پر سالمات کی تعداد، سالمات کی حدت سے معلوم کی جاتی ہے جسے تکثر ریکارڈ کرتا ہے یہ مشاہدہ کیا گیا ہے کہ چالوں کی تقسیم میکس ویل کے تقسیمی کلیہ سے مطابقت رکھتی ہے۔

### 2.3 توانائی کی یکساں تقسیم کا کلیہ (Law of Equi-Partition of Energy)

- i. اوسط آزاد فاصلہ (مین فری پاتھ) (Mean Free Path)
- ii. مظہر حمل (ٹرانسپورٹ فینومنا) (Transport Phenomena)
- iii. آزادی کے درجات (ڈگریس آف فریڈم) (Degrees of Freedom)



ایک گیس کے سالمات کی وضع (پوزیشن) اور کونفی گریشن (Configuration) کو بیان کرنے کے لئے درکار آزاد متغیر (Independent variable) کی تعداد ڈگری آف فریڈم کہلاتی ہے۔ ان کی تعداد  $f$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اور ہر ڈگری آف فریڈم کی توانائی  $\frac{1}{2}KT$  ہوتی ہے۔

یہ آزادانہ حرکت گردشی (رویٹیشنل)، انتقالی (ٹرانسلیشن) اور ارتعاشی (واہریشنل) یا ان میں سے کسی کا مجموعہ ہو سکتی ہے۔

1. ٹرانس لیٹری ڈگری آف فریڈم: ان آزادی کے درجات کی اعظم تعداد 3 ہوتی ہے جو ہیں:

$$\frac{1}{2}mV_x^2, \frac{1}{2}mV_y^2, \text{ اور } \frac{1}{2}mV_z^2$$

2. رویٹیشنل ڈگری آف فریڈم: ان آزادی کے درجات کی اعظم تعداد 3 ہوتی ہے۔ جو ہیں:

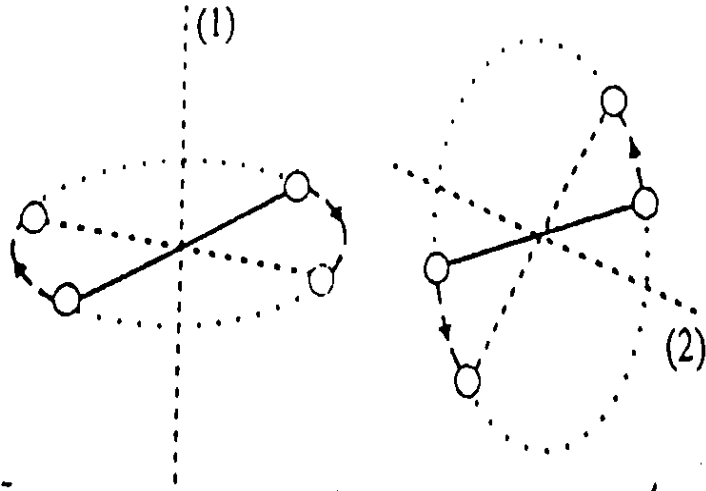
$$\frac{1}{2}IxW_x^2, \frac{1}{2}IyW_y^2, \text{ اور } \frac{1}{2}IzW_z^2$$

3. واہریشنل ڈگری آف فریڈم: ان آزادی کے درجات کی تعداد سالمات میں جوہروں کی تعداد اور ان کی ترتیب پر منحصر ہوتی ہے۔ ان درجات پر اسی وقت غور کیا جاتا ہے جب کہ تپش بہت زیادہ ہو۔

لا آف ایکوی پارٹیشن آف انرجی (Law of Equi Partition of Energy):

اگر ایک نظام تپش مطلق  $T$  پر حالت توازن میں ہے تو کل توانائی گیس کے سالمات کے مختلف آزادی کے درجات میں مساوی طور پر تقسیم ہوتی ہے اور ہر آزادی کے درجے کی توانائی  $\frac{1}{2}KT$  ہوتی ہے۔

ایک سالمہ جو فضا (Space) میں حرکت کرنے کے لیے آزاد ہو اس کے مقام کو متعین کرنے کے لیے 3 محدود (Coordinates) درکار ہوتے ہیں اگر اسے ایک مستوی میں حرکت کے لیے پابند کر دیا جائے تو 2 اور ایک خط پر حرکت کرنے کے لیے پابند کر دیا جائے تو اس کے مقام کو متعین کرنے کے لیے صرف 1 محدود چاہیے۔ اسی بات کو دوسرے انداز میں اس طرح بیان کیا جاسکتا۔ مان لیجئے کہ ایک خط پر حرکت کرنے کے لیے اس کا ڈگری آف فریڈم 1 ہے۔ ایک مستوی میں حرکت کرنے کے لیے 2 محدود اور فضا میں حرکت کرنے کے لیے 3 محدود درکار ہیں۔ ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک پورے جسم کی حرکت ٹرانس لیٹری ہے۔ اس ایک سالمہ کے جو فضا میں حرکت کے لیے آزاد ہے۔ اس کے تین ٹرانسلیری ڈگری آف فریڈم ہوتے ہیں اور ہر درجہ ایک ایسا رکن (Term) دیتا ہے جس میں حرکت کے کسی متغیر کا مربع شامل ہوتا ہے۔ مثلاً  $\frac{1}{2}mv_x^2$  اور اسی طرح کارکن یکساں طور پر  $V_y$  اور  $V_z$  ہیں۔ حرارت توازن میں ایسے ہر ایک رکن کی توانائی  $\frac{1}{2}KT$  ہوتی ہے۔



شکل (2.2): ایک دو جوہری سالمے کے دو غیر تابع گردش محور

ایک جوہری گیس جیسے آرگان، ہیلیم وغیرہ کے سالموں میں صرف ٹرانس لیشن ڈگری آف فریڈم کے درجات ہوتے ہیں جب کہ دو جوہری گیس کے سالمہ  $O_2$  میں انتقالی آزادی کے 3 درجات ہوتے ہیں۔ مزید یہ کہ اپنے مرکز کمیت کے گرد بھی گردش کر سکتا ہے۔ شکل (2.2) میں دو ایک دوسرے کے غیر تابع 1 اور 2 گردش محور دکھائے گئے ہیں جو آکسیجن دونوں جوہروں کو جوڑنے والے محور پر عمودوار ہیں جن کے گرد آکسیجن کے سالمات گردش کرتے ہیں۔ اس طرح سالمہ کے روٹیشنل ڈگری آف فریڈم ہیں جن میں سے ہر ایک کی کل توانائی جو ٹرانسلیٹری توانائی  $E_T$  گردش توانائی  $E_R$  پر مشتمل ہے، میں ایک رکن کا حصہ دیتا ہے اسی طرح

$$E_T + E_R = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 + \frac{1}{2}l_1w_1^2 + \frac{1}{2}l_2w_2^2$$

جہاں  $w_1$  اور  $w_2$  محور 1 اور محور 2 کے گرد زوائی رفتاریں اور  $I_1$  اور  $I_2$  ان کے متعلقہ جمود کے معیار اثر ہیں۔ نوٹ کریں کہ ہر روٹیشنل ڈگری آف فریڈم ایک ایسا ٹرم توانائی کو دیتا ہے جس میں حرکت کے گردش متغیر کا مربع شامل ہے۔

ہم نے اوپر یہ تصور کیا تھا کہ  $O_2$  سالمہ ایک استوار گردشہ (Rigid Rotor) ہے یعنی سالمہ گردش نہیں کرتا۔ یہ مفروضہ اگر چیکہ آکسیجن کے سالمہ کے لیے معمولی تپش پر صحیح ہے لیکن ہمیشہ یہ درست نہیں۔ سالمات جیسے CO کم تپش پر بھی ارتعاش کا ایک موڈ رکھتے ہیں یعنی اس کے جوہر بین جوہری محور پر ایک ابعادی ارتعاشی کی طرح ارتعاشی کرتے ہیں اور کل توانائی کو ایک ارتعاشی توانائی ٹرم  $E_v$  دیتے ہیں لہذا

$$E_v = \frac{1}{2}m \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2}ky^2$$

جہاں  $\frac{1}{2}ky^2$  سالمہ کی توانائی بالقوہ (P.E) کو ظاہر کرتا ہے۔ جہاں  $k$  قوت مستقل اور  $y$  ارتعاشی محدود ہے۔ اس طرح کل توانائی

$$E = E_T + E_R + E_v$$

توانائی کی یکساں تقسیم کا کلیہ نظری طور پر گیسوں کی حرارت نوعی کی تخمین میں استعمال کیا جاتا ہے۔

### اوسط آزاد فاصلہ (مین فری پاتھ) (Mean Free Path)

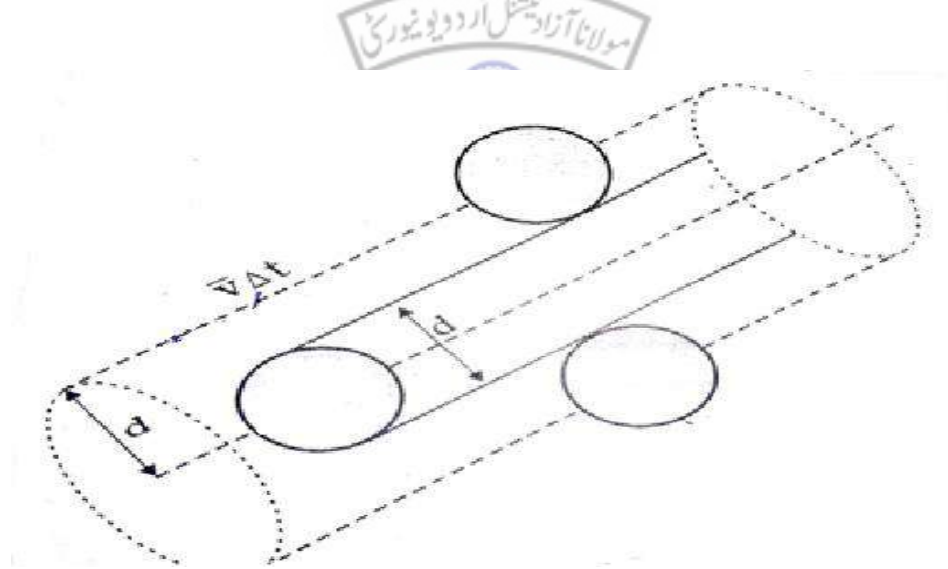
اہل گیس میں سالمہ کی چال کافی تیز اور آواز کی رفتار کے درجے کی ہوتی ہے۔ مان لیجئے کہ ایک گیس کے سالمہ کا قطر  $d$  ہے جس کی اوسط چال  $c$  ہے۔ دوران حرکت یہ ہر اس سالمہ سے ٹکرائے گا جس کے مرکز سے اس سالمہ کے مرکز کا فاصلہ  $d$  کے اندر ہے یہ وقت  $\Delta t$  میں گیس کا حجم  $\pi d^2 c \Delta t$  عبور کرتا ہے جس کے دوران کوئی بھی سالمہ اس سے ٹکرائے گا۔ شکل (2.2) ملاحظہ کیجئے۔ اگر سالمات کی تعداد فی اکائی حجم  $n$  ہے سالمہ سے  $\Delta t$  وقت میں  $n \pi d^2 \bar{c} \Delta t$  تصادم ہوتے ہیں یا تصادم کی شرح ہوگی  $n \pi d^2 \bar{c}$  یا دو متواتر تصادموں کے درمیان کا وقت ہوگا۔

$$\tau = \frac{1}{n \pi d^2 \bar{c}} \quad \text{-----}(2.4)$$

دو متواتر تصادموں کے درمیان سالمہ کا طے کردہ فارمولہ مین فری پاتھ کہلاتا ہے اس کو  $\lambda$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$\lambda = \bar{c} \tau \quad \text{-----}(2.5)$$

مساوات (2.5) کو اخذ کرنے میں ہم نے سالمات کو حالات سکون میں تصور کیا تھا۔



شکل (2.3)

لیکن دراصل تمام سالمات حرکت کر رہے ہیں ایک زیادہ درست طریقے سے مین فری پاتھ کی مساوات ہوتی ہے۔

$$\lambda = \frac{d}{\sqrt{2}} n \pi d^2 \quad \text{-----}(2.6)$$

ہوا کے سالمہ کے لیے  $\lambda$  اور  $\tau$  کی تخمین:

ہوا کے سالمات کی رفتار STD پر  $C = 485 \text{ m/s}$  ہوتی ہے۔ لہذا

$$n = \frac{\text{اوگا عدد ذرو}}{\text{گیس کا حجم}} = \frac{6.02 \times 10^{23}}{22.4 \times 10^{-3}}$$

$$n = 2.68 \times 10^{25} / \text{m}^3$$

$$\tau = 6.1 \times 10^{-10} \text{ اور } d = 2 \times 10^{-10} \text{ m}$$

لہذا مین فری پاتھ کی قیمت ہوگی

$$\lambda = 2.9 \times 10^{-7} \text{ m}$$

مظہر حمل (ٹرانسپورٹ مظہر) (Transport Phenomena)

ہم نے گیسوں کا نظریہ تحرک استعمال کرتے ہوئے یہ فرض کیا تھا کہ گیس حالت توازن میں ہے لیکن اگر گیس حالت توازن میں نہ ہو تو حسب ذیل نکات قابل غور ہیں۔

1. ایک گیس میں مختلف حصوں میں رفتار کے جز  $w, v, u$  اور  $w$  کی قیمت مساوی ہونا ضروری نہیں۔ جس کی وجہ سے گیس کی مختلف پرتوں کے درمیان ایک دوسرے کے لحاظ سے اضافی حرکت پیدا ہوتی ہے جس کی وجہ سے تیز رفتار پرتیں سست رفتار پرتوں کو مونٹم (معیار حرکت) منتقل کرتے تاکہ حالت توازن پیدا ہو جائے۔ اس مونٹم کے ٹرانسپورٹ کی وجہ سے گیسوں میں لزوجیت (وسکاسٹی) Viscosity پیدا ہوتی ہے۔

2. گیس کے مختلف حصوں میں تپش مختلف رہتی ہے۔ گیس کی حالت کو توازن میں لانے کے لیے گیس کے سالمات زیادہ تپش کے حصے سے کم تپش کے حصوں کو کائینٹک انرجی منتقل کرتے ہیں۔ حرارت کے اس ٹرانسپورٹ کی وجہ سے گیسوں میں ایصالیت (Conductivity) کا مظہر وجود میں آتا ہے۔

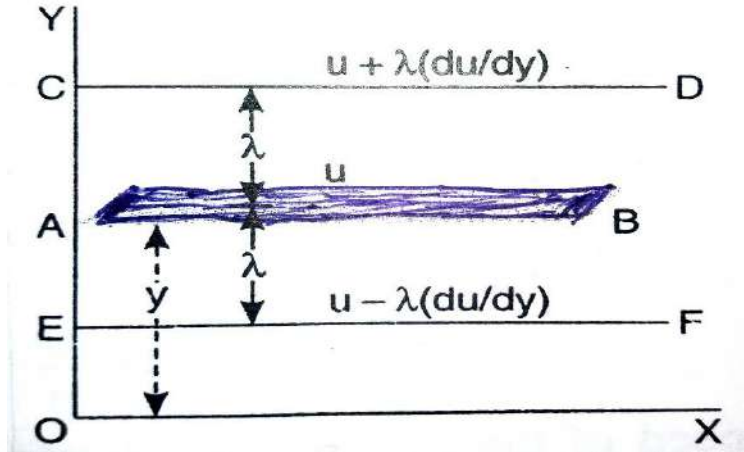
مندرجہ بالا نکات سے یہ واضح ہو گیا کہ مونٹم اور حرارت کے ٹرانسپورٹ سے گیسوں میں وسکاسٹی اور کن ڈکٹی ویٹی جیسے مظہر وجود میں آتے ہیں۔

## 2.4 گیسوں کی لزوجیت (گیسوں کی وسکاسٹی) (Viscosity of Gases)

گیسوں میں وسکاسٹی کے مظہر کو سمجھنے کے لیے ہم مین فری پاتھ کی اساس پر بحث کریں گے۔ فرض کیے ایک گیس افقی سطح OX پر بہہ رہی ہے۔ جس کی رفتار سمت OX میں سالمات کی حراری رفتار سے کم ہے۔ ملاحظہ کیجئے شکل (2.3)۔ سطح سے جو پرت حالت تماس میں ہوگی اس کی رفتار صفر ہوگی۔ جب ہم O سے عموداً Y کی سمت میں اوپر حرکت کریں گے۔ تب اس کی رفتار میں بتدریج اضافہ ہوگا جس کی حرکت کی شرح  $\left(\frac{du}{dy}\right)$  ہوگی۔ پرت AB پر غور کیجئے جو بالترتیب OX سے کچھ فاصلہ واقع ہے۔ مان لیجئے کہ پرت میں بہنے والی گیس کی رفتار

u ہے۔ مزید دو پرتوں CD اور EF پر غور کیجئے جو بالترتیب پرت AB سے اوپر اور نیچے واقع ہے۔ جن کا فاصلہ AB سے  $\lambda$  ہے جہاں  $\lambda$  سالمات کا مین فری پاتھ ہے۔

کوئی نی شینٹ آف وسکاسٹی سے مراد سیال کی پرتوں کے درمیان فی اکائی رقبہ فی اکائی رفتار کی ڈھلان عمل کرنے والی مماسی قوت ہے جو سیال کی حرکت کو متاثر کرتی ہے۔



شکل (2.4)

AB سے اوپر کی پرت AB سے نیچے کی پرت پر ایک مماسی (Tangential) قوت عائد کرتی ہے جس کی وجہ سے وہ آگے کی سمت ایک اسراع سے حرکت کرتی ہے۔ دوسری جانب AB سے نیچے کی پرت AB سے اوپر کی پرت ایک مساوی مماسی قوت عائد کرتی ہے جس کی وجہ سے وہ مخالف سمت (پچھے کی جانب) اسراع سے حرکت کرتی ہے اس طرح AB کے دونوں جانب کی پرتوں میں رفتاروں کا فرق ہو گا جس کی وجہ سے پرتوں کے درمیان ایک مماسی قوت عمل کرتی ہے جو گیس کی حرکت کی مخالفت کرتی ہے۔ اس قوت کو لزوجی (وسکس) قوت اور اس خاصیت کو سیال کی لزوجیت (وسکاسٹی) کسی بھی سیال وسکاسٹی سے مراد اس کی پرتوں کے درمیان عمل کرنے والی مماسی قوت فی اکائی رقبہ فی اکائی رفتار کی ڈھال (Velocity Gradient) ہے۔ یعنی

$$F = \eta \frac{du}{dy}$$

$$\eta = F \frac{du}{dy}$$

پرت AB سے اوپر کے سالمات کے بہاؤ کی رفتار زیادہ ہے لہذا ان کی اوسط مومنٹم بہاؤ کی سمت میں ان سالمات سے زیادہ ہوگی جو پرت AB سے نیچے کی جانب بہ رہے ہیں۔

لہذا حراری پیمان (تھرمل ایجنٹیشن) کی وجہ سے کچھ سالمات جو AB سے اوپر ہیں وہ نیچے کی جانب اور جو AB سے نیچے ہیں وہ اوپر کی جانب حرکت کریں گے۔ گیس کی پیش قدمی کی وجہ سے Y سمت میں کمیت کی حرکت نہیں ہوتی ہے۔ اس لیے جن کا مومنٹم کم ہے اور اوپر کی جانب حرکت کریں گے۔

نیچے سے اوپر اور اوپر سے نیچے جانے والے سالمات کی تعداد آپس میں مساوی ہوتی ہے۔ اس طرح سے AB سے نیچے کی پرت میں سست بہاؤ کی وجہ سے مومنٹم میں اضافہ ہوتا ہے جب کہ AB سے اوپر کی پرت کے تیز بہاؤ کی وجہ سے مومنٹم میں کمی ہوتی ہے۔ نیوٹن کے کلیہ کے بموجب مومنٹم میں اضافہ کا مطلب آگے کی جانب عمل کرنے والی قوت اور مومنٹم میں کمی کا مطلب پیچھے کی جانب عمل کرنے والی قوت ہے۔ اس لیے AB سے اوپر کی پرت پیچھے کی جانب ایک قوت مزاحم (Retarding Force) عائد کرتی ہے۔ جب کہ AB سے نیچے کی پرت پر آگے کی جانب ایک اسراعی قوت عمل کرتی ہے جو گیسوں میں وسکاسٹی کا سبب بنتی ہے لہذا اہم وسکاسٹی کو ایک ایسا مظہر کہہ سکتے ہیں جو مومنٹم کے ٹرانسپورٹس پیدا ہوتا ہے۔

### وسکاسٹی کی مساوات (Equation of Viscosity)

فرض کیجئے کہ ایک گیس کے سالمات کی تعداد فی اکائی حجم  $n$  ہے۔ تھرمل ایگٹیٹیشن کی وجہ سے ہر سمت میں ان کی اوسط رفتار  $\bar{C}$  ہے۔ ہم ان سالمات پر غور کریں گے جو مستوی AB سے فی اکائی رقبہ مستوی CD اور مستوی EF کو عبور کرتے ہیں AB سے مین فری پاتھ  $\lambda$  پر واقع ہیں۔ یہاں یہ نکتہ یاد رکھیں کہ جب سالمات کی AB پر آمد ہوتی ہے۔ تب پہلا تصادم واقع ہوتا ہے یعنی مومنٹم کے ٹرانسپورٹ کا عمل وقوع میں آتا ہے۔ فرض کیجئے کہ ایک تہائی سالمات تینوں محوروں کے متوازی سمت میں حرکت کر رہے ہیں۔ AB سے اوپر اور نیچے حرکت کرنے والے سالمات کی تعداد مساوی ہوگی لہذا  $n/6$  سالمات کی اوپر کی جانب اور اتنے ہی سالمات نیچے کی جانب حرکت کریں گے۔ کیونکہ سالمات کی اوسط رفتار  $\bar{C}$  ہے اس لیے اکائی رقبہ اکائی سینڈ عبور کرنے والے سالمات کی تعداد ہر دو جانب  $nc/6$  ہوگی۔ اگر ہر ایک سالمہ کی کیت  $m$  ہو تب AB کا اکائی رقبہ فی اکائی سینڈ عبور کرنے والے سالمات کی تعداد ہوگی  $mn\bar{C}/6$

$$\text{پرت CD میں گیس کی رفتار } \left(u + \lambda \frac{du}{dy}\right)$$

$$\text{پرت EF میں گیس کی رفتار } \left(u - \lambda \frac{du}{dy}\right)$$

جہاں  $u$  پرت AB کی جانب گیس کے بہاؤ کی رفتار اور  $\frac{du}{dy}$  پرت CD سے EF کی جانب رفتار کی ڈھلان ہے۔

سالمات کو AB سے فی اکائی رقبہ فی اکائی سینڈ عبور کرنے کے دوران نیچے یعنی CD کی جانب مومنٹم کی منتقلی ( $P_1$ ) ہوگی۔

رفتار  $\times$  کیت =  $P_1$

$$P_1 = \frac{mn\bar{C}}{6} \times \left(u - \lambda \frac{du}{dy}\right)$$

اس طرح اوپر یعنی EF کی جانب مومنٹم کی منتقلی  $P_2$  ہوگی۔

$$P_2 = \frac{mn\bar{C}}{6} \times \left(u + \lambda \frac{du}{dy}\right)$$

فی اکائی سینڈ کل مومنٹم کی منتقلی ہوگی۔

$$P_1 - P_2 = \frac{mn\bar{C}}{6} \times \left(u - \lambda \frac{du}{dy}\right) - \frac{mn\bar{C}}{6} \times \left(u + \lambda \frac{du}{dy}\right)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{6} mn\bar{c} \left( u + \lambda \frac{du}{dy} - u + \lambda \frac{du}{dy} \right)$$

$$= \frac{1}{3} mn\bar{c}\lambda \frac{du}{dy}$$

گیس کی بہاؤ کی توازن شرط کے مطابق مومنٹم کے فی اکائی رقبہ فی اکائی سکینڈ منتقلی مساوی ہوتی ہے پرتوں کے درمیان عمل کرنے والی مماسی قوت کے۔

$$F = \frac{1}{3} mn\bar{c}\lambda \left( \frac{du}{dy} \right) \quad \text{لہذا}$$

اب ہم شرح لزوجیت (کوئی فی شینیٹ آف وسکاسٹی) کی تعریف اس طرح کرتے ہیں کہ "یہ وہ نسبت ہے جو مماسی قوت اور رفقاری ڈھلان کے درمیان پائی جاتی ہے اس کو  $\eta$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$\eta = \frac{1}{3} mn\bar{c} \left( \frac{du}{dy} \right)$$

$$\eta = \frac{1}{3} mn\bar{c}\lambda = \frac{1}{3} \rho \bar{c}\lambda$$

جہاں  $\rho = mn$  گیس کی کثافت

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} n \Pi d^2$$

$$\eta = \frac{m\bar{c}}{3\sqrt{2}\Pi d^2}$$

نتیجہ:

اوپر کی مساوات سے ہم حسب ذیل نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں۔

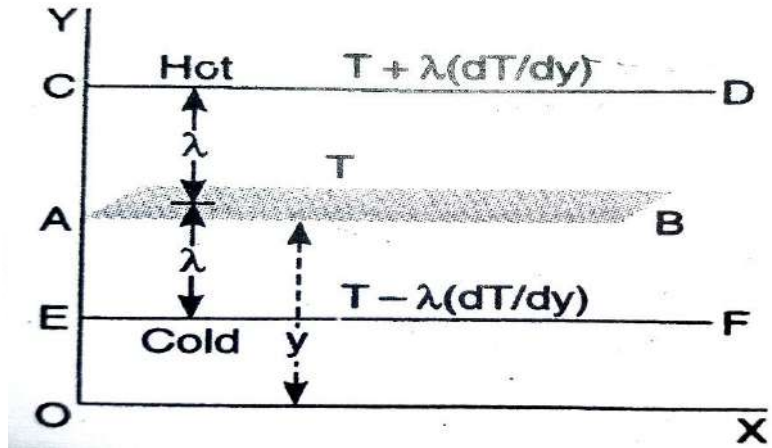
- i. شرح وسکاسٹی کا انحصار گیس کے دباؤ یا کثافت پر نہیں ہوتا کیونکہ مساوات n شامل نہیں ہے۔
- ii. n راست تناسب میں ہے سالمات کی اوسط رفتار  $\bar{C}$  کے
- iii. اور یہ اوسط رفتار  $\bar{C}$  راست تناسب میں ہے تپش مطلق کے جزر المربع کے یعنی  $\bar{C} \propto \sqrt{T}$
- iv. n معکوس تناسب میں ہے سالمات کے قطر کے مربع کے
- v. n راست تناسب میں سالمات کی کمیت کے۔

## 2.5 حراری ایصالیت (تھرمل کنڈکٹیویٹی) (Thermal Conductivity)

ایک گیس کے زیادہ تپش کے مقام سے کم تپش کے مقام کو حراری توانائی کی منتقلی مظہر ٹرانسپورٹ کا سبب بنتی ہے جس سے گیسوں میں کنڈکٹیویٹی واقع ہوتی ہے۔

گیسوں میں تھرمل کنڈکٹیویٹی کے مظہر کی لزوجیت کی طرح گیسوں کے نظریہ تحرک کی بنیاد پر وضاحت کی جاتی ہے۔ اس مظہر میں گیس کے سالمات حامل حرارت ہوتے ہیں۔

حرارت کی وہ مقدار جو فی اکائی رقبہ فی اکائی تپش کی ڈھلان بہتی ہے کوئی فی شینٹ تھرمل کنڈکٹیویٹی کہلاتی ہے۔ اس کی اکائی  $WM^{-1}K^{-1}$  ہے اس کی علامت K ہے۔



شکل (2.5)

فرض کیجئے ایک گیس حالت سکون میں ہے اور اسے کئی پرتوں میں تقسیم کیا گیا۔ ایک پرت کے سالمات کی تپش دوسری پرت کے سالمات سے مختلف ہوتی ہے۔ اس طرح دو پرتوں کے درمیان گیس میں ایک ہموار تپش کی ڈھلان  $\left(\frac{dT}{dy}\right)$  قائم ہو جاتی ہے۔ فرض کیجئے کہ پرت OX سرد ہے اور تپش میں OY کی سمت (اوپر کی جانب) بتدریج اضافہ ہوتا ہے۔ ملاحظہ ہو شکل 2.5 ایک پرت AB تصور کیجئے جو OX سے Y فاصلہ پر واقع ہے اور جس کی تپش T اور AB کے دونوں جانب دو پرتیں CD اور EF واقع ہیں جن کا فاصلہ AB سے λ (میں فری پاتھ) پر واقع ہے۔ جن کی تپش بالترتیب  $\left(T + \lambda \frac{dT}{dy}\right)$  اور  $\left(T - \lambda \frac{dT}{dy}\right)$  ہے۔

کنڈکٹیویٹی کا مظہر توانائی کے تبادلہ سے ہوتا ہے۔ مستوی AB سے اوپر کے سالمات زیادہ تپش پر ہے بہ نسبت AB کے نیچے کے سالمات کے۔ اس لئے جو سالمات CD سے آتے ہیں اور نیچے کی جانب AB کو عبور کرتے ہیں ان کی توانائی بالحرکت زیادہ ہوتی ہے کیونکہ ان کی تپش زیادہ ہوتی ہے ان سالمات سے جو EF سے اوپر کی جانب AB کو عبور کرتے ہیں جس کی وجہ سے AB کے نچلے حصے کے سالمات کی تپش میں مسلسل اضافہ ہوتا ہے۔ جب کہ AB کے اوپری حصے کے سالمات کی تپش میں مسلسل کمی ہوتی ہے اس طرح گیس میں کنڈکٹیویٹی کے طریقے سے توانائی کا تبادلہ ہوتا رہتا ہے جب کہ گیس حراری توازن میں نہ آجائے۔



تھرمل کنڈکٹیویٹی کی مساوات (Expression for Thermal Conductivity):

حراری ہیجان کی وجہ سے گیس کے سالمات پر سمت میں حرکت کرتے رہتے ہیں۔ ہم یہ تصور کریں گے کہ گیس کے ایک تہائی سالمات X محور کے متوازی ایک تہائی Y محور کے متوازی اور ایک تہائی Z کے متوازی حرکت کر رہے ہیں۔ پرت AB کوئی اکائی رقبہ فی اکائی سیکنڈ عبور کرنے والے سالمات کی تعداد۔

$$n\bar{c}/6$$

ہوگی جہاں n سالمات کی تعداد فی اکائی حجم ہے اور  $\bar{c}$  سالمات کی اوسط رفتار ہے۔ اگر سالمات کی کمیت m ہو تب جملہ سالمات کی کمیت ہو AB کا اکائی فی اکائی سیکنڈ عبور کر رہے ہیں ان کی کمیت ہوگی۔

$$mn\bar{c}/6$$

اگر پرت AB کو نیچے کی جانب فی اکائی سیکنڈ فی اکائی رقبہ عبور کرنے والے سالمات حراری توانائی  $Q_1$  کے حامل ہوں تب۔

تپش x حرارت نوعی x کمیت  $Q_1 =$  حراری توانائی

$$Q_1 = \frac{mn\bar{c}}{6} C_v \left( T + \lambda \frac{dT}{dy} \right)$$

اسی طرح پرت AB کو اوپر کی جانب فی اکائی رقبہ اکائی سیکنڈ عبور کرنے والے سالمات  $Q_2$  حرارت توانائی کے حامل ہوں تب۔

$$Q_2 = \frac{mn\bar{c}}{6} C_v \left( T + \lambda \frac{dT}{dy} \right)$$

لہذا توانائی کا مجموعہ تبادلہ Q ہو تب  $Q = Q_1 = Q_2$

$$Q = \frac{mn\bar{c}}{6} C_v \left( T + \lambda \frac{dT}{dy} \right) - \frac{mn\bar{c}}{6} C_v \left( T - \lambda \frac{dT}{dy} \right)$$

$$Q = \frac{1}{6} mn\bar{c} C_v \left( T + \lambda \frac{dT}{dy} - T + \lambda \frac{dT}{dy} \right)$$

$$Q = \frac{1}{3} mn\bar{c} C_v \lambda \frac{dT}{dy}$$

حرارت کی وہ مقدار جو فی اکائی رقبہ فی اکائی تپش کی ڈھلان بہتی ہے شرح حراری ایصالیت (کوئی فی سینٹ آف تھرمل کنڈکٹیویٹی)

ویٹی) کہلاتی ہے جس کو K سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$K = \frac{Q}{\frac{dT}{dy}} = \frac{1}{3} \frac{mn\bar{c} C_v}{\frac{dT}{dy}} \lambda \frac{dT}{dy}$$

$$K = \frac{1}{3} mn\bar{c} C_v \lambda$$

( $mn = p$  گیس کی کثافت) لہذا

$$K = \frac{1}{3} \rho \bar{c} C_v \lambda$$

ہم جانتے ہیں کہ  $\lambda = 1/\sqrt{2} \pi d^2 n$

$$K = \frac{1}{3} mn \bar{c} C_v \sqrt{2} \pi d^2 n \quad \text{لہذا}$$

$$K = \frac{1 mn \bar{c} C_v}{3 \sqrt{2} \pi d^2 n}$$

نتیجہ:

i. مساوات میں n میں شامل نہیں ہے۔ اس لیے دی ہوئی تپش پر K کا انحصار گیس کے دباؤ نہیں ہوتا۔

ii. کیونکہ  $\bar{c} \propto \sqrt{T}$  لہذا کسی گیس کے لیے K راست تناسب میں رہتی ہے تپش مطلق کے جذر المربع کے۔

iii. شرح کنڈکٹیویٹی اور شرح وسکاسٹی کے درمیان رشتہ

$$\eta = \frac{1}{3} mn \bar{c} \lambda, \quad \frac{K}{\eta} = C_v \quad \text{اور} \quad K = \frac{1}{3} mn \bar{c} C_v \lambda$$

iv. ہم جانتے ہیں کہ  $m = M/N$  جہاں M = سالمی وزن اور N = اوگاڑو مستقل، K کی مساوات میں درج کرنے پر

$$K = \frac{1}{3 \sqrt{2}} \frac{\bar{c}}{\pi d^2} \left( \frac{M}{N} \right) C_v$$

$$K = \frac{1}{3 \sqrt{2}} \frac{C_v}{\pi d^2} \left( \frac{M}{N} \right) \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \text{ہم جانتے ہیں کہ } \bar{c} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \text{جہاں } K = \text{بولٹزمن مستقل درج کرنے پر}$$

اس سے معلوم ہوا کہ شرح تھرمل کنڈکٹیویٹی معکوس تناسب میں ہے گیس کے سالمات کی کمیت کے جذر المربع کے۔

## 2.6 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

دباؤ کم مستقل رکھتے ہوئے کس تپش پر ہائیڈروجن کی روٹ مین اسکوائر رفتار اس کی NTP تپش سے دوگنی ہو جائے گی۔

حل: ہم جانتے ہیں

$$C_{rms} = \sqrt{\left( \frac{3kT}{m} \right)}$$

$$C_{rms} = a \sqrt{T}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$T_2 = ? \quad C_2 = 2C_1 T_1 = 273k \quad \text{دیا گیا ہے کہ}$$

$$\frac{C_1}{2C_1} = \sqrt{\frac{273k}{T_2}}$$

$$t_2 = 1092 - 273 \quad T_2 = 4 \times 273 \quad \text{مرتب لینے پر}$$

$$= 819^\circ T_2 = 1092K$$

حل شدہ مثال 2

ناٹروجن کے سالمہ کا مین فری پاتھ  $10^\circ C$  ایک گرہ ہوائی کے دباؤ  $0.8 \times 10^{-5}$  ہے اسی تپش اور دباؤ پر سالمات کی تعداد فی اکائی حجم  $2.7 \times 10^{19} / CC$  تب سالمہ کا قطر محسوب کیجئے۔

$$d = ? \quad n = 2.7 \times 10^{19} \quad \lambda = 0.8 \times 10^{-5} cm \quad \text{حل: دیا گیا ہے کہ}$$

ہم جانتے ہیں کہ مین فری پاتھ کی مساوات

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n d^2}$$

$$d^2 = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n \lambda}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n \lambda} = \sqrt{\frac{1}{2 \times 3.14 \times 2.7 \times 10^{19} \times 0.8 \times 10^{-5}}} = 3.22 \times 10^{-8} cm$$

حل شدہ مثال 3

ہائیڈروجن کے ایک سالمہ کی توانائی بالحرکت  $0^\circ C$  پر  $5.64 \times 10^{-21}$  ہے اور مولار گیس مستقل  $R = 8.32 j/mole/k$  ہے تب اکا گارڈ نمبر کی قیمت محسوب کیجئے۔

$$\frac{1}{2} M n \bar{C}^2 = RT \quad \text{حل:}$$

$$PV \frac{1}{3} M n \bar{C}^2 = R \quad \text{دیا گیا ہے}$$

$$\frac{1}{3} M n \bar{E}^2 = RT$$

$$\therefore N = \frac{3RT}{M \bar{C}^2}$$

$$N = \frac{3RT}{2 \times \frac{1}{2} M \bar{C}^2} \quad \text{یا}$$

$$N = \frac{3 \times 8.32 \times 273}{2 \times 5.64 \times 10^{-21}} = 6.04 \times 10^{23}$$

$$N = 6.04 \times 10^{23}$$

#### حل شدہ مثال 4

NTP پر نائٹروجن کے سالمہ کا مین فری پاتھ  $8.85 \times 10^{-6} \text{ cm}$  اور سالمی رفتار  $4.5 \times 10^4 \text{ cm/sec}$  ہے۔

نائٹروجن کی سالمی کثافت  $1.25 \times 10^{-3} \text{ gm/cc}$  ہو تو نائٹروجن کی شروع و سکا سٹی محسوب کیجئے۔

حل:

دیا گیا ہے کہ

$$\eta = ? \text{ تب } = 1.25 \times 10^3 \text{ gm/cc } \bar{c} = 4.5 \times 10^4 \text{ cm/Sec } \lambda = 8.85 \times 10^{-3}$$

$$\eta = \frac{1}{3} \times p \bar{c} \lambda$$

$$= \frac{1}{3} \times 1.25 \times 10^{-3} \times 4.5 \times 10^4 \times 8.85 \times 10^{-3}$$

$$\eta = 166 \times 10^{-6} \text{ dynes/cm}^2 / \text{unit velocity gradient}$$

#### حل شدہ مثال 5

آکسیجن کے سالمہ کا قطر  $2.14 \times 10^{-10} \text{ m}$  اور مستقل حجم پر حرارت نوعی  $0.653 \times 10^3 \text{ j/kg/k}$  اور سالمہ کی

کیت  $5.31 \times 10^{-26}$  ہے اگر بولٹز من مستقبل  $1.38 \times 10^{-23}$  ہو تب  $0^\circ \text{C}$  پر آکسیجن کے سالمہ کی شرح تھرمل

کنڈکٹیویٹی محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ

$$K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ j/k}, m = 5.31 \times 10^{-23} \text{ kg}, Cv = 0.653 \times$$

$$10^3 \text{ m mks Unit}, d = 2.14 \times 10^{-10} \text{ m}$$

تب

$$K = ?$$

ہم جانتے ہیں

$$K = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{m \bar{c} Cv}{\pi d^2}$$

$$\bar{c} = \left( \frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2}$$

اور

$$= \left( \frac{8 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273}{3.14 \times 5.31 \times 10^{-26}} \right)^{1/2}$$

لہذا

$$\bar{c} = 425 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{m\bar{c}v}{d^2} = \frac{1}{3 \times 1.414} \times \frac{5.31 \times 10^{-26} \times 425 \times 0.653 \times 10^3}{3.14 \times 2.14 (10^{-10})^2} = 24 \times 10^{-3} \text{ mksuni}$$

حل شدہ مثال 6

دیا گیا ہے کہ ایک گیس کے سالمہ کا قطر  $3.069 \times 10^{-10} \text{ m}$  اور رفتار  $450 \text{ m/sec}$  ہے اور سالمے میں فی لمب میٹر  $2.7 \times 10^{25}$  سالمات ہیں تب سالمہ کا (i) مین فری پاتھ اور (ii) تصادم کی فریکوئنسی محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ

$$\lambda = ? \text{ تب } n = 2.7 \times 10^{25} \text{ اور } \bar{c} = 450 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, d = 3.069 \times 10^{-10}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} \quad \text{تصادم کی فریکوئنسی؟ ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$\lambda = \frac{1}{1.414 \times 3.1427 \times 10^{25} \times 3.069 (10^{-10})^2} = 8.853 \times 10^{-8} \text{ m} \quad \text{تب}$$

$$5.083 \times 10^9 / \text{sec} = \frac{450}{8.853 \times 10^{-8}} = \frac{\bar{c}}{\lambda} \quad \text{اور متعلقہ تصادم کی فریکوئنسی}$$

## 2.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- P دباؤ، حجم V اور تپش مطلق T کے درمیان رشتہ کی مساوات کامل گیس مساوات کہلاتی ہے۔  $Pv = nRT$  جہاں n سالموں کی تعداد اور R یونیورسل گیس مستقل۔
- ایک گیس میں ٹرانسپورٹ کے مظہر کی وجہ سے موومنٹ کی منتقلی و سکاوسٹی کا سبب اور توانائی کی منتقلی کنڈکٹیویٹی کا سبب بنتی ہے۔
- ایک گیس میں مختلف حصوں میں رفتار کے جز v, u اور w کی قیمت مساوی ہونا ضروری نہیں۔ جس کی وجہ سے گیس کی مختلف رفتاروں کے درمیان ایک دوسرے کے لحاظ سے اضافی حرکت پیدا ہوتی ہے جس کی وجہ سے تیز رفتار پر تیس سست رفتار پر توں کو موومنٹ (معیار حرکت) منتقل کرتے تاکہ حالت توازن پیدا ہو جائے۔ اس موومنٹ کے ٹرانسپورٹ کی وجہ سے گیسوں میں لزوجیت (وسکاسٹی) Viscosity پیدا ہوتی ہے۔
- گیس کے مختلف حصوں میں تپش مختلف رہتی ہے۔ گیس کی حالت کو توازن میں لانے کے لیے گیس کے سالمات زیادہ تپش کے حصے سے کم تپش کے حصوں کو کائینٹک انرجی منتقل کرتے ہیں۔ حرارت کے اس ٹرانسپورٹ کی وجہ سے گیسوں میں ایصالیت (Conductivity) کا مظہر وجود میں آتا ہے۔

## 2.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Degree of Freedom (ڈگری + آف + فریڈم): ایک گیس کے سالمہ کی آزادانہ حرکت کو بیان کرنے کے لیے درکار متغیر کی تعداد
- Translatory Energy (ٹرانسلس + لے + ٹری + انر + جی): ذرہ کی ایک خط میں حرکت کی وجہ سے حاصل توانائی۔
- Rotational Energy (رو + ٹیشن + نل + انر + جی): ذرہ کو گردش کی وجہ سے حاصل توانائی

## 2.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 2.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. کوئی فی شنٹ آف وسکاٹی اور کوئی فی شنٹ آف تھرمل کنڈکٹیویٹی کی مساواتیں لکھیے اور ان کے درمیان رشتہ لکھیے۔
2. NCC اور C ترسیم میں چوٹی پر کرو (Curve) غیر متشکل کیوں ہوتی ہے؟
3. ٹرانسپورٹ کے مظہر سے گیس میں کون سے طبیعی واقعات وجود میں آتے ہیں؟
4. پروبیبیلیٹی سے کیا مراد ہے؟
5. سالمہ کی rms اسپیڈ کی مساوات ہوگی۔
 

$1.41 \sqrt{\frac{kT}{m}}$ (b)	$1.59 \sqrt{\frac{kT}{m}}$ (a)
$\sqrt{\frac{kT}{m}}$ (d)	$1.73 \sqrt{\frac{kT}{m}}$ (c)
6. ذیل میں سے کون سا رشتہ صحیح ہے۔
 

$Crms < \bar{C} < Cp$ (b)	$\bar{C} = Cp = Crms$ (a)
$\bar{C} < Crms < Cp$ (d)	$Crms > \bar{C} > Cp$ (c)
7. کوئی سنٹ آف کنڈکٹیویٹی اور وسکاٹی کے درمیان نسبت ہوتی ہے۔
 

(a) تپش مطلق	(b) گیس کی ڈنسٹی
(c) حرارت نوعی	(d) حرارت مخفی
8. ایک گیس کی تپش مطلق میں 4 گنا اضافہ کیا جائے اس کی rms اسپیڈ میں اضافہ ہوگا۔
 

(a) چار گنا	(b) 2 گنا
(c) تین گنا	(d) 1/4 گنا

### 2.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. میکس ویل کی Speed کے ڈسٹری بیوشن کلیہ کی صداقت کے لیے Miller اور Kusch کا تجربہ بیان کیجئے۔
2. بتلایئے کہ کس طرح گیسوں کی کوئی نیک تھیوری مظہر ٹرانسپورٹ کی وضاحت کرتی ہے۔
3. حرر کیا تھیوری پر ویبیلٹی کی وضاحت کیجئے۔

### 2.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ایک گیس میں مظہر ٹرانسپورٹ سے کیا مراد ہے؟ کائی نیک تھیوری کی بنیاد پر ایک گیس میں کوئی فی شنٹ آف وسکاسٹی کی مساوات اخذ کیجئے۔
2. کالی نیک تھیوری کی بنیاد پر ایک گیس میں تھرمل کنڈکٹیویٹی کی مساوات اخذ کیجئے۔

### 2.9.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1.  $100c$  پر ہوا کے تھرمل کنڈکٹیویٹی کے کوئی شنٹ کی قیمت محسوب کیجئے۔ دیا گیا ہے کہ اکائی  $C_p = 15.5 \times 10^{-10}$  اور قطر  $8 \times 10^{-26}$  ہے۔  $k = 1.38 \times 10^{-23} j/k$  کے ساتھ  $10^3 mks$  کے ساتھ کی قیمت  $12.29 \times Jm^{-1}s^{-1}k^{-1}$  (جواب:  $12.29 \times Jm^{-1}s^{-1}k^{-1}$ )
2. کس تپش پر ہائیڈروجن کے ساتھ کی اروج اسپینڈ نائٹروجن کے ساتھ کی اروج اسپینڈ کے مساوی ہوگی جب کہ نائٹروجن کا ساتھ  $35^\circ C$  تپش پر ہے؟ (جواب:  $-251^\circ C$ )

### 2.10 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemankys
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodyanmics Core Physcis III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugeshan and Kiruthiga Siva Prasath.

# اکائی 3- شماریاتی میکانیات

(Statistical Mechanics)

اکائی کے اجزا

تمہید	3.0
مقاصد	3.1
شماریاتی میکانیات (اسٹاٹسٹیکل میکینکس)	3.2
شماریاتی توازن	3.3
ہیت، فضا	3.3.1
تقسیمی امکان	3.3.2
حر حرکیاتی امکان	3.3.3
میکس ویل بولٹزمن کا تقسیمی کلیہ	3.4
حل شدہ مثالیں	3.5
اکتسابی نتائج	3.6
کلیدی الفاظ	3.7
نمونہ امتحانی سوالات	3.8
معروضی جوابات کے حامل سوالات	3.8.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	3.8.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	3.8.3
غیر حل شدہ سوالات	3.8.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	3.9



### 3.0 تمہید (Introduction)

اسٹٹسٹیکل میکینکس سائنس کی وہ شاخ ہے جو نظام کے کلاں بینی (Macroscopic) برتاؤ (کثیر تعدادی خصوصیات) اور اس کے خورد بینی Microscopic برتاؤ (انفرادی خصوصیات) کے درمیان تعلق قائم کرتی ہے۔ لہذا جیسا کہ نام سے ظاہر ہے اسٹٹسٹیکل میکینکس کا تعلق نظام کے ذرات کی انفرادی حرکت سے متعلق نہیں ہوتی بلکہ یہ کثیر ممکن برتاؤ کی تلاش کرتی ہے یا ذرات کے اجتماع کے شماریاتی خصوصیات پر بحث کرتی ہے۔

### 3.1 مقاصد (Objectives)

یہ اکائی میں ہم:

- شماریاتی میکینکس (اسٹٹسٹیکل میکینکس) کے بارے میں جانیں گے۔
- شماریاتی توازن پر بحث کریں گے۔
- میکس ویل بولٹزمن کا تقسیمی کلیہ کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

### 3.2 شماریاتی میکینکس (اسٹٹسٹیکل میکینکس) (Statistical Mechanics)

سترہویں صدی کے اختتام تک طبعی مظاہر کی وضاحت میکینکس کے عام کلیات کی مدد سے کی جاتی تھی۔ ایک نظام پر غور کیجئے جو کثیر ذرات پر مشتمل ہے۔

i. ایک گیس ایک مول پر غور کریں تو یہ  $10^{23}$  سالمات پر مشتمل ہوتا ہے۔ اس نظام کی تمام تر تفصیلات حاصل کرنے ہمیں  $10^{23}$  مساواتیں حل کرنا ہوگا۔ اس کے علاوہ تمام ذرات کی رفتاروں محل وقوع (پوزیشن) کی معلومات رکھنا بھی ناممکن ہے اس لیے اس نظام پر میکینکس کے عام کلیات عائد کرنا تقریباً ناممکن ہے۔

ii. ایک جوہر کے تابکاری زوال (Decay) پر غور کیجئے۔ اس صورت حال میں کوئی یہ نہیں کہہ سکتا کہ تابکار شے کا کون سا جوہر کب اور پہلے زوال پذیر ہوگا۔

iii. ایک جوہر میں دو الیکٹرانس کی موجودگی کے مسئلہ کو میکینکس کے عام کلیات سے حل نہیں کیا جاسکتا۔

iv. اس لیے ایک ایسے نظام کو جو کثیر ذرات پر مشتمل ہو میکینکس کے عام کلیات سے حل کرنا ناممکن ہے۔ اس طرح کے مسئلوں کو شماریاتی میکینکس کے طریقے سے کامیابی سے حل کیا گیا۔

اسٹٹسٹیکل میکینکس سائنس کی وہ شاخ ہے جو نظام کے کلاں بینی (Macroscopic) برتاؤ (کثیر تعدادی خصوصیات) اور اس کے خورد بینی Microscopic برتاؤ (انفرادی خصوصیات) کے درمیان تعلق قائم کرتی ہے۔ لہذا جیسا کہ نام سے ظاہر ہے اسٹٹسٹیکل

میکانکس کا تعلق نظام کے ذرات کی انفرادی حرکت سے متعلق نہیں ہوتی بلکہ یہ کثیر ممکن برتاؤ کی تلاش کرتی ہے یا ذرات کے اجتماع کے شماریاتی خصوصیات پر بحث کرتی ہے۔

اسٹائٹیکل میکانکس کے مطالعہ کی درجہ بندی دو طریقوں میں کی جاتی ہے۔

1. کلاسیکل شماریات یا میکس ویل بولٹزمن اسٹائٹیکس
2. قدری شماریات یا کوانٹم اسٹائٹیکس (Quantum Statistics) کو انٹیم شماریات کو مزید دو ذیلی درجوں میں تقسیم کیا گیا۔

a. بوس۔ آئین اسٹائٹیکس

b. فری۔ ڈیراک اسٹائٹیکس

کلاسیکی شماریات میں میکس ویل کے سالماتی رفتاری تقسیم کے کلیہ کے نتائج سے استفادہ کیا جاتا ہے۔ میکس ویل، بولٹزمن شماریات ایک گیس کے مظہر مثلاً تپش دباؤ، توانائی وغیرہ کی وضاحت کامیابی سے کرتی ہے۔ لیکن تجرباتی مشاہدہ کردہ حقائق مثلاً سیاہ جسم سے اشعاع (بلیک باڈی ریڈیشن)، ضیائی برقی اثر (فوٹو الیکٹرک ایفکٹ) کم تپش پر حرارت نوعی وغیرہ کی وضاحت کرنے میں ناکام ہو گئی۔ ان مظاہر کی وضاحت کے لئے بوس آئین اسٹائٹیکس، فری ڈیراک نے کوانٹم اسٹائٹیکس کو پروان چڑھایا۔ کوانٹم اسٹائٹیکس کے ایک درجہ کو بوس۔ آئین اسٹائٹیکس اور دوسرے درجے کو فری ڈیراک اسٹائٹیکس کہتے ہیں۔ ذرات جو بوس آئین اسٹائٹیکس کی شماریات کی پابندی کرتے ہیں۔ بوسانس (Bosons) کہلاتے ہیں جیسے فوٹان، گراؤنڈ اسٹیٹ میں، ہیلم کا جوہر اور  $\alpha$  ذرات وغیرہ۔ وہ ذرات جر فری۔ ڈیراک شماریات کی پابندی کرتے ہیں۔ فرمیانس (Fermions) کہلاتے ہیں۔ مثلاً پروٹان، الیکٹران، نیوٹران وغیرہ۔

### 3.3 شماریاتی توازن (Statistical Equilibrium)

ایک حرکیاتی علیحدہ (Isolated) نظام پر غور کیجئے جو  $N$  ذرات پر مشتمل ہے۔ فرض کیجئے ان ذرات کو حامل توانائی کے درجات کی

توانیاں  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$  ہیں۔

فرض کیجئے کہ دیے گئے وقت کے کسی لمحے میں توانائی کے  $E_1$  درجہ میں  $n_1$  ذرات  $E_2$  درجہ میں  $n_2$  ذرات وغیرہ ہیں تب

ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$N = n_1 + n_2 + n_3 + \dots = \sum ni$$

$$U = n_1 E_1 + n_2 E_2 + n_3 E_3 + \dots = \sum n_i E_i$$

جہاں  $U$  نظام کی کل توانائی ہے۔

یہاں پر تصور کیا گیا کہ ذرات ایک دوسرے سے تعامل (ری ایکٹ) نہیں کرتے اور مجموعی توانائی  $U$  مستقل ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ گیس کے سالمات ایک دوسرے سے اور برتن کی دیوار سے ٹکراتے ہیں جس کی وجہ سے  $n_1, n_2, n_3$  مسلسل تبدیل ہوتے رہتے ہیں۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ سالمات توانائی کے ایک درجے سے دوسرے درجے کو عبور کرتے رہتے ہیں۔ یہ تصور کرنا بجا ہے کہ نظام کے ہر

درجے کے لیے ایک نہایت پسندیدہ تقسیم ہوتی ہے جب تقسیم مکمل ہوتی ہے تب نظام حالت توازن حاصل کر لیتا ہے جسے شماریاتی توازن کہتے ہیں۔

### 3.3.1 3.3.1 ہیئت، فضا (فیزا اسپیس) (Phase-Space)

انسٹٹیٹیکل ایکوی لیبریم پر غور کرنے سے قبل ہم اصطلاحات اژدھام (ان سمبل) Ensemble فیزا پوائنٹ (Phase point) اور فیزا اسپیس Phase-Space اور کثافتی تقسیم (ڈنٹی آف ڈسٹری بیوشن) کا تعارف کروائیں گے۔  
ان سمبل (Ensemble):

ذرات کا ایسا مجموعہ جس میں صرف ایک ذرہ زیر غور ہو نظام (سسٹم) کہلاتا ہے اور ذرات کے تمام مجموعے کو اجتماع (اسمبلی) (Assembly) اور کئی اسمبلیوں کے مجموعے کو اژدھام (Ensemble) کہتے ہیں۔

فیزا نقاط (فیزا پوائنٹس) اور فضا (فیزا اسپیس) (Phase Space):

کلاسیکل میکینکس میں ذرہ کی وضع (پوزیشن) تین کارڈینیٹس (Cartesian)  $(x, y, z)$  محدود سے ظاہر کی جاتی ہے۔ ذرہ کے تین ڈگری آف فریڈم ہوتے ہیں۔ ذرہ کی حالت حرکت کی رفتار جز  $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$  یا  $v_x, v_y, v_z$  سے ظاہر کرتا ہے۔ ذرہ کی حرکت کو بعض اوقات سہولت بخش بنانے کے لیے رفتاری محدود کے بجائے مومنٹ محدود  $(mv_x, mv_y, mv_z)$  کی رقوم میں ظاہر کیا جاتا ہے جہاں  $m$  سے مراد ذرہ کی کمیت ہے۔ اس طرح ایک واحد ذرہ کی وضع کو بیان کرنے کے لیے کارڈینیٹس محدود  $x, y, z$  اور مومنٹ جز  $p_x, p_y, p_z$  کی ضرورت پڑتی ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ ایک ذرہ کی حرکت کو ایک نظام میں مکمل طور پر ظاہر کرنے کے لیے 6 محدود کی ضرورت ہوتی ہے۔ Gibbs نے یہ تجویز پیش کی کہ ذرہ کی کسی بھی لمحاتی حالت (پوزیشن اور مومنٹ) کو ظاہر کرنے کے لیے سہولت کی خاطر فضا میں ہم ایک چھ ابعادی فضا کو تصور کریں جس میں 6 محدود  $(p_x, p_y, p_z, x, y, z)$  کی نشاندہی اس طرح کی جائے کہ 6 محدود آپس میں باہمی طور پر عمودوار ہوں۔ یہ ایک خالص ریاضیاتی نظریہ ہے۔ یہ چھ ابعادی فضا ہیئت فضا (فیزا اسپیس) یا  $\mu$  اسپیس کہلاتی ہے۔ فیزا اسپیس میں ایک ایسا نقطہ جو ذرہ کی لمحاتی حالت کو ظاہر کرتا ہے ہیئت نقطہ (فیزا پوائنٹ) (Phase Point) کہلاتا ہے۔ جیسے جیسے وقت آگے بڑھتا ہے فیزا پوائنٹ، فیزا اسپیس میں داخل ہوتا ہے اور اس کی یہ حرکت ذرہ کا راستہ (ٹراجکٹری) کہلاتی ہے۔ فیزا پوائنٹ کی تعداد فی اکائی حجم ان نقاط کی فیزا ڈنٹی (Phase Density) کہلاتی ہے۔

فیزا اسپیس میں کثافتی تقسیم (Density Distribution in Phase Space):

کسی بھی ایک ان سمبلی کی حالت ظاہر کرنے کے لیے کثافتی تفاعل (ڈنٹی فنکشن)  $\rho$  کے ساتھ فیزا اسپیس میں فیزا پوائنٹس تقسیم ہوتے ہیں ڈنٹی فنکشن کو ڈنٹی آف ڈسٹری بیوشن یا پروبیبلیٹی ڈنٹی یا ڈسٹری بیوشن فنکشن کہتے ہیں۔ ڈنٹی فنکشن  $\rho$  پوزیشن

محدد  $(q_1, q_2, q_3, \dots, q_f)$  کا تفاعل اور  $f$  مونٹم محدود  $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_f)$  مل کر فیز اسپیس میں  $2f$  مشترکہ پوزیشن مونٹم محدود بناتے ہیں  $\rho$  بھی وقت کا ایک تفاعل ہے کیونکہ وقت کے ساتھ فیز پوائنٹ اور فیز اسپیس کی حرکت سے کشاف میں تبدیلی آتی ہے۔

$$\rho = \rho(q_1, q_2, \dots, q_f; p_1, p_2, \dots, p_f, t) \quad \text{لہذا}$$

$$\rho = \rho(q, p, t) \quad \text{یا}$$

ڈنسیٹی آف ڈسٹری بیوشن کی اہمیت یہ ہے کہ یہ ان سسٹم کی تعداد کو ظاہر کرتی ہے جو ایک دیے ہوئے وقت میں فیز اسپیس کے مختصر حجم میں پائے جاتے ہیں۔

ایک ان سمبلی کو حالت توازن میں رکھنے ذیل کی دو شرائط کی پابندی ضروری ہے۔

a. فیز پوائنٹس کو مختلف علاقوں (Regions) میں معلوم کرنے کے امکانات وقت سے آزاد (Independent) ہونے چاہئے۔

b. ایک ان سمبلی کے سسٹم کی خصوصیات کی اوسط قیمت بھی وقت سے آزاد ہونی چاہئے۔

ریاضیاتی طور پر ایک ان سمبلی کے اسٹائٹسٹیکل ایکوی لیبریم کو ظاہر کرنے کی مساوات

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{q,p} = 0$$

یہ مساوات ظاہر کرتی ہے کہ ان سمبل کو  $p$  اور  $q$  کی تمام قیمتوں کے لیے اسٹائٹسٹیکل ایکوی لیبریم میں رہنے کے لیے کشاف  $\rho$  بھی فیز اسپیس کے تمام نقاط پر وقت سے آزاد رہنی چاہئے۔

امکانات کا تصور (Concept of Probability):

امکانات کو تصور کو سمجھنے کے لیے فرض کیجئے کہ ہم ایک سکہ کو ٹاس کرتے ہیں سکہ چت (Head) گرے یا پٹ (Tail) اس کا امکان  $1/2$  یا  $50\%$  ہوگا۔ اگر سکہ کو کئی مرتبہ ٹاس کیا جائے تب سکہ کے چت یا پٹ کرنے کے امکانات  $50\%$  یا نصف، نصف ہوں گے اس حقیقت کو پرابوبلیٹی کی رقوم میں بیان کیا جاتا ہے۔ کسی ایک واقعہ event کے مکان سے مراد وہ نسبت ہے جو کیس (Cases) کی تعداد جس میں ایک ایونٹ وقوع پذیر ہوتا ہے اور کیس کی مجموعی تعداد کے درمیان پائی جاتی ہے بشرطیکہ ایونٹ کی تعداد بہت زیادہ ہو۔

کیس کی تعداد جس میں ایونٹ واقع ہوتا ہے = ایک ایونٹ کا امکان

کیس کی مجموعی تعداد

فرض کیجئے ایک ایونٹ  $a$  طریقے سے واقع ہوتا ہے اور  $b$  طریقے سے وقوع ہونے میں ناکام ہوتا ہے تب۔

$$\text{ایونٹ کے واقع ہونے کا امکان} = \frac{a}{a+b}$$

$$\text{ایونٹ کے ناکام ہونے کا امکان} = \frac{b}{a+b}$$

یہاں یہ مان لیا جاتا ہے کہ  $(a + b)$  طریقہ کے وقوع ہونے کا امکان یکساں ہے۔ لیکن دو امکانات کا حاصل  $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b}$  ہمیشہ 1 ہوتا ہے کیونکہ یا تو ایونٹ واقع ہوتا ہے یا فیل ہو جاتا ہے۔

فرض کیجئے کہ چار لٹر کے ہیں، A، B، C، D جو ایک خاص سرخ رنگ کا بال حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ تب A کے سرخ بال کو حاصل کرنے کا امکان  $\frac{1}{4}$  ہے۔ اسی طرح مان لیجئے ایک سبز بال ہے جسے 4 لٹروں میں تقسیم کرنا ہے تب A کا سبز بال حاصل کرنے کا امکان  $\frac{1}{4}$  ہے۔ لہذا A کا یہ ایک وقت 2 بال حاصل کرنے کا امکان  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$  ہوتا ہے۔ لہذا ایک مخلوط (Composite) ایونٹ کے واقع ہونے کا امکان مساوی ہوتا ہے انفرادی اور آزاد ایونٹ کے حاصل ضرب کے۔

### 3.3.2 تفصیلی امکان (Probability of Distribution)

ہم ایک ایسی صورت حال پر غور کریں گے جس میں ایک صندوق کو K خانوں میں تقسیم کیا گیا جس میں ہر خانہ کا رقبہ — —  $a_1, a_2, a_3$  — ایک دوسرے سے مختلف ہے فرض کیجئے کہ N تعداد میں قابل امتیاز (Distinguishable) بال بے ترتیب انداز میں صندوق میں پھینکے جاتے ہیں اور ہماری ترجیح کوئی خاص خانہ نہیں ہے۔ یہ عمل ہم کئی بار کریں گے اور ہر بار ہر خانے میں گرنے والے بالوں کی تعداد ریکارڈ کریں گے۔ یہ مشاہدہ کیا گیا ہے کہ ہر خانے میں بالوں کی تقسیم ایک مخصوص انداز میں ایک سے زائد مرتبہ ہوتی ہے۔ اس تقسیم کو کثیر امکانی تقسیم (موسٹ پروبیل ڈسٹری بیوشن) کہتے ہیں۔ اس قسم کی تقسیم میں ظاہر ہے کہ بالوں کی تقسیم خانے کے سائز کے تناسب میں رہتی ہے۔ اس مسئلہ کو حل کرنے کے لیے ہم کئی مخصوص تقسیموں کے امکانات کا جائزہ لیں گے۔

یہ امکانات دو طرح کے ہیں:

1. ماقبل امکانی تقسیم (پرائری پروببلیٹی ڈسٹری بیوشن) (A Priori Probability Distribution)

2. حر حرکیاتی امکانی تقسیم (تھر موڈائنامیکل ڈسٹری بیوشن) (Termodnamical Distribution)

1. پرائری پروببلیٹی ڈسٹری بیوشن (A Priori Probability Distribution)

ایک ماقبل امکان  $g_i$  وہ امکان ہے جس میں ایک بال  $i^{\text{th}}$  خانہ میں گرتا ہے۔ وہ نسبت ہے خانے کے رقبہ  $a_1$  اور صندوق کے کل رقبہ

$A_1$  کے درمیان یعنی

$$g_1 = \frac{a_1}{A_1}$$

$$A = a_1 + a_2 + a_3 \quad \text{جہاں}$$

ظاہر ہے کہ خانے کا رقبہ جتنا بڑا ہوگا بال کے اس گرنے کا امکان اتنا ہی زیادہ ہوگا اور جن کے رقبہ مساوی ہوں گے بال

کے ان میں گرنے کے امکانات بھی مساوی ہوں گے اور مزید یہ کہ پرائری پروببلیٹی کا جمع ہر ایک پرائری امکان کے مساوی جو 1 کے

مساوی ہوگا۔

$$\sum g_i = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n = 1$$

دو ہالوں کے ایک ہی خانے میں بہ یک وقت گرنے کا امکان ہوگا  $g_i \times g_i = g_i^2$

اس طرح  $n_i$  ہال بہ یک وقت  $i^{th}$  خانے میں گرنے کا امکان  $(g_i)^{n_i}$  ہوگا۔

تب  $N$  ہالوں کے  $K$  خانوں میں ایک مخصوص پرائز تقسیم اس طرح کہ پہلے خانے میں  $n_1$  ہال دوسرے خانے میں  $n_2$

ہال  $n_2$  وغیرہ کی مساوات ہوگی۔

$$G = (g_1)^{n_1}, (g_2)^{n_2} \dots (g_i)^{n_i} \dots (g_k)^{n_k}$$

$$\sum n_i = n_1 + n_2 + n_3 \dots + n_i + n_k \quad \text{بشرطیکہ}$$

اگر تمام خانے آپس میں مشابہ ہوں گے تب ان کی پرائز پروببلیٹی ڈسٹری بیوشن بھی مشابہ ہوگی۔ تب

$$G = \sum g^{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

$$G = g^N \quad \text{لہذا}$$

چونکہ تمام خانوں میں ہالوں کی تقسیم امکانی طور پر مساوی نہیں ہے اس لیے ہم حرکیاتی امکانی تقسیم کا نظریہ متعارف کرائیں

گے۔

### 3.3.3 حرکیاتی امکان (تھرموڈائنامک پروببلیٹی) (Thermodynamic Probability)

پرائز پروببلیٹی ڈسٹری بیوشن میں یہ تصور کیا گیا تھا کہ پہلے خانے میں  $n_1$  ہال ہیں اور دوسرے خانے میں  $n_2$  ہال ہیں۔۔۔۔

وغیرہ اس صورت حال کو حاصل کرنے کے طریقے اور بھی ہیں۔

وہ مختلف تو اتر Sequences جس میں خانوں میں ہالوں کی تقسیم ہر خانہ میں ہالوں کی تعداد تبدیل کیے بغیر ہو "تھرموڈائنامک

پروببلیٹی ڈسٹری بیوشن کہلاتا ہے۔

فرض کیجئے کہ مجموعی  $N$  ہالوں میں سے  $n_1$  ہال پہلے خانے میں گرتے ہیں جس کو ظاہر کرنے کے لیے ہم یہ مساوات استعمال کرتے

ہیں۔

$$N_{C_{n_1}} = \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}$$

اب باقی  $(N - n_1)$  ہالوں میں سے دوسرے خانے میں گرنے والے ہالوں کی تعداد  $n_2$  ہوگی۔

$$N - n_1 C_{n_2} = \frac{N-n_1}{n_2!(N-n_1-n_2)!} \quad \text{لہذا}$$

پہلے اور دوسرے خانے میں  $n_1$  اور  $n_2$  ہالوں کو منتخب کرنے کے مجموعی طریقے ہوں گے۔

$$\frac{N!}{n_1!(N-n_1)!} \times \frac{(N-n_1)!}{n_2!(N-n_1-n_2)!} = \frac{N!}{n_1!n_2!(N-n_1-n_2)!}$$

اس طرح پہلے خانے میں  $n_1$  ہال دوسرے خانے میں  $n_2$  ہال اور  $K$  خانے میں  $n_k$  ہال کرنے کے مختلف طریقوں کی کل تعداد ہوگی۔

$$W = \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!} \times \frac{(N-n_1)!}{n_2!(N-n_1-n_2)!} \times \frac{(N-n_1-n_2)!}{n_3!(N-n_1-n_2-n_3)!} \times \dots \times \frac{(N-n_1-n_2-\dots-n_{K-1})!}{n_K!(N-n_1-n_2-\dots-n_K)!} = \frac{N!}{n_1!n_2!(N-n_1-n_2)!}$$

$$W = \frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\dots(n_K)!}$$

یہ مساوات تھر موڈائنا میکل پروبا بلیٹی ڈسٹری بیوشن کو ظاہر کرتی ہے۔

پرائری پروبا بلیٹی ڈسٹری بیوشن  $G$  اور تھر موڈائنا میکل ڈسٹری بیوشن  $w$  کا حاصل ضرب ٹوٹل ڈسٹری بیوشن  $P$  پر ابلٹی ہوتا ہے۔

لہذا

$$P = G \times W$$

$$P = \frac{N!}{(n_1!n_2!n_3!\dots n_k!)} \times (g_1)^{n_1} (g_2)^{n_2} \dots (g_k)^{n_k}$$

$$P = N! \prod_{i=1}^K \frac{(g_i)^{n_i}}{n_i!}$$

یہ مساوات  $N$  ہالوں کی  $K$  خانوں میں سے پہلے خانے میں  $n_1$  دوسرے خانے میں  $n_2$ ۔۔۔ گولے کرنے کے امکان کو ظاہر کرتی ہے۔

حر حر کی شماریات میں امکانات کے مسئلے (Thermo in Statistical Thermodynamics):

مختلف تقسیمی کلیوں کے مطالعہ کے لیے حسب ذیل امکانی مسئلے مفید ہیں۔

i.  $N$  قابل امتیاز ذرات کو مختلف طریقوں سے آرڈر میں ترتیب دینے کی تعداد  $N_1$  ہے۔

مثال کے طور پر ایک نظام میں 4 ذرات ہیں تب ان ذرات کو ترتیب دینے کے طریقے  $4! = 24$  ہیں اس طرح یکے بعد دیگرے ایک

نقطہ پر ایک ذرہ رہتا ہے۔

ii.  $N$  قابل امتیاز ذروں میں سے  $n$  ذروں کو مختلف طریقوں سے منتخب کرنے کی تعداد بغیر کسی ترجیح کے ہوگی۔

$$\frac{N!}{(N-n)n!}$$

فرض کیجئے کہ 4 قابل امتیاز ذرات ہیں۔ 4 ذرات میں سے 3 ذرات کو بغیر کسی ترجیح کے منتخب کرنا ہے۔ یہ انتخاب 4 طریقوں سے کیا

جاسکتا ہے۔ اوپر کے مسئلہ کے بموجب  $n = 3, N = 4$

$$\frac{4!}{(4-3) \times 3!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 3 \times 2 \times 1} = 4 \quad \text{لہذا}$$

iii. وہ مختلف طریقے جن میں n قابل امتیاز ذرات کو g قابل شناخت حالتوں (States) میں اس طرح ترتیب دیا جائے کہ ہر حالت میں ایک ذرہ ایک سے زائد مرتبہ نہ ہو۔ اس کی مساوات ہوگی۔

$$\frac{g_i}{n!(g-n)_i}$$

iv. 4 قابل امتیاز حالتوں پر غور کیجئے اور تین قابل امتیاز ذرات کو تصور کیجئے وہ طریقوں کی تعداد جس میں یہ ترتیب دی جاسکتی ہے وہ 4 ہیں۔

$$g = 4, n = 3$$

$$\frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$$

#### 3.4 میکس ویل بولٹزمن کا تقسیمی کلیہ (Maxwell-Boltzman Distribution Law)

کلاسیکی شریات میں میکس ویل۔ بولٹزمن کا ڈسٹری بیوشن لانا ہی اہمیت کا حامل ہے۔ فرض کیجئے کہ ایک برتن میں مشابہ لیکن غیر امتیاز سالمات موجود ہیں۔ یہ سالمات برتن میں ہر سمت میں آزادانہ حرکت کر رہے ہیں۔ ایک مخصوص تپش پر مکمل گیس کی ایک مخصوص اوسط توانائی ہے لیکن مختلف سالمات کی توانائی مختلف ہے۔ 1854ء میں میکس ویل نے غور کیا کہ ایک معین (Fixed) مقدار کی مجموعی توانائی ایک اجتماع (Assembly) کے مختلف اراکین (Members) میں کس طرح تقسیم کیا جائے۔ اس سوال کے امکانی جواب کی مساوات کو میکس ویل۔ بولٹزمن کا ڈسٹری بیوشن لاکتے ہیں۔ فرض کیجئے ایک اسمبلی میں N سالمات ہیں جن میں  $n_1$  سالمات کی توانائی  $\epsilon_1$ ،  $n_2$  سالمات کی توانائی  $\epsilon_2$  — — اور اسی طرح۔

فرض کیجئے k قیمت تک محدود ہے۔ لہذا سالمات کے مجموعی اسمبلی کو توانائی کی مختلف حالتوں (States) میں اس طرح تقسیم کیا گیا کہ  $n_1$  سالمات کی توانائی  $\epsilon_1$ ،  $n_2$  سالمات کی توانائی  $\epsilon_2$  اور  $n_k$  سالمات کی توانائی  $\epsilon_k$  ہے چونکہ تمام سالمات کی مجموعی تعداد N ہے اور گیس کے سالمات کی مجموعی تعداد E مستقل ہے لہذا ہم کو حسب ذیل تعلق حاصل ہوتا ہے۔

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = \sum_i n_i = N \quad (1)$$

$$n_1 \epsilon_1 + n_2 \epsilon_2 + \dots + n_k \epsilon_k = E \quad \text{توانائی کی بقا کے لیے}$$

ایک سالمہ کی  $E_1$  توانائی ایک پرائمری پروبیل ڈسٹری بیوشن کے مطابق  $g_i$  ہوگی اس کو ملحوظ رکھتے ہوئے میکس ویل اور بولٹزمن نے جو مساوات اخذ کی وہ ہے۔

$$n_i = g_i e^{-\alpha} e^{-\beta \epsilon_i}$$



جہاں  $e^{-\alpha}$  اور  $\beta$  مستقل ہیں۔ اس مساوات کو میکس ویل بولٹز میں ڈسٹری بیوشن لاکھتے ہیں۔ اس مساوات سے ہم توانائی کی مختلف حالتوں میں سالمات کی کثیر امکانی تقسیم معلوم کر سکتے ہیں۔

میکس ویل بولٹز من کے کلیہ کے اطلاقات کی شرائط

(Conditions of Applications of Maxwell-Boltzmann Law)

میکس ویل بولٹز من کے کلیہ کو استعمال کرنے کے لیے حسب ذیل شرائط ہیں۔

- i. نظام کے ذرات قابل امتیاز ہوں اور یکسانیت (Symmetry) کی کوئی قید نہ ہو۔
- ii. ہر کو انٹیم گروپ کے آئی جن اسٹیٹ (Eigen State) میں ذرات 0, 1, 2, 3, ... — — —  $n_1$  ہو۔
- iii. نظام کے تمام ذرات کی مجموعی تعداد مستقل ہونی چاہئے۔ یعنی
- iv. مستقل  $n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_i = \sum_i n_i$
- v. مختلف کو انٹیم گروپس میں موجود ذرات کا مجموعہ نظام کی مجموعی توانائی کے مساوی ہونا چاہئے۔

$n_i$  ذرات کی  $g_i$  آئی جن اسٹیٹ میں تقسیم حسب ذیل طریقے سے کی جاتی ہے۔

ہر گروپ یا لیول میں ذرات کی پر ازری امکانی تقسیم  $g_i$  ہوگی کیونکہ یکسانیت کی کوئی تحدیدات نہیں اس کے ذرات کی کوئی بھی تعداد کسی بھی گروپ سے وابستہ ہو سکتی ہے ایک  $i^{\text{th}}$  گروپ پر غور کریں۔ ان ذرات  $g_i$  کو مختلف ذیلی گروپس میں ٹھہرایا جاسکتا کیونکہ ذرات قابل امتیاز ہیں  $g_i$  گروپ کا کو بھی ذرہ ذیلی  $g_i$  گروپ میں اپنی جگہ بنا سکتا ہے یعنی  $n_i$  ذرات میں کا ہر ذرہ  $g_i$  کے مختلف ذیلی گروپس میں رہ سکتا ہے۔ لہذا  $n_i$  کو  $g_i$  ذیلی گروپ میں جگہ بنانے کا اختیار (choice)۔  $g_i^{n_i}$  اس طرح قابل امتیاز  $n$  ذرات کی  $n_1, n_2, n_3, \dots$  — — — گروپس میں تقسیم  $n!$  ہوتی ہے۔

اس کے تمام نظام کے لیے آئی جن اسٹیٹ کی مجموعی تعداد ہوگی۔

$$n! g_1^{n_1} g_2^{n_2} \dots g_i^{n_i}$$

3.5 حل شدہ مثالیں (Solved Problems)

حل شدہ مثال 1

NTP پر نائٹروجن کے سالمہ کا مین فری پاتھ  $8.85 \times 10^{-6} \text{ cm}$  اور سالمی رفتار  $4.5 \times 10^4 \text{ cm/sec}$  ہے۔

نائٹروجن کی سالمی کثافت  $1.25 \times 10^{-3} \text{ gm/cc}$  ہو تو نائٹروجن کی شروع وسکاسٹی محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ

$$\eta = ? \quad \bar{C} = 4.5 \times 10^4 \text{ cm/Sec} \quad \lambda = 8.85 \times 10^{-3} \text{ gm/cc}$$

$$\eta = \frac{1}{3} x p \bar{c} \lambda$$

$$= \frac{1}{3} \times 1.25 \times 10^{-3} \times 4.5 \times 10^4 \times 8.85 \times 10^{-3}$$

$$\eta = 166 \times 10^{-6} \text{ dynes/cm}^2 / \text{unit velocity gradient}$$

حل شدہ مثال 2

آکسیجن کے سالمہ کا قطر  $2.14 \times 10^{-10} \text{ m}$  اور مستقل حجم پر حرارت نوعی  $0.653 \times 10^3 \text{ j/kg/k}$  اور سالمہ کی کمیت  $5.31 \times 10^{-26}$  ہے اگر بولٹزمن مستقل  $1.38 \times 10^{-23}$  ہو تب  $0^\circ \text{C}$  پر آکسیجن کے سالمہ کی شرح تھرمل کنڈکٹیویٹی محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ

$$K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ j/k}, m = 5.31 \times 10^{-26} \text{ kg}, Cv$$

$$= 0.653 \times 10^3 \text{ m mks Unit}, d = 2.14 \times 10^{-10} \text{ m}$$

تب

$$K = ?$$

ہم جانتے ہیں

$$K = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{m \bar{c} Cv}{\pi d^2}$$

$$\bar{c} = \left( \frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2}$$

اور

$$= \left( \frac{8 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273}{3.14 \times 5.31 \times 10^{-26}} \right)^{1/2}$$

لہذا

$$\bar{c} = 425 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{m \bar{c} Cv}{d^2} = \frac{1}{3 \times 1.414} \times \frac{5.31 \times 10^{-26} \times 425 \times 0.653 \times 10^3}{3.14 \times 2.14 (10^{-10})^2} = 24 \times 10^{-3} \text{ mks unit}$$

3.6 اکتسابی نتائج (Learning out comes)

- مین فری پاتھ وہ اوسط فاصلہ ہے۔ جو ایک سلامہ و متواتر تصادم کے درمیان طے کرتا ہے۔

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n d^2}$$

جہاں  $n$  عددی کثافت اور  $d$  سالمہ کا قطر ہے۔

- ایک گیس میں ٹرانسپورٹ کے مظہر کی وجہ سے مونٹم کی منتقلی وسکاوٹی کاسبب اور توانائی کی منتقل کنڈکٹی ویٹی کاسبب بنتی ہے۔
- ذرات کا ایسا مجموعہ جس میں صرف ایک ذرہ زیر غور ہو سسٹم، ذرات کے مجموعے کو اجتماع (اسمبلی) اور کئی اسمبلیوں کے مجموعہ کو Ensemble کہتے ہیں۔

- وہ ذرات جو میکس ویل بولٹزمن ڈسٹری بیوشن کلیہ کی پابندی کرتے ہیں کلاسیکی ذرات کہلاتے ہیں۔
- وہ ذرات جو بوس آئین اسٹائین ڈسٹری بیوشن کلیہ کی پابندی کرتے ہیں بوسانس کہلاتے ہیں۔
- وہ ذرات جو فری ڈیراک ڈسٹری بیوشن کی پابندی کرتے ہیں فرمیانس کہلاتے ہیں۔
- ایک ذرہ کی فضا میں حرکت کو ظاہر کرنے کے لیے 6 العبادی محدود ( $P_z, P_y, P_x, z, y, x$ ) درکار ہوتے ہیں۔ جو باہمی ایک دوسرے عمود وار ہوں فیذا اسپیس کہلاتے ہیں۔

• ایک ان اسمبلی کو اسٹائٹیکل ایکولی بیرم میں رہنے کی شرط  $\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_{q,p} = 0$

جہاں پر  $\rho$  پروبا بلیٹی فنکشن ہے۔

- تھر موڈائنا مکمل پروبا بلیٹی تھیورم 3 ہیں۔



.i  $N!$   
 .ii  $\frac{N!}{(N-n)n!}$   
 .iii  $\frac{g!}{n!(g-n)!}$

### 3.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Spin (اس + پن): کسی ذرہ (الکٹران) کی تیز گردش
- Eigenstate (آئی + جن + اس + ٹیٹ): ذرہ کی قابل مشاہدہ اور قابل شناخت حالت میں اس کی پوزیشن مونٹم اور انرجی بیان کی جاسکے۔

### 3.8 نمونہ امتحانی سوالات (Sample Questions for Examination)

#### 3.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer type Questions)

1. مین فری پاتھ سے کیا مراد ہے؟
2. کس اسٹائٹیکس میں تپش مطلق پر سسٹم کی انرجی صفر نہیں آتی؟
3. تھر موڈائنا مکس پروبا بلیٹی تھیورم بیان کیجئے۔

4. ڈسٹری بیوشن کلیہ  $ni = \frac{g_i}{(e^{a+\epsilon_i/kT}-1)}$  کی پابندی کرنے والے ذرات کہلاتے ہیں۔

(a) بوسانس (b) فرمیانس

(c) پائی آنس (d) کلاسیکل ذرات

5. فرمیانس ذیل کی کلیہ کی پابندی کرتے ہیں؟

(a) بوس آئین اسٹائین (b) فرمی ڈیراک

(c) میکس ویل بولٹزمن (d) تمام کلیات کی پابندی کرتے ہیں

6. ایک گیس کی تپش مطلق میں 4 گناہ اضافہ کیا جائے اس کی rms اسپید میں اضافہ ہوگا۔

(a) چار گنا (b) 2 گناہ

(c) تین گنا (d) 1/4 گناہ

7. الیکٹرانس کون سی اسٹائٹسٹکس کی پابندی کرتے ہیں؟

(a) FD (b) BE

(c) MB (d) سب کی

8. ایک نظام میں 4 ذرات ہیں انہیں یکے بعد دیگرے ترتیب دینے کے جملہ طریقے ہوں گے۔

(a) 4! (b)  $\frac{4!}{4}$

(c)  $\frac{4!}{4}$  (d) 1

3.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. اسٹائٹیکل ایکولی بیرم سے کیا مراد ہے؟

2. فیزا اسپیس اور فیزا پوائنٹ کی وضاحت کیجئے۔

3. BE MB اور FD اسٹائٹیکس کے مابین تقابل کیجئے۔

3.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ایک گیس میں مظہر ٹرانسپورٹ سے کیا مراد ہے؟ کائی نیک تھیوری کی بنیاد پر ایک گیس میں کوئی فی شنٹ آف وسکاسٹی کی مساوات اخذ کیجئے۔

2. کلاسیکل اور کوانٹم اسٹائٹیکس کے درمیان فرق واضح کیجئے۔ میکس ویل بولٹزمن بوس آئین اسٹائین اور فرمی ڈیراک اسٹائٹیکس پر مختصر نوٹ لکھیے۔

3. اسٹائٹیکل ایکولی بیرم پر بحث کیجئے اور اس کے لیے ضروری شرائط اخذ کیجئے۔

3.8.4 غیر حل شدہ سوالات ((Unsolved Questions))

1. کس تپش پر ہائیڈروجن کے سالمہ کی ارو تچ اسپیڈ نائٹروجن کے سالمہ کی ارو تچ اسپیڈ کے مساوی ہوگی جب کہ نائٹروجن کا

سالمہ  $35^{\circ}C$  تپش پر ہے؟ (جواب:  $-251^{\circ}C$ )

2. ایک نائٹروجن کے سالمہ کا میں فری پاتھ پر محسوب کیجئے دیا گیا ہے کہ  $d = 3.2 \times 10^{-10}$  اور نائٹروجن کے سالموں کی

تعداد فی اکائی حجم  $2.7 \times 10^{19}$  (جواب:  $0.8 \times 10^{-7} m$ )

3.  $0^{\circ}C$  پر آکسیجن کے سالمہ کی کوئی شنٹ آف وسکائی کی قیمت محسوب کیجئے۔ دیا گیا ہے کہ سالمہ کا مین پاتھ کرہ ہوائے کے دباؤ پر

$9.58 \times 10^{-8} m$  اور سالمہ وزن  $32 \times 10^{-3} kg$  ہے۔ (جواب:  $1.93 \times 10^{-5} NS/m^2$ )

4. 5 سالمات کی بالترتیب اسپیڈ 1.61.61.52 اور 1.2 کیلومیٹر فی سکینڈ ہے تب سالمات کی موسٹ پرو بیبل اسپیڈ محسوب کیجئے۔

(جواب:  $1.60 km/s$ )

3.9 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodyanmics Core Physiscs III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.

# اکائی 4۔ قدرتی شماریات

(Quantum Statistics)

اکائی کے اجزا

تمہید	4.0
مقاصد	4.1
قدرتی شماریات	4.2
تین شماریات میں اہم فرق	4.3
فری ڈیراک ڈسٹری بیوشن کلیہ	4.4
بوس۔ آئین اسٹائین تقسیمی کلیہ	4.5
شماریات کے تینوں کلیات کے مابین تقابل	4.6
بوسانس اور فرمیانس میں تقابل	4.7
حل شدہ مثالیں	4.8
اکتسابی نتائج	4.9
کلیدی الفاظ	4.10
نمونہ امتحانی سوالات	4.11
معروضی جوابات کے حامل سوالات	4.11.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	4.11.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	4.11.3
غیر حل شدہ سوالات	4.11.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	4.12

#### 4.0 تمہید (Introduction)

ہم نے اب تک کلاسیکل اسٹائٹسٹکس کا مطالعہ کیا جس میں حالت توازن میں سالمات کے اجتماع (اسمبلی) میں میکرو ویل۔ بولٹزمن رفتاروں کے تقسیمی کلیہ کے کلاسیکل نتائج سے استفادہ کیا گیا۔ کلاسیکل شماریات کے ذریعہ کئی اہم مظہر جیسے تپش دباؤ توانائی وغیرہ کی کامیابی سے وضاحت کی گئی۔ لیکن دوسرے کئی اہم مظہر جیسے سیاہ جسم سے اشعاع (بلیک باڈی ریڈیشن)، ضیائی برقی اثر (فوٹو الیکٹرک ایفکٹ) اور کم تپش پر حرارت نوعی وغیرہ کی وضاحت میں کلاسیکل اسٹائٹسٹکس ناکام ہو گئی۔ کلاسیکل اسٹائٹسٹکس کی اس ناکامی نے ایک نئی شماریات کو ترقی دی اسے کوانٹم اسٹائٹسٹکس کہتے ہیں۔

#### 4.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- قدرتی شماریات، تین شماریات میں اہم فرقے بارے میں جانیں گے۔
- فری ڈیراک ڈسٹری بیوشن کلیہ کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔
- بوس۔ آئین اسٹائٹسٹکس تقسیمی کلیہ کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔
- شماریات کے تینوں کلیات کے مابین تقابل کے درمیان فرق کی تعریف کریں گے۔
- بوسانس اور فرمیانس میں تفاعل کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

#### 4.2 قدرتی شماریات (Quantum Statistics)

بلیک باڈی ریڈیشن کی وضاحت کے لیے پلانک (Planck) نے ایک بنیادی مفروضہ پیش کیا کہ تمام اشعاع فوٹان پر مشتمل ہوتی ہیں جس کی توانائی  $h\nu$  کے حاصل جز ضربی ہوتی ہے جس کو کوانٹم انرجی کہتے ہیں۔ فوٹان آپس میں مشابہ ہوتے ہیں اور ہم ان میں امتیاز نہیں کر سکتے۔ دو فوٹان کی ادلابدلی (Inter change) سے فوٹان کی اسمبلی کی حالت میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی اس لیے ہم فوٹان پر میکس ویل ڈسٹری بیوشن کا اطلاق نہیں کر سکتے۔ اس طرح کے غیر امتیازی نظام سے نمٹنے کے لیے 1924ء میں S.N. Bose نے ایک نئی شماریات کو ترقی دی جسے بوس۔ آئین اسٹائٹسٹکس کہتے ہیں۔ جو ذرات اس کلیہ کی پابندی کرتے ہیں بوسانس (Bosons) کہلاتے ہیں۔ دو سال بعد فری اور ڈیراک نے اس میں آزادانہ طور پر ترمیم کی اور پالی کا اصول استخراج (Pauli's Exclusion Principle) استعمال کر کے اسے گیسوں میں استعمال کیا۔ اس اصول کے مطابق کوئی دو الیکٹرانکس ایک ہی کوانٹم حالت میں ایک ساتھ رہ سکتے۔ میکانی شماریات میں یہ اصول اس طرح بیان کیا جاتا ہے کہ دو یا دو سے زائد زائد ہیئت (Phase) کا یکساں حالت میں قیام ممکن نہیں۔ اس نظریہ نے شماریات کی دوسری قسم نرمی۔ ڈیراج اسٹائٹسٹکس کی بنیاد رکھی۔ وہ ذرات جو اس شماریات کے کلیہ کی پابندی کرتے ہیں فرمیانس کہلاتے ہیں۔

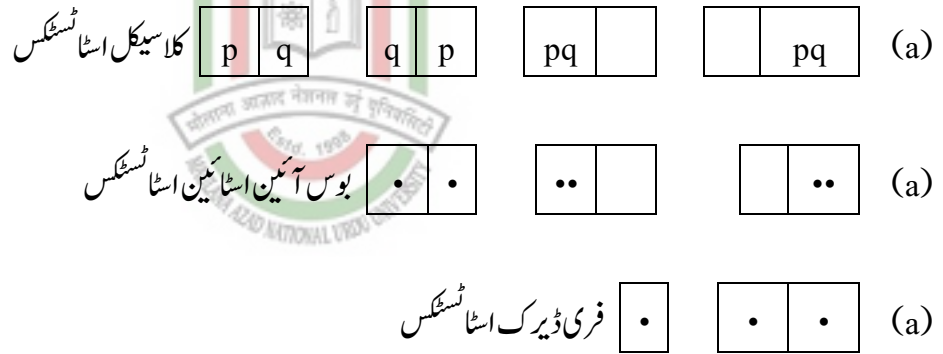
اس طرح کو انٹیم شماریات کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

a. بوس آئین اسٹائٹسٹک: اس شماریات کا اطلاق ان ذرات پر کیا جاتا ہے جو آپس میں مشابہ غیر امتیازی ہوتے ہیں جن کی اسپن (Spin)، صفر یا جز ضربی (Integral Multiple) ہو۔ ایسے ذرات کو بوسانس کہتے ہیں۔ جس کی مثال فوٹان اور کم تپش پر بکیم کے جوہر ہیں۔

b. فری ڈیراک اسٹائٹسٹکس: اس شماریات کا اطلاق مشابہ غیر امتیاز ذرات پر ہوتا ہے جن کا اسپن نصف جز ضربی ہوتا ہے۔ اس ذرات کو فرمیانس کہتے ہیں۔ جن کی مثال الیکٹرانس اور نیوٹرانس ہیں۔

### 4.3 تین شماریات میں اہم فرق (Essential Difference Between Three Statistics)

اب ہم تین شماریات میں اہم فرق واضح کریں گے۔ جس کے لیے ہم دو نقاط کا انتخاب کریں گے، جس میں صرف دو خانوں میں ذرات رہائش پذیر (Occupy) ہوں گے۔  
 کلاسیکل اسٹائٹسٹکس میں ذرات قابل امتیاز ہوتے ہیں۔ اس کے ایک یا دو ذرات دو میں سے کسی ایک خانے میں رہائش پذیر ہوں گے لہذا اس صورت حال میں چار تئیں ممکن ہیں۔



شکل (4.1)

بوس آئین اسٹائٹسٹکس میں غیر امتیازی ہیں۔ اس لیے اپنی انفرادیت باقی نہیں رکھتے۔ اس صورت حال میں کسی بھی خانے میں ذرات کی تعداد کچھ بھی ہو سکتی ہے۔ اس کے یہاں صرف تین طرح کی ترتیب ممکن ہے۔ فری ڈیراک شماریات میں ذرات غیر امتیازی ہوتے ہیں۔ یہ ذرات پالی کے استخراجی اصول کی پابندی کرتے ہیں۔ اس لیے ذرات کی صرف ایک ترتیب ممکن ہے۔ جسے شکل (4.1) میں دکھلایا گیا ہے۔



#### 4.4 فری ڈیراک ڈسٹری بیوشن کلیہ (Fermi-Dirac Distribution Law)

فری ڈیراک ڈسٹری بیوشن کلیہ کا اطلاق غیر امتیازی ذرات پر ہوتا ہے۔ جو پالی (Pauli) کے اصول استخراج پابندی کرتے ہیں۔ ان ذرات کو فرمیانس کہا جاتا ہے۔

ایک سسٹم پر غور کیجئے۔ جس میں  $n$  غیر امتیازی ذرات ہیں۔ فرض کیجئے ان ذرات کو  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_i$  اور ان کی توانائیاں  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_i$  ہیں۔

فرض کیجئے کہ  $g_i$  شماریاتی وزن (ذیلی سطح کی تعداد)  $i^{\text{th}}$  سطح کو ظاہر کرتی ہیں۔

اس مجموعی سسٹم کے قابل امتیازی مجموعی آئی جن (Eligen) حالتوں کی تعداد ہوگی۔

$$G = \prod_i \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)} \quad (4.1)$$

تب دو ذیلی شرائط ہوں گے۔

$$1. \text{ نظام کے ذرات کی تعداد مستقل ہوگی یعنی مستقل } n = \sum_i n_i \quad (4.2)$$

$$\delta n = \sum_i \delta n_i = 0$$

$$2. \text{ نظام کی مجموعی توانائی مستقل ہوگی یعنی ایک مستقل } E = \sum_i n_i \varepsilon_i \quad (4.3)$$

$$\delta E = \sum_i \varepsilon_i \delta n_i = 0$$

اوپر کے نکات فری ڈیراک تقسیم کی طرف رہنمائی کرتے ہیں جس سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\beta = \frac{1}{kT} \quad \text{جہاں} \quad n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \beta \varepsilon_i + 1}} \quad (4.4)$$

اوپر کی مساوات ایک نظام کے مختلف توانائی سطحوں میں ذرات کی کثیر امکانی تقسیم کو ظاہر کرتی ہے اور فری ڈیراک تقسیمی کلیہ کہلاتی ہے۔

#### 4.5 بوس-آئین اسٹائین تقسیمی کلیہ (Bose-Einstein Distribution Law)

بوس-آئین اسٹائین شماریات میں ذرات غیر امتیازی ہوتے ہیں۔ ذرات کی کوئی بھی تعداد کسی بھی کوانٹم حالت میں رہ سکتی ہے۔ مزید یہ کہ کسی بھی کوانٹم حالت کا امکان مساوی ہوتا ہے۔ وہ مختلف طریقے جس میں  $n_i$  غیر امتیازی ذرات کو  $g_i$  خانوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ وہ ہوں گے۔

$$\frac{(n_i+g_i)!}{n_i!g_i!} \text{-----(4.5)}$$

(چونکہ خانوں کی تعداد بہت زیادہ)

تب قابل امتیاز آئی جن (Eigen States) حالتوں کی تعداد ہوگی۔

$$G = \prod_i \frac{(n_i+g_i)!}{n_i!g_i!} \text{-----(4.6)}$$

حالت توازن کے لیے

$$\delta G = 0 \text{-----(4.7)}$$

تب وہ ذیلی شرائط ہوں گی۔

1. نظام میں موجود ذرات کی تعداد مستقل ہوگی۔

$$n = \sum_i n_i \text{ مستقل}$$

یا

$$\delta n = \sum_i \delta n_i = 0 \text{-----(4.8)}$$

2. نظام کی مجموعی توانائی مستقل ہوگی یعنی

$$E = \sum_i n_i \varepsilon_i = \text{مستقل}$$

$$\delta E = \sum_i \varepsilon_i \delta n_i = 0 \text{-----(4.9)}$$

اوپر کے نکات بوس۔ آئین اسٹائن تقسیم کی طرف رہنمائی کرتے ہیں جس سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$n_i = \frac{g_i}{(e^{\alpha+\beta\varepsilon_i} + 1)} \text{-----(4.10)}$$

مساوات (4.10) نظام کی مختلف سطحوں میں ذرات کی کثیر امکانی تقسیم کو ظاہر کرتی ہے اسے بوس۔ آئین اسٹائن تقسیمی کلیہ کہتے ہیں۔

#### 4.6 شماریات کے تینوں کلیات کے مابین تقابل (Comparison of Three Statistics)

تین شماریات میں کثیر امکانی تقسیم کے کلیات کے مساواتیں حسب ذیل ہیں:

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha+\varepsilon_i/kT}} \text{-----(4.11)}$$

میکس ویل بولٹزمن کی مساوات

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha+\varepsilon_i/kT-1}} \text{-----(4.12)}$$

بوس آئین اسٹائن کی مساوات

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha+\varepsilon_i/kT+1}} \text{-----(4.13)}$$

فری ڈیراک کی مساوات

جہاں  $n_i$  کی تعداد ہے جن کی انرجی اسٹیٹ  $\epsilon_i$  اور  $g_i$  وہ حالتوں کی تعداد جس میں توانائی مساوی ہے۔ اب ہم ایک نئی مقدار  $f(\epsilon_i)$  کو متعارف کرائیں گے جسے اکیوپیٹیشن نمبر (Occupation Number) کہتے ہیں۔ جو ذرات کی تعداد اور توانائی کی حالتوں کے درمیان نسبت ہے۔ یعنی

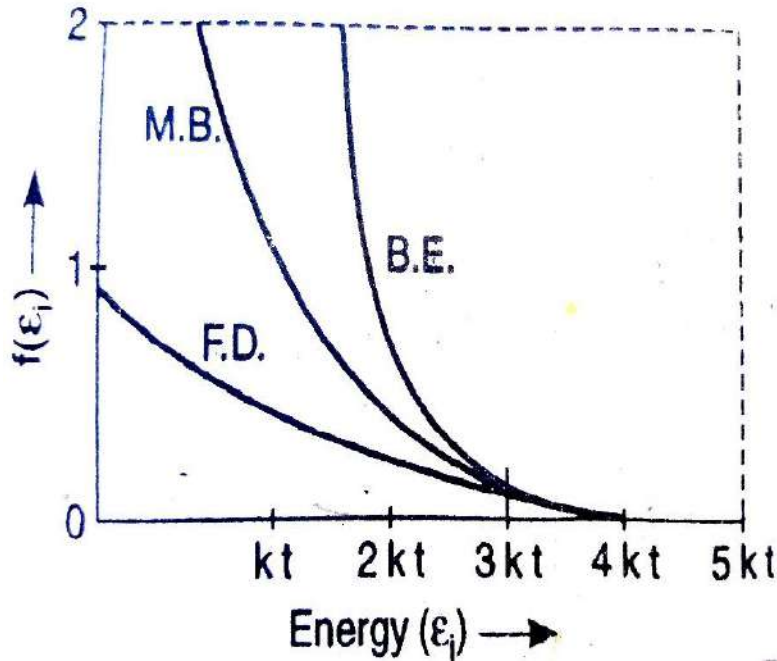
$$f(\epsilon_i) = \frac{n_i}{g_i}$$

تب اکیوپیٹیشن نمبر کی اصطلاح میں تینوں شماریات کی مساواتیں ہوں گی۔

$$[f(\epsilon_i)]_{MB} = \frac{1}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT}} \quad \text{-----(4.14)}$$

$$[f(\epsilon_i)]_{B.E} = \frac{1}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT} - 1} \quad \text{-----(4.16)}$$

$$[f(\epsilon_i)]_{F.D} = \frac{1}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT} + 1} \quad \text{-----(4.17)}$$



شکل (4.2)

تینوں تقسیموں کے تقابل کو شکل (4.2) میں دکھایا گیا ہے۔

شکل (4.2) سے ظاہر ہے کہ بوس آئین اسٹائن B.E. تفاعل، میکس ویل تفاعل سے ہمیشہ اونچا ہوتا ہے اور خالص قوت نمائی

(Exponential) ہوتا ہے۔ یہ تفاعل مطلق (T) پر توانائی کی حالت  $\epsilon_i$  کے واقع ہونے کے امکان کو ظاہر کرتے ہیں۔

مساوات 4.14، 4.15 اور 4.16 سے ظاہر ہے کہ  $e^\alpha$  کی قیمت سے بہت زیادہ ہے۔ یعنی  $(e^\alpha \gg 1)$  تب بوس آئین اسٹائین B.E اور فرمی ڈیراک FD تقسیم میکس ویل بولٹز من تقسیم MB کے تقریباً مساوی ہو جاتی ہے۔ تمام عام گیسوں کی نارمل تپش اور دباؤ پر یہی کیفیت رہتی ہے۔ لہذا اس علاقہ (Region) میں تینوں شماریات میں کوئی فرق نہیں رہتا۔ جہاں گیسوں کی توانائی بالحرکت معمول کے مطابق ہو۔ اگر  $e^\alpha$  کی قیمت اکائی سے بہت کم ہوتی ہے۔ یعنی  $(e^\alpha \ll 1)$  تب میکس ویل بولٹز من کا کلیہ ناقابل اطلاق ہوتا ہے لیکن بوس آئین اسٹائین فرمی ڈیراک کے کلیات قابل اطلاق ہوتے ہیں۔ اس صورت میں ذرات کا انتخاب کہا جاتا ہے کہ حالت پستی (Degeneracy) میں ہے  $e^\alpha$  حالت پستی کا ظاہر کرنے والا جز ہے جسے ڈی جزیبی پیارا میٹر کہتے ہیں۔

ذیل کے جدول میں تینوں شماریات کے فرق کو دکھایا گیا ہے۔

فرمی ڈیراک (F.D) شماریات	بون۔ آئین اسٹائین (B.E) شماریات	میکس ویل بولٹز من (M.B) شماریات
1- اس کا اطلاق نظام کے مشابہ غیر امتیازی ذرات پر ہوتا ہے جو پالی کے اصول استخراج کی پابندی کرتے ہیں مثلاً الکٹران	اس کا اطلاق مشابہ، غیر امتیازی ذرات پر ہوتا ہے جو پالی کے اصول استخراج کی پابندی نہیں کرتے مثلاً فوٹون اور مائع ہیلیم وغیرہ	اس کا اطلاق نظام کے مشابہ قابل امتیاز ذرات پر ہوتا ہے۔ مثلاً گیس
2- یہ ذرات فرمیانس کہلاتے ہیں	یہ ذرات بوسانس کہلاتے ہیں	ان ذرات کو کلاسیکل ذرات کہتے ہیں۔
3- دی ہوئی کو انٹم حالت میں صرف ایک ذرہ ہی (Allowed) ہوتا ہے۔	ایک دی ہوئی حالات میں ذرات کی تعداد پر کوئی پابندی نہیں۔	ایک دی ہوئی حالت میں ذرات کی تعداد پر کوئی پابندی نہیں۔
4- تقسیمی کلیہ ہے $n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT_{+1}}}$	تقسیمی کلیہ ہے $n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT_{-1}}}$	تقسیمی کلیہ ہے $n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT}}$
5- تقسیمی تفاعل ہے $\frac{1}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT_{+1}}}$	تقسیمی تفاعل ہے $\frac{1}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT_{-1}}}$	تقسیمی تفاعل ہے $\frac{1}{e^{\alpha + \epsilon_i/kT}}$
6- تپش مطلق پر نظام کی توانائی صفر نہیں ہو سکتی کیونکہ پالی کے اصول استخراج کی رو سے تمام ذرات گرانوٹڈ اسٹیٹ میں نہیں آتے۔	تپش مطلق پر نظام کی توانائی صفر ہو سکتی ہے۔	تپش مطلق پر نظام کی توانائی صفر ہوتی ہے مثلاً ایک ایک جوہری گیس

4.7 بوسانس اور فرمیانس میں تفاعل (Comparison Between Bosons & Fermions)

بوسانس اور فرمیانس میں تفاعل:

1- یہ ایسے ذرات پر مشتمل ہوتے ہیں جو آپس میں مشابہ، غیر امتیازی اور پالی کے اصول استخراج کی پابندی کرتے ہیں۔ مثلاً الیکٹرانس، پروٹانس، نیوٹرانس وغیرہ	یہ ایسے ذرات پر مشتمل ہوتے ہیں جو آپس میں مشابہ غیر امتیازی اور پالی کے اصول استخراج کی پابندی نہیں کرتے مثلاً فوٹانس اور مائے ہیلیم وغیرہ۔
2- ایک دی ہوئی کوانٹم حالت میں صرف ایک ذرہ ہی ہو سکتا ہے	ایک دی ہوئی حالت میں ذرات کی تعداد پر کوئی پابندی نہیں
3- تقسیمی کلیہ ہے $n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \epsilon_i / kT + 1}}$	تقسیمی کلیہ ہے $n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \epsilon_i / kT - 1}}$
4- تقسیمی تفاعل ہے $\frac{1}{e^{\alpha + \epsilon_i / kT + 1}}$	تقسیمی تفاعل ہے $\frac{1}{e^{\alpha + \epsilon_i / kT - 1}}$
5- تپش مطلق پر نظام کی توانائی صفر نہیں ہو سکتی کیونکہ پالی کے اصول استخراج کی وجہ سے تمام ذرات کم تر توانائی کی سطح گراؤند اسٹیٹ میں نہیں آتے۔	تپش مطلق پر نظام کی توانائی صفر ہو سکتی ہے۔

4.8 حل شدہ مثالیں (Solved Problems)

حل شدہ مثال 1

آکسیجن کے سالمہ کا قطر  $2.14 \times 10^{-10} m$  اور مستقل حجم پر حرارت نوعی  $0.653 \times 10^3 j/kg/k$  اور سالمہ کی کمیت  $5.31 \times 10^{-26}$  ہے اگر بولٹز من مستقبل  $1.38 \times 10^{-23}$  ہو تب  $0^\circ C$  پر آکسیجن کے سالمہ کی شرح تھرمل کنڈکٹیویٹی محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ

$$K = 1.38 \times 10^{-23} j/k, m = 5.31 \times 10^{-26} kg, Cv = 0.653 \times 10^3 m mks Unit, d = 2.14 \times 10^{-10} m$$

تب

$$K = ?$$

ہم جانتے ہیں

$$K = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{m\bar{c}Cv}{\pi d^2}$$

$$\bar{c} = \left( \frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2} \quad \text{اور}$$

$$= \left( \frac{8 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273}{3.14 \times 5.31 \times 10^{-26}} \right)^{1/2}$$

لہذا

$$\bar{c} = 425 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{m\bar{c}Cv}{d^2} = \frac{1}{3 \times 1.414} \times \frac{5.31 \times 10^{-26} \times 425 \times 0.653 \times 10^3}{3.14 \times 2.14 (10^{-10})^2} = 24 \times 10^{-3} \text{ mksuni}$$

#### 4.9 اکتسابی نتائج (Learning outcomes)

- میکس ویل بولٹزمن ڈسٹری بیوشن کلیہ  $ni = gi e^{-a} e^{-\epsilon/kT}$
- فری ڈیراک کلیہ  $ni = \frac{g!}{(e^{a+\epsilon i/kT} + 1)!}$
- بوس آئین اسٹائین ڈسٹری بیوشن کلیہ  $ni = \frac{g!}{(e^{a+\epsilon i/kT} - 1)}$

#### 4.10 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Spin (اس + پن): کسی ذرہ (الکٹران) کی تیز گردش
- Eigenstate (آئی + جن + اس + ٹیٹ): ذرہ کی قابل مشاہدہ اور قابل شناخت حالت میں اس کی پوزیشن مومنٹم اور انرجی بیان کی۔

#### 4.1.1 نمونہ امتحانی سوالات (Sample Questions for Examination)

##### 4.1.1.1 (Objective Answer type Questions) معروضی جوابات کے حامل سوالات

1. کس اسٹائٹیکس میں تپش مطلق پر سسٹم کی انرجی صفر نہیں آتی؟
2. تھر موڈائناکس پروبالیٹی تھیورم بیان کیجئے۔
3. فرمیانس کی مثالیں دیجئے۔
4. بوسانس کی مثالیں دیجئے۔
5. ڈسٹری بیوشن کلیہ  $ni = \frac{gi}{(e^{a+\epsilon i/kT} - 1)}$  کی پابندی کرنے والے ذرات کہلاتے ہیں۔

- (a) بوسانس (b) فرمیانس  
(c) پائی آنس (d) کلاسیکل ذرات

6. فرمیانس ذیل کی کلیہ کی پابندی کرتے ہیں؟

- (a) بوس آئین اسٹائن (b) فرمی ڈیراک  
(c) میکس ویل بولٹزمن (d) تمام کلیات کی پابندی کرتے ہیں  
7. ایک گیس کی تپش مطلق میں 4 گناہ اضافہ کیا جائے اس کی rms اسپڈ میں اضافہ ہوگا۔

(a) چار گنا (b) 2 گناہ

(c) تین گنا (d) 1/4 گناہ

8. الیکٹرانکس کون سی اسٹائٹسٹکس کی پابندی کرتے ہیں؟

(a) FD (b) BE

(c) MB (d) سب کی

9. ایک نظام میں 4 ذرات ہیں انہیں یکے بعد دیگرے ترتیب دینے کے جملہ طریقے ہوں گے۔

(a) 4! (b)  $\frac{4!}{4}$

(c)  $\frac{4!}{4}$  (d) 1

4.11.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. اسٹائٹیکل ایکولی بیرم سے کیا مراد ہے؟
2. فیئر اسپیس اور فیئر پوائنٹ کی وضاحت کیجئے۔
3. BE MB اور FD اسٹائٹیکس کے مابین تقابل کیجئے۔
4. بوسانس اور فرمیانس کے درمیان تقابل کیجئے۔

4.11.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. کلاسیکل اور کوانٹم اسٹائٹیکس کے درمیان فرق واضح کیجئے۔ میکس ویل بولٹزمن بوس آئین اسٹائن اور فرمی ڈیراک اسٹائٹیکس پر مختصر نوٹ لکھیے۔
2. اسٹائٹیکل ایکولی بیرم پر بحث کیجئے اور اس کے لیے ضروری شرائط اخذ کیجئے۔

3. میکس ویل بولٹزمن، بوس آئین اسٹائین اور فری ڈیراک اسٹائٹیکس کے درمیان تقابل کیجئے۔ کن حدود کے تحت BE اور FD اسٹائٹیکس MB اسٹائٹیکس کے مساوی ہوتے ہیں؟

4.11.4 غیر حل شدہ سوالات ((Unsolved Questions))

1. ایک نائٹروجن کے سالمہ کا میں فری پاتھ پر محسوب کیجئے دیا گیا ہے کہ  $d = 3.2 \times 10^{-10}$  اور نائٹروجن کے سالموں کی

تعداد فی اکائی حجم  $2.7 \times 10^{19}$  (جواب:  $0.8 \times 10^{-7} m$ )

2.  $0^\circ C$  پر آکسیجن کے سالمہ کی کوئی شنٹ آف وسکاٹی کی قیمت محسوب کیجئے۔ دیا گیا ہے کہ سالمہ کا میں پاتھ کرہ ہوائے کے دباؤ پر

$9.58 \times 10^{-8} m$  اور سالمہ وزن  $32 \times 10^{-3} kg$  ہے۔ (جواب:  $1.93 \times 10^{-5} NS/m^2$ )

3. 5 سالمات کی بالترتیب اسپید 1.61، 6.1، 5.2 اور 1.2 کیلو میٹر فی سکنڈ ہے تب سالمات کی موسٹ پرو بیبل اسپید محسوب کیجئے۔

(جواب:  $1.60 km/s$ )

4.12 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodyanmics Core Phyiscs III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.



# اکائی 5۔ حر حرکیات کے کلیات

(Laws of Thermodynamics)

اکائی کے اجزا

تمہید	5.0
مقاصد	5.1
حر حرکیات کے کلیات کا تعارف	5.2
حر حرکیات کے پہلے کلیہ کے کچھ اطلاقات	5.3
رجعت پذیر اور غیر رجعت پذیر اعمال	5.4
حل شدہ مثالیں	5.5
اکتسابی نتائج	5.6
کلیدی الفاظ	5.7
نمونہ امتحانی سوالات	5.8
معروضی جوابات کے حامل سوالات	5.8.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	5.8.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	5.8.3
غیر حل شدہ سوالات	5.8.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	5.9

## 5.0 تمہید (Introduction)

تھر موڈائنامکس حراری طبیعیات کی وہ شاخ ہے جس میں حراری توانائی کو میکاکی توانائی میں تبدیل کرنے یا اس کے برعکس بھی بحث کی جاتی ہے۔ اس کے علاوہ حراری توانائی کو برقی کیمیائی، نوری توانائی، میں تبدیل کرنے پر بحث کی جاتی ہے۔ تھر موڈائنامکس کا عام مطالعہ دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ پہلا حصہ توانائی کی مختلف قسموں پر بحث کرتا ہے جو تھر موڈائنامک کے پہلے کلیہ سے متعلق ہیں۔ دوسرا حصہ ان سمتوں کی طرف بحث کرتا ہے جس میں تھر موڈائنامک کے دوسرے کلیہ کی بنیاد پر یہ تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں۔

تھر موڈائنامکس کے قوانین سائنسی قوانین کا ایک مجموعہ ہیں جو جسمانی مقداروں کے ایک گروپ کی وضاحت کرتے ہیں، جیسے درجہ حرارت، توانائی، اور اینٹروپی، جو تھر موڈائنامک توازن میں تھر موڈائنامک نظام کی خصوصیت کرتے ہیں۔

## 5.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- حر حرکیات کے کلیات کا تعارف کے بارے میں جانیں گے۔
- حر حرکیات کے پہلے کلیہ کے کچھ اطلاقات کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔
- رجعت پذیر اور غیر رجعت پذیر اعمال کے درمیان فرق کریں گے۔

## 5.2 حر حرکیات کے کلیات کا تعارف (Introduction of Laws of Thermodynamics)

تھر موڈائنامکس کا عام مطالعہ دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ پہلا حصہ توانائی کی مختلف قسموں پر بحث کرتا ہے جو تھر موڈائنامک کے پہلے کلیہ سے متعلق ہیں۔ دوسرا حصہ ان سمتوں کی طرف بحث کرتا ہے جس میں تھر موڈائنامک کے دوسرے کلیہ کی بنیاد پر یہ تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں۔

## I. نظام اور ماحول (System and Surrounding)

مادے کی ایک معین مقدار جو ایک بند سطح میں گھری ہو نظام کہلاتی ہے۔ مثلاً ایک گیس جو استوانہ میں بھری ہو جس کا پستون (فشارہ) متحرک ہو اسے میکوسکوپک ظاہر کرتی ہے اور وہ تمام چیزیں جو سسٹم سے باہر ہوں اور سسٹم پر اثر انداز ہوتی ہوں ماحول کہلاتی ہیں۔ ایک نظام اس کی ماحول سے کچھ معین گھیروں سے جدا ہوتا ہے۔ ایک نظام جو ماحول سے توانائی اور مادے کی تبدیلی کرتا ہے کھلا نظام کہلاتا ہے دوسری طرف وہ نظام جو ماحول سے صرف توانائی کا تبادلہ کرتا ہے ایک بند نظام کہلاتا ہے۔ ایک نظام جس میں حرارت اور میکاکی کام کا تبادلہ عمل میں نہیں آتا علیحدہ (Isolate) نظام کہلاتا ہے۔ نظام کو کلاں بنی (Macroscopic) اور خورد بنی (Microscopic) خصوصیات کی رقوم میں بیان کیا جاتا ہے۔ کلاں بنی خصوصیات وہ ہیں جو

- i. نظام کے مجموعی خصوصیات کو بیان کرتی ہوں۔
- ii. جن کا مشاہدہ خواص خمسہ کے ذریعہ راست کیا جاسکتا ہو۔
- iii. جن کی راست پیمائش تجربے خانے میں کی جاسکتی ہو۔
- iv. کلاں بنی خصوصیات کا نظام کی ساخت پر انحصار نہیں ہوتا۔
- v. دباؤ، حجم، تپش، اندرونی توانائی، ناکارگی وغیرہ کلاں بنی خصوصیات کی مثالیں ہیں۔

دوسری طرف خورد بنی خصوصیات وہ ہیں جو

- i. سسٹم کی اندرونی ساخت (سالمات اور جوہر) کو بیان کر سکیں۔
- ii. تجربہ گاہ میں ان کی راست پیمائش نہ کی جاسکتی ہو۔
- iii. جن کا مشاہدہ راست خواص خمسہ سے نہ کیا جاسکتا ہو۔
- iv. 4 سالمات کی کمیت، رفتاریں، توانائی، معیار حرکت وغیرہ ایک نظام کی خورد بنی خصوصیات ہیں۔

## II. تھر موڈائنامک ایکوی لیبریم (Thermodynamic Equilibrium)

میکانیات میں ایک جسم کی حالت کا بیان کچھ قابل پیمائش مقداروں مثلاً مرکز کمیت، اس کی پوزیشن، رفتار، اسراع وغیرہ میں ہوتا ہے۔ اسی طرح تھر موڈائنامکس میں نظام کی حالت دباؤ، حجم، تپش وغیرہ کی رقوم میں بیان کی جاتی ہیں بشرطیکہ نظام توازن میں ہو۔ دباؤ، حجم، تپش وغیرہ جو نظام کی حالت کو ظاہر کرتے ہیں۔ تھر موڈائنامک متغیرات کہلاتے ہیں اس طرح تھر موڈائنامک نظام وہ ہے جو حر حرکیاتی متغیرات کی رقوم میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ جب حر حرکیاتی متغیرات ایک یکساں قیمت حاصل کر لیتے ہیں یعنی وقت سے آزاد رہتے ہیں ہوں تب کہا جاتا ہے کہ نظام تھر موڈائنامک ایکوی لیبریم میں ہے۔ ایک نظام کو تھر موڈائنامک ایکوی لیبریم میں رہنے حسب ذیل شرائط کی تکمیل ضروری ہے۔

- i. میکانیٹک ایکوی لیبریم: جب ایک نظام اور اس کے ماحول پر غیر متوازی قوتیں عمل نہ کرتی ہوں نظام کو "میکانیٹک ایکوی لیبریم" میں کہا جاتا ہے مثلاً ایک  $V, P$  اور  $T$  نظام میکانیٹک ایکوی لیبریم میں ہوتا ہے۔ جب کہ نظام پر عائد کردہ دباؤ ہموار ہو۔
- ii. تھرمل ایکوی لیبریم: نظام کے تمام حصوں میں تپش ہموار اور ماحول کے مساوی ہوتی ہے یہ نظام تھرمل ایکوی لیبریم میں ہوگا۔
- iii. کیمیائی ایکوی لیبریم: اگر نظام کے تمام کیمیائی اجزاء اور ماحول یکساں ہوں تب کہتے ہیں کہ نظام کیمیائی ایکوی لیبریم میں ہے۔ لہذا ایک نظام جب تھرمل، میکانیٹک اور کیمیٹک ایکوی لیبریم میں ہوگا تب اسے تھر موڈائنامک ایکوی لیبریم کہتے ہیں۔
- iv. حالت کی مساوات (Equation of State): تھر موڈائنامک حالت کو ہم تھر موڈائنامک محدود کی رقوم میں بیان کر سکتے ہیں یعنی دباؤ، حجم اور تپش وغیرہ۔ ان تین متغیرات میں سے دو متغیرات آزاد اور ایک ان کا تفاعل ہے۔ تین میں سے دو متغیرات جو معین (فکسڈ) ہیں تب تیسرا خود بخود فکسڈ رہتا ہے۔ اس طرح ایک نظام کو بیان کرنے کے لئے دو متغیرات ضروری اور کافی ہیں۔

ایک مساوات جو تھر موڈائناک محدرات ملاتی ہو اور تھر موڈائناک سسٹم کے مکمل برتاؤ کو حالت توازن میں ظاہر کرتی ہو حالت کی مساوات کہلاتی ہے۔ ایک گیس کے لئے جو ایک نظام کو ظاہر کرتی ہیں۔ تین مقداریں، حجم اور تپش ایک دوسرے سے آزاد نہیں بلکہ ذیل کی مساوات سے جڑے ہیں۔

$$f(p, v, t) = 0$$

اسے حالت کی مساوات کہتے ہیں۔

ہر ایک تھر موڈائناک نظام کی ایک الگ مساوات ہوتی ہے مثلاً ایک گیس جو ایک گرام مول پر مشتمل ہو کم دباؤ پر اس کی حالت کی مساوات ہوگی۔

$$PV = RT$$

جہاں  $R =$  آفاقی گیس مستقل اور  $V$  سالمی حجم ہے۔

بلند تپش پر حالت کی مساوات ذیل کی شکل اختیار کر لیتی ہے۔

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

جہاں  $a$  اور  $b$  ونڈروال کے مستقل ہیں۔

### حر حرکیات کا صفری کلیہ (Zeroth Law of Thermodynamics)

جب دو اجسام  $A$  اور  $B$  آزادانہ طور پر ایک تیسرے جسم  $C$  سے حراری توازن میں ہوں گے تب  $A$  اور  $B$  بھی ایک دوسرے سے تھرمل ایکوی لیبریم میں ہوں گے۔ یہ حر حرکیات کا صفری کلیہ کہلاتا ہے۔ یہ کلیہ ہماری نشاندہی تپش کی طرف کرتا ہے۔ تپش ایک جسم کی سرد یا گرم کیفیت کو ظاہر کرتی ہے۔

### حراری توازن (Thermal Equilibrium)

جب ایک جسم کی تمام خصوصیات تبدیل نہیں ہوتیں تب جسم کی حالت بھی تبدیل نہیں ہوتی اس کے برعکس اگر جسم کی کوئی ایک خاصیت بھی بدل جائے تب کہا جاتا ہے کہ جسم کی حالت بدل گئی ایک جسم پر بیرونی کام کر کے اس کی حالت بدلی جاسکتی ہے جب کبھی دو اجسام کے درمیان حرارت کا تبادلہ نہ ہو تب یہ دونوں تھرمل ایکوی لیبریم میں ہوں گے۔

### تپش کا تصور (Concept of Temperature)

تمام اجسام کی تھرمل ایکوی لیبریم میں ایک مشترکہ خاصیت ہوتی ہے جس کی قیمت ہر ایک کے لیے مساوی ہوتی ہے۔ یہ خاصیت تپش کہلاتی ہے لہذا تپش ایک طبعی خاصیت ہے جو یہ بتلاتی ہیں کہ ایک نظام دوسرے نظام کے ساتھ تھرمل ایکوی لیبریم میں ہے یا نہیں؟ اگر دو اجسام یا دو نظام تھرمل ایکوی لیبریم میں ہوں گے تب ان کی تپش مساوی ہوگی۔ اگر مختلف اجسام کی تپش مختلف ہو تو یہ تھرمل ایکوی

لیبریم میں نہیں ہوگے۔ لہذا ایک جسم کی تپش کو ہم اس طرح بھی بیان کر سکتے ہیں کہ یہ "وہ خاصیت ہے کہ اگر دو اجسام طویل وقت تک حالت تماس میں ہوں تب ایک جسم جو قیمت حاصل کرتا ہے دوسرا جسم بھی وہی قیمت حاصل کریں گے۔"

### حرارت اور کام (Heat and Work)

حرارت توانائی کی ایک شکل ہے جو ایک جسم سے دوسرے جسم کو ان کی تپش کے فرق کی وجہ سے منتقل ہوتی ہے۔ کام: جب کوئی قوت ایک نظام پر عمل کر کے اس میں ڈسپلیسمنٹ پیدا کرتی ہے تو کہا جاتا ہے کہ کام انجام دیا گیا۔ اگر ایک نظام اپنے ماحول پر قوت عائد کرے اور ڈسپلیسمنٹ پیدا کرے تب سسٹم کا انجام دیا ہو اکام بیرونی کام ہو گا۔ لہذا نظام کا انجام دیا ہو اکام مثبت اور نظام پر انجام دیا ہو اکام منفی ہو گا۔

جب نظام کا ایک حصہ نظام کے دوسرے حصہ پر کام انجام دیتا ہے تب یہ اندرونی کام کہلاتا ہے ہم جانتے ہیں کہ گیسوں میں بین سالمی کشش پائی جاتی ہے جب گیس پھیلتی ہے۔ تب سالمات کی قوت کشش کے درمیان کام انجام دیا جاتا ہے اس لیے پھیلاؤ کے دوران گیس کا سالمات کی قوت کشش کے خلاف انجام دیا ہو اکام اندرونی کام کہلاتا ہے۔ بیرونی کام ایک کلاں بنی تصور ہے جو نظام اور ماحول کے درمیان تال میل رکھتا ہے۔ تھر موڈائناکس میں بیرونی کام کی اہمیت ہے جب کہ اندرونی کام کی کوئی اہمیت نہیں۔

### حرارت اور کام میں برابری (Equivalence of Heat and Work)

ہم تجرباتی طور پر جانتے ہیں کہ حرارت توانائی کی ایک شکل ہے۔ ہمیں معلوم ہے کہ ایک ڈورتی ہوئی کار پر بریک عائد کیا جائے تو بریک کا ڈرم (Drum) گرم ہو جاتا ہے۔ سائیکل کے ٹائر میں جب ہوا بھر جاتی ہے تو پمپ گرم ہو جاتا ہے۔ ماچیس کی ایک تیلی رگڑی جاتی ہے تو گرم ہو کر جلتی ہے۔ ان تمام صورتوں میں رگڑ سے ہمیشہ حرارت پیدا ہوتی ہے۔ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ میکانکی توانائی (کام) ناپید (Disappear) ہو کر حرارت پیدا کرتی ہے۔ اس طرح حرارت اور کام آپسی طور پر برابر ہیں۔

### ایک نظام کی اندرونی توانائی (Internal Energy of a System)

ہر ایک تھر موڈائناک نظام اپنے اندر توانائی کی ایک فکسڈ مقدار رکھتا ہے۔ مثال کے طور پر

- i. ہائیڈروجن اور آکسیجن کا آمیزہ دھماکے پر میکانکی توانائی فراہم کرتا ہے۔
  - ii. جست اور تانبہ داینال خانے (Daniel Cell) میں تعامل کر کے برقی توانائی فراہم کرتے ہیں۔
  - iii. ایک مائع ٹھوس میں منجمد ہو کر حراری توانائی فراہم کرتا ہے۔
- ایک نظام میں ذخیرہ شدہ توانائی جو بظاہر نظر نہیں آتی نظام کی اندرونی توانائی کہلاتی ہے۔

گیسوں کے نظریہ تحرک کی بنا پر ایک گیس لاتعداد سالمات پر مشتمل ہوتی ہے جو ہر وقت تیز رفتار بے ترتیب حرکت میں رہتے ہیں جس کی وجہ سے ان میں کائینٹک انرجی پائی جاتی ہے۔ سالمات کی کل کائینٹک انرجی اندرونی کائینٹک انرجی کہلاتی ہے۔ اسی طرح سالمات میں بین سالمی کشش کی وجہ سے ان میں اندرونی پوٹنٹشل انرجی پائی جاتی ہے۔ ان دونوں توانائیوں کا مجموعہ نظام کی اندرونی توانائی کہلاتا ہے۔ ایک سسٹم کی کائینٹک یا پوٹنٹشل انرجی سے اندرونی توانائی کا کوئی تعلق نہیں۔ سالمات کی رفتار سے اضافہ میں اندرونی توانائی میں اضافہ ہوتا ہے۔ اس طرح "اندرونی توانائی سے مراد نظام کی وہ توانائی ہے جو سالمات کی ترکیب اور پوزیشن سے حاصل ہوتی ہے۔

اب ہم اندرونی توانائی کا کلاں بنی زاویہ سے مشاہدہ کریں گے۔ ایک علاحدہ تھر موڈائٹامک نظام پر غور کیجئے جس پر بیرونی قوت عائد کی گئی تب نظام کو ابتدائی حالت  $i$  سے انتہائی  $f$  تک ایڈیاٹیک طریقے سے پہنچنے کے دوران نظام پر انجام دیا ہوا کام  $W$  ہے۔ فرض کیجئے کہ ابتدائی حالت اور انتہائی حالت کی اندرونی توانائیاں بالترتیب  $U_i$  اور  $U_f$  ہیں تب کلیہ بقائے توانائی عائد کرنے پر۔

$$U_f - U_i = -W$$

جہاں منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ سسٹم پر کام انجام دیا گیا۔ تب فرق  $(U_f - U_i)$  کی طبیعی تشریح نظام میں توانائی کے اضافہ کو ظاہر کرتی ہے۔ اس طرح ان توانائیوں کا فرق  $U$  ایک توانائی کا تفاعل ہے جو عین مساوی ہے حالت  $i$  سے حالت  $f$  تک پہنچنے کے دوران انجام دیے ہوئے کام کے۔ تفاعل  $U$  انٹرئل انرجی فنکشن کہلاتا ہے۔ اس کا انحصار منتخب کیے ہوئے راستے پر نہیں ہوتا لہذا ایک نظام سائیکلک راستہ اختیار کرتے ہوئے اپنی اصلی حالت پر واپس آتا ہے تو اس کی اندرونی توانائی میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

### حر حرکیات کا پہلا کلیہ (First Law of Thermodynamics)

فرض کیجئے ایک نظام کو  $dQ$  حرارت کی مقدار مہیا کی گئی جس سے نظام کی اندرونی توانائی میں  $dU$  اضافہ ہوتا ہے اور نظام  $dW$  بیرونی کام انجام دیتا ہے تب تھر موڈائٹامک کے پہلے کلیہ کے مطابق:

$$dQ = dU + dW \text{-----}(5.1)$$

یہ حر حرکیاتی کا پہلا کلیہ ہے یہ کلیہ توانائی کی بقا کا عمومی کلیہ ہے۔

مساوات (5.1) تھر موڈائٹامک کے پہلے کلیہ کی ریاضی شکل ہے۔ اسے اس طرح بھی بیان کیا جاسکتا ہے کہ تمام تبدیلیوں میں فراہم کردہ حرارتی توانائی بیرونی کام جمع اندرونی توانائی میں اضافہ سے توازن (Balance) کی جاتی ہے۔

اگر ایک سسٹم کو  $dQ$  کی مقدار پہنچائی گئی جس سے سسٹم کی اندرونی توانائی میں  $dU$  اضافہ ہوتا ہے اور سسٹم  $dW$  بیرونی کام انجام دیتا ہے تب تھر موڈائٹامک کے پہلے کلیہ کے مطابق

$$dQ = dU + dW$$

جہاں تمام مقادیر جول میں ظاہر کی جاتی ہے۔ انٹرئل انرجی میں اضافہ مثبت اور کمی منفی مانی جاتی ہے جذب کردہ حرارت مثبت اور مسترد کردہ حرارت منفی کی جاتی ہے۔

### 5.3 حر حرکیات کے پہلے کلیے کے کچھ اطلاقات

(Some Applications of First Law of Thermodynamic)

#### 1. ہم تپشی (آئی سو تھرمل) طریقہ

ایک تھر موڈائٹا مک سسٹم میں اس طرح تبدیلی واقع ہو کہ اس کی تپش مستقل رہتی ہو آئسو تھرمل طریقہ کہلاتا ہے۔ اس طریقہ میں سسٹم کی سنٹرل انرجی مستقل رہتی ہے۔ لہذا  $dU = 0$  ہوتا ہے تب آئسو تھرمل طریقہ میں تھور موڈائٹا مک کا کلیہ ہوگا  $dQ = dw$  بائیل کا کلیہ اس کی ایک مثال ہے۔ اس طریقہ میں مساوات ایک مستقل  $PV =$  کی پابندی ہوتی ہے۔

#### 2. حرنا گزار (ایڈیا بیٹک) طریقہ (Adiabatic Process)

ایک تھر موڈائٹا مک نظام میں اس طرح تبدیلی واقع ہو کہ نظام اور ماحول کے درمیان حرارت کا تبادلہ نہ ہو یعنی نظام کی حرارت مستقل ہو ایڈیا بیٹک طریقہ کہلاتا ہے۔ یہ ایک فوری واقع ہونے والا طریقہ ہے۔ اس عمل کے دوران مساوات ایک مستقل  $PV^{\gamma} =$  کی پابندی ہوتی ہے جہاں  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  ایک گیس کے حرارت محقیوں کے درمیان نسبت۔ ایڈیا بیٹک طریقہ میں  $dQ = 0$  لہذا ایڈیا بیٹک طریقہ میں تھر موڈائٹا مک کا پہلا کلیہ ہوگا۔

$$dU = -dW$$

#### 3. ہم خط طریقہ (آئی سو بارک طریقہ) (Isochoric Process)

ایک ایسا عمل جس کے دوران نظام کا دباؤ مستقل رہتا ہے۔ آئسو بارک طریقہ کہلاتا ہے۔ اس طریقہ میں حاصل کی گئی حرارت  $dQ$  کا استعمال جزوی طور پر تپش میں اضافہ  $dT$  اور جزوی طور پر بیرونی کام انجام دینے کے لیے ہوتا ہے۔ لہذا تھر موڈائٹا مک کا پہلا کلیہ ہوگا۔

$$dQ = Cp dT + pdV$$

#### 4. ہم حجمی طریقہ (آئسو کورک طریقہ) (Isochoric Process)

ایک ایسا طریقہ جس میں نظام کا حجم مستقل رہتا ہو آئسو کورک طریقہ کہلاتا ہے۔ ایسے طریقے میں انجام دیا ہوا کام صفر ہوتا ہے۔

$$dQ = dU \text{ (} dW = PdV = 0 \text{)} \text{ لہذا آئسو کورک طریقہ میں پہلا کلیہ ہوگا } dU = 0$$

#### 5. دوری طریقہ (سائیکل طریقہ) (A Cycle of Processes)

اگر ایک نظام کو ابتدائی حالت سے انتہائی حالت تک ایک یا زائد طریقوں سے لے جایا جائے اور پھر ابتدائی حالت پر ایک سے زائد طریقوں سے اس طرح واپس لایا جائے کہ اندرونی توانائی میں اصل تبدیلی صفر ہو ( $dU = 0$ ) اسے سائیکل طریقہ کہتے ہیں اس

لیے تھر موڈائٹناکس کا پہلا کلیہ ہو گا۔  $dQ - dw$  اس مکمل سائیکل میں نظام سے حاصل کردہ یا نظام کو دی گئی حرارت مساوی ہوتی ہے۔ نظام پر یا نظام کے کیے ہوئے کام کے۔

### 6. آزادانہ پھیلاؤ (Free Expansion)

یہ ایک ایڈیا بیٹک عمل ہے جس میں نظام یا نظام سے کوئی کام انجام نہیں دیا جاتا۔ دو برتن تصور کیجئے جو حراری حاجز (اسبسٹاس) سے ڈھانکے ہوئے ہیں۔ ایک برتن گیس سے بھرا ہے دوسرا خالی ہے دونوں ایک دوسرے ٹونٹی کے ذریعے جڑے ہوئے ہیں اگر اچانک ٹونٹی کھول دی جائے تو گیس خالی برتن میں داخل ہو کر آزادانہ پھیلے گی چونکہ یہ ایڈیا بیٹک عمل ہے اور نظام تھرمل انسولیشن میں ہے اس لیے حرارت مستقل رہے گی یعنی  $dQ = 0$  اور چونکہ برتن کی دیواریں استوار ہیں اس لیے کوئی بیرونی کام نہیں ہو گا تب تھر موڈائٹناک کے پہلے کلیہ کے مطابق  $dU = 0$  اگر  $U_i$  اور  $U_f$  گیس کی ابتدائی اور انتہائی اندرونی توانائی کو ظاہر کرتے ہیں تب  $U_f - U_i = 0$  یا  $U_f = U_i$  (آزادانہ پھیلاؤ) لہذا آزادانہ پھیلاؤ میں ابتدائی اور انتہائی اندرونی توانائی مساوی ہوتی ہیں۔

### 7. ایک کامل گیس کی تپش دباؤ اور حجم میں ایڈیا بیٹک رشتہ

(Adiabatic Relation between Pressure, Volume & Temperature of an Ideal Gas)

فرض کیجئے کہ ایک کامل گیس کا دباؤ  $P$  حجم  $V$  اور تپش  $T$  ہے جسے ایک کامل حاجز استوانہ میں جس کو سٹن لگا ہو بھر دیا گیا مان لیجئے کہ گیس میں ایک معمولی ایڈیا بیٹک تبدیل ہوتی ہے تب اس کی انٹرنل انرجی کے انجام دیے ہوئے کام کی وجہ سے تپش میں گراوٹ آتی ہے۔ اگر حجم میں معمولی تبدیلی  $dV$  اور دباؤ  $P$  ہو تب پھیلاؤ کے دوران انجام دیا ہوا کام ہو گا۔

$$dW = PdV \quad \text{-----(5.2)}$$

گیس کی اندرونی توانائی میں کمی مساوی ہوتی ہے مستقل حجم پر اس کی حرارت نوعی اور تپش میں گراوٹ  $dT$  کے حاصل ضرب کے۔

$$dU = CvdT \quad \text{-----(5.3)}$$

تھر موڈائٹناک کے پہلے کے مطابق:

$$dQ = dU + dW$$

چونکہ ایڈیا بیٹک عمل میں  $dQ = 0$

$$0 = dU + dW \quad \text{لہذا}$$

مساوات (5.2) اور (5.3) کی قیمتیں درج کرنے پر

$$CvdT + pdV = 0 \quad \text{-----(5.4)}$$



کامل گیس کے ایک مول کے لیے  $PV = RT$

$$P = \frac{RT}{V} \quad \text{یا}$$

$$Cv dT = -dV \frac{RT}{V}$$

$$\text{طرفین کا تکمیل لینے پر} \quad Cv \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V} \quad \text{یا} \quad \text{-----(5.5)}$$

$$Cv \int_{r_1}^{r_2} \frac{dT}{T} = -R \int_{v_1}^{v_2} \frac{dV}{V}$$

$$Cv \log_e \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = -R \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\therefore Cp - Cv = R$$

$$Cv \log_e \frac{T_2}{T_1} = (Cp - Cv) \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \quad \text{لہذا}$$

$$\text{لہذا} \quad Cp = rCv \quad \text{یا} \quad \frac{Cp}{Cv} = r$$

$$Cv \log_e \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = (rCv - Cv) \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\log_e \frac{T_2}{T_1} = (r - 1) \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{r-1} \quad \text{-----(5.6)}$$

$$T_1 V_1^{r-1} = T_2 V_2^{r-1}$$

$$TV^{(r-1)} = \text{ایک مستقل} \quad \text{یا} \quad \text{-----(5.7)}$$

مساوات (5.6) سے T کو خارج کرنے پر

$$\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{(r-1)}$$

$$\left( \because \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \right)$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \right) \quad \text{لہذا}$$

مساوات (5.7) سے V کو خارج کرنے پر

$$PV = RT$$

$$V = \frac{RT}{P}$$

$$P \left( \frac{RT}{P} \right)^r = K \quad \text{ایک مستقل}$$

$$P^{1-r}T^rR = K \quad \text{ایک مستقل}$$

$$P^{1-r}T^r = \quad \text{یا ایک مستقل}$$

#### 5.4 رجعت پذیر اور غیر رجعت پذیر اعمال (Reversible and Irreversible Processes)

"ایک ایسا حرکیاتی عمل جس کو اس طرح واپس لوٹایا جاسکے کہ جو بھی تبدیلیاں راست طریقے میں ہوتی ہیں وہی تبدیلیاں معکوس طریقے میں بھی واقع ہو، ریورسیبل طریقہ کہلاتا ہے۔ راست طریقے میں جتنی حرارت جذب ہوتی ہو اتنی ہی حرارت معکوس طریقے میں خارج ہونی چاہئے۔ اگر راست طریقے میں کسی کارکن شے (Working Substance) پر کام کیا جائے تو معکوس طریقے میں کارکن شے بھی اتنا ہی کام انجام دے۔ ریورسیبل عمل کے لیے حسب ذیل شرائط ہیں:

1. اس عمل کے دوران ضائع کنندہ قوتیں مثلاً رگڑ، وسکاٹی، برقی مزاحمت وغیرہ غیر موجود رہنا چاہئے۔
2. راست اور معکوس اعمال لامتناہی طور پر سست (Slow) انجام دیے جائیں۔
3. نظام اور ماحول کی تپش ایک ہی ہو۔

مثالیں:

- i. تمام آئسو تھرمل اور ایڈیاتیک اعمال ریورسیبل ہیں جب کہ سست روی سے انجام دیئے جائیں۔
- ii. برف جب حرارت کی کچھ مقدار جذب کرتا ہے پگھل جاتا ہے اگر اسی پانی سے حرارت کی اتنی ہی مقدار خارج کی جائے تو یہ برف بن جاتا ہے۔
- iii. ایک اسپرنگ میں نہایت ہی آہستہ آہستہ لیشن جس سے اس کے طول میں یا زیادتی نہ ہو۔
- iv. ایک کامل لچکدار بال کچھ بلندی سے ایک کامل لچکدار افقی سطح پر گرتا ہے تو اتنی ہی بلندی تک بلند ہوتا ہے جہاں سے یہ گرا تھا۔

v. بہت ہی سست روی سے تکثیف یا بخارات بننے کا عمل

یہاں یہ نکتہ یاد رکھنے کے قابل ہے کہ ریورسیبل عمل کے لیے اوپر بیان کی گئیں شرائط مثالی تصور ہے اور حقیقت میں ان شرائط کو پورا کرنا ممکن ہے۔ ریورسیبل عمل صرف ایک خیالی تصور ہے جسے عملی طور پر حاصل کرنا ممکن نہیں کیونکہ اصل طریقہ میں رگڑ "ایصالیت اور اشعاع کی وجہ سے نقصان حرارت ہوتا ہے۔"

**غیر رجعت پذیر عمل (Irreversible Process):**

ہر وہ طریقہ جو ریورسیبل نہ ہو اور ریورسیبل طریقہ کہلاتا ہے۔

قدرت میں تمام اعمال جیسے ایصالیت، اشعاع، تابکاری، تنزل وغیرہ اور ریور سیبل اعمال ہیں۔ تمام تجرباتی طریقے جیسے گیس کا آزادانہ پھیلاؤ، جول تھا مسن پھیلاؤ، ایک برقی تار کا جلنا وغیرہ اور ریور سیبل اعمال ہیں:

- i. ایک اسپرنگ کو اچانک تیزی سے کھینچا جائے تو اس میں ارتعاشات پیدا ہوتے ہیں۔ جس کی وجہ سے توانائی کا کچھ حصہ ضائع ہو جاتا ہے یہ اور ریور سیبل عمل کی ایک مثال ہے۔
- ii. فوری پھیلاؤ، پچکاؤ، فوری بخارات کا بننا، یا عمل تکثیف وغیرہ اور ریور سیبل عمل کی مثال ہے۔
- iii. جول تھا مسن کا اثر ایک اور ریور سیبل عمل ہے کیونکہ گیس کے بہاؤ کی سمت بدل دیں تب، اسی مقدار میں حراری تبریدی (Cooling) اثر نہیں ہوتا۔
- iv. ایک مزاحمت سے برقی رو گزارنے پر حرارت پیدا ہونے کا اثر اور ریور سیبل ہوتا ہے۔
- v. دو اجسام کے درمیان تپش کے فرق کی وجہ سے حرارت کا تبادلہ ایک اور ریور سیبل عمل ہے۔

## 5.5 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

ایک ریور سیبل انجن کی استعداد معلوم کیجئے جو تپش  $72^{\circ}C$  اور  $187^{\circ}C$  کے درمیان کام کر رہا ہو۔

حل: ایک ریور سیبل انجن کی استعداد

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$T_1 = 273 + 187 = 460K$$

$$T_2 = 273 + 72 = 345K$$

$$\eta = 1 - \frac{345}{460} = \frac{460-345}{460}$$

$$\eta = \frac{115}{460} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

## 5.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- حرارت اور کام، نظام کو توانائی منتقل کرنے کے دو طریقے ہیں۔
- نظام اور ماحول میں تپش کے فرق کی وجہ سے توانائی کی منتقلی حرارت کہلاتی ہے۔
- حرارت کی وہ منتقلی جیسے ایک استوانے کے پسٹن کو حرکت دینا، یا اس سے منسلک وزن کو اوپر اٹھانا یا نیچے گرانا کام ہے۔
- میکائیکل توانائی (کام) ناپید ہو کر حرارت پیدا کرتی ہے اس طرح حرارت اور کام یکساں ہیں۔

- نظام کا انجام دیا ہو اکام مثبت اور نظام پر انجام دیا ہو اکام منفی ہو گا۔
- ایک حرکیاتی طریقہ جس کو اس طرح واپس لوٹایا جائے کہ راست طریقے میں جو بھی تبدیلیاں ہوں معکوس طریقہ میں وہ تبدیلیاں واقع ہوں رجعت پذیر عمل کہلاتا ہے۔
- ایک ایسا عمل جو رجعت پذیر نہ ہوں، غیر رجعت پذیر عمل کہلاتا ہے۔ تمام قدرتی اعمال غیر رجعت پذیر ہیں جیسے ایصالیت، اشعاع، تابکاری تنزل، جول تھامسن پھیلاؤ وغیرہ۔

## 5.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

- نظام: وہ طبعی جز جس پر توجہ مرکوز ہو۔
- ماحول: نظام کے ماحولاتی کائنات
- حرکیاتی عمل: ایک ایسا عمل جس میں حراری توانائی میکاکی توانائی (کام) میں تبدیل کی جاتی ہے۔
- حرکیاتی نظام: ایک نظام جس میں اوپر بیان کردہ تبدیلی عمل میں آتی ہے۔
- حرکیاتی متغیرات یا محدود: طبعی مقداریں جو ایک نظام کی حرکیاتی حالت کو بیان کرتی ہیں۔

## 5.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 5.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. ایک کامل گیس کے لیے (1) دباؤ اور حجم (2) تپش اور حجم میں ایڈیا بیٹک رشتہ لکھے۔
2. حراری انجن کیا ہے؟ اس کے اجزاء کے نام لکھئے۔
3. ایک آئیسو تھرمل عمل میں کامل گیس کو مہیا کی گئی توانائی استعمال ہوتی ہے۔  
(a) تپش میں اضافہ کے لئے  
(b) بیرونی کام انجام دینے کے لیے  
(c) تپش میں اضافہ اور بیرونی کام کے لیے  
(d) اندرونی توانائی میں استعمال کے لیے
4. ایک ایڈیا بیٹک عمل میں کون سی طبعی مقدار مستقل رہتی ہے۔  
(a) تپش  
(b) حرارت  
(c) حجم  
(d) دباؤ
5. ایک تھر موڈ اناک عمل میں تپش مستقل رہتی ہے یہ عمل ہے۔  
(a) آئیسو تھرمل  
(b) ایڈیا بیٹک  
(c) آئیسو کورک  
(d) آئیسو بارک

6. ایڈیا بیٹک عمل میں تھر موڈ ناک کا پہلے کلیہ کی مساوات ہوگی۔

$$\begin{array}{ll} dQ = -dw & (b) \\ dU = -dW & (d) \end{array} \quad \begin{array}{ll} dQ = dw & (a) \\ dU = -dw & (c) \end{array}$$

7. تھر موڈ ناک کا کون سا کلیہ ایک نظام میں تپش کے مساوی ہونے کے رجحان کی وکالت کرتا ہے۔

- (a) صفری کلیہ  
(b) پہلا کلیہ  
(c) دوسرا کلیہ  
(d) تیسرا کلیہ

8. حرارت از خود ایک سرد جسم سے گرم جسم کو منتقل نہیں ہو سکتی یہ بیان ہے۔

- (a) کیلون کا  
(b) کلاسیس کا  
(c) میکس ویل کا  
(d) بولٹز من کا

9. ایک گیس کے پھیلاؤ یا پچاؤ کی مساوات  $PV^n =$  ہے اگر  $n = 1$  ہو تب یہ تبدیلی ہوگی۔

- (a) ایڈیا بیٹک  
(b) آئیسو بارک  
(c) آئیسو کورک  
(d) آئیسو تھرمل

10. کون سی مساوات کلاسیس تھیورم کو ظاہر کرتی ہے۔

$$\begin{array}{ll} \oint \frac{dQ}{T} = 0 & (a) \\ \oint \frac{dQ}{T} > 0 & (c) \end{array} \quad \begin{array}{ll} \oint \frac{dQ}{T} \neq 0 & (b) \\ \oint \frac{dQ}{T} < 0 & (d) \end{array}$$

### 5.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. تھر موڈ ناک کے صفری اور پہلے کلیہ کو بیان کیجئے۔
2. آئیسو تھرمل اور ایڈیا بیٹک اعمال میں فرق واضح کیجئے۔
3. نظام اور ماحول اور تھرمل ایکوی لیبریم کی وضاحت کیجئے۔
4. ایک نظام کی اندرونی توانائی سے کیا مراد ہے؟
5. ریور سیبل اور ار ریور سیبل اعمال کیا ہیں؟ مثالیں دیجئے۔

### 5.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. آئیسو تھرمل اور ایڈیا بیٹک تبدیلیاں کیا ہیں؟ ایک کامل گیس کے لیے دباؤ حجم اور تپش کے درمیان ایڈیا بیٹک رشتہ اخذ کیجئے۔
2. ریور سیبل اور ار ریور سیبل اعمال میں فرق واضح کیجئے۔ ریور سیبلٹی کے لیے طبعی شرائط بیان کیجئے۔ کیا ریور سیبلٹی حقیقت میں خاص کی جاسکتی ہے۔

5.8.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. ایک ریور سیبل انجن منبع سے  $527^{\circ}$  تپش پر حرارت حاصل کرتا ہے اور سنک کو  $127^{\circ}C$  پر مسترد کرتا ہے اگر انجن کی طاقت  $750W$  ہو تو منبع سے حاصل کردہ حرارت کی مقدار معلوم کرو۔  
(جواب:  $150^{\circ}J$ )
2. ایک کارنوٹ انجن کی استعداد  $25\%$  ہے سنک کی تپش  $50\%$  گھٹانے پر اس کی استعداد  $50\%$  ہو جاتی ہے تب منبع اور سنک کی تپش محسوب کیجئے۔

---

5.9 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

---

1. Heath and Thermodynamics – Zemansky
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) ( $5^{\text{th}}$  &  $6^{\text{th}}$ )
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.

# اکائی 6- کارنوٹ دور (سائیکل)

(Carnots Cycle)

	اکائی کے اجزا
تمہید	6.0
مقاصد	6.1
کارنوٹ دور (سائیکل)	6.2
کارنوٹ انجن کی استعداد	6.3
کارنوٹ انجن کی رجعت پذیری	6.4
کارنوٹ تھیورم	6.5
ایک ریفریجیٹر کی شرح استعداد	6.6
حل شدہ مثالیں	6.7
اکتسابی نتائج	6.8
کلیدی الفاظ	6.9
نمونہ امتحانی سوالات	6.10
معروضی جوابات کے حامل سوالات	6.10.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	6.10.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	6.10.3
غیر حل شدہ سوالات	6.10.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	6.11

## 6.0 تمہید (Introduction)

کارنوٹ سائیکل ایک مثالی تھر موڈینامک سائیکل ہے جسے فرانسیسی ماہر طبیعیات سادی کارنوٹ نے 1824 میں تجویز کیا تھا اور 1830 اور 1840 کی دہائیوں میں دوسروں کے ذریعہ اس کی توسیع کی گئی تھی۔ کارنوٹ کے نظریہ کے مطابق، یہ کسی بھی کلاسیکی تھر موڈینامک انجن کی کارکردگی کو کام میں حرارت کی تبدیلی کے دوران، یا اس کے برعکس، نظام پر کام کے اطلاق کے ذریعے درجہ حرارت میں فرق پیدا کرنے میں ریفریجیشن سسٹم کی کارکردگی پر ایک بالائی حد فراہم کرتا ہے۔

کارنوٹ سائیکل، حرارت کے انجنوں میں، ایک سیال کے دباؤ اور درجہ حرارت کی تبدیلیوں کی مثالی چکراتی ترتیب، جیسے انجن میں استعمال ہونے والی گیس، جس کا تصور 19 ویں صدی کے اوائل میں فرانسیسی انجینئر ساڈی کارنوٹ نے کیا تھا۔ یہ اعلیٰ اور کم درجہ حرارت کے درمیان کام کرنے والے تمام ہیٹ انجنوں کی کارکردگی کے معیار کے طور پر استعمال ہوتا ہے۔

## 6.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- کارنوٹ دور (سائیکل) اشیاء کے بارے میں جانیں گے۔
- کارنوٹ انجن کی استعداد کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔
- کارنوٹ انجن کی رجعت پذیری کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔
- کارنوٹ تھیورم کی تعریف کریں گے۔
- ایک ریفریجیٹر کی شرح استعداد کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

## 6.2 کارنوٹ دور (Carnots Cycle)

کارنوٹ انجن: ایک حراری انجن ایسا آلہ ہے جو حراری توانائی کو میکانیکی توانائی (کام) میں بدلتا ہے۔ سال 1824ء میں فرانسیسی انجینئر نے نظریاتی طور پر ایک ایسا انجن کا تصور پیش کیا جو ایک حقیقی انجن میں موجود تمام نقائص سے پاک ہو۔ یہ انجن محض ایک نظریہ ہے جس کا حقیقت میں کوئی وجود نہیں لیکن اسے ایک حقیقی انجن کے مقابل معیاری انجن تصور کیا جاتا ہے۔

شکل (6.1) میں کارنوٹ کے انجن دکھایا گیا ہے۔

کارنوٹ انجن حسب ذیل اجزاء پر مشتمل ہوتا ہے۔

1. کارکن شے (Working Substance):

کارکن شے ایک کامل گیس پر مشتمل ہوتی ہے۔ جسے ایک استوانہ، پستون ترتیب میں بھرا جاتا ہے۔ استوانہ کی دیواریں کامل طور

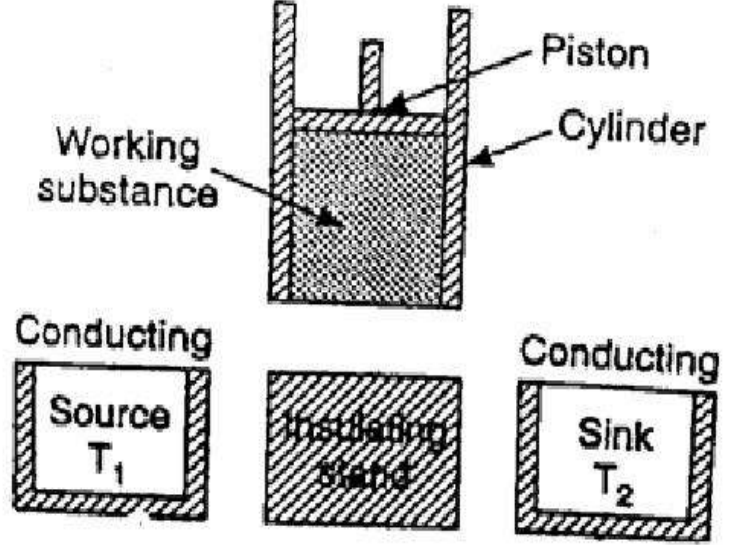
رپ حرانگذار (Non-conducting) اور اس کا قاعدہ کامل قابل ایصالیت جس میں بغیر رگڑ کا غیر موصل پستون جڑا ہوتا ہے۔



## 2. منبع حرارت (Source of Heat):

ایک بلند تپش کا جسم جس کی حراری گنجائش زیادہ ہو اور جو بلند تپش  $T_1$  پر ایک منبع کی مانند کام کرتا ہو۔ جسم کی حراری گنجائش کا زیادہ ہونا ضروری ہے کیونکہ اگر اس سے حرارت حاصل کی جائے تو اس کی تپش میں کوئی تبدیلی نہ ہو۔

کارنوٹ انجن محض ایک نظریہ ہے جس کا حقیقت میں کوئی وجود نہیں لیکن اسے ایک حقیقی انجن کے مقابل معیاری انجن تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس کے اہم اجزائی کارکن شے منبع عرقہ اور حجاز اسٹانڈ ہیں۔



شکل (6.1)

## 3. عرقہ (سنگ) (The sink):

ایک سرد جسم جو کم تپش  $T_2$  پر ایک عرقہ کی طرح کام کرتا ہے۔ عام طور پر اطراف کا ماحول سنگ کی طرح کام کرتا ہے۔

## 4. حجاز اسٹانڈ (Insulating Stand)

تمام سسٹم کو کامل بنانے کے لیے ایک غیر موصل اسٹانڈ اسٹوانے کے قاعدے پر رکھا جاتا ہے۔

کارنوٹ سائیکل:

کارنوٹ سائیکل میں کارکن شے کو حسب ذیل دوری عمل سے گزارا جاتا ہے جو چار اجزاء پر مشتمل ہوتا ہے۔

a. آئسو تھرمل پھیلاؤ

b. ایڈیابٹک پھیلاؤ

c. آئی سو تھرمل پکچاؤ (Compression) اور

d. ایڈیابٹک پکچاؤ

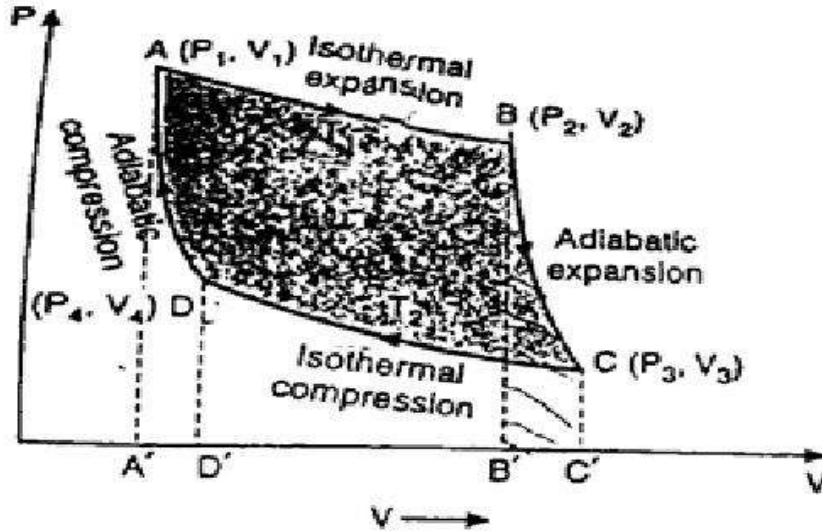
a. آئی سو تھرمل پھیلاؤ (Isothermal Expansion)

فرض کیجئے کہ سلنڈر میں 1 گرام مول گیس لی گئی۔ گیس کی ابتدائی حالت کو شکل (6.2) میں A سے ظاہر کیا گیا ہے جہاں اس کا دباؤ  $P_1$  اور  $V_1$  تپش  $T_1$  ہے۔ استوانہ کو منبع پر رکھ کر پستون کو آہستگی سے حرکت دی جاتی ہے تاکہ گیس میں آئسو تھرمل پھیلاؤ واقع ہو اس دوران کارکن شے کی تپش مستقل رہتی ہے۔ اس عمل کے دوران گیس کے دباؤ میں گراوٹ آتی ہے اور حجم میں اضافہ ہوتا ہے یہاں یہ بات قابل ذکر ہے کہ منبع (Source) سے حرارت کی فراہمی تپش کی گراوٹ کی تلافی کرتی ہے۔ گیس کی انتہائی حالت کو نقطہ B سے ظاہر کیا گیا اس طرح گیس کے آئسو تھرمل پھیلاؤ کو شکل (6.2) میں منحنی AB سے ظاہر کیا گیا۔

مان لیجئے کہ اس عمل میں منبع سے جذب کردہ حرارت کی مقدار  $Q_1$  ہے۔ یہ مساوی ہے پھیلاؤ کے دوران حالت  $(P_1, V_1)$  سے حالت  $(P_2, V_2)$  کے پھیلاؤ کے دوران انجام دیے ہوئے کام  $W_1$  کے

$$Q_1 = W_1 = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} RT_1 \frac{dV}{V}$$

$$ABB'A' = RT_1 \log_e \frac{V_1}{V_2} \quad \text{----- (6.1)}$$



شکل (6.2)

b. ایڈیابٹک پھیلاؤ (Adiabatic Expansion BC)

استوانہ کو منبع سے الگ کر دیا جاتا ہے اور ایک غیر موصل اسٹانڈنڈ پر رکھا جاتا ہے۔ پستون کو مزید ایڈیابٹک طور پر اتنی حرکت دی جاتی ہے کہ گیس کی تپش سنک کی تپش  $T_2$  کے مساوی ہو جائے۔ اس طرح گیس انٹرنل انرجی کے بل پر بیرونی کام انجام دیتی ہے۔ اس پھیلاؤ کو منحنی BC سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ انتالی حالت میں گیس کا دباؤ  $P_3$  اور حجم  $V_3$  ہو جاتے ہیں تب گیس کا انجام دیا ہو کام  $W_2$  ہو گا۔

$$W_2 = \int_{V_2}^{V_3} p dV = \int_{V_2}^{V_3} K \frac{dV}{V^r} = K \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V^r}$$

$$\begin{aligned}
W_2 &= \left[ \frac{V^{-r+1}}{-r+1} \right]_{V_2}^3 = K \left[ \frac{V^{1-r}}{1-r} \right]_{V_2}^{V_3} \\
&= \frac{KV_3^{1-r} - KV_2^{1-r}}{1-r} \quad (K = P_2 V_2^r = P_3 V_3^r) \\
&= \frac{P_3 V_3 - P_2 V_2}{1-r} \\
&= \frac{RT_2 - RT_1}{1-r} \quad (\because P_2 V_2 = RT_1, P_3 V_3 = RT_2) \\
\text{کے رقبے کے} \quad BCC'B'W_2 &= \frac{R(T_1 - T_2)}{r-1} \quad \text{-----(6.2)}
\end{aligned}$$

اس مرحلے کے بعد گیس کا دباؤ بہت کم ہو جاتا ہے اور اس کی مزید کام کرنے کی صلاحیت ختم ہو جاتی ہے۔ تب گیس کو اس کی ابتدائی حالت  $(P_1, V_1)$  پر آسو تھرمل اور ایڈیابٹک پمپ کاؤ کے ذریعہ واپس لایا جاتا ہے۔

### c. آسو تھرمل پمپ کاؤ (Isothermal Compression)

استوانے کو غیر موصل اسٹانڈ سے علاحدہ کیا جاتا ہے اور سنک پر رکھا جاتا ہے جس کی تپش  $T_1$  ہے گیس کو بہ آہستگی اتنا پمپ کیا جاتا ہے کہ وہ حالت D تک پہنچ جائے جہاں اس کا دباؤ  $P_3$  اور حجم  $V_3$  ہو جاتے ہیں اس دوران پیدا شدہ حرارت سنک کو پہنچتی ہے۔ اس عمل کو منحنی CD سے دکھایا گیا ہے۔ فرض کیجئے کہ سنک سے مسترد کردہ حرارت کی مقدار  $Q_2$  ہے۔ یہ مساوی ہوگی گیس کے انجام دیے ہوئے کام  $W_3$  کے بعد۔ لہذا

$$\begin{aligned}
Q_2 = W_3 &= \int_{V_3}^{V_4} p dV = RT_2 \int_{V_3}^{V_4} \frac{dV}{V} \quad \left( \because P = \frac{RT_2}{V} \right) \\
\text{کے رقبے کے} \quad CC'D'DC &= Q_2 = W_3 = \left[ RT_2 \log_e \frac{V_3}{V_4} = -RT_2 \log_e \frac{V_3}{V_4} \right] \quad \text{-----(6.3)}
\end{aligned}$$

### d. ایڈیابٹک پمپ کاؤ (Adiabatic Compression)

یہ اس عمل کا آخری مرحلہ ہے جس میں استوانہ سنک سے الگ کیا جاتا ہے اور غیر موصل اسٹانڈ پر رکھا جاتا ہے۔ گیس کو بہ آہستگی ایڈیابٹک طریقے سے اس طرح پمپ کیا جاتا ہے کہ حالت A دوبارہ حاصل ہو جائے جس سے تپش  $T_2$  میں اضافہ ہو کر یہ  $T_2$  سے  $T_1$  ہو جاتی ہے اس کو منحنی DA سے دکھایا گیا ہے۔ اس عمل کے دوران گیس پر کیا گیا کام  $W_4$  ہوگا۔

$$\text{رقبہ } DD'AA''D \text{ کے مساوات (6.2) اور (6.3) سے} \quad W_4 = \int_{V_4}^{V_1} p dV = \frac{R(T_1 - T_2)}{r-1} \quad \text{-----(6.4)}$$

کو ملانے پر  $W_2 - W_4$  تب خالص (net) دیا ہوا کام ہوگا۔

$$W_1 - W_3$$

تب گیس کی جذب کردہ حرارت کی مقدار

$$= Q_1 - Q_2 = W_1 - W_3$$

### 6.3 کارنوٹ انجن کی استعداد (Efficiency of Carnot's Engine)

انجن کی استعداد معلوم کرنے کے لیے ہم انجام دیے ہوئے کام اور درکار حرارت کی مقدار معلوم کریں گے۔ فرض کیجئے کہ آکسو تھرمل مرحلے دوران  $T_1$  تپش پر حرارت کی جذبہ کردہ مقدار  $Q_1$  اور  $T_2$  تپش پر مسترد کردہ حرارت کی مقدار  $Q_2$  سے تب انجن کی استعداد ہوگی۔

$$\eta = \frac{\text{کام ہوا دیا انجام کا انجن}}{\text{حرارت کردہ جذب سے منبع}} = \frac{\text{حرارت شدہ تبدیل میں کام}}{\text{حرارت کردہ جذب}}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad \text{-----}(6.5)$$

تب گیس کا مجموعی طور پر انجام دیا ہوا کام ہوگا۔

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$W = RT_1 \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right) + \frac{R(R_1 - T_2)}{r-1} - RT_2 \log_e \left( \frac{V_3}{V_4} \right) - \frac{R(R_1 - T_2)}{r-1}$$

$$W = RT_1 \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right) - RT_2 \log_e \left( \frac{V_3}{V_4} \right) \quad \text{-----}(6.6)$$

B اور C ایک ہی ایڈیا بیٹک نقطہ پر واقع ہیں اس لئے۔

$$T_1 V_2^{r-1} = T_2 V_3^{r-1}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_3}{V_2} \right)^{r-1} \quad \text{-----}(6.7)$$

مزید یہ کہ A اور D ایک ہی ایڈیا بیٹک نقطہ پر واقع ہیں اس لیے۔

$$T_1 V_2^{r-1} = T_2 V_4^{r-1}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_4}{V_2} \right)^{r-1} \quad \text{-----}(6.8)$$

مساوات (6.7) اور (6.8) کا تقابل کرنے پر

$$\left( \frac{V_3}{V_2} \right)^{r-1} = \left( \frac{V_4}{V_2} \right)^{r-1}$$

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_2}$$

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \quad \text{-----}(6.9)$$

مساوات (6.9) کو مساوات (6.6) میں درج کرنے پر

$$W = RT_1 \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right) - RT_2 \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$W = R(T_1 - T_2) \log_e \frac{V_2}{V_1}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{R(T_1 - T_2) \log_e \frac{V_2}{V_1}}{RT_1 \log_e \left( \frac{V_2}{V_1} \right)}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{----- (6.10)}$$

مساوات (6.10) ایک حراری انجن (کارنوٹ انجن) کے استعداد کو ظاہر کرتی ہے۔

### کارنوٹ انجن کی عملی دشواریاں (Impracticability of Carnot's Engine):

کارنوٹ انجن ایک مثالی انجن ہے اور عملی طور پر اس کا استعمال دشوار کن ہے جس کی وجوہات حسب ذیل ہیں:

- i. کارنوٹ انجن میں بھاپ کا جذب ہونا اور مسترد ہونا مستقل تپش پر انجام پاتا ہے جبکہ عملی طور پر اس مرحلے کو حاصل کرنا بہت دشوار ہے جب کہ ایک حقیقی انجن میں منبع کی تپش میں مسلسل کمی ہوتی ہے کیونکہ یہ حرارت فراہم کرتا ہے جب کہ سرد جسم (سنگ) کی تپش میں مسلسل اضافہ ہوتا ہے کیونکہ یہ حرارت جذب کرتا ہے۔
- ii. استوانے کے قاعدے کو کامل قابل ایصال تصور کیا گیا ہے اور دوسرے اجزاء غیر موصل تصور کیے گئے ہیں جب کہ یہ ممکن نہیں۔
- iii. یہ عمل میں کامل ریورسیبل ہے۔ اگر سائیکل کو معکوس کر دیا جائے تو کارکن شے سنگ سے  $Q_2$  مقدار حرارت جذب کرتی ہے اور  $Q_1$  مقدار خارج کرتی ہے یہ انجن اس طرح ایک ریفریجریٹر کے کام کرتا ہے۔
- iv. انجن کی کارکردگی بہت سست ہے۔ اس سے فرق نہیں کہ اس کی استعداد کیا ہے اگر یہ سست روی سے کام کرتا ہے تو اس کی کوئی اہمیت نہیں۔ یہ خدوخال حقیقت سے بعید ہیں اس لئے کارنوٹ انجن کو عملی طور پر حاصل کرنا ممکن نہیں۔

### 6.4 کارنوٹ انجن کی رجعت پذیری (Reversibility of Carnot's Engine)

چونکہ آکسو تھرمل اور ایڈیا بیٹک پھیلاؤ اور آئی سو تھرمل اور ایڈیا بیٹک چکاوڑ ریورسیبل اعمال ہیں اور یہ تصور کیا جاتا ہے کہ پسٹن اور استوانے کے درمیان رگڑ مکمل طور پر غیر حاضر رہتی ہے لہذا کارنوٹ سائیکل کو مکمل طور پر ریورسیبل بنایا جاسکتا ہے۔ شکل (6.2) میں منحنی کے نقطہ A سے ابتداء کر کے کارنوٹ سائیکل کو منحنی ABCDA پر تواتر میں واپس حاصل Trace Back کیا جاسکتا ہے ان مراحل کا تسلسل حسب ذیل ہوگا۔

a. ایڈیا بیٹک پھیلاؤ A تا D، (2)۔ آئسو تھرمل پھیلاؤ D تا C، (3)۔ ایڈیا بیٹک پچکاؤ C تا B، (4)۔ حر گزار پچکاؤ C تا A۔ اس عمل میں پست تپش  $T_2$  پر رکھ گئے سنک سے حرارت کی مقدار  $Q_2$  نکال دی جاتی ہے اور بلند تپش  $T_1$  والے منبع کو حرارت کی ایک خاص مقدار  $Q_1$  دی جاتی ہے۔ ریور سیبل کارنوٹ دور میں سسٹم پر لازماً انجام دیا جانا چاہئے جو کہ پست تپش پر رکھے گئے سنک سے حرارت کو حاصل کر لیتا ہے۔ ریور سیبل عمل کو دہراتے ہوئے سنک سے حرارت کی چاہے جتنی بھی مقدار نکال دی جاسکتی ہے۔ اس طرح یہ سسٹم ایک ریفریجریٹر کی مانند کام کرتا ہے جس میں ایک پست تپش والا جسم یا فریژنگ کمپارٹمنٹ سے حرارت کو ایک بلند تپش رکھنے والے جسم یعنی روم کو منتقل کرتا ہے۔ حرارت کی یہ منتقلی اس کو برقی توانائی کے ذریعہ ہیہا کیے گئے کام کے ذریعے عمل میں لائی جاتی ہے۔

### 6.5 کارنوٹ تھیورم (Carnot Theorem)

اس تھیورم کے مطابق "کوئی بھی انجن دو یکساں تپشوں کے درمیان کام کرنے والے ریور سیبل انجن سے زیادہ استعداد نہیں رکھ سکتا" یا "دو یکساں تپشوں کے درمیان کام کرنے والے ریور سیبل انجنوں کی استعداد یکساں ہوتی ہے اور یہ کارکن شے کی طبع سے آزاد رہتی ہے۔"

اس تھیورم کو ثابت کرنے کے لیے ایک ریور سیبل انجن R اور ایک ریور سیبل انجن I تصور کیجئے جو یکساں منبع اور سنک کے درمیان کر رہے ہیں۔ I آگے کی سمت میں اور R معکوس سمت میں کام کرتا ہے فرض کیجئے کہ انجن I منبع سے Q حرارت کی مقدار جذب کرتا ہے اور اس حرارت کا کچھ حصہ کام W میں تبدیل کرتا ہے اور باقی حرارت Q-W سنک میں خارج کرتا ہے۔ اس طرح انجن R سنک سے Q مقدار حرارت جذب کرتا ہے اور حرارت کی کچھ مقدار کارکن شے پر کام W' کرنے میں صرف کرتا ہے اور اصل (net) مقدار  $Q' + W'$  منبع میں خارج کرتا ہے ہم یہاں یہ تصور کریں گے کہ منبع میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہو رہی ہے کیونکہ حرارت کی وہ مقدار جو I منبع سے حاصل کرتا ہے اتنی ہی مقدار R منبع کو پہنچا دیتا ہے۔ لہذا

$$W' = Q - Q' \quad \text{یا} \quad Q' + W' = Q$$

اگر ممکن ہو تو ریور سیبل انجن کی استعداد اور ریور سیبل انجن سے زیادہ تصور کیجئے۔

R کی استعداد > I کی استعداد

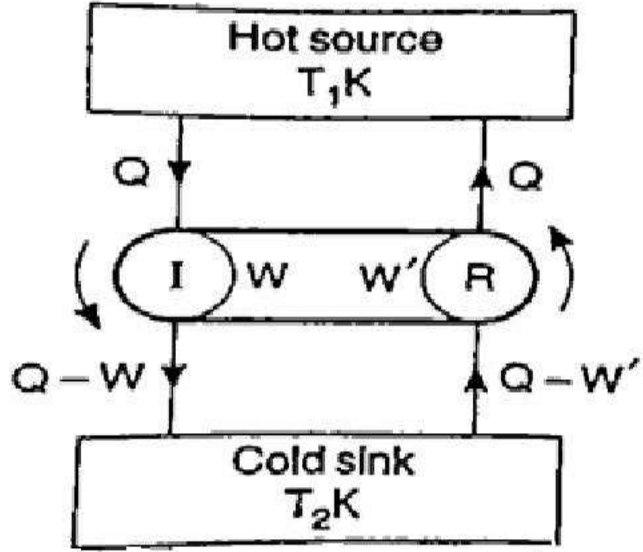
$$\frac{W}{Q} > \frac{W'}{Q'}$$

$$W > W' \quad \text{یا} \quad (6.11)$$

اب فرض کیجئے دو انجن کو ایک ہیٹ کے ذریعے اس طرح جوڑ دیا گیا (ملاحظہ ہو شکل 6.3) کہ انجن I راست کام انجام دیتا ہے اور انجن R کو معکوس سمت میں چلاتا ہے یہ مرکب انجن سنک سے حرارت کی مقدار  $(Q - W')$  حاصل کرتا ہے اور مقدار  $Q$  منع کر دیتا ہے تب سنک کے ذریعے استعمال شدہ حرارت کی مقدار ہوگی۔

$$\begin{aligned}
 &= (Q - W') - (Q - W) \\
 &= Q - W' - Q + W \\
 &= W - W' \quad \text{-----(6.12)}
 \end{aligned}$$

کارنوٹ تھیورم کے مطابق کوئی بھی انجن دو یکساں تپشوں کے درمیان کام کرنے والے ریور سیبل انجن سے زیادہ استعداد نہیں رکھ سکتا یا دو یکساں تپشوں کے درمیان کام کرنے والے ریور سیبل انجنوں کی استعداد یکساں ہوتی ہے اور یہ کارکن شے کی طبع سے آزاد رہتی ہے۔



شکل (6.3): سر جسم (سنک)

مساوات (6.11) کے مطابق یہ ایک مثبت مقدار ہے جو یہ ظاہر کرتی ہے کہ انجنوں کو باہم جوڑنے سے سنک سے جذب کردہ حرارت  $(Q - W')$  بڑی ہے حرارت کی اس مقدار  $(Q - W)$  سے جو سنک کو واپس لوٹائی گئی جب کہ منع غیر متاثر رہتا ہے لہذا سنک سے کسی بھی مقدار میں حرارت لی جاسکتی ہے اور کام انجام دیا جاسکتا ہے ہاں اس دوران منع میں کوئی تبدیلی نہیں آئے گی جو تھر مو ڈانامک کے دوسرے کلیہ کی رو سے ناممکن ہے جو یہ بیان کرتا ہے کہ "کسی بھی آلے کے لیے یہ ممکن نہیں ہے کہ ایک منع سے حرارت کا انجذاب اسے مکمل طور پر کام میں تبدیل کرے" اس لیے یہ تصور کہ ار ریور سیبل انجن کی استعداد ریور سیبل انجن سے زیادہ ہے غلط ہے

لہذا کوئی بھی انجن جو منبع اور سنک کے درمیان کام کر رہا ہو ایک ریور سیبل انجن سے زیادہ استعداد نہیں رکھتا یہ کارنوٹ تھیورم کا پہلا حصہ ہے۔

تھیورم کے دوسرے حصے کو ثابت کرنے کے لیے مان لیجئے کہ دو ریور سیبل انجن A اور B منبع اور سنک کے درمیان کام کر رہے ہیں اگر ہم یہ تصور کریں کہ انجن A اور B کو معکوس سمت میں چلا رہا ہے تب A کی استعداد B سے زیادہ نہیں ہو سکتی لہذا دونوں انجنوں کی استعداد یکساں ہوگی اس طرح ایک ریور سیبل انجن کی استعداد کا انحصار صرف منبع اور سنک کی تپش پر ہوتا ہے اور یہ مکمل طور پر کارکن شے کی طبع سے آزاد رہتی ہے۔

## 6.6 ایک ریفریجریٹر کی شرح استعداد (Coefficient of Performance of a Refrigerator)

ایک ریفریجریٹر کی شرح استعداد K سے مراد وہ نسبت ہے جو سرد جسم سے لی گئی حرارت اور کام کے درمیان پائی جاتی ہے۔ جو ریفریجریٹر کو چلانے درکار ہو۔

$$K = \frac{Q_2}{W} = \frac{W_2}{Q_1 - Q_2}$$

$$K = \frac{1}{\frac{Q_1}{Q_2} - 1} = \frac{1}{\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)} \quad \left(\because \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}\right)$$

$$K = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

یہ ایک ریفریجریٹر کی شرح استعداد کی مساوات ہے ایک اچھے ریفریجریٹر کے لیے K کی قیمت زیادہ ہونی چاہئے۔

کارنوٹ انجن کی تعداد  $\eta$  اور کارنوٹ ریفریجریٹر کی استعداد K کے درمیان رشتہ

(Relation between Efficiency of  $\eta$  And Efficiency Carnot Refrigerator K Carnot Engine)

فرض کیجئے کہ ایک کارنوٹ انجن اور کارنوٹ ریفریجریٹر تپش  $T_1$  اور  $T_2$  کے درمیان کام کر رہے ہیں تب

کارنوٹ انجن کی استعداد

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad \text{-----(6.13)}$$

اور کارنوٹ ریفریجریٹر کی استعداد

$$K = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad \text{-----(6.14)}$$

$$K + 1 = \frac{T_2}{T_1 - T_2} + 1 \quad \text{مساوات (6.13) سے}$$



$$K + 1 = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$K + 1 = \frac{1}{\eta}$$

$$\eta = \frac{1}{K+1} \quad \text{-----(6.15)}$$

## 6.7 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

ایک ریور سیبل انجن کی استعداد 0.5 ہے۔ اگر منبع کی تپش 400k ہو تو سنگ کی تپش معلوم کیجئے۔

حل: انجن کی استعداد

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} =$$

$$\eta = 0.5, T_1 = 400k, T_2 = ?$$

$$0.5 = 1 - \frac{T_2}{400}$$

$$-1 + 0.5 = -\frac{T_2}{400}$$

$$T_2 = 400 \times 0.5$$

$$T_2 = 200. a$$

$$T_2 = 200k$$

### حل شدہ مثال 2

ایک کارنوٹ انجن کے سنک کی تپش  $27^{\circ}C$  ہے اور استعداد 0.25 ہے۔ اگر ہم اس کی استعداد 0.5 کرنا چاہیں تو منبع کی بلند تپش

میں کتنے ڈگری کا اضافہ کرنا چاہئے۔

حل: دیا ہے کہ

$$T_1 = ? \quad T_2 = 273 + 27 = 300k, \eta_1 = 0.25$$

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$0.25 = 1 - \frac{300}{T_1}$$

$$-0.75 = \frac{-300}{T_1}$$

$$T_1 = \frac{-300}{0.75} =$$

$$T_1 = 400k$$

استعداد کو 0.5 کرنے لیے  $T_2 = 300 \eta_2 = 0.5 T_1 = ?$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$0.5 = 1 - \frac{300}{T_1}$$

$$-0.5 = \frac{-300}{T_1}$$

$$T_1 = \frac{300}{0.5} = 600k$$

منبع کی تپش میں اضافہ  $T_1 - T_1$

$$= 600 - 400$$

تپش میں اضافہ = 200K



حل شدہ مثال 3

دو کارنوٹ انجن A اور B ہم سلسلہ جوڑ دیئے گئے۔ انجن 900kA پر حرارت حاصل کرتا ہے اور TK پر مسترد کرتا ہے۔ دوسرا انجن B اس مسترد کردہ حرارت کو جذب کرتا ہے اور پھر سنک کو 400K پر مسترد کرنا ہے تو تپش T کی قیمت معلوم کیجئے جب کہ دونوں انجنوں کی استعداد مساوی ہو؟

حل: دیا گیا ہے کہ انجن A کے لیے  $T_1 = 900K$   $T_2 = T_0 = ?$  استعداد  $\eta_1 =$

دوسرے انجن B کے لیے  $T_1 = T = 400K$   $T_2 = T_2 = ?$  استعداد  $\eta_2 =$

$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \text{ کی استعداد A}$$

$$\eta_2 = \frac{T_2 - T'}{T} \text{ کی استعداد B}$$

$$\therefore \eta_1 = \eta_2$$

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T - 400}{T}$$

$$\frac{900 - T}{900} = \frac{T - 400}{T}$$

$$900T - T^2 = 900T - 360000$$

$$T^2 = 360000$$

$$T = 600K$$

حل شدہ مثال 4

دو کارنوٹ انجن A اور B کی استعداد مساوی جب کہ منبع اور سنک کی تپش A کے لیے 1000K اور 500K ہے اور B کے لیے T

اور 1000K ہے تب T کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل: انجن A کے لیے  $T_1 = 1000K$  اور  $T_2 = 500k$

انجن B کے لیے  $T_1 = ?$  اور  $T_2 = 1000k$

دیا گیا ہے کہ  $\eta_1 = \eta_2$

$$1 - \frac{T_2}{T} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$1 - \frac{500}{1000} = 1 - \frac{1000}{T_1}$$

$$\frac{500}{1000} = \frac{1000}{T_1}$$

$$T_1 = \frac{1000 \times 1000}{500}$$

$$T_1 = 2000k$$

حل شدہ مثال 5

ایک ریفریجریٹر ایک ریور سیبل سائیکل میں تپش 300k اور 400k کے درمیان کام کرتا ہے۔ تب اس کی کارکردگی کی شرح

معلوم کیجئے؟

حل:  $T_1 = 400k$  اور  $T_2 = 300k$

ایک ریفریجریٹر کی کارکردگی کی شرح

$$K = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$K = \frac{300}{400 - 300} = \frac{300}{100} = 3$$

$$k = 3$$

## 6.8 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- ایک رجعت پذیر انجن جو  $T_1$  تپش (منبع) اور  $T_2$  تپش (سنگ) کے درمیان کام کر رہا ہو کارنوٹ انجن کہلاتا ہے۔ اس کی استعداد کا انحصار منبع اور سنگ کی تپش پر ہوتا ہے۔
- دو تپشوں کے درمیان کام کر رہے کسی بھی انجن کی استعداد کارنوٹ انجن سے زیادہ نہیں ہوتی۔
- کارنوٹ دور دو ہم تپشی اور دو ہم حرنا گزار اعمال پر مشتمل ہوتا ہے۔
- تپش مطلق پر مبنی تپش ممکن نہیں۔

## 6.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- ناکارگی (Disorder): ایک نظام کا باقاعدہ حالت سے بے قاعدہ حالت کی طرف مائل ہونا۔
- منبع (Source): گرم جسم جس کی تپش بلند ہو۔
- غرقہ (Sink): سرد جسم جس کی تپش پست ہو۔
- کارکن شے (Working Substance): ایک کامل گیس جس پر کام کیا جاتا ہے۔

## 6.10 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 6.10.1 معروفی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. کارنوٹ انجن کی استعداد کی مساوات لکھئے۔ اس کا انحصار کن اُمور پر ہوتا ہے؟
2. ایک کارنوٹ انجن کی استعداد اور ریفریجریٹر کی کارکردگی کی شرح میں رشتہ لکھیے۔
3. ایک آئیسو تھرمل عمل میں کامل گیس کو مہیا کی گئی توانائی استعمال ہوتی ہے۔  
(a) تپش میں اضافہ کے لئے  
(b) بیرونی کام انجام دینے کے لئے  
(c) تپش میں اضافہ اور بیرونی کام کے لئے  
(d) اندرونی توانائی میں استعمال کے لئے
4. ایک ایڈیابٹک عمل میں کون سی طبعی مقدار مستقل رہتی ہے۔  
(a) تپش  
(b) حرارت

(c) حجم (d) دباؤ

5. ایک تھر موڈ اناک عمل میں تپش مستقل رہتی ہے یہ عمل ہے۔

(a) آئیسو تھرمل (b) ایڈیا بیٹک

(c) آئیسو کورک (d) آئیسو بارک

6. ایک حراری انجن کی استعداد کبھی بھی نہیں ہو سکتی۔

(a) 10% (b) 40%

(c) 80% (d) 100%

7. ایک حراری انجن کے سنک اور منبع کی تپش کے درمیان نسبت 1:2 ہے اس کی استعداد ہوگی۔

(a) 0.25 (b) 0.5

(c) 0.75 (d) 0.8

8. ایک حراری انجن کی استعداد 0.4 ہے اس کے سنک اور منبع کی تپش کے درمیان نسبت ہوگی۔

(a) 1:3 (b) 2:3

(c) 3:5 (d) 1:4

9. ایک کارنوٹ انجن کی استعداد جو برف کے نقطہ اور بھاپ کے نقطہ کے درمیان کام کر رہا ہوگی۔

(a) 1 (b) 16.8%

(c) 26.8% (d) 36.6%

10. ایک کارنوٹ انجن کی استعداد بڑھانے کے لیے کون سا عمل موثر ہے۔

(a) منبع کی تپش میں  $50^{\circ}C$  کا اضافہ (b) سنک کی تپش میں  $50^{\circ}C$  کی کمی

(c) منبع کی تپش میں  $50^{\circ}C$  کا اضافہ اور سنک کی تپش میں  $50^{\circ}C$  کی کمی (d) تمام اعمال موثر ہیں

6.10.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. ریور سیبل اور اریور سیبل اعمال کیا ہیں؟ مثالیں دیجئے۔

2. ایک ریفریجریٹر کے کام کرنے کے طریقے کو بیان کیجئے۔

3. کارنوٹ تھیورم کو بیان کیجئے اور اس کی وضاحت کیجئے۔

6.10.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. کارنوٹ سائیکل کو بیان کیجئے۔ ہر مرحلہ میں انجام دیے گئے کام کو حجم۔ دباؤ ترمیم پر کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے؟
2. ایک صاف شکل کے ذریعہ کارنوٹ انجن کے کام کرنے کی وضاحت کیجئے اس کی حرارت استعداد کی مساوات اخذ کیجئے۔
3. کارنوٹ کے تھیورم کو بیان کیجئے اور ثابت کیجئے۔ وضاحت کیجئے کہ اس سے تپش مطلق کا پیمانہ کس طرح حاصل ہوتا ہے؟

6.10.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. ایک کارنوٹ انجن کی استعداد 25% ہے سنک کی تپش 50% گھٹانے پر اس کی استعداد 50% ہو جاتی ہے تب منبع اور سنک کی تپش محسوب کیجئے۔  
(جواب: 150k, 200k)
2. ایک کارنوٹ انجن منبع سے جو 500k تپش پر ہے 250J حرارت جذب کرتا ہے اور 125J سنک کو مسترد کرتا ہے تب سنک کی تپش اور انجن کی استعداد محسوب کیجئے۔  
(جواب: 250k, 50%)
3. ایک کارنوٹ انجن کی استعداد 1/6 ہے۔ اگر سنک کی تپش میں  $65^{\circ}C$  کمی جائے تو اس کی استعداد 1/3 ہو جاتی ہے۔ تب ابتدائی اور انتہائی تپش محسوب کیجئے جس کے درمیان انجن کام کر رہا ہے۔  
(جواب: 520C, 1170C)
4. ایک کارنوٹ انجن کے منبع کی تپش 350k اور سنک کی تپش 275 ہے۔ اگر یہ گرم منبع سے 500J حرارت جذب کرتا ہے تب انجن کا انجام دیا ہوا کام محسوب کیجئے۔  
(جواب: 107J)
5. دو کارنوٹ انجنوں کی استعداد مساوی ہے جب کہ ان کے منبع اور سنک کے تپش بالترتیب (a) 1000k اور (b) 500k اور 1000k ہے تب x کی قیمت معلوم کیجئے۔  
(جواب: 2000k)

6.11 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemansky
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
5. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
6. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
7. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
8. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.

# اکائی 7۔ حر حرکیاتی کا دوسرا کلیہ

(Second Law of Thermodynamics)

## اکائی کے اجزا

تمہید	7.0
مقاصد	7.1
حر حرکیات کا دوسرا کلیہ	7.2
حر حرکیاتی تپش کا پیمانہ یا کیلون کا پیمانہ	7.3
حل شدہ مثالیں	7.4
اکتسابی نتائج	7.5
کلیدی الفاظ	7.6
نمونہ امتحانی سوالات	7.7
معروضی جوابات کے حامل سوالات	7.7.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	7.7.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	7.7.3
غیر حل شدہ سوالات	7.7.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	7.8

تاریخی طور پر، دوسرا کلیہ ایک تجرباتی دریافت تھا جسے تھر موڈینامک تھیوری کے محور کے طور پر قبول کیا گیا تھا۔ شماریاتی میکینکس اینٹوں یا میکیولوں کی بڑی اسمبلیوں کی ریاستوں کی امکانی تقسیم کے لحاظ سے کلیہ کی ایک خوردبین وضاحت فراہم کرتا ہے۔ دوسرے کلیہ کا اظہار کئی طریقوں سے کیا گیا ہے۔ اس کی پہلی تشکیل، جو اینٹروپی کی مناسب تعریف سے پہلے تھی اور کیلورک تھیوری پر مبنی تھی، کارنوٹ کا تھیوریم ہے، جسے فرانسیسی سائنسدان ساڈی کارنوٹ نے وضع کیا تھا، جس نے 1824 میں یہ ظاہر کیا تھا کہ حرارت کے انجن میں کام کرنے کے لیے حرارت کو تبدیل کرنے کی افادیت اوپری ہوتی ہے۔ حد اینٹروپی کے تصور پر مبنی دوسرے قانون کی پہلی سخت تعریف 1850 کی دہائی میں جرمن سائنس دان روڈولف کلو سیس کی طرف سے آئی تھی اور اس میں اس کا یہ بیان بھی شامل تھا کہ گرمی سرد سے گرم جسم میں کسی دوسری تبدیلی کے بغیر منتقل نہیں ہو سکتی، اس کے ساتھ منسلک ہوتی ہے، ایک ہی وقت۔

تھر موڈینامک کا پہلا کلیہ حرارت اور کام کے درمیان مماثلت کو ظاہر کرتا ہے اس طرح حرارت اور میکینکس کا کام ایک دوسرے میں تبدیل ہو سکتے ہیں لیکن تھر موڈینامکس کا پہلا کلیہ اس کی نشاندہی نہیں کرتا کہ حرارت کی کتنی مقدار کام میں تبدیل ہو سکتی ہے اور کیا یہ تبدیلی از خود ہو سکتی ہے؟ اس کا جواب تھر موڈینامکس کا دوسرا کلیہ ہے۔

## 7.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- حرکیات کا دوسرا کلیہ کی وضاحت کریں گے۔
- حرکیاتی تپش کا پیمانہ یا کیلون کا پیمانہ کو حاصل کریں گے۔

## 7.2 حرکیاتی کا دوسرا کلیہ (سکنڈ لا آف تھر موڈینامکس) (Second Law of Thermodynamics)

تھر موڈینامک کا پہلا کلیہ حرارت اور کام کے درمیان مماثلت کو ظاہر کرتا ہے اس طرح حرارت اور میکینکس کا کام ایک دوسرے میں تبدیل ہو سکتے ہیں لیکن تھر موڈینامکس کا پہلا کلیہ اس کی نشاندہی نہیں کرتا کہ حرارت کی کتنی مقدار کام میں تبدیل ہو سکتی ہے۔

کیلون کے مطابق تھر موڈینامک کا دوسرا کلیہ (Kelvin's State of II Law)

ہم جانتے ہیں کہ ایک حراری انجن منبع سے حرارت حاصل کرتا ہے اور اسے جزوی طور پر کام میں تبدیل کرتا ہے اور باقی حرارت سنک میں مسترد کر دیتا ہے۔ جیسے جیسے انجن حرارت جذب کرتا جاتا ہے منبع کی تپش میں گراوٹ آتی رہتی ہے اور کچھ دیر بعد منبع کی تپش ماحول کی تپش کے مساوی ہو جاتی ہے اس لیے اب دونوں کے درمیان حرارت کی تبدیلی ممکن نہیں لہذا انجن کرنا بند کر دیتا ہے۔ یعنی انجن سے اب کوئی نہیں لیا جاسکتا۔ اس صورت حال کو لارڈ کیلون نے دوسرے کلیہ کی شکل میں یوں بیان کیا۔



"یہ ناممکن ہے کہ کسی جسم کو اتنا سرد کیا جائے کہ اس کی تپش ماحول کی تپش سے بھی سرد ہو جائے اور اس سے مسلسل کام کا حصول ہو۔" یہ بیان اس حقیقت کے برابر ہے کہ حراری انجن صرف اسی وقت کام کرتا ہے جب منبع حرارت بلند تپش اور سنک پست تپش پر ہو۔

کلاسیس کے مطابق تھر موڈائٹا مک کا دوسرا کلیہ (Clausius Statement of II law)

ہم جانتے ہیں کہ ایک ریفریجریٹر کا عمل حراری انجن کے معکوس ہے۔ دوسرے کلیہ کے تعلق سے کلاسیس کا بیان ریفریجریٹر کے کام کرنے کے اصول پر مبنی ہے ایک ریفریجریٹر میں حرارت کا تبادلہ سرد جسم سے گرم جسم کی طرف ایک بیرونی مدد کے ذریعہ ہوتا ہے اب تک کوئی ایسا ریفریجریٹر ڈیزائن نہیں کیا گیا جو سرد جسم سے گرم جسم کو حرارت کی منتقلی بغیر مدد کے کر سکے۔ اس صورت حال کا کلاسیس نے یوں بیان کی۔

"ایک خود کار مشین کے لیے جو بغیر کسی بیرونی ایجنسی کے کام کرتی یہ ناممکن ہے کہ حرارت کو سرد جسم سے گرم جسم کی طرف منتقل کرے۔" تھر موڈائٹا مک کے یہ دونوں کے لیے آپس میں مطابق رکھتے ہیں۔

دونوں کلیات میں برابری (Equivalence Between Two Laws)

ہم یہاں یہ بتانے کی کوشش کریں گے کہ تھر موڈائٹا مک کے دونوں کلیات آپس میں مساوی ہیں مان لیجئے کہ ایک ریفریجریٹر ہے جو سرد جسم سے گرم جسم کو بغیر کسی بیرونی ایجنسی کے حرارت منتقل کر رہا ہے لیکن یہ کلاسیس کے کلیہ کی خلاف ورزی ہے ہم یہ بتائیں گے کہ یہ کیلون کے کلیہ کی بھی خلاف ورزی ہے۔ اس کے لیے مان لیجئے کہ ایک انجن یکساں منبع اور سنک کے درمیان کام کر رہا ہے۔ یہ انجن گرم جسم سے  $Q$  مقدار حرارت اصل کرتا ہے اور  $Q'$  حرارت سرد جسم کو منتقل کرتا ہے اگر اس ریفریجریٹر اور انجن کو باہم جوڑ دیا جائے تاکہ یہ ایک خود کار مشین بن جائے تب جسم سے حاصل کردہ اصل (net) حرارت کی مقدار  $Q - Q'$  ہوگی۔ اس حرارت کو سنک میں اس طرح تبدیل کیا جائے کہ اس حرارت کا کوئی بھی جز سنک کو نہ پہنچے۔ یہ کیلون کے کلیہ کی خلاف ورزی ہے لہذا کلاسیس کے کلیہ کی خلاف ورزی کیلون کے کلیہ کی خلاف ورزی اور کیلون کے کلیہ کی خلاف ورزی کلاسیس کے کلیہ کی خلاف ورزی ہے اس سے ثابت ہوتا ہے کہ دونوں کلیات ایک ہی ہیں۔

### 7.3 حر حرکیاتی تپش کا پیمانہ کیلون کا پیمانہ (Thermodynamic Scale of Temperature)

تپش کی پیمائش کے لیے ہم کسی شے کی طبیعی خصوصیات کا استعمال کرتے ہیں مثلاً پارے کا پھیلاؤ ایک گیس کے دباؤ یا حجم میں تبدیلی، حراری برقی قوتہ میں تبدیلی، تپش کے اضافے سے پلٹینم کی مزاحمت میں اضافہ وغیرہ۔ اس طرح بنائے گئے تپش کے پیمانے خود اختیاری (Arbitrary) ہیں جن کی ایک دوسرے سے مطابقت نہیں ہوتی۔ ایک جسم کی تپش مختلف تھرمامیٹر جیسے سنٹی گریڈ، فارن ہائیٹ اور رومر وغیرہ پر مختلف ہوتی ہے۔ ایک کامل گیس کا پیمانہ جو ہائیڈروجن کے مستقل حجم پر کام کرتا ہے ایک اعلیٰ معیار تپش پیمانہ جاتا ہے لیکن کوئی گیس کامل نہیں ہے۔

اس لئے یہ پیمانہ بھی قریب قریب صحیح قیمت بناتا ہے لہذا ایک ایسے تھرمامیٹر کی ضرورت محسوس کی گئی جو خود اختیار نہ ہو اور جو حراری شے کی کسی خاصیت سے آزاد ہو۔

اس نظریہ کو لے کر لارڈ کیلون نے 1848ء میں کارنوٹ انجن کی تپش کو پیمائش کی بنیاد بنایا۔ کیلون نے اس بنیاد پر کہ تمامی ور سیبل انجن کی استعداد جو یکساں تپش پر کام کر رہا ہے صرف دو تپشوں کا تفاعل ہے اور کارکن شے کی طبع سے آزاد ہے۔ کارنوٹ تھیورم کا یہ حاصل کیلون کے تپش مطلق کی بنیاد بنا۔ اس کو تھر موڈ انٹاک تپش کا پیمانہ بھی کہتے ہیں۔

فرض کیجئے  $T_1$  پر ایک ریور سیبل انجن  $Q_1$  کی مقدار جذب کرتا ہے اور  $T_2$  پر  $Q_2$  حرارت کی مقدار مسترد کرتا ہے ہم جانتے ہیں کہ استعداد ان دو تپشوں کا تفاعل ہے۔

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = f(T_1, T_2) \quad \text{لہذا}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 1 - f(T_1, T_2)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{1 - f(T_1, T_2)} = F(T_1, T_2) \quad \text{----- (7.1)}$$

جہاں  $T_1$  اور  $T_2$  کا تفاعل ہے۔

اب ہم ایک دوسرے ریور سیبل حراری انجن کا تصور کریں گے جو  $T_2$  تپش پر  $Q_2$  حرارت جذب کرتا ہے۔ اور  $T_3$  تپش پر  $Q_3$  حرارت مسترد کرتا ہے۔ تب۔

$$\frac{Q_2}{Q_1} = F(T_2, T_3) \quad \text{----- (7.2)}$$

اس طرح ایک اور ریور سیبل انجن جو تپش  $T_1$  اور  $T_3$  کے درمیان کام کر رہا ہو ( $T_1 > T_3$ ) تب

$$\frac{Q_1}{Q_3} = F(T_1, T_3) \quad \text{----- (7.3)}$$

مساوات (7.1) اور (7.2) کو ضرب دینے پر

$$\frac{Q_1}{Q_2} \times \frac{Q_2}{Q_3} = \frac{Q_1}{Q_3} = F(T_1, T_2) \times F(T_2, T_3) \quad \text{----- (7.4)}$$

مساوات (7.3) اور (7.4) کا تفاعل کرنے پر

$$F(T_1, T_3) = F(T_1, T_2) \times F(T_2, T_3) \quad \text{----- (7.5)}$$

یہ مشاہدہ کیا جاسکتا ہے کہ مساوات (7.5) کے بائیں جانب  $T_2$  نہیں ہے اس لیے مساوات (7.5) کو صحیح ہونے کے لیے مساوات (7.5) کے سیدھی جانب  $T_2$  کو خارج کرنا ضروری ہے یہ اسی وقت ممکن ہے جب ہم ایک نئے تفاعل کو تشکیل دیں گے یعنی۔

$$F(T_1, T_2) = \frac{\phi(T_1)}{\phi(T_2)} \quad \text{-----}(7.6)$$

$$F(T_2, T_3) = \frac{\phi(T_2)}{\phi(T_3)} \quad \text{-----}(7.7)$$

جہاں  $\phi$  ایک دوسرا تفاعل ہے

$$\begin{aligned} F(T_1, T_2) \times F(T_2, T_3) &= \frac{\phi(T_1)}{\phi(T_2)} \times \frac{\phi(T_2)}{\phi(T_3)} && \text{لہذا} \\ &= \frac{\phi(T_1)}{\phi(T_3)} \end{aligned}$$

لہذا مساوات (7.5) صحیح ہے۔  $F(T_1, T_2) =$

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi(T_1)}{\phi(T_2)} \text{ سے ہمیں حاصل ہوتا ہے کہ}$$

چونکہ  $Q_1 > Q_2$  اس لیے  $\phi(T_1) > \phi(T_2)$  بشرطیکہ  $T_1 > T_2$  لہذا  $\phi(T)$  کا ایک خطی تفاعل ہے۔ کیونکہ T کی

بڑی قیمت کے لیے  $\phi(T)$  کی قیمت بھی بڑی ہوگی مان لیجئے کہ  $\phi(T) = \tau$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\phi(T_1)}{\phi(T_2)} = \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad \text{-----}(7.8)$$

مساوات (7.8) کیلون یا تھر موڈائٹا مک تپش کے پیمانے کی تعریف اس طرح کرتی ہے کہ "تھر موڈائٹا مک یا کیلون پیمانہ تپش کا وہ

پیمانہ ہے جس پیمانہ پر کسی دو تپشوں کی نسبت مساوی ہے اس نسبت کے جو ایک کارنوٹ انجن حرارت جذب کرتا ہے اور مسترد کرتا ہے جو

ان دو تپشوں کے درمیان کام کرتا ہے۔

صفر مطلق (Absolute Zero):

ایک انجن کی استعداد کیلون کی تپش پیمانے کے مطابق

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad \text{-----}(7.9)$$

جب  $\tau_2 = 0$  تب  $\eta = 1$

اس طرح ہم تپش مطلق کے تپش پیمانے پر صفر مطلق کی تعریف یوں کر سکتے ہیں کہ:

"ایک ریور سیبل انجن کے سنک کی وہ تپش جس پر تمام حرارت کام میں تبدیل ہوتی ہے اور انجن کی استعداد 1 ہوتی ہے۔ صفر

مطلق کارکن شے سے آزاد رہتا ہے کیونکہ ریور سیبل انجن کی استعداد بھی کارکن شے سے آزاد رہتی ہے۔

پیمانہ کا درجہ (Scale of Degree):

پیمانے کے درجے کی جسامت (Size) مقرر کرنے کے لیے پانی کے نقطہ انجماد اور نقطہ جوش کو 100 مساوی وقفوں میں تقسیم کیا گیا۔ فرض کیجئے کہ نقطہ انجماد (Freezing Point) کو  $\tau_0$  اور نقطہ جوش کو  $\tau_0+100$  سے ظاہر کیا گیا۔ اگر ایک ریور سیبل انجن نقطہ انجماد اور نقطہ جوش (Boiling point) کے درمیان کام کرتا ہو تب۔

$$\frac{Q_{100}}{Q_0} = \frac{\tau_0+100}{\tau_0} \quad \text{-----}(7.10)$$

اس طرح تھر موڈ انٹائمک پیمانہ مکمل طور پر قابل بیان اور معین (Fixed)۔

تپش مطلق پر منفی تپش کا امکان (Probability of Negative Temperature on Absolute Scale)

ایک ریور سیبل انجن کی استعداد اس پیمانہ پر ذیل کی مساوات سے ظاہر کی جاتی ہے۔

$$\eta = 1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

اگر  $\tau_2 = 0$  تب  $\eta = 1$  یعنی اگر ایک سنک مطلق صفر پر دستیاب ہو تب منبع سے لی ہوئی تمام حرارت کام میں تبدیل ہو چکی ہوتی۔ تپش مطلق پیمانہ پر ایک منفی تپش کا مطلب انجن کی استعداد ایک سے زائد ہوگی یہ بیان تھر موڈ انٹائمک کے دوسرے کلیہ کے مغائر ہے اس لیے تپش مطلق پر منفی تپش ناممکن ہے۔

تپش مطلق کا عملی طور پر حصول (Practical Realization of Absolute Scale):

کیلون کے تپش مطلق کے پیمانے کا راست حصول ممکن نہیں لیکن یہ کامل گیس پیمانے کے عین مطابق ہے اس لیے مستقل حجم یا دباؤ پر ہائیڈروجن گیس تھرمامیٹر جو تپش ریکارڈ کرتا ہے وہ تپش مساوی ہے جو ایک تپش مطلق کے پیمانے سے حاصل ہوتی ہے۔ جو تپش ہائیڈروجن گیس تھرمامیٹر سے پیمائش کی جاتی ہے اس کی تصحیح کر کے اسے متعلقہ کامل گیس تھرمامیٹر کے مشاہدات میں حاصل کیا جاتا ہے۔ کیلون کی تپش اور کامل گیس تپش کی یکسانیت کو ہم ذیل میں ثابت کریں گے۔

فرض کیجئے کہ کیلون کے پیمانے پر گرم منبع کی تپش  $\tau_1$  اور سرد غرقہ (سنک) کی تپش  $\tau_2$  ہے کارنوٹ انجن کی استعداد جو ان دو تپشوں پر کام کرتا ہے اس کی مساوات ہوگی۔

$$\eta = 1 - \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad \text{-----}(7.11)$$

اگر منبع اور سنک کی تپشوں کو بالترتیب کامل گیس کے پیمانے پر  $T_1$  اور  $T_2$  سے ظاہر کیا جائے تب

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{-----}(7.12)$$

مساوات (7.11) اور (7.12) کا تقابل کرنے پر

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} (\text{کیلون کا پیمانہ}) = \frac{T_2}{T_1} (\text{کامل گیس کا پیمانہ})$$

جہاں  $T$  کیلون کے پیمانے پر تپش اور  $T$  کامل گیس کے پیمانے پر تپش ہے۔  
اس طرح کیلون تپش  $\tau$  اور کامل گیس تپش  $T$  آپس میں عددی طور پر (Numerically) ایک دوسرے کے مساوی ہیں۔

## 7.4 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

دو کارنوٹ انجن A اور B ہم سلسلہ جوڑ دیئے گئے۔ انجن 900kA پر حرارت حاصل کرتا ہے اور TK پر مسترد کرتا ہے۔ دوسرا انجن B اس مسترد کردہ حرارت کو جذب کرتا ہے اور پھر سنک کو 400K پر مسترد کرنا ہے تو تپش T کی قیمت معلوم کیجئے جب کہ دونوں انجنوں کی استعداد مساوی ہو؟

حل: دیا گیا ہے کہ انجن A کے لیے  $T_1 = 900K$   $T_2 = T_0 = ?$  استعداد  $\eta_1 =$

دوسرے انجن B کے لیے  $T_1 = T = ?$   $T_2 = T_2 = 400K$  استعداد  $\eta_2 =$

$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \text{ کی استعداد A}$$

$$\eta_2 = \frac{T_2 - T'}{T} \text{ کی استعداد B}$$

$$\therefore \eta_1 = \eta_2$$

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T - 400}{T}$$

$$\frac{900 - T}{900} = \frac{T - 400}{T}$$

$$900T - T^2 = 900T - 360000$$

$$T^2 = 360000$$

$$T = 600K$$

### حل شدہ مثال 2

دو کارنوٹ انجن A اور B کی استعداد مساوی جب کہ منبع اور سنک کی تپش A کے لیے 1000K اور 500K ہے اور B کے لیے T اور 1000K ہے تب T کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل: انجن A کے لیے  $T_1 = 1000K$  اور  $T_2 = 500k$

$$T_2 = 1000k \quad T_1 = ? \text{ انجن کے لیے}$$

$$\eta_1 = \eta_2 \text{ دیا گیا ہے کہ}$$

$$1 - \frac{T_2}{T} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$1 - \frac{500}{1000} = 1 - \frac{1000}{T_1}$$

$$\frac{500}{1000} = \frac{1000}{T_1}$$

$$T_1 = \frac{1000 \times 1000}{500}$$

$$T_1 = 2000k$$

حل شدہ مثال 3

ایک ریفریجریٹر ایک ریور سیبل سائیکل میں تپش 300k اور 400k کے درمیان کام کرتا ہے۔ تب اس کی کارکردگی کی شرح معلوم کیجئے؟

$$\eta_1 = ? \quad T_1 = 400k \quad T_2 = 300k \text{ حل:}$$

ایک ریفریجریٹر کی کارکردگی کی شرح

$$K = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$K = \frac{300}{400 - 300} = \frac{300}{100} = 3$$

$$k = 3$$

7.5 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- دو تپشوں کے درمیان کام کر رہے کسی بھی انجن کی استعداد کارنوٹ انجن سے زیادہ نہیں ہوتی۔
- کارنوٹ دور دوہم تپش اور دوہم حرنا گزار اعمال پر مشتمل ہوتا ہے۔
- تپش مطلق پر مبنی تپش ممکن نہیں۔

- حرانگزار عمل کے دوران وہ حراری خاصیت جو مستقل رہتی ہے وہ انٹروپی کہلاتی ہے۔ ایک نظام کے سالمات کی بے قاعدگی کی پیمائش انٹروپی کہلاتی ہے ایک رجعت پذیر عمل میں انٹروپی میں تبدیلی صفر ہوتی ہے۔ جبکہ غیر رجعت پذیر اعمال میں نظام کی انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے۔
- تمام ٹھوس اشیاء کی حراری گنجائش مطلق صفر کے قریب ہو جاتی ہے اور اس تپش پر ہر شے کی اندرونی توانائی اور انٹروپی آپس میں مساوی ہو جاتی ہیں۔ اسے حرکیات کاتیسراکلیہ یا نرنسٹ کا حراری کلیہ کہتے ہیں۔

## 7.6 کلیدی الفاظ (Keywords)

- صفر مطلق (Absolute Zero): حرکیاتی تپش پیمانہ کی اقل ترین حد۔ جس پر ذرات کی توانائی اقل ترین ہوتی ہے جسے زیروپوائنٹ توانائی کہتے ہیں۔ سنٹی گریڈ پیمانہ پر اس کی قیمت  $273K$  ہوتی ہے۔
- ہم تپش عمل: ایسا عمل جس میں نظام کی تپش مقل رہتی ہے۔  $dU = 0$
- حرانگزار عمل: ایسا عمل جس میں نظام کی حرارت مستقل رہتا ہو۔  $dQ = 0$
- ہم خطی طریقہ: جس میں نظام کا دباؤ مستقل رہتا ہو۔  $dP = 0$
- ہم حجمی عمل: جس میں نظام کا حجم مستقل رہتا ہے۔  $dV = 0$

## 7.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 7.7.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. ایک کامل گیس کے لیے (1) دباؤ اور حجم (2) تپش اور حجم میں ایڈیا بیٹک رشتہ لکھے۔
2. حرارت کے نظریہ کی وضاحت کیجئے۔
3. (i) ایک ریورسیبل عمل (ii) اور ایک ارریورسیبل عمل میں انٹروپی میں کیا تبدیلی ہوتی ہے؟
4. ایک ایڈیا بیٹک عمل میں کون سی طبعی مقدار مستقل رہتی ہے۔  
(a) تپش (b) حرارت  
(c) حجم (d) دباؤ
5. ایک تھر موڈ ناک عمل میں تپش مستقل رہتی ہے یہ عمل ہے۔  
(a) آئیسو تھرمل (b) ایڈیا بیٹک  
(c) آئیسو کورک (d) آئیسو بارک
6. ایڈیا بیٹک عمل میں تھر موڈ ناک کا پہلے کلیہ کی مساوات ہوگی۔

$$dQ = -dw \quad (b) \quad dQ = dw \quad (a)$$

$$dU = -dW \quad (d) \quad dU = -dw \quad (c)$$

7. تھر موڈانٹامک کا کون سا کلیہ ایک نظام میں تپش کے مساوی ہونے کے رجحان کی وکالت کرتا ہے۔

(a) صفری کلیہ (b) پہلا کلیہ

(c) دوسرا کلیہ (d) تیسرا کلیہ

8. حرارت از خود ایک سرد جسم سے گرم جسم کو منتقل نہیں ہو سکتی یہ بیان ہے۔

(a) کیلون کا (b) کلاسیس کا

(c) میکس ویل کا (d) بولٹزمن کا

9. کون سی مساوات کلاسیس تھیورم کو ظاہر کرتی ہے۔

$$\oint \frac{dQ}{T} \neq 0 \quad (b) \quad \oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad (a)$$

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0 \quad (d) \quad \oint \frac{dQ}{T} > 0 \quad (c)$$

7.7.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. نظام اور ماحول اور تھرمل ایکوی لیبریم کی وضاحت کیجئے۔
2. تھر موڈانٹامک کے دوسرا کلیہ کیلون اور کلاسیس کی رقوم میں بیان کیجئے۔ کیا یہ دونوں بیانات مساوی ہیں؟

7.7.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. تھر موڈانٹامکس کا دوسرا کلیہ بیان کیجئے اور اس کی وضاحت کیجئے۔ کیلون کے پیمانہ تپش کو بیان کیجئے اور اس کی اہمیت بیان کیجئے۔
2. ریور سیبل اور اریور سیبل اعمال کیا ہیں؟ وضاحت کیجئے کہ ہر ایک عمل میں انٹروپی میں کیا تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں؟

7.7.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. ایک ریور سیبل انجن منبع سے  $527^{\circ}$  تپش پر حرارت حاصل کرتا ہے اور سنک کو  $127^{\circ}C$  پر مسترد کرتا ہے اگر انجن کی طاقت  $750W$  ہو تو منبع سے حاصل کردہ حرارت کی مقدار معلوم کرو۔ (جواب:  $150^{\circ}J$ )
2. ایک ریفریجریٹر  $0^{\circ}C$  پر پانی سے حرارت جذب کرتا ہے اور اسے  $27^{\circ}C$  پر مسترد کرتا ہے۔ تب  $100kg$  کو جو  $0^{\circ}C$  پر اسی تپش پر برف میں تبدیل کرنے کے لیے درکار معلوم کرو۔ (جواب:  $3.36 \times 10^{-6}J$ )



1. Heat and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics-Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.



# اکائی 8- ناگارگی

(Entropy)

اکائی کے اجزا

تمہید	8.0
مقاصد	8.1
ناگارگی (انٹروپی)	8.2
ایک رجعت پذیر عمل میں انٹروپی میں تبدیلی	8.3
ایک غیر رجعت پذیر عمل میں انٹروپی میں تبدیلی	8.4
ناگارگی کی رقوم میں حرکیات کا دوسرا کلیہ	8.5
حل شدہ مثالیں	8.6
اکتسابی نتائج	8.7
کلیدی الفاظ	8.8
نمونہ امتحانی سوالات	8.9
معروضی جوابات کے حامل سوالات	8.9.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	8.9.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	8.9.3
غیر حل شدہ سوالات	8.9.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	8.10

## 8.0 تمہید (Introduction)

ہم پڑھ چکے ہیں کہ ایک آئسو تھرمل عمل میں ایک جسم کی تپش مستقل رہتی ہے جب کہ ایک ایڈیا بیٹک عمل میں نہ نظام سے حرارت لی جاتی ہے اور نہ نظام کو دی جاتی ہے جب ایک گیس کو ایڈیا بیٹک طریقے سے پچکایا جاتا ہے تب گیس پر کام کیا جاتا ہے جس کی وجہ سے حراری توانائی اور تپش دونوں میں اضافہ ہوتا ہے جب کہ گیس کوئی کام انجام دیتی ہے (گیس کا ایڈیا بیٹک پھیلاؤ) اس کی حراری توانائی اور تپش دونوں میں کمی واقع ہوتی ہے جس سے ظاہر ہے کہ ایک ایڈیا بیٹک عمل میں نہ تو تپش اور نہ ہی حرارت مستقل رہتی ہے۔

انٹروپی ایک سائنسی تصور ہے، نیز ایک قابل پیمائش جسمانی خاصیت، جو عام طور پر خرابی، بے ترتیبی، یا غیر یقینی صورتحال سے وابستہ ہے۔ اصطلاح اور تصور متنوع شعبوں میں استعمال ہوتا ہے، کلاسیکی تھر موڈینامکس سے، جہاں اسے پہلی بار تسلیم کیا گیا تھا، شماریاتی طبیعیات میں فطرت کی خورد بینی وضاحت، اور انفارمیشن تھیوری کے اصولوں تک۔ اس نے کیمسٹری اور فزکس، حیاتیاتی نظاموں اور زندگی سے ان کے تعلق، کاسمولوجی، معاشیات، سماجیات، موسمی سائنس، موسمیاتی تبدیلی، اور انفارمیشن سسٹم بشمول ٹیلی کمیونیکیشن میں معلومات کی ترسیل میں دور دراز کے اطلاقات پائے ہیں۔

## 8.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

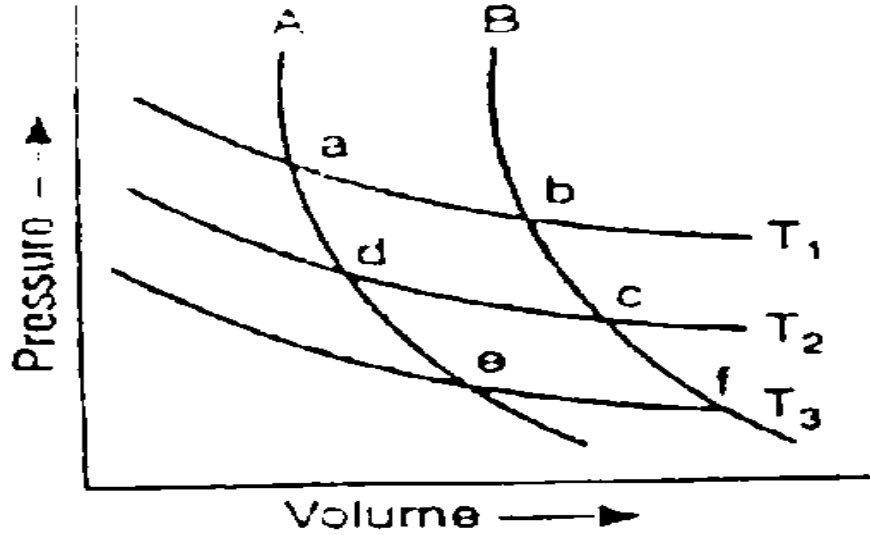
- ناکارگی (انٹروپی) کے بارے میں جانیں گے۔
- ایک رجعت پذیر عمل میں انٹروپی میں تبدیلی کے درمیان فرق کریں گے۔
- ایک غیر رجعت پذیر عمل میں انٹروپی میں تبدیلی کے درمیان فرق کریں گے۔
- ناکارگی کی رقوم میں حرکیات کا دوسرا کلیہ کا اظہار کریں گے۔

## 8.2 ناکارگی (Entropy)

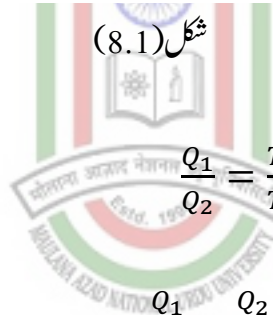
کلاسیس نے یہ خیال ظاہر کیا جس طرح آئسو تھرمل عمل میں تپش مستقل رہتی ہے۔ اس طرح ایڈیا بیٹک عمل میں کچھ تو ہے جو مستقل رہتی ہے یہ مستقل رہنے والی شے انٹروپی کہلاتی ہے اس طرح ایک جسم کی وہ حراری خاصیت جو ایڈیا بیٹک عمل کے دوران مستقل رہتی ہے انٹروپی کہلاتی ہے اسے S سے ظاہر کرتے ہیں اس کی اکائی  $JK^{-1}$  ہے اوپر کردہ خیال کی وضاحت حسب ذیل طریقے سے کی جاتی ہے۔

فرض کیجئے کہ کئی آئسو تھرمل اعمال تپش  $T_1, T_2, T_3, \dots$  پر ہیں اور ان کے حجم اور دباؤ ترتیباً  $a, b, c, d$  پر قطع کرتے گئے ہیں جیسا کہ شکل (8.1) میں دکھایا گیا ہے۔ فرض کیجئے A اور B دو ایڈیا بیٹک اعمال ہیں جو آئسو تھرمل کو اور  $a, b, c, d$  پر قطع کرتے

ہیں۔ مان لیجئے کہ منحنی abcda ایک کارنوٹ ریورسیبل انجن کے سائیکل کو ظاہر کرتی ہے کارکن شے کی تپش  $T_1$  اور  $T_2$  ہے۔ فرض کیجئے کہ تپش  $T_1$  حاصل کردہ حرارت  $Q_1$  اور  $Q_2$  پر مسترد کردہ حرارت  $Q_2$  ہے تب



شکل (8.1)



$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{یا} \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

تب

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_3}{T_3} = \dots = \frac{Q}{T} = \text{مستقل}$$

مقدار  $Q/T$  کارکن شے کی ایک معین Definite حرارتی خاصیت ہے جسے انٹروپی کہتے ہیں۔

یہ دکھایا جاسکتا ہے کہ مقدار  $Q/T$  کی تبدیلی کے طریقے یعنی راستہ abcda یا راستہ abcba سے آزاد رہتی ہے۔ بالفاظ دیگر انٹروپی دباؤ حجم کی طرح ایک طبعی خاصیت ہے لیکن اسے دباؤ حجم تپش یا اندرونی توانائی کی طرح ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔ یہاں یہ بات ذہن نشین رکھنی چاہئے کہ کسی بھی شے کی مطلق انٹروپی کی پیمائش ممکن نہیں۔ ہم صرف ایک شے کی انٹروپی میں تبدیلی کی پیمائش کر سکتے ہیں جب کہ وہ ایک حالت سے دوسری حالت اختیار کر لیتی ہے۔

**انٹروپی کی طبعی اہمیت (Physical Significance of Entropy):**

ایک شے کی انٹروپی ایک حقیقی طبعی خاصیت ہے اور ایک جسم کی حالت کی معین تفاعل ہے جیسے دباؤ، حجم، تپش اندرونی توانائی وغیرہ۔ تریف کے لحاظ سے۔

## حراری توانائی = انٹروپی میں تبدیلی تپش

ایک سسٹم کی انٹروپی میں اضافے سے مراد ایک زیادہ حراری توانائی کی حالت سے کم حراری توانائی کی حالت کی طرف حراری توانائی کی تبدیلی تاکہ کام انجام دیا جاسکے۔

ایک نظام کے سالمات کی بے قاعدگی (Disorder) کی پیمائش انٹروپی کہلاتی ہے۔ انٹروپی سے مراد سالمات کا ایک زیادہ بالترتیب حالت (Order) سے کم بالترتیب حالت کو عبور کرتا ہے۔ یعنی باقاعدگی سے بے قاعدگی کی طرف۔

### انٹروپی کی پیمائش (Measurement of Entropy):

انٹروپی کی مطلق قیمت کی پیمائش ممکن نہیں اس لیے ہم ہمیشہ انٹروپی میں تبدیلی کی پیمائش کرتے ہیں۔ اگر  $dQ$  حرارت کی نہایت خفیف حاصل کردہ یا مسترد کردہ مقدار ہے تب انٹروپی میں تبدیلی ہوگی۔

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

جب شے حالت A سے حالت B اختیار کر لیتی ہے تب انٹروپی میں تبدیلی ہوگی۔

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

کیونکہ انٹروپی ایک ایسی خاصیت ہے جو ایک معین حالت سے وابستہ ہے اس لیے ہم اس کی پیمائش ایک اختیاری صفری حالت کے ذریعہ کر سکتے ہیں ہم کسی بھی حالت مثلاً حالت A کا انتخاب کر سکتے ہیں اور اسے P اور V کی خاص قیمتوں کے لیے صفری حالت کی انٹروپی سے ظاہر کرتے ہیں۔ لہذا حالت A کی انٹروپی اختیار کردہ صفری حالت پر ہوگی۔

$$S_B = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

اس تکمید کی قیمت معلوم کرنے کے لیے ہم ریور سیبل راستے d سے b کا انتخاب کریں گے جیسا کہ شکل (8.1) میں دکھایا گیا ہے۔ مان لیجئے کہ شے ایک ایڈیا بیٹک حالت سے آئسو تھرمل حالت کے ذریعہ دوسری ایڈیا بیٹک حالت کو پہنچتی ہے جب کہ آئسو تھرمل حالت کی تپش  $T_2$  ہے۔ تب انٹروپی میں اضافہ  $\frac{Q_2}{T_2}$  ہوگا۔ اور c اور b تک ایڈیا بیٹک طریقے سے پہنچنے کے دوران انٹروپی مستقل رہتی ہے لہذا حالت b کو پہنچنے کے دوران مجموعی انٹروپی میں تبدیلی  $\frac{Q_2}{T_2}$  ہوگی۔ دوبارہ ہم d سے b اور da اور ab پہنچ سکتے ہیں d سے a تک پہنچنے کے دوران انٹروپی میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی جب کہ a سے b کے درمیان انٹروپی میں تبدیلی  $\frac{Q_1}{T_1}$  ہوگی۔ لہذا ایک ریور سیبل دور کے لیے

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = S_b$$

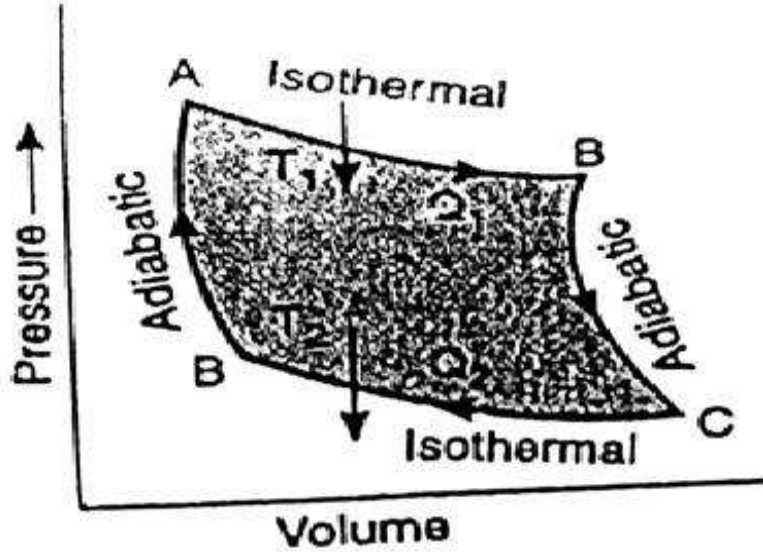
اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ انٹروپی کا انحصار صرف دو حالتوں پر ہوتا ہے۔

### 8.3 ایک رجعت پذیر عمل میں انٹروپی میں تبدیلی (Change in Entropy in a Reversible Process)

فرض کیجئے کہ ایک شے کی انٹروپی میں تبدیلی کو ایک کارنوٹ ریورسیبل سائیکل میں شکل (8.2) میں ABCD سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ابتدائی حالت A سے کارکن شے میں ایک آکسو تھرمل پھیلاؤ AB واقع ہوتا ہے۔ اس دوران منبع سے  $Q_1$  حرارت کی مقدار تپش  $T_1$  پر حاصل کی جاتی ہے۔

$$\frac{Q_1}{T_1}$$

لہذا انٹروپی میں اضافہ  
ایڈیا بیٹک پھیلاؤ BC کے دوران نہ حرارت جذب کی جاتی ہے نہ خارج کی جاتی ہے لہذا انٹروپی میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔ آکسو تھرمل پچکاؤ CD کے دوران کارکن شے  $T_2$  تپش پر حرارت  $Q_2$



شکل (8.2)

مسترد کرتی ہے لہذا انٹروپی میں کمی

$$= \frac{Q_2}{T_2}$$

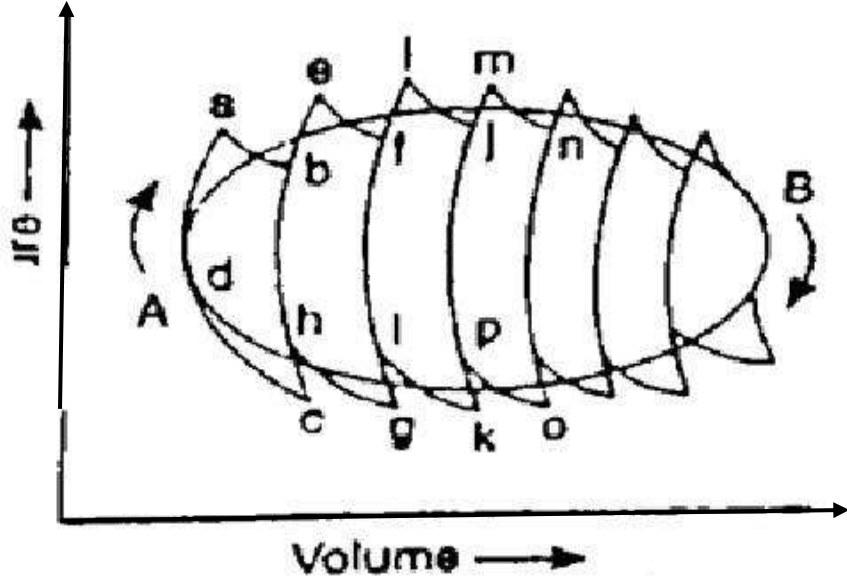
آخر میں ایڈیا بیٹک پچکاؤ DA کے دوران کارکن شے کی انٹروپی مستقل رہتی ہے لہذا کارکن شے کی انٹروپی میں سائیکل ABCDA کے دوران مجموعی تبدیلی ہوگی۔

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$$

لیکن کیلون کے تپش کے پیمانے کے بموجب ہم جانتے ہیں کہ  $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$

$$\therefore \Delta S = 0$$

لہذا کارنوٹ سیکل کے ریورس سیکل دور میں کارکن شے کی انٹروپی میں تبدیلی صفر ہوگی۔  
اب ہم عام حالت میں کسی بھی ریورس سیکل سائیکل  $A \leftarrow B \leftarrow A$  پر غور کریں گے جیسا کہ شکل (8.3) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (8.3)

فرض کیجئے کہ یہ کارنوٹ سائیکل کئی ادوار پر مشتمل ہے جیسے ijkp, efgh, abcd شے کارکن شے کے بجائے تو اتر میں ابتدائی کارنوٹ ادوار میں کام کرتی ہے تب ادوار کے منحنی bh, jpf, l, bh وغیرہ ایک دوسرے کو منسوخ کر دیتے ہیں کیونکہ یہ راستہ معکوس ترتیب میں دوبارہ طے ہوتا ہے۔ اس طریقے کا مجموعی اثر یہ ہوتا ہے کہ کارکن شے پیچدار (Zig Zag) راستے abefi...ghcda سے گزرتی ہے ہر ابتدائی کارنوٹ دور کے لیے  $ds = 0$

ہر ابتدائی کارنوٹ دور کا جمع لینے پر

$$\Delta S = \sum \frac{Q_1}{T_1} = 0$$

شکل سے ظاہر ہے کہ پیچدار راستہ منحنی ABA سے منطبق ہوتا ہے جب کہ ایڈیابٹک ادوار بند ہوں یعنی یہ لامتناہی ہوں۔ اس جمع

کو بند دور کے تکمیل سے بدلنے پر

$$\Delta S = \oint \frac{Q_1}{T_1} = 0$$

"لہذا کسی بھی ریورسیبل دور کے لیے انٹروپی میں تبدیلی صفر ہوتی ہے۔" اس بائیں کو کلاسیس تھیورم بھی کہتے ہیں اس کو اس طرح بھی بیان کر سکتے ہیں۔

"آئیسو تھرمل تبدیلیوں کے دوران حرارت کے تبادلہ کا مجموعہ اگر ریورسیبل دور کے تپش مطلق سے تقسیم کیا جائے تو حاصل صفر ہوگا۔"

## 8.4 ایک غیر رجعت پذیر عمل میں انٹروپی میں تبدیلی

(Change in Entropy in an Irreversible Process)

تمام ارریورسیبل اعمال میں نظام کی انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے۔ ارریورسیبل اعمال کی مثالیں حسب ذیل ہیں (1) ایصال حرارت (2) اشعاع حرارت (3) گیس کی نفوذ پذیری (4) رگڑ سے حرارت کی پیدائش (5) موصل سے برقی رو کا گذر وغیرہ۔ ایک عمل ارریورسیبل اس وقت کہلاتی ہے جب اسے مخالف سمت میں ہو بہو واپس لوٹایا نہ جاسکے۔ اس عمل میں حراری توانائی کو رگڑ کو زیر کرنے استعمال کیا جاتا ہے۔

ایک ارریورسیبل دور پر غور کیجئے۔  $T_1$  تپش پر  $Q_1$  حرارت کی مقدار جذب ہوتی ہے اور  $T_2$  تپش پر  $Q_2$  حرارت کی مقدار مسترد ہوتی ہے تب اس سائیکل کو استعداد ہوگی۔

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

ہم جانتے ہیں کہ ایک ریورسیبل کارنوٹ سیکل کی استعداد ہوتی ہے۔

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

ایک ارریورسیبل سائیکل کی استعداد ارریورسیبل سائیکل سے کم ہوتی ہے جب کہ دونوں یکساں تپش پر کام کر رہے ہیں۔

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} > 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{T_2} > \frac{Q_1}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1} > 0 \quad \text{مثبت}$$

لہذا تمام ارریورسیبل اعمال میں نظام کی انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے کیونکہ  $T_1 > T_2$



## 8.5 ناکارگی کی رقوم میں حر حرکیات کا دوسرا کلیہ

(Second Law of Thermodynamics in Terms of Entropy)

انٹروپی کی رقوم میں تھر موڈائٹاٹک کے دوسرے کلیہ کو اس طرح بیان کیا جاتا ہے۔  
ایک قدرتی عمل جو ایک توازن کی حالت سے شروع ہو کر دوسری توازن کی حالت پر ختم ہو اور ایسی سمت میں جاری رہے جو نظام اور ماحول کی انٹروپی میں اضافہ کرے۔ یا

"قدرت میں کیمیائی یا طبیعی عمل اس طرح واقع ہو کہ مجموعی انٹروپی میں اضافہ ہو۔"  
فرض کیجئے کہ  $S_1$  اور  $S_2$  ایک شے کی ابتدائی حالت A اور انتہائی حالت B میں انٹروپی کو ظاہر کرتے ہیں جس کی پیمائش ایک اختیار صفر سے ہوتی ہے تب

$$S_2 - S_1 = \int_A^B \frac{dQ}{T} \quad \text{-----}(8.1)$$

اگر دو حالتیں ایک دوسرے سے بالکل مشابہ ہوں تب اوپر کی مساوات ہوگی۔

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$dQ = dsT \quad \text{-----}(8.2)$$

یہ تھر موڈائٹاٹکس کے دوسرے کلیہ کی مساوات ہے۔

اب ہم بتلائیں گے کہ کلاسیس اور کیلون کے دوسرے کلیہ کے بیانات انٹروپی کی رقوم میں یکساں ہیں۔  
کیلون کے دوسرے کلیہ کے مطابق ہم منبع سے توانائی حاصل کر کے مسلسل میکانیکی کام نہیں کر سکتے جب تک کہ کم تپش پرسنک کو حراری توانائی مسترد نہ کی جائے لہذا کامل حراری انجن جیسے کسی انجن کا وجود نہیں۔ اگر کوئی کامل حراری انجن ہو تو ایک منبع جو T تپش پر ہے۔ اس سے Q حرارت لیتا ہے اس کی انٹروپی میں  $\frac{Q}{T}$  کمی آتی چاہئے جب کہ نظام کی انٹروپی غیر متبدل رہتی ہے جس سے نظام جمع ماحول کی انٹروپی میں ایک خالص (net) کمی واقع ہوتی ہے۔ انٹروپی کی رقوم میں یہ بیان دوسرے کلہ کی تکذیب کرتا ہے لہذا کامل حراری انجن جیسی کسی مشین کا وجود نہیں۔

دوسرے کلیہ کے کلاسیس کے بیان کے مطابق کامل ریفریجریٹر جیسی کوئی مشین نہیں ہو سکتی۔ یعنی کہ ایک خود کار مشین کے لیے یہ ممکن نہیں کہ بغیر کسی بیرونی مدد کے ایک سرد جسم سے جس کی تپش  $T_2$  ہے Q حرارت کی مقدار ایک گرم جسم کو منتقل کرے جس کی تپش  $T_1$  ہے اگر کسی کامل ریفریجریٹر کا وجود ہو تا تو پست تپش والے منبع کی انٹروپی میں  $\frac{Q}{T_1}$  کا اضافہ ہوتا لیکن اس کے برعکس نظام کی انٹروپی مستقل  $\left(\frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1}\right)$  واقع ہونی چاہئے۔ یہ بیان انٹروپی کی رقوم میں دوسرے کلیہ کی تکذیب کرتا ہے لہذا کامل ریفریجریٹر جیسی کو مشین وجود نہیں رکھتی۔

حل شدہ مثال 1

20 گرام برف کو  $0^{\circ}C$  پر پانی میں تبدیل کیا گیا۔ تب انٹروپی میں تبدیلی معلوم کیجئے۔ دیا گیا ہے کہ برف کی حرارت مخفی

$$L_{ice} = 80 \text{ Cal/gm}$$

حل: انٹروپی میں تبدیلی جب کہ  $0^{\circ}C$  پر 20gm برف کو استی پیش پر پانی میں تبدیل کیا جائے۔

$$S_2 - S_1 = \Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{mL_{ice}}{T}$$

$$m = 20 \text{ gm}, L_{ice} = \text{cal/gm}, T = 273 + 0 = 276 \text{ k}$$

$$\Delta S = \frac{2080}{273} = \frac{1600}{273} = 5.68 \text{ cal/k}$$

حل شدہ مثال 2

مستقل دباؤ پر ہیلیم کو 298K سے 1000K تک گرم کیا گیا۔ ہیلیم کی انٹروپی میں اضافہ معلوم کیجئے۔

حل: ایک گیس کس مستقل دباؤ پر گرم کرنے پر اس کی انٹروپی میں اضافہ

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$dS = mC_p \frac{T_2}{T_1}$$

$$m = 1, \text{ mole}, C_p = \frac{5}{2} R = \frac{5}{2} \times 8.31, T_1 = 298 \text{ k}, T_2 = 1000 \text{ k}$$

$$dS = 1 \times \frac{5}{2} \times 8.31 \times 2.3031 \log_{10} \frac{1000}{298}$$

$$dS = 25.16 \text{ Jk}^{-1} \text{ mole}^{-1} \text{ پر حل کرنے}$$

حل شدہ مثال 3

50 گرام پانی جو  $0^{\circ}C$  پر ہے اور 50 گرام پانی جو  $80^{\circ}C$  پر دونوں کو آپس میں ملایا گیا۔ تب سرد پانی کی انٹروپی میں اضافہ معلوم

کیجئے۔ دیا گیا ہے کہ پانی کی حرارت نوعی  $4200 \text{ Jkg}^{-1}$  ہے۔

حل: گرم پانی اور سرد پانی کو ملانے پر اس آمیزہ کی تپش فرض کیجئے T ہے۔

$$S_1 = S_2 = 1, m_2 = 50 \text{ gm}, m_1 = 50 \text{ gm}, t_2 = 80^{\circ}C, T_1 = 0c$$

$$T = \frac{m_1 s_1 t_1 + m_2 s_2 t_2}{M_1 S_1 + M_2 S_2}$$

$$T = \frac{50 \times 1 \times 0 + 50 \times 1 \times 80}{50 \times 1 + 50 \times 1} = \frac{50 \times 80}{100} = 40^\circ$$

$$T_1 = 273 + 0 = 273k \text{ پانی کی ابتدائی تپش}$$

$$T_2 = 273 + 40 = 313k \text{ آمیزے کی تپش}$$

$$\begin{aligned} \text{انٹروپی میں تبدیلی} &= mC_p \log_e \frac{T_2}{T_1} \\ &= \frac{50}{1000} \times 4200 \times 2.303 \log_{10} \frac{313}{273} \\ &= 210 \times 2.303 \log_{10} 1.146 \end{aligned}$$

حل کرنے پر

$$\text{انٹروپی میں اضافہ} = 28.7 JK^{-1}$$

حل شدہ مثال 4

1 کیلوگرام پانی  $10^\circ C$  پر ہے اس کو مکمل طور پر  $100^\circ C$  پر بھاپ میں تبدیل کیا گیا تب انٹروپی میں تبدیلی محسوب کیجئے۔

دیا گیا ہے کہ

$$(Cp) \text{ برف} = 2100 J/kg$$

$$(L) \text{ برف} = 3.36 \times 10^5 J/kg$$

$$(Cp) \text{ پانی} = 4200 J/kg$$

$$(L) \text{ بھاپ} = 22.68 \times 10^5 J/kg$$

$0^\circ C$  پر برف سے بھاپ میں تبدیلی 4 مرحلوں میں ہوتی ہے۔ ہم ہر مرحلہ میں انٹروپی میں تبدیلی محسوب کریں گے۔

پہلا مرحلہ: ایک کیلوگرام برف کو  $10^\circ C$  پر  $0^\circ C$  پر برف میں تبدیل کرنے پر  $dS$  کی قیمت ہوگی۔

$$dS = m(cp)_{ice} \times \log_e \frac{T_2}{T_1} (T_1 = 273 - 10 = 263k)$$

$$= 1 \times 2100 \times 2.30 \times \log_{10} \frac{273}{263} (T_2 = 0)$$

$$dS = 78.38 J/Kg$$

دوسرا مرحلہ: 1kg برف کو جو  $0^\circ C$  پر ہے اسی تپش پر پانی میں تبدیل کرنے پر  $dS$  ہوگی۔

$$dS = \frac{Q}{T} = \frac{mLiCe}{273=0} = \frac{1 \times 3.36 \times 10^5}{273} = 1230 \text{ J/kg}$$

تیسرا مرحلہ: 1 کیلوگرام پانی کو جو  $0^\circ C$  پر ہے۔  $100^\circ C$  پر پانی میں تبدیل کرنے پر  $dS$  کی قیمت ہوگی۔

$$dS = m(Cp) \text{ پانی} \times \log_e \frac{T_2(T_2=100+273=373)}{T_1(T_1=273+0=273)}$$

$$dS = 1311 \text{ حل کرنے پر}$$

چوتھا مرحلہ: 1 کیلوگرام پانی کو  $100^\circ C$  پر اسی تپش میں بھاپ میں تبدیل کرنے پر  $dS$  کی قیمت ہوگی۔

$$dS = \frac{mLiCe}{T} = \frac{1 \times 22.68 \times 10^5}{273} = 6080 \text{ J/kg}$$

لہذا انٹروپی میں مجموعی تبدیلی

$$dS = 78.38 + 1230 + 1311 + 6080$$

$$dS = 8699 - 39 \text{ J/kg}$$

## 8.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- حرانگزار عمل کے دوران وہ حراری خاصیت جو مستقل رہتی ہے وہ انٹروپی کہلاتی ہے۔ ایک نظام کے سالمات کی بے قاعدگی کی پیمائش انٹروپی کہلاتی ہے ایک رجعت پذیر عمل میں انٹروپی میں تبدیلی صفر ہوتی ہے۔ جبکہ غیر رجعت پذیر اعمال میں نظام کی انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے۔
- تمام ٹھوس اشیاء کی حراری گنجائش مطلق صفر کے قریب ہو جاتی ہے اور اس تپش پر ہر شے کی اندرونی توانائی اور انٹروپی آپس میں مساوی ہو جاتی ہیں۔ اسے حرکیات کا تیسرا اکتیو یا زرنسٹ کا حراری کلیہ کہتے ہیں۔
- ایک پرفیکٹ گیس کی انٹروپی تپش اور حجم کی صورت میں (Entropy of a Gas Interms of T,V)

$$S_f = S_i = 2.302 \left[ C_v \log_{10} \left( \frac{T_f}{T_i} \right) = R \log_{10} \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \right] \text{ .i}$$

$$S_f = S_i = 2.302 \left[ C_v \log_{10} \left( \frac{T_f}{T_i} \right) - R \log_{10} \left( \frac{P_f}{P_i} \right) \right] \text{ میں } P \text{ اور } T \text{ کی رقوم میں} \text{ .ii}$$

$$S_f = S_i = 2.3026 \left[ C_v \left( \frac{P_f}{P_i} \right) = C_p \log_{10} \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \right] \text{ میں } P \text{ اور } V \text{ کی رقوم میں} \text{ .iii}$$

- ایک شے کو گرم کرنے پر اس کی انٹروپی میں تبدیلی (Entropy Change in Heating a Substance)

$$(\Delta S)_{\text{مائع}} = 2.3026mc \log_{10} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$$

جہاں  $m$  = مائع کی کمیت  $c$  = مائع کی حرارت نوعی  $T_1$  اور  $T_2$  ابتدائی اور انتہائی تپش ( $T_2 > T_1$ ) لہذا یہ مثبت ہوگی۔

- برف کو اگر بھاپ میں تبدیل کریں تو انٹروپی میں تبدیلی

$$\Delta S = \frac{ML_1}{T_1} + 2.303mc \log_{10} \frac{T_2}{T_1} = \frac{mL_2}{T_2}$$

جہاں  $m$  = برف کی کمیت  $T_1$  تپش پر،  $c$  = برف کی حرارت نوعی،  $L_1$  = برف کی حرارت مخفی  $0.336 \times$

$$L_2 = 106 \text{ j/kg} = \text{بھاپ کی حرارت مخفی } 22.68 \times 10^5 \text{ j/kg} \text{ تپش پر } T_2$$

- ایصالیت اور اشعاع کے دوران انٹروپی میں تبدیلی

$$\Delta S = mc \log_e \left( \frac{T}{T+\Delta T} \right) + mc \log_e \left( \frac{T}{T-\Delta T} \right)$$

$$\Delta S = mc \log_e \left( \frac{T_2}{T^2 + \Delta T^2} \right)$$

$\Delta T$  تپش میں اضافہ کی

- انٹروپی میں تبدیلی جب مختلف تپش کے معائنات کو ملا یا جائے

$$\Delta S = 2mc \log_{10} \left( \frac{\frac{T_1+T_2}{2}}{\sqrt{T_1}\sqrt{T_2}} \right)$$

## 8.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- حر حرکیاتی عمل: ایک ایسا عمل جس میں حراری توانائی میکا کی توانائی (کام) میں تبدیل کی جاتی ہے۔
- حر حرکیاتی نظام: ایک نظام جس میں اوپر بیان کردہ تبدیلی عمل میں آتی ہے۔
- حر حرکیاتی متغیرات یا محدود: طبعی مقداریں جو ایک نظام کی حر حرکیاتی حالت کو بیان کرتی ہیں۔
- ناکارگی (Disorder): ایک نظام کا باقاعدہ حالت سے بے قاعدہ حالت کی طرف مائل ہونا۔
- حرارتی انجن: جو حرارت کو کام میں تبدیل کر دے۔
- انٹروپی: ایک نظام کی بے قاعدگی کی پیمائش
- TS خاکہ: تپش اور انٹروپی کے درمیان ترسیم جس سے کئی فوائد حاصل ہوتے ہیں۔
- آزادانہ پھیلاؤ: ایک حرنا گزار عمل جس کے دوران کوئی کام نظام سے یا نظام پر نہیں کیا جاتا۔

8.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

8.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. انٹروپی کی تعرف کیجئے اور اس کی SI اکائی بیان کیجئے۔
2. انٹروپی کی رقوم میں حرکیات کا دوسرا کلیہ بیان کیجئے۔
3. انٹروپی کی طبعی افادیت بیان کیجئے۔
4. حرارت از خود ایک سرد جسم سے گرم جسم کو منتقل نہیں ہو سکتی یہ بیان ہے۔
  - (a) کیلون کا
  - (b) کلاسیس کا
  - (c) میکس ویل کا
  - (d) بولٹزمن کا
5. ایک گیس کے پھیلاؤ یا پچاؤ کی مساوات  $PV^n =$  ہے اگر  $n = 1$  ہو تب یہ تبدیلی ہوگی۔
  - (a) ایڈیا بیٹک
  - (b) آئیسو بارک
  - (c) آئیسو کورک
  - (d) آئیسو تھرمل
6. ایک ریورسیبل عمل میں سسٹم کی انٹروپی میں
  - (a) اضافہ ہوتا ہے
  - (b) کمی ہوتی ہے
  - (c) صفر ہوتی ہے
  - (d) مستقل رہتی ہے
7. کون سی مساوات کلاسیس تھیورم کو ظاہر کرتی ہے۔
  - (a)  $\oint \frac{dQ}{T} = 0$
  - (b)  $\int \frac{d\phi}{T} \neq 0$
  - (c)  $\oint \frac{dQ}{T} > 0$
  - (d)  $\int \frac{dQ}{T} < 0$

8.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. انٹروپی کیا ہے؟ بتلائے کہ ایک ریورسیبل عمل میں انٹروپی مستقل رہتی ہے؟
2. انٹروپی اور بے قاعدگی پر ایک نوٹ لکھئے۔
3. کائنات کی انٹروپی پر نوٹ لکھئے۔

8.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ریورسیبل اور ریورسیبل اعمال کیا ہیں؟ وضاحت کیجئے کہ ہر ایک عمل میں انٹروپی میں کیا تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں؟
2. انٹروپی تپش خاکہ کیا ہے؟ TS خاکے کے ذریعہ کارنوٹ انجن کی استعداد کی مساوات اخذ کیجئے۔

8.9.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. ایک تار سے جس کی مزاحمت  $25\Omega$  ہے۔  $10\text{amp}$  برقی رو  $1$  سکنڈ کے لیے گزاری گئی جب کہ تار کی تپش  $27^{\circ}\text{C}$  پر مستقل رکھی گئی۔ تب (1) تار کی انٹروپی میں کیا تبدیلی ہوگی (2) کائنات کی انٹروپی میں کیا تبدیلی ہوگی۔ (جواب  $6.33\text{ j/k}$ )
2. ایک نظام کی انٹروپی میں تبدیلی محسوب کیجئے جو ایک کیلوگرام برف پر مشتمل ہے جو  $0^{\circ}\text{C}$  پر ہے اسے اسی تپش پر پانی میں تبدیل کیا گیا۔  $L_{ice} = 80\text{ cal/gm}$   
(جواب  $291.6\text{ cal/k}$ )
3.  $10$  کیلوگرام برف جو  $0^{\circ}\text{C}$  پر ہے اسے  $2^{\circ}\text{C}$  میں تبدیل کیا گیا تو انٹروپی میں تبدیلی معلوم کیجئے۔ (جواب:  $3.001\text{ kcal/k}$ )

8.10 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) ( $5^{\text{th}}$  &  $6^{\text{th}}$ )
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.

# اکائی 9- توانائی کے انحطاط کا کلیہ

(Law of Degradation of Energy)

## اکائی کے اجزا

تمہید	9.0
مقاصد	9.1
توانائی کے انحطاط کا کلیہ	9.2
ناکارگی اور بے قاعدگی	9.3
TS خاکہ	9.4
نرنسٹ تھیورم یا حرکیات کا تیسرا کلیہ	9.5
حل شدہ مثالیں	9.6
اکتسابی نتائج	9.7
کلیدی الفاظ	9.8
نمونہ امتحانی سوالات	9.9
معروضی جوابات کے حامل سوالات	9.9.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	9.9.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	9.9.3
غیر حل شدہ سوالات	9.9.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	9.10



## 9.0 تمہید (Introduction)

ہم پڑھ چکے ہیں کہ ایک نظام کی انٹروپی ایک ریورسیبل عمل میں مستقل رہتی ہے لیکن تمام ارریورسیبل اعمال میں انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے لہذا کائنات کی انٹروپی میں ریورسیبل اعمال کی وجہ سے کوئی تبدیلی نہیں ہوتی جب کہ ارریورسیبل (قدرتی) اعمال کی وجہ سے کائنات کی انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے کیونکہ تمام قدرتی اعمال ذاتی طور پر ارریورسیبل ہوتے ہیں اس لیے کائنات کی انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے۔

کسی نظام کی دستیاب توانائی اس کے درجہ حرارت یا دباؤ کے کم ہونے اور آس پاس کے توازن تک پہنچنے کے ساتھ کم ہو جاتی ہے۔ جب حرارت کسی نظام سے منتقل ہوتی ہے تو اس کا درجہ حرارت کم ہو جاتا ہے اور اس وجہ سے اس کی توانائی کا معیار خراب ہو جاتا ہے۔ انحطاط زیادہ ہے کیونکہ توانائی کا نقصان ایک جیسا ہو سکتا ہے، لیکن معیار کے لحاظ سے نقصانات مختلف ہیں۔ جبکہ پہلا قانون یہ کہتا ہے کہ توانائی ہمیشہ مقدار کے لحاظ سے محفوظ کی جاتی ہے، دوسرا قانون اس بات پر زور دیتا ہے کہ توانائی ہمیشہ معیار کے لحاظ سے گرا دیتی ہے۔ جب کسی گیس کو ہائی پریشر والے علاقے سے کم دباؤ والے علاقے میں adiabatically تھروٹل کیا جاتا ہے تو، enthalpy (یا توانائی فی یونٹ ماس) مستقل رہتی ہے، لیکن توانائی یا دستیاب کام میں کمی ہوتی ہے۔ ایک موصل پائپ کے ذریعے بہنے والے سیال کی رگڑ کی وجہ سے دباؤ میں کمی کے لیے بھی یہی چیز اچھی ہے۔ اگر تھر موڈینا مکس کا پہلا قانون توانائی کے تحفظ کا قانون ہے تو تھر موڈینا مکس کا دوسرا قانون توانائی کے انحطاط کے قانون کے نام سے بھی جانا جاتا ہے۔

## 9.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- توانائی کے انحطاط کا کلیہ کے بارے میں جانیں گے۔
- ناکارگی اور بے قاعدگی کے درمیان فرق کریں گے۔
- TS خا کے تعریف کریں۔
- زرنسٹ تھیورم یا حرکیات کا تیسرا کلیہ کے بارے میں جانیں گے۔

## 9.2 توانائی کے انحطاط کا کلیہ یا ناکارگی اور دستیاب اور غیر دستیاب توانائی

### (Law of Degradation of Energy)

توانائی کے انحطاط کے کلیہ کے بموجب "کائنات کی دستیاب توانائی صفر کی طرف مائل ہو رہی ہے۔" یہ اس حقیقت پر مبنی ہے کہ جب کبھی ارریورسیبل عمل واقع ہوتا ہے کائنات کی ایک معین مقدار کی توانائی ایک دستیاب شکل سے ایک غیر دستیاب شکل میں تبدیل

ہوتی ہے تاکہ کام انجام دیا جاسکے۔ ایک کارنوٹ انجن میں فرض کیجئے کہ گرم جسم سے  $Q_1$  اور  $T_1$  تپش پر حاصل کی گئی  $Q_2$  حرارت  $T_2$  تپش پر سرد جسم کو دی گئی اس طرح  $(Q_1 - Q_2)$  حرارت کی مقدار کام میں تبدیل ہوتی ہے اس کو دستیاب توانائی کہتے ہیں۔

$$\text{دستیاب توانائی} = Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right)$$

$$= Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \because \left(\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}\right)$$

اس طرح سرد جسم کی تپش  $T_2$  جس قدر کم ہوگی دستیاب توانائی اتنی ہی زیادہ ہوگی اگر  $T_2 = T_0$  ہو تب۔

$$\text{دستیاب توانائی} = Q_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right)$$

اب ہم ایک جسم سے  $T_0$  تپش پر ارریور سیبل طریقے سے دوسرے جسم کو  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ) تپش پر۔

حرارت کی ایصالیت پر غور کریں گے۔ فرض کیجئے حرارت کی ایک مقدار  $Q$  ایک بلند تپش والے جسم سے کم تپش والے جسم کو منتقل ہوتی ہے۔ اگر نظام میں دستیاب اقل ترین تپش  $T_0$  ہو تب۔

$$\text{قبل دستیاب توانائی} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right)$$

$$\text{بعد دستیاب توانائی} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right)$$

$$\text{دستیاب توانائی کا نقصان} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) - Q \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right)$$

$$= Q \left(\frac{T_0}{T_2} - \frac{T_0}{T_1}\right)$$

$$n = T_0 \left(\frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1}\right)$$

$$\because \frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1} = ds$$

$$\text{دستیاب توانائی کا نقصان} = T_0 ds \quad \text{-----(9.1)}$$

جہاں  $ds$  انٹروپی میں تبدیلی ہے۔

مساوات (9.1) سے ظاہر ہے کہ انٹروپی میں اضافہ ہو رہا ہے جب کہ دستیاب توانائی میں کمی ہو رہی ہے چونکہ قدرت میں ارریور سیبل اعمال مسلسل جاری ہیں جس سے کائنات کی انٹروپی میں مسلسل اضافہ ہو رہا ہے اور دستیاب توانائی میں مسلسل کمی واقع ہو رہی

ہے۔

ایک شے میں سالمات کی باقاعدہ (Order) میں ترتیب کا یہ مطلب یہ ہے کہ ہم اس لمحہ پر یقین ہیں کہ اس شے میں سالمات کی ترتیب درست ہے اور سالمات کی بے قاعدہ ترتیب سے مراد سالمات کی بے ترتیبی۔ ایک گیس میں ہم سالمات کی صحیح ترتیب بیان نہیں کر سکتے کیونکہ وہ بے ترتیب حرکت میں رہتے ہیں۔ مائع میں سالمات کی ترتیب کم بے قاعدہ رہتی ہے کیونکہ مائع کے سالمات گیس کے سالمات کی طرح آزادانہ حرکت نہیں کر سکتے۔ اس کے برعکس ٹھوس میں سالمات باقاعدہ ترتیب میں رہتے ہیں کیونکہ یہ بین سالماتی قوت سے جکڑے رہتے ہیں۔ اس سے ظاہر ہے کہ جب کوئی ٹھوس شے گیس میں تبدیل ہوتی ہے بے قاعدگی (Disorder) میں اضافہ ہوتا ہے۔ اس سے یہ بھی ظاہر ہے کہ بے قاعدگی سے انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے۔ اس کے برعکس بیان بھی درست ہے یعنی جب کوئی شے پانی میں تبدیل ہوتی ہے پھر اسے برف میں تبدیل کیا جائے تو سالمات کی باقاعدہ اور انٹروپی میں کمی واقع ہوتی ہے لہذا کسی نظام کی بے قاعدگی کے درجہ (Degree) کی پیمائش انٹروپی کہلاتی ہے جو سالمات میں پائی جاتی ہے اس بیان کو صحیح ثابت کرنے ہم ذیل کی مثالوں پر غور کریں گے۔

### 1. آزادانہ پھیلاؤ (Free Expansion)

فرض کیجئے ایک برتن A میں ایک گیس بھری گئی اور اسے دوسرے خالی برتن B سے ایک ٹونٹی سے جوڑ دیا گیا۔ فرض کیجئے کہ ٹونٹی کو اچانک کھول دیا گیا تب سالمات برتن B میں داخل ہو جائیں گے اس حالت میں سالمات کی حرکت پہلے کی بہ نسبت اور زیادہ بے قاعدہ ہو جائے گی۔ ہم جانتے ہیں کہ گیس کا آزادانہ پھیلاؤ ایک ارریور سیبل عمل ہے یعنی انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے اس سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ انٹروپی کے ساتھ بے قاعدگی میں اضافہ ہوتا ہے۔

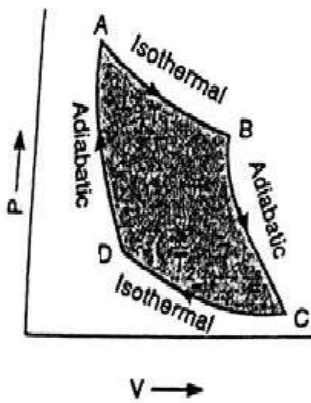
### 2. ایصال حرارت (Heat Conduction)

ایصال حرارت ایک ارریور سیبل عمل ہے لہذا اس عمل میں انٹروپی میں اضافہ ہوتا ہے۔ دو اجسام پر غور کیجئے جن کی تپش  $T_1$  اور  $T_2$  ہے اور یہ ایک دوسرے سے حالت تماس میں رکھے گئے۔ ایصال حرارت کے بعد وہ ایک مشترکہ تپش  $T$  حاصل کرتے ہیں۔ ایصال حرارت سے قبل ہم برتن A اور B کے سالمات تپش  $T_2$  پر ہیں جس کی وجہ سے ان کی rms اسپید الگ ہوگی۔ ایصال حرارت کے بعد ہم سالمات کے درمیان درجہ بندی نہیں کر سکتے کیونکہ نظام کے سالمات کی تپش یکساں ہوگی جس کی وجہ سے ان کی rms اسپید بھی یکساں ہوگی اس طرح یہ بیان کہ ایک جسم ایک تپش  $T_1$  پر اور دوسرا جسم تپش  $T_2$  پر زیادہ وضاحت کے ساتھ قابل بیان بالترتیب (Orderly) ہوں گے بہ نسبت اس بیان کہ دو اجسام جو یکساں تپش پر ہے کم وضاحت کے ساتھ قابل بیان (بے ترتیب Disorder) ہوں گے۔ لہذا حراری ایصالیت میں ایک نظام بڑی بے قاعدہ حالت سے گزرتا ہے۔ اس طرح انٹروپی کے ساتھ بے قاعدگی میں اضافہ ہوتا ہے۔

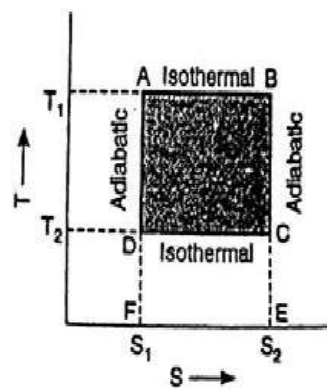
ایک ترسیم جو تپش اور انٹروپی کے درمیان کھینچی جائے TS خاکہ یا تپش انٹروپی ڈیاگرام کہلاتی ہے۔ ایک کارنوٹ دور پر غور کیجئے تب کارکن شے میں حسب ذیل تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں جس کو شکل (9.1) میں دکھایا گیا ہے۔

- i. آئیسو تھرمل پھیلاؤ جب کہ منبع کی تپش  $T_1$  ہو۔
  - ii. آئیسو تھرمل چمکاؤ جب کہ تپش میں  $T_1$  سے  $T_2$  تک گراؤ آتی ہے۔
  - iii. آئیسو تھرمل چمکاؤ جب کہ سنک کی تپش  $T_2$  ہو۔
  - iv. ایڈیا بیٹک چمکاؤ اس طرح کہ تپش میں  $T_2$  سے  $T_1$  تک اضافہ ہوتا ہے (کارکن شے کی ابتدائی تپش) ان عمل کو شکل (9.1a) میں P-V ترسیم میں دکھایا گیا ہے متعلقہ TS ترسیم شکل (9.1b) میں دکھائی گئی ہے۔
- TS ترسیم کی وضاحت ذیل میں ہم اس طرح بیان کرتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ ایک آئیسو تھرمل عمل میں انٹروپی میں خطی طور پر (Linearly) تبدیلی واقع ہوتی ہے اور ایڈیا بیٹک عمل میں یہ مستقل رہتی ہے۔ شکل (9.1) کے مطابق مستقل پر  $T_1$  پر آئیسو تھرمل پھیلاؤ AB کے دوران کارکن شے کی انٹروپی میں  $S_1$  سے  $S_2$  تک اضافہ ہوتا ہے جب کہ ایڈیا بیٹک پھیلاؤ BC کے دوران انٹروپی میں کوئی تبدیلی نہیں آتی۔ لیکن تپش میں  $T_1$  سے  $T_2$  تک گراؤ آتی ہے۔ آئیسو تھرمل چمکاؤ CD کے درمیان انٹروپی میں  $S_2$  اور  $S_1$  تک کمی آتی ہے آخر میں ایڈیا بیٹک چمکاؤ DA کے دوران انٹروپی مستقل رہتی ہے جب کہ تپش میں  $T_2$  اور  $T_1$  تک اضافہ ہوتا ہے۔ اس طرح TS ترسیم ایک مستطیلی ترسیم ہے TS ترسیم کا رقبہ ایک ریورسبل عمل میں کارآمد کام کے لیے دستیاب حراری توانائی کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل (9.1b)



شکل (9.1a)

شکل (9.1)

فرض کیجئے کہ  $S_1$  اور  $S_2$  بالترتیب نقاط A اور B کی انٹروپی کو ظاہر کرتے ہیں۔ آئیسو تھرمل پھیلاؤ AB میں انٹروپی  $S_1$  سے  $S_2$  تک تبدیل ہوتی ہے لہذا انٹروپی میں اضافہ  $(S_2 - S_1)$  فرض کیجئے کہ آئیسو تھرمل پھیلاؤ AB کے دوران کارکن شے کی جذب کردہ حرارت کی مقدار  $Q_1$  ہے اور آئیسو تھرمل پچکاؤ CD کے دوران مسترد کردہ حرارت کی مقدار  $Q_2$  ہے۔

$$Q_1 = T_1(S_2 - S_1) \quad \because (dQ = TS)$$

$$Q_1 = AF \times AB$$

$$Q_1 = ABEF \quad \text{رقبہ} \quad (9.2)$$

$$Q_2 = T_2(S_2 - S_1) \quad \text{اسی طرح}$$

$$= DF \times DC$$

$$Q_2 = DCEF \quad \text{رقبہ} \quad (9.3)$$

ہر دور میں کارآمد کام کے لیے دستیاب حرارت کی مقدار آزاد پیمائش اردو یونیورسٹی

$$Q_1 - Q_2 = ABEF \text{ رقبہ} - DCEF \text{ رقبہ}$$

$$= ABCD \quad \text{رقبہ} \quad (9.4)$$

اس طرح TS ترمیم سے حرارت کی دستیاب توانائی حاصل ہوتی ہے جسے کارآمد کام میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ اور اس کی استعداد حسب ذیل طریقے سے معلوم کی جاتی ہے۔

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{ABCD \text{ رقبہ}}{ABEF \text{ رقبہ}} = \frac{AB \times AD}{AB \times AF}$$

$$= \frac{AD}{AF} = \frac{T_1 - T_2}{T} \quad (9.5)$$

اس طرح TS ترمیم پر  $\frac{AD}{AF}$  کے درمیان نسبت سے ہمیں استعداد کی قیمت حاصل ہوتی ہے۔

TS خاکے کے استعمالات (Uses of TS Diagram):

- اسے علم موسمیات (Meteorology) میں استعمال کیا جاتا ہے۔
  - اس کے ذریعہ ایک انجن کی کارکردگی (Performance) میں نقائص کی نشاندہی کی جاتی ہے۔
  - ایک حراری انجن کی استعداد کی جانچ کی جاسکتی ہے۔
  - استعمال کیے گئے ایندھن کی کام کی قیمت (Work Value) معلوم کی جاسکتی ہے۔
- ہم حجمی (Isochoric) اور ہم خطی (Isobaric) ڈھلان کی منحنیاں:

جب ریورسیبل عمل میں حرارت کا تبادلہ عمل میں آتا ہے تب ہم جانتے ہیں کہ

$$dQ = TdS \quad \text{-----}(9.6)$$

اگر گیس کا ایک مول مستقل حجم (آئیسو کورک) طریقہ پر گرم کیا جائے اور اس کی تپش T ہو تب

$$dQ = CvdT \quad \text{-----}(9.7)$$

اگر گیس کو مستقل دباؤ (آئیسوپارک طریقہ) پر گرم کیا جائے تب

$$dQ = Cp dT \quad \text{-----}(9.8)$$

مساوات (9.6) اور (9.8) کو ملانے پر

$$TdS = CvdT$$

$$\frac{dT}{dS} = \frac{T}{Cv} \quad \text{-----}(a)$$

جہاں  $TdS = CvdT$  کے پر آئیسو کورک منحنی کی ڈھلان ہے۔

اسی طرح مساوات (1) اور (3) کو ملانے پر

$$\frac{dT}{dS} = \frac{T}{Cp} \quad \text{-----}(b)$$

جہاں  $T - S \frac{dT}{dS}$  کے پر آئیسوپارک منحنی کی ڈھلان ہے۔

چونکہ  $Cp > Cv$  آئیسو کورک منحنی کو ڈھلان آئیسوپارک منحنی کی ڈھلان سے بڑی ہوتی ہے۔

$$\frac{T}{Cv} = \text{آئیسو کورک منحنی کی ڈھلان}$$

$$\frac{T}{Cp} = \text{آئی سو پارک منحنی کی ڈھلان}$$

$$= \frac{Cp}{Cv} = r$$

## 9.5 حر حرکیات (تھر موڈائنامک) کا تیسرا کلیہ (نرنسٹ کا کلیہ)

(Third Law of Thermodynamic (Nerst Theorem))

Nernst نے 1906ء میں کم تپش پر جوہری حرارت کے مسئلہ پر سلسلہ وار تجربات کیے اور اس کے مشاہدات کو حرارت کا نیا

تھیورم یا تھر موڈائنامک کا تیسرا کلیہ یا نرنسٹ کا حراری کلیہ بھی کہتے ہیں۔ اس کلیہ کے مطابق

"تمام ٹھوس اشیائی کی حراری گنجائش (Thermal Capacities) صفری تپش مطلق کے قریب پہنچنے پر صفر ہو جاتی ہیں اور اس تپش پر ہر شے کی اندرونی توانائی اور انٹروپی آپس میں مساوی ہو جاتی ہے اور متقارباً انداز سے (Asymptotically) ایک مشترک قیمت پر پہنچ جاتی ہے" یہ کلیہ نہ تو تھر موڈائنامک کے پہلے اور نہ دوسرے کلیہ کی ترجمانی کرتا ہے بلکہ یہ تھیورم صفری تپش مطلق کے قریب اجسام کے طبع کے برتاؤ کی وضاحت کرتا ہے۔ اس کلیہ کی مدد سے ہم انٹروپی کی مطلق قیمت معلوم کر سکتے ہیں اس کے علاوہ تھر مو ڈائنامک خصوصیات مثلاً Helmholtz اور Gibbs کی آزاد توانائی وغیرہ کی طبعی تشریح بھی کر سکتے ہیں۔

## 9.6 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

مستقل دباؤ پر ہیلیم کو 298K سے 1000K تک گرم کیا گیا۔ ہیلیم کی انٹروپی میں اضافہ معلوم کیجئے۔

حل: ایک گیس کس مستقل دباؤ پر گرم کرنے پر اس کی انٹروپی میں اضافہ

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$dS = mC_p \frac{T_2}{T_1}$$

$$m = 1, \text{mole}, C_p = \frac{5}{2} R = \frac{5}{2} \times 8.31, T_1 = 298k, T_2 = 1000k$$

$$dS = 1 \times \frac{5}{2} \times 8.31 \times 2.3031 \log_{10} \frac{1000}{298}$$

$$dS = 25.16 \text{jk}^{-1} \text{mole}^{-1}$$

### حل شدہ مثال 2

50 گرام پانی جو 0°C پر ہے اور 50 گرام پانی جو 80°C پر دونوں کو آپس میں ملایا گیا۔ تب سرد پانی کی انٹروپی میں اضافہ معلوم

کیجئے۔ دیا گیا ہے کہ پانی کی حرارت نوعی 4200 Jkg<sup>-1</sup> ہے۔

حل: گرم پانی اور سرد پانی کو ملانے پر اس آمیزہ کی تپش فرض کیجئے T ہے۔

$$S_1 = S_2 = 1, m_2 = 50 \text{gm}, m_1 = 50 \text{gm}, t_2 = 80^\circ \text{C}, T_1 = 0^\circ \text{C}$$

$$T = \frac{m_1 s_1 t_1 + m_2 s_2 t_2}{M_1 S_1 + M_2 S_2}$$

$$T = \frac{50 \times 1 \times 0 + 50 \times 1 \times 80}{50 \times 1 + 50 \times 1} = \frac{50 \times 80}{100} = 40^\circ$$

$$T_1 = 273 + 0 = 273k$$

$$T_2 = 273 + 40 = 313k$$

$$\begin{aligned} \text{انٹروپی میں تبدیلی} &= mC_p \log_e \frac{T_2}{T_1} \\ &= \frac{50}{1000} \times 4200 \times 2.303 \log_{10} \frac{313}{273} \\ &= 210 \times 2.303 \log_{10} 1.146 \\ &\text{حل کرنے پر} \end{aligned}$$

$$\text{انٹروپی میں اضافہ} = 28.7JK^{-1}$$

حل شدہ مثال 3

1 کیلوگرام پانی  $10^0C$  پر ہے اس کو مکمل طور پر  $100^0C$  پر بھاپ میں تبدیل کیا گیا تب انٹروپی میں تبدیلی محسوب کیجئے۔

دیا گیا ہے کہ



$$(Cp) \text{ برف} = 2100j/kg$$

$$(L) \text{ برف} = 3.36 \times 10^5 J/kg$$

$$(Cp) \text{ پانی} = 4200 J/kg$$

$$(L) \text{ بھاپ} = 22.68 \times 10^5 J/kg$$

$0^0C$  پر برف سے بھاپ میں تبدیلی 4 مرحلوں میں ہوتی ہے۔ ہم ہر مرحلہ میں انٹروپی میں تبدیلی محسوب کریں گے۔

پہلا مرحلہ: ایک کیلوگرام برف کو  $10^0C$  پر  $0^0C$  پر برف میں تبدیل کرنے پر  $dS$  کی قیمت ہوگی۔

$$dS = m(cp)_{ice} \times \log_e \frac{T_2}{T_1} (T_1 = 273 - 10 = 263k)$$

$$= 1 \times 2100 \times 2.30 \times \log_{10} \frac{273}{263} (T_2 = 0)$$

$$dS = 78.38 J/Kg$$

دوسرا مرحلہ: 1kg برف کو جو  $0^0C$  پر ہے اسی تپش پر پانی میں تبدیل کرنے پر  $dS$  ہوگی۔

$$dS = \frac{Q}{T} = \frac{mL_{ice}}{273=0} = \frac{1 \times 3.36 \times 10^5}{273} = 1230 J/kg$$

تیسرا مرحلہ: 1 کیلوگرام پانی کو جو  $0^0C$  پر ہے۔  $100^0C$  پر پانی میں تبدیل کرنے پر  $dS$  کی قیمت ہوگی۔



$$dS = m(Cp) \text{ پانی} \times \log_e \frac{T_2(T_2=100+273=373)}{T_1(T_1=273+0=273)}$$

$$dS = 1311 \text{ حل کرنے پر}$$

چوتھا مرحلہ: 1 کیلوگرام پانی کو  $100^0 C$  پر اسی تپش میں بھاپ میں تبدیل کرنے پر  $dS$  کی قیمت ہوگی۔

$$dS = \frac{mLiCe}{T} = \frac{1 \times 22.68 \times 10^5}{273} = 6080 \text{ J/kg}$$

لہذا انٹروپی میں مجموعی تبدیلی

$$dS = 78.38 + 1230 + 1311 + 6080$$

$$dS = 8699 - 39 \text{ J/kg}$$

## 9.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- تمام ٹھوس اشیاء کی حراری گنجائش مطلق صفر کے قریب ہو جاتی ہے اور اس تپش پر ہر شے کی اندرونی توانائی اور انٹروپی آپس میں مساوی ہو جاتی ہیں۔ اسے حرکیات کا تیسرا کلیہ یا تیسرا قانون کا حراری کلیہ کہتے ہیں۔
- جہاں  $T_i, P_i, V_i$  بالترتیب ابتدائی حجم دباؤ اور تپش اور  $T_2, V_2, D_2$  انتہائی کی دباؤ، حجم پر گیس کی حرارت نوی اور  $Cp =$  مستقل دباؤ پر گیس کی حرارت نوی

## 9.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- نظام : وہ طبیعی جز جس پر توجہ مرکوز ہو۔
- ماحول : نظام کے ماحولاتی کائنات
- TS خاکہ : تپش اور انٹروپی کے درمیان ترسیم جس سے کئی فوائد حاصل ہوتے ہیں۔
- آزادانہ پھیلاؤ: ایک حرنا گزار عمل جس کے دوران کوئی کام نظام سے یا نظام پر نہیں کیا جاتا۔

## 9.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 9.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. حراری انجن کیا ہے؟ اس کے اجزاء کے نام لکھئے۔

2. حرارت کے نظریہ کی وضاحت کیجئے۔
3. TS خاکے کی اہمیت اور استعمالات بیان کیجئے۔
4. کلیہ انحطاط توانائی کو بیان کیجئے۔
5. دستیاب توانائی اور انٹروپی میں تعلق بیان کیجئے۔
6. ایک ایڈیٹیک عمل میں کون سی طبعی مقدار مستقل رہتی ہے۔
- (a) تپش (b) حرارت
- (c) حجم (d) دباؤ
7. ایک تھر موڈ اٹناک عمل میں تپش مستقل رہتی ہے یہ عمل ہے۔
- (a) آئی سو تھرمل (b) ایڈیٹیک
- (c) آئی سو کورک (d) آئی سو بارک
8. تھر موڈ اٹناک کا کون سا کلیہ ایک نظام میں تپش کے مساوی ہونے کے رجحان کی وکالت کرتا ہے۔
- (a) صفری کلیہ (b) پہلا کلیہ
- (c) دوسرا کلیہ (d) تیسرا کلیہ
9. حرارت از خود ایک سرد جسم سے گرم جسم کو منتقل نہیں ہو سکتی یہ بیان ہے۔
- (a) کیلون کا (b) کلاسیس کا
- (c) میکس ویل کا (d) بولٹزمن کا
10. ایک ریور سیبل عمل میں سسٹم کی انٹروپی میں
- (a) اضافہ ہوتا ہے (b) کمی ہوتی ہے
- (c) صفر ہوتی ہے (d) مستقل رہتی ہے
11. کون سی مساوات کلاسیس تھیورم کو ظاہر کرتی ہے۔

$$\int \frac{dQ}{T} = 0 \quad (a) \quad \int \frac{d\phi}{T} \neq 0 \quad (b)$$

$$\int \frac{dQ}{T} > 0 \quad (c) \quad \int \frac{dQ}{T} < 0 \quad (d)$$

### 9.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. انٹروپی کیا ہے؟ بتلائے کہ ایک ریور سیبل عمل میں انٹروپی مستقل رہتی ہے؟
2. انٹروپی اور بے قاعدگی پر ایک نوٹ لکھئے۔

3. تھر موڈائنکس کے تیسرے کلیہ (زنسٹ تھیورم) کو بیان کیجئے۔  
4. کائنات کی انٹروپی پر نوٹ لکھئے۔

9.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ریور سیبل اور ار ریور سیبل اعمال کیا ہیں؟ وضاحت کیجئے کہ ہر ایک عمل میں انٹروپی میں کیا تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں؟  
2. انٹروپی تپش خاکہ کیا ہے؟ TS خاکے کے ذریعہ کارنوٹ انجن کی استعداد کی مساوات اخذ کیجئے۔

9.9.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. ایک تار سے جس کی مزاحمت  $25\Omega$  ہے۔ 10amp برقی رو 1 سکنڈ کے لیے گزاری گئی جب کہ تار کی تپش  $27^0C$  پر مستقل رکھی گئی۔ تب (1) تار کی انٹروپی میں کیا تبدیلی ہوگی (2) کائنات کی انٹروپی میں کیا تبدیلی ہوگی۔

(جواب (1)  $0$  (2)  $6.33 \text{ j/k}$ )

2. ایک نظام کی انٹروپی میں تبدیلی محسوب کیجئے جو ایک کیلوگرام برف پر مشتمل ہے جو  $0^0C$  پر ہے اسے اسی تپش پر پانی میں تبدیل کیا گیا۔  $L_{ice} = 80 \text{ cal/gm}$

(جواب  $291.6 \text{ cal/k}$ )

3. 10 کیلوگرام برف جو  $0^0C$  پر ہے اسے  $2^0C$  میں تبدیل کیا گیا تو انٹروپی میں تبدیلی معلوم کیجئے۔ (جواب:  $3.001 \text{ kcal/k}$ )

9.10 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.

# اکائی 10 - حر حرکیاتی قوه

(Thermodynamic Potentials)

اکائی کے اجزا

تمہید	10.0
مقاصد	10.1
حر حرکیاتی قوه	10.2
میکس ویل کے حر حرکیاتی رشتے	10.3
کلا سیسیس - کلا پیران مساوات	10.4
حل شدہ مثالیں	10.5
اکتسابی نتائج	10.6
کلیدی الفاظ	10.7
نمونہ امتحانی سوالات	10.8
معروضی جوابات کے حامل سوالات	10.8.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	10.8.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	10.8.3
غیر حل شدہ سوالات	10.8.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	10.9

## 10.0 تمہید (Introduction)

حر حرکیاتی قوہ ایک میزانیہ ہے جو ایک نظام کی حر حرکیاتی حالت کو بیان کرتی ہے۔ تھر موڈائٹاک قوہ کا نظریہ 1866ء میں Perri نے پیش کیا۔ تھر موڈائٹاک قوہ ایک کیمیائی تعامل کی توازنی نتیجہ کی پیمائش میں اہم کردار ادا کرتی ہیں۔ کچھ مناسب پابندیوں کے ساتھ تھر موڈائٹاک قوہ ایک حر حرکیاتی نظام سے دستیاب مجموعی حرارت کی مقدار کا تخمینہ کرنے کے لیے بھی استعمال کیے جاتے ہیں۔

تھر موڈائٹاک قوہ مختلف متغیرات کی رقوم میں ایک نظام کی توانائی کی پیمائش کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔ ایک متشکل نظام کے حر حرکیاتی حالت کو ہم چند منتخب متغیرات مثلاً دباؤ (P)، حجم (V)، تپش (T) و انٹروپی (S) کی رقوم میں بیان کرتے ہیں۔ ان چار متغیرات میں کوئی دو آزادانہ متغیر ہوتے ہیں اور باقی دو ان کے تفاعل مانے جاتے ہیں۔ جس طرح میکانات میں توانائی بالقوہ کو کام کرنے کی صلاحیت مانا جاتا ہے۔ اس طرح تھر موڈائٹاک قوہ میں بھی ہر ایک قوم کے الگ کام اور معنی ہیں۔ جو حسب ذیل ہیں:

1. اندرونی توانائی (Internal Energy (U): یہ کام کرنے کی صلاحیت اور حرارت بہ پہونچانے کی صلاحیت رکھتی ہے۔
  2. گبس توانائی (Gibb's Energy (G): یہ غیر میکائیکل کام کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔
  3. انتھالپی (Enthalpy (H): یہ غیر میکائیکل کام اور حرارت بہ پہونچانے کی صلاحیت رکھتی ہے۔
  4. ہلمہوز آزاد توانائی (Helmholz Free Energy (F): یہ میکائیکل اور غیر میکائیکل کام کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔
- اب ان قوہ کا ہم تفصیل سے مطالعہ کریں گے۔

## 10.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- حر حرکیاتی قوہ کی تعریف کریں گے۔
- میکس ویل کے حر حرکیاتی رشتے کو حاصل کریں گے۔
- کلاسیسیس۔ کلاپیران مساوات کو حاصل کریں گے۔

## 10.2 حر حرکیاتی قوہ (Thermodynamic Potentials)

ان چار تھر موڈائٹاک متغیرات کے درمیان کچھ خاص رشتے پائے جاتے ہیں۔ جنہیں ہم اخذ کریں گے۔ ہم جانتے ہیں کہ تھر موڈائٹاک کا پہلا اور دوسرا کلیہ

$$dQ = du + PdV \quad \text{-----10.1}$$

$$dQ = Tds \quad \text{-----10.2}$$

مساوات (10.1) اور (10.2) کو ملانے پر

$$Tds = dU + PdV$$

$$dU = Tds - PdV \quad \text{-----10.3}$$

یہ ایک بنیادی مساوات ہے جو پہلے اور دوسرے کلیے کو جوڑتی ہے۔

یہ ایک تھر موڈائٹاک نظام کی مکمل حرارت کچھ اور رشتے بھی درکار ہیں۔ اس کے لیے ہم متغیرات T, V, P اور S کے تفاعل، توانائی کی رقوم میں حاصل کریں گے۔ جنہیں حرر کیا تھی قوہ (تھر موڈائٹاک پوٹنشل) کہتے ہیں۔ یہ تھر موڈائٹاک قوہ یا تفاعل بنیادی تھر موڈائٹاک متغیرات کو ملا کر حاصل کیے جاتے ہیں۔ یہ تھر موڈائٹاک پوٹنشل ہیں (1) اندرونی توانائی (2) بلبوز تفاعل (F) (3) انتھالپی (مجموعی توانائی تفاعل (H) (4) گبس تفاعل (G)۔ ان چار مقداروں کو تھر موڈائٹاک پوٹنشل کہتے ہیں۔ یہ چار مقداریں تھر موڈائٹاکس کے ایک نظام کی حالت کو ظہار کرتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ ایک بقائی میکائی نظام حالت توازن میں رہتا ہے جب نظام کی توانائی بالقوہ اقل ترین ہو اسی طرح تھر موڈائٹاکس نظام بھی توازن میں رہتا ہے۔ جب تھر موڈائٹاکس پوٹنشل کی قیمت اقل ترین ہو۔ ان قوہ یا تفاعل کا ہم یکے بعد دیگرے مطالعہ کریں گے۔

### 1. اندرونی توانائی (Internal Energy (U)

ایک نظام کو اس کے سالمات کی حرکت اور ترکیب سے حاصل توانائی "اندرونی توانائی" کہلاتی ہے۔ تھر موڈائٹاکس کے پہلے کلیے کے مطابق متغیرات میں U ایک ایسا تفاعل ہے جو نظام کی خصوصیات بیان کرتا ہے۔ جب ایک نظام ایک حالت سے دوسری حالت کو پہنچتا ہے تو اس کی اندرونی توانائی میں تبدیل کا انحصار اختیار کردہ راستے پر نہیں ہوتا بلکہ اس کا انحصار ابتدائی اور انتہائی پر ہوتا ہے۔ ایک مکمل سائیکل کے لیے اندرونی توانائی میں تبدیلی صفر ہوتی ہے۔ اندرونی توانائی میں تبدیلی کی مساوات ہوگی۔

$$\therefore dQ = dU + PdV$$

$$dU = dQ - PdV$$

اس مساوات میں  $dQ = Tds$  درج کرنے پر

$$dU = Tds - PdV \quad \text{-----}(10.4)$$

مساوات (3) کا جزوی تفرق بلحاظ تھر موڈائٹاکس متغیرات (V, S) لینے پر

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P \quad \text{-----}(10.5)$$

یہ رشتے اندرونی توانائی U کو متغیرات V, T, S اور P سے جوڑتے ہیں۔

چونکہ dU ایک کامل تفریق ہے لہذا

$$\frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_V = \frac{\partial}{\partial S} \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_S$$

مساوات (10.5) سے قیمتیں درج کرنے پر

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_S = - \left( \frac{\partial P}{\partial S} \right)_V \quad \text{----- (A)}$$

یہ میکس ویل کا پہلا تھر موڈائٹاک رشتہ ہے۔

## 2. ہلمہوز کا تفاعل (Helmholz Function) F

تھر موڈائٹاک کے پہلے اور دوسرے کلیہ کی رو سے ہم جانتے ہیں کہ:

$$dU = Tds - PdV$$

ایک ایسے طریقے پر غور کیجئے جس میں نظام اور ماحول کے درمیان حرارت کا تبادلہ عمل میں آتا ہے۔ اس دوران تپش مستقل رہتی ہے۔

تب

$$T ds = d(TS)$$

TdS کی اس قیمت کو اوپر کی مساوات میں درج کرنے پر

$$dU = d(TS) - PdV$$

$$d(U - TS) = -PdV$$

یا

$$U - TS = F \quad \text{----- (10.6)}$$

$$dF = PdV = -dw$$

$F = U - TS$  ہلمہوز آزاد توانائی یا ہلمہوز تفاعل یا تفاعل کام کہلاتا ہے۔ اس طرح نظام پر انجام دیا ہوا کام مساوی ہوتا ہے۔ ہلمہوز

تفاعل میں کمی کے۔ جب ایک نظام کے معکوس عمل میں خفیف سی تبدیلی ہوتی ہے جب کہ وہ ابتدائی توازن حالت سے انتہائی توازن حالت

کو پہنچتا ہے۔ تب ہلمہوز فنکشن میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے جس کی قیمت ہوگی۔

$$dF = dU - Tds - SdT$$

$$dU = Tds - PdV \quad \text{لیکن}$$

$$dF = Tds - PdV - Tds - SdT \quad \text{لہذا}$$

$$dF = -SdT - PdV \quad \text{----- (10.7)}$$

جہاں V اور T آزاد متغیر ہیں۔

مساوات (10.7) کا جزوی تفرق لینے پر

$$\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -P \text{ اور } \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S \text{-----(10.8)}$$

چونکہ dF ایک کامل تفرق ہے۔ لہذا

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T$$

مساوات (10.8) سے قیمتیں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \text{----- (B)}$$

یہ میکس ویل کا دوسرا تھر موڈ اناک رشتہ ہے۔

### 3. مجموعی حراری تفاعل یا انتھالپی (Enthalpy or Total Heat Function)

انتھالپی ایک جامع اور وسیع تھر موڈ اناک خاصیت ہے اس کی ریاضی شکل ہے۔

$$H = U + PV \text{----- (10.9)}$$

H مستقل دباؤ حرارت سے متعلق معلومات فراہم کرتا ہے۔ جس طرح U مستقل حجم پر حرارت سے متعلق معلومات فراہم کرتا ہے۔ اس لیے یہ مستقل دباؤ پر حراری تفاعل بھی کہلاتا ہے۔

مساوات (10.9) کا تفرق لینے پر

$$dH = dU + PdV + VdP$$

$$dU = Tds - PdV \text{ درج کرنے پر}$$

$$dH = Tds - PdV + PdV + VdP$$

$$dH = Tds + VdP$$

S اور P کو آزاد متغیر مانتے ہوئے H کا جزوی تفریق لینے پر

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P = T \text{ اور } \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_S = V \text{----- (10.10)}$$

چونکہ dH ایک کامل تفرق ہے اس لیے

$$\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P = \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_S$$

مساوات (10.10) سے قیمتیں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P \text{----- (c)}$$

یہ میکس ویل کا تیسرا تھر موڈ اناک رشتہ کہلاتا ہے۔



#### 4. گیس تفاعل (Gibb's Function) G

ہم جانتے ہیں کہ انتھالپی کی مساوات  $H = U + PV$

تب انتھالپی میں تبدیلی ہوگی

$$dH = dU + PdV + VdP$$

$$dU = Tds - PdV \text{ درج کرنے پر}$$

$$dH = Tds - PdV + PdV + VdP$$

$$dH = Tds + VdP$$

اگر یہ عمل آئسو تھرمل ہو تب  $Tds = d(TS)$  اور اگر آئسو بارک ہو تب  $dp = 0$

$$dH = d(TS) \quad \text{تب}$$

$$d(H - TS) = 0$$

$$H - TS = \text{یا ایک مستقل}$$

یہ گیس کا تفاعل کہلاتا ہے جس کو G سے ظاہر کرتے ہیں اس طرح

$$G = H - TS \quad \text{-----(10.11)}$$

مساوات (10.11) سے ظاہر ہے کہ آئیسو تھرمل اور آئسو بارک عمل میں تفاعل G مستقل رہتا ہے۔

جب ایک نظام کے معکوس عمل میں خفیف سے تبدیل ہوتی ہے تب گیس تفاعل میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے جس کی قیمت

ہوگی۔

$$dG = dH - Tds - sdT$$

$$dG = (Tds + VdP) - Tds - sdT$$

$$dG = VdP - sdt$$

اس مساوات میں آزاد متغیر P اور T ہیں لہذا جزوی تفرق لینے پر

$$\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V \text{ اور } \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = S \quad \text{-----(10.12)}$$

چونکہ dG ایک کامل تفرق ہے اس لیے

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P$$

مساوات (10.12) سے قیمتیں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = - \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T \quad \text{-----(D)}$$

یہ میکس ویل کا چوتھا رشتہ کہلاتا ہے۔

اس طرح چار تھر موڈائٹانک قوتہ  $G(T, P); H(S, P); F(T, V); U(S, T)$  سے ہمیں چار تھر موڈائٹانک رشتے حاصل ہوتے ہیں جو میکس ویل رشتے کہلاتے ہیں۔

اہمیت: تھر موڈائٹانک قوتہ عملی طور پر ایک نظام کی توازنی حالت کے مطالعہ میں اہمیت کے حاصل ہیں۔ اندرونی توانائی ایک جامع خاصیت ہے جس کی قیمت کا انحصار مطالعہ نظام کی مادے کی مقدار پر ہوتا ہے۔ ایک عمل جس میں تپش  $T$  اور حجم  $V$  مستقل رہتے ہیں (آئسو تھرمل اور آئسو کورک اعمال) اس کے لیے توازنی شرط ہوگی۔

$$dF = 0$$

جہاں  $dF = -PdV - ST$  اس طرح ایک آئیسو تھرمل کورک اعمال میں وہی حالتیں قیام پذیر (Stable) ہوں گی جس میں بلبوز کی آزاد توانائی کی قیمت اقل ترین ہو۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ کسی بھی عمل میں بلبوز آزادانہ توانائی مساوی ہوتی ہے نظام کے انجام دیے ہوئے ریورسل بیرونی کام کے  $(-dF = dw)$  ہم جانتے ہیں ریورسیبل انجام دیا ہوا کام اعظم ترین کام ہے۔ جو ایک حالت میں دی ہوئی تبدیلی سے حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح ایک آئیسو تھرمل عمل میں بلبوز فری انرجی میں کمی اعظم ترین کام کی پیمائش ہے جو حالت کی تبدیلی سے حاصل ہوتا ہے۔

انتھالپی  $H$  ایک تھر موڈائٹانک نظام کی اہم خاصیت ہے۔ مستقل دباؤ پر انتھالپی میں تبدیلی مساوی ہے ایک نظام کو دی ہوئی حرارت کی مقدار کے۔

گبس فری انرجی  $G$  نظام کی ایک خاص خصوصیت ہے اس کا انحصار نظام کی تھر موڈائٹانک حالت پر ہوتا ہے۔ ایک آئیسو تھرمل، آئیسو بارک عمل میں  $dG = 0$  جس کا مطلب یہ ہے کہ گبس کا تفاعل ایک اقل ترین قیمت رکھتا ہے۔

### 10.3 میکس ویل کے حرکیاتی رشتے (Maxwell Thermodynamic Relations)

ہم نے تھر موڈائٹانک قوتہ کا استعمال کرتے ہوئے میکس ویل کے تھر موڈائٹانک رشتے اخذ کیے۔ اب ہم ان رشتوں کو تھر موڈائٹانک کے کلیات کا استعمال کرتے ہوئے اخذ کریں گے۔

ایک یکساں نظام کی حالت کو ہم مکمل طور پر معلوم کر سکتے ہیں اگر ہم اس کی کمیت اور تھر موڈائٹانک متغیرات  $V, U, T$  اور  $P$  میں سے کسی دو واقف ہوں۔ اگر  $V$  اور  $T$  معلوم ہوں تو ہم اندرونی توانائی  $U$  مکمل طور پر تعین کر سکتے ہیں کیونکہ  $U$  تفاعل ہے حجم  $V$  اور تپش  $T$  کا۔

پانچ تھر موڈائٹانک متغیرات  $S, P, V, U, T$  کے درمیان کچھ رشتے ہیں جن سے چار بہت اہمیت کے حامل ہیں جو میکس ویل کے تھر موڈائٹانک رشتے کہلاتے ہیں ان رشتوں کو تھر موڈائٹانک کے دو کلیات کی مدد سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ جو حسب ذیل ہیں:

$$dQ = dU = PdV \text{-----} (10.13) \text{ پہلا کلیہ}$$

$$dQ = Tds \quad \text{دوسرا کلیہ} \quad \text{-----}(10.14)$$

$$dU = PdV = Tds \quad \text{ان کلیات کا تفاعل کرنے پر}$$

$$dU + Tds - PdV \quad \text{-----}(10.15)$$

ہم پانچ متغیرات میں سے کوئی دو آزاد متغیرات x اور y کا انتخاب کریں گے جو ایک دی ہوئی کمیت کے نظام کی حالت کا تعین کرتے ہیں۔ x اور y کو کسی دو متغیرات سے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ فرض کیجئے کہ U, S, V تفاعل ہیں x اور y کے لہذا

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x dy$$

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x dy \quad \text{-----}(10.16)$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_x dy \quad \text{اور}$$

مساوات (10.16) سے ds, du اور dv کی قیمتیں مساوات (10.15) میں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x dy = T \left[ \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x dy \right] - P \left[ \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_x dy \right] \quad \text{---}(10.17)$$

مساوات (10.17) ایک مماثلت (identify) کو ظاہر کرتی ہے اس لیے طرفین کے عددی سروں کا تفاعل کرنے پر

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_y = T \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_x - P \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_y \quad \text{-----}(10.18)$$

اور

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x = T \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x - P \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_x \quad \text{-----}(10.19)$$

مساوات (10.18) کا تفرق بلحاظ y اور مساوات (10.19) کا بلحاظ x لینے پر

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} = \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y + T \frac{\partial^2 S}{\partial y \partial x} - \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_x \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_y - P \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \quad \text{-----}(10.20)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_x + T \frac{\partial^2 S}{\partial y \partial x} - \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_x - P \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \quad \text{-----}(10.21)$$

یہاں dU ایک کامل تفرق سے یعنی dU میں تبدیلی بلحاظ x ہو یا بلحاظ y اس سے مساوات غیر متاثر ہتی ہے اس طرح dV اور dS بھی کامل تفریق ہیں لہذا۔

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 S}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 S}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \quad \text{-----}(10.22)$$

مساوات (10.22) کو مساوات (10.20) اور (10.21) میں درج کر کے R.H.S کا تفاعل کرنے پر

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y - \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x - \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_x \quad \text{-----}(10.23)$$

یہ میکس ویل تھر موڈانٹاک کی عام مساوات ہے۔ متغیرات  $T, V, P, S$  اور  $x, y$  کی شکل میں درج کرنے۔

**پہلا رشتہ (First Relation):**

پر  $x = S$  اور  $y = V$  درج کرنے

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 1 \quad \text{اور} \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial y} = 0 \quad \text{اور} \quad \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

ان قیمتوں کو مساوات (10.23) میں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = - \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V \quad \text{-----}(A)$$

یہ میکس ویل کا پہلا تھر موڈانٹاک رشتہ ہے۔

**دوسرا رشتہ (Second Relation):**

پر  $x = T$  اور  $y = V$  درج کرنے

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 1 \quad \text{اور} \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 1$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{اور} \quad \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

ان قیمتوں کو مساوات (10.23) میں درج کرنے پر

$$= 0 \left( = \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = - \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

یا

$$\left( = \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = + \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad \text{-----}(B)$$

یہ میکس ویل کا دوسرا تھر موڈانٹاک رشتہ ہے۔

**تیسرا رشتہ (Third Relation):**

پر  $y = P$  اور  $x = S$  درج کرنے

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 1 \quad \text{اور} \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 1$$

$$\frac{\partial S}{\partial y} = 0 \quad \text{اور} \quad \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

ان قیمتوں کو مساوات (10.23) میں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_P$$

یہ میکس ویل کا تیسرا موڈائناک رشتہ ہے۔

چوتھا رشتہ (Fourth Relation):

$$y = P \text{ اور } x = T \text{ درج کرنے پر}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 1 \quad \text{اور} \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 1$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{اور} \quad \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

ان قیمتوں کو مساوات (10.23) میں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad \text{----- (D)}$$

یہ میکس ویل کا چوتھا موڈائناک رشتہ ہے۔

#### 10.4 کلاسیسیس۔ کلاپیرون مساوات (Clausius – Clapeyron Equation)

کلاسیسیس کلاپیرون کی حرارت مخفی کی مساوات دباؤ میں تبدیلی سے نقطہ اجماع (Melting Point) یا نقطہ جوش (Boiling Point) میں تبدیلی کو ظاہر کرتی ہے۔ اس مساوات کو میکس ویل کے دوسرے رشتے سے اخذ کیا جاتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ میکس ویل کا دوسرا رشتہ۔

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

طرفین کا T سے ضرب دینے پر

$$T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

لیکن تھر موڈائناک دوسرے کلیہ کے مطابق  $T \partial S = \partial Q$  لہذا

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

جہاں  $\left(\frac{\partial Q}{\partial V}\right)_T$  حرارت کی اس مقدار کو ظاہر کرتی ہے جو مستقل تپش پر فی اکائی حجم جذب کی جاتی ہے یا خارج کی جاتی ہے۔ جس کا مطلب یہ ہے کہ مستقل تپش پر حرارت کا انجذاب یا خارج ہونا شے کے حجم میں تبدیلی لاتا ہے۔ اس طرح مستقل تپش پر حرارت کا جذب ہونا یا خارج ہونا حرارت مخفی ہے اور حجم میں تبدیلی حالت کی تبدیلی کی وجہ سے ہوتی ہے۔ فرض کیجئے کہ شے کی اکائی کے لیے اس کی حرارت مخفی ہے جب کہ مستقل تپش پر جسم کے حجم میں تبدیلی اتدائی حالت  $V_1$  سے انتہائی حالت  $V_2$  ہے۔

$$\therefore T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{L}{V_2 - V_1}\right)_T$$

$$T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right) = \left(\frac{L}{V_2 - V_1}\right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}$$

یہ کلاسیسیس کلاپیران کی مساوات ہے۔

اطلاقات (Applications):

1. یہ مساوات دباؤ کے ساتھ مائع کے نقطہ جوش میں تبدیلی کے مطالعہ کے لیے استعمال کی جاتی ہے جب ایک مائع ابلتا ہے۔ یعنی مائع حالت سے گیس حالت میں تبدیل ہوتا ہے تو اس کے حجم میں اضافہ ہوتا ہے ( $V_2 > V_1$ ) چونکہ  $(V_2 - V_1)$  ایک مثبت مقدار ہے  $\frac{dP}{dT}$ ۔ بھی ایک مثبت مقدار ہوگی یعنی دباؤ میں اضافے سے ایک مائع کے نقطہ جوش میں اضافہ ہوتا ہے۔ اس کے برعکس بھی یعنی تپش میں اضافہ سے مائع کے دباؤ میں اضافہ ہوتا ہے۔ اس سے یہ بھی ظاہر ہوتا ہے دباؤ میں کمی سے مائع کم تپش پر جوش کھاتے ہیں۔

2. یہ مساوات دباؤ کے ساتھ ٹھوس کے نقطہ اجماع (Melting Point) میں تبدیلی کے مطالعہ کے لیے استعمال کی جاتی ہے۔ اس کی درجہ بندی دو درجوں میں کی جاتی ہے۔

a. جب  $V_2 > V_1$  (مثلاً موم اور سلفر) اس صورت میں ( $V_2 > V_1$ ) ایک مثبت مقدار ہوگی اس لیے  $\frac{dP}{dT}$  بھی ایک مثبت مقدار ہوگی جس کا مطلب یہ ہے کہ دباؤ میں اضافہ سے ٹھوس کے نقطہ اجماع میں اضافہ ہوتا ہے۔

b. جب کہ  $V_2 > V_1$  (مثلاً برف، بسمت، گلیسیم وغیرہ) اس صورت میں ( $V_2 > V_1$ ) ایک منفی مقدار ہوگی  $\frac{dP}{dT}$  بھی ایک منفی مقدار ہوگی دباؤ میں اضافہ سے ایک ٹھوس کے نقطہ اجماع میں کمی آتی ہے۔

3. یہ مساوات برف کے انجماد (Regelation) کی بھی توضیح کرتی ہے۔ جب برف کے دو ٹکڑوں کو باہم ملا کر دبا یا جاتا ہے تب یہ دونوں مل کر ایک ٹکڑا بن جاتے ہیں اور اس واقعہ کو ریجلییشن کہتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ دباؤ میں اضافہ سے برف کا نقطہ انجماد کم ہو جاتا ہے اور کچھ برف پگھل جاتی ہے جس سے دو سطحوں کے درمیان ایک پتلی پرت قائم ہو جاتی ہے۔ دباؤ ہٹانے پر اصلی نقطہ کو اجماع واپس آ جاتا ہے اور پرت جم کر وہ ٹکڑوں کو آپس میں ملا دیتی ہے اور وہ ایک ٹکڑا بن جاتا ہے۔

## 10.5 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

میکس ویل کے تھر موڈائٹاٹک کے پہلے رشتے کو اخذ کیجئے۔

حل:

$$\because dQ = dU + PdV$$

$$dU = dQ - PdV$$

اس مساوات میں  $dQ = Tds$  درج کرنے پر

$$dU = Tds - PdV$$

مساوات (3) کا جزوی تفرق بلحاظ تھر موڈائٹاٹک متغیرات (V, S) لینے پر

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P$$

یہ رشتے اندرونی توانائی U کو متغیرات V, T, S اور P سے جوڑتے ہیں۔

چونکہ dU ایک کامل تفریق ہے لہذا

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S$$

مساوات سے قیمتیں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = - \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$$

یہ میکس ویل کا پہلا تھر موڈائٹاٹک رشتہ ہے۔

## 10.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- ایک تھر موڈائٹاٹک نظام کی حالت کو چند منتخب تبدل مثلاً تپش (T)، دباؤ (P) اور حجم (V) اور انٹروپی (S) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- ان بنیادی تھر موڈائٹاٹک متبدل کو ملا کر جو مساواتیں ہیں وہ تھر موڈائٹاٹک قوہ، یا تھر موڈائٹاٹک تفاعل یا توانائی تفاعل کہلاتے ہیں۔
- تھر موڈائٹاٹک قوہ حسب ذیل ہیں۔

$$a. \text{ اندرونی توانائی } dU = TdS - PdV$$

$$F = U - TS \text{ ہلمہوز کا تفاعل } .b$$

$$G = H - TS \text{ گبس کا تفاعل } .c$$

$$H = U + PV \text{ انتھالپی } .d$$

- تھر موڈائنا میکل نظام اس وقت ایکوی لیبریم میں رہتے ہیں جب تھر موڈائنا مک توہ کی قیمت اقل ترین ہوتی ہے۔
- وہ تپش جس پر زیادہ سے زیادہ بھی دباؤ عائد کر کے کسی شے کے بخارات کو مائع میں تبدیل نہیں کیا جاسکتا چاہے جتنا بھی دباؤ میں اضافہ کیا جائے اس شے کی فاصل تپشی (Critical Temperature) کہلاتی ہے۔

### 10.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Enthalpy (ان + تھا + لپی): اس سے مراد مجموعی حرارت مستقل یا حرارت تفاعل ہے اس کی مساوات  $H = U + PV$  ہے۔ حرارت مخفی + گبس کی توانائی = انتھالپی
- Regelen (ری + جی + لیشن): برف پر دباؤ عائد کیا جائے تو برف پگھل جاتی ہے اور دباؤ ہٹا لیا جائے تو دوبارہ جم جاتی ہے اس عمل کو ریجلییشن کہتے ہیں۔
- Reversible Cell (ری + ور + سی + بل، سل): ایک ایسا برقی خانہ جس میں برقی کیمیائی تفاعل معکوس سمت میں جاری رہتا ہو تاکہ زائد emf حاصل کیا جاسکے۔

### 10.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

#### 10.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. میکس ویل کے تھر موڈائنا مک کے پہلے اور دورے رشتے کو لکھیے۔
2. میکس ویل کے تھر موڈائنا مک کے تیسرے اور چوتھے کلیے کو لکھیے۔
3. کلاسیس۔ کلا پیران حرارت مخفی کی مساوات لکھیے۔
4. ہلمہوز آزاد توانائی کی مساوات ہ۔

$$U - TS (b) \quad U + TS (a)$$

$$H - TS (d) \quad H + TS (c)$$

5. گبس توہ G کی مساوات ہے۔

$$U = PV + TS (b) \quad U - PV = TS (a)$$

$$U = PV - TS (d) \quad U - PV - TS (c)$$



6. ایک آکسو تھرمل۔ آکسوبرک عمل میں کون سا تھر موڈائٹناک قوہ مستقل رہتا ہے۔

(a) گیس کا عمل (b) انتھالپی

(c) اندرونی توانائی (d) بلہوز تفاعل

7. کلاسیس کلاپیراں کی مساوات ہے۔

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (a) \quad \frac{dP}{dT} = \frac{1}{\Delta S \Delta V} \quad (a)$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta V}{T \Delta S} \quad (a) \quad \frac{dP}{dT} = T \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (a)$$

### 10.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. تھر موڈائٹناک قوہ کیا ہیں؟ ان کی اہمیت کو بیان کیجئے۔
2. میکس ویل کے تھر موڈائٹناک رشتے لکھیے۔
3. تھر موڈائٹناک متبدل اور تھر موڈائٹناک تفاعل کے نام لکھیے۔
4. اندرونی توانائی کی تعریف کیجئے۔ اندرونی توانائی میں تبدیلی کو آزاد متغیر S اور V کی رقوم میں ظاہر کیجئے۔
5. بلہوز تفاعل F کی تعریف کیجئے۔ بلہوز تفاعل میں تبدیلی کو آزاد متغیر V اور T کی رقوم میں ظاہر کیجئے۔
6. گیس تفاعل G کی وضاحت کیجئے۔ ثابت کیجئے کہ آکسو تھرمل۔ آکسوبرک اثر میں G مستقل رہتا ہے۔
7. گیس، بلہوز مساوات کو بیان کیجئے اور ثابت کیجئے۔

8. تھر موڈائٹناک رشتوں کو استعمال کرتے ہوئے ثابت کیجئے کہ  $\frac{\partial H}{\partial U} = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$  جہاں  $H + U = PV$

$$V \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

### 10.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. تھر موڈائٹناک قوہ کی تعریف کیجئے۔ ان قوہ کو استعمال کرتے ہوئے میکس ویل تھر موڈائٹناک رشتے اخذ کیجئے۔
2. میکس ویل تھر موڈائٹناک رشتوں کو حاصل کیجئے۔
3. میکس ویل تھر موڈائٹناک رشتے کیا ہیں؟
4. ایک گیس کی مولر حرارت محضیوں کے درمیان فرق کے رشتے کو حاصل کیجئے۔

5. تھر موڈائٹناک رشتہ  $\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T$  ثابت کیجئے اور اس رشتے سے کلاسیس۔ کلاپیراں مساوات  $\frac{dP}{dT} =$

$$\frac{L}{T(V_2 - V_1)} \text{ اخذ کیجئے۔}$$

6. ایک ریور سیبل برقی خانے کے لیے گبس، ایلہموز (Gibb's – Hemholz) مساوات اخذ کیجئے۔

10.8.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. میکس ویل کے تھر موڈائٹاک کے دوسرے رشتے کو اخذ کیجئے۔

---

10.9 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

---

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.

# اکائی 11- حرارت نوعی

(Specific Heats)

اکائی کے اجزا

تمہید	11.0
مقاصد	11.1
حرارت نوعی کے درمیان نسبت	11.2
دو حرارت نوعی کا فرق	11.3
حل شدہ مثالیں	11.4
اکتسابی نتائج	11.5
کلیدی الفاظ	11.6
نمونہ امتحانی سوالات	11.7
معروضی جوابات کے حامل سوالات	11.7.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	11.7.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	11.7.3
غیر حل شدہ سوالات	11.7.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	11.8

## 11.0 تمہید (Introduction)

تھر موڈینا مکس میں، کسی مادے کی مخصوص حرارت کی گنجائش (c) مادہ کے نمونے کی حرارت کی گنجائش ہوتی ہے جسے نمونے کے بڑے پیمانے پر تقسیم کیا جاتا ہے، جسے بعض اوقات بڑے پیمانے پر حرارت کی گنجائش بھی کہا جاتا ہے۔ غیر رسمی طور پر، یہ حرارت کی مقدار ہے جسے مادہ کے بڑے پیمانے پر ایک یونٹ میں شامل کرنا ضروری ہے تاکہ درجہ حرارت میں ایک یونٹ کا اضافہ ہو۔ کسی مادے کی مخصوص حرارت کی گنجائش خاص طور پر زیادہ ہو سکتی ہے جب اسے پھیلنے کی اجازت دی جائے کیونکہ اسے گرم کیا جاتا ہے (مستقل دباؤ پر مخصوص حرارت کی گنجائش) اس کے مقابلے میں جب اسے کسی بند برتن میں گرم کیا جاتا ہے جو توسیع کو روکتا ہے (مخصوص حرارت کی گنجائش مستقل حجم پر)۔

مخصوص حرارت کی اصطلاح کسی مخصوص درجہ حرارت پر کسی مادے کی مخصوص حرارت کی صلاحیتوں اور حوالہ درجہ حرارت پر ایک حوالہ دار مادے کے درمیان تناسب کی طرف بھی اشارہ کر سکتی ہے، جیسے پانی  $15^{\circ}\text{C}$  خاص کشش ثقل کے انداز میں مخصوص حرارت کی صلاحیت کا تعلق دیگر اعشاریوں کے ساتھ حرارت کی گنجائش کے دیگر انتہائی اقدامات سے بھی ہے۔ حرارت کی وہ مقدار جو اکائی کیت شے میں  $1^{\circ}\text{C}$  تپش میں اضافہ کے لیے درکار ہو وہ حرارت نوعی کہلاتی ہے۔ ٹھوس اور مائع میں تپش میں اضافہ سے صرف حجم میں تبدیلی ہوتی ہے اس لیے حالت کی تبدیلی کے دوران انجام دیا ہو کام قابل نظر انداز ہوتا ہے۔ اس لیے ٹھوس اور مائع کی حرارت نوعی ایک ہی ہوتی ہے اس کے برعکس گیسوں میں تپش میں اضافہ سے حجم اور دباؤ دونوں میں قابل لحاظ تبدیلی واقع ہوتی ہے اس لیے یہ بیان کرنا ضروری ہے کہ کس حالت کے تحت حرارت مہیا کی گئی۔

## 11.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- حرارت نوعی کے درمیان نسبت کی وضاحت کریں گے۔
- دو حرارت نوعی کا فرق کی تعریف کریں گے۔

## 11.2 حرارت نوعی کے درمیان نسبت (Ratio of Specific Heats)

گیسوں میں حرارت عام طور پر دو طریقوں سے مہیا کی جاتی ہے جو حسب ذیل ہیں (1) مستقل حجم پر (2) مستقل دباؤ پر اس لیے گیسوں میں دو حرارت نوعی پائی جاتی ہیں۔

1. حرارت نوعی مستقل حجم پر (Specific Heat at Constant Volume)  $C_V$  حرارت نوعی مستقل حجم پر ایک گرام گیس کی تپش میں  $1^\circ\text{C}$  اضافہ کے لیے درکار حرارت کی مقدار حرارت نوعی مستقل حجم پر کہلاتی ہے اس کو  $C_V$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

2. حرارت نوعی مستقل دباؤ پر (Specific Heat at Constant Pressure –  $C_p$ ) مستقل دباؤ پر ایک گرام گیس کی تپش میں  $1^\circ\text{C}$  اضافہ کے لیے درکار حرارت کی مقدار حرارت نوعی مستقل دباؤ پر کہلاتی ہے اس کو  $C_p$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

دو حرارت نوعی کے درمیان نسبت (Ratio of Two Specific Heats) ہم دو حرارت نوعی کے درمیان نسبت میکس ویل کے رشتے کو استعمال کرتے ہوئے حاصل کریں گے ہم جانتے ہیں کہ ایک گیس کے حجمی چلک کی شرح ہوتی ہے۔

$$E = \frac{zdr}{\text{حجمی بگاؤ}}$$

$$E = -\frac{dP}{\frac{dV}{V}}$$

$$E = -V \frac{dP}{dV} \quad \text{یا}$$

اس طرح ایڈیا بیٹک چلک  $E_S$  (انٹروپی مستقل) اور آئیسو تھرمل چلک (مستقل تپش)  $E_T$  کی مساوات ہوگی۔

$$E_S = -V \left( \frac{dP}{dV} \right)_S \quad \text{-----}(11.1)$$

$$E_T = -V \left( \frac{dP}{dV} \right)_T \quad \text{-----}(11.2)$$

مساوات (11.1) کو (11.2) سے تقسیم کرنے پر

$$\frac{E_S}{E_T} = \frac{-V \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_S}{-V \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T} = \frac{\left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_S}{\left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T}$$

شمار کنندہ کو  $\partial T$  سے ضرب دینے اور تقسیم اور نسب نما کو  $\partial S$  سے ضرب دینے اور تقسیم کرنے پر

$$\frac{E_S}{E_T} = \frac{\left( \frac{\partial P}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial V} \right)_S}{\left( \frac{\partial P}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T} \quad \text{-----}(11.3)$$

میکس ویل کے رشتوں سے مساوات کی قیمتیں درج کرنے پر

$$\frac{E_S}{E_T} = \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V} = \left[\frac{\partial S}{\partial V}\right]_P \left[\frac{\partial P}{\partial S}\right]_V$$

$$\frac{E_S}{E_T} = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P / \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P$$

شمار کنندہ اور نسب نما کو T سے ضرب دینے پر

$$\frac{E_S}{E_T} = \frac{T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P}{T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V} = \frac{\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V} \quad \because (T \partial S = \partial Q)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = C_V \quad \text{اور} \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P = C_P \quad \text{لیکن}$$

$$\frac{E_S}{E_T} = \frac{C_P}{C_V} = \gamma$$

اس طرح ایک گیس کی حرارت نوعیوں کی مستقل دباؤ اور مستقل حجم کے درمیان نسبت مساوی ہے ایڈیا بیٹک اور آئیسو تھرمل لچک کے درمیان نسبت جس کو  $\gamma$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

### 11.3 دو حرارت نوعی کا فرق (Difference between two specific Heats)

مانعات اور ٹھوس میں تپش سے تبدیلی سے حجم میں تبدیلی واقع ہوتی ہے اس لیے بیرونی انجام دیا ہوا کام قابل نظر انداز ہوتا ہے اس لیے ٹھوس اور مائع میں صرف ایک ہی حرارت نوعی ہوتی ہے اس کے برعکس گیسوں میں تپش کی تبدیلی سے اس کے حجم اور دباؤ میں غیر معمولی تبدیلی واقع ہوتی ہے اس لیے یہ وضاحت ضروری ہے کہ کن شرائط کے تحت حرارت کی مقدار مہیا کی جا رہی ہے۔ اس لیے عملی طور پر ایک گیس کی دو حرارت نوعی ہوتی ہے۔

i. حرارت نوعی مستقل حجم پر (Specific Heat at Constant Volume -  $C_V$ )

مستقل حجم پر ایک گرام گیس کی تپش میں  $1^\circ C$  اضافہ کے لیے درکار حرارت کی مقدار حرارت نوعی مستقل حجم پر کہلاتی ہے اس کو  $C_V$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

ii. مستقل دباؤ پر ایک گرام گیس کی تپش میں  $1^\circ C$  اضافہ کے لیے درکار حرارت کی مقدار حرارت نوعی مستقل دباؤ پر کہلاتی ہے۔ اس کو  $C_P$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

CGS نظام میں حرارت نوعی کی اکائی  $\text{cal/gm}^\circ\text{C}$  ہے جب کہ MKS نظام میں  $\text{kcal/kg}^\circ\text{C}$  ہے۔

مستقل دباؤ پر حرارت نوعی کی قیمت مستقل حجم پر حرارت نوعی کی قیمت سے زیادہ ہوتی ہے۔ ( $C_P > C_V$ ) جس کی وجہ حسب ذیل ہے۔ جب ایک گیس کو مستقل حجم پر گرم کیا جاتا ہے تو تمام تر حرارت گیس کی تپش میں اضافہ کے لیے استعمال ہوتی ہے۔ جب کہ ایک

گیس کو مستقل دباؤ پر گرم کیا جائے تو حرارت کی کچھ مقدار تپش میں اضافہ کے لیے اور باقی مقدار بیرونی کام انجام دینے کے لیے استعمال ہوتی ہے تاکہ دباؤ مستقل رہے۔

مستقل حجم اور مستقل دباؤ پر مولار (Molar) حرارت نوعی کی مساواتیں ہیں۔

$$C_p \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P \quad \text{اور} \quad C_v \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V$$

$$C_p - C_v = \left[ \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P - \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V \right] \quad \text{تب}$$

$$\therefore dQ = T ds$$

$$\therefore C_p - C_v = \left[ T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P - T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \right]$$

$$\therefore C_p - C_v = T \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P - \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \right] \quad \text{-----}(11.4)$$

فرض کیجئے انٹروپی S ایک تفاعل ہے آزاد متغیر V اور T کا یعنی

$$S = f(V, T)$$

تب S میں تبدیلی dS ہوگی۔

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT - \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V + \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P - \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad \text{-----}(11.5)$$

$$\text{چونکہ} \quad \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad \text{میکس ویل کا دوسرا رشتہ}$$

مساوات (11.4) اور (11.5) سے

$$C_p - C_v = T \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad \text{-----}(11.6)$$

جو کہ درکار مساوات ہے

ایک کامل گیس کے لیے (For a Perfect Gas)

ایک مول کے لیے کامل گیس کی مساوات

$$PV = RT$$

$$\frac{P}{T} = \frac{R}{V} \quad \text{اور} \quad \frac{V}{T} = \frac{R}{P}$$

$$\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{V} \quad \text{اور} \quad \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} \quad \text{تفریق لینے پر}$$

ان قیمتوں کو مساوات (11.6) میں درج کرنے پر

$$Cp - Cv = T \left( \frac{R}{P} \frac{R}{V} \right) = \frac{TR^2}{PV}$$

$$(\because PV = RT)$$

$$Cp - Cv = \frac{TR^2}{RT} = R$$

$$Cp - Cv = R \quad \text{-----}(11.7)$$

وینڈروال گیس کے لیے (For Vander Wall's Gas)

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \quad \text{ایک وینڈروال گیس کے لیے}$$

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) = \frac{RT}{(V-b)} \quad \text{جہاں } a \text{ اور } b \text{ مستقل ہیں}$$

مستقل حجم پر بلحاظ T تفریق لینے پر

$$\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{(V-b)}$$

مستقل دباؤ پر بلحاظ T تفریق لینے پر

$$\frac{-2a}{V^3} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{RT}{(V-b)^2} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P + \frac{R}{(V-b)}$$

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{R(V-b)}{\left[ \frac{RT}{(V-b)^2} - \left( \frac{2a}{V^3} \right) \right]} \quad \text{حل کرنے پر}$$

این قیمتوں کو مساوات (11.6) میں درج کرنے پر

$$Cp - Cv = \frac{TR}{(V-b)} \times \frac{R(V-b)}{\frac{RT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^3}}$$

$$= \frac{R}{\left( 1 - \frac{2a}{V^3} \right) \left( \frac{RT}{(V-b)^2} \right)^2}$$

چونکہ  $V \gg b$  اس لیے  $b$  کو نظر انداز کرنے پر

$$Cp - Cv = \frac{R}{\left( 1 - \frac{2a}{V^3} \right) \frac{RT}{(V-b)^2}}$$

$$= \frac{R}{\left( 1 - \frac{2a}{RV^3} \right)}$$

$$= R \left( 1 - \frac{2a}{RV^3} \right)^{-1}$$

$$Cp - Cv = R \left( 1 + \frac{2a}{RV^3} \right) \quad \text{-----}(11.8)$$



دوسری صورتیں (Another forms)

فرض کیجئے کہ P تقابل ہے V اور T کا یعنی

$$P = f(T, V)$$

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_V dV \quad \text{تب}$$

اگر یہ تبدیلیاں مستقل دباؤ پر ہوتی ہیں  $dP=0$  ہوگا تب

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT = - \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_V dV$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = - \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad \text{-----(11.9)}$$

مساوات (11.9) سے  $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$  کی قیمت مساوات (11.6) میں درج کرنے پر

$$C_p - C_v = -T \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

$$C_p - C_v = -T \left[ \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P \right]$$

مساوات (11.9) کو ہم اس شکل میں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$C_p - C_v = -T \left[ \frac{1}{V} \frac{\partial P}{\partial V} \right]_T \left[ \frac{\partial V/V}{\partial T} \right]_P^2$$

$$= -T \left[ \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_T^2 \right] V$$

$$= -T [-E\alpha^2] V$$

$$C_p - C_v = TE\alpha^2 V$$

$$\text{جہاں } E = \left[ \frac{\partial P}{\partial V/V} \right]_T - \text{مستقل تپش پر پگک کا حجمی معیار اور } a = \left(\frac{\partial V/V}{\partial P}\right)_P = \text{حجمی پھیلاؤ کی شرح}$$

مساوات (11.7) سے ہم دو نتائج اخذ کر سکتے ہیں۔

a. جب  $T \rightarrow 0$  تب  $C_p \rightarrow C_v$  یا صفر مطلق پر دونوں حرارت نوعی مساوی ہوتی ہیں۔

b. چونکہ تمام اشیاء کے لیے E کی قیمت مثبت ہے اور  $a^2$  بھی مثبت ہے۔ اس لیے مساوات (11.9) کا R.H.S. ہمیشہ مثبت رہتا

ہے اس طرح  $C_p - C_v$  کبھی منفی نہیں ہو سکتا یا  $C_p$  کی قیمت ہمیشہ  $C_v$  سے بڑی ہوتی ہے۔

## 11.4 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

$C_p - C_v$  کی قیمت  $R$  ثابت کیجئے۔

حل: ایک کامل گیس کے لیے (For a Perfect Gas)

ایک مول کے لیے کامل گیس کی مساوات

$$PV = RT$$

$$\frac{P}{T} = \frac{R}{V} \quad \text{اور} \quad \frac{V}{T} = \frac{R}{P}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V} \quad \text{اور} \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P}$$

ان قیمتوں کو مساوات (11.6) میں درج کرنے پر

$$C_p - C_v = T \left(\frac{R}{P} \cdot \frac{R}{V}\right) = \frac{TR^2}{PV}$$

$$(\because PV = RT)$$

$$C_p - C_v = \frac{TR^2}{RT} = R$$

$$C_p - C_v = R$$

## 11.5 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- پہلے درجہ کی فیز میں تبدیلی وہ ہے جس میں تپش کے تبدیلی کے بغیر حرارت کا اخراج یا انجذاب عمل میں آتا ہے مثلاً حالت کی تبدیلی مستقل تپش پر۔
- کمتر تپش حاصل کرنے کے لیے سب سے پہلے نمک کا آمیزہ استعمال کیا گیا۔
- وہ دباؤ اور تپش جس پر کوئی مائع، ٹھوس اور گیس (بخارات) حالت میں بہ یک وقت ہم وجود ہو تہر نقطہ (Triple Point) کہلاتا ہے۔
- گیسوں کو مائع میں تبدیل کر کے اقل ترین تپش حاصل کی جاتی ہے اس عمل میں جول تھا مسن پھیلاؤ کا اثر اور باز افزائش ٹھنڈک کا اصول استعمال کیا جاتا ہے۔
- ہوا  $180^0 C$  پر مائع میں تبدیل ہو جاتی ہے۔

## 11.6 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Sublimation (سب + لی + مے + شن): ایک ٹھوس کی حرارت کے ذریعہ بخارات میں تبدیلی۔
- Evaporation (ای + وا + پو + رے + شن): ایک مائع کی حرارت کے ذریعہ بخارات میں تبدیلی۔
- Temperature of Inversion (ٹمپ + رے + چر + آف + انور + ٹن): جول۔ تھامسن سرد اثر میں وہ تپش جس سے کم تپش پر گیس میں سرد اثر اور اس سے زیادہ تپش پر گرم اثر پیدا ہوتا ہے۔

## 11.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 11.7.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. ایک گیس کی دو حرارت نوعی کے درمیان رشتے لکھیے۔
  2. پہلی اور دوسری TdS مساوات لکھیے۔
  3. Cp کی قیمت Cv سے زیادہ کیوں ہوتی ہے۔
  4. ہلمہوز آزاد توانائی کی مساوات ہ۔
  5. گیس توہ G کی مساوات ہے۔
  6. ایک آکسو تھرمل۔ آکسو بارک عمل میں کون سا تھر موڈائٹا مک توہ مستقل رہتا ہے۔
- (a)  $U + TS$  (b)  $U - TS$
- (c)  $H + TS$  (d)  $H - TS$
- (a)  $U - PV = TS$  (b)  $U = PV + TS$
- (c)  $U - PV - TS$  (d)  $U = PV - TS$
- (a) گیس کا عمل (b) انتھالپی
- (c) اندرونی توانائی (d) ہلمہوز تفاعل

### 11.7.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. گیس، ہلمہوز مساوات کو بیان کیجئے اور ثابت کیجئے۔
2. میکس ویل رشتوں کو استعمال کرتے ہوئے ثابت کیجئے کہ مستقل تپش پر "واڈروال گیس" کی اندرونی توانائی کا انحصار حجم پر ہوتا ہے۔

3. حراری گنجائش مساوات  $Cp - Cv = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$  کو اخذ کیجئے۔

4. تھر موڈائناک رشتوں کو استعمال کرتے ہوئے ثابت کیجئے کہ  $H + U = PV$  جہاں  $\frac{\partial H}{\partial U} = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V + V \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$

11.7.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. تھر موڈائناک قوہ کی تعریف کیجئے۔ ان قوہ کو استعمال کرتے ہوئے میکس ویل تھر موڈائناک رشتے اخذ کیجئے۔
2. 2 میکس ویل تھر موڈائناک رشتوں کو حاصل کیجئے۔ ایک گیس کے دو حرارت نوعی کی وضاحت کیجئے۔ ثابت کیجئے کہ ایک گیس ایڈیا بیٹک اور آکسو تھرمل چک کے درمیان نسبت  $(C_p/C_v)$  کے مساوی ہوتی ہے۔
3. میکس ویل تھر موڈائناک رشتے کیا ہیں؟ ایک گیس کے دو حرارت نوعی کی وضاحت کیجئے۔
4. ایک گیس کی مولار حرارت مخفیوں کے درمیان فرق کے رشتے کو حاصل کیجئے۔
5. TdS کی پہلی اور دوسری مساوات اخذ کیجئے اور اس کے ذریعہ مساوات

$$C_p - C_v = -T \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_p^2$$

11.7.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. حراری گنجائش مساوات  $C_p - C_v = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$  کو اخذ کیجئے۔

11.8 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksky
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.

# اکائی 12۔ جول کیلون اثر

(Joule -Kelvin Effect)

	اکائی کے اجزا
تمہید	12.0
مقاصد	12.1
جول۔ کیولن اثر	12.2
معکوس برقی خانہ	12.3
پہلے اور دوسرے درجے ہیت تبدیلی کی خصوصیات	12.4
حل شدہ مثالیں آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی	12.5
اکتسابی نتائج	12.6
کلیدی الفاظ	12.7
نمونہ امتحانی سوالات	12.8
معروضی جوابات کے حامل سوالات	12.8.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	12.8.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	12.8.3
غیر حل شدہ سوالات	12.8.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	12.9

## 12.0 تمہید (Introduction)

Joule-Thomson Effect، جسے Joule-Kelvin Effect بھی کہا جاتا ہے، درجہ حرارت میں وہ تبدیلی جو کام کی پیداوار یا حرارت کی منتقلی کے بغیر گیس کی توسیع کے ساتھ ہوتی ہے۔ عام درجہ حرارت اور دباؤ پر، ہائیڈروجن اور ہیلیم کے علاوہ تمام حقیقی گیسیں اس طرح کے پھیلنے پر ٹھنڈی ہو جاتی ہیں۔ یہ رجحان اکثر مائع گیسوں میں استعمال ہوتا ہے۔ اس رجحان کی تحقیق 1852 میں برطانوی ماہر طبیعیات جیمز پریسکوٹ جول اور ولیم تھامسن (لارڈ کیلون) نے کی۔ ٹھنڈک اس لیے ہوتی ہے کیونکہ گیس کے مالیکیولز کے درمیان طویل فاصلے کی کشش پر قابو پانے کے لیے کام کیا جانا چاہیے کیونکہ وہ ایک دوسرے سے دور ہو جاتے ہیں۔ ہائیڈروجن اور ہیلیم توسیع پر صرف اسی صورت میں ٹھنڈا ہو جائیں گے جب ان کا ابتدائی درجہ حرارت بہت کم ہو کیونکہ ان گیسوں میں طویل فاصلے تک چلنے والی قوتیں غیر معمولی طور پر کمزور ہوتی ہیں۔

ایک گیس کو جب مستقل دباؤ والے مقام سے ایک مسام دار شے (Porous Plug) مثلاً روٹی، اون وغیرہ کے ذریعہ ایک کم دباؤ والے مقام سے گزارا جاتا ہے تو اس کی تپش میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ اس واقعہ کو جول، کیلون اثر یا جول تھامس اثر کہتے ہیں۔

## 12.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی میں ہم مندرجہ ذیل کے بھارے میں سیکھے گے۔
- جول۔ کیلون اثر کی تعریف کریں گے۔
- معکوس برقی خانہ کا اظہار کریں گے۔
- پہلے اور دوسرے درجہ ہیت تبدیلی کی خصوصیات کے درمیان فرق سیکھیں گے۔

## 12.2 جول کیلون اثر (Joule-Kelvin Effect)

ایک گیس کو جب مستقل دباؤ والے مقام سے ایک مسام دار شے مثلاً روٹی، اون وغیرہ کے ذریعہ ایک کم دباؤ والے مقام سے گزارا جاتا ہے تو اس کی تپش میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ اس واقعہ کو جول، کیلون اثر یا جول تھامس اثر کہتے ہیں۔ اس واقعہ میں حسب ذیل نکات قابل غور ہیں۔

- i. تمام گیسیں جب مسام دار شے سے گزاری جاتی ہیں تو ان کی تپش میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ عام تپش پر تمام گیسوں (سوائے ہائیڈروجن اور ہیلیم کے) میں تپش میں گراؤٹ (سرد اثر) ہوتی ہے جب کہ ہائیڈروجن اور ہیلیم میں تپش میں معمولی اضافہ (گرم اثر) ہوتا ہے۔
- ii. تپش میں یہ تبدیلی راست تناسب میں رہتی ہے مسام دار شے کے دونوں طرف دباؤ کے فرق کے۔

iii. جوں ہی گیس کی ابتدائی تپش میں اضافہ ہوتا ہے۔ سرد اثر ختم ہو جاتا ہے۔ ایک مخصوص ابتدائی تپش پر سرد اثر، گرم اثر میں تبدیل ہو جاتا ہے اس تپش کو معکوس تپش (Temperature of Inversion) کہتے ہیں۔

جول۔ کیلون اثر کی شرح کی مساوات (Expression for Joule-Kelvin Effect):  
جب ایک گیس چول۔ کیلون اثر سے متاثر ہوتی ہے تب اس کی مجموعی انتھالپی مستقل رہتی ہے۔

$$H = U + PV = \text{مستقل یعنی}$$

$$d(u + PV) = 0 \quad \text{یا}$$

$$du + VdP + PdV = 0 \quad \text{-----(12.1)}$$

تھر موڈانامک کے پہلے اور دوسرے کلیہ کی رو سے

$$Tds = du + PdV$$

$$dU = Tds - PdV$$

اس قیمت کو مساوات (12.1) میں درج کرنے پر

$$Tds - PdV + VdP + PdV = 0$$

$$Tds + VdP = 0 \quad \text{-----(12.2)}$$

فرض کیجئے کہ S تفاعل ہے اور P اور T کا۔ تب انٹروپی میں تبدیلی ہو گئی یعنی  $S = f(P, T)$

$$ds = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T dT$$

اس قیمت کو مساوات (12.2) میں درج کرنے پر

$$T \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP + T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T dT + Vdp = 0 \quad \text{-----(12.3)}$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P = Cp$$

$$\text{اور میکس ویل کا چوتھا رشتہ} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

ان قیمتوں کو مساوات (12.3) میں درج کرنے پر

$$-T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dp + Cp dT + VdP = 0$$

$$Cp dT = T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP - VdP$$

$$C_p dT = \left[ T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V \right] dP$$

$$\frac{dT}{dP} = \frac{1}{C_p} \left[ T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V \right] \quad \text{-----(12.4)}$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = \frac{1}{C_p} \left[ T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V \right] \quad \text{-----(12.5)}$$

یہ مساوات جول-کیلون اثر میں سرد اثر کو ظاہر کرتی ہے۔

اگر  $\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H$  مثبت ہوگا تب سرد اثر ہوگا۔

اگر  $\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H$  منفی ہوگا تب گرم اثر ہوگا۔

اگر  $\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H$  صفر ہوگا تب نہ سرد اثر اور گرم اثر ہوگا۔ متعلقہ تپش معکوس تپش کہلاتی ہے۔

ایک کامل گیس کے لیے جول-کیلون اثر (Joule - Kelvin Effect for an Ideal Gas)

$$PV = RT \quad \text{ایک کامل گیس کے لیے}$$

$$V = RT/P$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} = R/P$$

اس قیمت کو مساوات (12.5) میں درج کرنے پر

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = \frac{1}{C_p} \left[ T \frac{R}{P} - V \right]$$

$$\because \frac{TP}{P} = V \quad \text{لہذا}$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = \frac{1}{C_p} [V - V] = 0 \quad \text{-----(12.6)}$$

لہذا ایک کامل گیس کے لیے جول-کیلون اثر صفر ہوگا۔

وینڈروال گیس کے لیے جول-کیلون اثر (Joule-Kelvin Effect for Vander Wall's Gas)

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \quad \text{وینڈروال کی حالت کی مساوات ہے}$$

P کو مستقل رکھتے ہوئے بلحاظ T تفرق لینے پر

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P + (V - b) \left( -\frac{2a}{V^3} \right) \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = R$$

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{\left( P + \frac{a}{V^2} - \frac{2a(V-b)}{V^3} \right)}$$



$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{\left(P + \frac{a}{V^2} - \frac{2a(V-b)}{V^3}\right)}$$

$$\therefore \left(P + \frac{a}{V^2}\right) = \frac{RT}{(V-b)} \quad \text{چونکہ}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{\left(\frac{RT}{(V-b)}\right)} \frac{2a(V-b)}{V^3} \quad \text{لہذا}$$

$$= \frac{R(V-b)}{RT - \frac{2a(V-b)^2}{V^3}} = \frac{V(V-b)}{RT - \frac{2a}{V}}$$

$V^2$  کے مقابل  $b^2$  اور  $2Vb$  نظر انداز کرنے پر

$$T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{RT(V-b)}{RT - \frac{2a}{V}} \quad \text{تب}$$

$$T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V = \frac{RT(V-b)}{RT - \frac{2a}{V}} - V$$

$$= (V-b) \left(1 - \frac{2a}{VRT}\right)^{-1} - V$$

$$= (V-b) \left(1 + \frac{2a}{VRT}\right) - V$$

$$= (V-b) + \frac{2aV}{VRT} - \frac{2ab}{VRT} - V$$

$$\frac{2a}{RT} - b$$

$\frac{2ab}{VRT}$  نظر انداز کرنے پر  $\frac{2b}{RT}$  کو مساوات (12.5) میں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{C_p} \left[\frac{2a}{RT} - V\right]$$

$$= \frac{1}{C_p} [V - V] = 0$$

$$i. e. \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H = 0$$

یعنی گیس کو مسام دار شے سے گزارنے پر نہ ہی سرد اثر اور نہ ہی گرم اثر واقع ہوگا۔ یہ متعلقہ تپش معکوس تپش کہلاتی ہے جس کو  $T_1$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$\therefore \left(\frac{2a}{RT} = b\right)$$

$$\therefore T_i = \frac{2a}{bR}$$

یعنی گیس کو مسام دار شے سے گزارنے پر اگر گیس کی ابتدائی تپش  $T$  معکوس تپش  $T_i$  سے کم ہو تو گیس میں سرد اثر واقع ہوگا اور اگر گیس کی ابتدائی تپش معکوس تپش  $T_i$  سے زیادہ ہو تو گرم اثر واقع ہوتا ہے۔

ایک برقی خانہ کو ریورسیبل برقی خانہ کہلانے کے لیے ان دو شرائط کی پابندی لازمی ہے۔

- i. ایک مساوی قوت محرکہ برقی (emf) اس پر عائد کیا جائے تو برقی خانہ کا تعامل، اسی وقت رک جائے۔
- ii. جب برقی رو (کرنٹ) مخالف سمت میں بہتی ہو تب برقی خانہ کا تعامل معکوس ہو جائے جب کہ عائد کردہ بیرونی emf برقی خانے کے emf سے کچھ زیادہ ہو۔ دانیال کا برقی خانہ (Danial Cell) ریورسیبل سل کی ایک مثال ہے۔

ایک معکوس برقی خانے کے لیے گبس اور ہلمہولز کی مساوات

(Gibbs Helmholtz Equation for a Reversible Cell)

ایک ایسا برقی خانہ جس میں برقی کیمیائی تعامل معکوس سمت میں جاری رہتا ہے تاکہ زائد برقی قوت محرکہ (emf) حاصل کیا جاسکے ریورسیبل کہلاتا ہے۔

ایک ریورسیبل سل کے لیے گبس اور ہلمہولز کی مساوات حسب ذیل طریقے سے حاصل کی جاتی ہے۔ فرض کیجئے کہ ایک ریورسیبل سل سے dq برقی بار گزر رہا ہے جو ڈسچارج کی سمت میں گزرتا ہے جب کہ سل کا حجم مستقل رہتا ہے تب سل کا انجام دیا ہوا کام۔

$$dw = Edq$$

جہاں E انجام دیا ہوا کام فی اکائی برقی بار یا emf سے جب کہ سل کی تپش T ہے۔

$$dw = PdV$$

ایک تھر موڈائٹک نظام میں اس طرح یہاں E دباؤ p اور حجم v کے برابر ہے۔

$$dQ = dU + dw$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$dQ = Tds$$

$$Tds = du + dW$$

دونوں مساوات کو ملانے پر

$$Tds = dU + Edq \text{-----}(12.7)$$

ہلمہولز آزاد توانائی F کی قیمت ہے  $F = U - TS$  تفریق لینے پر

$$dF = dU - d(TS)$$

$$dF = dU - Tds - sdT \text{-----}(12.8)$$

مساوات (12.8) میں مساوات (12.7) کو درج کرنے پر

$$dF = dU - dU - Edq - sdT$$

$$dF = -Edq - sdT \quad \text{-----(12.9)}$$

یعنی F تقابل ہے آزاد متغیر q اور T کا  $F=f(q, T)$

تفریق لینے پر

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial q}\right)_T dq + \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_q dT \quad \text{-----(12.10)}$$

مساوات (4) اور (5) کا تقابل کرنے پر

$$\left(\frac{\partial F}{\partial q}\right)_T = -E, \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_q = -S \quad \text{-----(12.11)}$$

مساوات (12.11) کا دوبارہ تفریق لینے پر

$$\frac{\partial^2 F}{\partial T} = -\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_q \text{ اور } \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial q} = -\left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T$$

چونکہ F ایک کامل تفریق ہے لہذا

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_q = \left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T \quad \text{-----(12.12)}$$

یہ مساوات مشابہ ہے میکس ویل کے دوسرے رشتے کے یعنی  $ds = \frac{dQ}{T}$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial Q}{\partial q}\right)_T \quad \text{-----(12.13)}$$

$$dQ = dU + dw + dU + Edq \quad \text{اور}$$

dQ کی اس قیمت کو مساوات (12.13) میں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T = \frac{1}{T} \left[\frac{\partial U + Edq}{\partial q}\right]_T$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T = \frac{1}{T} \left[\frac{\partial U + Edq}{\partial q}\right]_T$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T = \frac{1}{T} \left[\frac{\partial U}{\partial q} + E\right] \quad \text{-----(12.14)}$$

مساوات (12.14) کو مساوات (12.12) میں درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_q = \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T + E\right]$$

$$-\left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T = E - T \left[ \left(\frac{\partial E}{\partial q}\right)_q \right] \quad \text{-----}(12.15)$$

یہ ریور سیبل سل کے لیے گبس، بلہوز کی مساوات ہے۔ سل کے emf کی قیمت ہوگی۔

$$E = T \left(\frac{\partial E}{\partial q}\right)_q - \left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T \quad \text{-----}(12.16)$$

اس مساوات میں  $\left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T$  سل کے نقصان توانائی اکائی برقی بار ہو ظاہر کرتی ہے۔ اس نقصان توانائی کو ذخیرہ شدہ کیمیائی توانائی سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

جب سل سے کرنٹ گزرتا ہے ایک کیمیائی تعامل واقع ہوتا ہے جس سے بیرونی مزاحمت میں توانائی کا اخراج ہوتا ہے جو موٹر چلانے یا بیرونی کام کرنے استعمال کی جاتی ہے۔ اگر کیمیائی تعامل از خود واقع ہوتا ہے تب اندرونی تعامل کی حرارت کی شکل میں ظاہر ہوتی ہے جس کی مساوات ہوگی۔

$$Q = Fv \left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T \quad \text{-----}(12.17)$$

جہاں  $v$  رفتی بند Valency اور  $F$  فیراڈے مستقل کو ظاہر کرتے ہیں۔ معادل  $F = 96500/g$  مساوات (12.13) کو

مساوات (12.17) میں درج کرنے پر

$$Q = Fv \left[ E - T \left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_q \right] \quad \text{-----}(12.18)$$

اس طرح emf اور تپش کی شرح کی پیمائش سے کیمیائی تعامل کی حرارت معلوم کی جاسکتی ہے۔

## 12.4 پہلے اور دوسرے درجے کی ہیئت تبدیلی کی خصوصیات

(Characteristics of First and Second Order Phase Transition)

ہم اصطلاح 'حالت کی تبدیلی' پڑھ چکے ہیں جس کا مطلب یہ ہے کہ تھر موڈائناک متغیرات مثلاً دباؤ  $P$ ، حجم  $V$ ، تپش  $T$  وغیرہ کی حالت میں تبدیلی۔ "تھر موڈائناک میں ہم اس حالت کی تبدیلی کو ہیئت کی تبدیلی (Change of Phase) کہتے ہیں۔ اصطلاح فیزیکل شے کی ایکوی لیبریم حالت کا نام ہے۔ مثلاً برف، پانی اور بھاپ ایک ہی شے کے تین فیز ہیں۔ لہذا ایک شے کئی فیز میں رہ سکتی ہے۔ لہذا ایک پہلے درجے کی فیز میں تبدیلی وہ ہے جس میں حرارت کا اخراج یا انجذاب بغیر تپش میں تبدیلی کے عمل میں آتا ہے۔ مثال کے طور پر ہم دیے ہوئے پانی کی کمیت میں پہلے درجے کی فیز میں تبدیلی پر غور کریں گے۔ مستقل دباؤ پر جب پانی کو گرم کیا جاتا ہے تو تپش میں نقطہ جوش تک مسلسل اضافہ ہوتا رہا ہے کیونکہ جذب شدہ حرارت سے اندرونی توانائی میں اضافہ ہوتا ہے۔  $100^0 C$  یا  $373k$  پر اندرونی توانائی پانی کے فیز کو گیس کے فیز میں تبدیل کرتی ہے اور اس دوران تپش مستقل رہتی ہے۔ نقطہ جوش پر پانی کو بھاپ میں تبدیل کرنے

کے لیے فراہم کردہ توانائی بھاپ کی حرارت مخفی کہلاتی ہے۔ جو مساوی ہوتی ہے  $2.26 \times 10^6$  جول کے۔ اسی طرح پانی کی اکائی کیت کو ٹھنڈا کیا جائے تو اندرونی توانائی میں مسلسل کمی ہوتی ہے۔ یہاں تک پانی برف بن جائے جس کا نقطہ انجماد  $273k$  یا  $0^{\circ}C$  ہے یعنی  $3.34 \times 10^5 J/kP$  اندرونی توانائی خارج کرنے پر پانی ٹھوس (برف) فیز میں تبدیل ہو جاتا ہے اس کو اماعت کی حرارت مخفی کہتے ہیں اس طرح کرہ ہوائی کے دباؤ پر پانی  $0^{\circ}C$  تک ٹھوس فیز میں اور  $0^{\circ}C$  سے  $100^{\circ}C$  تک مائع فیز میں اور  $100^{\circ}C$  سے زائد تپش پر گیس فیز میں رہتا ہے۔ ہر شے کے لیے تپش اور دباؤ ایک مجموعہ (سٹ) ہوتا ہے جس پر وہ تینوں حالتوں (ٹھوس، گیس، مائع) میں سے کوئی دو حالتوں میں حالت توازن میں رہتا ہے۔

پہلے درجہ کی بےت میں تبدیلی انٹروپی اور کثافت (حجم) اس تبدیل واقع ہوتی ہے۔ پہلے درجہ کی فیز کی تبدیلی میں دونوں حالتوں میں گیس کا تفاعل  $G$  مستقل رہتا ہے۔ جب کہ دباؤ اور تپش کے لحاظ سے پہلا تفرق عبوری نقطہ پر غیر تسلسل رہتا ہے۔ دوسرے درجہ کی بےت کی تبدیلی وہ ہے جس میں کثافت اور انٹروپی میں تبدیلی بہ آہستگی واقع ہوتی ہے۔ تپش اور دباؤ کے لحاظ سے عبوری نقطہ پر گیس کے تفاعل کا پہلا تفرق مسلسل رہتا ہے جب کہ دوسرا تفرق عبوری نقطہ پر غیر تسلسل رہتا ہے۔ اس فیز میں حالت کی تبدیلی میں حرارت مخفی کا نہ انجذاب اور نہ اخراج عمل میں آتا ہے۔ ایک فیر و مقناطیسی شے کا کوری تپش پر پیارامقناطیسی شے میں تبدیل ہوتا دوسرے درجہ کی فیز کی تبدیلی کی مثال ہے۔

## 12.5 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

ایک حساس تھرموپیم کے ذریعہ کیے گئے دانیال سل کے emf کی پیمائش معلوم کریں۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$E = 1.096V \quad \text{پر } 273k \quad \text{یا } 0^{\circ}C$$

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right) = 3.4 \times 10^{-5} v / deg \quad v = 2$$

اس تفاعل کی مساوات ہے  $Zn + Cu SO_4(aq) = Cu + Zn So_4(aq) + Q$

مشاہدہ سے حاصل کردہ قیمتوں کو درج کرنے پر

$$Q = 96500 \times [1.096 - 273 \times 3.4 \times 10^{-5}]t$$

$$= 96500 \times 2 \frac{(1.096 - 0.0009282)}{4.2} cal$$

$$Q = 49937 cal$$

یہ قیمت بالکل قریب ہے تجرباتی قیمت  $50130 cal$  کے۔

## 12.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- ایک تھر موڈائٹناک نظام کی حالت کو چند منتخب تبدل مثلاً تپش (T)، دباؤ (P) اور حجم (V) اور انٹروپی (S) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- ان بنیادی تھر موڈائٹناک متبدل کو ملا کر جو مساواتیں ہیں وہ تھر موڈائٹناک قوہ، یا تھر موڈائٹناک تفاعل یا توانائی تفاعل کہلاتے ہیں۔
- تھر موڈائٹناک قوہ حسب ذیل ہیں۔

$$1. \text{ اندرونی توانائی } dU = TdS - PdV$$

$$2. \text{ ہلمہوز کا تفاعل } F = U - TS$$

$$3. \text{ گبس کا تفاعل } G = H - TS$$

$$4. \text{ انتھالپی } H = U + PV$$

- تھر موڈائٹناک میکل نظام اس وقت ایکوی لیبریم میں رہتے ہیں جب تھر موڈائٹناک قوہ کی قیمت اقل ترین ہوتی ہے۔
- وہ تپش جس پر زیادہ سے زیادہ بھی دباؤ عائد کر کے کسی شے کے بخارات کو مائع میں تبدیل نہیں کیا جاسکتا چاہے جتنا بھی دباؤ میں اضافہ کیا جائے اس شے کی فاصل تپش (Critical Temperature) کہلاتی ہے۔
- پہلے درجہ کی فیز میں تبدیلی وہ ہے جس میں تپش کے تبدیلی کے بغیر حرارت کا اخراج یا انجذاب عمل میں آتا ہے مثلاً حالت کی تبدیلی مستقل تپش پر۔
- کمتر تپش حاصل کرنے کے لیے سب سے پہلے نمک کا آمیزہ استعمال کیا گیا۔
- گیسوں کو مائع میں تبدیل کر کے اقل ترین تپش حاصل کی جاتی ہے اس عمل میں جول تھامسن پھیلاؤ کا اثر اور باز افزائش ٹھنڈک کا اصول استعمال کیا جاتا ہے۔
- ہوا  $180^{\circ}C$  پر مائع میں تبدیل ہو جاتی ہے۔
- ہائیڈروجن میں  $250^{\circ}C$  پر مائع میں تبدیل ہوتی ہے۔
- ہیلیم۔۔۔ پر مائع میں تبدیل ہوتی ہے۔
- ایک کامل گیس کے لیے جول کیلون اثر صفر ہوتا ہے۔
- قدرتی سبز گھیرے کی گیسس ہیں، پانی کے بخارات، اوزون  $CO_2$ ، میتھین، نائٹروس آکسائیڈ، کلوروفلورو کاربن۔

## 12.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Enthalpy (ان + تھا + لپی) حرارت مخفی + گبس کی توانائی = انتھالپی: اس سے مراد مجموعی حرارت مستقل یا حرارت تفاعل ہے اس کی مساوات  $H = U + PV$  ہے۔

- Reversible Cell (ری + ور + سی + بل، سل): ایک ایسا برقی خانہ جس میں برقی کیمیائی تعامل معکوس سمت میں جاری رہتا ہو تاکہ زائد emf حاصل کیا جاسکے۔
- Sublimation (سب + لی + مے + شن): ایک ٹھوس کی حرارت کے ذریعہ بخارات میں تبدیلی۔
- Evaporation (ای + وا + پو + رے + شن): ایک مائع کی حرارت کے ذریعہ بخارات میں تبدیلی۔

## 12.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 12.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. پہلی اور دوسری TdS مساوات لکھیے۔
  2. Cp کی قیمت Cv سے زیادہ کیوں ہوتی ہے۔
  3. معکوس تپش (Ti) اور فاضل تپش Tc میں رشتہ لکھیے۔
  4. ہلمہوز آزاد توانائی کی مساوات ہ۔
- |              |              |
|--------------|--------------|
| $U - TS (b)$ | $U + TS (a)$ |
| $H - TS (d)$ | $H + TS (c)$ |
5. گیس توہ G کی مساوات ہے۔
- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| $U = PV + TS (b)$ | $U - PV = TS (a)$ |
| $U = PV - TS (d)$ | $U - PV - TS (c)$ |
6. ایک آکسو تھرمل - آکسوبرک عمل میں کون سا تھر موڈ اناک توہ مستقل رہتا ہے۔
- |                     |                  |
|---------------------|------------------|
| (a) گیس کا عمل      | (b) انتھالی      |
| (c) اندرونی توانائی | (d) ہلمہوز تفاعل |
7. جول تھا مسن اثر کا انحصار ہوتا ہے۔
- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| (a) ابتدائی تپش پر    | (b) دباؤ میں فرق پر   |
| (c) (a) اور (b) دونوں | (d) نہ (a) اور نہ (b) |
8. ایک گیس کی معکوس تپش کی مساوات ہے۔
- |                         |                        |
|-------------------------|------------------------|
| $\frac{2a}{Rb} (b)$     | $\frac{a}{Rb} (a)$     |
| $\frac{27 Rb}{8 a} (d)$ | $\frac{3a}{27 Rb} (c)$ |

9. جول تھا مسن عددی (Coefficient) کی مساوات ہے۔

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_H + \frac{1}{C_p} \left(\frac{2a}{RT} - a\right) & \quad (b) & \quad \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_H + \frac{1}{C_p} \left(\frac{2a}{RT} - b\right) & \quad (a) \\ -\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H + \frac{1}{C_v} \left(\frac{2a}{RT} - T\right) & \quad (d) & \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H + C_p \left(\frac{2a}{RT} - b\right) & \quad (a) \end{aligned}$$

10. ایک مقنّائے ہوئے پیارا مقناطیسی شے کو اچانک ڈی میگناٹائز کیا جائے تو وہ۔

- (a) حرارت جذب کرے گا  
(b) حرارت خارج کرے گا  
(c) مائع میں تبدیل ہو گا  
(d) بخارات بن کر اڑ جائے گا۔

### 12.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. گیس تقاقل G کی وضاحت کیجئے۔ ثابت کیجئے کہ آئیسو تھرمل۔ آئیسوبارک اثر میں G مستقل رہتا ہے۔
2. گیس، ملہوز مساوات کو بیان کیجئے اور ثابت کیجئے۔
3. میکس ویل رشتوں کو استعمال کرتے ہوئے ثابت کیجئے کہ مستقل تپش پر "واڈروال گیس" کی اندرونی توانائی کا انحصار حجم پر ہوتا ہے۔
4. حراری گنجائش مساوات  $C_p - C_v = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$  کو اخذ کیجئے۔
5. تھر موڈائٹک رشتوں کو استعمال کرتے ہوئے ثابت کیجئے کہ  $H + U = PV$  جہاں  $\frac{\partial H}{\partial U} = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V + V \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$
6. مثالوں کے ذریعہ پہلے درجہ اور دوسرے درجہ کی فیز میں تبدیلی کی وضاحت کیجئے۔

### 12.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. جول۔ کیلون اثر کیا ہے؟ میکس ویل تھر موڈائٹک رشتوں کے ذریعہ جول۔ کیلون اثر کی وضاحت کیجئے۔
2. جول۔ کیلون اثر کیا ہے، مسامد ارڈاٹ (Porous Plug) تجربے کو بیان کیجئے اور اسکے نتائج پر بحث کیجئے۔ اس اثر سے پیدا ہونے والی ٹھنڈک کے لیے مساوات اخذ کیجئے۔
3. ایک ریور سیبل برقی خانے کے لیے گیس، ملہوز (Gibb's - Hemholz) مساوات اخذ کیجئے۔
4. جول۔ تھا مسن اثر کیا ہے؟ جب ایک گیس جول۔ تھا مسن اثر سے متاثر ہوتی ہے تو اس اثر سے پیدا ہونے والی ٹھنڈک کے لیے مساوات اخذ کیجئے۔



5. گیسوں کو مائع میں تبدیل کرنے کے لیے جول تھامسن اثر کو بیان کیجئے۔ ثابت کیجئے کہ کوئی بھی گیس جول تھامسن اثر سے صرف اسی وقت ٹھنڈی ہوتی ہے جب اس کی تپش معکوس تپش سے کم ہو۔ باز افزائش ٹھنڈک (Regenerative Cooling) کیا ہے؟

12.8.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1.  $C_p$  کی قیمت  $C_v$  مساوات اخذ کیجئے۔

12.9 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.

# اکائی 13- کمٹپش پیدا کرنے کے طریقے

(Methods to Produce Low Temperature)

اکائی کے اجزا

تمہید	13.0
مقاصد	13.1
کمٹپش پیدا کرنے کے طریقے	13.2
جول- کیلون کا اثر	13.3
جول- تھامسن سرد اثر کی مساوات	13.4
گیسوں کی معائنات میں تبدیلی	13.5
ہائیڈروجن کی مائع میں تبدیلی	13.6
ہیلیم کی مائع میں تبدیلی	13.7
حل شدہ مثالیں	13.8
اکتسابی نتائج	13.9
کلیدی الفاظ	13.10
نمونہ امتحانی سوالات	13.11
معمروضی جوابات کے حامل سوالات	13.11.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	13.11.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	13.11.3
غیر حل شدہ سوالات	13.11.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	13.12

کم درجہ حرارت کی طبیعیات، سائنس جس کا تعلق درجہ حرارت کی پیداوار اور دیکھ بھال کے ساتھ معمول سے بہت کم، تقریباً مطلق صفر تک، اور مختلف مظاہر کے ساتھ جو صرف ایسے درجہ حرارت پر ہی رونما ہوتے ہیں۔ کم درجہ حرارت کی طبیعیات میں استعمال ہونے والا درجہ حرارت کا پیمانہ کیلون درجہ حرارت کا پیمانہ، یا مطلق درجہ حرارت کا پیمانہ ہے، جو ایک مثالی گیس کے رویے پر مبنی ہے (گیس کے قوانین دیکھیں؛ گیسوں کا حرکیاتی سالماتی نظریہ)۔ کم درجہ حرارت والی طبیعیات کو کرائیو جنک کے نام سے بھی جانا جاتا ہے، جس کا مطلب ہے "سردی پیدا کرنا۔" کم درجہ حرارت کسی مادے سے توانائی کو ہٹا کر حاصل کیا جاتا ہے۔ یہ مختلف طریقوں سے کیا جاسکتا ہے۔ کسی مادے کو ٹھنڈا کرنے کا سب سے آسان طریقہ یہ ہے کہ اسے کسی دوسرے مادے کے ساتھ رابطے میں لایا جائے جو پہلے سے کم درجہ حرارت پر ہے۔ عام برف، خشک برف (ٹھوس کاربن ڈائی آکسائیڈ)، اور مائع ہوا کسی مادے کو تقریباً  $80\text{ K}$  تقریباً  $190\text{ C}$  تک ٹھنڈا کرنے کے لیے یکے بعد دیگرے استعمال کی جاسکتی ہے۔ گرمی کو ترسیل کے ذریعے ہٹایا جاتا ہے، ٹھنڈا ہونے والے مادے سے اس کے رابطے میں ٹھنڈے مادے تک جاتا ہے۔ اگر ٹھنڈا مادہ مائع گیس ہے۔ مائع اپنی گیس حالت میں واپس آنے پر کافی گرمی کو ہٹایا جاسکتا ہے۔ کیونکہ یہ منتقلی کے دوران بخارات کی اویکت گرمی کو جذب کر لے گا۔ مختلف مائع گیسوں کو اس طریقے سے کسی مادے کو  $4.2\text{ K}$  تک ٹھنڈا کرنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے، جو مائع ہیلیم کا اہلثا نقطہ ہے۔ اگر مائع ہیلیم کے اوپر سے بخارات کو مسلسل پمپ کیا جاتا ہے تو، یہاں تک کہ کم درجہ حرارت،  $1\text{ K}$  سے بھی کم، حاصل کیا جاسکتا ہے کیونکہ مائع ہیلیم کے مناسب بخارات کے دباؤ کو برقرار رکھنے کے لیے زیادہ ہیلیم کو بخارات بننا چاہیے۔ اس سطح سے نیچے درجہ حرارت کو کم کرنے کے لیے استعمال ہونے والے زیادہ تر عمل میں حرارت کی توانائی شامل ہوتی ہے جو مقناطیسیت سے وابستہ ہوتی ہے۔ حالات کے مناسب امتزاج کے تحت یکے بعد دیگرے میگنیٹائزیشن اور ڈی میگنیٹائزیشن درجہ حرارت کو مطلق صفر سے اوپر ڈگری کے صرف دس لاکھویں حصے تک کم کر سکتی ہے۔ لیکن 1980 کی دہائی کے آخر تک  $100\text{ K}$  سے زیادہ درجہ حرارت پر سپر کنڈکٹیویٹی کو ظاہر کرنے والے کئی مواد ملے تھے۔ سپر کنڈکٹیویٹی بعض مادوں میں تمام برقی مزاحمت کا ختم ہو جانا ہے جب وہ ایک عبوری درجہ حرارت تک پہنچ جاتے ہیں جو ایک مادے سے دوسرے میں مختلف ہوتا ہے۔ اس اثر کو طاقتور سپر کنڈکٹنگ میگنےٹ پیدا کرنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ مائع ہیلیم میں سپر فلوڈیٹی ہوتی ہے اور مائع ہیلیم کے کسی بھی کنٹینر کے اطراف میں بہنے کے رجحان کا باعث بنتی ہے جس میں اسے رگڑ یا کشش ثقل سے روکے بغیر رکھا جاتا ہے۔

موجودہ دور کے کچھ سائنسی طریقے جو کمتر تپش پیدا کرنے کے لیے استعمال کیے گئے ان سے نئی ایجادات مثلاً اعلیٰ موصلیت (Super Conductivity) اور اعلیٰ سیالیت (Super Fluidity) کے ظاہر دریافت کئے گئے کئی اشیاء کی کمتر تپش پر خصوصیات مثلاً جوہری حرارت، تاثیر پذیری (Susceptibility) حراری اور برقی کنڈکٹیویٹی اور اوپری ہوائی کرے کے گہرے مطالعہ کے لیے کمتر تپش خاصی اہمیت رکھتی ہے۔

## 13.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- کم تر تپش پیدا کرنے کے طریقے پر بحث کریں گے۔
- جول۔ کیلون کا اثر کی تعریف کریں گے۔
- جول۔ تھامن سرد اثر کی مساوا تلو حاصل کریں گے۔
- گیسو کی معائنات میں تبدیلی پر بحث کریں گے۔
- ہائیڈروجن کی مائع میں تبدیلی پر بحث کریں گے۔
- ہیلیم کی مائع میں تبدیلی پر بحث کریں گے۔

## 13.2 کم تر تپش پیدا کرنے کے طریقے (Methods to Produce Low Temperature)

موجودہ دور کے کچھ سائنسی طریقے جو کم تپش پیدا کرنے کے لیے استعمال کیے گئے ان سے نئی ایجادات مثلاً اعلیٰ موصلیت (Super Conductivity) اور اعلیٰ سیالیت (Super Fluidity) کے ظاہر دریافت کئے گئے کئی اشیاء کی کم تپش پر خصوصیات مثلاً جوہری حرارت، تاثیر پذیری (Susceptibility) حراری اور برقی کنڈکٹیویٹی اور اوپری ہوائی کرے کے گہرے مطالعہ کے لیے کم تپش خاصی اہمیت رکھتی ہے۔

اس لیے کم تپش پیدا کرنے کی تکنیک آج کے دور میں موجود ہے جس سے ہم  $10^{-6} K$  تک تپش پیدا کر سکتے ہیں۔ کم تپش پیدا کرنے کا ایک عام طریقہ یہ ہے کہ اجسام سے تپش خارج کرنے کے نئے طریقے وضع کیے جائیں۔ کم تپش پیدا کرنے کے طریقے حسب ذیل ہیں۔

### 1. انجمادی آمیزہ (Freezing Mixtures)

برف کے ساتھ نمک کی چند اقسام استعمال کر کے  $0^{\circ} C$  سے کم تپش حاصل کی جاسکتی ہے۔ جب برف کے ساتھ نمک ملایا جاتا ہے تب نمک برف کو کچھ حرارت مہیا کرتا ہے جس سے کچھ برف پگھل جاتی ہے اس سے نمک اس پگھلے ہوئے پانی میں گھل جاتا ہے اس عمل کے لیے درکار ضروری حرارت یعنی گھلنے کے دوران نمک جو حرارت جذب کرتا ہے (محلول کی حرارت) اور انجماد کی حرارت جو برف پگھلنے کے دوران جذب کرتا ہے (حرارت مخفی) محلول سے خارج ہوتی ہے جس کے نتیجے میں آمیزے کی تپش صفر سے کم ہو جاتی ہے لیکن اس عمل سے کم تر تپش حاصل کی جاسکتی۔ اس عمل سے حاصل ہونے والی تپش معین ہے اس تپش کو سگل تپش (Eutetic Temperature) کہتے ہیں۔ جب یہ تپش حاصل ہو جاتی ہے تو مزید نمک محلول میں نہیں گھلتا اور تپش میں مزید گراوٹ یا کمی نہیں آتی

اس لیے مزید نمک ملانے سے کچھ حاصل نہیں ہوتا مختلف نمکوں کو برف کے ساتھ ملانے پر آمیزہ کی تپش ذیل کے جدول میں دی گئی ہے جس سے ظاہر ہوتا ہے کہ تپش میں کمی کچھ نمایاں نہیں۔

نمک کی قسم	100 گرام آمیزہ میں نمک کی مقدار میں	کمتر (سگل) تپش $0^{\circ}\text{C}$ میں
$\text{MgSO}_4$	19	-3.9
KCl	19.7	-11.1
$\text{NH}_4\text{Cl}$	18.6	-15.8
NaCl	22.4	-21.2
$\text{CaCl}_2$	29.8	-55
KOH	31.5	-65

### 1. کم دباؤ پر عمل تبخیر (Evaporation of Liquid Under Reduced Pressure)

ایک مائع کو بخارات میں تبدیل ہونے کے لیے حرارت کی ضرورت ہوتی ہے کہ مائع گیس میں تبدیل ہو سکے (بخارات کی حرارت مخفی) اگر مائع حراری طور پر علاحدہ (Isolated) ہے اور بخارات میں تبدیل ہونے کے لیے درکار حرارت مخفی مائع خود فراہم کرتا ہے جس سے تبریدی اثر (Cooling Effect) پیدا ہوتا ہے۔ تبرید کی مقدار کا انحصار مائع کی نوعیت اور تبخیر کی شرح پر ہوتا ہے۔ اگر مائع کی سطح پر دباؤ میں کمی کی جائے اور تبخیر کا عم جاری رکھا جائے اور ایک طیران پذیر (Volatile) مائع کا انتخاب کیا جائے جس کی بخارات کی حرارت مخفی زیادہ ہو تب تبریدی اثر بہت حد تک بڑھایا جاسکتا ہے۔ اس کی جانی مانی مثال مائع امونیا یا سلفر ڈائی آکسائیڈ کا برف کے پلانٹ یا ریفریجریٹر میں استعمال ہے۔

مائع ہیڈروجن اور مائع ہیلیم کے عمل تبخیر سے کم ترین تپش پیدا کی جاسکتی ہے۔ مائع ہیڈروجن کے نارمل دباؤ پر ابلنے سے  $255.78^{\circ}\text{C}$  اور مائع ہیلیم سے  $268.9^{\circ}\text{C}$  تک تپش حاصل کی جاسکتی ہے۔ Keesam نے 1932 میں کامیابی کے ساتھ کمترین تپش  $0.725\text{K}$  تک حاصل کی۔ جس میں ہیلیم کی سطح پر دباؤ کم ترین یعنی  $0.036\text{mm-Hg}$  عائد کیا گیا۔ ہیلیم کے ہجاء  $He^3$  (Isotope) کو کم دباؤ پر جوش دے کر  $0.04\text{K}$  تک تپش حاصل کی گئی۔

### 2. ایک پگھلی ہوئی گیس کا ایڈیابٹک پھیلاؤ (Adiabatic Expansion of Highly Compressed Gases)

ایک بہت زیادہ پگھلی ہوئی گیس کو بیرونی دباؤ کے خلاف اچانک ایڈیابٹک طور پر پھیلنے دیا جائے تو گیس کو بیرونی دباؤ کے خلاف پھیلنے کے لیے بہت زیادہ بیرونی کام اور کچھ اندرونی کام بین سالماتی کشش کے خلاف اپنی ہی اندرونی توانائی کے عوض انجام دینا پڑتا ہے۔ کیونکہ ایک گیس کی اندرونی توانائی متفاعل ہے تپش کا اس لیے اس عمل کے دوران بہت کم ترین تپش پیدا ہوتی ہے۔

اگر  $T_1$  اور  $P_1$  ایک گیس کی ابتدائی تپش اور دباؤ ہیں اور  $T_2$  اور  $P_2$  انتہائی تپش اور دباؤ ہیں تب ایک ایک ایڈیا بیٹک پھیلاؤ کے دوران۔

$$T_1 P_1^{1-r/r} = T_2 P_2^{1-r/r}$$

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{r-1/r} \quad \text{یا}$$

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{r-1}{r}}$$

یہ مشاہدہ کیا جاسکتا ہے کہ معمولی ابتدائی تپش  $T_1$  اور زیادہ دباؤ کے فرق کے لیے پھیلنے والی گیس یا تو مائع میں یا ٹھوس میں تبدیل ہوتی ہے مثلاً اگر کاربن ڈائی آکسائیڈ روم کی تپش ( $27^\circ C$ ) کو  $150$  کرہ ہوئی کے دباؤ پر اچانک پچکا یا جائے اور پھر اچانک کرہ ہوئی کے دباؤ پر پھیلنے دیا جائے تو اس کی انتہائی تپش ہوگی۔

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{r-1}{r}} 300 \left( \frac{1}{150} \right)^{\frac{1.3-1}{1.3}}$$

$$= 96k$$

$$= -177^\circ C$$

یہ تپش اتنی ہوتی ہے کہ اس تپش پر  $CO_2$  ٹھوس میں تبدیل ہو جاتی ہے جس کو خشک برف (Dry Ice) کہتے ہیں۔ اس حقیقت کو بنیاد بنا کر گیسوں کو مائع میں تبدیل کرنے کے کئی طریقے وجود میں آئے جس سے کمترین تپش حاصل کرنے میں بہت کامیابی حاصل ہوئی۔

2. جول۔ تھامسن پھیلاؤ باز افزائش ٹھنڈک کے ساتھ

(Joule Thomson Expansion coupled with Regenerative cooling)

ایک گیس جو کم تر تپش پر ہو اگر اسے ایک نفیس دہانہ (سوراخ) سے ایڈیا بیٹک طور پر ایک مستقل زیادہ دباؤ کے مقام سے مستقل کم تر دباؤ کے مقام سے گزارا جائے تب اس کی تپش میں گراوٹ آتی ہے اس کو جول تھامسن پھیلاؤ کہتے ہیں۔ کوئی بھی گیس اس کی معکوس تپش سے کم تپش پر جول تھامسن پھیلاؤ کے ذریعے سرد ہو جاتی ہے لیکن بہت سی گیسوں میں جول تھامسن پھیلاؤ زیادہ سرد اثر پیدا نہیں کرتا۔ اس کے لیے گیسوں میں موثر اثر پیدا کرنے کے لیے اور جول تھامسن پھیلاؤ میں مزید سرد اثر پیدا کرنے کے لیے گیسوں میں ایک عمل استعمال کیا جاتا ہے جسے باز افزائش ٹھنڈک (Regenerative Cooling) کہتے ہیں۔ اس عمل میں گیس کے ایک حصہ کو جو جول تھامسن پھیلاؤ کے ذریعے سرد ہو جاتی ہے دہانے سے آنے والی گیس کے دوسرے حصے کو سرد کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے جس سے یہ گیس مزید سرد ہو جاتی ہے۔ اس طرح دہانے سے خارج ہونے والی گیس دہانے کی طرف آنے والی گیس کو مزید سرد کر دیتی ہے۔ اس طرح مسلسل یہ عمل جاری رکھا جائے تو دہانے سے خارج ہونے والی گیس سرد ترین ہو جاتی ہے اور کم دباؤ کے حصہ پر ایک تپش پر پہنچ جاتی ہے جس پر گیس مائع میں تبدیل ہو جاتی ہے۔

اس عمل کے ذریعہ کئی گیسوں کو سرد ترین تپش پر مائع میں تبدیل کیا گیا اس عمل کے ذریعے Dewar نے 1898ء میں ہائیڈروجن کو  $-205^{\circ}C$  پر مائع میں تبدیل کیا جب کہ Kamerlingh Onnes نے ایک کرہ ہواؤی دباؤ پر ہیلیم کو  $-205^{\circ}C$  پر مائع میں تبدیل کیا۔

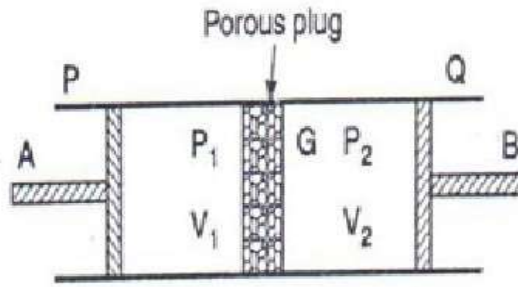
### 3. حرنا گزارا ازالہ مقناطیسیت (Aidabatic Demagnetisation)

ایڈیا بیٹک ڈی میگنٹائزیشن کے طریقے سے 1K سے بھی کم تپش حاصل کی جاسکتی ہے۔ اس عمل کو 1926 میں Debye اور کچھ ترمیم کے ساتھ Giauque نے 1927 میں دریافت کیا جب ایک پیارا مقناطیسی شے کو مقناطیسا جاتا ہے تب عنصر (Elementary) مقناطیسیوں کی صف بندی (Alignment) کرنے کے لیے مقناطیسی میدان میں بیرونی کام انجام دیا جاتا ہے۔ یہ انجام دیا ہوا کام اس شے میں مقناطیسی توانائی کی شکل کرنے کے لیے کام انجام دینا ہوگا۔ اس کے لیے درکار توانائی شے میں محفوظ توانائی سے حاصل ہوتی ہے جس کی وجہ سے شے کی تپش میں کمی ہوتی ہے اور وہ سرد ہو جاتی ہے۔ کم ابتدائی تپش اور طاقتور مقناطیسی میدان عائد کر کے قابل لحاظ حد تک ٹھنڈک حاصل کی جاسکتی ہے۔

1941ء میں De-Hass نے پوٹاسیم اور المونیم کا دوہرا سلفٹ استعمال کر کے 0.002K تک تپش حاصل کی۔ Klerk Stenland اور Gorter نے کرومیم الم اور المونیم الم کے قلموں کے سفوف کو استعمال کرتے ہوئے 0.0014K تک تپش حاصل کی۔

### 13.3 جول۔ کیلون کا اثر (Joule-Kelvin Effect)

جول کیلون کا اثر کے مطالعہ کے لیے تجربہ کو شکل (13.1) میں دکھایا گیا ہے۔ شکل میں PQ ایک حراری حاجز (Insulated) استوانہ ہے۔ جو مسام دار ڈاٹ (Porous Plug) پر مشتمل ہوتا ہے۔ مسام دار اشیاء عام طور پر روئی اور اون پر مشتمل ہوتی ہے۔ استوانے کے دونوں سروں کو حاجز پسٹن A اور B سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ یہ مسام دار ڈاٹ کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہے۔ ایک سرے پر گیس کو بلند دباؤ پر پچکایا جاتا ہے۔ پچکی ہوئی گیس کے سالمات کم دباؤ کے حصے کی طرف آتے ہیں تو مسام دار شے سے گزرتے ہیں جس کی وجہ سے ان کی درمیان کا فاصلہ بڑھ جاتا ہے اور ان کی تپش میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ تپش میں اس تبدیلی کو جول۔ کیلون اثر کہتے ہیں۔ جس کی توضیح اس طرح کی جاتی ہے۔



شکل (13.1)

جب ایک گیس ایک مستقل دباؤ پر ایک مسام دار ڈاٹ سے ایک کم دباؤ کے حصے میں گزاری جاتی ہے تب گیس کی تپش میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ اس تپش میں تبدیلی کا مظاہرہ سب سے پہلے جول۔ کیلون نے کیا اس کے لیے اسے جول کیلون یا جول۔ تھامسن کا اثر بھی کہتے ہیں۔

جول۔ کیلون اثر کے نتائج (Results of Joule-Kelvin Effect):

- i. تمام گیسیں مسام دار ڈاٹ سے گزرنے پر ان کی تپش میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔
  - ii. معمولی تپش پر تمام گیسیں سوائے ہائیڈروجن اور ہیلیم کے سرد اثر کا مظاہرہ کرتی ہے۔ مثلاً ہائیڈروجن  $0^{\circ}C$  پر ایک کرہ ہوائی کے دباؤ کے فرق پر  $0.04^{\circ}C$  تپش میں تبدیلی ظاہر کرتی ہے۔
  - iii. تپش میں یہ تبدیلی راست تناسب میں رہتی ہے۔ مسام دار ڈاٹ کے دونوں طرف دباؤ کے فرق کے۔
  - iv. ہر ایک کرہ ہوائی کے دباؤ کے فرق سے تپش میں گراؤ آتی ہے جب کہ گیس کی ابتدائی تپش میں اضافہ کیا جائے اور ایک خاص تپش پر یہ صفر ہو جاتی ہے۔ اور ہر گیس کے لیے یہ قیمت علاحدہ ہوتی ہے۔ اس تپش سے زائد تپش پر سرد اثر کے بجائے گیس گرم ہونا شروع ہوتی ہے۔ یعنی وہ تپش جس پر جلول کیلون اثر معکوس ہو جاتا ہے۔ معکوس تپش (Temperature of Inversion) کہلاتی ہے۔
- اس طرح ہر گیس کو اس کی معکوس تپش سے کم تپش پر مسام دار ڈاٹ سے گزارنے پر یہ سرد ہو جاتی ہے۔ ہائیڈروجن کی معکوس تپش  $80^{\circ}C$  ہے۔ اس طرح ہائیڈروجن کو  $80^{\circ}C$  سے کم تپش پر مسام دار ڈاٹ سے گزارنے پر یہ مزید سرد ہو جاتی ہے۔



جول کے پھیلاؤ، ایڈیا بیٹک پھیلاؤ اور جول۔ کیلون پھیلاؤ میں فرق:

(Distinction between Joule Expansion, Adiabatic Expansion and Joule-Kelvin Effect)

i. جول کا پھیلاؤ (Joule Expansion): یہ ایک آزادانہ پھیلاؤ جس میں گیس خلاء میں پھیلتی ہے اس طرح کوئی کام انجام نہیں دیتی۔ اس پھیلاؤ میں گیس بین سالماتی کشش کے خلاف اندرونی کام انجام دیتی ہے۔ اس طرح اصل بیرونی کام کا حاصل گیس میں سرد یا گرم اثر ہوتا ہے جو گیس کی ابتدائی تپش پر منحصر ہوتا ہے۔ عام طور پر اس اثر کا مشاہدہ مشکل ہے کیونکہ استعمال ہونے والے آلات کی حراری گنجائش بلند ہوتی ہے۔

ii. ایڈیا بیٹک پھیلاؤ (Adiabatic Expansion): اس پھیلاؤ میں پچکی ہوئی گیس اچانک پھیلتی ہے اور گیس کرہ ہوائی کے دباؤ کے خلاف بیرونی کام انجام دیتی ہے۔ یہ عمل اتنا تیز ہوتا ہے کہ ماحول سے کوئی حرارت گیس میں داخل نہیں اس لیے بیرونی کام اندرونی توانائی انجام دیتی ہے اس لیے گیس کی تپش میں گراوٹ آتی ہے اور گیس سرد ہو جاتی ہے اس لیے ایڈیا بیٹک پھیلاؤ میں سرد اثر بیرونی کام کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔

iii. جول۔ کیلون پھیلاؤ (Joule-Kelvin Expansion): اس پھیلاؤ میں گیس کو بلند دباؤ پر مسام دار ڈاٹ سے کم دباؤ کے حصے کی طرف گزارا جاتا ہے۔ اس لیے گیس پر بیرونی کام انجام دیا جاتا ہے۔ اس کے علاوہ گیس بھی اندرونی کام انجام دیتی ہے۔ جس کی وجہ سے گیس میں سرد اثر یا گرم اثر پیدا ہوتا ہے جو گیس کی ابتدائی تپش پر منحصر ہوتا ہے۔ عام تپش پر سوائے ہائیڈروجن اور ہیلیم کے تمام گیسوں میں سرد اثر کا مظاہرہ کرتی ہیں۔

#### 13.4 جول۔ تھامسن سرد اثر کی مساوات (Expression for Joule-Thomson Cooling)

ایک حراری حاجز استوانے پر غور کیجئے جیسا کہ شکل (13.1) میں دکھایا گیا ہے۔ PQ ایک مسام دار ڈاٹ G کے ذریعے استوانہ کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ جسے دو غیر موصل پستون A اور B سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ پستون A ایک گرام مول گیس کو مستقل دباؤ  $P_1$  پر ذریعہ زور مسام دار ڈاٹ G سے گزارتا ہے۔ اس طرح خارج ہونے والی گیس پستون B کو دوسرے حصے میں پیچھے ڈھکیلتی ہے جہاں پر کم دباؤ  $P_2$  ہے۔

$$P_1 V_1 = \text{تپ پستون A کا گیس پر انجام دیا بیرونی کام}$$

$$P_2 V_2 = \text{پستون B پر گیس کا انجام دیا بیرونی کام}$$

$$P_2 V_2 - P_1 V_1 = \text{گیس کا انجام دیا ہوا اصل (net) کام}$$

اس کے علاوہ سالمات کو ان کی باہمی کشش کے خلاف ایک دوسرے سے علاحدہ کرنے ایک اندرونی کام بھی انجام دیتی ہے۔ اگر گیس وینڈروال مساوات کی پابندی کرتی ہے تب سالمات کے درمیان کشش اندرونی دباؤ  $(a/V^2)$  کے مساوی ہونا چاہئے جہاں a ایک

مستقل اور  $V$  گیس کا حجم ہے اس لیے ان قوتوں کے خلاف ایک گرام مول گیس کو حجم  $V_1$  اور  $V_2$  تک پھیلنے کے دوران انجام دیا ہوا اندرونی کام ہوگا۔

$$\int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2} dV = \frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}$$

اس طرح انجام دیا ہوا مجموعی بیرونی کام  $w$  ہوگا۔

$$W = (P_2V_2 - P_1V_1) + \frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2} \quad \text{-----}(13.1)$$

ویندروال مساوات کے مطابق

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

$$PV - Pb + \frac{a}{V} - \frac{ab}{V^2} = RT$$

چونکہ  $a$  اور  $b$  چھوٹی مقداریں ہیں اس لیے  $ab/V^2$  کو نظر انداز کرنے پر

$$PV + \frac{a}{V} - Pb = RT \quad \text{لہذا}$$

$$P_1V_1 = RT - \frac{a}{V_1} + P_1b$$

$$P_2V_2 = RT - \frac{a}{V_2} + P_2b \quad \text{اور}$$

$$\therefore P_2V_2 - P_1V_1 = a\left(\frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}\right) - (P_1 - P_2)b \quad \text{-----}(13.2)$$

مساوات (13.2) سے  $(P_2V_2 - P_1V_1)$  کی قیمت مساوات (13.1) میں درج کرنے پر

$$W = a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) - b(P_1 - P_2) + \frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}$$

$$W = 2\left[\frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}\right] - b(P_1 - P_2) \quad \text{-----}(13.3)$$

$$\left(\frac{1}{V} = \frac{P}{RT}\right) \text{ لہذا } PV = RT \quad \text{چونکہ}$$

اور چونکہ  $\frac{a}{V_2}, \frac{a}{V_1}$  چھوٹی مقداریں ہیں اس لیے تقریباً مساوی (Approximate) مساوات کے لیے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{a}{V_2} = \frac{P_2a}{RT} \text{ اور } \frac{a}{V_1} = \frac{P_1a}{RT}$$

ان قیمتوں کو مساوات (13.3) میں درج کرنے پر

$$\begin{aligned} W &= 2\left(\frac{P_1a}{RT} - \frac{P_2a}{RT}\right) - (P_1 - P_2)b \\ &= \frac{2a}{RT}(P_1 - P_2) - b(P_1 - P_2) \end{aligned}$$

$$W = P_1 - P_2 \left( \frac{2a}{RT} - b \right) \text{ -----(13.4)}$$

چونکہ یہ نظام حراری طور پر عاجز ہے اس لیے یہ کام اندرونوی توانائی انجام دیتا ہے۔ جس سے گیس سرد ہو جاتی ہے۔ فرض کیجئے۔  
dT پش میں گراؤٹ کو ظاہر کرتی ہے۔ اور Cp مستقل دباؤ پر حرارت نوعی ہو تب اسل تپش کو بحال کرنے درکار حرارت کی مقدار  
-Cp dT کیلوریز ہوگی اور جول میں -Cp dTJ ہوگی لہذا۔

$$-Cp dTJ = (P_1 - P_2) \left( \frac{2a}{RT} - a \right)$$

$$dT = - \frac{(P_1 - P_2)}{CpJ} \left( \frac{2a}{RT} - a \right) \text{ -----(13.5)}$$

مساوات (13.5) حاصل ہونے والی سرد تپش کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات (13.5) سے ظاہر ہے کہ  
a. کسی بھی تپش T پر حاصل ہونے والی ٹھنڈک راست تناسب میں رہتی ہے دباؤ میں فرق کے۔  
b. مسام دار دآٹ کے اطراف ایک دیے ہوئے دباؤ کے فرق (P<sub>1</sub> - P<sub>2</sub>) کے لیے حاصل ہونے والی ٹھنڈک ابتدائی  
کمتر تپش T سے کم ہوتی ہے۔

معکوس تپش پر ہائیڈروجن اور ہیلیم کا برتاؤ (Behaviour of Hydrogen and Helium at Tempration of Inversion)

مساوات (13.5) سے ہم حسب ذیل حقائق کا مشاہدہ کر سکتے ہیں۔  
a. اگر  $\left( \frac{2a}{RT} - a \right)$  مثبت ہو یعنی اگر  $T < \frac{2a}{Rb}$  تب dT کی قیمت منفی ہوگی اس لیے گیس سرد اثر کا مظاہرہ کریں گی۔  
b. اگر  $\left( \frac{2a}{RT} - a \right)$  منفی ہو یعنی اگر  $T > \frac{2a}{Rb}$  تب dT کی قیمت مثبت ہوگی اور گیس گرم اثر کا مظاہرہ کریں گے۔  
c. تاہم  $T = \frac{2a}{Rb}$  تب dT=0 اس حالت میں گیس کی تپش میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔ اور اس تپش T  
کو معکوس تپش (Temperature of Inversion) کہتے ہیں اور T<sub>i</sub> سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$Ti = \frac{2a}{Rb} \text{ -----(13.6) لہذا}$$

اس لیے ہر گیس اس کی معکوس تپش سے زائد تپش پر گرم اثر اور معکوس تپش سے کم تپش پر سرد اثر کا مظاہرہ کرتی ہے۔  
ہائیڈروجن اور ہیلیم کی معکوس تپش بالترتیب 80<sup>0</sup>C اور 240<sup>0</sup>C ہے اس لیے عام تپش پر یہ گرم اثر کا مظاہرہ کرتی ہیں۔

معکوس تپش اور فاضل تپش میں رشتہ

(Relation between Temperature of Inversion & Temperature of Inversion)

$$Ti = \frac{2a}{Ra} \text{ معکوس کی مساوات ہے}$$

جہاں a اور b واٹڈرول مستقل ہیں

$$T_c = \frac{8a}{27Rb}$$

فاضل تپش  $T_c$  کی مساوات ہوگی

$$\frac{T_i}{T_c} = \frac{2a}{Rb} \cdot \frac{27Rb}{8a} = \frac{27}{4}$$

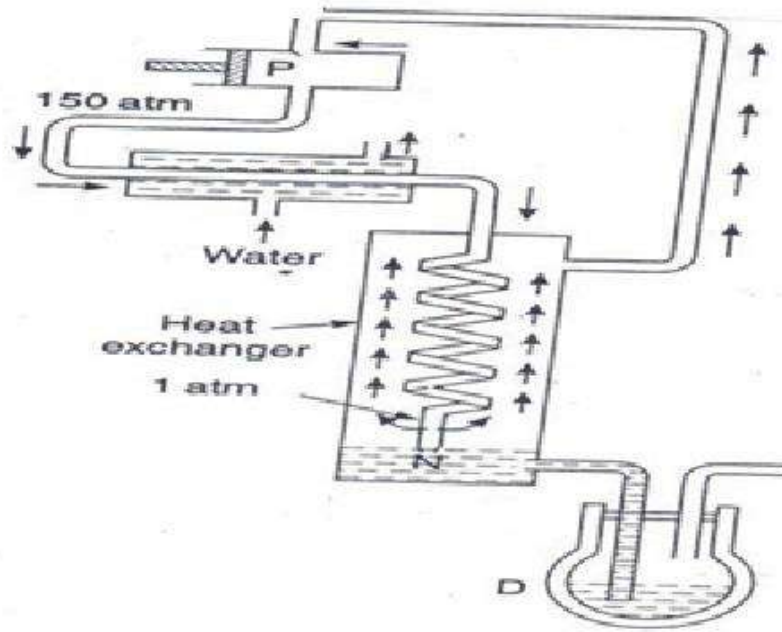
$$\frac{T_i}{T_c} = \frac{27}{4} \text{ یا } T_i = 6.75T_c$$

### 13.5 گیسوں کی معالعات میں تبدیلی (Liquefaction of Gases)

گیسوں اور ہوا معالعات میں تبدیلی کرے کے لیے جول۔ تھامسن کا اثر اور ری جنریٹو کولنگ کا اصول استعمال کر کے کیا جاتا ہے۔ ذیل میں ہم ہوا کو مائع میں تبدیل کرنے کے چند طریقوں کا مطالعہ کریں گے۔

#### (1) ہیمپسن کامائع گر (Hampson Liquifier)

ہیمپسن کا ہوا کو مائع میں تبدیل کرنے کا طریقہ شکل (13.2) میں دکھایا گیا ہے۔



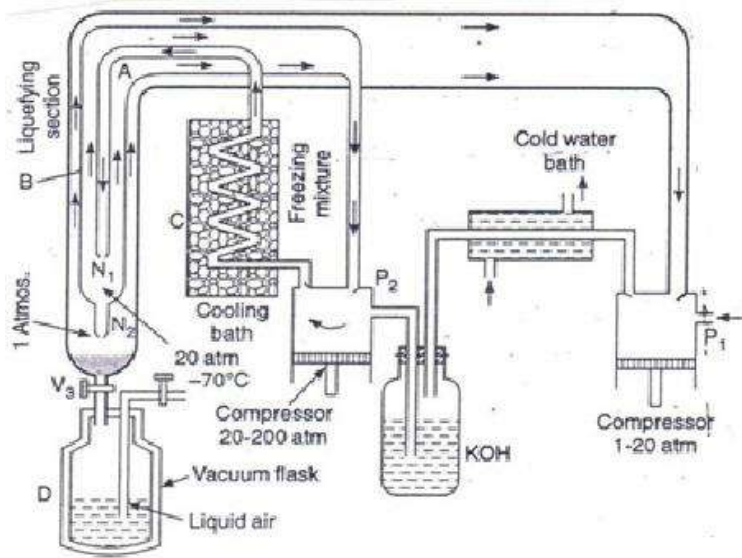
شکل (13.2)

ایک دباؤ گر (Compressor) P میں 150 کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کو جو گرد و غبار، کھر کاربن ڈائی آکسائیڈ وغیرہ سے پاک ہو چکا یا جاتا ہے۔ پچکاوے سے پیدا ہونے والی حرارت کو دور کرنے کے لیے اس پچکی ہوئی ہوا کو ایک نلی سے گزارا جاتا ہے جو ٹھنڈے پانی سے بھرے جیکٹ سے گھری ہوتی ہے ہوا کو ایک مرغولہ نما (Spiral tube) سے گزارا جاتا ہے جہاں پر حرارت کا تبادلہ عمل میں آتا ہے۔

دہانے N سے گزرنے کے دوران یہ ہوا جول۔ تھامسن اثر سے متاثر ہوتی ہے۔ دہانے کے باہر کرہ ہوائی کا دباؤ ایک atm ہوتا ہے۔ اس طرح یہ ہوا سرد ہو جاتی ہے۔ اس کو مزید سرد کرنے کے لیے باز افزائش ٹھنڈک کا استعمال کیا جاتا ہے۔ یعنی ہوا کہ مرغولہ نمائلی سے واپس گزارا جاتا ہے۔ یہ آنے والی ہوا کو سرد کر دیتی ہے اور پمپ کو واپس ہو جاتی ہے۔ یہ عمل جاری رکھا جاتا ہے۔ یہاں تک کہ ہوا کی تپش  $180^{\circ}C$  ہو جاتی ہے۔ اس مائع ہوا کو Deewar کی فلاسک (صراحی D) میں جمع کر لیا جاتا ہے۔

## (Lindle Liquefier) گر کا مائع گر (Lindle 2)

Lindle کے مائع گر کو شکل (13.3) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ دو کمپریسر (پمپ کاؤ گر)  $P_1$  اور  $P_2$  پر مشتمل ہوتا ہے۔ پہلا پمپ کاؤ گر  $P_1$  ہوا کو 20 کرہ ہوائی کے دباؤ پر پمپ کرتا ہے۔ اس پمپ کی ہوائی ہوا کو ایک سرد پانی کے ٹب سے گزارا جاتا ہے جو پمپ کاؤ کی حرارت کو جذب کر لیتا ہے۔ اس ہوا کا ٹک پوٹاش، کیلشیم کلورائیڈ اور فاسفورس پینٹا آکائیڈ سے گزارا جاتا ہے تاکہ ہوا پانی اور کاربن ڈائی آکسائیڈ سے پاک ہو جائے۔ کیونکہ ہوا مائع میں تبدیل ہونے سے قبل ہی پانی اور کاربن ڈائی آکسائیڈ ٹھوس میں تبدیل ہو جاتے ہیں۔ اور ہوا کے مائع بننے کے عمل کو روک دیتے ہیں۔ پانی اور  $CO_2$  سے پاک یہ ہوا اور دوسرا پمپ کاؤ گر  $P_2$  میں داخل ہوتی ہے جہاں اس کو 200 کرہ ہوائی کے دباؤ تک پمپ کاؤ جاتا ہے یہ پمپ کاؤ اب ایک مرغولہ نمائلی سے گزرتی ہے۔



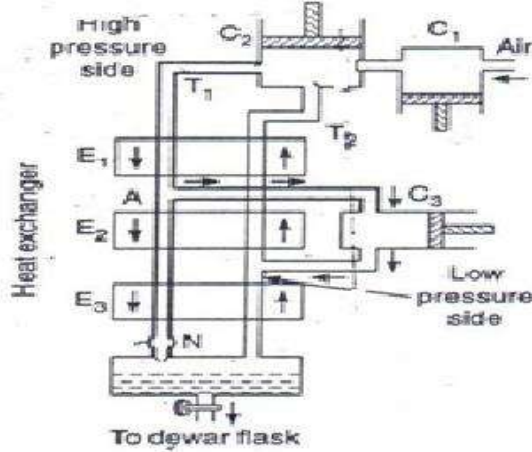
شکل (13.3)

جس کو ایک نمند آمیزے میں رکھا جاتا ہے جہاں پر اثر ہوا کی تپش  $20^{\circ}C$  ہو جاتی ہے۔ اس طرح بلند دباؤ پر پمپ کی ہوائی یہ سرد ہوا مائع گر کے حصے سے گزرتی ہے اور دہانے  $N_1$  سے گزرنے کے دوران جول۔ تھامسن پھیلاؤ سے متاثر ہوتی ہے اس ہوا کو 20 atm دباؤ پر پھیلنے دیا جاتا ہے جس کی وجہ سے ہوا کی تپش  $70^{\circ}C$  ہو جاتی ہے۔ اس مرحلہ پر دہانے  $N_2$  کو بند رکھا جاتا ہے تاکہ باز افزائش

ٹھنڈک کا عمل کیا جاسکے۔ اس طرح یہ سرد ہو ایک کشادہ نلی B کے ذریعہ پچکاؤ گر  $P_2$  کو واپس بھیجی جاتی ہے جہاں پر اسے مزید atm 200 تک پچکایا جاتا ہے۔ پچکاؤ گر  $P_2$  کو پہنچنے کے دوران نلی A سے آنے والی ہوا اسکو مزید سرد کر دیتی ہے اس طرح باز افزائش ٹھنڈک کا عمل جاری رکھ کر ہوا کی تپش میں مسلسل کمی لائی جاتی ہے۔ یہاں تک کہ اس کی تپش  $183^{\circ}C$  ہو جاتی ہے اب دوسرا دہانہ  $N_2$  کھول دیا جاتا ہے جہاں پر یہ سرد ہو کر ہوائی کے دباؤ پر پھیلتی ہے اور مائع میں تبدیل ہو جاتی ہے اس مائع کو Deewar کی صراحی D میں جمع کر لیا جاتا ہے۔

### (3) Claude کا مائع گر (Claude's Air Liquefier)

Lindley اور Hampson کے مائع گر کے استعداد (Efficiency) بہت کم ہوتی ہے۔ مائع گر کی استعداد میں اضافہ کے لیے Claude نے ایڈیا بیٹک پھیلاؤ کا طریقہ استعمال کیا یعنی پچکی ہوئی ہوا کو ایک استوانے میں ایڈیا بیٹک طور پر پھیلاؤ کا طریقہ اختیار کیا۔ کم تپش پر ایڈیا بیٹک پھیلاؤ کے عمل میں اہم دشواری مناسب تدبیریں (Lubricants) کی عدم دستیابی ہے جو استوانے کے متحرک اجزاء کے لیے ضروری ہے۔ کیونکہ معمولی تدبیریں کم تپش پر ٹھوس میں تبدیل ہو جاتی ہیں۔ اس دشواری پر قابو پانے کے لیے Claude نے پٹرولیم، اینتھر کا بطور تدبیریں استعمال کیا۔ کیونکہ  $160^{\circ}C$  تک اس کی لزوجی (Viscous) خصوصیات قائم رہتی ہیں۔ Claude کے مائع گر کو شکل (13.4) میں دکھایا گیا ہے۔



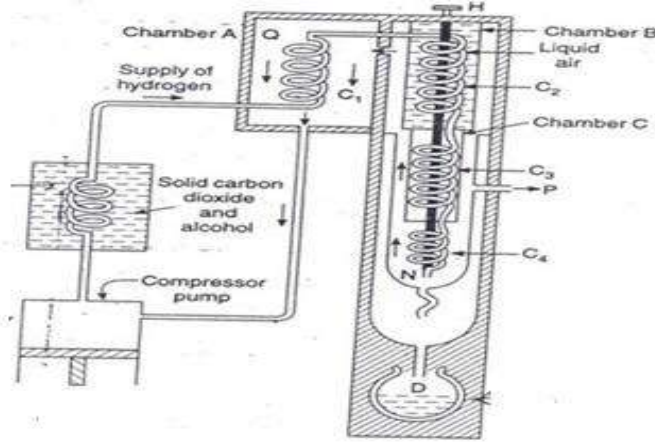
شکل (13.4)

کاربن ڈائی آکسائیڈ اور پانی کے بخارات سے پاک ہوا کو پچکاؤ گر  $C_1$  اور  $C_2$  کی مدد سے 40 atm تک پچکایا جاتا ہے۔ اس پچکی ہوئی گیس کو نلی  $T_1$  سے گزارا جاتا ہے اس نلی  $T_1$  کو تین حراری تبادلہ گر (Heat Exchanger)  $E_1$ ,  $E_2$ , اور  $E_3$  سے گزارا جاتا ہے۔ مقام A پر حراری تبادلہ گر  $E_1$  کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ پہلے حصہ سے ہوا کے بہاؤ کو نلی  $T_1$  سے جاری رکھا جاتا ہے اور یہ

ہوا  $E_2$  اور  $E_1$  سے گزرتی ہے۔ دوسرے حصے سے گزرنے والی ہوا کو پچکاؤ گر  $C_3$  سے گزارا جاتا ہے جہاں یہ ایڈیا بیٹک طریقے سے پھیلتی ہے اور استوانے کے پسٹن کو باہر کی جانب ڈھکیلتی ہے اور بیرونی کام انجام دیتی ہے۔ اس پھیلاؤ کی وجہ سے ہوا سرد ہو جاتی ہے اور یہ سرد ہوائی  $T_2$  میں داخل ہوتی ہے اور  $E_2$  سے آنے والی ہوا سے مل جاتی ہے۔ جس سے آنے والی ہوا کی تپش میں مزید کمی آتی ہے۔ دہانے  $N$  سے گزرنے کے دوران یہ ہوا جول تھامسن پھیلاؤ سے متاثر ہوتی ہے اس باز افزائش ٹھنڈک کے عمل کو جاری رکھا جاتا ہے۔ یہاں تک کہ وہ اپنی مائع میں تبدیل ہونے کی تپش حاصل کر لیتی ہے اس مائع ہوا کو Deewar کی صراحی میں جمع کر لیا جاتا ہے۔ کچھ تکنیکی دشواریوں کی وجہ سے یہ طریقہ اتنا کارگر نہیں جتنا کہ lindle کا طریقہ ہے۔

### 13.6 ہائیڈروجن کی مائع میں تبدیلی (Liquification of Hydrogen)

Olszewski نے 1895 میں ہائیڈروجن کو  $190 \text{ atm}$  دباؤ پر پچکاؤ گر ایڈیا بیٹک طور پر اسے پھیلاؤ کے ذریعہ  $-211^\circ \text{C}$  تک تپش حاصل کی جس سے ہائیڈروجن قلیل مقدار میں مائع میں تبدیل ہوئی۔ اس سے مسئلہ کا حل نہیں ہوا۔ Deewar نے 1898 میں جول تھامسن اثر استعمال کرتے ہوئے ہائیڈروجن کو مائع میں تبدیل کیا Deewar نے جو آلہ استعمال کیا اسے شکل (13.5) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (13.5)

ہائیڈروجن گیس کو دھول گرد  $CO_2$  اور پانی کے بخارات اور دوسری آلودگی سے پاک کیا جاتا ہے اس خالص ہائیڈروجن کو ایک پچکاؤ پمپ کے ذریعے  $200 \text{ atm}$  تک پچکایا جاتا ہے اور اس گیس کو ایک لچھے (Coil) سے گزارا جاتا ہے جو ٹھوس  $CO_2$  (خشک برف) اور الکوہل میں ڈوبا رہتا ہے جس سے گیس سرد ہو جاتی ہے۔ اس گیس کو ایک اور لچھے  $C_1$  سے گزارا جاتا ہے جو ایک چیمبر A میں رکھا جاتا ہے۔ جہاں سے مزید سرد ہو کر یہ گیس ایک باز افزائش (Regeneration) لچھے  $C_2$  سے گزرتی ہے جو چیمبر B میں مائع ہوا میں ڈوبا

رہتا ہے۔ یہاں پر یہ گیس  $170^{\circ}C$  - تپش حاصل کر لیتی ہے۔ اس کے بعد اسے لچھے  $C_3$  سے گزارا جاتا ہے۔ جو چیمبر C میں رکھا ہوتا ہے جس میں ہوا کا دباؤ کمترین یعنی 10 سٹی میٹر پارے کا دباؤ ہوتا ہے جس پر مائع ہوا بنتی ہے۔ اس طرح لچھے C میں موجود ہائیڈروجن مزید سرد ہو کر  $200^{\circ}C$  - تپش حاصل کر لیتی ہے اس تپش پر ہائیڈروجن کو باز افزائش لچھے  $C_4$  سے گزارا جاتا ہے جہاں وہ دہانہ N سے گزرنے کے دوران جول۔ تھامسن اثر سے متاثر ہو کر مزید سرد ہو جاتی ہے اس طرح دہانہ N سے آنے والی سرد ہائیڈروجن کو باز افزائش ٹھنڈک کے لیے پیچھے کی جانب رواں رکھا جاتا ہے جہاں وہ مختلف لچھوں سے گزرتی ہے۔ اس عمل کو چند سائیکل تک جاری رکھا جاتا ہے اور جول تھامسن پھیلاؤ کے زیر اثر دہانہ N سے نکلنے کے دوران اس کی تپش  $250^{\circ}C$  - ہو جاتی ہے۔ اور یہ مائع میں تبدیل ہو جاتی ہے اس طرح مائع میں تبدیل ہائیڈروجن کو Dewar کی صراحی D میں جمع کر لیا جاتا ہے۔

### 13.7 ہیلیم کی مائع میں تبدیلی (Liquefaction of Helium)

ہیلیم وہ آخری گیس ہے جسے مائع میں تبدیل کیا گیا۔ 1908ء سے قبل ہیلیم کو مائع بنانے کی تمام کوششیں ناکام ہو گئیں کیونکہ ہیلیم کی کریمٹیکل تپش  $208^{\circ}C$  - ہے۔ اس لیے ہیلیم کو مائع بنانے کے لیے ضروری ہے کہ اسے  $208^{\circ}C$  - سے کمتر تپش پر مائع بنانے کا عمل شروع کیا جائے۔ 1908 میں Kamerlingh Onnes بغور مطالعہ کے جول تھامسن پھیلاؤ کا استعمال کرتے ہوئے ہیلیم کو مائع میں تبدیل کرنے میں کامیابی حاصل کی۔ اس نے نشاندہی کی کہ ہیلیم کو معکوس تپش  $240^{\circ}C$  - ہے اور اس سے کمتر تپش پر کم دباؤ اسے مائع ہائیڈروجن کے ذریعہ میں تبدیل کیا جاسکتا ہے اس تصور کے ساتھ اس نے ہیلیم مائع گر کو ترقی دی اور جول تھامسن اثر کے ذریعے پہلے سے سرد شدہ ہیلیم کو مائع میں تبدیل کیا۔ 1934ء میں Kapitza نے Claude کے طریقے میں ترمیم کر کے ہیلیم کو مائع میں تبدیل کیا۔

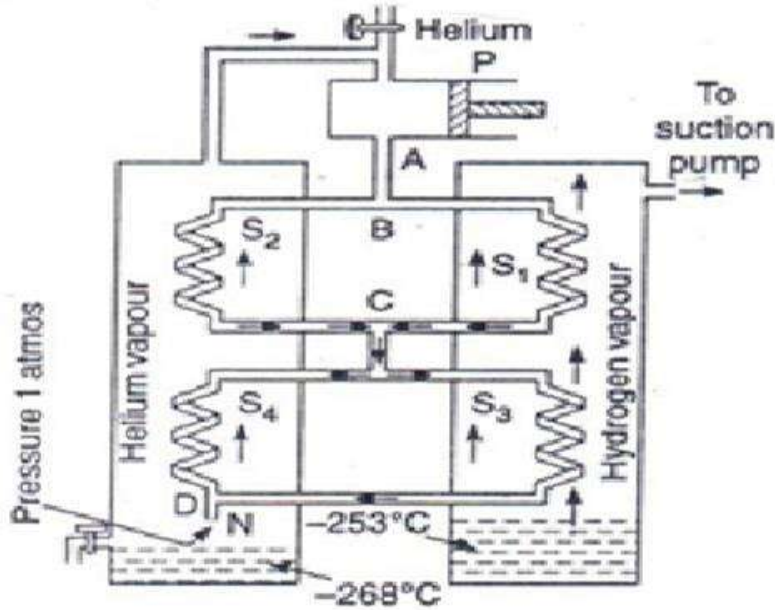
ہم ان دو طریقوں سے ہیلیم کو مائع بنانے کے عمل کا تفصیلی مطالعہ کریں گے۔

#### (Kammerlingh Onnes Helium Liquefier) کا ہیلیم مائع گر

اس مائع گر کو شکل (13.6) میں دکھایا گیا ہے۔ خالص، خشک اور پہلے سے سرد ہیلیم کو پچکاؤ گر P کے ذریعہ 40 atm تک پچکایا جاتا ہے مقام B پر اسے دو حصوں میں تقسیم کر دیا جاتا ہے۔ ایک حصہ مرغولہ نمائی  $S_1$  سے گزرتا ہے جہاں کم تر دباؤ پر اہلیتی ہوئی مائع ہائیڈروجن اسے مزید سرد کر دیتی ہے۔ دوسرا حصہ مرغولہ نمائی  $S_2$  سے گزرتا ہے جس سے خارج ہونے والی ہیلیم گیس جول۔ تھامسن اثر سے متاثر ہو کر مزید سرد ہو جاتی ہے۔ اس طرح  $S_1$  اور  $S_2$  سے گزرتا ہوئے یہ گیس C پر پھر مل جاتی ہے جہاں پر اسے مزید دو حصوں میں تقسیم کر دیا جاتا ہے۔ اور مرغولہ نمائی  $S_3$  اور  $S_4$  سے گزارا جاتا ہے۔ یہاں بھی وہی عمل گزرنے کے درمیان کیا جاتا ہے جو  $S_1$  اور  $S_2$  سے گزرنے کے درمیان کیا جاتا ہے۔ اس طرح یہ دو حصے  $S_3$  اور  $S_4$  سے گزرنے کے بعد مزید سرد ہو کر D پر ملتے ہیں اور دہانہ N سے نکالنے کے دوران جول تھامسن اثر سے متاثر ہو کر مزید سرد ہو جاتی ہے اور بلند ہوتی ہے اور آنے والی ہیلیم گیس کو سرد کر دیتی



ہے اس عمل کو مسلسل جاری رکھا جاتا ہے یہاں تک کہ ہیلیم گیس کی تپش  $268^{\circ}C$  - ہو جاتی ہے اور بالآخر مائع ہیلیم میں تبدیل ہو جاتی ہے۔

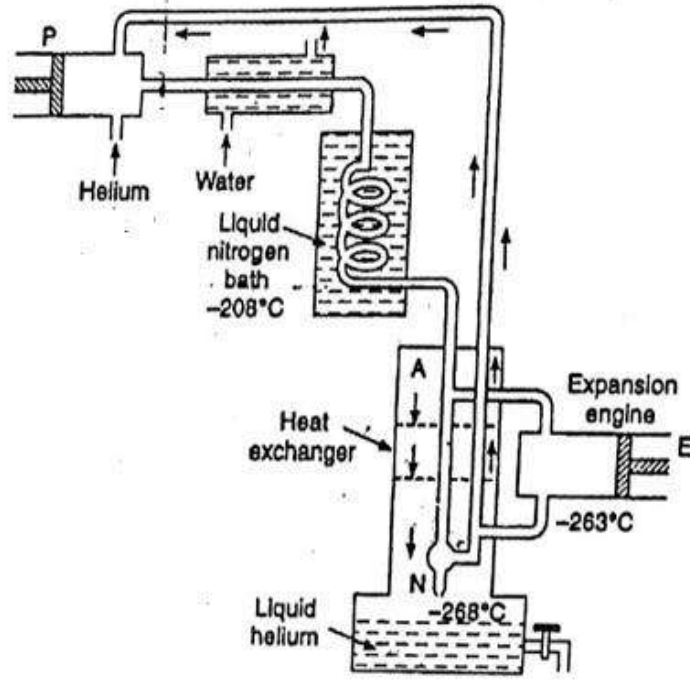


شکل (13.6)

(2) Kapitzza کا ہیلیم مائع گر (Kapitzza Helium Liquefier)

Kapitzza نے Claude کے طریقے میں جو اہم ترمیم کی وہ پھیلاؤ انجن میں کی جس میں کوئی تدبیر (Laburicant) استعمال نہیں کیا۔ کیونکہ اس قدر کم تپش پر تمام تدبیریں منجمد ٹھوس کی شکل اختیار کر لیتے ہیں اس نے ایک پچکاؤ گر استعمال کیا جس میں ایک استوانے کو پسٹن ڈھیلی طرح (Loosely) فٹ کیا اور گیس کے اخراج کے لیے ایک تنگ راستہ رکھا۔ جب گیس پھیلتی ہے تو اس راستے سے بہت کم مقدار میں گیس کا اخراج عمل میں آتا ہے۔ گیس کا پھیلاؤ اس قدر تیز ہوتا ہے کہ تنگ راستے سے خارج ہونے والی گیس قابل نظر انداز ہوتی ہے اس مائع کو گر کو شکل 13.7 میں دکھایا گیا ہے۔

خالص اور خشک ہیلیم کو پچکاؤ گر P کے ذریعہ 30 atm کے دباؤ تک پچکایا جاتا ہے۔ پچکاؤ کی حرارت کو دور کرنے کے لیے نلی کے اطراف بہتے ہوئے پانی کا جیکٹ رکھا جاتا ہے جس سے گیس سرد ہو جاتی ہے۔ گیس کو مزید سرد کرنے کے لیے اہلتی ہوئی نائٹروجن کے ٹپ سے گزارا جاتا ہے۔



شکل (13.7)

اس طرح مزید سرد ہونے والی گیس کو مقام A پر دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تاکہ حرارت کا تبادلہ ہو سکے ایک حصہ پھیلاؤ انجن E سے گزرتا ہے اور ایڈیابٹک پھیلاؤ کے ذریعہ گیس سرد ہو کر  $-263^{\circ}C$  تپش حاصل کر لیتی ہے۔ گیس مزید سرد ہو کر بلند ہوتی ہے اور دہانہ N سے آنے والی گیس کو سرد کر دیتی ہے۔ دوسرا حصہ دہانہ N سے گزرنے کے دوران پھیلتا ہے اور گیس اتنی سرد ہو جاتی ہے کہ مائع میں تبدیل ہو جاتی ہے۔ مائع میں تبدیل ہیلیم کو Deewar کی صراحی D میں حاصل کر لیا جاتا ہے۔

### 13.8 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

#### حل شدہ مثال 1

اگر کاربن ڈائی آکسائیڈ روم کی تپش  $(27^{\circ}C)$  کو 150 کرہ ہوائی کے دباؤ پر اچانک پچکا یا جائے اور پھر اچانک کرہ ہوائی کے دباؤ پر پھیلنے دیا جائے تو اس کی انتہائی تپش ہوگی۔

حل:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{r-1}{r}} 300 \left( \frac{1}{150} \right)^{\frac{1.3-1}{1.3}}$$

$$= 96k$$

$$= -177^{\circ}C$$

### 13.9 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- تھر موڈ انٹامیکل نظام اس وقت ایکوی لیبریم میں رہتے ہیں جب تھر موڈ انٹامک قوہ کی قیمت اقل ترین ہوتی ہے۔
- وہ تپش جس پر زیادہ سے زیادہ بھی دباؤ عائد کر کے کسی شے کے بخارات کو مائع میں تبدیل نہیں کیا جاسکتا چاہے جتنا بھی دباؤ میں اضافہ کیا جائے اس شے کی فاصل تپش (Critical Temperature) کہلاتی ہے۔
- پہلے درجہ کی فیز میں تبدیلی وہ ہے جس میں تپش کے تبدیلی کے بغیر حرارت کا اخراج یا انجذاب عمل میں آتا ہے مثلاً حالت کی تبدیلی مستقل تپش پر۔
- کمتر تپش حاصل کرنے کے لیے سب سے پہلے نمک کا آمیزہ استعمال کیا گیا۔
- وہ دباؤ اور تپش جس پر کوئی مائع، ٹھوس اور گیس (بخارات) حالت میں بہ یک وقت وجود ہو تھر نقطہ (Triple Point) کہلاتا ہے۔
- گیسوں کو مائع میں تبدیل کر کے اقل ترین تپش حاصل کی جاتی ہے اس عمل میں جول تھامسن پھیلاؤ کا اثر اور باز افزائش ٹھنڈک کا اصول استعمال کیا جاتا ہے۔
- ہوا  $180^{\circ}C$  پر مائع میں تبدیل ہو جاتی ہے۔
- ہائیڈروجن میں  $250^{\circ}C$  پر مائع میں تبدیل ہوتی ہے۔
- ہیلیم۔۔۔ پر مائع میں تبدیل ہوتی ہے۔
- ایک کامل گیس کے لیے جول کیلون اثر صفر ہوتا ہے۔
- قدرتی سبز گھیرے کی گیسس ہیں، پانی کے بخارات، اوزون  $CO_2$ ، میتھین، نائٹروس آکسائیڈ، کلوروفلوروکاربن۔

### 13.10 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Regelation (ری + جی + لیشن): برف پر دباؤ عائد کیا جائے تو برف پگھل جاتی ہے اور دباؤ ہٹا لیا جائے تو دوبارہ جم جاتی ہے اس عمل کو ریجیلیشن کہتے ہیں۔
- Reversible Cell (ری + ور + سی + بل، سل): ایک ایسا برقی خانہ جس میں برقی کیمیائی تعامل معکوس سمت میں جاری رہتا ہو تاکہ زائد emf حاصل کیا جاسکے۔
- Sublimation (سب + لی + مے + شن): ایک ٹھوس کی حرارت کے ذریعہ بخارات میں تبدیلی۔
- Evaporation (ای + وا + پو + رے + شن): ایک مائع کی حرارت کے ذریعہ بخارات میں تبدیلی۔

- Temperature of Inversion (ٹمپ + رے + چر + آف + انور + ژن): جول۔ تھامن سرد اثر میں وہ تپش جس سے کم تپش پر گیس میں سرد اثر اور اس سے زیادہ تپش پر گرم اثر پیدا ہوتا ہے۔
- Liquefaction (لیک + وی + فی + کیشن): کمترین تپش پر مائع کو گیس میں تبدیل کرنا۔
- Adiabatic Demagnetisation (ایڈ + یا + بیٹک + ڈی + میگنا + ٹا + نریشن): ایڈ بیٹک طریقے سے مقناطیسی شے کی مقناطیسیت اچانک ختم کر دینا جس سے مقناطیسی شے سرد ہو جاتی ہے۔

### 13.11 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

#### 13.11.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. پہلی اور دوسری TdS مساوات لکھیے۔
  2. معکوس تپش (Ti) اور فاضل تپش Tc میں رشتہ لکھیے۔
  3. 1k سے کم ترین تپش کس طریقے سے پیدا کی جاتی ہے نام لکھیے۔
  4. جول تھامن ٹھنڈک کی مساوات لکھیے۔
  5. گیس توہ G کی مساوات ہے۔
- $$U = PV + TS \quad (b) \quad U - PV = TS \quad (a)$$
- $$U = PV - TS \quad (d) \quad U - PV - TS \quad (c)$$
6. ایک آکسو تھرمل۔ آکسوبرک عمل میں کون سا تھر موڈا نامک توہ مستقل رہتا ہے۔
- (a) گیس کا عمل  
(b) انتھالپی  
(c) اندرونی توانائی  
(d) بلہوز تفاعل
7. جول تھامن اثر کا انحصار ہوتا ہے۔
- (a) ابتدائی تپش پر  
(b) دباؤ میں فرق پر  
(c) (a) اور (b) دونوں  
(d) نہ (a) اور نہ (b)
8. ہائیڈروجن اور ہیلیم نارمل تپش پر کس اثر کا اظہار کرتے ہیں۔
- (a) سرد اثر کا  
(b) گرم اثر کا  
(c) کبھی سرد کبھی گرم  
(d) کسی اثر کا اظہار نہیں کرتے۔
9. ایڈیا بیٹک ڈی میگناٹائزیشن کے ذریعہ جو اقل ترین تپش حاصل کی گئی اس کی قیمت ہے۔

$$1k \text{ (b)} \quad 10K \text{ (a)}$$

$$0k \text{ (d)} \quad 0.25k \text{ (c)}$$

10. جول تھامسن عددی (Coefficient) کی مساوات ہے۔

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_H + \frac{1}{C_p} \left(\frac{2a}{RT} - a\right) \text{ (b)} \quad \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_H + \frac{1}{C_p} \left(\frac{2a}{RT} - b\right) \text{ (a)} \\ & -\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H + \frac{1}{C_v} \left(\frac{2a}{RT} - T\right) \text{ (d)} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H + C_p \left(\frac{2a}{RT} - b\right) \text{ (a)} \end{aligned}$$

### 13.11.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. وضاحت کیجئے کہ ہیلیم کو مائع میں تبدیل کرنا کیوں مشکل ہے؟
2. کمترین تپش پیدا کرنے کے چار طریقوں کی وضاحت کیجئے۔
3. ایک ریفریجریٹر کے کام کرنے کے اصول کو مختصر بیان کیجئے۔

### 13.11.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. جول۔ کیلون اثر کیا ہے، مسامدار ڈاٹ (Porous Plug) تجربے کو بیان کیجئے اور اسکے نتائج پر بحث کیجئے۔ اس اثر سے پیدا ہونے والی ٹھنڈک کے لیے مساوات اخذ کیجئے۔
2. جول۔ تھامسن اثر کیا ہے؟ جب ایک گیس جول۔ تھامسن اثر سے متاثر ہوتی ہے تو اس اثر سے پیدا ہونے والی ٹھنڈک کے لیے مساوات اخذ کیجئے۔
3. گیسوں کو مائع میں تبدیل کرنے کے لیے جول تھامسن اثر کو بیان کیجئے۔ ثابت کیجئے کہ کوئی بھی گیس جول تھامسن اثر سے صرف اسی وقت ٹھنڈی ہوتی ہے جب اس کی تپش معکوس تپش سے کم ہو۔ باز افزائش ٹھنڈک (Regenerative Cooling) کیا ہے؟
4. جول تھامسن ٹھنڈک اور ایڈیا بیٹک ٹھنڈک میں فرق واضح کیجئے۔ ہیلیم گیس کو مائع میں کس طرح تبدیل کیا جاتا ہے؟ واضح کیجئے۔
5. ہائیڈروجن کو مائع میں تبدیل کرنے کا طریقہ بیان کیجئے۔ اسے مائع میں تبدیل کرنے کا اصول بیان کیجئے۔
6. ایڈیا بیٹک ڈی میگنٹائزیشن کیا ہے؟ کم ترین تپش پیدا کرنے کے لیے اس اصول کو کس طرح بیان کیا جاتا ہے۔ بیان کیجئے۔
7. باز افزائش ٹھنڈک کیا ہے؟ اس طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے ہوا کو مائع میں تبدیل کرنے کا کوئی ایک طریقہ بیان کیجئے۔

### 13.11.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. جول تھامسن عددی (Coefficient) کے لیے مساوات اخذ کیجئے۔

2. اگر کاربن ڈائی آکسائیڈ روم کی تپش ( $35^{\circ}C$ ) کو  $175$  کرہ ہوائی کے دباؤ پر اچانک بچکایا جائے اور پھر اچانک کرہ ہوائی کے دباؤ پر پھیلنے دیا جائے تو اس کی انتہائی تپش ہوگی۔

---

13.12 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

---

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) ( $5^{\text{th}}$  &  $6^{\text{th}}$ )
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.



# اکائی 14- ریفریجریشن

(Refrigeration)

اکائی کے اجزا

تمہید	14.0
مقاصد	14.1
حرناگزار ازالہ مقاطیسیت	14.2
ریفریجریشن	14.3
اوزان پرت پر کلوروفلوروکاربن کا اثر	14.4
سبز گھیرے کا اثر اور عالمی حدت	14.5
حل شدہ مثالیں	14.6
اکتسابی نتائج	14.7
کلیدی الفاظ	14.8
نمونہ امتحانی سوالات	14.9
معروضی جوابات کے حامل سوالات	14.9.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	14.9.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	14.9.3
غیر حل شدہ سوالات	14.9.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	14.10

## 14.0 تمہید (Introduction)

مصنوعی ریفریجریشن کی تاریخ کا آغاز اس وقت ہوا جب سکاٹش پروفیسر ولیم کولن نے 1755 میں ایک چھوٹی ریفریجریشن مشین ڈیزائن کی۔ کولن نے ڈائٹھائل ایٹھر کے ایک کنٹینر پر جزوی ویکیوم بنانے کے لیے ایک پمپ کا استعمال کیا، جو پھر ارد گرد کی ہوا سے گرمی جذب کر کے ابلتا ہے۔ اس تجربے نے تھوڑی مقدار میں برف بھی بنائی، لیکن اس وقت اس کا کوئی عملی اطلاق نہیں تھا۔

ریفریجریٹریل روڈکاریں 1840 کی دہائی میں امریکہ میں ڈیری مصنوعات کی قلیل مدتی نقل و حمل کے لیے متعارف کرائی گئی تھیں، لیکن یہ ٹھنڈے درجہ حرارت کو برقرار رکھنے کے لیے کٹی ہوئی برف کا استعمال کرتی تھیں۔ 15 فروری 1882 کو، ڈنڈن نے لندن کے لیے بحری سفر کیا جو تجارتی لحاظ سے پہلا کامیاب فریج شپنگ سفر تھا، اور ریفریجریٹریٹڈ گوشت کی صنعت کی بنیاد رکھی۔

ریفریجریشن کسی جگہ، مادہ، یا نظام کو ٹھنڈا کرنے کی مختلف اقسام میں سے کوئی بھی ہے تاکہ اس کے درجہ حرارت کو محیطی درجہ حرارت سے کم اور / یا برقرار رکھا جائے (جب کہ ہٹائی گئی حرارت کو زیادہ درجہ حرارت والی جگہ پر نکالا جاتا ہے)۔ ریفریجریشن ایک مصنوعی، یا انسانی ساختہ، کولنگ کا طریقہ ہے۔

## 14.1 مقاصد (Objectives)

یہ اکائی میں اس بات کی وضاحت کی گئی ہے کہ:

- حرانگزار ازالہ مقناطیسیت کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔
- ریفریجریشن پر بحث کریں گے۔
- اوزان پرت پر کلوروفلوروکاربن کا اثر کا اظہار کریں گے۔
- سبز گھیرے کا اثر اور عالمی حدت کے درمیان فرق کی تعریف کریں گے۔

## 14.2 حرانگزار ازالہ مقناطیسیت (Adiabatic Demagnetisation)

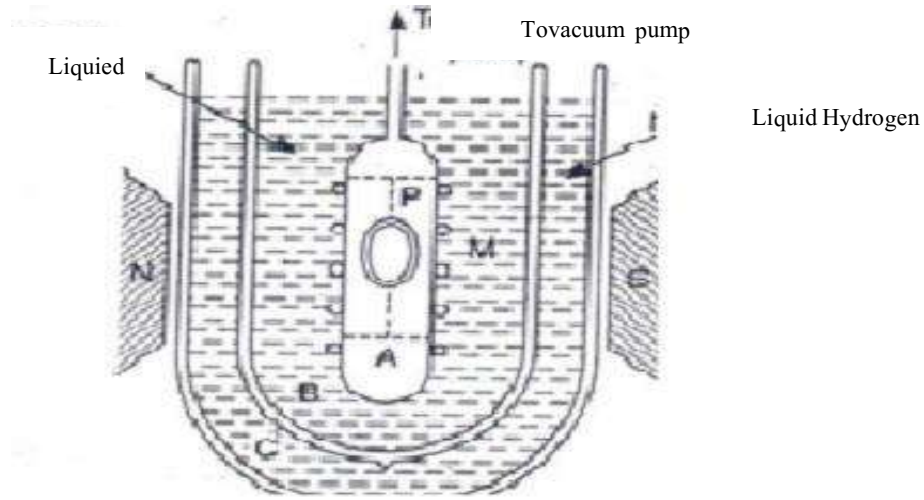
تپش مطلق حاصل کرنے کے لیے کم دباؤ پر البتہیوئی مائع ہائیڈروجن اور ہیلیم استعمال کی جاتی ہے۔ Kammerlingh Onnes نے 0.013 ملی میٹر پارے کے دباؤ پر عمل تبرید (Evaporation) کے ذریعہ 0.82k تپش حاصل کی۔ Kesam نے انتہائی طاقتور پمپ استعمال کرتے ہوئے مائع ہیلیم کی سطح پر 0.0036 ملی میٹر پارے کا دباؤ عائد کرتے ہوئے کمترین تپش 0.7k حاصل کی۔ 1926ء میں Debye اور Giauque نے آزادانہ طور پر اس سے بھی کم تپش حاصل کرنے کے لیے پیارا مقناطیسی نمک پراڈیا بیٹک ڈی میگنٹائزیشن کا طریقہ ڈھونڈ نکالا جس کا اصول حسب ذیل ہے۔

اصول (Principle): ایک پیارا مقناطیسی شے میں مقناطیسی سالمات (Molecular Magnet) بے ترتیبی سے جمے رہتے ہیں۔ جب شے کو مقناطیسا جاتا ہے تب سالامت اپنے آپ کی مقناطیسی میدان کی سمت میں صف بندی (Alignment) کر لیتے ہیں۔ اس عمل کے



دوران کچھ بیرونی کام انجام دیا جاتا ہے جو شے کی اندرونی توانائی میں شامل ہو جاتا ہے جس کی وجہ سے شے کی تپش میں اضافہ ہوتا ہے۔ جب ایک پیارا مقناطیسی شے جو پہلے سے مقناطی ہوئی ہو اچانک ڈی میگنٹائز کی جاتی ہے اس سے اس کی تپش میں گراوٹ آتی ہے۔ اگر یہ شے پہلے سے سرد ہو تو تپش میں گراوٹ قابل لحاظ ہوتی ہے۔

طریقہ (Method): آلہ کو شکل (14.1) میں دکھایا گیا ہے۔ پیارا مقناطیسی شے (Gadolinium Sulphate) ایک برتن A (Vessel) میں لٹکائی جاتی ہے جس کا تعلق خلائی پمپ سے ہوتا ہے۔ برتن 'A' Deewar کی صراحی B سے گھرا ہوتا ہے جس میں مائع ہیلیم 1k تپش پر موجود رہتی ہے اور اس کو ایک دور Deewar کی صراحی C سے گھیرا جاتا ہے جس میں مائع ہائیڈروجن موجود رہتی ہے۔ پیارا مقناطیسی شے کو مقناطی کے لیے ایک طاقتور مقناطیسی میدان عائد کیا جاتا ہے۔ A کے اطراف ایک لچھا M موجود ہوتا ہے جو تاثیر پذیری کی پیمائش کرتا ہے جس سے تپش کی پیمائش کی جاتی ہے۔



شکل (14.1)

سب سے پہلے برتن A کو ہیلیم گیس سے بھرا جاتا ہے۔ تاکہ پیارا مقناطیسی شے گیس حراری تماس میں آئے اور اس کی تپش ہیلیم کی تپش کے مساوی یعنی 1k ہو جائے۔ اس کے بعد ایک طاقتور مقناطیسی میدان عائد کیا جاتا ہے جس سے پیارا مقناطیسی نمک گرم ہو جاتا ہے لیکن یہ حرارت ہیلیم کے ذریعہ مائع ہیلیم کو منتقل ہو جاتی ہے جس سے پیارا مقناطیسی شے کی تپش ایک بار پھر 1k ہو جاتی ہے اس کے بعد ہیلیم گیس کو پمپ کے ذریعہ برتن A سے باہر خارج کر دیا جاتا ہے تاکہ پیارا مقناطیسی شے حراری طور پر عاجز ہو جائے۔ اس کے بعد مقناطیسی میدان ہٹا لیا جاتا ہے۔ اس طرح ایڈیا بیٹک ڈی میگنٹائزیشن سے مقناطیسی شے کی تپش میں گراوٹ آتی ہے۔ اس تپش میں گراوٹ کی پیمائش تاثیر پذیری لچھے M سے کی جاتی ہے۔

اس طریقے سے Giauque اور Mc. Dougall نے 0.25k تک کمترین تپش حاصل کی۔ 1944 میں White de Hass اور پوٹاشیم اور المونیم کے دوہرے سلفیٹ کو استعمال کرتے ہوئے 0.022k تک تپش حاصل کی۔ K. Klerck اور

Steeland اور Gorter نے کرومیم اور المونیم پھٹکری (Alum) استعمال کرتے ہوئے 0.0014k تک تپش حاصل کی جو اب تک کی حاصل سب سے کمترین تپش ہے۔

نظریہ (Theory):

جب ایک پیارا مقناطیسی شے مقنائی جاتی ہے تو سالماتی مقناطیس مقناطیسی میدان کی سمت میں صف بندی کرتے ہیں اور کام انجام دیا جاتا ہے۔ فرض کیجئے مقناطیسی شے کو ایک ایسے مقناطیسی میدان میں رکھا گیا جس کی مقناطیسی میدان کی حدت B ہے جس کی وجہ سے فی گرام مول مقناطیسی شے کی حدت I میں تبدیلی dI ہوگی۔ اس طرح مقناطیسی شے پر مقناطیسی میدان کا انجام دیا ہوا کام BdI ہوگا۔ جب شے کو ڈی میگناٹائز کیا جاتا ہے تب شے کا انجام دیا ہوا کام BdI ہوگا۔

تھر موڈائناک کے پہلے کلیے کے مطابق:

$$dQ = dU + dW$$

$$(\therefore dW = PdV - BdI)$$

ڈی میگناٹائزیشن کے دوران حجم مستقل رہتا ہے اس لیے  $dV = 0$

$$\therefore dQ = dU - BdI$$

تھر موڈائناک کے دوسرے کلیے کے مطابق

$$dQ = Tds \text{ جہاں } ds \text{ انٹروپی میں تبدیلی ہے۔}$$

$$Tds = dU - BdI \quad \text{-----(14.1)}$$

میکس ویل کے تیسرے تھر موڈائناک رشتے کی مساوات کے مطابق

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P \quad \text{-----(14.2)}$$

اسی طرح کا ایک رشتہ حاصل کرنے کے لیے مساوات (14.2) میں  $P = -B$  اور  $V = 1$  درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = - \left(\frac{\partial I}{\partial S}\right)_B$$

R.H.S کو  $\partial T$  سے ضرب دینے اور تقسیم کرنے پر

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = \frac{\left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_B}{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_B} \quad \text{-----(14.3)}$$

اگر شے کی کمیت m اور  $C_B$  مستقل مقناطیسی میدان میں شے کی حرارت نوعی ہو تب

$$\left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_B = \frac{I}{T} \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right) = \frac{mC_B}{T}$$

مساوات (14.3) میں اس قیمت کو درج کرنے پر

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S = \frac{T}{mc_B} \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_B$$

یا

$$\partial T = -\frac{T}{mc_B} \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right) \partial B \text{-----(14.4)}$$

مساوات (14.4) ڈی میگنٹائزیشن کے عمل میں تپش میں گراؤٹ کو ظاہر کرتی ہے۔

ایک شے کی تاثیر پذیری  $x$  کی تعریف کی رو سے۔

$$\text{تقناؤ کی حدت} = \frac{\text{مقناطیسی میدان کی حدت}}{\text{تاثیر پذیری}}$$

$$x = \frac{I}{B} \text{-----(14.5)}$$

ایک پیارا مقناطیسی شے کی تاثیر پذیری کا انحصار مقناطیسی میدان پر نہیں بلکہ تپش پر ہوتا ہے۔ Curie کے کلیہ کے مطابق  $x$

معاکوس تناسب میں رہتا ہے تپش مطلق (T) کے۔

$$\chi \propto \frac{I}{T}$$

$$\chi = \frac{C}{T} \text{-----(14.6)}$$

جہاں C ایک مستقل ہے۔

مساوات (14.5) اور (14.6) کا تقابل کرنے پر

$$\text{یا } I/B = C/T$$

$$I = \frac{CB}{T} \text{-----(14.7)}$$

مساوات (14.7) سے I کی قیمت مساوات (14.4) میں درج کرنے پر

$$\partial T = -\frac{T}{mc_B} \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{CB}{T}\right)\right) \partial B \text{-----(14.8)}$$

فرض کیجئے کہ  $T_f$  اور  $T_i$  شے کی ابتدائی اور انتہائی تپش کو ظاہر کرتی ہیں اور ان کے متعلقہ مقناطیسی میدان کی حدت  $B_i$  اور  $B_f$  ہیں تب

$$T_f - T_i = \frac{T}{mc_B} \int_{B_i}^{B_f} \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{CB}{T}\right)\right] \partial B$$

حل کرنے پر

$$T_f - T_i = \frac{C}{2mc_B T} [B_f^2 - B_i^2]$$

$$= \frac{K}{2C_B T} [B_f^2 - B_i^2]$$

جہاں  $K = \frac{C}{M}$  ایک مستقل ہے اور Curie کا مستقل فی اکائی کمیت کہلاتا ہے اگر مقناطیسی میدان ہٹالیا جائے۔ تب  $B_f = 0$  لہذا

$$T_f - T_i = \frac{KB_i^2}{2C_B T} \text{-----}(14.9)$$

منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ ایڈیا بیٹک ڈی میگنٹائزیشن میں تپش میں کمی واقع ہوتی ہے۔

### 14.3 ریفریجیشن (Refrigeration)

ایک ایسا میٹھن جو ماحول سے کم تپش پیدا کرتا ہے اور اس ملفوف (Enclosure) کی کم تپش برقرار رکھتا ہو ریفریجیٹر کہلاتا ہے۔ درحقیقت ریفریجیٹر ایک ایسا کارنوٹ انجن ہے جو معکوس سمت میں کام کرتا ہے۔ اس صورت حال میں کام کی کچھ مقدار انجن پر کی جاتی ہے جس سے وہ حرارت کو ایک عاجز چیمبر سے ماحول کو منتقل کرتا ہے۔

ریفریجیٹر مشین دو طرح کے ہوتے ہیں:

(1) بخارات کو پچکانے والی مشین (Vapour Compression Machine)

(2) بخارات کو جذب کرنے والی مشین (Vapour Absorption Machine)

(1) بخارات کو پچکانے والی مشین (فرتج) (Vapour Compression Machine)

ایک فرتج ایک ایڈیا بیٹک ملفوف کو کم تپش برقرار رکھتا ہے اس کا کم تپش پیدا کرنے کا اصول یہ ہے کہ یہ کم دباؤ پر مائع کو بخارات میں تبدیل کر کے فوراً اس کی تبخیر (Evaporation) کرتا ہے اور تبخیر شدہ مائع کو ملفوف کے اطراف گشت کرتا ہے اس طرح مائع بخارات میں تبدیل ہو کر ٹھنڈک پیدا کرتا ہے۔ اس کو ریفریجینٹ (Refrigerant) کہتے ہیں۔ عام طور پر بطور ریفریجینٹ استعمال ہونے والی اشیاء امونیا ( $NH_3$ )، سلفر ڈائی آکسائیڈ ( $SO_2$ )، میتھائل کلورائیڈ ( $CH_3Cl$ )، فریون ( $Freon$ ) ( $CCl_2F_2$ ) وغیرہ ہیں۔ عام طور پر بڑے پلانٹ میں امونیا گھریلو ریفریجیٹر میں سلفر ڈائی آکسائیڈ یا فریون استعمال کی جاتی ہے۔ ایک ریفریجینٹ میں حسب ذیل خصوصیات ہونا ضروری ہیں۔

i. ایک ریفریجینٹ کا نقطہ جوش اور نقطہ انجماد کم ہونا چاہئے۔

ii. یہ نارمل دباؤ اور تپش پر بخارات کی شکل میں ہونا چاہئے۔

iii. یہ نہ جلنے والے اور نہ دھماکو خیز ہو اور نہ ذخیرہ شدہ غذائی اجناس میں برے اثرات پیدا کرتا ہو۔

iv. ریفریجینٹ مانعات کی بخارات کی حرارت مخفی بلند ہونی چاہیے کیونکہ اگر مائع کی تھوڑی بھی مقدار بخارات بنتی ہے تو

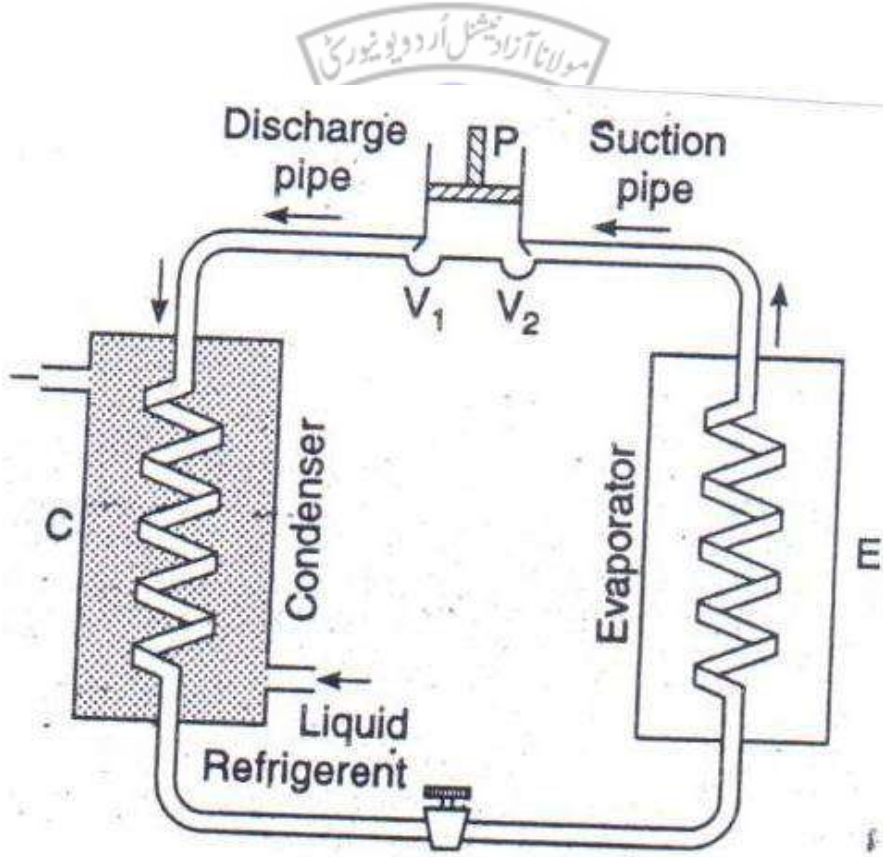
حرارت کی کافی مقدار خارج ہوتی ہے اور اس سے زیادہ ٹھنڈک پیدا ہوتی ہے۔

v. ریفریجریٹ کا حجم نوعی (حجم فی گرام) کم ہونا چاہئے تاکہ کمپریسر کی جسامت کم ہو۔

vi. بخارات کو مائع میں تبدیل کرنے مکنفہ (Condenser) کے لچھے میں درکار دباؤ کی قیمت کم ہونی چاہئے اور ورنہ

ریفریجریٹ کافی مضبوط اور وزنی ہو جائے گا۔

ایک بخارات کو پچکانے والے ریفریجریٹ کو شکل (14.2) میں دکھایا گیا ہے۔ ریفریجریٹ کو ایک پمپ P سے پچکایا جاتا ہے۔ جس کو ایک برقی موٹر چلاتی ہے جو بطور کمپریسر کام کرتا ہے۔ کمپریسر P کے پینڈے میں دو کھلمندن  $V_1$  اور  $V_2$  لگے ہوتے ہیں۔  $V_2$  تبخیر گر (Evaporator) E سے کم دباؤ پر بخارات کو چوستا (Suck) ہے اور کھلمندن  $V_1$  پچکے ہوئے بخارات کو مکنفہ C میں بھیجتا ہے۔ جب پمپ کا پلسٹن P اوپر حرکت کرتا ہے تب استوانے کے دباؤ میں اتنی گراوٹ آتی ہے کہ اس کا دباؤ تبخیر گر (E) کے دباؤ سے کم ہو جاتا ہے اور دوران کھلمندن  $V_2$  کھل جاتا ہے اور  $V_1$  بند ہو جاتا ہے اور کم دباؤ کے بخارات استوانے میں حاصل کر لیے جاتے ہیں۔

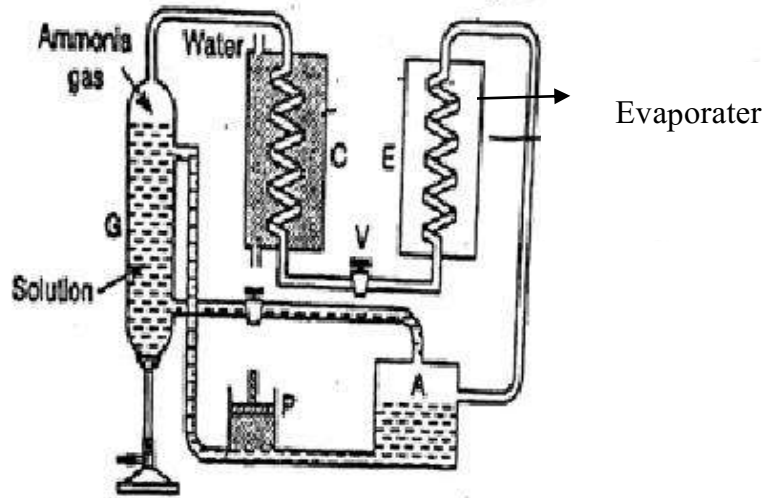


شکل (14.2)

جب پسٹن نیچے ڈھکیلا جاتا ہے تو  $V_1$  کھل جاتا ہے اور  $V_2$  بند ہو جاتا ہے اور بلند دباؤ کے تحت بخارات مکنٹے کے لچھے C میں داخل ہوتے ہیں۔ مکنٹے کا لچھا C اس ملفوف سے گھرا ہوتا ہے جس میں سرد پانی گشت کرتا ہے اس طرح پچکاؤ کی حرارت سرد پانی کے ذریعہ خارج کر دی جاتی ہے۔ اس طرح بلند دباؤ اور کم تپش پر بخارات مکنٹے C میں مائع میں تبدیل ہو جاتے ہیں۔ مائع ریفریجریٹر ایک ریگولیٹر والو (Value) V کے ذریعہ تبخیر گر لچھے E میں داخل ہوتا ہے۔ ریگولیٹر Valve مائع کے بلند دباؤ (مکنٹے کے اندر) کو کم دباؤ (تبخیر گر کے اندر) میں تبدیل کر دیتا ہے اس کم دباؤ کی وجہ سے E میں موجود مائع بخارات میں تبدیل ہوتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ کم دباؤ کے تحت عمل تبخیر ٹھنڈک پیدا کرتا ہے جس کی وجہ سے یہ ہے کہ جب ایک شے مائع سے بخارات میں تبدیل ہوتی ہے اس دوران حرارت کا انجذاب عمل میں آتا ہے اگر اس حرارت کو کسی بیرونی ذرائع سے حاصل نہیں کیا گیا تب ہیئت کی تبدیلی کے لیے درکار حرارت مائع خود حاصل کرتا ہے جس کی وجہ سے ٹھنڈک پیدا ہوتی ہے۔ اگر دباؤ کو کم کرتے ہوئے مائع کی سطح پر عمل تبخیر کو جاری رکھا جائے تب مزید ٹھنڈک پیدا ہوتی ہے جب E میں مائع بخارات میں تبدیل ہوتا ہے۔ تب یہ سرد ذخیرہ خانہ (Storage) یا اطراف کے مائع (پانی) سے بخارات کے حرارت مخفی کی نکاسی کرتا ہے اس طرح مزید مائع E میں بخارات میں تبدیل ہونے پر مزید زیادہ ٹھنڈک پیدا ہوتی ہے اور ذخیرہ خانے اور اطراف کے پانی کی تپش میں کمی واقع ہوتی ہے کچھ دیر بعد مطلوب سرد تپش حاصل ہو جاتی ہے اور اس عمل کو مسلسل جاری رکھا جاتا ہے۔

(2) بخارات جذب کرنے والی مشین (Vapour Absorption Machine)

بخارات جاذب مشین کو شکل (14.3) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (14.3)

اس مشین میں کم دباؤ پر امونیا کے بخارات پانی میں جذب ہوتے ہیں شکل میں G ایک جزیٹ ہے جو پانی اور امونیا کے محلول سے بھرا ہوتا ہے اس کو ایک برنر (Burner) سے گرم کیا جاتا ہے اس سے امونیا گیس پانی سے فرار ہو کر مکتھ C کے مرغولہ نلی میں داخل ہوتی ہے جہاں اس کی تکثیف عمل میں آتی ہے۔ مکتھ C کو بہتے ہوئے پانی سے ٹھنڈا کیا جاتا ہے۔ یہ امونیا گیس تبخیر گر (Evaporator) کی مرغولہ نمائلی میں داخل ہوتی ہے مرغولہ نمائلی میں دباؤ کم رہتا ہے۔ تبخیر گر ایک سرد چیمبر ہو سکتا ہے یا یہ بہتے ہوئے پانی سے گھرا ہوتا ہے۔ کم دباؤ کے تحت جب امونیا بخارات میں تبدیل ہوتی ہے بخارات کی حرارت مخفی سرد چیمبر یا بہتا ہو پانی حاصل کر لیتا ہے اس طرح چیمبر E کو سرد کیا جاتا ہے۔ تبخیر شدہ امونیا اب چیمبر A میں داخل ہوتی ہے جہاں یہ پانی میں جذب ہو جاتی ہے۔ یہ محلول مرکنز (Concentrated) ہو جاتا ہے اور اسے پمپ P کے ذریعہ جزیٹ G میں پہونچا دیا جاتا ہے اس عمل کو کئی بار دہرایا جاتا ہے اس طرح چیمبر E سرد ترین ہو جاتا ہے۔

#### 14.4 اوزون پرت پر کلوروفلورو کاربن اثر (Effect of Chlorofluro Carbon on Ozone Layer)

کائنات میں انسانی، نباتی اور حیوانی زندگی کے لیے رہائش کے لیے موزوں ترین اور محفوظ ترین مقام سیارہ زمین ہے۔ کیونکہ زمین کی اوسط تپش انسانی زندگی کے لیے سازگار ہے۔ سورج سے آنے والی شعاعوں میں بعض شعاعیں مضر صحت ہیں جس سے حفاظت کا انتظام قدرت نے اوزون پرت سے کیا ہے۔ اوزون پرت زمین سے 20 تا 30 کیلو میٹر بلندی پر واقع ہے اور اس کا کام سورج سے آنے والی نقصان دہ الٹرا وائلیٹ شعاعوں سے زمین کی حفاظت کرنا اور زمین کی تپش برقرار رکھنا ہے۔ اوزون آکسیجن کے تین سالموں سے مل کر بنتی ہے اور اس کا فارمولہ  $O_3$  ہے۔ کلوروفلورو کاربن  $Cl_2F_2C$  نامیاتی مرکبات ہیں اور ان کا زیادہ تر استعمال ریفریجریٹر اور ایرکنڈیشن اور جراثیم کش ادویات اور Foamed پلاسٹک تیار کرنے میں ہوتا ہے۔ یہ گیس جب آلات سے خارج ہوتی ہیں تو فضا میں بلند ہوتی ہیں اور کرہ فضا کے نچلے حصے میں کرہ قائمہ (Starrospher) میں الٹرا وائلیٹ سے ٹکراتی ہیں۔ ان گیسوں میں موجود کلورین الٹرا وائلیٹ سے تعامل کے بعد آزاد ہوتا ہے اور اوزون پرت سے ٹکرا کر  $O_3$  کو  $O_2$  یعنی اوزون کو آکسیجن میں تبدیل کر دیتا ہے اس سے اوزون کی پرت میں شکاف پڑتا ہے اور فضا میں اوزون پرت کا فیصد گھٹا دیتی ہے۔ جس سے سورج سے آنے والی مضر رساں الٹرا وائلیٹ جن کا طول موج  $2000A^0 - 3000A^0$  ہوتا ہے راست زمین پر پہونچتی ہیں۔ یہ شعاعیں زمین پر بسنے والے تمام جانداروں، انسانوں، حشرات الارض، پودوں وغیرہ کے لیے نقصان دہ ہیں۔ انسانوں میں یہ جلد کا کینسر، آنکھوں میں موتیا بند (Cataract) اور دھوپ جلن (Sunburn) پیدا کرتی ہیں۔

#### 14.5 سبز گھیرے کا اثر اور عالمی حدت (Green House Effect and Global Warming)

سورج سے آنے والی روشنی کا بڑا حصہ فضا میں منعکس ہو جاتا اور باقی حصہ زمین پر پہونچتا ہے۔ سورج سے آنے والی اس حرارت کو زمین جذب کرتی ہے اور اس حرارت کا کچھ حصہ توانائی کی طویل موج (Infra Red) کی صورت میں اشعاع عمل میں آتا ہے۔ کرہ ہوائی

میں موجود قدرتی گیسوں جو سبز گیسیں کہلاتی ہیں وہ ہیں پانی کے بخارات، کاربن ڈائی آکسائیڈ (NO<sub>2</sub>) (نائٹروس آکسائیڈ) سلفر ڈائی آکسائیڈ SO<sub>2</sub> میتھین (CH<sub>4</sub>) اوزون وغیرہ ان شعاعوں کو جذب کرتے ہیں اور کرہ ہوائی کو گرم رکھتے ہیں جس کی وجہ سے سطح زمین بھی رہائش کی حد تک گرم ہو جاتی ہے اور زمین کی تپش 15°C سے 30°C کے درمیان رہتی ہے۔ سبز گیوں کی غیر موجودگی میں زمین کی تپش 18°C - ہوتی ہے۔ یہ ایک قدرتی عمل ہے۔

اس کے برعکس انسانی کارکردگی کی وجہ سے سبز گھیرے کی گیوں کے ارتکاز میں اضافہ ہو رہا ہے جس میں قابل ذکر صنعتوں اور کارخانوں میں کونکے کے استعمال کی وجہ سے کاربن ڈائی آکسائیڈ کا اخراج، پٹرولیم، گیسولین کا حد سے زیادہ استعمال، جنگلاتی انہدام (Deforestation) زراعت میں جراثیم کش ادویہ کا چھڑکاؤ، زمینی کٹاؤ (Soil Erosion) وغیرہ سے لاکھوں ٹن کاربن ڈائی آکسائیڈ اور دوسری سبز گھیرے کی گیوں کا اضافہ ہو رہا ہے جس کی وجہ سے ان گیوں میں زیادہ حرارت جذب ہو کر زمین کی طرف منعکس ہوتی ہے جس سے زمین کی تپش میں اضافہ ہو رہا ہے۔ ایک محتاط اندازے کے مطابق زمین کی اوسط تپش میں 0.3°C تا 0.6°C تک اضافہ ہوا ہے اگر یہی صورت حال برقرار رہی تو اس صدی کے وسط تک تپش میں مزید اضافہ 1°C سے 3°C تک اضافہ کا اندیشہ اسے عالمی حدت یا گلوبل وارمنگ کہتے ہیں۔ اگر سبز گھیرے کا اثر اسی طرح برقرار رہا تو مستقبل قریب میں اہل ارض کو بھیانک نتائج کا سامنا کرنا پڑے گا۔ عالمی حدت سے قطب شمالی اور قطب جنوبی کے برف کے تودوں کا پگھلنا اور اس سے سطح سمندر میں اضافہ اور سطح سمندر سے کم گہرے مقامات کا سمندر میں ڈوبنا، سمندری طوفان، بارش و سیلاب کی تباہ کاریاں، موسم میں تبدیلی بارش نہ ہونے سے قحط سالی، ریگستانوں میں اضافہ اور وبائی امراض پھوٹ پڑنا شامل ہے۔ اس لیے پوری دنیا میں عالمی حدت کو کم کرنے کی کوشش کی جا رہی ہے۔

#### 14.6 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

##### حل شدہ مثال 1

فرض کیجئے کہ  $T_i$  اور  $T_f$  شے کی ابتدائی اور انتہائی تپش کو ظاہر کرتی ہیں اور ان کے متعلقہ مقناطیسی میدان کی حدت  $B_i$  اور  $B_f$  ہیں تب  $(T_i)$  اور فاضل تپش  $T_c$  میں رشتہ لکھیے۔

حل:

$$T_f - T_i = \frac{T}{mc_B} \int_{B_i}^{B_f} \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{C_B}{T} \right) \right] \partial B$$

حل کرنے پر

$$\begin{aligned} T_f - T_i &= \frac{C}{2mc_B T} [B_f^2 - B_i^2] \\ &= \frac{K}{2C_B T} [B_f^2 - B_i^2] \end{aligned}$$

جہاں  $K = \frac{C}{M}$  ایک مستقل ہے اور Curie کا مستقل  $\mu_0$  کی کئی کمیت کہلاتا ہے اگر مقناطیسی میدان ہٹا لیا جائے۔ تب  $B_f = 0$  لہذا



$$T_f - T_i = \frac{KBi^2}{2C_B T}$$

#### 14.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- وہ دباؤ اور تپش جس پر کوئی مائع، ٹھوس اور گیس (بخارات) حالت میں بہ یک وقت ہم وجود ہو تو تہر نقطہ (Triple Point) کہلاتا ہے۔
- گیسوں کو مائع میں تبدیل کر کے اقل ترین تپش حاصل کی جاتی ہے اس عمل میں جول تھامسن پھیلاؤ کا اثر اور باز افزائش ٹھنڈک کا اصول استعمال کیا جاتا ہے۔
- ہوا  $180^0 C$  پر مائع میں تبدیل ہو جاتی ہے۔
- ہائیڈروجن میں  $250^0 C$  پر مائع میں تبدیل ہوتی ہے۔
- ہیلیم۔۔۔ پر مائع میں تبدیل ہوتی ہے۔
- ایک کامل گیس کے لیے جول کیلون اثر صفر ہوتا ہے۔
- قدرتی سبز گھیرے کی گیسس ہیں، پانی کے بخارات، اوزون  $CO_2$ ، میتھین، نائٹروس آکسائیڈ، کلوروفلوروکاربن۔

#### 14.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Liquefaction (لیق + وی + فی + کیشن): کمترین تپش پر مائع کو گیس میں تبدیل کرنا۔
- Adiabatic Demagnetisation (ایڈ + یا + بیق + ڈی + میگنا + ٹا + ٹریشن): ایڈ بیق طریقے سے مقناطیسی شے کی مقناطیسیت اچانک ختم کر دینا جس سے مقناطیسی شے سرد ہو جاتی ہے۔
- Condenser (کن + ڈن + سر): ریفریجریٹر میں ایسا آلہ جس میں بھاپ کو ٹھنڈا کر کے دوبارہ پانی میں تبدیل کیا جاتا ہے۔
- Global Warming (گلو + بل + وار + منگ): سبز گھیرے کا اثر، جنگلاتی انہدام، پٹرولیم، ایندھن کا زیادہ استعمال وغیرہ سے زمین کی تپش میں اضافہ ہو رہا ہے۔ جسے عالمی حدت یا گلوبل وارمنگ کہتے ہیں۔

#### 14.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

##### 14.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. معکوس تپش (Ti) اور فاضل تپش Tc میں رشتہ لکھیے۔
2. جول تھامسن ٹھنڈک کی مساوات لکھیے۔

3. کلوروفلوروکاربن گیس کا اوزون کی پرت پر کیا اثر ہوتا ہے۔
4. ایک آکسو تھرمیل۔ آکسوبراک عمل میں کون سا تھر موڈاٹاناک توہ مستقل رہتا ہے۔
- (a) گیس کا عمل (b) انتھالپی
- (c) اندرونی توانائی (d) ہلموز تفاعل
5. ہائیڈروجن اور ہیلیم نارمل تپش پر کس اثر کا اظہار کرتے ہیں۔
- (a) سرد اثر کا (b) گرم اثر کا
- (c) کبھی سرد کبھی گرم (d) کسی اثر کا اظہار نہیں کرتے۔
6. ایک مقناطی ہوئے پیارامقناطیسی شے کو اچانک ڈی میگناٹائز کیا جائے تو وہ۔
- (a) حرارت جذب کرے گا (b) حرارت خارج کرے گا
- (c) مائع میں تبدیل ہوگا (d) بخارات بن کر اڑ جائے گا۔
7. وہ گیس جو سب سے آخر میں مائع میں تبدیل کی گئی وہ ہے۔
- (a) آکسیجن (b) ہائیڈروجن
- (c) ہیلیم (d) نائیٹروجن
8. ایک پیارامقناطیسی شے کی تاثیر پذیری (x) اور تپش مطلق (T) میں رشتہ ہے۔
- (a)  $\chi aT$  (b)  $\chi aT^{-1}$
- (c)  $\chi aT^2$  (d)  $\chi aT^{-2}$

#### 14.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. ایک ریفریجریٹر کے کام کرنے کے اصول کو مختصر بیان کیجئے۔
2. سبز گھیرے کے اثر سے کیا مراد ہے؟
3. عالمی حدت (گلوبل وارمنگ) کیا ہے؟ ان عوامل کو نشان دہی کیجئے جو اس کے ذمہ دار ہیں؟

#### 14.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. جول۔ تھامسن اثر کیا ہے؟ جب ایک گیس جول۔ تھامسن اثر سے متاثر ہوتی ہے تو اس اثر سے پیدا ہونے والی ٹھنڈک کے لیے مساوات اخذ کیجئے۔

2. گیسوں کو مائع میں تبدیل کرنے کے لیے جول تھامسن اثر کو بیان کیجئے۔ ثابت کیجئے کہ کوئی بھی گیس جول تھامسن اثر سے صرف اسی وقت ٹھنڈی ہوتی ہے جب اس کی تپش معکوس تپش سے کم ہو۔ باز افزائش ٹھنڈک (Regenerative Cooling) کیا ہے؟

3. جول تھامسن ٹھنڈک اور ایڈیا بیٹک ٹھنڈک میں فرق واضح کیجئے۔ ہیلیم گیس کو مائع میں کس طرح تبدیل کیا جاتا ہے؟ واضح کیجئے۔

4. ہائیڈروجن کو مائع میں تبدیل کرنے کا طریقہ بیان کیجئے۔ اسے مائع میں تبدیل کرنے کا اصول بیان کیجئے۔

5. ایڈیا بیٹک ڈی میگنٹائزیشن کیا ہے؟ کم ترین تپش پیدا کرنے کے لیے اس اصول کو کس طرح بیان کیا جاتا ہے۔ بیان کیجئے۔

6. باز افزائش ٹھنڈک کیا ہے؟ اس طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے ہوا کو مائع میں تبدیل کرنے کا کوئی ایک طریقہ بیان کیجئے۔

#### 14.9.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. ایک پیارامقناطیسی شے کی تاثیر پذیری (x) اور تپش مطلق (T) میں رشتہ اخذ کیجئے۔

#### 14.10 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemankysy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodyanmics Core Physiscs III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugeshan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.

# اکائی 15- سیاہ جسم کی اشعاع

(Black Body of Radiation)

اکائی کے اجزا

تمہید	15.0
مقاصد	15.1
سیاہ جسم (بلیک باڈی)	15.2
سیاہ جسم کی اشعاع کی توانائی کی تقسیم	15.3
حراری اشعاع کے کلیات	15.4
حل شدہ مثالیں آزاد پبلسٹ اردو یونیورسٹی	15.5
اکتسابی نتائج	15.6
کلیدی الفاظ	15.7
نمونہ امتحانی سوالات	15.8
معروضی جوابات کے حامل سوالات	15.8.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	15.8.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	15.8.3
غیر حل شدہ سوالات	15.8.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	15.9

ہم جانتے ہیں کہ حرارت کی منتقلی کے دو طریقوں کنڈکشن اور کنوکشن میں ایک مادی واسطے کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس کے برعکس حرارت کی منتقلی کا ایک ایسا طریقہ جس میں کسی مادی واسطے کی ضرورت نہ ہو اشعاع حرارت کہلاتا ہے ہم جانتے ہیں کہ زمین اور سورج کے درمیانی خالی فضا ہے کوئی مادی واسطہ نہیں ہے اس کے باوجود سورج سے حرارت روشنی کی شکل میں زمین کو پہنچتی ہے۔ اس لیے کسی جسم سے اشعاع حرارت کا وہ طریقہ جو اس کی تپش کے باعث ہو اور اس میں واسطے کا کوئی دخل نہ ہو ریڈیئیشن کہلاتا ہے۔ ریڈیئیشن میں حراری توانائی کی منتقلی برقی مقناطیسی موجوں کی ذریعہ عمل میں آتی ہے۔ کیونکہ یہ موجیں خلا بھی سفر کر سکتی ہیں۔ حراری اشعاع برقی مقناطیسی موجوں کے ایک مخصوص رینج پر مشتمل ہوتی ہے۔ ان موجوں کا طول  $0.1 \times 10^{-6} m$  سے  $100 \times 10^{-6} m$  پر مشتمل ہوتا ہے۔ اس طول موج کے طیف میں الٹرا وائیلٹ کا طول موج  $0.1 \times 10^{-6} m$  سے  $0.40 \times 10^{-6} m$  اور مرئی (Visible) طول موج  $0.4 \times 10^{-6} m$  سے  $0.75 \times 10^{-6} m$  اور انفراریڈ  $0.75 \times 10^{-6} m$  سے  $100 \times 10^{-6} m$  شامل ہے۔ یہاں یہ بات قابل ذکر ہے کہ اشعاع ہر جسم کی ذاتی (Inherent) خاصیت ہے۔ کیونکہ Prevost کے نظریہ کے مطابق ہر جسم حرارت جذب کرتا ہے اور اس کا اشعاع بھی کرتا ہے جب کہ جسم کی تپش 0K سے زائد ہو۔ مزید یہ کہ دو اجسام کی باہمی تپش مساوی بھی ہو تو ان کے درمیان ریڈیئیشن کا تبادلہ عمل میں آتا ہے۔ ایک جسم سے تھرمل ریڈیئیشن کا اخراج فی اکائی وقت فی اکائی سطحی رقبہ اس کی تپش اور سطح پر منحصر ہوتا ہے۔ کم تپش پر یہ اخراج کم ہوتا ہے جب کہ بلند تپش پر اشعاع کے اخراج میں تیزی سے اضافہ ہوتا ہے جو تپش مطلق کی چوتھی طاقت کے تناسب میں رہتا ہے۔

تھرمل ریڈیئیشن کی خصوصیات حسب ذیل ہیں

- i. یہ خلا یا ہوا میں نور کی رفتار سے حرکت کرتی ہیں۔
- ii. یہ نور کی طرح خط مستقیم میں حرکت کرتی ہیں۔
- iii. یہ انعکاس، انعطاف اور کلی داخلی انعکاس اور نور کے دوسرے کلیات کی پابندی کرتی ہیں۔
- iv. یہ جس سطح پر واقع ہوتی ہیں اس پر ہلکا سا تاباؤ عائد کرتی ہیں جسے حرارتی اشعاع کا تاباؤ کہتے ہیں۔
- v. یہ معکوس مربع کے کلیہ کی پابندی کرتی ہیں۔

ہم تھرمل ریڈیئیشن سے متعلق چند اہم خصوصیات کی تعریف کریں گے۔

1. طیفی کثافت توانائی (Spectral Energy Density): کسی خاص طول موج کے لیے طیفی کثافت توانائی سے مراد فی اکائی حجم فی اکائی طول موج کا رینج ہے۔
2. مجموعی کثافت توانائی (Total Energy Density): کسی بھی نقطہ پر کسی تھرمل ریڈی ایشن کی مجموعی کثافت توانائی سے مراد مجموعی اشعاعی توانائی کافی اکائی حجم ہے جس کا اشعاع تمام موجوں پر محیط ہوتا ہے۔

3. اخراجی طاقت (Emissive Power): ایک دی ہوئی تپش اور طول موج پر ایک جسم کی اخراجی طاقت سے مراد اشعاعی توانائی کا اخراج فی اکائی سکند فی اکائی سطحی رقبہ فی اکائی طول موج رہتا ہے۔

4. انجذابی طاقت (Absorptive power): ایک دی ہوئی تپش اور طول موج پر ایک جسم کی انجذابی طاقت سے مراد وہ نسبت ہے جو اشعاعی توانائی کے انجذاب فی اکائی سکند فی اکائی سطح رقبہ اور اسی رقبہ پر واقع ہونے والی مجموعی توانائی کے درمیان پائی جاتی ہے۔

## 15.1 مقاصد (Objectives)

یہ اکائی میں اس بات کی وضاحت کی گئی ہے کہ:

- سیاہ جسم (بلیک باڈی) کی تعریف کریں گے۔
- سیاہ جسم کی اشعاع کی توانائی کی تقسیم کی وضاحت کریں گے۔
- حراری اشعاع کے کلیات کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

## 15.2 سیاہ جسم (Black Body)

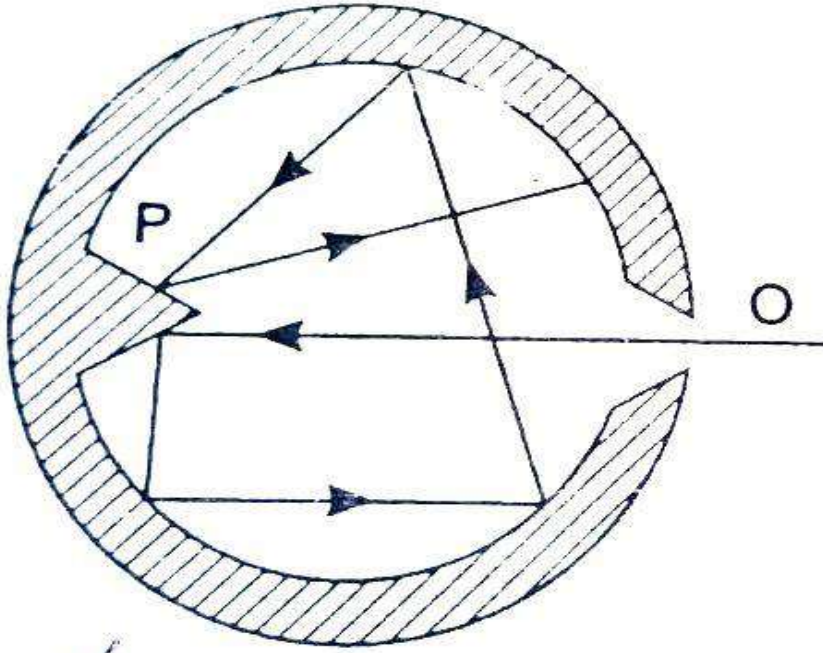
اشعاع حرارت کے ذریعہ ایک جسم حرارت کی کتنی مقدار جذب کر سکتا ہے یہ اس جسم کے رنگ پر منحصر ہوتا ہے۔ ایک کامل سیاہ جسم وہ ہے جو اس پر واقع ہونے والی تمام موج کے اشعاع کو جذب کرتا ہے۔ یہ نہ اشعاع کا انعکاس کرتا ہے اور نہ ترسیل (Transmit) کرتا ہے۔ یہ جسم سیاہ نظر آتا ہے چاہے اشعاع کا رنگ کچھ بھی ہو۔ کرچوف کے کلیہ کے مطابق ایک جسم جو اشعاع جذب کرنے کی صلاحیت رکھتا ہو وہ تمام طول موج کے اخراج کی بھی صلاحیت رکھتا ہے۔ اس طرح ایک کامل سیاہ جسم ایک بہترین جاذب (Absorber) اور ایک بہترین اشعاع گر (Radiator) ہوتا ہے۔ اگر اس کو ایک مناسب بلند تپش تک گرم کیا جائے تو اس سے تمام طول موجوں کا ریڈی ایشن عمل میں آتا ہے جسے مسلسل طیف کہتے ہیں۔ سیاہ جسم سے خارج کیا ہوا اشعاع ممکنہ اعظم طول موج سے بھرا ہوتا ہے اس لیے اس اشعاع کو مجموعی اشعاع بھی کہتے ہیں۔ ایک سیاہ جسم سے اخراجی طول موج کا انحصار صرف اس کی تپش پر ہوتا ہے اور جسم کے مادے کی نوعیت سے آزاد رہتا ہے۔

کوئی بھی جسم ایک کامل سیاہ جسم نہیں ہوتا۔ سیاہ جسم کی قریبی تعریف کا اطلاق کا جل (Lamp black) یا پلیٹینم کا جل (Platinum black) پر ہوتا ہے۔ یہ مرئی (Visible) اور قریبی انفراریڈ کو جذب کرنے کی صلاحیت رکھتے ہیں۔ لیکن بعید انفراریڈ (حراری اشعاع) کو منعکس کرتے ہیں۔ اس لیے کامل سیاہ جسم صرف ایک نظریہ ہے تمام عملی مقاصد کے لیے کا جل سے لپی ہوئی سطح کو کامل سیاہ جسم تصور کیا جاتا ہے۔ کرچوف نے سب سے پہلے یہ نظریہ پیش کیا کہ ایک موصلی مانفوف (Enclosure) کو مستقل

تپش رکھا جائے تو ملفوف کے اندر کی اشعاع سیاہ ہوتی ہے۔ ہم یہاں فیری کے سیاہ جسم (Fery's Black Body) کے بارے میں پڑھیں گے۔

### فیری کا سیاہ جسم (Fery's Black Body):

فیری کے سیاہ جسم کو شکل (15.1) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ ایک گروی جسم پر مشتمل ہوتا ہے جس کی دیواریں دوہری ہوتی ہیں۔ دیواروں کے درمیان کی جگہ پر مشتمل ہوتی ہے تاکہ کنڈکشن اور کنوکشن کے ذریعہ نقصان حرارت کو روکا جاسکے۔



شکل (15.1): فیری کا سیاہ جسم

اس میں ایک چھوٹا شگاف O ہوتا ہے۔ اور سورانخ کے باہری سرے پر ایک مخروطی پروجکشن P ہوتا ہے۔ اس کے اندرونی حصہ میں کاجل لیپ دیا جاتا ہے اور بیرونی حصہ پر نکل (Nickel) کی پالش کی جاتی ہے۔ جب نور کی شعاعیں شگاف O پر واقع ہوتی ہیں تب اس کے ذریعہ اندرونی حصے میں داخل ہوتی ہیں اور اندرونی حصے میں کئی بار انعکاس کا عمل واقع ہوتا ہے اور یہ مکمل طور پر جذب ہو جاتی ہیں۔ ان شعاعوں کے باہر اخراج کا امکان بہت کم ہوتا ہے سوائے O کی مخالف کی سطح سے۔ اس اخراج کو روکنے کے لیے ایک مخروطی پروجکشن P کا استعمال کیا جاتا ہے جس سے اشعاع کے باہر اخراج کے امکانات ختم ہو جاتے ہیں۔ اس طرح جو بھی اشعاع اس سیاہ جسم میں داخل ہوتا ہے وہ اس سے باہر نکلنے نہیں پاتا اور مکمل طور پر اندر جذب ہو جاتا ہے اس طرح یہ جسم ایک کامل سیاہ جسم نظر آتا ہے۔ اور شگاف قریب قریب ایک سیاہ جسم کے مانند برتاؤ کرتا ہے اگر اس جسم کو ایک معین تپش تک گرم کیا جائے تو یہ سیاہ اشعاع سے بھر جاتا ہے جس میں تمام طول موجود رہتے ہیں۔

### انعکاسیت، انجذابیت اور ترسیلیت (Reflectance, Absorptance & Transmittance)

حراری اشعاع جب ایک جسم پر واقع ہوتی ہے تب یہ جزوی طور پر منعکس جزوی طور پر جذب اور جزوی طور پر ترسیل ہوتی ہیں۔ فرض کیجئے دیے ہوئے وقت میں ایک جسم پر واقع ہونے والی حراری اشعاع کی قیمت  $Q$  ہے اور اسی وقت  $t$  میں جسم میں جذب ہونے والی جسم سے منعکس ہونے والی اور ترسیل ہونے والی اشعاع کی قیمت بالترتیب  $Q_1$ ,  $Q_2$ , اور  $Q_3$  ہے۔ تب انعکاسیت Reflectance انجذابیت Absorptance اور ترسیلیت Transmittance کی تعریف حسب ذیل طریقے سے کی جاتی ہے۔

$$\text{انعکاسیت} = r = Q_1/Q$$

$$\text{انجذابیت} = a = Q_2/Q$$

$$\text{ترسیلیت} = t = Q_3/Q$$

$$\therefore r + a + t = \frac{Q_1}{Q} + \frac{Q_2}{Q} + \frac{Q_3}{Q} = \frac{Q}{Q} = 1$$

$$r + a + t = 1 \quad \text{-----(15.1)}$$

a. انعکاسیت (Reflectance): وہ نسبت جو ایک جسم کی منعکس کردہ حراری اشعاع اور جسم پر واقع ہونے والی اشعاع کے درمیان پائی جاتی ہے انعکاسیت کہلاتی ہے اس کو 'r' سے ظاہر کرتے ہیں۔

b. انجذابیت (Absorptance): وہ نسبت جو ایک جسم کی جذب کردہ حراری اشعاع اور جسم پر واقع ہونے والی اشعاع کے درمیان پائی جاتی ہے۔ انجذابیت کہلاتی ہے اس کو 'a' سے ظاہر کرتے ہیں۔

c. ترسیلیت (Transmittance): وہ نسبت جو ایک جسم کی ترسیل کردہ حراری اشعاع اور جسم پر واقع ہونے والی اشعاع کے درمیان پائی جاتی ہے۔ ترسیلیت کہلاتی ہے اس کو 't' سے ظاہر کرتے ہیں۔

ایک جسم کی انعکاسیت، انجذابیت اور ترسیلیت مختلف طول موج کی اشعاع کے لیے مختلف ہوتی ہے اس لیے طول موج کی صورت میں مساوات ہوگی۔

$$r\lambda + a\lambda + t\lambda = 1$$

### 15.3 سیاہ جسم کی اشعاع کی توانائی کی تقسیم (Energy Distribution in Black Body)

ہم پڑھ چکے ہیں کہ ایک سیاہ جسم سے تمام ممکنہ طول موج کارائیڈیکیشن عمل میں آتا ہے۔ سائنس دانوں کے لیے یہ ایک مسئلہ رہا کہ مختلف طول موجوں میں توانائی کی تقسیم کس طرح ہوتی ہے۔ سب سے پہلے اسٹیفن (Stefan) نے چوتھی قوت کا کلیہ پیش کیا۔ اسٹیفن کے چوتھی قوت کے کلیہ کے مطابق ای جسم سے تمام طول موجوں کی وجہ سے مجموعی اشعاعی توانائی فی اکائی سکند فی اکائی رقبہ راست تناسب میں رہتی ہے۔



تپش مطلق کے چوتھی قوت کے یعنی

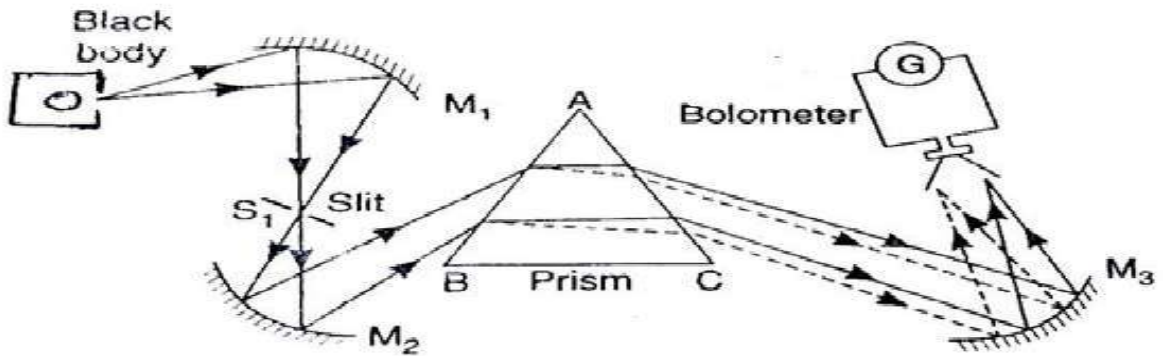
$$EaT^4$$

$$E = \sigma T^4$$

جہاں اسٹیفن کا مستقل  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ w/m}^2/\text{k}^4$

ایک سیاہ جسم سے مختلف طول موج اور مختلف تپش پر اشعاعی توانائی کی تقسیم کو 1899ء میں Lummer اور Pringshiem نے ایک تجربے کے ذریعے پیش کیا۔

انہوں نے برقی طور پر گرم کیے چیمبر جس کا شکاف (Aperture) تنگ تھا بطور سیاہ جسم استعمال کیا چیمبر کی تپش معلوم کرنے کے لیے ہوں نے حرارت جفت (Tehrmocouple) کا استعمال کیا۔ اس تجربے کی ترتیب کو شکل (15.2) میں دکھایا گیا ہے۔ سیاہ جسم 'O' سے ریڈییشن کو ایک مقعر آئینے  $M_1$  کے ذریعے ایک جھری (Slit) پر فوکس کیا گیا۔ اس جھری کو ایک دوسرے مقعر آئینے  $M_2$  کے فوکس پر رکھا جاتا ہے تاکہ  $M_2$  سے انعکاس کے بعد شعاع متوازی ہو جائے۔ اس متوازی شعاع کو ایک منشور Flurospar منشور ABC پر واقع کیا جاتا ہے۔ یہاں پر شیشے کا منشور استعمال نہیں جاتا کیونکہ وہ حراری اشعاع کو جذب کرتا ہے۔ یہ منشور اشعاع کا طیف پیدا کرتا ہے یعنی مختلف طول موج کا مختلف سمتوں میں انحراف عمل میں آتا ہے اس طرح خارجی منتشر اشعاع کو ایک تیسرے مقعر آئینے  $M_3$  پر واقع کیا جاتا ہے۔ یہ آئینہ مختلف طول موجوں کو مختلف زاویوں پر فوکس کرتا ہے۔ ان اشعاع کی کھوج (Detection)، اشعاع پیم (Bolometer) کے ذریعہ کی جاتی ہے۔ بولو میٹر میں ایک دو پیمائش دیا جاتا ہے۔ بول و میٹر انصرافی اشعاع کی حدت  $E_\lambda$  کو ظاہر کرتا ہے۔ اس کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ مقدار طول موج  $d_\lambda$  اور  $E_\lambda d_\lambda$  کے درمیان پائی جانے والی اشعاع کو توانائی کو ظاہر کرتی ہے۔ جس کا انحراف سیاہ جسم سے فی اکائی سکند فی اکائی رقبہ ہوتا ہے۔ طیف کے مختلف حصوں پر واقع طول موج کی پیمائش منشور کے انتشار نور کے ضابطہ سے کی جاتی ہے۔ طول موج کی اعظم قیمت (Maxima) کو حاصل کرنے کے لیے  $M_3$  کو ایک عمودی محور پر لٹکایا جاتا ہے اور بولو میٹر کے ذریعے مختلف طول موجوں کا (Maxima) حاصل کیا جاتا ہے۔

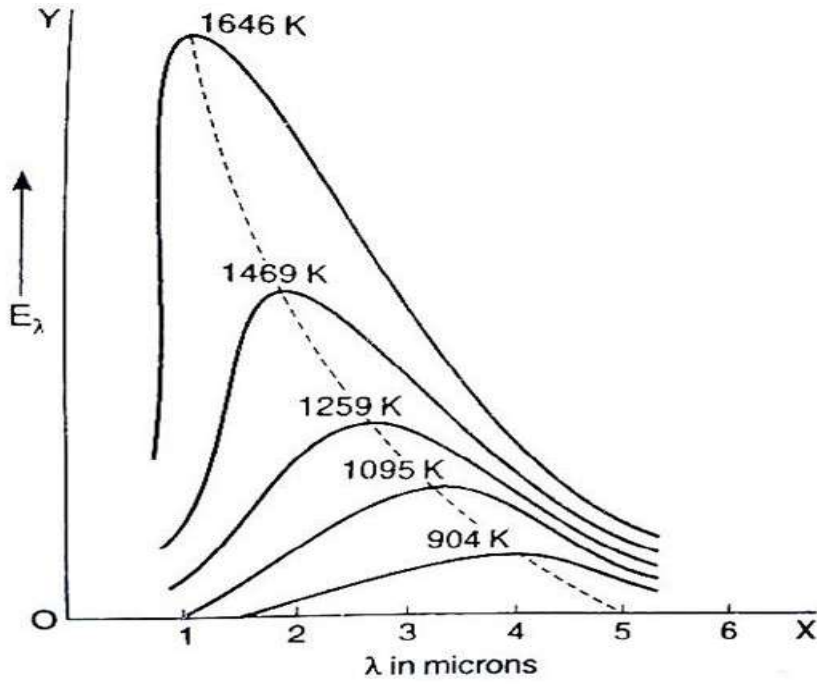


شکل (15.2)

اس تجربے کو ایک ہی طول موج کے لیے مختلف تپشوں پر دہرایا گیا ہے اور مختلف تپشوں پر طول موج  $\lambda$  اور اشعاعی توانائی  $E_\lambda$  کے درمیان ایک ترسیم کھینچی گئی اور حاصل شدہ ترسیم کو شکل (15.3) میں دکھایا گیا۔

ترسیم سے حاصل ہونے والی تجرباتی حقائق حسب ذیل ہیں۔

- ایک سیاہ جسم سے اشعاع کا اخراج کسی بھی تپش پر تمام طول موج کا مرکب ہوتا ہے۔
- دی ہوئی تپش پر توانائی تقسیم ہموار یکساں نہیں ہوتی۔ سیاہ جسم کی تپش میں اضافہ سے ہر ایک طول موج کی حدت میں اضافہ ہوتا ہے اس سے ظاہر ہے کہ تپش میں اضافے سے توانائی کی مجموعی مقدار کے اخراج میں فی اکائی سکند فی اکائی رقبہ اضافہ ہوتا ہے۔



شکل (15.3)

- کسی بھی محور پر مجموعی توانائی کا اشعاع مساوی ہوتا ہے متعلقہ تپش کی منحنی اور  $x$  محور کے درمیان کے رقبے کے۔ رقبہ میں اضافہ اسٹیفن کے کلیہ سے مطابقت رکھتا ہے۔

$$E = \int_0^{\infty} E_\lambda d\lambda = \sigma T^4$$

d. کم طول موج اور بہت زیادہ طول پر اشعاعی توانائی کے اخراج کی مقدار بھی کم ہوتی ہے۔ ایک خاص تپش پر طیفی اشعاع پر  $E_{\lambda}$  کی قیمت اعظم ترین ہوتی ہے اور متعلقہ اعظم ترین طول موج  $\lambda_m$  ہوتا ہے۔ زیادہ تر توانائی کا اخراج اسی طول موج  $\lambda_m$  کے آس پاس کے طول موج پر ہوتا ہے۔

e. اعظم ترین توانائی کا متعلقہ طول موج جس کو منحنی کی چھوٹی پر دکھایا گیا ہے۔ تپشوں میں اضافہ سے اس کا ہٹاؤ (Shift) کم طول موج کی طرف ہو جاتا ہے۔ اس کو دیکھنے کا نقل مکانی (ڈسپلینٹ) کا کلیہ کہتے ہیں اس کلیہ کے مطابق

$$\lambda_m \times T = \text{ایک}$$

اس سے ظاہر ہے کہ تپش میں اضافے سے ایک سیاہ جسم سے کم طول موج کے ریڈیئیشن کا اخراج عمل میں آتا ہے اور تپش مطلق T اور اعظم طول موج  $\lambda_m$  کا حاصل مستقل رہتا ہے۔

#### 15.4 حراری اشعاع کے کلیات (Laws of Thermal Radiations)

##### 1. کرچوف کا کلیہ (Kirchoff's Law)

اس کلیہ کے مطابق "دی ہوئی تپش پر اخراجی طاقت اور انجذابی طاقت کے درمیان نسبت دیے ہوئے طول موج پر ہر جسم کے لیے مساوی ہوتی ہے اور یہ مساوی ہوتی ہے اسی تپش پر ایک سیاہ جسم کے اخراجی طاقت کے۔ فرض کیجئے کہ ایک جسم ایک ہموار تپش پر ایک لفافہ (Enclosure) کے ساتھ حراری توازن میں ہے۔ فرض کیجئے کہ طول موج  $E_{\lambda}$  اور  $d\lambda + \lambda$  طول موج کے درمیان توانائی  $dQ_{\lambda}$  حرف تپش پر منحصر ہوتی ہے جو جسم کے اکائی رقبہ پر فی سکند واقع ہوتی ہے تب

جسم کی خارج کردہ توانائی = جسم کی جذب کردہ توانائی

$$a_{\lambda} dQ_{\lambda} = e_{\lambda} d\lambda$$

جہاں  $a_{\lambda}$  جسم کی انجذابی طاقت اور  $e_{\lambda}$  اخراجی طاقت ہے تب

$$\frac{e_{\lambda} dQ_{\lambda}}{a_{\lambda} d\lambda} = \text{ایک مستقل}$$

اسے کرچوف کا کلیہ کہتے ہیں۔

##### 2. اسٹیفن اور بولٹزمن کا کلیہ (Stefon's Boltzmanns Law)

اس کلیہ کے مطابق ایک سیاہ جسم سے فی سکند فی اکائی رقبہ اشعاعی توانائی کا اخراجی راست تناسب میں رہتا ہے تپش مطلق کی چوتھی قوت کے یعنی

$$EaT^4$$

$$E = \sigma T^4 \quad \text{یا}$$

$$5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4} = \sigma \text{ اسٹیفن کا مستقل}$$

یہ کلیہ اسی وقت کارآمد ہے جب کہ سیاہ جسم کے اطراف کا واسطہ خلا ہو۔

فرض کیجئے ایک سیاہ جسم  $B_1$  جس کی تپش مطلق  $T_1$  ہے اور دوسرے سیاہ جسم  $B_2$  سے گھرا ہے جس کی تپش مطلق  $T_1$  ہے تب

$$\sigma T_1^4 = \text{سیاہ جسم } B_1 \text{ کا نقصان حرارت}$$

$$\sigma T_2^4 = \text{سیاہ جسم } B_2 \text{ کی جذب کردہ حرارت}$$

سیاہ جسم سے  $B_1$  سے اصل (net) حرارت کی مقدار کا اخراج

$$\frac{dQ}{dt} = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

یہ اسٹیفن اور بولٹزمن کا کلیہ ہے۔

### 3. وین کا نقل مکانی (ڈسپلیسمنٹ) کلیہ (Wien's Displacement Law)

1896ء میں مختلف طول موجوں پر توانائی کی تقسیم کے مطالعہ کے دوران وین نے ثابت کیا کہ جسم کی تپش میں اضافے سے اعظم

ترین توانائی کا نقطہ کم طول موج کی جانب ہٹ جاتا ہے اس نے ثابت کیا کہ

$$\lambda_m T = b = \text{ایک مستقل}$$

جہاں  $\lambda_m$  سیاہ جسم سے اعظم ترین توانائی کا طول موج ہے۔ اس نے ثابت کیا کہ ایک سیاہ جسم سے اعظم ترین توانائی کا اخراج

راست تناسب میں رہتا ہے تپش مطلق کی پانچویں طاقت کے یعنی

$$(E_\lambda)_{max} \propto T^5$$

$$\frac{(E_\lambda)_{max}}{T^5} = \text{مستقل}$$

### 4. ریپلے-جینز کا کلیہ (Rayleigh - Jean's Law)

ریپلے جینز کے کلیہ کے مطابق حراری طیف میں توانائی کی تقسیم ذیل کی مساوات سے دی جاتی ہے۔

$$E_\lambda = \frac{8\pi K T}{\lambda^4}$$

جہاں  $K = \text{بولٹزمن کا مستقل}$

### 5. پلانک کا کلیہ (Plank's Law)

قدرتی (Quantum) نظریہ کی بنیاد پر پلانک نے حراری طیف میں توانائی کی تقسیم کا کلیہ اخذ کیا جو حسب ذیل ہے۔

$$E_{\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda KT} - 1)}$$

جہاں  $h$  پلانک کا مستقل  $C$  نور کی رفتار اور  $k$  بولٹز من کا مستقل ہے۔

یہ بات ذہن نشین رکھنی چاہئے کہ وین کا کلیہ کم طول موج اور ریلے جینز کا کلیہ طویل طول موج پر کررگرد ہے جب کہ پلانک کا کلیہ ہر دو طول موج کے لیے کارآمد ہے۔

## 15.5 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

اگر  $\lambda_m = 4900 \text{ \AA}$  اور وین مستقل  $0.292 \text{ cmk}$  ہو تو سورج کی تپش محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ  $\lambda_m = 4900 \text{ \AA} = 4900 \times 10^{-8} \text{ cm}$

$$b = 0.292 \text{ cm k}$$

وین کے نقل مکانی کلیہ کے مطابق

$$\lambda_m T = b$$

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{0.292}{4900 \times 10^{-8}}$$

$$T = \frac{0.292 \times 10^8}{4900} = 5963 \text{ k}$$

سورج کی تپش  $5963 \text{ k}$  ہے۔

### حل شدہ مثال 2

اگر وین کا مستقل  $b = 3 \times 10^{-10} \text{ mk}$  ہو اور سرخ رنگ کا اعظم طول موج  $7500 \text{ \AA}^0$  اور نیلگوں رنگ کا اعظم طول

$4800 \text{ \AA}^0$  ہو تو وہ تپش معلوم کیجئے جس پر ایک جسم سرخ اور ایک جسم نیلگوں نظر آئے گا۔

$$\lambda_m T = b \quad \text{حل:}$$

$$\lambda_{mRed} = 7500 \text{ \AA}^0 \text{ دیا گیا ہے کہ}$$

$$b = 3 \times 10^{-3} \text{ mk}$$

$$T_{Red} = ?$$

$$T_{Red} = \frac{b}{\lambda_{mRed}} = \frac{3 \times 10^{-3}}{7500 \times 10^{-10}}$$

$$T_{Red} = 4000 \text{ k}$$

$$T_{blue} = \frac{b}{\lambda_{mRed}} \quad \text{اسی طرح}$$

$$T_{blue} = \frac{3 \times 10^{-3}}{4800 \times 10^{-10}} = 6250k$$

$$T_{blue} = 6250K$$

حل شدہ مثال 3

ایک کرہ کا نصف قطر 50m ہے اور تپش 3000k ہے اور اخراجیت 0.3 ہے تب کرہ سے اخراج کی شرح معلوم کیجئے۔ اسٹیفن کا

$$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{wm}^{-2} \text{k}^{-4} \quad \text{مستقل}$$

حل: ایک جسم سے مجموعی توانائی کا اخراج فی سکنڈ

$$E = e\sigma T^4 A$$

دیا گیا ہے کہ  $r = 50m = 0.05m$ ,  $e = 0.3$ ,  $T = 3000k$  کرہ کا سطح رقبہ

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times (0.05)^2$$

$$T = 3000k \quad E = ?$$

$$E = e\sigma T^4 A$$

$$= 0.3 \times 5.7 \times 10^{-8} \times 4 \times \frac{22}{7} (0.05)^2 \times (3000)^4$$

$$E = 43280J$$

$$\text{اشعاع کی شرح} = 43280 \text{ Watt}$$

## 15.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- وہ تمام اجسام جن کی تپش فرمطلق سے زائد ہو ان سے حرارت کا اشعاع عمل میں آتا ہے۔
- ٹھوس اشیاء میں حرارت کی منتقلی کنڈکشن کے ذریعہ ہوتی ہے۔
- خلا میں بغیر کسی واسطے کے حرارت کی منتقلی ریڈیئیشن کے ذریعے ہوتی ہے۔
- سورج کی روشنی زمین کو ریڈیئیشن کے ذریعے پہنچتی ہے۔
- سورج سے حاصل ہونے والے ریڈیئیشن میں تمام طول موج ہوتے ہیں۔ یعنی انفراریڈ "VIBGYOR" اور الٹرا وائلیٹ شامل ہیں۔
- جب نور کی شعاع کسی شے پر واقع ہوتی ہے تب اس کا کچھ حصہ منعکس ہو جاتا ہے کچھ حصہ جذب ہو جاتا ہے اور کچھ حصہ ترسیل (Transmit) ہو جاتا ہے۔

- ایک ایسا جسم جو اس پر واقع ہونے والے تمام اشعاع کو جذب کرے، نہ کچھ انعکاس کرے اور نہ ترسیل، ایک کامل سیاہ جسم کہلاتا ہے۔
- ایک عام جس کے لیے  $a + r + t = 1$  جب کہ کامل سیاہ جسم کے لیے  $a = 1, t = 1, r = 0$
- سورج ایک کامل سیاہ جسم ہے۔
- ایک سیاہ جسم ایک بہترین جاذب اور بہترین اشعاع گر ہوتا ہے۔
- کوئی بھی جسم کامل سیاہ جسم نہیں ہوتا۔

### 15.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

- (تھر + مو + کپل) Thermocouple: دو مختلف دھاتوں پر مشتمل ایک بند دور جس میں دو جنتشن ہوتے ہیں ایک جنتشن کو گرم رکھا جاتا ہے جب کہ دوسرے کو ٹھنڈا رکھا جاتا ہے جس سے اس دور سے برقی رو گزرتی ہے جس کی پیمائش روپیہا کے ذریعہ کی جاتی ہے اسے حراری جفت کہتے ہیں۔
- (او + و + ٹون) Overtone: اعلیٰ تعدد یا بنیادی تعدد کا جز ضربی۔

### 15.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

#### 15.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. انجذابی طاقت اور اخراجی طاقت کی تعریف کیجئے۔
2. کامل سیاہ جسم سے کیا مراد ہے؟
3. کرچوف کے کلیہ کو بیان کیجئے۔
4. اسٹیفن۔ بولٹزمن کے کلیہ کو بیان کیجئے۔
5. 5 کامل سیاہ جسم کی کوئی دو مثالیں دیجئے۔
6. "بہترین جاذب بہترین خارج گر (Emitter) ہیں" یہ بیان کہلاتا ہے۔  
 (a) Prevost کا کلیہ (b) کرچوف کا کلیہ  
 (c) اسٹیفن کا کلیہ (d) وین کا کلیہ
7. ایک کامل سیاہ جسم کی انجذابی طاقت ہوتی ہے۔  
 (a) 2 (b) 0.5  
 (c) 1 (d)  $\infty$

8. ایک غیر موصل آئسو تھرمل انکلوژر کے لیے اسکے اندر ریڈیئیشن کی مقدار کا انحصار انکلوژر کی  
(a) تپش پر ہوتا ہے (b) دیواروں کی نوعیت پر ہوتا ہے

(c) مادے کی نوعیت پر ہوتا ہے (d) سب پر ہوتا ہے

9. سیاہ جسم کے طیف میں توانائی کی تقسیم کی وضاحت کس کلیہ کے ذریعہ بہتر انداز میں کی جاتی ہے؟

(a) پلاک کا کلیہ (b) دین کا کلیہ

(c) اسٹیفن کا کلیہ (d) کرچوف کا کلیہ

10. تپش 6000k کی پیمائش کے لیے کون سا آلہ استعمال کیا جاتا ہے۔

(a) بولومیٹر (b) ہیلمیم گیس تھرمامیٹر

(c) پائیرومیٹر (d) پلٹینم مزاحمت تھرمامیٹر

11. ایک کامل سیاہ جسم کے لیے  $a + r + t = 1$  تب

(a)  $t = 0.5, r = 0.5, a = 0$  (b)  $t = 0.25, r = 0.5, a = 0.5$

(c)  $t = 0, r = 0, a = 1$  (d)  $r = 0, t = 1, a = 0$

12. سرخ شیشے کو اتنا گرم کیا جائے کہ وہ سرخ ہو جائے تب یہ کیسا نظر آئے گا۔

(a) سبز (b) سفید

(c) سفید (d) Invisible

15.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. حراری اشعاع کیا ہے؟ اس کی چند خصوصیات بیان کیجئے۔

2. Ferry کے سیاہ جسم کو بیان کیجئے۔

3. بلیک باڈی کیا ہے؟ بلیک باڈی کے ریڈیئیشن میں توانائی کی تقسیم کو بیان کیجئے۔

4. ایک جسم سے ریڈیئیشن اور تپش کو جوڑنے والے کلیات بیان کیجئے۔

15.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ایک سیاہ جسم کے اہم خدو خال بیان کیجئے۔ وین کے نقل مکانی کلیہ کو بیان کیجئے اور اخذ کیجئے۔

2. ایک سیاہ جسم سے اشعاع کی توانائی کی تقسیم کے لیے پلانک کا کلیہ اخذ کیجئے۔



15.8.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. وہ تپش معلوم کیجئے جس پر ایک سیاہ جسم کی نقصان توانائی کی شرح  $1w/cm^2$  ہے۔

دیا گیا ہے کہ  $\sigma = 5.6 \times 10^{-8} w/m^2 k^4$  (جواب: 650k)

2. ایک لوہے کی بھٹی سے فی گھنٹہ  $1.53 \times 10^6$  کیلوری کا اشعاع ایک شکاف کے ذریعہ عمل میں آتا ہے۔ جس کا تراش عمودی

کارقبہ  $10^{-4} m^2$  ہے۔ اگر بھٹی کی اضافی اخراجیت (e) کی قیمت 0.8 ہے تو بھٹی کی تپش محسوب کیجئے دیا گیا ہے کہ

$\sigma = 5.6 \times 10^{-8} mks$  (جواب: 2500k)

---

15.9 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

---

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.

# اکائی 16 - حراری اشعاع کے کلیات

(Laws of Thermal Radiations)

اکائی کے اجزا

تمہید	16.0
مقاصد	16.1
حراری اشعاع کے کلیات	16.2
دین کا نقل مکانی کلیہ	16.3
حل شدہ مثالیں	16.4
اکتسابی نتائج	16.5
کلیدی الفاظ	16.6
نمونہ امتحانی سوالات	16.7
معروضی جوابات کے حامل سوالات	16.7.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	16.7.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	16.7.3
غیر حل شدہ سوالات	16.7.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	16.8

تھرمل تابکاری برقی مقناطیسی تابکاری ہے جو مادے میں ذرات کی حرارتی حرکت سے پیدا ہوتی ہے۔ حرارتی تابکاری تب پیدا ہوتی ہے جب مادے میں چارجز کی حرکت سے حرارت (معالے کی عام شکلوں میں الیکٹران اور پروٹون) برقی مقناطیسی تابکاری میں تبدیل ہوتی ہے۔ مطلق صفر سے زیادہ درجہ حرارت کے ساتھ تمام مادے تھرمل تابکاری خارج کرتے ہیں۔ کمرے کے درجہ حرارت پر، زیادہ تر اخراج انفراریڈ (IR) سپیکٹرم میں ہوتا ہے۔ جانوروں کے ذریعے خارج ہونے والی انفراریڈ شعاعیں (ایک اور کت کیمرے سے قابل شناخت) اور کائناتی مائکروویو پس منظر کی تابکاری تھرمل تابکاری کی مثالیں ہیں۔ اگر کوئی تابکاری آجیکٹ تھر موڈینامک توازن میں سیاہ جسم کی جسمانی خصوصیات کو پورا کرتی ہے، تو تابکاری کو بلیک باڈی ریڈی ایشن کہا جاتا ہے۔ پلانک کا قانون بلیک باڈی ریڈی ایشن کے سپیکٹرم کی وضاحت کرتا ہے، جو کہ صرف چیز کے درجہ حرارت پر منحصر ہے۔ وین کے نقل مکانی کا قانون خارج ہونے والی تابکاری کی ممکنہ تعدد کا تعین کرتا ہے، اور اسٹیفن بولٹز مین قانون تابناک شدت دیتا ہے۔

تھرمل ریڈی ایشن تمام مادے سے برقی مقناطیسی موجیں کا اخراج ہے جس کا درجہ حرارت مطلق صفر سے زیادہ ہوتا ہے۔ تھرمل تابکاری تھرمل توانائی کے برقی مقناطیسی توانائی میں تبدیل ہونے کی عکاسی کرتی ہے۔ حرارتی توانائی مادے میں ایٹموں اور مالیکیولوں کی بے ترتیب حرکت کی حرکی توانائی ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ حرارت کی منتقلی کے دو طریقوں کنڈکشن اور کنوژن میں ایک مادی واسطے کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس کے برعکس حرارت کی منتقلی کا ایک ایسا طریقہ جس میں کسی مادی واسطے کی ضرورت نہ ہو اشعاع حرارت کہلاتا ہے ہم جانتے ہیں کہ زمین اور سورج کے درمیانی خالی فضا ہے کوئی مادی واسطہ نہیں ہے اس کے باوجود سورج سے حرارت روشنی کی شکل میں زمین کو پہنچتی ہے۔ اس لیے کسی جسم سے اشعاع حرارت کا وہ طریقہ جو اس کی تپش کے باعث ہو اور اس میں واسطے کا کوئی دخل نہ ہو ریڈی ایشن کہلاتا ہے۔

تھرمل ریڈی ایشن کی خصوصیات حسب ذیل ہیں

- i. یہ خلا یا ہوا میں نور کی رفتار سے حرکت کرتی ہیں۔
- ii. یہ نور کی طرح خط مستقیم میں حرکت کرتی ہیں۔
- iii. یہ انعکاس، انعطاف اور کلی داخلی انعکاس اور نور کے دوسرے کلیات کی پابندی کرتی ہیں۔
- iv. یہ جس سطح پر واقع ہوتی ہیں اس پر ہلکا سا عائد کرتی ہیں جسے حرارتی اشعاع کا دباؤ کہتے ہیں۔
- v. یہ معکوس مربع کے کلیہ کی پابندی کرتی ہیں۔

یہ اکائی میں اس بات کی وضاحت کی گئی ہے کہ:

- حراری اشعاع کے کلیات کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔
- دین کا نقل مکانی کلیہ پر بھی بحث کریں گے۔

## 16.2 حراری اشعاع کے کلیات (Laws of Thermal Radiations)

### 1. کرچوف کا کلیہ (Kirchoff's Law)

اس کلیہ کے مطابق "دی ہوئی تپش پر اخراجی طاقت اور انجذابی طاقت کے درمیان نسبت دیے ہوئے طول موج پر ہر جسم کے لیے مساوی ہوتی ہے اور یہ مساوی ہوتی ہے اسی تپش پر ایک سیاہ جسم کے اخراجی طاقت کے۔

فرض کیجئے کہ ایک جسم ایک ہموار تپش پر ایک لفاف (Enclosure) کے ساتھ حراری توازن میں ہے۔ فرض کیجئے کہ طول موج  $E_{\lambda}$  اور  $d\lambda + \lambda$  طول موج کے درمیان توانائی  $dQ_{\lambda}$  حرف تپش پر منحصر ہوتی ہے جو جسم کے اکائی رقبہ پر فی سکند واقع ہوتی ہے تب



$$a_{\lambda} dQ_{\lambda} = e_{\lambda} d\lambda$$

جہاں  $a_{\lambda}$  جسم کی انجذابی طاقت اور  $e_{\lambda}$  اخراجی طاقت ہے تب

$$\frac{e_{\lambda} dQ_{\lambda}}{a_{\lambda} d\lambda} = \text{مستقل}$$

اسے کرچوف کا کلیہ کہتے ہیں۔

### 2. اسٹیفن اور بولٹزمن کا کلیہ (Stefon's Boltzmanns Law)

اس کلیہ کے مطابق ایک سیاہ جسم سے فی سکند فی اکائی رقبہ اشعاعی توانائی کا اخراجی راست تناسب میں رہتا ہے تپش مطلق کی چوتھی قوت کے یعنی

$$EaT^4$$

$$E = \sigma T^4$$

جہاں  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} Wm^{-2}k^{-4}$  اسٹیفن کا مستقل

یہ کلیہ اسی وقت کارآمد ہے جب کہ سیاہ جسم کے اطراف کا واسطہ خلا ہو۔

فرض کیجئے ایک سیاہ جسم  $B_1$  جس کی تپش مطلق  $T_1$  ہے اور دوسرے سیاہ جسم  $B_2$  سے گھرا ہے جس کی تپش مطلق  $T_1$  ہے تب

$$\sigma T_1^4 = \text{سیاہ جسم } B_1 \text{ کا نقصان حرارت}$$

$$\sigma T_2^4 = \text{سیاہ جسم } B_2 \text{ کی جذب کردہ حرارت}$$

سیاہ جسم سے  $B_1$  سے اصل (net) حرارت کی مقدار کا اخراج

$$\frac{dQ}{dt} = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

یہ اسٹیفن اور بولٹزمن کا کلیہ ہے۔

3. وین کا نقل مکانی (ڈسپلیسمنٹ) کلیہ (Wien's Displacement Law)

1896ء میں مختلف طول موجوں پر توانائی کی تقسیم کے مطالعہ کے دوران وین نے ثابت کیا کہ جسم کی تپش میں اضافے سے اعظم ترین توانائی کا نقطہ کم طول موج کی جانب ہٹ جاتا ہے اس نے ثابت کیا کہ

$$\lambda_m T = b = \text{مستقل}$$

جہاں  $\lambda_m$  سیاہ جسم سے اعظم ترین توانائی کا طول موج ہے۔ اس نے ثابت کیا کہ ایک سیاہ جسم سے اعظم ترین توانائی کا اخراج

راست تناسب میں رہتا ہے تپش مطلق کی پانچویں طاقت کے یعنی

$$(E_\lambda)_{max} a T^5$$

$$\frac{(E_\lambda)_{max}}{T^5} = \text{مستقل}$$

4. ریلے۔ جینز کا کلیہ (Rayleigh – Jean's Law)

ریلے جینز کے کلیہ کے مطابق حراری طیف میں توانائی کی تقسیم ذیل کی مساوات سے دی جاتی ہے۔

$$E_\lambda = \frac{8\pi K T}{\lambda^4}$$

جہاں  $K = \text{بولٹزمن کا مستقل}$

5. پلانک کا کلیہ (Plank's Law)

قدرتی (Quantum) نظریہ کی بنیاد پر پلانک نے حراری طیف میں توانائی کی تقسیم کا کلیہ اخذ کیا جو حسب ذیل ہے۔

$$E_\lambda = \frac{8\pi h c}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda K T} - 1)}$$

جہاں  $h$  پلانک کا مستقل  $C$  نور کی رفتار اور  $k$  بولٹزمن کا مستقل ہے۔

یہ بات ذہن نشین رکھنی چاہئے کہ وین کا کلیہ کم طول موج اور ریلے جینز کا کلیہ طویل طول موج پر کررگرد ہے جب کہ پلانک کا

کلیہ ہر دو طول موج کے لیے کارآمد ہے۔

### 16.3 وین کا نقل مکانی کا کلیہ (Wein Displacement Law)

ہم پڑھ چکے ہیں کہ جب سیاہ جسم کے اشعاع کو ایک منشور سے گزارا جاتا ہے تو ایک مسلسل طیف حاصل ہوتا ہے اور توانائی کی تقسیم مختلف طول موجوں میں ہوتی ہے جن کی قیمت صفر سے لامتناہی کے درمیان ہوتی ہے۔ وہ کلیہ جو طول موج اور حدت میں تعلق جوڑتا

ہے سیاہ جسم کے اشعاع کی حدت کا تقسیمی کلیہ کہلاتا ہے۔ وین نے حرکیاتی طور پر اخذ کیا کہ جب جسم کی تپش میں اضافہ ہوتا ہے تب اعظم توانائی کارجمان کم طول موج کی طرف ہوتا ہے۔ وین ڈسپلمنٹ کلیہ کے مطابق اعظم توانائی کا طول موج  $\lambda_m$  اور تپش مطلق  $T$  کا حاصل ضرب مستقل رہتا ہے۔

$$\lambda_m T = \text{ایک مستقل}$$

یعنی

یا

$$\lambda_m T = b$$

جہاں  $b$  وین ڈسپلمنٹ مستقل کہلاتا ہے جس کی قیمت  $0.2896 \times 10^{-2} mK$  ہے۔

مساوات کا اخذ کرنا (Deduction of the Law):

ایک کروی انکلوژر پر غور کیجئے جس کی دیواریں کامل انعکاسی ہیں جو فٹ بال کے اندرونی ٹیوب کے طرح بیرونی طور پر نصف قطری (Radially) شکل میں پھیلنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔ فرض کیجئے اسے تپش  $T$  پر سیاہ جسم کی اشعاع سے بھرا گیا جس کی کثافت توانائی ہے۔ اگر انکلوژر کا حجم  $V$  ہو تب اشعاع کی مجموعی اندرونی توانائی  $U$  ہوگی۔

$$U = uV \quad \text{-----}(16.1)$$

ہم تصور کریں گے کہ انکلوژر کی دیواریں بیرونی طور پر حرکت کرتی ہیں جس کی وجہ سے اندرونی اشعاع ایڈیا بیٹک طور پر پھیلتا ہے تب اشعاع کے دباؤ کا انکلوژر کی دیواروں پر انجام دیا ہوا کام  $PdV$  ہوگا۔ فرض کیجئے کہ  $dU$  اشعاع کی اندرونی توانائی میں کمی ہے۔ تب تھر موڈ انٹناک کے پہلے کلیہ کے مطابق

$$dU + PdV = dQ = 0 \quad \text{-----}(16.2)$$

(: ایڈیا بیٹک طریق میں  $dQ$  صفر ہوتا ہے)

گیسوں کے نظریہ تحرک کی بنا پر ہم جانتے ہیں کہ عائد کردہ دباؤ  $P$  توانائی کی کثافت کا  $1/3$  ہوتا ہے۔

$$P = \frac{1}{3} u \quad \text{-----}(16.3)$$

$U$  اور  $P$  کی قیمتیں مساوات (16.1) اور (16.2) سے مساوات (16.3) میں درج کرنے پر

$$d(uV) + \frac{1}{3} u dV =$$

$$u dV + V du + \frac{1}{3} u dV = 0$$

$$\frac{4}{3} u dV + V du = 0$$

$$\frac{4}{3} \frac{dV}{V} + \frac{du}{u} = 0 \quad \text{سے تقسیم کرنے پر}$$

$$\frac{4}{3} \log_e V + \log_e u = 0 \quad \text{تکملہ لینے پر}$$

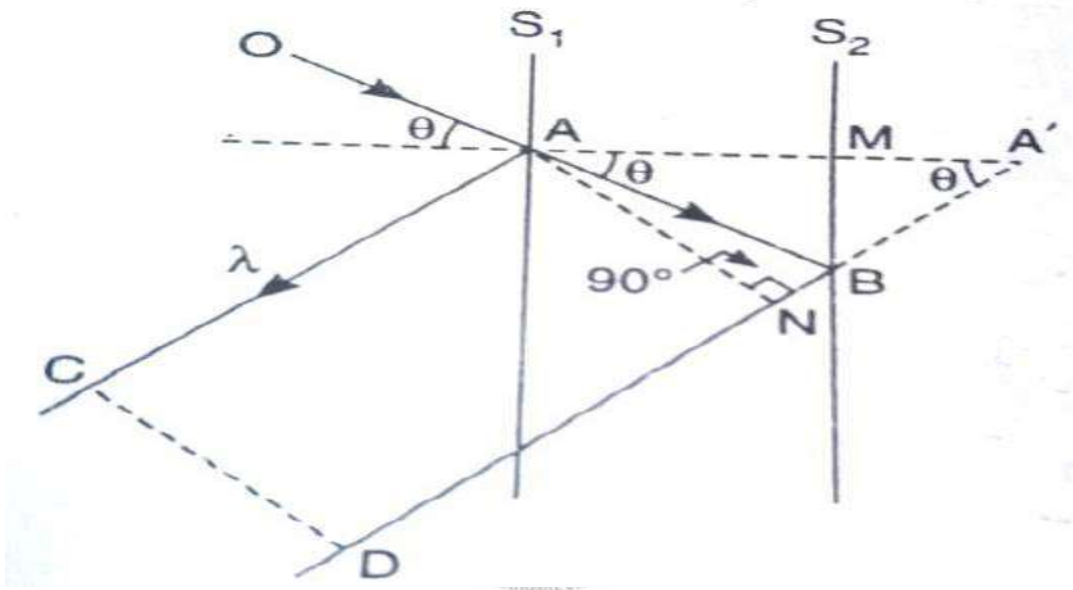
ایک مستقل  $V^{4/3}u$

اسٹیفن کے کلیہ کے مطابق  $u = \sigma T^4$  جہاں  $\sigma =$  اسٹیفن مستقل ہے۔

$$V^{4/3}\sigma T^4 = \text{مستقل}$$

$$V^{4/3}T^4 = \text{مستقل} \text{-----}(16.3A)$$

انکلوژر میں بھرا ہوا اشعاع دیواروں کی حرکت کی وجہ سے مسلسل انعکاس میں رہتا ہے۔ ڈاپلر کے اثر کے مطابق ایک متحرک جسم کا طول موج ظاہری طور پر تبدیل ہوتا ہے۔ جس کی پیمائش ہم حسب ذیل طریقے سے کریں گے۔



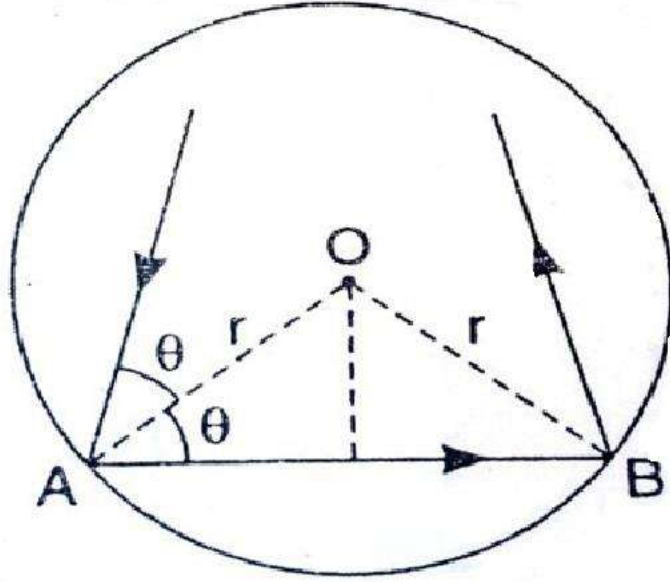
شکل (16.1)

شکل (16.1) پر غور کیجئے فرض کیجئے OA ایک اشعاع ہے جس کا طول موج  $\lambda$  ہے اور جو زاویہ  $\theta$  سے دیوار کی پوزیشن  $S_1$  پر واقع ہوتی ہے۔ ایک خاص موج کا فراز (Crest) دیوار سے A سے ٹکراتا ہے اور AC کے راستے منعکس ہوتا ہے تب  $AC = \lambda$  ہو گا۔ جب منعکس موج کا فراز C پر پہنچے گا تب دوسرے پ موج کا فراز وقت T میں A پر پہنچے گا۔ جہاں T موج کا وقت دوراں ہے جب دوسرا فراز A پر پہنچے گا تب دیوار فاصلہ AM طے کر چکی ہوتی ہے جو  $\nu T$  کے مساوی ہو گا جہاں  $\nu$  دیوار کے پھیلاؤ کی رفتار ہے۔ اب فراز نقطہ B سے منعکس ہو کر نئی پوزیشن  $S_2$  پر پہنچتا ہے جس کی قیمت BD ہوگی تب  $AB + BD = \lambda_1$  جو طول موج میں تبدیلی کو ظاہر کرتا ہے۔

$$\begin{aligned} d\lambda &= \lambda_1 - \lambda = (AB + BD) - AC \\ &= (AB + BN + ND) - AC \quad (\because ND = AC) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& AB + BN \quad (AB = AB') \\
& \quad AB + BN \\
& \quad AB' + BN \\
& = AN' = AA' \cos \theta \quad \left( \because T = \frac{\lambda}{c} \right) \\
& \quad 2AM \cos \theta \\
& \quad 2vT \cos \theta \\
& = 2v \frac{\lambda}{c} \cos \theta \quad \text{-----(16.3B)}
\end{aligned}$$

جہاں C نور کی رفتار ہے۔



شکل (16.2)

کروی انکلوژر کی ہر شعاع کا مکرر (Repeated) انعکاسی عمل ہوتا ہے ایک واحد شعاع کا راستہ شکل (16.2) میں دکھایا گیا ہے۔

شکل سے ظاہر ہے کہ دو متواتر انعکاس A اور B کے درمیان موج کا طے کردہ فاصلہ  $2r \cos \theta$

$$\text{اس کے لیے ایک سکنڈ میں انعکاس کی مقدار} = \frac{c}{2r \cos \theta}$$

$$\text{وقت dt میں انعکاس کی تعداد} = \frac{cdt}{2r \cos \theta}$$

وقت dt میں طول موج میں تبدیلی  $d\lambda$  کی قیمت ہوگی۔

$$\therefore d\lambda = \text{وقت dt میں انعکاس کی تعداد} \times \text{ایک انعکاس میں موج میں تبدیلی}$$



$$d\lambda = \frac{2v\lambda \cos \theta}{c} \times \frac{cdt}{2r \cos \theta} = \frac{v\lambda}{r} dt$$

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{vdt}{r} = \frac{dr}{dt} \frac{dr}{r} = \frac{dr}{r} \left( \because v = \frac{dr}{dt} \right)$$

$$\log_e \lambda = \log_e r + \log_e C \quad \text{تعمیر لینے پر (مستقل)}$$

$$\lambda = rc$$

یا

$$\frac{\lambda}{r} = \text{مستقل}$$

$$V^{1/3}T = \text{مستقل} \quad \text{----- (16.3C) مساوات (15.4A) سے}$$

$$\text{لیکن کرہ کا حجم} = \frac{4}{3} \Pi r^3$$

$$\left( \frac{4}{3} \Pi r^3 \right)^{1/3} T = \text{مستقل}$$

$$\frac{4}{3} \Pi r T = \text{مستقل}$$

$$rT = \text{مستقل} \quad \text{----- (16.3D)}$$

مساوات (16.3C) اور (16.3D) پر

$$\frac{\lambda}{r} rT = \text{مستقل}$$

$$\lambda T = \text{مستقل} = \lambda' T' \quad \text{----- (16.3E)}$$

اس طرح ایک مخصوص طول موج کی اشعاع کو ایک خاص تپش پر ایڈیا بیٹک طریقے سے دوسرے طول موج میں تبدیل کیا جائے تب تپش میں تبدیلی معکوس نسبت میں ہوتی ہے۔ ریاضی شکل میں یہ مساوات یہ ظاہر کرتی ہے کہ تپش میں اضافہ سے اخراجی اشعاع کی اعظم حدت کم تر طول موج کے حصے کی طرف منتقل ہو جاتی ہے اس کو وین ڈسپلمنٹ کا کلیہ کہتے ہیں۔

وین ڈسپلمنٹ کلیہ کی دوسری شکل (Another Form of Wien Displacement Law):

فرض کیجئے کہ کروئی چیمبر میں وہ موجیں جن کا طول موج  $\lambda$  اور  $d\lambda + \lambda$  کے درمیان ہے۔ علاحدہ (Isolated) ہیں اور ان کو ایڈیا بیٹک طور پر پھیلنے دیا گیا تب ان کی توانائی  $U$  کو  $U\lambda d\lambda$  سے ظاہر کیا جاتا ہے تب  $\lambda$  اور  $d\lambda$  دونوں میں جو تبدیلی واقع ہوگی تھر مو ڈائنامک کلہ کی رو سے۔

$$d(U_\lambda \times d_\lambda) + PdV = 0$$

$$d(U_\lambda V d_\lambda) + \frac{1}{3} U_\lambda d_\lambda dV = 0 \left( \because P = \frac{1}{3} U_\lambda d_\lambda \right)$$

$$V d(U_\lambda d_\lambda) + u_\lambda d_\lambda dV + \frac{1}{3} U_\lambda d_\lambda dV = 0$$

$$V d(U_\lambda d_\lambda) + \frac{4}{3} U_\lambda d_\lambda dV = 0$$

$$\frac{d(U_\lambda d_\lambda)}{U_\lambda d_\lambda} = -\frac{3}{4} \times \frac{dV}{V} = -4 \frac{dr}{r}$$

$$\because V = \frac{4}{3} \Pi r^3$$

$$dV = \frac{4}{3} \Pi r^2 dr$$

$$\left( \because \frac{dV}{dV} = 3 \frac{dr}{r} \right)$$

تکلیف لینے پر

$$\log_e (U_\lambda d_\lambda) + 4 \log_e r = \log_e C \text{ (مستقل)}$$



$$U_\lambda d_\lambda r^4 = \text{مستقل}$$

$$U_\lambda d r r^4 \text{ مستقل } (\because \lambda a r \text{ یا } d \lambda a d r)$$

$$U_\lambda r^5 \text{ مستقل } \text{تکلیف لینے پر}$$

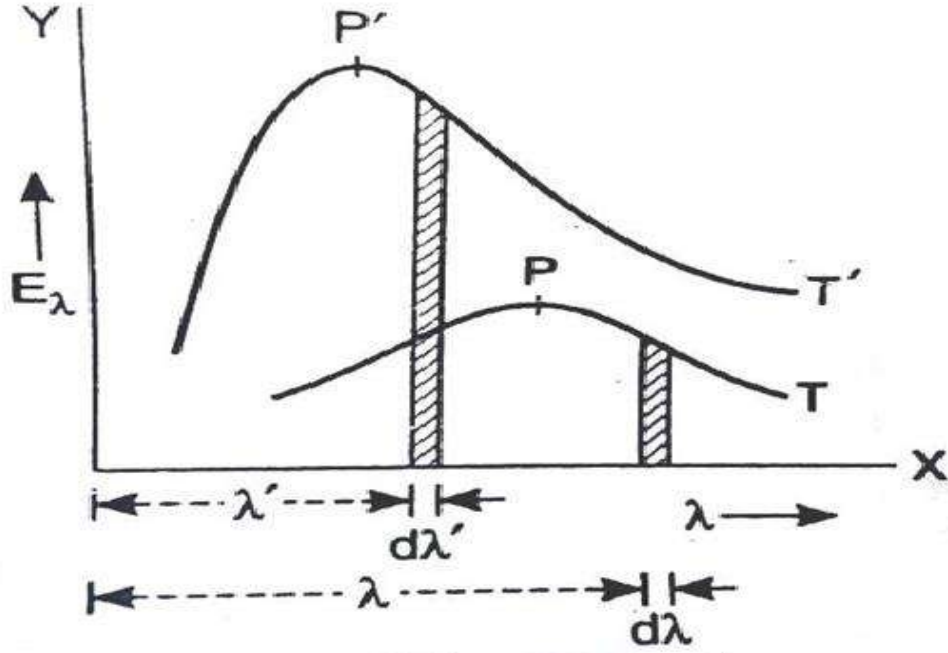
$$U_\lambda T^{-5} = \text{مستقل } (\because r a \frac{1}{T} \text{ سے (D) مساوات})$$

چونکہ  $E_\lambda$  راست تناسب میں ہوتا ہے کثافت توانائی کے  $U_\lambda$  کے لہذا

$$E_\lambda T^{-5} \text{ مستقل} = E'_\lambda T^{-5} \text{ ----- (16.3F)}$$

$$\frac{E_\lambda}{E'_\lambda} = \frac{T^5}{T'^5} \quad \text{یا}$$

تجرباتی طور پر کسی بھی تیش  $T$  پر مختلف طول موجوں ( $\lambda$ ) کے درمیان توانائی  $E_\lambda$  کی تقسیم  $\lambda$  — — —  $E_\lambda$  ترسیم سے کی جاتی ہے۔ جسے شکل (16.3) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (16.3)

اس منحنی کی مدد سے کسی بھی بلند تپش T کی منحنی حاصل کی جاسکتی ہے اس کو حاصل کرنے کے لیے ذیل کی نسبت میں  $(\lambda)$  محور Abscissa کی قیمت کم کر دی جاتی ہے۔

$$\frac{T}{T'} \text{ چونکہ } \left( \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{T}{T'} \right)$$

اور متعلقہ y محور Ordinate میں  $E\lambda$  کی نسبت میں اضافہ کرنے پر

$$\left( \frac{T'}{T} \right)^5 \text{ چونکہ } \left( \frac{E'\lambda}{E\lambda} = \left( \frac{T'}{T} \right)^5 \right)$$

طول موج کے وقفہ  $d\lambda$  میں بھی کمی کی نسبت  $\left( \frac{T}{T'} \right)$  ہوگی اس طرح حاصل ہونے والی نئی منحنی بڑی لیکن پتلی (Narrower) ہوگی مجموعی رقبہ جو وحدت کی نمائندگی کرتا ہے اس کی تبدیلی کی نسبت ہوگی۔

$$\frac{T}{T'} \left( \frac{T'}{T} \right)^5 = \left( \frac{T'}{T} \right)^4$$

یہ مشاہدہ کیا گیا کہ T کی منحنی میں چوٹی کے نقطہ P کے مماثل T منحنی میں چوٹی کا نقطہ P' ہوگا۔ اس طرح کہ

$$\lambda_m T = \lambda'_m T' \text{ مستقل}$$

جہاں  $\lambda_m$  اور  $\lambda'_m$  تپش T اور T' پر اعظم اخراج کے متعلقہ طول موج ہیں۔

حل شدہ مثال 1

ایک جسم جس کی تپش  $1500k$  ہے  $20000\text{\AA}$  طول موج پر اعظم توانائی خارج کرتا ہے۔ اگر سورج سے اعظم توانائی کا

اخراج  $5500\text{\AA}$  پر ہوتا ہو تو سورج کی تپش معلوم کیجئے۔

حل: وین کے نقل مکانی کلیہ کے مطابق

$$l_m T = \text{مستقل}$$

$$\lambda_m T = \lambda'_m T' \quad \text{یا}$$

$$T = 1500k \quad \lambda_m = 20000\text{\AA} \quad \text{دیا گیا ہے کہ}$$

$$\lambda_m T / \lambda'_m = T'$$

$$T' = 5454k$$

حل شدہ مثال 2

ایک سیاہ جسم کی تپش  $1127C^0$  ہے اس سے اعظم طول موج کا اشعاع عمل میں آتا ہے۔ جس کی قیمت 2 مائیکرون ہے اگر

چاند کی اعظم توانائی کا طول موج 14 مائیکرون ہو تو چاند کی تپش معلوم کیجئے۔

حل: وین کے ڈسپلیمینٹ کلیہ کے مطابق

$$\lambda_m T = \lambda'_m T'$$

$$\lambda_m = 2\text{micron} = 2 \times 10^{-6}m$$

$$\lambda'_m = 14\text{micron} = 14 \times 10^{-6}m$$

$$T = 1127 + 273 = 1400k$$

$$T' = ?$$

$$T' = \frac{\lambda_m T}{\lambda'_m} = \frac{2 \times 10^{-6} \times 1400}{14 \times 10^{-6}}$$

$$T' = 200k$$

$$\text{چاند کی تپش} = 200 - 273$$

$$= -173^0C$$

### حل شدہ مثال 3

اگر وین کا مستقل  $b = 3 \times 10^{-10} mk$  ہو اور سرخ رنگ کا اعظم طول موج  $7500A^0$  اور نیلگوں رنگ کا اعظم طول  $4800A^0$  ہو تو وہ تپش معلوم کیجئے جس پر ایک جسم سرخ اور ایک جسم نیلگوں نظر آئے گا۔

$$\lambda_m T = b \quad \text{حل:}$$

$$\lambda_{mRed} = 7500A^0 \quad \text{دیا گیا ہے کہ}$$

$$b = 3 \times 10^{-3} mk$$

$$T_{Red} = ?$$

$$T_{Red} = \frac{b}{\lambda_{mRed}} = \frac{3 \times 10^{-3}}{7500 \times 10^{-10}}$$

$$T_{Red} = 4000k$$

$$T_{blue} = \frac{b}{\lambda_{mRed}} \quad \text{اسی طرح}$$

$$T_{blue} = \frac{3 \times 10^{-3}}{4800 \times 10^{-10}} = 6250k$$

$$T_{blue} = 6250K$$

### حل شدہ مثال 4

ایک کرہ کا نصف قطر 50m ہے اور تپش 3000k ہے اور اخراجیت 0.3 ہے تب کرہ سے اخراج کی شرح معلوم کیجئے۔ اسٹیفن کا

$$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{wm}^{-2} k^{-4} \quad \text{مستقل}$$

حل: ایک جسم سے مجموعی توانائی کا اخراج فی سکنڈ

$$E = e\sigma T^4 A$$

$$\text{دیا گیا ہے کہ } 4\pi r^2, e = 0.3, r = 5cm = 0.05m \text{ کرہ کا سطح رقبہ}$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (0.05)^2$$

$$T = 3000k \quad E = ?$$

$$E = e\sigma T^4 A$$

$$= 0.3 \times 5.7 \times 10^{-8} \times 4 \times \frac{22}{7} (0.05)^2 \times (3000)^4$$

$$E = 43280J$$

$$\text{اشعاع کی شرح} = 43280 \text{ Watt}$$

## 16.5 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- وہ تمام اجسام جن کی تپش فرمطلق سے زائد ہو ان سے حرارت کا اشعاع عمل میں آتا ہے۔
- ٹھوس اشیاء میں حرارت کی منتقلی کنڈکشن کے ذریعہ ہوتی ہے۔
  - سورج کی روشنی زمین کو ریڈی ایشن کے ذریعہ پہنچتی ہے۔
  - سورج ایک کامل سیاہ جسم ہے
  - ایک سیاہ جسم ایک بہترین جاذب اور بہترین اشعاع گر ہوتا ہے۔
  - کوئی بھی جسم کامل سیاہ جسم نہیں ہوتا۔
  - ایک سیاہ جسم سے توانائی کی تقسیم کو بیان کرنے کے لیے مختلف طبیعیات دانوں نے مختلف کلیات پیش کیے۔
  - پلانک کے کلیہ کے مطابق ایک جسم سے اشعاع کا اخراج توانائی کی اکائی  $h\nu$  کا جز ضربی ہوتا ہے۔ اس توانائی کی اکائی کت قدر یہ (کو انٹم) کہتے ہیں۔
  - کاسیکل طبیعیات طبعی مظاہر جیسے ضیائی برقی اثر، کامپن اثر وغیرہ کی توضیح نہیں کر سکی۔
  - پلانک کے کلیہ کے ذریعہ آئین اسٹائن نے ضیائی برقی اثر، حرارت نوعی، کامپن نے x-ray کے بکھر او اور بوہر نے جوہر کی ساخت کی کامیابی سے توضیح کی۔

## 16.6 کلیدی الفاظ (Keywords)

- (تھر + مو + کپل) Thermocouple: دو مختلف دھاتوں پر مشتمل ایک بند دور جس میں دو جٹکشن ہوتے ہیں ایک جٹکشن کو گرم رکھا جاتا ہے جب کہ دوسرے کو ٹھنڈا رکھا جاتا ہے جس سے اس دور سے برقی رو گزرتی ہے جس کی پیمائش روپما کے ذریعہ کی جاتی ہے اسے حراری جفت کہتے ہیں۔
- (او + و + ٹون) Overtone: اعلیٰ تعدد یا بنیادی تعدد کا جز ضربی۔
- (فلو + رو + اسپار) Flurite: Flurospar کی ایک معدنی شکل یہ uv اور IR کو جذب نہیں کرتا۔

## 16.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 16.7.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. کامل سیاہ جسم سے کیا مراد ہے؟
2. کرچوف کے کلیہ کو بیان کیجئے۔

3. اسٹیفن۔ بولٹر من کے کلیہ کو بیان کیجئے۔
4. انوکاسیت اور اخراجیت کی تعریف کیجئے۔
5. کامل سیاہ جسم کی کوئی دو مثالیں دیجئے۔
6. "بہترین جذب بہترین خارج گر (Emitter) ہیں" یہ بیان کہلاتا ہے۔
- (a) Prevost کا کلیہ (b) کرچوف کا کلیہ
- (c) اسٹیفن کا کلیہ (d) وین کا کلیہ
7. ایک کامل سیاہ جسم کی انجذابی طاقت ہوتی ہے۔
- 0 (a) 0.5 (b)
- 1 (c)  $\infty$  (d)
8. ایک غیر موصل آئسو تھرمل انکلوژر کے لیے اسکے اندر ریڈی ایشن کی مقدار کا انحصار انکلوژر کی
- (a) تپش پر ہوتا ہے (b) دیواروں کی نوعیت پر ہوتا ہے
- (c) مادے کی نوعیت پر ہوتا ہے (d) سب پر ہوتا ہے
9. ایک بلب کے فلیمنٹ کو کس شرح سے توانائی مہیا کی جائے کہ اس کی تپش 3600k ہو جائے جب کہ اس کی توانائی کی شرح
- 16w اور تپش 1800k ہے۔
- 4w (a) 64w (b)
- 1282(c) 256w (d)
10. تپش 6000k کی پیمائش کے لیے کون سا آلہ استعمال کیا جاتا ہے۔
- (a) بولومیٹر (b) ہیلیم گیس تھرمامیٹر
- (c) پائیرومیٹر (d) پلٹینم مزاحمت تھرمامیٹر
11. سرخ شیشے کو اتنا گرم کیا جائے کہ وہ سرخ ہو جائے تب یہ کیسا نظر آئے گا۔
- (a) سبز (b) سفید
- (c) سفید (d) Invisible

### 16.7.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. حراری اشعاع کیا ہے؟ اس کی چند خصوصیات بیان کیجئے۔
2. بلیک باڈی کیا ہے؟ بلیک باڈی کے ریڈی ایشن میں توانائی کی تقسیم کو بیان کیجئے۔

3. ایک جسم سے ریڈیئیشن اور تپش کو جوڑنے والے کلیات بیان کیجئے۔

16.7.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ایک سیاہ جسم کے اہم خدوخال بیان کیجئے۔ وین کے نقل مکانی کلیہ کو بیان کیجئے اور اخذ کیجئے۔
2. ایک سیاہ جسم سے اشعاع کی توانائی کی تقسیم کے لیے پلانک کا کلیہ اخذ کیجئے۔

16.7.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. وین کا نقل مکانی کلیہ استعمال کرتے ہوئے سورج کی تپش محسوب کیجئے دیا گیا ہے کہ

(جواب: 5898k)

$$b = 0.2898cmk \text{ اور } \lambda_m = 4900A^0$$

2. وہ تپش معلوم کیجئے جس پر ایک سیاہ جسم کی نقصان توانائی کی شرح  $1w/cm^2$  ہے۔

(جواب: 650k)

$$a. \text{ دیا گیا ہے کہ } \sigma = 5.6 \times 10^{-8} w/m^2k^4$$

3. اگر سورج کا نصف قطر  $7.04 \times 10^5 km$  اور زمین کا درمیانی فارملہ  $14.72 \times 10^7 km$  اور شمسی مستقل

$1400 w/m^2$  اور  $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} wm^{-2}k^{-4}$  ہو تب سورج کی تپش محسوب کیجئے۔ (جواب:

(5723k)

16.8 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
5. Thermodyanmics Core Phyisics III – Vikas
6. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
7. Modern Physics by R. Murugeshan and Kiruthiga Siva Prasath.



# اکائی 17 - قدرتی اشعاعی نظریہ

(Quantum Theory of Radiation)

اکائی کے اجزا

تمہید	17.0
مقاصد	17.1
قدرتی اشعاعی نظریہ کا تعارف	17.2
ریلے - جینز کا کلیہ	17.3
پلانک کا اشعاعی کلیہ	17.4
پلانک کے کلیہ سے خلیات اخذ کرنا	17.5
حل شدہ مثالیں	17.6
اکتسابی نتائج	17.7
کلیدی الفاظ	17.8
نمونہ امتحانی سوالات	17.9
معروضی جوابات کے حامل سوالات	17.9.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	17.9.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	17.9.3
غیر حل شدہ سوالات	17.9.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	17.10

کلاسیکی طبیعیات نے مساوات کے نظریہ کے ذریعے الٹرا وولٹیج تاباہی کی طرف رہنمائی کی، یہ پیشین گوئی کہ بلیک باڈی کی کل تابکاری کی شدت لامحدود تھی۔ اگر کلاسیکی طور پر غیر منصفانہ مفروضے کی تکمیل کی جائے کہ کسی وجہ سے تابکاری محدود ہے، کلاسیکی تھر موڈیناٹکس پلانک کی تقسیم کے کچھ پہلوؤں کا حساب فراہم کرتی ہے، جیسا کہ اسٹیفن بولٹز مین قانون، اور وین کی نقل مکانی کا قانون۔ مادے کی موجودگی کے معاملے کے لیے، کوانٹم میکینکس ایک اچھا اکاؤنٹ فراہم کرتا ہے، جیسا کہ ذیل میں آئن سٹائن کو فیشنٹس کے عنوان والے حصے میں پایا گیا ہے۔ یہ آئن سٹائن کی طرف سے سمجھا جاتا تھا، اور آج کل کوانٹم آپٹکس کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ مادے کی عدم موجودگی کی صورت میں، کوانٹم فیلڈ تھیوری ضروری ہے، کیونکہ فکسڈ پارٹیکل نمبرز کے ساتھ غیر رشتہ دار کوانٹم میکینکس کافی حساب فراہم نہیں کرتا ہے۔

پلانک کے قانون کی کوانٹم نظریاتی وضاحت تھر موڈیناٹکس توازن میں تابکاری کو ماسلس، بغیر چارج شدہ، بوسونک ذرات، یعنی فوٹون کی گیس کے طور پر دیکھتی ہے۔ فوٹون کو برقی چارج شدہ ابتدائی ذرات کے درمیان برقی مقناطیسی تعامل کے کیریئر کے طور پر دیکھا جاتا ہے۔ فوٹون نمبرز محفوظ نہیں ہیں۔

## 17.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- قدرتی اشعاعی نظریہ کا تعارف کریں گے۔
- ریلے۔ جینز کا کلیہ کا اظہار کریں گے۔
- پلانک کا اشعاعی کلیہ پر بھی بحث کریں گے۔
- پلانک کے کلیہ سے خلیات اخذ کریں گے۔

## 17.2 قدرتی اشعاعی نظریہ کا تعارف (Introduction of Quantum Theory of Radiation)

ہم پڑھ چکے ہیں کہ سیاہ جسم سے تھرمل ریڈیئیشن کی حدت کی تقسیم تمام طول موج کے لیے مسلسل طیف میں غیر ہموار ہوتی ہے۔ تجرباتی طور پر مشاہدہ کیا گیا ہے کہ ایک پلیٹینم کے کاجل سے لیپا ہوا تار برقی طور پر گرم کای جائے تو  $500^{\circ}C$  اور پر یہ مدہم سرخ  $900^{\circ}C$  پر Cherry سرخ اور  $1100^{\circ}C$  پر نارنجی سرخ اور  $1200^{\circ}C$  پر زرد اور آخر کار  $1600^{\circ}C$  پر سفید ہو جاتا ہے اس سے ظاہر ہے کہ تپش میں اضافہ سے اشعاع کا طول موج کم سے کم تر ہو جاتا ہے یعنی تپش میں اضافے سے ریڈیئیشن کی اعظم حدت کا ہٹاؤ کم تر طول موج کی طرف ہوتا ہے۔ 1893ء سے 1897ء تک Lummer اور Pringsheim نے سیاہ جسم سے ریڈیئیشن کی

حدت کی تقسیم پر مسلسل ریسرچ کی اور اپنے نتائج کی روشنی میں تجرباتی منحنیاں حاصل کیں۔ کئی سانس دانوں نے تجرباتی طور پر حاصل منحنیوں سے سیاہ جسم سے ریڈیئیشن کی حدت کی تقسیم کو حل کرنے کی بھرپور کوشش کی۔  
1893ء میں حراری طیف میں توانائی کی تقسیم کو سمجھنے کے لیے اس مسئلہ کو تھر موڈ انٹاک طور پر حل کیا اور حسب ذیل دور رشتے حاصل کیے۔

$$\lambda_m T = \text{ایک مستقل}$$

$$E_\lambda T^{-5} = \text{ایک مستقل}$$

جہاں  $\lambda_m$  تپش  $T$  پر اعظم طول موج ہے اور  $E_\lambda$  اخراجی طاقت ہے۔ طیفی خطوط  $\lambda$  اور  $d\lambda$  کے درمیان پائے جانے والی طیفی خطوط کی مساوات

$$dE = E_\lambda d\lambda = k\lambda^{-5} e^{-a/kT} d\lambda$$

جہاں  $a$  اور  $k$  مستقل ہے۔ یہ مساوات کم طول موج کے لیے موزوں ہے جب کہ طویل طول موج کے لیے غیر موزوں ہے۔  
وین کی مساوات میں نقائص کو دور کرنے کے لیے ریلے۔ جینز نے سیاہ جسم کے اشعاع میں طیفی خطوط کو ثابت کرنے کے لیے ایک نیا نظریہ پیش کیا جس میں انہوں نے برقی حرکیات (Electrodynamics) اور شماری میکینکات کو استعمال کیا اور ذیل کی توانائی مساوات پیش کی۔

$$dE = E_\lambda d\lambda = 8\pi\lambda^{-4} k d\lambda$$

جہاں  $k$  بولٹزمن مستقل ہے۔

ریلے جینز کی مساوات کے مطابق ایک دی ہوئی تپش پر  $\lambda$  کی قیمت میں کمی سے  $E_\lambda$  کی قیمت میں تیزی سے اضافہ ہوتا ہے اور کمترین طول موج پر اس کی قیمت لامتناہی کے قریب پہنچتی ہے لیکن یہ صحیح نہیں ہے۔ Paschen نے ثابت کیا کہ ریلے جینز کا کلیہ طویل طول موج کے لیے موزوں ہے۔ اس طرح تمام طول موج کے رینج کے لیے نہ تو وین اور نہ ہی ریلے۔ جینز نے توانائی کی تقسیم کی صحیح توضیح کی۔ ان کلیات کو کلاسیکل میکینکات کی بنیاد پر اخذ کیا گیا۔ ان کلیات کی ناکامی نے یہ ثابت کیا کہ طیف کے تمام رینج کے لیے طول موج سے متعلقہ توانائی کے لیے کلاسیکل میکینکات کا استعمال نہیں کیا جاسکتا۔

1905ء میں میکس پلانک نے کوانٹم (قدری) اشعاع کا نظریہ پیش کیا۔ اس نظریہ کے مطابق ایک سیاہ جسم کے ریڈیئیشن میں سادہ موسیقی انتہازیہ (Simple Harmonic Oscillator) سالمی ابعاد کی شکل میں موجود رہتا ہے۔ اس کی توانائی میں تبدیلی غیر مسلسل اور علاحدہ ہوتی ہے اور یہ مساوی ہوتی ہے توانائی کی ایک چھوٹی اکائی  $h\nu$  کے جز ضربی کے جس کو قدریہ (Quanta) کہتے ہیں۔ کوانٹم نظریہ کی بنیاد پر پلانک نے کثافت توانائی (Energy Density) کے لیے حسب ذیل مساوات اخذ کی۔

$$dE = E_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/kT}-1} d\lambda$$

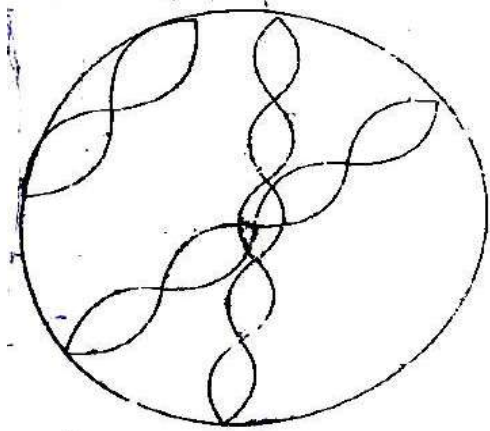
جہاں  $h$  پلانک کا مستقل اور  $C$  نور کی رفتار

یہ کلیہ تمام طول موج کے لیے موزوں ہے۔ کمتر طول موج کے لیے یہ کلیہ وین کے کلیہ کی شکل اختیار کھیتا ہے۔ اور طویل موج کے لیے ریلے۔ جینز کے کلیہ کی شکل اختیار کر لیتا ہے۔

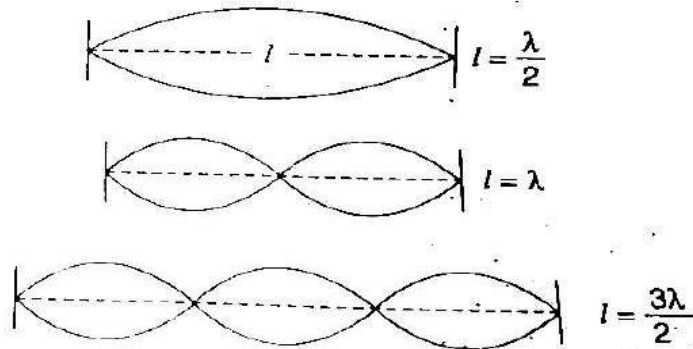
پلانک کا نظریہ یہ ایسا انقلابی تھا کہ اسے فوراً قبول کر لیا گیا اور 1905ء میں آئین اسٹائن نے اس کا اطلاق ضیائی برقی کی وضاحت کے لیے کیا۔ جب کہ اس اثر کو اس وقت تک کلاسیکل نظریہ کی بنیاد پر حل نہیں کیا جاسکا تھا۔ اس کے علاوہ اس نے کامیابی کے ساتھ 1907ء میں حرارت نوعی کے مسئلہ کی وضاحت کی۔ 1913ء میں بوہر نے جوہر کی ساخت کی وضاحت اور طیفی خطوط کی وضاحت کے لیے اسی کو انٹیم نظریہ کو پیش کیا۔ 1922ء میں کامیٹین نے x-ray کے بکھراؤ (Scattering) کی وضاحت کے لیے کامیابی کے ساتھ ان ہی کو انٹیم نظریات کو اپنایا۔

### 17.3 ریلے - جینز کا لیہ (Rayleigh - Jean's Law)

ریلے اور جینز نے سیاہ جسم سے اشعاع کے طیفی تقسیم کے لیے ایک نئے نظریہ کو ترقی دی جو الیکٹروڈائنامکس اور شماری میکانیات پر مشتمل ہے۔ ایک کھوکھلے مکعبی انکلوژر کو تصور کیجئے جس کے ضلع کا طول  $l$  ہے اور دیواریں کامل انعکاسی ہیں۔ فرض کیجئے کہ ایک سیاہ ذرہ کو انکلوژر میں رکھا گیا۔ ذرے سے اشعاع کے اخراج کو انکلوژر کی دیواریں منعکس کرتی ہیں۔ برقی مقناطیسی نظریہ کے مطابق یہ اشعاع کئی موجوں پر مشتمل ہوتی ہے۔ یہ موجیں ہر سمت میں حرکت کرتی ہیں اور انکلوژر کی دیواروں سے تکرار گئی بار منعکس ہوتی ہیں اور اسی وقت کے دوران انکلوژر مختلف طول موج کی مقیم موجوں سے بھر جاتا ہے۔ کیونکہ منعکس شدہ موجوں میں تداخل (Interference) واقع ہوتا ہے اور آوازی موجوں کی طرح مقیم موجیں بناتی ہیں جس کو شکل (17.1) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (17.2)



شکل (17.1)

اگر ایک تار جس کا طول  $l$  ہے اس کے دونوں سروں کو جکڑ دیا جائے اور بیچ کو کھینچ کر چھوڑ دیا جائے تو مقیم موجیں بنتی ہیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

اگر تار  $n$  حلقوں (Loops) میں مرتعش ہو تو

$$n \frac{\lambda}{2} = l \text{ یا } \lambda = \frac{2l}{n} \text{ جہاں } n = 1, 2, 3 \text{-----} (17.1)$$

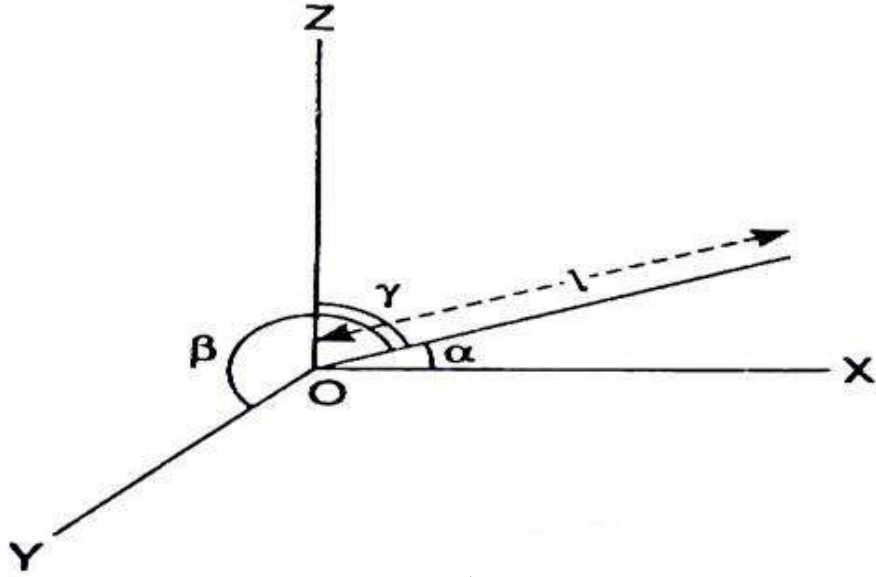
اس طرح کی موجیں انکلوژر میں بھی بنتی ہیں۔ فرض کیجئے کہ دیواروں کا درمیانی فاصلہ 'l' ہے۔ تب متعلقہ اعلیٰ تعدد (Overtones) کی قیمت ہوگی۔

$$v = \frac{c}{\lambda} = \frac{cn}{2l} \text{-----} (17.2)$$

$$n = 1, 2, 3 \text{ --- } = a$$

جہاں  $c$  نور کی رفتار ہے۔ ملاحظہ شکل (17.2)

اعلیٰ تعدد کی تعداد کو ہم کئی آزادی کے درجات (Degrees of Freedom) کے مانند سمجھ سکتے ہیں جس سے نظام مرتعش ہوتا ہے ہر ایک جائز (Allowed) تعدد کو ارتعاش کا طرز (Mode of Vibration) کہتے ہیں۔



شکل (17.3)

ایک مکعب کے تینوں ضلع فضاء میں تین محور بناتے ہوں تب ہر سمت میں حلقوں کی تعداد  $n_x, n_y, n_z$  اور  $n$  ہوگی لہذا

$$n_x = \frac{2l}{\lambda}$$

$$l = \frac{n_x \lambda}{2} = \frac{n_y \lambda}{2} = \frac{n_z \lambda}{2} \text{-----(17.3)}$$

کیونکہ اشعاع منتشر ہوتا ہے اس لیے موجیں مستعطفی محوروں سے کسی بھی زاویہ پر مائل ہوتی ہیں جیسا کہ شکل (17.3) میں دکھایا گیا ہے۔

اگر موجیں تین محوروں سے  $\alpha$ ,  $\beta$  اور  $\gamma$  زاویہ بناتی ہوں تب

$$l \cos \alpha = n_x \frac{\lambda}{2}$$

$$l \cos \beta = n_y \frac{\lambda}{2} \text{-----(17.4)}$$

$$l \cos \gamma = n_z \frac{\lambda}{2}$$

تب Direction Cosine اس کلیہ کی پابندی کرتے ہیں۔

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \text{-----(17.5)}$$

مساوات (17.3) اور (17.4) سے

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \left(\frac{2l}{\lambda}\right)^2 \text{-----(17.6)}$$

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \gamma^2 \text{ اگر}$$

$$\gamma^2 = \left(\frac{2l}{\lambda}\right)^2 \text{ تب}$$

$$\gamma = \frac{2l}{\lambda} \text{ یا}$$

مساوات (17.6) ایک بیضوی مجسم (Ellipsoid) کو ظاہر کرتی ہے جہاں  $n_x$ ,  $n_y$  اور  $n_z$  محدود کی سمت کو ظاہر کرتے ہیں  $n_x$ ,  $n_y$  اور  $n_z$  کا ہر سٹ (set) اوپر کی مساوات کے مطابقت میں رہتا ہے جو ایک ارتعاش کے طرز کے مساوی ہوتا ہے۔ ارتعاش کے طرز کی مجموعی تعداد مساوی ہوتی ہے ممکنہ سٹ ( $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ ) کے۔

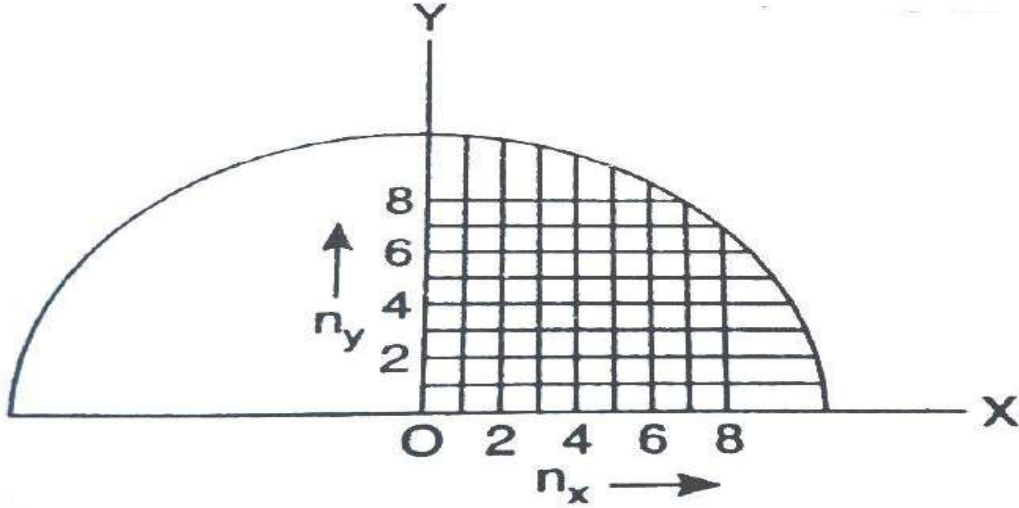
طول موج کے وقفہ  $\lambda$  اور  $d\lambda + \lambda$  کے درمیان ارتعاش کے طرز کی تعداد کو اوپر کی مساوات کے ذریعہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔ منظر کو مزید واضح کرنے کے لیے ہم ارتعاش کے طرز کو دو ابعادی تصور کریں گے تب دو ابعادی سمتوں میں مساوات (17.6) ہوگی۔

$$n_x^2 + n_y^2 = \left(\frac{2l}{\lambda}\right)^2 \text{-----(17.7)}$$

مساوات (17.7) ایک دائرے کی مساوات کو ظاہر کرتی ہے۔ اگر  $n_x$  کو x محور پر اور  $n_y$  کو y محور پر لے کر ایک ترسیم کھینچی جائے تو اس کی دائری شکل کو شکل (17.3) میں دکھایا گیا ہے۔ ہر ایک نقطہ تقاطع (Intersection) ایک ارتعاش کے طرز کو ظاہر

کرتا ہے چونکہ  $n_x$  اور  $n_y$  کی مثبت قیمتیں جائز (Allowed) ہیں اس لیے ہم تقاطع کو مثبت ربع (Quadrant) میں زیر غور لائیں گے۔ ہر مربع کا رقبہ اکائی ہوگا۔ اس لیے ربع میں مربعوں کی تعداد اور ربع کے مساوی ہوگی۔ یعنی رقبہ  $\left(\frac{1}{4}\Pi\right)^2$  ہوگا۔ اس طرح یہ مساوی ہوگا۔

$$\frac{1}{4}\Pi\left(\frac{2l}{\lambda}\right)^2 = \frac{\Pi l^2}{\lambda^2} \quad \text{-----}(17.8)$$



شکل (17.4)

مساوات (17.8) کا تفرق لینے پر  $\lambda$  اور  $d\lambda$  کے درمیان ارتعاش کے طرز کی تعداد حاصل ہوگی۔ اوپر کا نظریہ ہم تین ابعادی فضاء پر عائد کریں گے تب دائرہ ایک کرہ میں اور ہر ایک اکائی مربع اکائی مکعب میں تبدیل ہوگا اور مجموعی ارتعاش کے طرز کی تعداد  $f$  طول موج  $\Gamma$  میں وہ ہوگی جو  $\frac{2l}{\lambda}$  نصف قطر کرہی خول کے شمن (Octant) میں ہوں گے۔ لہذا

$$f = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3}\Pi r\right)^3 = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3}\Pi\left(\frac{2l}{\lambda}\right)\right)^3 = \frac{4}{3}\left(\frac{\Pi l^3}{\lambda^3}\right) \quad \text{-----}(17.9)$$

$\lambda$  اور  $(\lambda + d\lambda)$  کے درمیان ارتعاش کے طرز کی تعداد یعنی ڈگری آف فریڈم کو حاصل کرنے کے لیے مساوات (17.9) کا تفرق لینے پر

$$df = \frac{4\Pi}{3}l^3\left(\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{\lambda^3}\right)\right)^3 = \frac{4\Pi}{3}l^3\left(\frac{-3}{\lambda^4}d\lambda\right) \quad \text{-----}(17.10)$$

منفی علامت نظر انداز کرنے پر کیونکہ  $d\lambda$  مثبت مقدار ہے۔

$$df = \frac{4\Pi}{\lambda^4}Vd\lambda \quad \text{-----}(17.11)$$

جہاں پر  $V$  انکلوژر کا حجم ہے۔

مساوات (17.11) کو 2 سے ضرب دینے پر کیونکہ عرضی موجوں میں ہر ایک کے لیے دو تقطیب (Polarisation) ہوتے ہیں لہذا مجموعی ارتعاش کے طرز ہوں گے۔

$$df = \frac{8\pi}{\lambda^4} V d\lambda \quad \text{----- (17.12)}$$

تب ارتعاش کے طرز کی تعداد فی اکائی حجم ہوگی۔

$$= \frac{8\pi}{\lambda^4} d\lambda$$

ریلے او جینز نے یہ تصور کیا کہ توانائی کی یکساں تقسیم کلیہ اشعاع پر بھی عائد کیا جاسکتا ہے۔ جس کے مطابق اوسط توانائی کی فی اکائی ارتعاشی طرز  $kT$  کے مساوی ہو گا جہاں  $k$  بولٹزمن مستقل اور  $T$  تپش مطلق ہے۔ اور  $\lambda$  طول موج کے درمیان کثافت توانائی ہوگی۔

اوسط توانائی فی اکائی طول  $x$  مجموعی ارتعاشی طرز کی تعداد  $E_\lambda d\lambda$

$$E_\lambda d\lambda = \frac{8\pi d\lambda}{\lambda^4} kT$$

$$= \frac{8\pi kT d\lambda}{\lambda^4} \quad \text{---- (17.13)}$$

توانائی کی تقسیم کاریلے جینز کا کلیہ ہے۔

#### 17.4 پلانک کا اشعاعی کلیہ (Plank's Radiation Law)

پلانک کے مفروضات (Plank's Hypothesis)

1900 میں پلانک نے اشعاع کا انقلابی نظریہ پیش کیا جس کو اشعاع کا قدری نظریہ کہتے ہیں۔ اس کے مفروضات حسب ذیل ہیں:

- ایک سیاہ جسم سے خارج ہونے والے ریڈیئیشن میں تمام ممکنہ تعدد کے سادہ موسیقی اہتر ایسے پائے جاتے ہیں۔
- یہ اہتر ایسے نہ توانائی کو مسلسل جذب کر سکتے ہیں اور نہ مسلسل اس کا اخراج کر سکتے ہیں۔
- توانائی کا ناجذاب یا اخراج معین مقدار کے لیے ہوتا ہے یعنی اہتر ازات کا توانائی Quantized ہوتی ہے۔
- ایک ایٹمی اہتر ازیہ کی توانائی جس کا تعدد  $\nu$  ہو صرف  $0, hv, 2hv, 3hv, \dots$  وغیرہ قیمتوں پر مشتمل ہوتی ہے۔ یہ توانائی کی ایک چھوٹی اکائی  $hv$  کا جز ضربی ہے جسے قدریہ (کو انٹم) یا فونٹان کہتے ہیں۔ عام طور پر ایک اہتر ازیہ جس کا تعدد  $\nu$  ہے اس کی توانائی کی ممکنہ قیمتیں ہوگی۔

$$E = nh\nu$$



جہاں  $n = 1, 2, 3 \dots$  ایک مثبت قیمت ہے اور  $h$  پلانک کا مستقل ہے۔

اہترازیہ کی اوسط توانائی (Average Energy Oscillator)

فرض کیجئے کہ پلانک کے مجموعی اہترازیوں کی تعداد  $N$  ہے اور ان کی مجموعی توانائی  $E$  ہے تب اوسط توانائی فی پلانک اہترازیہ ہوگی۔

$$\bar{\epsilon} = E/N \quad \text{-----}(17.14)$$

فرض کیجئے کہ  $N_0, N_1, N_2, N_3, \dots$  وغیرہ پلانک کے اہترازیے ہیں جن کی توانائی  $0, \epsilon, 2\epsilon, 3\epsilon, \dots$  ہے

تب

$$N = N_0 + N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_r \quad \text{-----}(17.15)$$

$$N = 0 + \epsilon N_1 + \epsilon N_2 + \epsilon N_3 + \dots + r\epsilon N_r \quad \text{اور}$$

$$\text{-----}(17.16)$$

میکس ویل کے تقسیمی کلیے کے مطابق، اہترازیوں کی تعداد جس کی توانائی  $r\epsilon$  ہوگی

$$N_r = N_0 e^{-r\epsilon/kT} = N_0 \exp\left(\frac{-r\epsilon}{kT}\right) \quad \text{-----}(17.17)$$

جہاں  $k$  بالٹزمن کا مستقل ہے۔

مساوات (17.15) میں مساوات (17.17) سے  $N_3, N_2, N_1$  وغیرہ کی قیمتیں درج کرنے پر

$$N = N_0 \exp(-r\epsilon/kT) = N_0 \exp\left(\frac{-2\epsilon}{kT}\right) + \dots + N_0 \exp\left(\frac{r\epsilon}{kT}\right)$$

$$N = N_0 (1 + \exp(-r\epsilon/kT)) = \exp\left(\frac{-2\epsilon}{kT}\right) + \exp\left(\frac{-3\epsilon}{kT}\right) + \dots + \exp\left(\frac{-r\epsilon}{kT}\right) \pm \dots$$

$$N = \frac{N_0}{(1 - \exp(\epsilon/kT))} \quad \text{-----}(17.18)$$

$$\therefore 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{(1-x)}$$

مساوات (17.15) میں مساوات (17.17) سے  $N_3, N_2, N_1$  وغیرہ کی قیمت درج کرنے پر

$$E = N_0 \times 0 + \epsilon N_0 \exp(-\epsilon/kT) + 2\epsilon N_0 \exp\left(\frac{-2\epsilon}{kT}\right) + 3N_0 \exp\left(\frac{-3\epsilon}{kT}\right) + \dots + r\epsilon N_0 \exp\left(\frac{-r\epsilon}{kT}\right) + \dots$$

$$E = N_0 \varepsilon \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right) \left(1 - 2 \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right)\right) + 3 \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right) + \dots + r \exp\left(1 - \left(\frac{(r-1)\varepsilon}{kT}\right)\right) + \dots$$

$$E = N_0 \varepsilon \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right) \left[ \frac{1}{1 - \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right)} \right]^2 \quad \text{---(17.19)}$$

$$\therefore \left(1 + 2x + 3x^2 + \dots + rx^{r-1}\right) = \left(\frac{1}{1-x}\right)$$

لہذا اہترازیہ کی اوسط توانائی ہوگی

$$\bar{\varepsilon} = \frac{E}{N} = \frac{N_0 \varepsilon \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right) \left[ \frac{1}{1 - \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right)} \right]^2}{N_0 / 1 - \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right)}$$

$$= \varepsilon \frac{\exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right)}{1 - \exp\left(\frac{-\varepsilon}{kT}\right)}$$

$$= \frac{\varepsilon}{\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT} - 1\right)}$$

$$= \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT} - 1\right)} = \frac{h\nu}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)} \quad \text{---(17.20)}$$

اس طرح ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ آئی لیٹر (اہترازیہ) کی اوسط توانائی جو مساوات (17.20) سے ظاہر کی جاتی ہے وہ کلاسیکل آئی لیٹر کی توانائی  $kT$  سے مختلف ہے۔

پلانک کا فارمولہ (Plank's Formula):

ہم جانتے ہیں کہ تعدد درجہ  $\nu$  اور  $\nu + d\nu$  کے درمیان آئی لیٹن کی تعدادنی اکائی حجم

$$f = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \quad \text{---(17.21)}$$

مساوات (17.20) کو مساوات (17.21) سے ضرب دینے پر ہمیں مجموعی توانائی فی اکائی حجم  $d\nu$  کے رینج میں یا کثافت توانائی رینج  $d\nu$  میں حاصل ہوتی ہے۔

$$E\nu d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \times \frac{h\nu}{\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1\right)}$$

$$E\nu d\nu = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} d\nu x \frac{h\nu}{\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right)} \text{-----}(17.22)$$

مساوات (17.22) پلانک کا اشعاعی کلیہ کہلاتی ہے۔

اس کلیہ کو طول موج  $\lambda$  کی رقوم میں ظاہر کرنے پر

$$\therefore \nu = \frac{c}{\lambda}$$

تفریق لینے پر

$$d\nu = \left| -\frac{c}{\lambda^2} \right| d\lambda = \left| \frac{c}{\lambda^2} \right| d\lambda$$

$$E_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc^3}{c^3 \lambda^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}-1\right)} \left(\frac{d}{\lambda^2}\right) d\lambda$$

$$E_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}-1\right)} d\lambda \text{-----}(17.23)$$

یہ مساوات تجرباتی طور پر حاصل تم منحنیوں کے لیے تمام طول موج کے لیے صحیح پائی گئی۔

اس مساوات کی صداقت ذیل کے تجربات کلیات سے جانچی جاسکتی ہے۔

1. وین کا کلیہ کم تر طول موج کے لیے

2. ریلے۔ جینز کا کلیہ طول موج کے لیے

3. وین کا ڈسپلیمینٹ کا کلیہ

4. اسٹیفن بولٹزمن کا کلیہ (مجموعی اشعاع کے لیے)

## 17.5 پلانک کے کلیہ سے مختلف کلیات کا اخذ کرنا (Different Laws from Plank's Radiation Law)

پلانک کے کلیہ سے ہم مختلف کلیات اخذ کر سکتے ہیں۔

1. وین کا کلیہ (Wein's Law)

اگر طول موج  $\lambda$  کم تر ہو تب  $1 \gg e^{\frac{hc}{\lambda kT}}$  تب پلانک کے کلیہ مساوات (10) کو نظر انداز کرنے پر

$$E_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)} d\lambda$$

$$E_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}} d\lambda \text{-----}(17.24)$$

مساوات (1) میں  $8\pi hc = A$  اور  $B = \frac{hc}{k}$  درج کرنے پر

$$E_{\lambda} d_{\lambda} = \frac{A}{\lambda^5} e^{-\frac{B}{\lambda T}} d_{\lambda} \text{-----}(17.25)$$

یہ وین کا کلیہ ہے جو تجرباتی طور پر کم طول موج پر صحیح ثابت ہوا۔

## 2. ریلے۔ جینز کا کلیہ (Rayleigh – Jean's Law)

طویل طول موج کے لیے جب  $\lambda$  کی قیمت زیادہ ہو  $\frac{hc}{\lambda kT}$  کی قیمت بہت چھوٹی ہوگی اور اس کا پھیلاؤ ہوگا۔

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT} + \frac{h^2 c^2}{\lambda^2 k^2 T^2} + \dots$$

بڑی قوتوں کو نظر انداز کرنے پر

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT}$$

$$E_{\lambda} d_{\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{d_{\lambda}}{\left(1 + \frac{hc}{\lambda kT}\right)} \quad \text{لہذا}$$

$$E_{\lambda} d_{\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{\lambda kT}{hc} d_{\lambda} = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT d_{\lambda} \text{-----}(17.26)$$

یہ ریلے۔ جینز کا کلیہ ہے جو طویل طول موج کے لیے صحیح ہے۔

## 3. وین ڈسپلیسمنٹ کلیہ (Wien Displacement Law)

پلانک کا اشعاعی کلیہ ہے۔

$$E_{\lambda} d_{\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{d_{\lambda}}{\left(1 + \frac{hc}{\lambda kT}\right)}$$

$$E_{\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)}$$

$$E_{\lambda} = A \lambda^{-5} \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)^{-1} \text{-----}(17.27)$$

$$A = 8\pi hc \quad \text{جہاں}$$

وہ طول موج جس پر طیفی ریڈی ایشن اعظم ترین ہوتا ہے معلوم کرنے کے لیے مساوات (17.27) کا بلحاظ  $\lambda$  تفرق لینے پر اور صفر

کے مساوی کرنے پر یعنی  $\left(\frac{dE_{\lambda}}{d\lambda} = 0\right)$  درج کرنے پر

$$E_{\lambda} = A \left(\lambda^{-5} (-1) \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)\right)^{-2} e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \left(\frac{hc}{\lambda^2 kT}\right) (-5) \lambda^{-6} \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)^{-1} = 0$$

$$\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)^{-1} e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \left(\frac{hc}{\lambda^2 kT}\right) = \frac{5}{\lambda}$$

$$\frac{hc}{\lambda kT} \frac{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}}{(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)} = 5$$

$$\frac{hc}{\lambda kT} = x \text{ درج کرنے پر}$$

$$x \frac{e^x}{(e^x - 1)} = 5$$

$$\frac{x}{1 - e^{-x}} = 5$$

$$\frac{x}{5} + e^{-x} = 1 \text{-----(17.28)}$$

اس مساوات کے دو جز ضربی ہیں  $x = 0$  اور  $x = 4.955$ ،  $x = 0$  نظر انداز کرنے پر

$$x = \frac{hc}{\lambda kT} = 4.955$$

لہذا طول موج  $\lambda m$  جس پر طیفی اشعاع فی اکائی طول موج رینج اعظم ترین ہوگی۔

$$\lambda m T = \frac{hc}{4.995k} = (b) \text{ فرض کیجئے}$$

$$\lambda m T = b$$

یہ وین کا ڈسپلسمینٹ کلیہ ہے۔

4. اسٹیفن کا کلیہ (Stefan's Law)

ہم جانتے ہیں کہ پلانک کی مساوات تعدد کی صورت میں ہوگی۔

$$E \nu d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT} - 1\right)}$$

طیفی اور اشعاع اور کثافت توانائی  $E\nu$  کے درمیان رشتہ ہوگا۔

$$\text{طیفی } (E\nu) = \frac{c}{4} E\nu \text{ یا}$$

$$\text{طیفی } (E\nu) = \frac{c}{4} \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT} - 1\right)\right)}$$

تمام تعدد کی وجہ سے مجموعی اشعاعی توانائی ہوگی۔

$$\text{طیفی } (E\nu) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{d\nu}{\left(\exp\left(\frac{h\nu}{kT} - 1\right)\right)}$$

لہذا تمام تعدد کی وجہ سے مجموعی اشعاعی توانائی ہوگی۔

$$E \int_0^{\infty} (E\nu) \text{ طیفی } dN = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{\left(\exp\frac{h\nu}{kT}-1\right)}$$

اس تکمیلہ کو حل کرنے کے لیے فرض کیجئے کہ  $x = \frac{h\nu}{kT}$  یا  $\nu = \frac{kTx}{h}$  اور  $d\nu = \frac{kT}{h} dx$  ان قیمتوں کو تکمیلہ میں درج کرنے پر

$$E = \frac{2\pi(kT)^4}{h^3 c^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

$$\left[ \because \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15} \right]$$

$$\frac{2\pi(kT)^4}{h^3 c^3} \frac{\pi^4}{15}$$

$$E = \frac{2\pi^5 k^4 T^4}{15h^3 c^3}$$

$$E = \sigma T^4$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^3}$$

یہ اسٹیفن کا کلیہ ہے جہاں

17.6 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

ایک کرہ کا نصف قطر 50m ہے اور تپش 3000k ہے اور اخراجیت 0.3 ہے تب کرہ سے اخراج کی شرح معلوم کیجئے۔

$$\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{wm}^{-2} \text{k}^{-4} \text{ مستقل}$$

حل: ایک جسم سے مجموعی توانائی کا اخراج فی سنڈ

$$E = e\sigma T^4 A$$

دیا گیا ہے کہ  $r = 5\text{cm} = 0.05\text{m}$ ,  $e = 0.3$ ,  $T = 3000\text{k}$  کرہ کا سطح رقبہ

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (0.05)^2$$

$$T = 3000\text{k} \quad E = ?$$

$$E = e\sigma T^4 A$$

$$= 0.3 \times 5.7 \times 10^{-8} \times 4 \times \frac{22}{7} (0.05)^2 \times (3000)^4$$

$$E = 43280\text{J}$$

$$\text{اشعاع کی شرح} = 43280 \text{ Watt}$$

حل شدہ مثال 2

ایک ستارے کی تابانی (Luminosity) سورج کی دمک سے 20000 گنا زیادہ ہے اگر سورج کی سطح کی تپش

6000k ہو تو ستارے کی سطح کی تپش محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ:

$E_1$  سورج کی دمک تابانی

$$E_2 = 20000 E_1 \text{ یا } \frac{E_2}{E_1} = 20000$$

$$T_1 = 6000k \text{ سورج کی تپش}$$

$$T_2 = ? \text{ ستارے کی تپش}$$

$$E = \sigma T^4 \text{ ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$E \propto T^4$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4}$$

$$T_2^4 = \frac{E_2}{E_1} T_1^4 \times (6000)^4 \times 20000$$

$$T_2^4 = 2592 \times 10^{16}$$

$$T_2 = 84860k$$

حل شدہ مثال 3

ایک ٹھوس کی فریکوئنسی  $2.49 \times 10^{12} \text{ HZ}$  ہے تب اس کی آئین اسٹائین تپش محسوب کیجئے۔

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js اور } k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \text{ کہ دیا گیا ہے کہ}$$

آئین اسٹائین تپش کی مساوات ہے۔

$$T_E = \frac{hv}{k}$$

$$T_E = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 2.39 \times 10^{12}}{1.38 \times 10^{-23}} = \frac{16.508}{1.36} \times 10^{35} \times 10^{-34}$$

$$T_E = 119.6K$$

#### حل شدہ مثال 4

ایک اہترایہ کا تعدد  $5.6 \times 10^{12}$  ہے اور تپش  $330\text{k}$  ہے اسے ایک (1) کلاسیکل اہترایہ اور (2) پلانک کا

اہترایہ ہوئے اوسط توانائی معلوم کیجئے۔

$$h = 6.62 \times 10^{-34} \text{JS اور } k = 1.38 \times 10^{-23} \text{JK} - 1$$

حل: ایک کلاسیکل اہترایہ کی توانائی

$$E = kT$$

$$E = 1.23 \times 10^{-23} \times 330$$

$$E = 4.554 \times 10^{-21}$$

ایک پلانک اہترایہ کی اوسط توانائی

$$E = \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1}$$

$$= 6.62 \times 10^{-34} \times 5.6 \times 10^{12}$$

$$\exp\left(\frac{6.62 \times 10^{-34} \times 5.6 \times 10^{12}}{1.38 \times 10^{-23} \times 330} - 1\right)$$

$$E = 2.94 \times 10^{-21} \text{J}$$

#### حل شدہ مثال 5

ایک سیاہ جسم اہترایہ جو ایک مکعب کی شکل میں ہے اس کے ارتعاش کے طرز کی تعداد فی اکائی حجم

$4995A^0$  اور  $5005A^0$  طول موج کے درمیان معلوم کیجئے۔

حل: ایک سیاہ جسم میں اہترایہ کے طرز کی تعداد ایک طول موج کے رینج میں ریپلے جینز کے کلیہ سے معلوم کی جاتی ہے۔ یہ جو مساوی

ہے۔

$$= \frac{8\pi d\lambda}{\lambda^4}$$

$$\lambda = \frac{5005 + 4995}{2} = 5000A^0 = 5 \times 10^{-7} \text{m}$$

$$d\lambda = 5005 - 4995 = 10A^0 = 10^{-9} \text{m}$$

$$\text{اہترایہ کے طرز کی تعداد} = \frac{8 \times 3.14 \times 10^{-9}}{(5 \times 10^{-7})^4} = \frac{25.12}{625 \times 10^{-28}} \times 10^{-9}$$

$$= \frac{25.12}{625} \times 10^{28} \times 10^{-9}$$

$$= 4.01 \times 10$$



## 17.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- ایک سیاہ جسم سے توانائی کی تقسیم کو بیان کرنے کے لیے مختلف طبیعیات دانوں نے مختلف کلیات پیش کیے۔
- پلانک کے کلیہ کے مطابق ایک جسم سے اشعاع کا اخراج توانائی کی اکائی  $h\nu$  کا جز ضربی ہوتا ہے۔ اس توانائی کی اکائی کق قدر یہ (کو انٹم) کہتے ہیں۔
- کاسیکل طبیعیات طبعی مظاہر جیسے ضیائی برقی اثر، کامپٹن اثر وغیرہ کی توضیح نہیں کر سکی۔
- پلانک کے کلیہ کے ذریعہ آئین اسٹائن نے ضیائی برقی اثر، حرارت نوعی، کامپٹن نے x-ray کے بکھراؤ اور بوہرنے جوہر کی ساخت کی کامیابی سے توضیح کی۔
- بلند تپش کی پیمائش کے لیے پائیرومیٹر استعمال کیے جاتے ہیں۔ جس میں وین کاڈ سپلیمنٹ کلیہ یا پلانک کا کلیہ یا پلانک استعمال کر کے اجسام کی بلند تپش کی پیمائش کی جاتی ہے۔

## 17.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- (بو+لو+میٹر) Bolometer: اشعاع پیمائش۔ جو کسی جسم پر واقع ہونے والی برقی مقناطیسی اشعاع کی طاقت کی پیمائش کرتا ہے۔
- (نا+ئی+کو+ل+منشور) (Nicol Prism): ایک ایسا مناظری آلہ جو تقطیب گر کا کام کرتا ہے۔ یہ اس سے گزرنے والی نور کی موجوں کو دو اجزاء میں تقسیم کرتا ہے ایک معمولی شعاع اور ایک غیر معمولی شعاع۔
- (ذی+نتھ) Zenith: زمین پر کسی خاص مقام کے راست اوپر (عمودوار) خیالی نقطہ۔
- (فلو+رو+اسپار) Flurite:Flurospar کی ایک معدنی شکل یہ  $uv$  اور  $IR$  کو جذب نہیں کرتا۔

## 17.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

### 17.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. انجذابی طاقت اور اخراجی طاقت کی تعریف کیجئے۔
  2. کامل سیاہ جسم سے کیا مراد ہے؟
  3. کامل سیاہ جسم کی کوئی دو مثالیں دیجئے۔
  4. سورج کی تپش محسوب کرنے کا ضابطہ بیان کیجئے۔
  5. برقی مقناطیسی اشعاع کا اخراج
- (a) ہر جسم پر تپش پڑھتا ہے (b) ہر جسم  $0^{\circ}C$  پر کرے کرتا ہے

(c) ہر جسم  $100^{\circ}C$  پر کرتا ہے (d) ہر جسم صفر مطلق پر کرتا ہے  
6. ایک کامل سیاہ جسم کی تپش میں دو گنا اضافہ کا کیا جائے تب اشعاعی اخراجی توانائی فی اکائی رقبہ میں کتنے گنا اضافہ ہوگا۔

- (a) دو گنا (b) چار گنا  
(c) آٹھ گنا (d) سولہ گنا

7. تپش  $6000k$  کی پیمائش کے لیے کون سا آلہ استعمال کیا جاتا ہے۔

- (a) بولو میٹر (b) ہیلیم گیس تھرمامیٹر  
(c) پائرومیٹر (d) پلٹینم مزاحمت تھرمامیٹر

8. سرخ شیشے کو اتنا گرم کیا جائے کہ وہ سرخ ہو جائے تب یہ کیسا نظر آئے گا۔

- (a) سبز (b) سفید  
(c) سفید (d) Invisible

### 17.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. ایک جسم سے ریڈیئیشن اور تپش کو جوڑنے والے کلیات بیان کیجئے۔

2. پلانک کا کلیہ سے ریڈیو چیزے کو کلیہ کو اخذ کیجئے۔

3. پلانک کے کلیہ سے اسٹیفن کے کلیہ کو اخذ کیجئے۔

### 17.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ایک سیاہ جسم کے اہم خدو خال بیان کیجئے۔ وین کے نقل مکانی کلیہ کو بیان کیجئے اور اخذ کیجئے۔

2. پلانک کے مفروضات بیان کیجئے اور پلانک کے کلیہ کو اخذ کیجئے۔

3. پلانک کے کلیہ سے حسب ذیل کلیات اخذ کیجئے۔ (1) وین کا فارمولہ (2) ریڈیو چیزے کا کلیہ (3) وین کا نقل مکانی کلیہ (4) اسٹیفن کا کلیہ۔

4. سیاہ جسم سے اشعاع کے دین کے کلیہ اور ریڈیو چیزے کے کلیات کے اہم خدو خال بیان کیجئے۔ ان کلیات میں جو خامیاں تھیں انہیں پلانک نے کس طرح دور کیا؟ وضاحت کیجئے۔

### 17.9.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. وین کا نقل مکانی کلیہ استعمال کرتے ہوئے سورج کی تپش محسوب کیجئے دیا گیا ہے کہ

(جواب:  $5898k$ )

$$b = 0.2898cmk \text{ اور } \lambda_m = 4900A^0$$

2. وہ تپش معلوم کیجئے جس پر ایک سیاہ جسم کی نقصان توانائی کی شرح  $1w/cm^2$  ہے۔

دیا گیا ہے کہ  $\sigma = 5.6 \times 10^{-8} w/m^2 k^4$  (جواب: 650k)

3. ایک جوہری دھماکہ میں حاصل کردہ اعظم تپش  $10^7 K$  ہے تب اعظم توانائی کا طول موج محسوب کیجئے۔

دیا گیا ہے کہ  $b = 0.2898cmk$  (جواب:  $2.89A^0$ )

4. ایک لوہے کی بھٹی سے فی گھنٹہ  $1.53 \times 10^6$  کیلوری کا اشعاع ایک شکاف کے ذریعہ عمل میں آتا ہے۔ جس کا تراش عمودی

کارقبہ  $10^{-4} m^2$  ہے۔ اگر بھٹی کی اضافی اخراجیت (e) کی قیمت 0.8 ہے تو بھٹی کی تپش محسوب کیجئے دیا گیا ہے کہ

(جواب: 2500k)  $\sigma = 5.6 \times 10^{-8} mks$

---

### 17.10 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Resources)

---

1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodyanmics Core Phyisics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhatachariya & R. Bhatachariya.

# اکائی 18- حراری اشعاع کی پیمائش

(Measurements of Thermal Radiation)

اکائی کے اجزا

تمہید	18.0
مقاصد	18.1
حراری اشعاع کی پیمائش	18.2
ڈس ایپریٹنگ فلیمینٹ آپٹیکل پائیرومیٹر	18.3
تقطیبی آتش پیمائش	18.4
شمس مستقل	18.5
آنگسٹروم کا دھوپ پیمائش	18.6
شمسی تپش	18.7
حل شدہ مثالیں	18.8
اکتسابی نتائج	18.9
کلیدی الفاظ	18.10
نمونہ امتحانی سوالات	18.11
معروضی جوابات کے حامل سوالات	18.11.1
مختصر جوابات کے حامل سوالات	18.11.2
طویل جوابات کے حامل سوالات	18.11.3
غیر حل شدہ سوالات	18.11.4
تجویز کردہ اکتسابی مواد	18.12

## 18.0 تمہید (Introduction)

تھرمل ریڈی ایشن کی خصوصیات اس سطح کی مختلف خصوصیات پر منحصر ہوتی ہیں جہاں سے یہ نکل رہی ہے، بشمول اس کا درجہ حرارت، اس کی شعاعی اخراج، جیسا کہ کرچوف کے قانون سے ظاہر ہوتا ہے۔ تابکاری یک رنگی نہیں ہے، یعنی یہ صرف ایک فریکوئنسی پر مشتمل نہیں ہے، بلکہ اس میں فوٹان توانائیوں کا ایک مسلسل طیف، اس کی خصوصیت کا سپیکٹرم شامل ہے۔ اگر شعاع کرنے والا جسم اور اس کی سطح تھر موڈینا تک توازن میں ہے اور سطح تمام طول موج پر کامل جذب رکھتی ہے، تو اسے سیاہ جسم کے طور پر نمایاں کیا جاتا ہے۔ ایک سیاہ جسم بھی ایک کامل emitter ہے۔ ایسے کامل ایمیٹرز کی تابکاری کو بلیک باڈی ریڈی ایشن کہا جاتا ہے۔ بلیک باڈی کے مقابلے میں کسی بھی جسم کے اخراج کا تناسب جسم کی اخراج ہے، تاکہ ایک سیاہ جسم میں اتحاد (یعنی ایک) کا اخراج ہوتا ہے۔ وہ تمام اجسام جن کی تپش صفر مطلق سے زائد ہو برقی مقناطیسی موجوں کی شکل میں حرارت کا اخراج کرتی ہیں اسے تھرمل ریڈی ایشن کہتے ہیں۔ کم تپش سے معتدل تپش کی پیمائش کا طریقہ ہم پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں اب ہم بلند تپش کی پیمائش کے طریقوں کا مطالعہ کریں گے۔

## 18.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- حراری اشعاع کی پیمائش کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔
- او جھل فلمینٹ مناظری آتش پیمائی کی وضاحت کریں گے۔
- تقطیبی آتش پیمائی پر بھی بحث کریں گے۔
- شمس مستقلکی تعریف کریں گے۔
- آنگسٹروم کا دھوپ پیمائی کی وضاحت کریں گے۔
- شمسی تپش کی وضاحت کریں گے۔

## 18.2 حراری اشعاع کی پیمائش (Measurements of Thermal Radiation)

بلند تپش کی پیمائش کے لیے جو آلات استعمال کیے جاتے ہیں انہیں آتش پیمائی (پائیرومیٹر) Pyrometer کہتے ہیں۔ وہ پائیر و میٹر جو ریڈی ایشن کے اصول پر کام کرتے ہیں ریڈی ایشن پائیر و میٹر کہلاتے ہیں۔ ایک سیاہ جسم سے ریڈی ایشن کا اخراج صرف اس جسم کی تپش پر منحصر ہوتا ہے اس لیے ریڈی ایشن کے طریقے سے بلند تپش کی پیمائش بہ آسانی کی جاسکتی ہے۔ ریڈی ایشن پائیر و میٹر کی دو اقسام ہیں:

### 1. مجموعی اشعاع پائیرومیٹر (Total Radiation Pyrometer)

ایک سیاہ جسم جس کی تپش کی پیمائش درکار ہو اس کی مجموعی ریڈییشن کے طریقے سے تپش کی پیمائش کرنے والا آلہ مجموعی ریڈییشن پائیرومیٹر کہلاتا ہے۔ اس آلہ میں تپش کی پیمائش کے لیے اسٹیشن کا کلیہ استعمال کیا جاتا ہے۔

### 2. مناظری یا طیفی پائیرومیٹر (Optical or Spectral Pyrometer)

مناظری پائیرومیٹر کے ذریعہ ایک مخصوص طول موج کے ریڈییشن کی حدت کا تقابل ایک اسی طول موج کی ریڈییشن سے کیا جاتا ہے جو ایک معیاری جسم معلوم تپش پر خارج کرتا ہے۔ جس کی تپش کی پیمائش وین ڈسپلینٹ کے کلیہ یا پلانک کے کلیہ کے ذریعہ کی جاتی ہے۔

#### فوائد (Advantages):

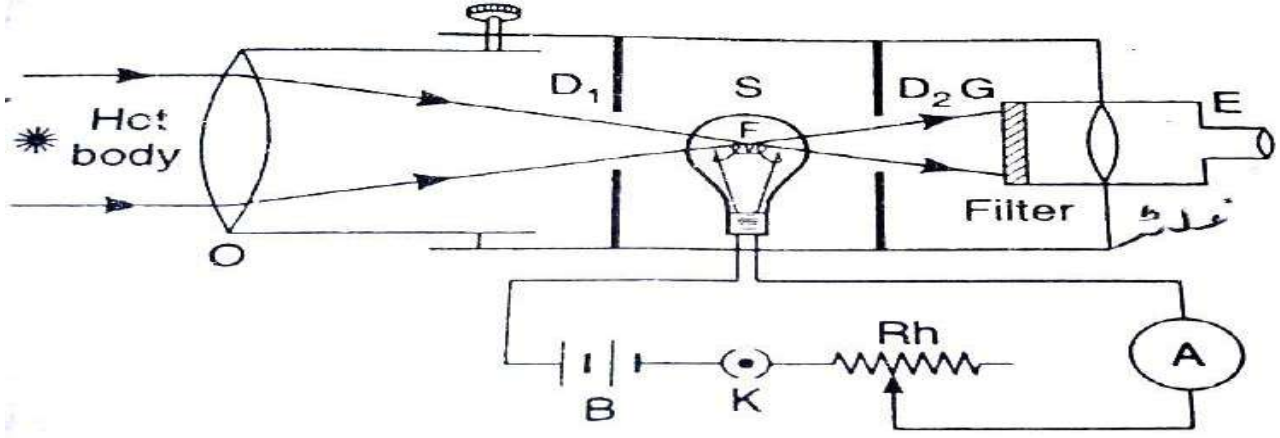
- اس پائیرومیٹر کے ذریعہ اس گرم جسم کی تپش بھی معلوم کی جاسکتی ہے جو پہنچ سے باہر ہو۔
- انہیں گرم جسم سے تماس میں لانے کی ضرورت نہیں اور نہ ہی ان کی تپش گرم جسم کی تپش تک بڑھانے ہوتی ہے۔
- اس میں قیاس آرائی کی ضرورت نہیں کیونکہ اشعاعی کلیات پر تپش پر قابل قبول ہوتے ہیں۔

#### نقصانات (Disadvantages):

- ان کی تپش حد  $6000^{\circ}C$  سے شروع ہوتی ہے لہذا اس سے کم تپش کی پیمائش ممکن نہیں۔
- ان پائیرومیٹر سے پیمائش کردہ تپش حقیقی تپش سے کم ہوتی ہے کیونکہ اس میں اشعاعی کلیات کو استعمال کیا جاتا ہے اور ان کلیات سے صرف سیاہ جسم کی پیمائش درست طور پر معلوم کی جاسکتی ہے اس لیے یہ صرف سیاہ جسم کی پیمائش ٹھیک ٹھیک کر سکتے ہیں۔

### 18.3 ڈس اپیرینگ فلمینٹ آپٹیکل پائیرومیٹر (Disappearing Filament Optical Pyrometer)

اس پائیرومیٹر کو سب سے پہلے Morse نے ڈیزائن کیا بعد میں Holborn اور Kurlbaun نے اس اصلاح کی۔ یہ پائیرومیٹر ایک دور بین پر مشتمل ہوتا ہے جس کے ایک سرے پر وہانہ Objective, O، ترتیب دیا جاتا ہے اور دوسرے سرے پر چشمہ E ترتیب دیا جاتا ہے۔ دہانے اور چشمہ کے درمیان کا فاصلہ Rack اور Pinion طریقے سے کم زیادہ کیا جاسکتا ہے۔ جیسا کہ شکل (18.1) میں دکھایا گیا ہے دور بین کے کراس واٹر کو برقی بلب S سے بدل دیا جاتا ہے۔ لیب کے فیلمنٹ F کو ایک بیٹری B سے ایک مزاحمت کو  $R_h$  اور ایک ایم پیما سے ہم سلسلہ جوڑ دیا جاتا ہے۔ بلب کے فیلمنٹ کو برقی رو سے گرم کیا جاتا ہے۔ اور دور میں موجود برقی رو کو تبدیل کر کے اس کی تپش میں تبدیلی کی جاتی ہے اور برقی رو کی پیمائش ایم پیما کے ذریعہ کی جاتی ہے۔  $D_1$  اور  $D_2$  دو ڈیا فرام (Diaphragms) ہیں جو اشعاعی مخروطی شعاعوں کے دور بین میں داخلے کو محدود کرتے ہیں چشمہ E کے سامنے ایک سرخ شیشے کا فلٹر G ترتیب دیا جاتا ہے۔



شکل (18.1)

کام کرنے کا اصول (Principles of Working)

پائیرومیٹر کے دہانے کا رخ جسم کی جانب کیا جاتا ہے جس کی تپش کی پیمائش کرتا ہو۔ pin اور Rackion طریقے سے دہانے کی وضع (پوزیشن) اس طرح ترتیب دی جاتی ہے کہ گرم جسم کا خیال (ایمچ) فلیمنٹ F پر فوکس رہے اس خیال کا مشاہدہ چشمہ E سے کیا جاتا ہے۔ جو سرخ شیشے کے فلٹر G پر فٹ ہوتا ہے۔ فلیمنٹ کا ایمچ پس منظر میں سرخ روشنی پر متراکب (Super imposed) ہوتا ہے جو دشمنہ کے مناظری میدان (Field of view) میں نظر آتا ہے۔ اب برقی رو گزار کر فلیمنٹ کو گرم کیا جاتا ہے۔ فلیمنٹ سے اتنی برقی رو گزارا جاتی ہے کہ پس منظر میں فلیمنٹ نظروں سے اوجھل (Disappear) ہو جائے۔ ایم پیما سے اس برقی رو کی پیمائش کی جاتی ہے چونکہ ایمچ اور فلیمنٹ دونوں ہی یکساں روشن ہیں دونوں ہی یکساں توانائی کی مقدار فی اکائی رقبہ فی اکائی سکینڈ خارج کرتے ہیں اس لیے دونوں کی تپش بھی ایک ہی ہوتی ہے۔

تپش کی پیمائش (Measurement of Temperature)

فلیمنٹ کی تپش T (یا گرم جس کی نامعلوم تپش) ذیل کے ضابطے سے معلوم کی جاتی ہے۔

$$I = a + bT + CT^2$$

جہاں I دور میں برقی دور کی مقدار a، b اور c مستقل ہیں۔ ان مستقل کی قیمت آلہ کی معلوم تپش کے ساتھ پیمانہ بندی

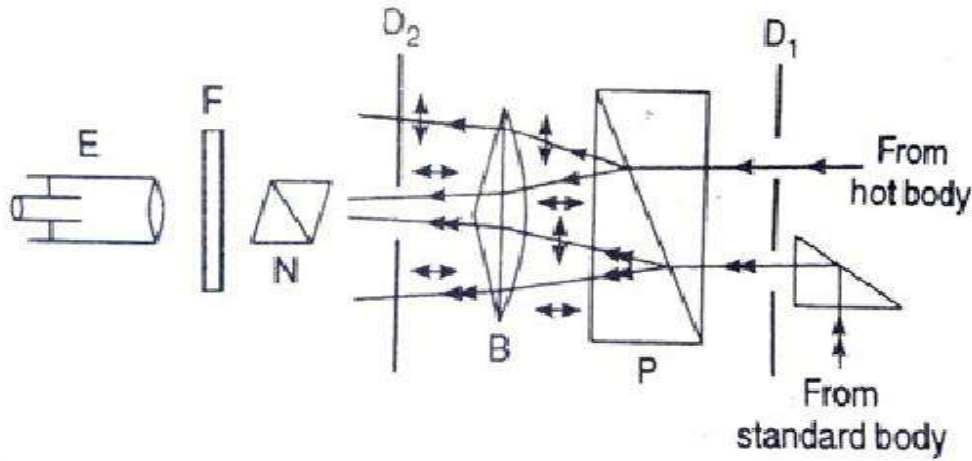
(Calibration) کر کے حسب ذیل طریقوں سے معلوم کی جاتی ہے۔

کئی اجسام کو استعمال کرتے ہوئے جن کی تپش صحیح طور پر معلوم ہوں متعلقہ ایم پیما کے مشاہدات نوٹ کر لیے جاتے ہیں جب کہ فلیمنٹ نظروں سے اوجھل ہو۔ اوپر کی مساوات کو استعمال کرتے ہوئے اور کسی تین مشاہدات کے لیے اسے حل کرتے ہوئے

a,b اور c کی قیمتیں معلوم کی جاتی ہیں۔ یہ آلہ  $600^{\circ}C$  سے  $1500^{\circ}C$  تک تپش کی پیمائش کے لیے موزوں ہے۔ اس آلہ میں ترمیم کر کے اس کی صلاحیت کو  $2700^{\circ}C$  تک بڑھایا جاسکتا ہے۔

#### 18.4 تقطیبی پائیرومیٹر (Polarizing Pyrometer)

اس مناظری پائیرومیٹر کو Wanner نے ڈیزائن کیا جسے شکل (18.2) میں دکھایا گیا ہے۔ ایک گرم جسم سے جس کی تپش کی پیمائش مقصود ہا ایک ریڈیویشن بیم ڈیٹا فرام  $D_1$  سے گزار کر کیلسائیٹ کے منشور P واقع کی جاتی ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ کیلسائیٹ دوہری انعطافی قلم ہوتی ہے۔ جو شعاع و قوع کو دو مستوی تقطیب (Plane Polarised) ترکیبی جز (Component) میں تقسیم کر دیتی ہے۔ جو مستوی میں ایک دوسرے کے عمودوار ہوتے ہیں ان دو اجزاء کو شکل میں عمودی اور افقی تیروں کے نشان سے ظاہر کیا گیا۔



شکل (18.2)

ان دو اجزاء کو دوہری سطح کے منشور B (Biprism) سے گزارا جاتا ہے۔ دوہرا منشور ان شعاعوں کو اس طرح منحرف کرتا ہے کہ صرف افقی جز ڈیٹا فرام  $D_2$  سے گزرتا ہے۔ جب کہ عمودی جز روک لیا جاتا ہے۔ اس طرح ایک اشعاعی بیم ایک معیاری جسم سے اسی انداز میں گزاری جاتی ہے اس عمل میں شکل سے ظاہر ہے کہ اس بار عمودی جز ڈیٹا فرام  $D_2$  سے گزرتا ہے اور افقی جز روک لیا جاتا ہے اس طرح دو ایک دوسرے کے عمودوار تقطیب شدہ جز نکول منشور N (Nicol Prism) سے گزارے جاتے ہیں اور اس کے بعد یہ ایک سرخ فلٹر F سے گزرتے ہیں چشمہ E سے مشاہدہ کرنے پر نور کے دو نیم دائروں (Patches) ایک دوسرے کے بازو نظر آتے ہیں۔



### تپش کی پیمائش (Calculation of Temperature):

نامعلوم تپش ذیل کے ضابطہ سے معلوم کی جاتی ہے۔

$$\log \tan \theta = a + \frac{b}{T}$$

جہاں a اور b مستقل ہیں جن کی قیمتیں معلوم تپش کے ساتھ پیمانہ بندی کر کے کی جاتی ہے۔ اور  $\theta$  میٹر کے ذریعہ  $\theta$  کی قیمت معلوم کر کے نامعلوم T کی قیمت معلوم کی جاتی ہے۔

### ضابطہ اخذ کرنا (Derivation of Formula):

فرض کیجئے گرم جسم میں جس کی تپش کی پیمائش خصوصاً اس کے سرخ روشن رنگ کی حدت  $E_\lambda$  ہے اور اسی رنگ کے اشعاع کی حدت سے جو معیاری جسم خارج کرتا ہے اس کی حد  $S_\lambda$  ہے تب

$$\frac{E_\lambda}{S_\lambda} = \tan^2 \theta \text{ ---- (18.1)}$$

اب معیاری جسم وہی رکھتے ہوئے تجربے کو دوسرے جسم کے ساتھ دوہرا لیا جاتا ہے۔ جس کی تپش T ہے۔ فرض کیجئے کہ اس صورت میں نکول منشور کا گردشی زاویہ  $\theta$  ہے تب۔

$$\frac{E_\lambda}{S_\lambda} = \tan^2 \theta \text{ ---- (18.2)}$$

جہاں  $E_\lambda$  دوسرے جسم سے خارج کردہ اشعاع کی حدت ہے۔

مساوات (18.1) اور (18.2) سے

$$\frac{E_\lambda}{E_{\lambda'}} = \frac{\tan^2 \theta}{\tan^2 \theta'} \text{ ---- (18.3)}$$

وین کے تقسیمی کلیہ کے مطابق:

$$E_\lambda = C_1 \lambda^{-5} e^{-e2/\lambda T} \text{ ---- (18.4)}$$

$$E_{\lambda'} = C_1 e^{-e2/\lambda T'} \text{ ---- (18.5)}$$

جہاں  $C_1$  اور  $C_2$  مستقل ہیں۔

مساوات (18.4) اور (18.5) سے

$$\frac{E_\lambda}{E_{\lambda'}} = e^{-e2/\lambda \left(\frac{1}{T'} - \frac{1}{T}\right)} \text{ ---- (18.6)}$$

مساوات (18.3) اور (18.6) کا تقابل کرنے پر

$$\frac{\tan \theta^2}{\tan \theta'^2} = e^{-e2/\lambda \left(\frac{1}{T'} - \frac{1}{T}\right)}$$

دونوں طرف log لینے پر

$$\log[\tan^2 \theta \tan^2 \theta'] = \frac{c_2}{\lambda} \left( \frac{1}{T}, \frac{1}{T'} \right)$$

$$2 \log[\tan \theta \tan \theta'] = \frac{c_2}{\lambda} \left( \frac{1}{T}, \frac{1}{T'} \right)$$

اس مساوات اور مساوات  $\log \tan \theta = a + b/T$  میں مماثلت ہے جہاں  $a$  اور  $b$  آلے کی مستقل ہیں جن کی پیمائش معلوم تپش کے ساتھ پیمانہ بندی کر کے کی جاتی ہے اس طرح  $\theta$  کی پیمائش کر کے  $T$  پیمائش کی جاتی ہے۔

## 18.5 شمسی مستقل (Solar Constant)

سورج اپنی بلند تپش کی وجہ سے ہر سمت میں توانائی کا اشعاع کرتا ہے۔ زمین سورج سے اس کی مجموعی توانائی کا صرف ایک کمترین حصہ (Fraction) ہی حاصل کرتی ہے۔ سورج سے آنے والی اشعاع کا ایک قابل لحاظ حصہ زمین کی فضا میں انعکاس اور بکھراؤ (Scattering) کی وجہ سے ضائع ہو جاتا ہے اس کے علاوہ زمین کی فضا بھی سورج کی توانائی کا ایک قابل لحاظ حصہ اپنے اندر جذب کر لیتی ہے۔ اس اشعاع کا انحصار انجذاب، موقع محل، دن کے وقت، سال کے وقت، موسم اور سورج کی شعاعوں سے اس مقام کی سطح کا جھکاؤ (Tilt) وغیرہ پر ہوتا ہے۔ اس لیے زمین کا شمسی اشعاع کا حصول فی اکائی رقبہ سیاہ سطح جو سورج کی شعاعوں سے زاویہ قائمہ بناتی ہوں جب کہ وہ زمین کے اوسط فاصلہ پر واقع ہو، ایک مستقل مقدار ہے۔ اس مستقل مقدار کو شمسی مستقل کہتے ہیں۔

"وہ شرح جس سے ایک سیاہ سطح کا سورج کی توانائی کا حصول فی اکائی رقبہ جو سورج کی شعاعوں کے عمودوار ہو اور جو سورج اور زمین کے درمیان زمینی فضا کی غیر موجودگی میں اوسط فاصلہ پر واقع ہو شمسی مستقل (Solar Constant) کہلاتا ہے۔ اس کی قیمت  $(1.92 \text{ یا } 1340 \text{ w m}^{-2} \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1})$  ہے۔"

## 18.6 Angstrom کا دھوپ پیمانہ (Angstrom's Pyrheliometer)

### شمسی مستقل کی تخمین (Determination of Solar Constant)

شمسی مستقل کی تخمین کے لیے استعمال ہونے والا آلہ دھوپ پیمانہ Pyrheliometer کہلاتا ہے۔ شکل (18.3) میں Angstrom کے دھوپ پیمانہ کو دکھایا گیا ہے یہ دو یکساں تیلی سیاہ پٹیوں  $S_1$  اور  $S_2$  پر مشتمل ہوتا ہے ان پٹیوں کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ ایک پٹی سورج سے آزادانہ اشعاع حاصل کرتی ہے جب کہ دوسری پٹی کا سورج کی اشعاع سے ایک دوہری دیواری ڈھال  $H$  سے دفاع کیا جاتا ہے۔ یہ پٹیاں پلٹینیم یا Constant کی بنی ہوتی ہیں  $S_1$  اور  $S_2$  کو تانبے اور Constant کے حراری جفت کے دو جنکشن سے ایک پیمانہ کے ہمراہ جوڑ دیا جاتا ہے پٹی  $S_2$  کو برقی طور پر سرکٹ کے ذریعہ گرم کیا جاتا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

کام کرنے کے اصول (Principles of Working)

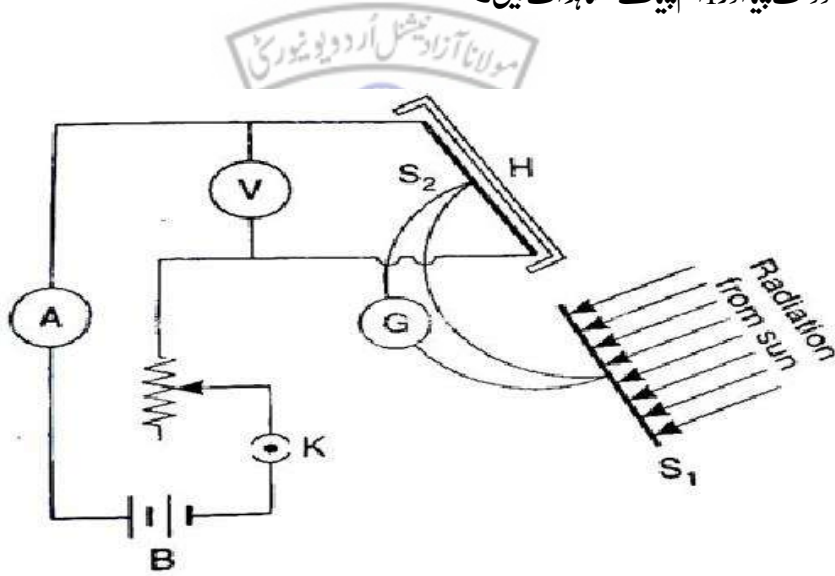
جب  $S_1$  اور  $S_2$  یکساں تپش پر ہوتے ہیں تو روپیہا میں کوئی انصراف نہیں ہوتا۔ جب  $S_1$  پر سورج کی شعاعیں واقع ہوتی ہیں تو اس کی تپش میں اضافہ ہوتا ہے اور روپیہا میں انصراف پیدا ہوتا ہے اب پٹی  $S_2$  سے برقی رو گزاری جاتی ہے اور برقی رو کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ روپیہا میں انصراف صفر ہو۔ یعنی  $S_1$  اور  $S_2$  کی تپش مساوی ہوتی ہیں یعنی دونوں پٹیوں کو جس شرح سے حرارت ایصال کی جاتی ہے وہ آپس میں مساوی ہوتی ہے۔ پٹی  $S_2$  کو مہیا کی گئی حراری توانائی کو دور میں موجود برقی رو  $I$  اور تفاوت  $V$  کے ذریعہ محسوب کیا جاتا ہے۔ اگر  $A$  پٹی کی تراش عمودی کا رقبہ ہو اور 'a' شرح انجذاب ہو تب جذب کردہ توانائی یا سورج سے حاصل کردہ اشعاع فی منٹ فی مربع سنٹی میٹر ہوگا۔

$$\frac{V \times I \times 60}{A \times a \times 4.2}$$

اس طرح شمس مستقل کی قیمت ہوگی

$$S = \left( \frac{V \times I \times 60}{A \times a \times 4.2} \right) \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$$

جہاں  $V$  ولٹ پیہا اور  $I$  ایم پیہا کے مشاہدات ہیں۔



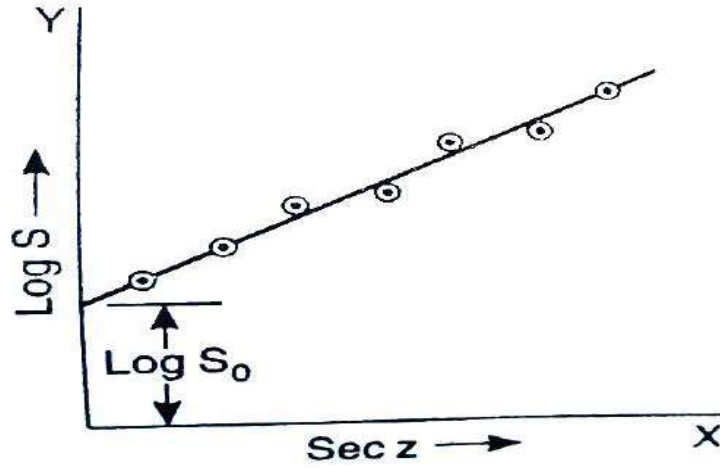
شکل (18.3)

اس تجربہ کو ایک ہی دن میں ایک ہی مقام پر آسمان کے نیچے مختلف بلندیوں پر دہرایا گیا اور تمام سال اس تجربے کو انجام دیتے ہوئے شمسی مستقل کی قیمت معلوم کی گئی۔ شمسی مستقل کی مشاہدہ کردہ قیمت  $S$  اور اس کی حقیقی قیمت  $S_0$  کو ذیل کے رشتے سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$S = S_0 \tau^{\sec z}$$

جہاں  $\tau$  فضا کی ترسیلی شرح (Transmission Coefficient) اور  $Z$  سمت الراس (Zenith) سورج کا فاصلہ یا زاویہ ارتفاع ہے لوکار تم لینے پر

$$\log S = \log S_0 + \sec z \log \tau$$



شکل (18.4)

تجرباتی ڈاٹا سے ایک ترسیم  $\log S$  (y محور پر) اور  $\sec z$  (x محور) کے درمیان کھینچی جاتی ہے۔ یہ ترسیم ایک خط مستقیم ہوتی ہے جیسا کہ شکل (13) میں دکھایا گیا ہے۔ y محور پر خط مستقیم کے نقطہ تقاطع سے  $\log S_0$  کی قیمت حاصل ہوتی ہے جس سے  $S_0$  کی تخمینہ کی جاتی ہے۔ اس سے  $S_0$  کی قیمت  $1340 \text{ Wm}^{-2}$  یا  $1.937 \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$  یا  $80400 \text{ Jm}^{-2} \text{ min}^{-1}$  حاصل ہوتی ہے۔

## 18.7 شمسی تپش (Temperature of Sun)

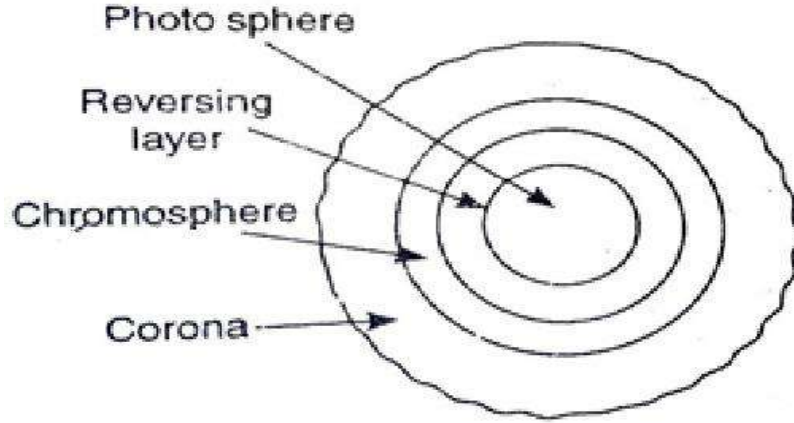
سورج کا مرکزی حصہ (Core) کہلاتا ہے۔ جس کی تپش 20 ملین ڈگری ہوتی ہے۔ اس مرکزی حصے کی سرحدیں ایک کثیف خول پر مشتمل ہوتی ہے جسے ضیائی کرہ (Photophere) کہتے ہیں۔ سورج کی تپش سے مراد ضیائی کرہ کی تپش ہوتی ہے جو کہ 6000k ہوتی ہے۔ اس کے بعد 300 تا 400 کیلو میٹر کثیف تہہ ہوتی ہے۔ جس میں بیشتر عناصر گیس کی حالت میں ہوتے ہیں اسے معکوسی پرت Reversing Layer کہتے ہیں۔ معکوسی پرت کا وسیع حصہ (Extension) لونی کرہ (Chromosphere) کہلاتا ہے۔ یہ صرف کامل سورج گہن کے وقت نظر آتا ہے آخر میں بیرونی گیس پرت جو نصف ملین کلو میٹر زائد حصہ پر محیط ہوتی ہے ہالہ (Corona) کہلاتی ہے۔ سورج کے مختلف حصوں کو شکل (15) میں دکھایا گیا ہے۔ شمسی مستقل کی قیمت معلوم کرتے ہوئے اور سورج کو ایک کامل سیاہ جسم مانتے ہوئے سورج کی تپش حسب ذیل طریقے سے معلوم کی جاتی ہے۔

فرض کیجئے سورج کے ضیائی کرہ کا نصف قطر R ہے تب اس کی سطح کا رقبہ  $4\pi R^2$  ہو گا اگر سورج کی تپش مطلق  $T_k$  ہو تب اسٹیفن کے کلیہ کے مطابق سورج سے خارج کردہ توانائی فی منٹ ہوگی۔

$$4\pi R^2 \times \sigma T^4 \times 60$$

جہاں  $\sigma$  اسٹیفن کا مستقل ہے۔

یہ توانائی ہر سمت میں پھیلتی ہے۔ سورج سے ایک ہم مرکزہ کرہ تصور کیجئے جس کا نصف قطر  $r$  ہے (سورج سے زمین کا فاصلہ ہے) تب اس کرے سے خارج شدہ توانائی  $4\pi R^2$  سطح پر پھیلے گی۔ اگر  $S$  شمسی مستقل ہو تب اس سطح ( $4\pi R^2$ ) کو حاصل ہونے والی توانائی فی منٹ  $4\pi r^2 S$  ہوگی لہذا



شکل (18.5)

$$4\pi R^2 \times \sigma T^4 \times 60 = 4\pi r^2 S$$

$$T^4 = \frac{Sr^2}{60R^2\sigma}$$

$$T = \left[ \left[ \frac{r}{R} \right]^2 \frac{S}{60} \times \frac{1}{\sigma} \right]^{1/4}$$

اس طرح  $R, r, S$  اور  $\sigma$  کی قیمتیں درج کر کے سورج کی تپش معلوم کی جاسکتی ہے۔

## 18.8 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

### حل شدہ مثال 1

ایک ٹھوس کی فریکوئنسی  $2.49 \times 10^{12} \text{ Hz}$  ہے تب اس کی آئین اسٹائین تپش محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ  $K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$  اور  $h = 6.64 \times 10^{-34} \text{ Js}$

آئین اسٹائین تپش کی مساوات ہے۔

$$T_E = \frac{hv}{k}$$

$$T_E = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 2.39 \times 10^{12}}{k 1.38 \times 10^{-23}} = \frac{16.508}{1.36} \times 10^{35} \times 10^{-34}$$

$$T_E = 119.6K$$

حل شدہ مثال 2

ذیل کے ڈاٹا سے سورج کی تپش معلوم کیجئے۔

$$S = 1340 \text{ w/m}^2 \text{ شمسی مستقل}$$

$$R = 6.92 \times 10^8 \text{ m سورج کا نصف قطر}$$

$$r = 1.5 \times 10^{11} \text{ m سورج اور زمین کا درمیانی فاصلہ}$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ w m}^{-2} \text{ k}^{-4}$$

حل: ہم جانتے ہیں کہ سورج کی تپش کا ضابطہ:

$$T = \left( \left( \frac{Y^2}{R} \right) \frac{S}{\sigma} \right)$$

$$T = \left( \left( \frac{1.5 \times 10^{11}}{6.92 \times 10^8} \right)^2 \frac{1340}{6.92 \times 10^8} \right)^{1/4}$$

حل کرنے پر

$$T = 5762k \text{ سورج کی تپش}$$

## 18.9 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- کاسیکل طبیعیات طبیعی مظاہر جیسے ضیائی برقی اثر، کامپٹن اثر وغیرہ کی توضیح نہیں کر سکی۔
- پلانک کے کلیہ کے ذریعہ آئین اسٹائن نے ضیائی برقی اثر، حرارت نوعی، کامپٹن نے x-ray کے بکھرنا اور بوہر نے جوہر کی ساخت کی کامیابی سے توضیح کی۔
- بلند تپش کی پیمائش کے لیے پائرو میٹر استعمال کیے جاتے ہیں۔ جس میں وین کاڈ سپلیمنٹ کلیہ یا پلانک کا کلیہ یا پلانک استعمال کر کے اجسام کی بلند تپش کی پیمائش کی جاتی ہے۔
- آج کل اڈوانس ریپوٹ سنسنگ پائرو میٹر کے ذریعے کسی بھی سطح کی پیمائش آسانی کی جاتی ہے۔
- سورج سے زمین کو حاصل ہونے والی اشعاع فی اکائی رقبہ فی اکائی منٹ شمسی مستقل کہلاتی ہے۔
- سورج کی سطح کی تپش کی پیمائش کے لیے دھوپ پیمائش استعمال کیا جاتا ہے۔

- سورج کی سطح کی تپش 6000k اور انتہائی اندرونی مرکزے کی تپش 20 ملین ڈگری ہے۔

### 18.10 کلیدی الفاظ (Keywords)

- (ڈیا + فر + ام) (Diaphragm): ایک تیلی دھاتی قرص یا پلیٹ
- (ف + ل + ٹ + ر) Filter: مناظری فلٹر ایسے آلات جو منتخبہ طول موج کو جذب کرتے ہیں۔
- (بو + لو + میٹر) Bolometer: اشعاع پیمائش جو کسی جسم پر واقع ہونے والی برقی مقناطیسی اشعاع کی طاقت کی پیمائش کرتا ہے۔
- (نا + ئی + کو + ل + منشور) (Nicol Prism): ایک ایسا مناظری آلہ جو تقطیب گر کا کام کرتا ہے۔ یہ اس سے گزرنے والی نور کی موجوں کو دو اجزاء میں تقسیم کرتا ہے ایک معمولی شعاع اور ایک غیر معمولی شعاع۔
- (ذی + نتھ) Zenith: زمین پر کسی خاص مقام کے راست اوپر (عمودوار) خیالی نقطہ۔
- (فلو + رو + اسپار) Flurite: Flurospar کی ایک معدنی شکل یہ IR اور UV کو جذب نہیں کرتا۔

### 18.11 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

#### 18.11.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. دھوپ پیمائش (Pyrheliometer) سے کیا پیمائش کیا جاتا ہے؟
2. شمسی مستقل کی تعریف کیجئے۔
3. سورج کی تپش محسوب کرنے کا ضابطہ بیان کیجئے۔
4. برقی مقناطیسی اشعاع کا اخراج
  - (a) ہر جسم پر تپش پر کرتا ہے
  - (b) ہر جسم  $0^{\circ}C$  پر کرتا ہے
  - (c) ہر جسم  $100^{\circ}C$  پر کرتا ہے
  - (d) ہر جسم صفر مطلق پر کرتا ہے
5. ایک کامل سیاہ جسم کی تپش میں دو گنا اضافہ کای جائے تب اشعاعی اخراجی توانائی فی اکائی رقبہ میں کتنے گنا اضافہ ہوگا۔
  - (a) دو گنا
  - (b) چار گنا
  - (c) آٹھ گنا
  - (d) سولہ گنا
6. ایک بلب کے فلیمینٹ کو کس شرح سے توانائی مہیا کی جائے کہ اس کی تپش 3600k ہو جائے جب کہ اس کی توانائی کی شرح 16w اور تپش 1800k ہے۔
  - (a) 4w
  - (b) 64w
  - (c) 1282w
  - (d) 256w

7. تپش 6000k کی پیمائش کے لیے کون سا آلہ استعمال کیا جاتا ہے۔

- (a) بولو میٹر  
(b) ہیلیم گیس تھرمامیٹر  
(c) پائرومیٹر  
(d) پلیٹینم مزاحمت تھرمامیٹر

8. سرخ شیشے کو اتنا گرم کیا جائے کہ وہ سرخ ہو جائے تب یہ کیسا نظر آئے گا۔

- (a) سبز  
(b) سفید  
(c) سفید  
(d) Invisible

18.11.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. پائرومیٹر کی اقسام بیان کیجئے۔ اس کے فوائد اور نقصانات بیان کیجئے۔  
2. سورج کی تپش کس طرح معلوم کی جاتی ہے؟ معلوم کیجئے۔

18.11.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. پائرومیٹر کیا ہیں؟ ایک ڈس ایپیرنگ (Disappearing) فلیمنٹ آپٹیکل پائرومیٹر کی بناوٹ اور کام کرنے کے اصول کو بیان کیجئے۔  
2. آپٹیکل پائرومیٹر کیا ہیں؟ ایک تقطیبی (Polarising) پائرومیٹر کی بناوٹ اور کام کرنے کے اصول کو بیان کیجئے۔  
3. شمسی مستقل کی تعریف کیجئے اور اس کی تخمین کے لیے ایک تجربہ بیان کیجئے۔

18.11.4 غیر حل شدہ سوالات (Unsolved Questions)

1. ایک لوہے کی بھٹی سے فی گھنٹہ  $1.53 \times 10^6$  کیلوری کا اشعاع ایک شگاف کے ذریعہ عمل میں آتا ہے۔ جس کا تراش عمودی کارقبہ  $10^{-4} m^2$  ہے۔ اگر بھٹی کی اضافی اخراجیت (e) کی قیمت 0.8 ہے تو بھٹی کی تپش محسوب کیجئے دیا گیا ہے کہ  
(جواب: 2500k)  
 $\sigma = 5.6 \times 10^{-8} mks$
2. اگر سورج کا نصف قطر  $7.04 \times 10^5 km$  اور زمین کا درمیانی فاصلہ  $14.72 \times 10^7 km$  اور شمسی مستقل  $1400 w/m^2$  اور  $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} wm^{-2} k^{-4}$  ہو تب سورج کی تپش محسوب کیجئے۔  
(جواب: 5723k)



1. Heath and Thermodynamics – Zemanksy
2. Physics – Resnick & Halliday (new edition) (5<sup>th</sup> & 6<sup>th</sup>)
3. Thermodynamics and Statistical Physics – Sharma & Sarkar.
4. Thermodynamics, Statistical Physics & Kinetics – Satya Prakash, J.P. Agarwal
5. Thermodynamics & Optics – S.L. Gupta & Sanjeev Gupta.
6. Thermodynamics Core Physics III – Vikas
7. University Physics – W. Sears, N. Zeemansky, D. Young
8. Modern Physics by R. Murugesan and Kiruthiga Siva Prasath.
9. Undergraduate Physics, Vol-I, AB. Bhattachariya & R. Bhattachariya.





viii. کرچوف کے کلیہ کو بیان کیجئے۔

ix. اسٹیفن۔ بولٹزمن کے کلیہ کو بیان کیجئے۔

x. شمسی مستقل کی تعریف کیجئے۔

### حصہ دوم

2. مختصر طور پر سالمات کی اسپیڈ کے میکس ویل ڈسٹری بیوشن کلیہ کی وضاحت کیجئے۔

3. بوسانس اور فرمیانس کے درمیان تقابل کیجئے۔

4. ریور سیبل اور ار ریور سیبل اعمال کیا ہیں؟ مثالیں دیجئے۔

5. کائنات کی انٹروپی پر نوٹ لکھئے۔

6. میکس ویل کے تھر موڈ اٹناک رشتے لکھیے۔

7. مثالوں کے ذریعہ پہلے درجہ اور دوسرے درجہ کی فیز میں تبدیلی کی وضاحت کیجئے۔

8. Ferry کے سیاہ جسم کو بیان کیجئے۔

9. پلانک کے کلیہ سے اسٹیفن کے کلیہ کو اخذ کیجئے۔

### حصہ سوم

10. میکس ویل بولٹزمن، بوس آئین اسٹائن اور فری ڈیراک اسٹائٹیکس کے درمیان تقابل کیجئے۔ کن حدود کے تحت BE اور FD

اسٹائٹیکس MB اسٹائٹیکس کے مساوی ہوتے ہیں؟

11. کارنوٹ سائیکل کو بیان کیجئے۔ ہر مرحلہ میں انجام دیے گئے کام کو حجم۔ دباؤ ترسیم پر کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے؟

12. تھر موڈ اٹناکس کا دوسرا کلیہ بیان کیجئے اور اس کی وضاحت کیجئے۔ کیلون کے پیمانہ تپش کو بیان کیجئے اور اس کی اہمیت بیان کیجئے۔

13. ہائیڈروجن کو مائع میں تبدیل کرنے کا طریقہ بیان کیجئے۔ اسے مائع میں تبدیل کرنے کا اصول بیان کیجئے۔

14. پلانک کے کلیہ سے حسب ذیل کلیات اخذ کیجئے۔ (1) وین کا فارمولہ (2) ریلے جینز کا کلیہ (3) وین کا نقل مکانی کلیہ (4) اسٹیفن کا کلیہ۔



**BSPH450CCP**



# اکائی 19۔ پلانک کا مستقلہ

(Plank Constant)

## اکائی کے اجزا

تمہید	19.0
مقاصد	19.1
آلات	19.2
تشریح آلات	19.2.1
نظریہ آزاد پوٹنشل اردو یونیورسٹی	19.3
طریقہ عمل	19.4
مشاہدہ اور تحسیب	19.5
احتیاطی تدابیر	19.6
روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت	19.7
تجربی نتائج	19.8
کلیدی الفاظ	19.9

## 19.0 تمہید (Introduction)

پلانک کا مستقل، جس کی علامت  $h$  ہے، ایک بنیادی آفاقی مستقل ہے جو توانائی کی کوانٹم نوعیت کی وضاحت کرتا ہے اور فوٹون کی توانائی کو اس کی فریکوئنسی سے جوڑتا ہے۔ انٹرنیشنل سسٹم آف یونٹس (SI) میں، مستقل قدر  $h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{Hz}^{-1}$  ہے۔ اسے پلانک مستقل بھی کہا جاتا ہے۔ ایٹموں اور ذیلی ایٹمی ذرات کی حرکات کو سمجھنے کے لیے ضروری ہے، پلانک کا مستقل وضاحت کرتا ہے کہ کوانٹم میکینکس اور جدید الیکٹرانکس۔ بشمول کمپیوٹر چپس، سولر پنیلز اور لیزرز۔ کیسے کام کرتے ہیں۔ جیسا کہ پلانک کے مستقل نے کوانٹم میکانکس کے نظریہ کو تیار کرنے میں مدد کی، یہ ستاروں کے ارتقاء، یا وقت کے ساتھ ستاروں میں ہونے والی تبدیلیوں کے بارے میں سائنسدانوں کی سمجھ کے لیے اہم ہے۔

ایٹموں اور ذیلی ایٹمی ذرات کی حرکات کو سمجھنے کے ساتھ ساتھ کوانٹم میکینکس اور جدید الیکٹرانکس کے کام کرنے کے لیے پلانک کا مستقل ضروری ہے۔ اس وقت، موجودہ فارمولوں نے تمام درجہ حرارت کے مشاہدہ شدہ نتائج کو درست طریقے سے بیان نہیں کیا۔ پلانک کے مستقل کو میکس پلانک کی ایک ریاضیاتی اظہار پیدا کرنے کی کامیاب کوشش کے ایک حصے کے طور پر تیار کیا گیا تھا جس نے بند بھٹی (بلیک باڈی ریڈی ایشن) سے حرارتی شعاعوں کی مشاہدہ شدہ سپیکٹروم تقسیم کی درست پیش گوئی کی تھی۔ اس ریاضیاتی اظہار کو اب پلانک کے قانون کے نام سے جانا جاتا ہے۔

1905 میں، البرٹ آئن سٹائن نے خود برقی مقناطیسی موج کی توانائی کے ایک "کوانٹم" یا کم سے کم عنصر کا تعین کیا۔ روشنی کوانٹم نے کچھ معاملات میں برقی طور پر غیر جانبدار ذرہ کے طور پر برتاؤ کیا، اور آخر کار اسے فوٹون کہا گیا۔ میکس پلانک کو طبعیات کا 1918 کا نوبل انعام "انرجی کوانٹا کی دریافت کے ذریعے طبعیات کی ترقی کے لیے ان کی خدمات کے اعتراف میں" ملا۔

## 19.1 مقاصد (Objectives)

اس تجربہ میں ہم:

1. فوٹوالیکٹرک اثر کا استعمال کرتے ہوئے پلانک مستقلہ (Plank's Constant) اور کام تفاعل (Work Function) کی تخمینہ کرنا۔
2. تابکاری کے معکوس مربع قانون کی (Inverse Square Law) کی تصدیق کرنا۔

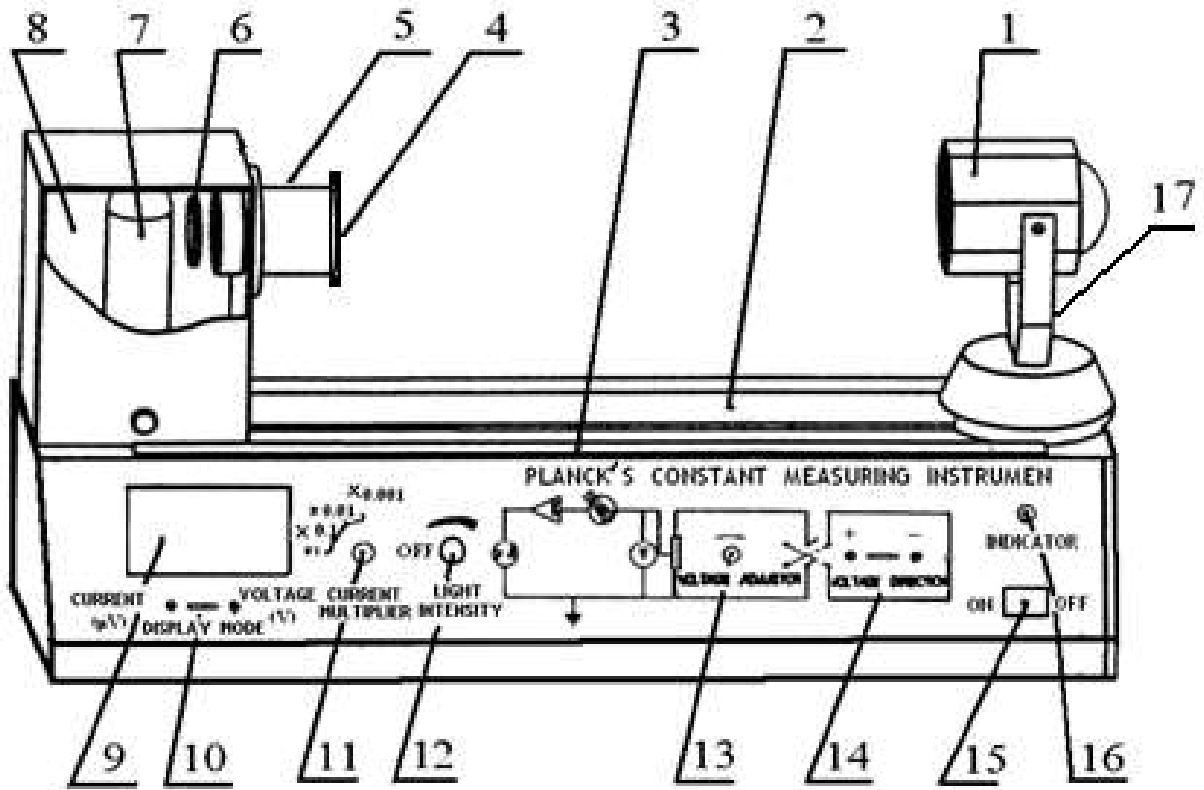
## 19.2 آلات (Apparatus)

(1) پلانک مستقلہ، مختلف رنگوں کے فلٹرز

- i. ضیا حساس (Photo Sensitive) ڈیوائس: ویکيوم فوٹوٹیوب
- ii. روشنی کی واسطہ: ہالوجن ٹنگسٹن پمپ  $12V/35\omega$

- .iii رنگین فلٹرز: 635nm & 570nm, 540nm, 500nm, 460nm
- .iv اسراع پذیر دو لٹیج: ریگولیڈ دو لٹیج پاور سپلائی
- .v آکوٹ پیٹ: Variable  $\pm 15V$
- .vi ڈسپلے: 7,3 ½ digit LED سیگنٹ
- .vii کرنٹ ڈیٹیکٹنگ یونٹ: کم کرنٹ ماپنے والا آلہ ہے۔ (nm)
- .viii پاور ضرورت:  $220V \pm 10\%$ , 50Hz
- .ix آپٹیکل بیج: نور کے واسطے اور فوٹوٹیوب کے درمیان فاصلے کا ایڈجسٹ کرنے کے لیے نور کے مبدہ کو اس کے ساتھ منتقل کیا جاسکتا ہے۔ اسکیل کی لمبائی 400nm ہے۔ رنگین فلٹرز لگانے کے لیے ایک ڈرائیوب فراہم کی گئی ہے اور اسکے پچھلے سرے پر فوکس لینس لگا ہوا ہے۔

### 19.2.1 تشریح آلات (Apparatus Explanation)



Source: <https://lambdasys.com/products/detail/214>

شکل (19.1)

1. روشنی کا واسطہ،  $12V/35\omega$  ہالوجن ٹنگسٹن لیپ۔
2. روشنی کے واسطے کو اس کے ساتھ منتقل کریں، روشنی کا مبدہ اور ڈارک باکس کے درمیان فاصلہ ایڈجسٹ کیا جائے۔
3. اسکیل کی لمبائی  $400\text{nm}$  ویکيوم فوٹوٹیوب کا مرکز صفر نقطہ کے طور پر استعمال ہوتا ہے۔
4. ڈرائیوب: فورپارٹ کلر فلٹر لگانے کے لیے استعمال ہوتا ہے اور ایک فوکس لینس اسکے پیچھے سرے پر لگا ہوا ہوتا ہے۔
5. غلاف (Cover): فوٹوٹیوب پر مشتمل جیمبر کا احاطہ کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔
6. فوکس لینس
7. ویکيوم فوٹوٹیوب
8. ڈیجیٹل میٹر، کرنٹ ( $\mu A$ )، ووٹیج (v)۔
9. ڈپلے موڈ سوئیچ، ووٹیج اور کرنٹ موڈ کے درمیان ڈپلے کو سوئیچ کرنے کے لیے۔
10. کرنٹ موجودہ ضرب
11. نور کی شدت کا سوئیچ: نور کی شدت کو منتخب کرنے کے لیے سوئیچ کریں۔
12. فلٹریٹ: پانچ فلٹرز۔
13. لینس کور
14. ووٹیج کی اسراع بڑھانا۔
15. ووٹیج کی سمت سوئیچ:  $\pm 15v$  کے درمیان
16. پاور سوئیچ۔
17. پاور انڈیکر



### 19.3 نظریہ (Theory)

$$v_s = \frac{h}{e} v - \phi$$

فارمولہ: اسٹاپینگ پوٹینشل کی مساوات  $\phi$  جہاں  $v_s =$  اسٹاپینگ پوٹینشل،  $e =$  الیکٹران کی چارج،  $h =$  پلانک ماسٹقلہ

$v =$  نور کی فریکوئنسی،  $\phi =$  کام تفاعل

گراف:  $v$  اور  $v_s$  کے درمیان ایک گراف بنائیے۔ گراف ایک خط مستقیم ہوگی۔ اس گراف کی مدد سے حائل کی ایکسٹراپولیشن پوائنٹ

$$v = 0 \text{ پر } Cs - Sb \text{ کی کام تفاعل (Work Function) } \phi \text{ کہتے ہیں۔}$$

یہ 1905ء کے اوائل میں دیکھا گیا تھا کہ تابکاری کے زیر اثر زیادہ تر الیکٹران خارج کرتی ہیں۔ اس رجحان کو فوٹوالیکٹرک اخراج کہتے ہیں۔

اس کے تفصیلی مطالعہ سے یہ معلوم ہوا کہ



- i. اخراج کے عمل کا انحصار تابکاری کی فریکوئنسی پر ہے۔
- ii. ہر دھات (Metal) کے لیے ایک فاصل فریکوئنسی موجود ہوتی ہے جیسے کہ کم فریکوئنسی کی نور الیکٹرانوں کو آزاد کرنے سے قاصر ہوتے ہیں، جبکہ زیادہ فریکوئنسی کی نور ہمیشہ الیکٹرانوں کو آزاد کرتے ہیں۔
- iii. الیکٹران کا اخراج تابکاری کی آمد کے بعد بہت کم وقت کے وقفے میں ہوتا ہے اور الیکٹران تعداد اس تابکاری کی شدت کے تناسب ہوتی ہے۔

اوپر دیئے گئے تجرباتی حقائق اس بات کا مضبوط ترین ثبوت میں سے ہیں کہ برقی مقناطیسی میدان کی مقدار درست ہے۔ میدان کی کوانٹا توانائی  $E = hv$  جہاں  $h$  پلانک کا مستقلہ،  $v$  تابکاری کی فریکوئنسی اور ان کوانٹا کو فوٹون کہتے ہیں۔ الیکٹران دھات کی سطح کے اندر توانائی  $e\phi$  جہاں  $\phi$  کام تفاعل اگر نور کی فریکوئنسی ایسی ہے۔

$$a. hv > e\phi \text{ ہو فوٹو الیکٹران کو نکالنا ممکن ہو گا۔}$$

$$b. hv < e\phi \text{ ہو تو الیکٹران کو نکالنا ممکن ہو گا۔}$$

فوٹون کی اضافی توانائی الیکٹران کی بلخرکت کی توانائی کے طور پر ظاہر ہوتی ہے تاکہ

$$hv = \frac{1}{2}mv^2 + e\phi \text{ (or) } \frac{1}{2}mv^2 = hv - e\phi \text{-----(19.1)}$$

مساوات (1) ایک مشہور فوٹو الیکٹرک مساوات ہے جیسے آئن سٹائن نے 1905ء میں وضع کیا تھا۔

اگر ہم ریٹارڈنگ پوٹینشل  $V_0$  کا اطلاق کرتے ہیں تاکہ فوٹو الیکٹران کو مکمل طور پر روکا جاسکے، تو اسے ممکنہ بمقابلہ روکنے کے نام سے اسٹاپنگ پوٹینشل  $V_s$  کہتے ہیں۔

$$\frac{1}{2}mv^2 = ev_s \text{ (or) } ev_s = hv - e\phi$$

$$v_s = \frac{h}{e}v - \phi$$

$v$  اور  $V_0$  کے درمیان گراف کھینچئے۔ تب ترسیم ایک خط مستقیم ہے اور ایکٹروپولڈ پوائنٹ  $v = 0$  پر کام تفاعل  $\phi$  کی قدر حاصل ہوتی ہے۔

فوٹو الیکٹرک سبیل کا استعمال سے تابکاری کے معکوس مربع قانون کی تصدیق کرنا

- i. الیکٹرک پمپ کی منسور شدت (Luminous Intensity) اور  $E$  اسے سے نقطہ  $r$  پر روشنی کی شدت ہے  $E \propto \frac{L}{r^2}$
- ii. اگر نور کی فوٹو الیکٹرک سبیل کے کیتھوڈ پر اخراج ہونے سے فوٹو الیکٹرک کرنٹ  $E \cdot I$  کے تناسب ہوگی تب  $E = \frac{L}{r^2}$
- K. I**
- iii.  $E$  اور  $I$  کے درمیان ایک گراف بنائے۔ گراف ایک خط مستقیم ہوگی تو تب یہ تابکاری کا معکوس مربع قانون کی تصدیق کرتی ہے۔

## 19.4 طریقہ عمل (Procedure)

### I. پلانک کا مستقلہ اور کام تفاعل (Work function) کی تخمین:

- i. سرخ (red) رنگ کا فلٹر داخل کریں (635nm)، تیز روشنی پر روشنی کی شدت کا سوئچ (12) سیٹ کریں، دو لیٹج سمت سوئچ (14)۔ پر اور ڈسپلے موڈ سوئچ (10) موجودہ ڈسپلے پر
- ii. ڈی ایکسلریٹنگ وولٹیج کو 0V پر اور ضارب رو کو 4x0.001 پر ایڈجسٹ کریں۔
- iii. فوٹو کرنٹ کو صفر تک کم کرنے کے لیے اسراع (تیز رفتاری) کو بڑھائیں۔ 635nm طول موج کے صفر کرنٹ کے مساوی ڈی ایکسلریٹنگ وولٹیج (VS) (بمقابلہ) کو نیچے لے جائیں اسی طرح VS کی قدر دوسری موج کی طول کے بمقابلہ حاصل کریں۔ (کم از کم 2 فاصلے کے لیے دہرائیں 40 سینٹی میٹر اور 30 سینٹی میٹر پر)

### II. معکوس مربع قانون کی تصدیق:

- i. کنکشن پہلے جیسا ہی ہو گا سوائے اس کے کہ کیتھوڈ کے ساتھ انوڈ پر مثبت وولٹیج کا طلاق ہو گا۔
- ii. فوٹو الیکٹرک سیل کے سامنے ایک فلٹرز رکھیں۔
- iii. فوٹو سیل کی پوزیشن اور وولٹیج کو مستقل رکھتے ہوئے فوٹو سیل سے لیپ کا فاصلہ چھوٹے قدموں میں بڑھائیں۔ اور آپٹیکل پنچ پر لیپ کی پوزیشن 'r' موجودہ کرنٹ I کو نوٹ کریں۔
- iv. تجربہ دوسرے فلٹرز (کم از کم 2 فلٹرز) کے ساتھ دہرایا جائے۔

## 19.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

### مشاہدات:

$V$  اور  $V_s$  کے درمیان گراف سے  $h$  کی قدر

$$h = e \times \text{slope of graph}$$

$$h = e \times \frac{\Delta V_s}{\Delta V}$$

$\Delta V_s$  اور  $\Delta V$  کی قیمتیں کو گراف سے درج کرنے پر

H کی قیمت = ————— J – sec

معیاری قدر  $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J – sec}$

دوبارہ گراف سے  $v = 0$  پر ورک فنکشن  $\chi$  = ————— Volts

جدول (19.1)

**:FordeterminationofPlanck's constantandworkfunction**

S.No.	Filters	$\nu(\text{sec}^{-1} \times 10^{14})$	Stopping Voltage ( $V_s$ in Volts)	
			d =40 cm	d =30 cm
1	Red(635nm)	4.72		
2	YellowI(585nm)	5.13		
3	YellowII(540nm)	5.56		
4	Green(500nm)	6.00		
5	Blue(460nm)	6.50		

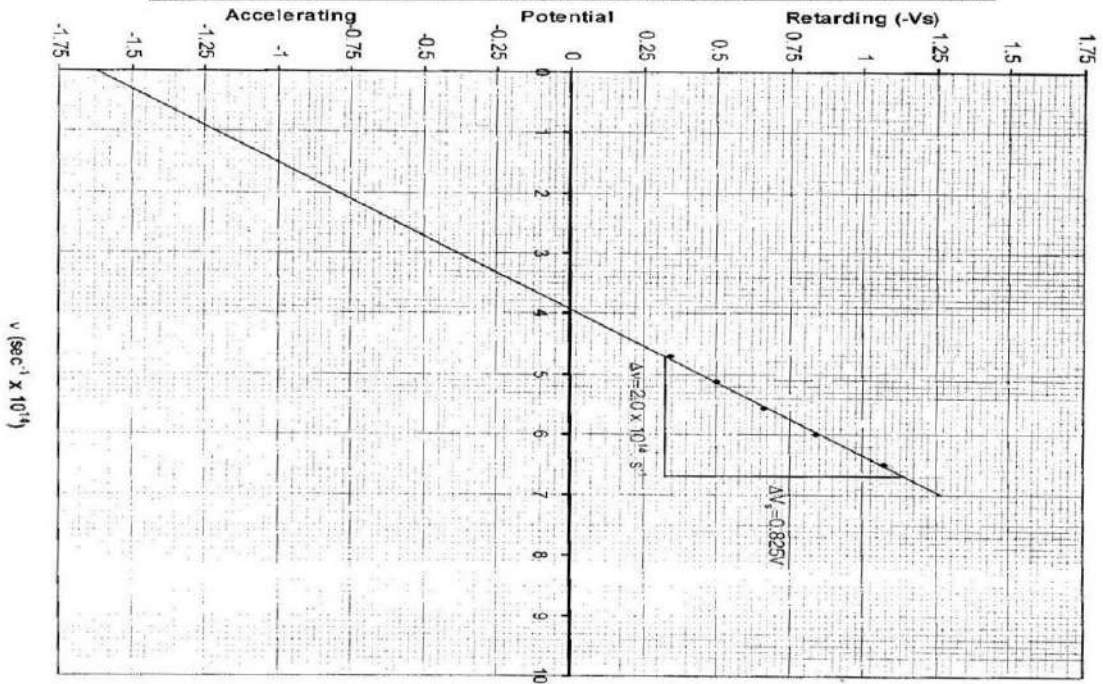
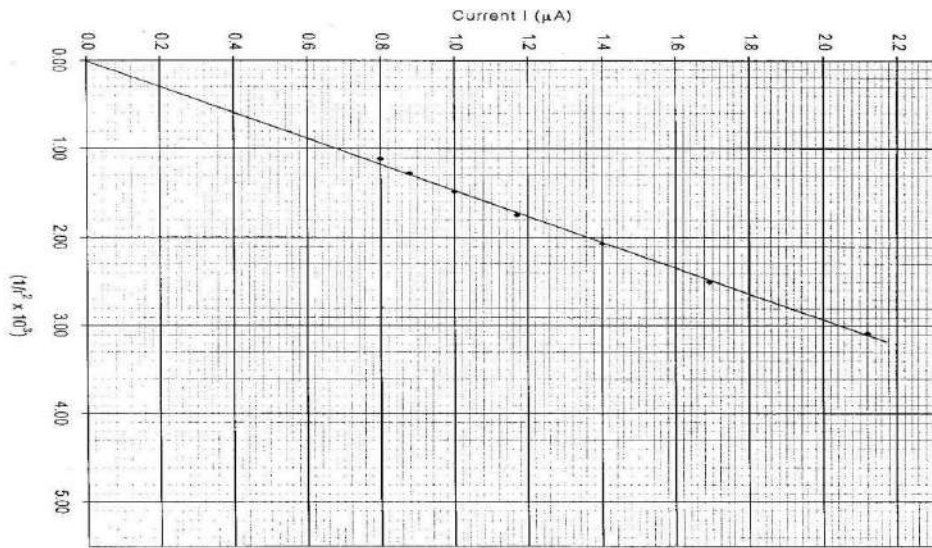
جدول (19.2)

**:For verification of inverse square law**

S.No.	Distance between lamp and photo-cell(r)	$\frac{1}{r^2} \times 10^3$	I( $\mu$ A)	
			Red filter	Green filter
1	18cm	3.09		
2	20cm	2.50		
3	22cm	2.07		
4	24cm	1.74		
5	26cm	1.48		
6	28cm	1.28		
7	30cm	1.11		

گراف:

Model Graphs



شکل (19.2)

## 19.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

ممکنہ غلطیاں و احتیاطیں:

- ◀ اس آلے کو خشک، ٹھنڈی، اندرونی جگہ میں چلایا جانا چاہئے۔
- ◀ فوٹوٹیوب کو خاص طور پر براہ راست روشنی کے سامنے نہیں آنا چاہئے۔ خاص طور پر فوٹوٹیوب کی تنصیب کے وقت، کمرے لمس صرف مدہم روشنی ہونی چاہئے۔
- ◀ کلر فلٹر کو خشک اور ڈسٹ پروف ماحول میں محفوظ کیا جانا چاہئے۔
- ◀ تجربہ ختم کرنے کے بعد نور بند کرنا یاد رکھیں اور ڈرائیوب (4) کو فراہم کردہ نہیں کور (15) سے ڈھانپیں۔
- ◀ اگر فوٹوٹیوب کلر فلٹر، نہیں وغیرہ پر دھول ہو تو آلہ نوڈسٹ پروف اور نمی پروف ماحول میں رکھنا چاہئے۔
- ◀ الکوہل کے چند قطروں کے ساتھ جاذب روئی استعمال کر کے اسے صاف کریں۔

## 19.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significant of Experiment in Domestic Life)

- پلانک مستقل کا استعمال روشنی کی توانائی کا حساب لگانے کے لیے کیا جاتا ہے، اور یہ الیکٹرانکس، نیوٹیکنالوجی اور فلکیات جیسے شعبوں میں اہم ہے۔ اگرچہ آپ کو اپنی روزمرہ کی زندگی میں پلانک مستقل نظر نہیں آتا ہے، لیکن یہ ان بہت سی ٹیکنالوجیز میں ایک بڑا کردار ادا کرتی ہے جو ہم ہر روز استعمال کرتے ہیں، جیسے کہ LED لائٹس، سولر پنیلز اور CD پلیئرز۔
- ایٹموں اور ذیلی ایٹمی ذرات کی حرکات کو سمجھنے کے ساتھ ساتھ کوانٹم میکینکس اور جدید الیکٹرانکس کے کام کرنے کے لیے پلانک کا مستقل ضروری ہے۔ اس وقت، موجودہ فارمولوں نے تمام درجہ حرارت کے مشاہدہ شدہ نتائج کو درست طریقے سے بیان نہیں کیا۔

## 19.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

- i. پلانک کا مستقل  $h = \frac{J - sec}{Volts} = Q$  کام کا فعل
- ii.  $x$ -محور پر  $\frac{1}{r^2}$  اور  $y$ -محور پر  $I$  کے درمیان گراف کھینچنے تب گراف ایک خط مستقیم ہوگی تو تابکاری کے معکوس قانون کو ثابت کرتا ہے۔

## 19.9 کلیدی الفاظ (Key Words)

- آپٹیکل بیج: نور کے واسطے اور فوٹو ٹیوب کے درمیان فاصلے کا ایڈجسٹ کرنے کے لیے نور کے مبدہ کو اس کے ساتھ منتقل کیا جاسکتا ہے
- ڈرائیوب: نور پارٹ کلر فلٹر لگانے کے لیے استعمال ہوتا ہے اور ایک فوکس لینس اسکے پچھلے سرے پر لگا ہوا ہوتا ہے۔
- ڈسپلے موڈ سویچ: دو لٹیچ اور کرنٹ موڈ کے درمیان ڈسپلے کو سوئچ کرنے کے لیے۔

## اپنی معلومات کی جانچ کیجئے (Check your Information Questions)

1. معکوس مربع قانون کیا مراد ہے؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. اسٹاپنگ پوائنٹل کیا مراد ہے؟

3. پلانک کا مستقہ  $h = \dots$ ؟

.....

.....

.....

.....

4. کام تفاعل (Work function) سے کیا مراد ہے؟

.....

.....

.....

.....



5. مزاحمت سے کیا مراد ہے؟

.....

.....

.....

.....



## Calculations

---



## Calculations

---



# اکائی 20- اسٹیفن اور بولتز مین کا مستقلہ

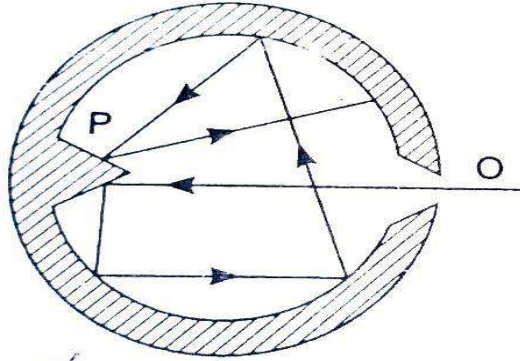
(Stefon's & Botlzmon Constant)

## اکائی کے اجزا

تمہید	20.0
مقاصد	20.1
آلات	20.2
تشریح آلات	20.2.1
نظریہ آزاد انرجی اور بولتز مین	20.3
طریقہ عمل	20.4
مشاہدہ اور تحسیب	20.5
احتیاطی تدابیر	20.6
روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت	20.7
تجربی نتائج	20.8
کلیدی الفاظ	20.9

## ایک سیاہ جسم (The Black Body)

جب ایک احاطہ (Enclosure) کو ایک مستقل تپش پر برقرار رکھا جاتا ہے تو یہ ان تمام اشاعتوں سے بھر جاتا ہے جو کسی مکمل سیاہ جسم کے لیے مخصوص ہوتے ہیں۔ جب اس احاطہ کی دیوار میں ایک نہایت باریک سوراخ بنا دیا جاتا ہے تو اس سے برآمد ہونے والا اشعاع اس اشعاع کے تقریباً مشابہ ہو گا جو ایک مکمل سیاہ خروچی سطح سے آرہا ہو۔ سوراخ جتنا زیادہ چھوٹا ہوتا ہے اتنا ہی اس کا اشعاع، سیاہ جسم کے اشعاع کے مشابہ ہوتا جاتا ہے۔ شکل 20.1 میں فری (Fery) کا ایجاد کردہ سیاہ جسم بتلایا گیا ہے۔ یہاں سوراخ 'o' سے اشعاع اندر آتا ہے۔



شکل (20.1): فری کا سیاہ جسم

سوراخ کے بالکل مخالف جانب کی سطح سے اشعاع کو روکنے کی خاطر اس کے عین مخالف سمت میں ایک مخروطی ابھار (P) کو بنایا گیا ہے۔ اگر ایسا نہ بنایا جاتا تو وہ ایک مکمل سیاہ جسم نہیں بن پاتا۔ احاطہ کی اندرون سطح پر سیاہ پینٹ چڑھا دیا جاتا ہے۔ واقع ہونے والے اشعاع کے لیے بھی یہ احاطہ بند ایک مکمل سیاہ جسم کے مانند کام کرتا ہے۔ اس سوراخ کے ذریعہ احاطہ کے اندر داخل ہونے والا ہر ایک اشعاع اندرونی انعکاسوں کی وجہ سے احاطہ میں جذب ہو جائے گا۔

طبیعیات میں، Stefan-Boltzmann Constant، جسے Stefan's constant بھی کہا جاتا ہے، ایک طبعی مستقل ہے۔ یہ بلیک باڈی تابکاری کے اسٹیفن بولٹزمن قانون میں تناسب کا مستقل ہے۔ Stefan Boltzmann Constant کو یونانی حرف  $\sigma$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس جسمانی مستقل کو جوزف اسٹیفن نے 1879 میں وضع کیا تھا اور اسے 1884 میں لڈوگ بولٹزمن نے اخذ کیا تھا۔ بہت سے جسمانی عمل کی شرحیں بھی بولٹزمن فیکٹر سے متعین ہوتی ہیں۔ ایک بے ترتیب ذرہ کے لیے، ذرہ کی اس کی حرارتی توانائی  $KT$  توانائی کا ایک چھوٹا مضرب ہے۔ درجہ حرارت میں اضافے کے نتیجے میں زیادہ ذرات ایکٹیویشن کے عمل کی خصوصیت سے توانائی کی رکاوٹ کو عبور کرتے ہیں۔

## 20.1 مقاصد (Objectives)

اس تجربہ میں ہم:

- اسٹیفن-بولٹز مین کا مستقل (Stefan-Boltzman's Constant) تابکاری کے کلیہ کی تصدیق کرنا۔

## 20.2 آلات (Apparatus)

- 6V-0 ریگولیٹڈ پاور سپلائی،
- فلیمینٹ، بلب 6v،
- ڈیجیٹل وولٹ میٹر اور
- ایمیٹر

### 20.2.1 تشریح آلات (Apparatus Explanation)

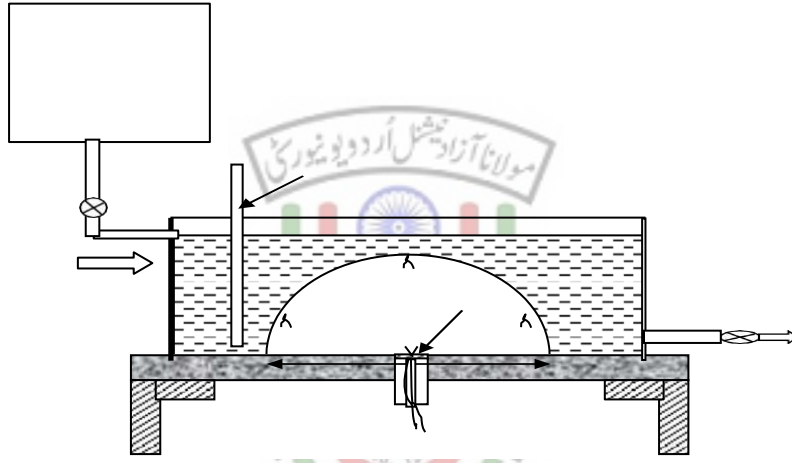
تجربہ کے لئے آلات کی تفصیل:



source: [https://www.phywe.com/experiments-sets/university-experiments/stefan-boltzmann-s-law-of-radiation-with-an-amplifier\\_9515\\_10446](https://www.phywe.com/experiments-sets/university-experiments/stefan-boltzmann-s-law-of-radiation-with-an-amplifier_9515_10446)

شکل (20.2)

شکل (20.3) میں Hemispherical شکل کی ایک گرم پانی سے Jacket پر مشتمل ہے۔ ایک تانبے کی ٹیسٹ ڈسک، نصف کرہ کے نچلے حصے کی بیچ میں نصب ہے۔ تین تھر مو کوپل جن کی تعداد 2، 3 اور 4 ہے۔ نصف کرہ کے اندرونی حصے میں ہے اور تھر مو کوپل (نمبر 1) ٹیسٹ ڈسک کے ساتھ نصب ہے۔ گرم پانی کے ٹینک سے گرم پانی حاصل کیا جاتا ہے۔ ایک الیکٹریک ہیٹر کی مدد سے ٹینک میں گرم پانی (اہلتا ہوا) Generated ہوتا ہے۔ اس کے بعد گرم پانی کو نصف کرہ کی بیرونی جگہ اور اس کے ارد گرد موجود برتن کے درمیان کی جگہ کو بھرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ پانی کی سطح کے اشارے کا استعمال اس بات کو یقینی بنانے کے لیے کیا جاتا ہے کہ نصف کرہ دار گنبد کے اوپر پانی کے سطح کافی زیادہ ہے۔ گرم پانی گنبد کے گرد یکساں درجہ حرارت کو یقینی بناتا ہے۔ ایک سٹاپ واچ تین سے 2 سیکنڈ کے یکساں وقت کے وقفے پر ٹیسٹ ڈسک کے درجہ حرارت کی پیمائش کے لیے استعمال کی جاتی ہے۔



شکل (20.3)

### 20.3 نظریہ (Theory)

سیاہ جسم سے مجموعی اشعاع۔ اسٹیفان۔ بولٹزمان کا کلیہ

#### (Total Radiation from Black Body – Stefan Boltzmann Law)

اسٹیفان نے 1879 میں ٹنڈل (Tyndall)، دولانگ (Dulong) اور پیٹیت (Petit) کے تجرباتی ڈیٹا کے تجزیہ سے یہ نتیجہ اخذ کیا کہ ایک گرم جسم سے خارج ہونے والا اشعاع اسکی مطلق تپش کی چوتھی قوت کے متناسب ہوتا ہے۔ حرکیاتی اصولوں کی بنیاد پر 1884ء میں بولٹزمان نے اس کلیے کا نظری ثبوت پیش کیا۔ یہ کلیہ ان دونوں سائنسدانوں کے نام اسٹیفان، بولٹزمان کے کلیے کے طور پر جانا جاتا ہے اور اس کا اطلاق صرف سیاہ اجسام سے خارج ہونے والے اشعاع پر ہی کیا جاتا ہے۔ اس کلیے کو ذیل کی طرح بیان کیا جاتا ہے۔

T تپش مطلق پر جب ایک سیاہ جسم  $T_0$  تپش مطلق والے دوسرے سیاہ جسم سے گھرا ہوا رہتا ہے تو اول الذکر جسم کے ایک مربع سنٹی میٹر سے فی ثانیہ کھوئی ہوئی توانائی کی مقدار E ہوتی ہے۔

$$E = \sigma(T^4 - T_0^4)$$

جہاں  $\sigma$  کو اسٹیفان کا مستقل کہا جاتا ہے جس کی قیمت  $5.67 \times 10^{-5} \text{ erges } S^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  یا  $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/mK}^4$  ہوتی ہے۔

لیومر (Lummer) اور پرنگشیم (Pringshiem) نے  $100^\circ \text{C}$  تا  $1260^\circ \text{C}$  نسبتی وقفہ پر ایک سیاہ جسم سے خارج ہونے والے اشعاع پر تحقیقات کیں اور یہ معلوم کیا کہ تجربہ پر موقوف غلطیوں کے اندر یہ کلیہ درست ہے۔ سورج کو ایک سیاہ جسم تصور کرتے ہوئے اس کی سطح پر کی تپش معلوم کرنے کے لیے اسٹیفان بولٹزمان کے کلیہ کو استعمال کیا جاسکتا ہے۔

اسٹیفن کے کیہ کے مطابق سیاہ جسم سے نکلنے والی طاقت اس کے مطلق درجہ حرارت کی چوتھی طاقت کے تناسب ہے۔ یعنی

$$P \propto T^4$$

$$\log P = 4 \log T \quad \text{-----(20.1)}$$

برقی بلب کے ٹنگسٹن فلمینٹ کی مزاحمت  $R \propto T$

$$\log R \propto \log T \quad \text{-----(20.2)}$$

مساوات (20.1) اور (20.2) سے

$$\frac{\log P}{\log R} = 4$$

#### 20.4 طریقہ عمل (Procedure)

- i. سیٹ اپ کو Mains کے ساتھ جوڑیں اور پاور سپلائی کو Anticlockwise میں کم سے کم پوزیشن پر رکھیں۔
- ii. سیٹ اپ کو آن کریں اور پاور سپلائی کو ولٹیج کو اس وقت تک بڑھائیں جب تک کہ بلب چمکنا شروع نہ کرے۔ وولٹ میٹر اور امیٹر ریڈنگ کو نوٹ کریں۔ ان ریڈنگ کو جدول میں درج کریں۔
- iii. پاور سپلائی کو ولٹیج کو 1, 1.5, 2.0 کے مراحل میں بڑھائیں اور ولٹیج کی ہر ترتیب کے لیے متعلقہ کرنٹ کو نوٹ کریں۔ ان ریڈنگز کو جدول میں درج کریں۔
- iv. فلمینٹ ریزسٹن  $R = V/I$  اور پاور ریڈی ایٹڈ  $P = VI$  کو محسوب کیجئے۔
- v.  $\log P$  اور  $\log R$  کو معلوم کیا جائے۔
- vi. گراف کو پلاٹ کریں۔
- vii. گراف کو y-محور پر  $\log P$  اور x-محور پر  $\log R$  کے درمیان ایک گراف بنائے۔

20.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مشاہدات:

a. گراف سے سلوپ کو معلوم کریں  $\frac{BC}{AB} = \dots \dots \dots$


b. گراف کا سلوپ = 4 ہو تو جوا سٹیفن کے کلیہ کی تصدیق کے لیے گراف سے سلوپ کو معلوم کریں  $\frac{BC}{AB} = \dots \dots \dots$

جدول 20.1

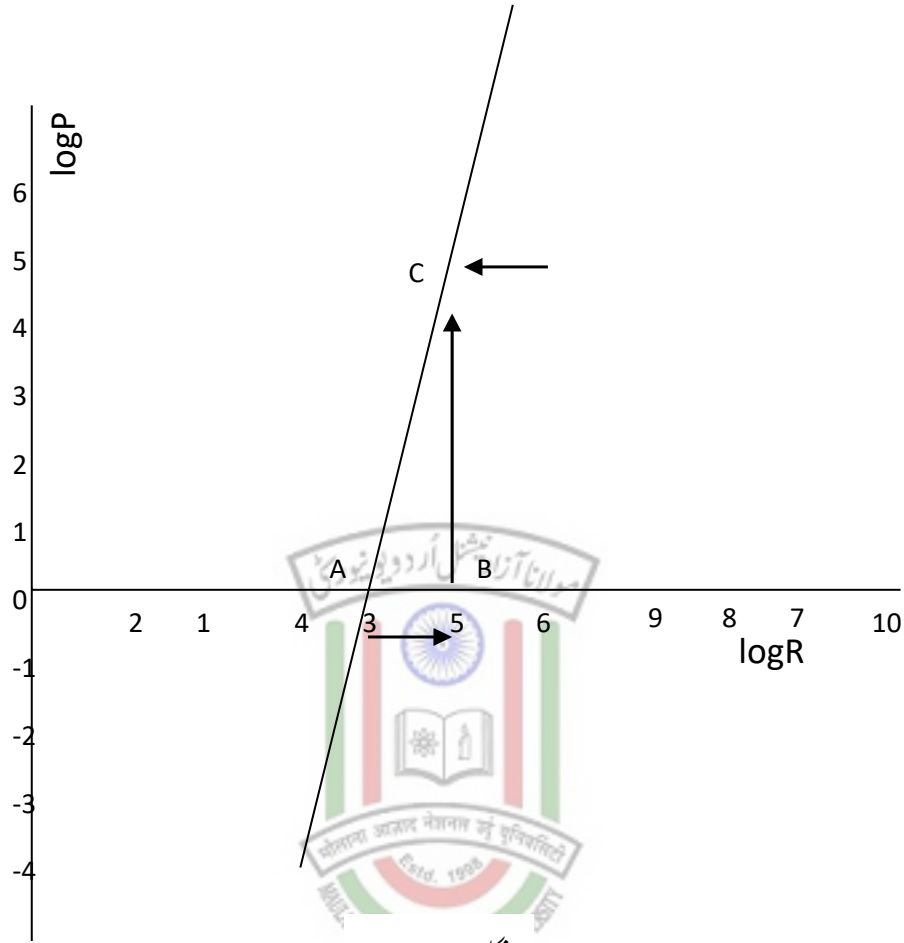
S. No.	Filament Voltage $V_f$ Volt / فلیمنٹ وولٹیج کی ایف وولٹ	Filament Current $I_f$ Amp. / فلیمنٹ رو	Filament Resistance $R = V/I$ / فلیمنٹ رزیسٹنس آر	Power Radiated $P = VI$ / پاور $P = VI$



جدول (20.2)

S. No.	PowerRadiated $P = VI$ یا $P = VI$	logR	LogP
			

## RESULT



شکل (20.4)

## 20.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

ممکنہ غلطیاں و احتیاطیں:

- ↪ پانی سے ٹینک بھرنے سے پہلے ہیٹر کو کبھی آن نہ کریں۔
- ↪ ٹینک سے پانی خارج کرنے سے پہلے ہیٹر کو 'آف' کر دیں۔
- ↪ تجربہ مکمل ہونے کے بعد پانی نکال دیں۔
- ↪ دھاتی قرص، منحنی کی نچلی سطح اور دائروی دھاتی قرص کی اوپری سطح کے درمیان حرارت کے گزرنے کے لیے رابطہ اچھی طرح ہونا ضروری ہے۔

---

## 20.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significant of Experiment in Domestic Life)

---

- Stefan Boltzmann constant کے طبعیات میں بہت سے استعمالات ہیں۔ ان میں سے کچھ یہ ہیں: یہ تاریک جسم سے خارج ہونے والی حرارت کی مقدار کا حساب لگانے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ یہ درجہ حرارت (K) کو شدت ( $Wm^{-2}$ ) یونٹس میں تبدیل کر سکتا ہے، جو بنیادی طور پر فی یونٹ رقبہ کی طاقت ہے۔
- Stefan-Boltzmann کلیہ بتاتا ہے کہ سورج اپنے درجہ حرارت کو دیکھتے ہوئے کتنی طاقت دیتا ہے (یا سائنسدانوں کو یہ معلوم کرنے کی اجازت دیتا ہے کہ سورج کتنی گرم ہے اس پر مبنی ہے کہ ایک مربع میٹر میں زمین پر کتنی طاقت آتی ہے)۔ کلیہ یہ بھی پیش گوئی کرتا ہے کہ زمین کتنی حرارت کو خلا میں پھیلائے گی۔

---

## 20.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

---

نتائج:

- گراف سے ہمیں Slope 4 کے قریب 3.75 ہے۔ اس لیے اسٹیفن کے کلیہ کی تصدیق کے لیے۔

گراف سے سلوپ کو معلوم کریں  $\frac{BC}{AB} = \dots \dots \dots$

---

## 20.9 کلیدی الفاظ (Key Words)

---

- موصیلت: دیئے گئے تار کے مادے کا نوعی ایصالیت یا  $\sigma$  کے لئے ضابطہ مزاحمت کے مقلوب موصیلت کہلاتی ہے۔
- اسٹیفن کے کلیہ کے مطابق سیاہ جسم سے نکلنے والی طاقت اس کے مطلق درجہ حرارت کی چوتھی طاقت کے تناسب ہے۔ یعنی

$$P \propto T^4$$

---

## اپنی معلومات کی جانچ کیجئے (Check your Information Questions)

---

1. کیا مادہ کی موٹائی موصیلت پر اثر انداز ہوتی ہے؟

2. اسٹیفن کے کیہ کیا مراد ہے؟

3. اسٹیفن کا مستقل قیمت \_\_\_\_\_ ہے۔



4. ایک سیاہ جسم کیا مراد ہے؟

## Calculations

---



## Calculations

---



# اکائی 21- 'لی' کے طریقہ سے حراری موصلیت کی پیمائش

(Measurement of Thermal Conductivity by Lee's method)

## اکائی کے اجزا

تمہید	21.0
مقاصد	21.1
آلات	21.2
تشریح آلات	21.2.1
نظریہ آزاد پوٹنشل اردو یونیورسٹی	21.3
طریقہ عمل	21.4
مشاہدہ اور تحسیب	21.5
احتیاطی تدابیر	21.6
روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت	21.7
تجربی نتائج	21.8
کلیدی الفاظ	21.9

## 21.0 تمہید (Introduction)

عام طور پر کہا جاتا ہے کہ، حراری موصلیت کی پیمائش کرنے کے ممکن صورتوں کی ایک بڑی تعداد موجود ہے۔ جو مادہ کی محدود ترتیبوں کے لئے موزوں ہے۔ جو واسطہ کے درجہ حرارت اور حراری خصوصیات پر منحصر کرتا ہے۔ حرارت کے اچھے اور خراب موصلوں کے لئے، بالترتیب سب سے زیادہ استعمال ہونے والے طریقے سیریل کا طریقہ کار Searle's method اور لی کی ڈسک (قرص) کا طریقہ Lee's disc method ہے۔

## 21.1 مقاصد (Objectives)

اس تجربہ میں ہم:

’لی‘ کا طریقہ کار استعمال کرتے ہوئے ڈسک (قرص) کی شکل میں خراب موصل (گلاس) کی حراری موصلیت (حرارت کے گزرنے کی شرح) کا تعین کرنا۔

## 21.2 آلات (Apparatus)

a. لی کے آلات اور ایک ڈسک (قرص) کی شکل میں تجربے کے لئے نمونہ۔

b. دو تھرمامیٹر

c. چل رکنی گھڑی۔

d. ترازو۔

e. خصوصی لیمپ (چراغ) کا اسٹینڈ۔

f. جوش دان Boiler.

g. ہیٹرم (گرم کرنے کا آلہ)۔

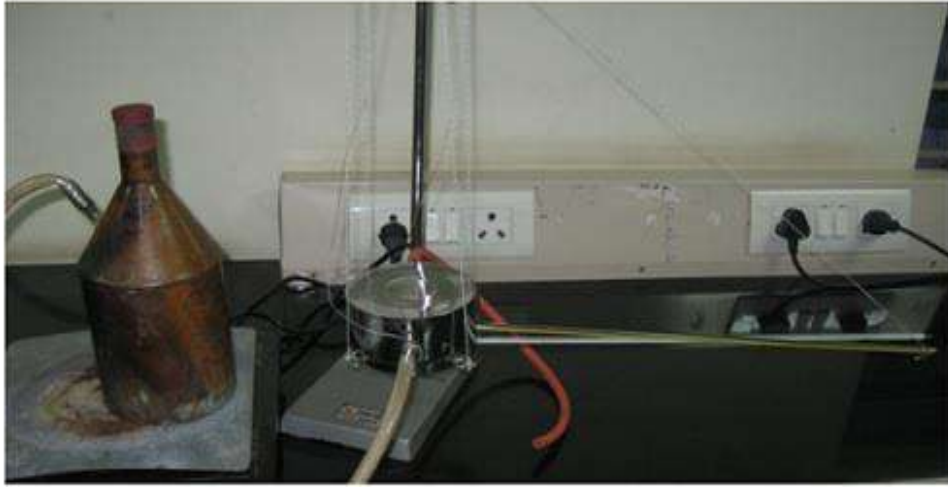
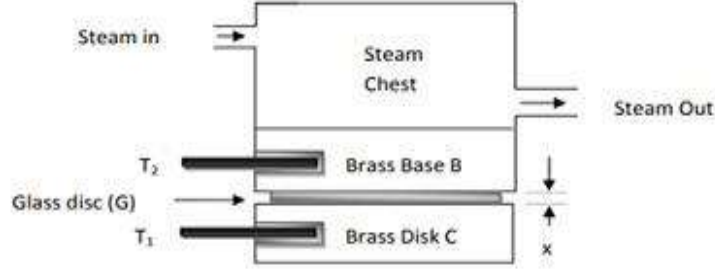
## 21.2.1 تشریح آلات (Apparatus Explanation)

’لی‘ کے تجربہ کے لئے آلات کی تفصیل:

شکل (21.1) میں دکھایا گیا آلہ دو حصوں پر مشتمل ہے۔ نچلا حصہ c میں دائروی دھاتی ڈسک ہے، یہ تجرباتی نمونہ G، عام طور پر ربر، گلاس یا ایپونیٹ (یہاں یہ گلاس ہے) پر رکھا جاتا ہے۔ G کا قطر C کے برابر ہوتا ہے اور موٹائی پوری طرح یکساں و برابر ہے۔ C پر ایک بھاپ کا خانہ (چیمبر) رکھا جاتا ہے۔ بھاپ چیمبر کا نچلا حصہ B بھی C کی طرح ایک ہی قطر کی موٹی دھاتی پلیٹ سے بنا ہو



تاہے۔ اوپری حصہ ایک کھوکھلا چیمبر ہوتا ہے جس میں دونوں جانب نلیاں ہوتی ہیں۔ جن سے بھاپ کا بہاؤ اور اخراج ہوتا ہے۔۔ دو تھرمائیٹر ٹی 1 اور ٹی 2 کو بالترتیب سی اور بی میں دو سوراخوں میں داخل کیا جاتا ہے۔ C سے منسلک تین؛ کس ہوتے ہیں۔ مکمل سیٹ اپ کو کلیمپ اسٹینڈ سے دھاگوں کو جوڑ کر معلق کر دیا جاتا ہے۔



شکل (21.1): حراری موصلیت کی پیمائشی

جب بھاپ کچھ وقت کے لئے بہتی ہے تو، درج کردہ درجہ حرارت (ٹی 1 اور ٹی 2) آہستہ آہستہ قائم ہو جاتا ہے یعنی ایک ہی رہتا ہے۔

یہ قائم حالت steady state کہلاتی ہے۔

فرض کیجئے کہ قائم حالت پر C کی تپش  $T_1 =$

B کی تپش  $B = T_2$

G کی سطح کا رقبہ  $G = A$

G کی موصلیت  $G = K$

G=X کی موٹائی

لہذا G سے فی اکائی وقت میں بہنے والی حرارت کی مقدار H کو ہم مساوات ایک (1) میں دیکھ سکتے ہیں۔ جب  $T_1$  اور  $T_2$  کی تپش مستقل رہتی ہے تب یہ قائم حالت میں رہتی ہے تب پیتل کے قرص میں داخل ہونے والی حرارت کی مقدار اور قرص کے نیچے حصہ سے خارج ہونے والی حرارت کی مقدار مساوی ہوتی ہے۔ اور ہم حرارت کے خارج ہونے کی شرح کو معلوم بھی کر سکتے ہیں۔ اس مقصد کے لیے ہم کو سابقہ قائم حالت تپش پر قرص C کتنی تیزی سے ٹھنڈی ہوئی اس کو دیکھنا ہوگا (جبکہ پیتل کی قرص غیر موصل سے ڈھکی ہو)۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ نیچے والی قرصکی کمیت m اور حرارت نوعی S اور تپش  $T_1$  ہو تب ٹھنڈا ہونے کی شرح  $dT/dt$  ہوگی اور فی سیکنڈ خارج ہونے والی حرارت  $H = msdT/dt$  ہوگی۔

$$H = ms \frac{dT}{dt}$$

مساوات ایک اور دو کو مساوی اور مختصر کرتے ہوئے ہم k کو معلوم کر سکتے ہیں۔

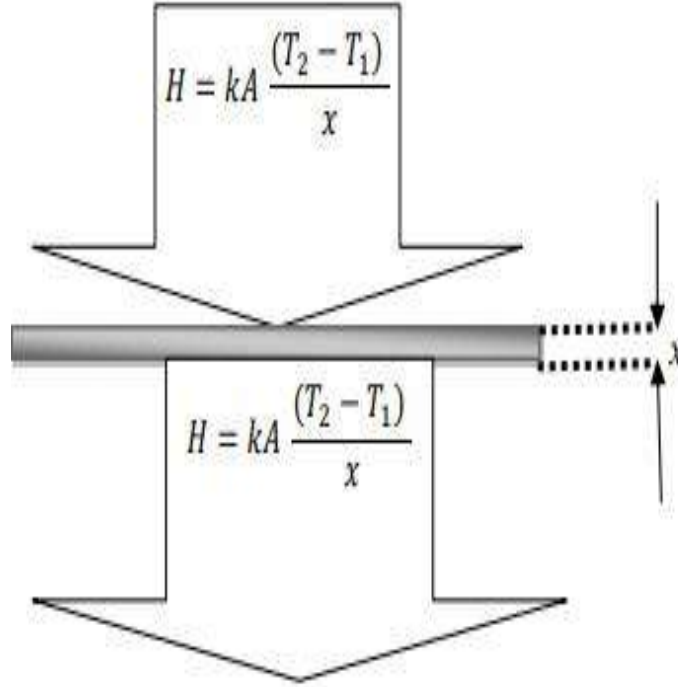
$$k = \frac{ms \left( \frac{dT}{dt} \right) x}{A(T_2 - T_1)}$$

### 21.3 نظریہ (Theory)

کسی مادے سے حرارت کے گزرنے کی صلاحیت کو بتانے والی خصوصیت کو Thermal Conductivity حراری موصلیت (K) کہتے ہیں۔ جب سالمات آپس میں ایک دوسرے سے ٹکراتے ہیں تب توانائی، زیادہ توانائی رکھنے والے سالمات سے کم توانائی رکھنے والے سالمات میں منتقل ہوتی ہے۔ حرارت کے ایصال (گزرنے) کا بہاؤ بھی کم حرارت رکھنے والے جسم کی جانب ہی ہوتا ہے کیونکہ اعلیٰ درجہ حرارت اعلیٰ سالماتی توانائی کے ساتھ منسلک ہوتا ہے۔ فوریر کا کلیہ حرارت کی موصلیت کی منتقلی کا اظہار اس طرح کرتا ہے۔

$$H = kA \frac{(T_2 - T_1)}{x}$$

جہاں H حرارت کی منتقلی کی مستحکم حالت کی شرح ہے۔ اور k نمونہ کی حراری موصلیت، A تراش عمودی کا رقبہ،  $T_2 - T_1$  حرارتوں کا فرق، نمونہ کی موٹائیک شکل (21.2)



شکل (21.2)

ہم یہ فرض کرتے ہیں کہ نمونے کے پہلوں سے گرمی کا ہونے والا نقصان نہ ہونے کے برابر ہوتا ہے۔ کیونکہ پہلوں سے حرارت کے ہونے والے نقصان کو کم رکھنے کے لئے، نمونہ کے کنارے کو ایک پتلی ڈسک (قرص) کی شکل میں بنایا جاتا ہے۔ 'A' کو بڑا رکھنے اور 'X' چھوٹا رکھنے سے نمونہ میں توانائی کی منتقلی کی بڑی شرح پیدا ہوتی ہے۔ X کو چھوٹا رکھنے سے ایک فائدہ یہ بھی ہوتا ہے کہ اپریٹس ایک قائم حالت تک زیادہ تیزی سے پہنچ جاتا ہے (جہاں جب درجہ حرارت ٹی 1 اور ٹی 2 مستقل ہوتے ہیں)۔

عام طور پر کہا جاتا ہے کہ، حراری موصلیت کی پیمائش کرنے کے ممکن صورتوں کی ایک بڑی تعداد موجود ہے۔ جو مادہ کی محدود ترتیبوں کے لئے موزوں ہے۔ جو واسطہ کے درجہ حرارت اور حراری خصوصیات پر منحصر کرتا ہے۔ حرارت کے اچھے اور خراب موصولوں کے لئے، بالترتیب سب سے زیادہ استعمال ہونے والے طریقے سیریل کا طریقہ کار Searle's method اور لی کی ڈسک (قرص) کا طریقہ کار Lee's disc method ہے۔

اس تجربے میں، ہم ایک ناقص موصل (مثال کے طور پر شیشہ) کی حراری موصلیت کا تعین کرنے کے لئے لی کا ڈسک کا طریقہ، استعمال کریں گے۔

## 21.4 طریقہ عمل (Procedure)

1. جوش داں میں تقریباً نصف جوش داں تک پانی ڈالیے اور اسے گرم کیجئے تاکہ بھاپ پیدا ہو۔
2. ترازو کی مدد سے C کا وزن معلوم کیجئے۔ اور اس کی حرارت نوعی کو ٹیبل سے نوٹ کیجئے۔ اور اسکیل یا سرل چاپ کی مدد سے قطر معلوم کیجئے۔ اور اگر ممکن ہو تب سطح کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔  $A = \pi r^2$
3. پیچ کے پیمانے کی مدد سے دیئے گئے نمونے کی موٹائی معلوم کیجئے۔ پانچ مقامات سے مشاہدات کو نوٹ کیجئے اور ان کا اوسط معلوم کیجئے
4. اب لیے گئے نمونے کو بھانپ کے خانہ میں رکھیے اور اسٹانڈ سے لٹکائے۔ اب تھرمامیٹر کو داخل کرے اور کمرے کی تپش پر ان دونوں کی ریڈنگ کا مشاہدہ کیجئے۔ اگر ایسا نہیں ہو پارہا ہے تب  $T_2 - T_1$  کے ساتھ فرق  $t_{\text{eta}}$  کا بعد میں اضافہ کیجئے۔
5. اب بھانپ تیار ہو گئی ہوگی۔ جوش داں سے باہر جانے والے راستے کو ربر کی مدد سے بھاپ کے خانے سے جوڑیے۔
6. پہلے تھرمامیٹر کی تپش میں اضافہ ہو گا پھر آخر کار یہ  $T_1$  اور  $T_2$  قائم ہو جائینگے۔
7. دس منٹ انتظار کیجئے اور قائم تپش کو نوٹ کیجئے۔ اور بھانپ کو اڑنے سے روکنے۔
8. اب بھانپ کے خانہ اور نمونہ G کو الگ کیجئے۔ C اب بھی لٹک رہا ہو گا۔ C بھانپ کے خانہ سے اب بھی براہ راست ہو گا جب تک کہ تپش  $T_1 + 7^0$  نہ ہو۔
9. اب بھانپ کے خانہ کو علیحدہ کیجئے اور دو تین منٹ تک انتظار کیجئے اس طرح کرنے پر حرارت تمام قرص میں یکساں انداز میں منقسم ہو گئی۔
10. C پر غیر موصل مادے کو رکھیں اور تپش کو ہر آدھے منٹ بات ریکارڈ کرنا شروع کیجئے اور جب تک ریکارڈ کرتے رہیں ہے تب تک کہ تپش  $T_1$  سے 10 درجہ تک کم نہ ہو جائے۔

## 21.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مشاہدات:

1. نمونہ G کی تفصیلات
  - a. قطر (سرچاپ یا اسکیل کو استعمال کرتے ہوئے)

جدول (21.1)

سلسلہ نشان	قطر (سمر)	اوست قطر (سمر)
1		
2		
3		

کا سطحی رقبہ = A

موٹائی (تیج پیمائش کو استعمال کرتے ہو)

جدول (21.2)

اقل ترین شمار:

تیج:

سلسلہ نشان	ابتدائی ریڈنگ (سم)	انتهائی ریڈنگ (سم)	فرق (I-F) (سم)	اوسط (سم)
1				
.				
.				
.				
5				



2. پچی قرص کی تفصیلات:

قرص کی کمیت: m

$$S = \frac{380J}{kg \cdot ^\circ C}$$

مادہ کی حرارت نوعی:

3. تھرمامیٹر کی تصحیح:

ریکارڈ کئے گئے کمرے کی تپش بھی  $T_1$ :

ریکارڈ کئے گئے کمرے کی تپش  $T_2$ :

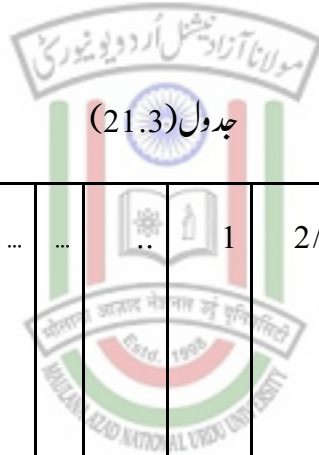
$$T_1 - T_2 = \text{تھرمامیٹر کی تصحیح}$$

4. قائم تپش:

C کی تپش =

B کی تپش =

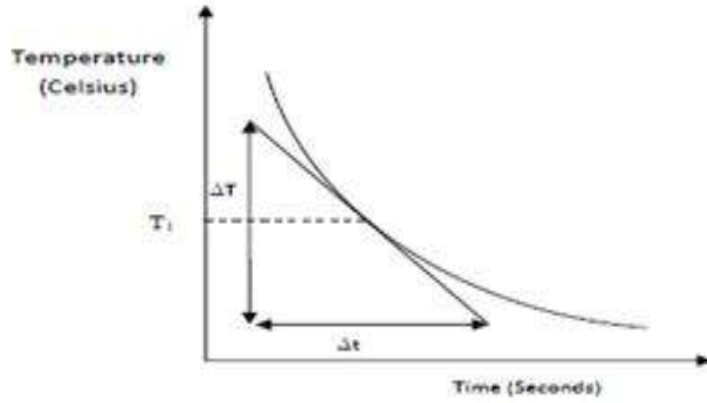
$$= T_2 - T_1 + \theta = \text{تھرمامیٹر کی غلطی کا شمارہ فرق}$$



جدول (21.3)

			...	...	1	2/1	0	وقت (منٹ)
								تپش (c)

ترسیم:-



شکل (21.3)

جدول (21.3) سے معطیات کو حاصل کرتے ہوئے وقت اور تپش کے درمیان ٹھنڈک کو ظاہر کرنے والی منحنی کو اتارتے ہوئے ڈھال کو معلوم کرتے ہیں۔

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\Delta T}{\Delta t} \text{ قائم تپش } T_1 \text{ پر ڈھال}$$

تحمیب: =k

غلطی کا تعین و تجزیہ:

$$\frac{\Delta K}{K} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \left(\frac{dT}{dt}\right)}{\frac{dT}{dt}}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T_2 + \Delta T_1}{T_2 - T_1}\right)^2}$$

تبریدی منحنی cooling curve کے مشاہدات



جدول (21.4)

مشاہدات کی تعداد	1	2	3	4	5	6	...	...	جب تک کہ تپش T <sub>1</sub> سے 10 درجہ تک نہ پہنچ جائے
وقت (سکنڈ میں)									
قرص کی تپش									

T<sub>1</sub> کے مطابق ٹھنڈا ہونے کی شرح dT/dt ..... درجہ سلسیس فی سکنڈ

حراری موصلیت کا شرح:

$$k = \frac{ms \left( \frac{dT}{dt} \right) x}{A(T_2 - T_1)}$$

21.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

ممکنہ غلطیاں و احتیاطیں:

1. تپش کو دس منٹ تک قائم رہنے سے قبل T<sub>1</sub> اور T<sub>2</sub> کو مت درج کیجئے۔
2. تبریدی منحنی cooling curve سے مماس tangent کھینچنے وقت کافی احتیاط سے کام لیں. dT/dt میں غلطی کے سبب k کی قدر درست نہیں حاصل ہوتی ہے۔

3. G اور C کی سطح کے رابطے میں آنے پر کناروں پر سے اشعاعی نقصان ممکن ہے۔ اس لئے قرص S کا قطر اس کی موٹائی سے کافی بڑا ہونا چاہیے۔
4. کمرے کی تپش تجربہ کے دوران تبدیل ہو سکتی ہیں اس لئے تجربہ جلد مکمل کرنا چاہیے۔
5. غیر موصل قرص کا قطر دھاتی قرص و منحنی جسم کے برابر ہونا چاہیے۔
6. تھرمامیٹر کو نمونے کی سطح کے بالکل قریب رکھنا چاہیے۔
7. دھاتی قرص، منحنی کی پٹلی سطح اور دائروی دھاتی قرص کی اوپری سطح کے درمیان حرارت کے گزرنے کے لیے رابطہ اچھی طرح ہونا ضروری ہے۔
8.  $T_1$  اور  $T_2$  کی تپش کو دس منٹ تک قائم رہنے سے قبل قائم حالت کی تپش مت درج کیجئے۔

### 21.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significant of Experiment in Domestic Life)

- مزاحمت کے مقابل تپش کی ترسیم کو لچھے کی مزاحمت معلوم کر کے ایک گروپن جنتر (Hot water bath) کی تپش معلوم کرنے کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ جب کہ لچھا جنتر میں ڈوبا ہوا ہو۔
- لی کا طریقہ ناقص طریقے سے چلنے والے مواد جیسے شیشے، لکڑی یا پولیمر کی تھرمل چالکتا کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ تھرمل چالکتا کی پیمائش کے لیے استعمال ہونے والے ابتدائی طریقوں میں سے ایک تھا جس نے قابل اعتماد نتائج دیے اور یہ ایک مستحکم ریاستی طریقہ ہے۔

### 21.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

پٹلی قرص کی تفصیلات:

قرص کی کمیت: m

$$S = \frac{380J}{kg \cdot ^\circ C}$$

مادہ کی حرارت نواعی:

تھرمامیٹر کی تصحیح:

ریکارڈ کئے گئے کمرے کی تپش بھی  $T_1$ :

ریکارڈ کئے گئے کمرے کی تپش  $T_2$ :

$$T_1 - T_2 = \text{تھرمامیٹر کی تصحیح}$$

قائم تپش:

= C کی تپش

= B کی تپش

$$= T_2 - T_1 + \theta = \text{تھرمامیٹر کی غلطی کا شمارہ فرق}$$

تخصیب: =k

21.9 کلیدی الفاظ (Key Words)

▪ موصیلت: دیئے گئے تار کے مادے کا نوعی ایصالیت یا  $\sigma$  کے لئے ضابطہ مزاحمت کے مقلوب موصیلت کہلاتی ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجئے (Check your Information Questions)

1. کیا مادہ کی موٹائی موصیلت پر اثر انداز ہوتی ہیں؟

2. بتلائے کہ لی کا قرص کا طریقہ کار اچھے موصل کی موصیلت کو معلوم کرنے کے لئے مناسب نہیں ہے؟

3. کیوں ناقص موصل پتلے ہوتے ہیں؟

.....

.....

.....

.....

ناقص مادوں کی حراری موصلیت کی شرح کے معیاری قدریں:

حراری موصلیت کی قدر	ناقص مادہ
Polystyrene foam پولیسٹیئرینی فوم	0.026
Wood - Pine لکڑی - صنوبر	0.113
Natural rubber قدرتی ربر	0.138
Teflon تفلن	0.251
Packed snow بستہ برف	0.469
Pyrex glass شیشہ پائیرکس	1.13
Wet soil گیلی مٹی	1.506
Manganese میگنیز	6.694
Stainless steel سٹینلیس سٹیل	13.389
lead سیدہ	34.3

## Calculations

---



## Calculations

---



# اکائی 22۔ پلٹینم مزاحمت تپش پیمہ

(Platinum Resistance Thermometer)

	اکائی کے اجزا
تمہید	22.0
مقاصد	22.1
آلات	22.2
تشریح آلات	22.2.1
نظریہ	22.3
طریقہ عمل	22.4
مشاہدہ اور تحسیب	22.5
احتیاطی تدابیر	22.6
روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت	22.7
تجربی نتائج	22.8
کلیدی الفاظ	22.9

## 22.0 تمہید (Introduction)

پلیٹینم ریزسٹنس تھرمامیٹر (PRT) پلیٹینم تار کا ایک ٹکڑا ہے جو اس کی برقی مزاحمت کی پیمائش کر کے درجہ حرارت کا تعین کرتا ہے۔ اسے درجہ حرارت سینسر کہا جاتا ہے۔ جب احتیاط سے تیار کیا جاتا ہے، تو یہ آلات حساسیت، رینج اور تولیدی صلاحیت کا بہترین امتزاج پیش کرتے ہیں۔

پلیٹینم فلم کو RTDs کی تعمیر میں استعمال کیا جاتا ہے کیونکہ یہ مستحکم ہے، دوبارہ قابل اور قابل پیمائش نتائج فراہم کرتی ہے اور درجہ حرارت کی ایک وسیع رینج ہے۔ جس طرح سے RTDs کی تعمیر کی جاتی ہے وہ انہیں سخت حالات میں زیادہ ناہموار اور قابل اعتماد بناتی ہے اسی لیے اسے صنعتی اور اہم اپیلی کیشنز میں استعمال کیا جاسکتا ہے۔

کیری فوسٹر کا پل دراصل میٹری پل کا ایک ترمیم شدہ شکل ہے۔ پل کے تار کی لمبائی میں اصنفہ کر کے ایک میٹری پل سے صحیح قیمت حاصل کرنے کی صلاحیت کو بڑھایا جاسکتا ہے۔ ایک کیری فوسٹر کے پل میں تار کے طول میں حقیقی اضافہ کے بغیر پل کے تار کی موثر لمبائی کو بڑی حد تک بڑھایا جاسکتا ہے۔

## 22.1 مقاصد (Objectives)

اس تجربہ میں ہم:

- توئی مزاحمت
- پلیٹینم تار کے مادے کی نوعی ایصالیت،
- تپش کے لحاظ سے شرح تبدیلی مزاحمت کو معلوم کریں گے۔

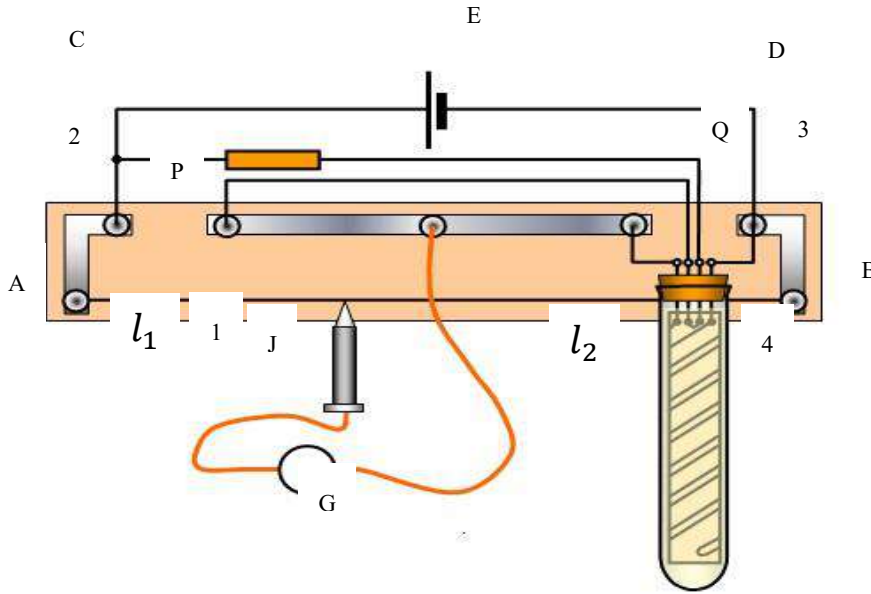
## 22.2 آلات (Apparatus)

- کیری فوسٹر کا پل،
- ایک مزاحمت کا ڈبہ،
- ایک جاکی (Jockey)،
- ایک برقی چولہا،
- ایک بیکر معرپانی،
- ایک روپیہ جس کے پیمانے کا صفر مرکز ہو،
- دو مساوی مزاحمتیں،
- ایک بڑی مزاحمت،
- بیٹری،
- ایک تپش پیم،
- ایک ڈاٹ کنجی اور پلیٹینم تار،



## 22.2.1 تشریح آلات (Apparatus Explanation)

ایک کیری فوسٹر کے پل میں تار کے طول میں حقیقی اضافہ کے بغیر پل کے تار کی موثر لمبائی کو بڑی حد تک بڑھایا جاسکتا ہے۔ اس کو حاصل کرنے کے لئے مزید دو درز بہوجب شکل (22.1) اور 1 اور 4 پل کے تار DE کے ساتھ ہم سلسلہ بنائے جاتے ہیں۔



شکل (22.1)

P اور Q یکساں قیمت والے دو معیاری مزاحمتیں ہیں۔ 1 اور 4 پل کے درمیان ایک بیکر معہ پانی اور پلیٹینم مزاحمت جھوڑ دئے گئے ہیں۔ قوت محرکہ رقی E والی بیٹری ایک کنجی (key) کے ذریعہ AB کے درمیان جوڑی گئی ہے۔ نقطہ B ایک حساس روپیما G اور ایک بڑی مزاحمت (H.R) سے ایک جاکی (J) کو جوڑا گیا ہے۔ X اور Y دو تقریباً مساوی مزاحمتیں ہیں۔ جہاں X دیئے گئے لچھے کی وہ مزاحمت ہو جس کی قیمت معلوم کرنا ہو اور Y عموماً ایک ڈائیل والے مزاحمت ڈبے کی مزاحمت ہے۔ مزاحمت X بشمول پل کے تار کے طول  $l_1$  کی مزاحمت کے ویشٹون کے پل کے ایک بازو کی مزاحمت تشکیل دیتی ہے۔ اسی طرح مزاحمت بشمول پل کے تار کے طول  $l_2$  کی مزاحمت کے ویشٹون کے پل کے دوسرے بازو کی مزاحمت کی تشکیل دیتی ہے یعنی

$$l_2 = (100 - l_1)$$

کیری فوسٹر کا پل دراصل میٹری پل کا ایک ترمیم شدہ شکل ہے۔ پل کے تار کی لمبائی میں اصنفہ کر کے ایک میٹری پل سے صحیح قیمت حاصل کرنے کی صلاحیت کو بڑھایا جاسکتا ہے۔ ایک کیری فوسٹر کے پل میں تار کے طول میں حقیقی اضافہ کے بغیر پل کے تار کی موثر لمبائی کو بڑی حد تک بڑھایا جاسکتا ہے۔ اس کو حاصل کرنے کے لئے مزید دو درز بموجب شکل (22.1) 1 اور 4 پل کے تار DE کے ساتھ ہم سلسلہ بنائے جاتے ہیں۔

P اور Q یکساں قیمت والے دو معیاری مزاحمتیں ہیں۔ 1 اور 4 پل کے درمیان ایک بیکر معہ پانی اور پلیٹینم مزاحمت جھوڑ دئے گئے ہیں۔ قوت محرکہ رقی E والی بیٹری ایک کنجی (key) کے ذریعہ AB کے درمیان جوڑی گئی ہے۔ نقطہ B ایک حساس روپیما G اور ایک بڑی مزاحمت (H.R) سے ایک جاکی (J) کو جوڑا گیا ہے۔ X اور Y دو تقریباً مساوی مزاحمتیں ہیں۔ جہاں X دیئے گئے لچھے کی وہ مزاحمت ہو جس کی قیمت معلوم کرنا ہو اور Y عموماً ایک ڈائیل والے مزاحمت ڈبے کی مزاحمت ہے۔ مزاحمت X بشمول پل کے تار کے طول  $l_1$  کی مزاحمت کے ویشٹوں کے پل کے ایک بازو کی مزاحمت تشکیل دیتی ہے۔ اسی طرح مزاحمت بشمول پل کے تار کے Y طول  $l_2$  کی مزاحمت کے ویشٹوں کے پل کے دوسرے بازو کی مزاحمت کی تشکیل دیتی ہے یعنی  $l_2 = (100 - l_1)$  جب کے مزاحمتیں  $\rho$  اور Q دو دوسرے بازو ہیں۔

i. لہذا  $\rho$  کی قیمت معلوم ہو تو فرق  $x - y$  کی قیمت ذیل مساوات سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

$$X - y = (l_2 - l_1)\rho \text{-----}(22.1)$$

جہاں  $\rho$  resistivity of wire =  $\rho$

ii.  $\rho$  کے لئے ضابطہ: پل کے تار کی خطی مزاحمت معلوم کرنے کے لئے درز 4 پل کو قصر دور (Short Circuits) کر دیجئے یعنی  $y = 0$  ہو جائے تب مساوات  $\rho$  بن جائے گی۔

$$\rho = \frac{X}{l_2 - l_1} \text{-----}(22.2)$$

اس مساوات میں  $l_1$  اور 'X' کی قیمتیں معلوم ہوں تو  $\rho$  کو محسوب کیا جاسکتا ہے۔

غیر معلوم مزاحمت 'x' کے لئے ضابطہ: فرض کیجئے کہ درز پل میں یا کہ غیر معلوم مزاحمت 'X' جوڑی گئی ہے جب کہ '4' پل میں ایک معلوم مزاحمت 4 موجود ہے تب ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$X = y + (l_2 - l_1)\rho \text{-----}(22.3)$$

اس مساوات میں بھی  $l_1$ , Y کی قیمتیں معلوم ہوں تو X کی قیمت کو معلوم کیا جانا ہے۔

iii. مزاحمت (Resistivity) یا نوعی مزاحمت (Specific Resistance) دیئے گئے تار کے مادے کی مزاحمت 'S' ہوتا ہے۔

$$S = \frac{X\pi r^2}{L} \text{-----}(22.4)$$

جہاں X- دیئے گئے تار کی مزاحمت، L- دیئے گئے تار کا طول  
r- دیئے گئے تار کا نصف قطر

دیئے گئے تار کے مادے کا نوعی ایصالیت یا  $\sigma$  کے لئے ضابطہ مزاحمت کے مقلوب موصلیت کہلاتی ہے۔

$$\sigma = \frac{1}{S} = \frac{L}{X\pi r^2} \text{-----}(22.5)$$

تپش کے لحاظ سے شرح تبدیلی مزاحمت کے لئے ضابطہ  $\alpha$ :

ایک دھاتی تار کی مزاحمت تپش کے ساتھ بڑھتی ہے۔ اگر تپش  $t_1^{\circ}C$  اور  $t_2^{\circ}C$  پر دیئے گئے تار کی مزاحمتیں  $X_1$  اور  $X_2$  میں دیئے گئے تار کی تپش کے لحاظ سے شرح تبدیلی مزاحمت  $\alpha$  کو یوں ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\alpha = \frac{X_2 - X_1}{X_1 t_2 - X_2 t_1} \text{-----}(22.6)$$

مساوات (22.3) کو مساوات (22.6) میں درج کرنے پر

$$X_2 - X_1 = 2(l_1 - l_2)\rho$$

$$X_2 = X_1 + 2(l_1 - l_2)\rho \text{-----}(22.7)$$

اس مساوات سے  $X_1$  معلوم کرنے کے بعد کسی بھی تپش  $t_2$  پر تار کی مزاحمت  $X_2$  معلوم کی جاسکتی ہے۔ اس طرح اگر  $t_2^{\circ}C, t_1^{\circ}C, X_2, X_1$  معلوم ہوں تو تپش کے لحاظ سے شرح تبدیلی مزاحمت  $\alpha$  محسوب کی جاسکتی ہے۔

## 22.4 طریقہ عمل (Procedure)

یہ تجربہ تین حصوں میں انجام دیا جاتا ہے۔

### I. پل کے تار کے فی اکائی طول مزاحمت معلوم کرنا:

i. دور کے خاکے شکل (22.1) کے مطابق دور کو مکمل کر لیجئے۔ درز '3' میں کی جگہ ایک مزاحمت کا صندوق جوڑیے جس میں

کسری موجود ہوں۔ بموجب شکل قوت محرکہ برقی E والی ایک بیٹری کو ڈاٹ کنجی کے ذریعہ جوڑیئے۔ درزیں '1' اور '2' میں دو مساوی مزاحمتیں

ii. P اور Q جوڑ دیجئے۔ ایک بلند مزاحمت کے ذریعے نقطہ B سے اور جاکی J کے درمیان ایک حساس روپیہا 4 بھی جوڑیئے۔ تانبے

کی ایک موٹی پیٹی کے ذریعے درز پل کو قصر دور (Short Circuit) کیجئے۔

iii. X کی قیمت کو استعمال کر کے روپیہا اور بڑی مزاحمت کو ہم سلسلہ استعمال کرتے ہوئے توازن کا تقریبی نقطہ معلوم کیجئے۔ بڑی

مزاحمت کو قصر دور کر کے قطعی توازن کا نقطہ معلوم کیجئے۔ اسکیل پر متوازن طول  $l_1$  کو محسوب کریں۔ اس تجربے کو X کی

مختلف قیمتوں کے لئے دہرائیئے اور ہر بار متوازن طولوں کو معلوم کیجئے۔

iv. اب کسری مزاحمت کا ڈبہ اور تانبے کی موٹی پٹی کو باہم بدل دیجئے۔ مذکورہ بالا طریقے سے X کو استعمال کر کے بار متوازن طول  $l_2$  معلوم کیجئے۔ مشاہدات کو جدول (22.1) میں درج کریں۔ ہر صورت میں  $\rho$  کی قیمت معلوم کریں اور پھر  $\rho$  کی اوسط قیمت محسوب کریں۔

ii. دیئے گئے لچھے کی کمرے کی تپش پر مزاحمت  $X_1$  محسوب کرنا:

i. کمرے کی تپش  $t_1^0 C$  کو نوٹ کریں۔

ii. دیئے گئے لچھے کو درز '3' میں اور معیاری مزاحمت کے ڈبے کو درز '4' میں جوڑیئے۔

iii. لچھے کو جوڑ دیجئے جس کی مزاحمت  $X_1$  کو کمرے کی تپش  $t_1^0 C$  پر درز '3' میں معلوم کرنا مقصود ہے۔ درز '4' میں معیاری

نقطے پر دبائے رکھ کر مزاحمت کے ڈبے سے ایک مزاحمت Y ڈاٹ کی مدد سے نکال دیجئے اس طرح کہ روپیا میں انصراف تقریباً صفر ہو۔  $r$  کی قیمت کو نوٹ کیجئے۔ قطعی صفر کا نقطہ حاصل کرنے کے لئے جا کی کو AB پر حرکت دیجئے۔ توازن کے طول  $l_1 = AJ$  کی پیمائش کیجئے۔ اب دیئے گئے لچھے اور معیاری مزاحمت کے ڈبے کو (اس میں مزاحمتوں کو تبدیل کئے بغیر) باہم بدل دیجئے۔ پھر سے پل کے تار کا اسی سرے سے توازنی طول  $l_2$  معلوم کیجئے۔

iv. ذیل کے ضابطے سے کمرے کی تپش پر لچھے کی مزاحمت  $X_1$  کو محسوب کیجئے۔

$$X_1 = Y + \rho(l_2 - l_1) \quad .i$$

اور مشاہدات کو جدول (b) میں درج کیجئے۔

v. ایک بار پھر مزاحمت کے لچھے اور معیاری مزاحمت کے ڈبے کو باہم بدل دیجئے۔ ایک بار پھر کمرے کی تپش  $t_1^0 C$  پر توازنی

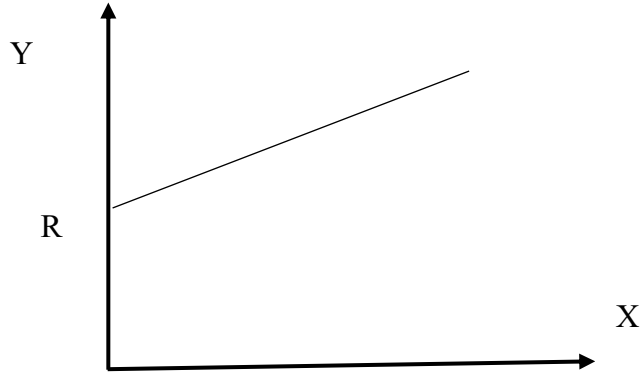
طول  $l_1$  نوٹ کریں۔ اب لچھے کو  $100^0 C$  تک گرم کریں لچھے کو کمرے کی تپش تک ٹھنڈا ہونے دیجئے۔ توازنی طول  $l_2$  کو تار کے بائیں جانب سے یعنی  $60^0 C, 70^0 C, \dots$  پر نوٹ کریں۔ مشاہدات کو جدول (22.2) میں درج کریں۔ مختلف  $t_1^0 C$  پر لچھے کی مزاحمت محسوب کریں۔

vi. مزاحمت کی مقابل تپش کی ایک ترسیم بنائیئے۔ ترسیم ایک خط مستقیم ہوگی۔ ترسیم سے تپشوں  $t_1^0 C$  اور  $t_2^0 C$  پر لچھے کی

مزاحمتیں  $X_1$  اور  $X_2$  حاصل کریں۔ اس کے بعد مذکورہ بالا مساوات سے دیئے گئے لچھے کی مزاحمت کی شرح، تپش محسوب کریں۔

vii. دیئے گئے تار کا طول 'L' نوٹ کریں۔

viii. ایک کردہ پیا کو استعمال کر کے دیئے گئے تار کا اوسط نصف قطر 'r' معلوم کریں۔



شکل (22.2)

T

22.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مشاہدات:

I. پل کے تار کی خطی مزاحمت معلوم کرنے کے لئے

جدول (22.1)

$\rho = \frac{X}{l_2^1 - l_1^1} \Omega cm^{-1}$	توازن طول		مزاحمت Y	معیاری مزاحمت $\times \Omega$	نشان سالے
	3 میں X کے ساتھ $l_1$	4 میں x کے ساتھ $l_2$			

کمرے کی تیش پر دیئے گئے لچھے کی مزاحمت  $X_1$  معلوم کرنے کے لئے

II. کمرے کی تیش پر دیئے گئے لچھے کی مزاحمت  $X_1$  معلوم کرنے کے لئے

جدول (22.2)

$X_1 = Y_1 + (l_2 - l_1)\rho\Omega$	توازن طول		صندوق میں شامل کی ہوئی معیاری مزاحمت $y(\Omega)$	سلسلہ نشان
	4 میں دئے گئے لچھے کے ساتھ $l_1$	3 میں دئے گئے لچھے کی ساتھ $l_2$		



$\Omega$  — — — — — کی اوسط قیمت — — — — —  $X_1$


a. کمرے کی تپش  $C^0 = t_1^0 C$  — — — — —

b. خطی مزاحمت  $\rho$  — — — — —

- c. مزاحمت کے صندوق میں شامل کردہ مزاحمت  $Y = \Omega$
- d. کمرے کی تپش  $t_1^0 C$  پر توازنی طول  $l_1 = cm$

III. مختلف تپشوں پر مزاحمت معلوم کرنے کے لئے

جدول (22.3)

$X_2 = X_1 + 2\rho(l_1 - l_2)\Omega$	مزاحمت میں اضافہ $2(l_1 - l_2)\rho\Omega$	'3' میں لچھے کے ساتھ توازنی طول $l_2$	تپش C	سلسلہ نشان
				

- a. ترسیم سے  $t_1^0 C$  پر مزاحمت  $X_1 = \Omega$
- b. ترسیم سے  $t_2^0 C$  پر مزاحمت  $X_2 = \Omega$
- c. تپش کے لحاظ سے شرح تبدیلی مزاحمت  $\alpha =$

d. مزاحمت  $\rho = \frac{\Omega}{\text{-----}}$

e. موصلیت  $\sigma = \frac{moh}{\text{-----}}$

## 22.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- ◀ توازی طولوں کو پل کے تار کے بائیں سر سے ناپئے۔
- ◀ کچی کو لہبے و قفوں کے لئے بند نہ کریں تاکہ پل کے تار کے غیر ضروری گروہ جانے سے بچا جاسکے۔
- ◀ عمدہ برقی تماس کے لئے لچے دار بندوں اور تانبے کی پیٹوں کو ریگ مال سے گھس کیجئے۔

## 22.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significant of Experiment in Domestic Life)

- جسمانی درجہ حرارت طبی یا طبی تھرمامیٹر سے ماپا جاتا ہے۔ لیبارٹری تھرمامیٹر گرم ٹھوس اور مائع کے کمرے کے درجہ حرارت کا تعین کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ انفراریڈ تھرمامیٹر دور سے ریڈنگ لے سکتے ہیں۔ ریستوران، بیکنگ اور کھانا پکانے کے لیے برتنوں کے درجہ حرارت کی نگرانی کے لیے تھرمامیٹر کا استعمال کرتے ہیں۔
- مزاحمت کے مقابل تپش کی ترسیم کو لچھے کی مزاحمت معلوم کر کے ایک گروپن جنز (Hot water bath) کی تپش معلوم کرنے کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ جب کہ لچھا جنز میں ڈوبا ہوا ہو۔

## 22.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

1. پل کے تار کی خطی مزاحمت معلوم کرنے کے لئے

$$\rho = \frac{\Omega}{\text{-----}} \text{ cm}^{-1}$$

2. کمرے کی تپش پر دیئے گئے لچھے کی مزاحمت  $X_1$  معلوم کرنے کے لئے

i. کمرے کی تپش  $t_1^0 C = \text{-----} C^0$

ii. خطی مزاحمت  $\rho = \text{-----}$

iii. مزاحمت کے صندوق میں شامل کردہ مزاحمت  $Y = \text{-----} \Omega$

iv. کمرے کی تپش  $t_1^0 C$  پر توازی طول  $l_1 = \text{-----} cm$



3. مختلف تپشوں پر مزاحمت معلوم کرنے کے لئے

i. ترسیم سے  $t_1^0 C$  پر مزاحمت  $X_1 = \Omega$

ii. ترسیم سے  $t_2^0 C$  پر مزاحمت  $X_2 = \Omega$

iii. تپش کے لحاظ سے شرح تبدیلی مزاحمت  $\alpha =$

iv. مزاحمت  $\rho = \Omega$

v. موصلیت  $\sigma = moh$

## 22.9 کلیدی الفاظ (Key Words)

- کیری فوسٹر کا پل: کیری فوسٹر کا پل دراصل میٹری پل کا ایک ترمیم شدہ شکل ہے۔
- موصلیت: دیئے گئے تار کے مادے کا نوعی ایصالیت یا  $\sigma$  کے لئے ضابطہ مزاحمت کے مقلوب موصلیت کہلاتی ہے۔

## اپنی معلومات کی جانچ کیجئے (Check your Information Questions)

1. ایک تار کی خطی مزاحمت سے کیا مراد ہے۔

2. مزاحمت کو بیان کرو۔

3. پل کے تار کو کیویکساں ہونا چاہئے۔

---

---

---

---

4. پل کی حساسیت کس طرح P پر منحصر ہے؟



---

---

---

---

5. اگر  $p$  اور  $Q$  قطعی مساوی نہ ہوں تو کیا آپ یہ تجربہ انجام دے سکتے ہیں۔

---

---

---

---

## Calculations

---



## Calculations

---



# اکائی 23- حرارت جفت

(Thermocouple)

## اکائی کے اجزا

تمہید	23.0
مقاصد	23.1
آلات	23.2
تشریح آلات	23.2.1
نظریہ	23.3
طریقہ عمل	23.4
مشاہدہ اور تحسیب	23.5
احتیاطی تدابیر	23.6
روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت	23.7
تجربی نتائج	23.8
کلیدی الفاظ	23.9

## 23.0 تمہید (Introduction)

تھر موکوپل، جسے تھرمل جنکشن، تھر مو الیکٹرک تھرمامیٹر، یا تھرمل بھی کہا جاتا ہے، درجہ حرارت کی پیمائش کرنے والا ایک آلہ جس میں مختلف دھاتوں کی دو تاریں ہر سرے پر جڑی ہوتی ہیں۔ ایک جنکشن رکھا جاتا ہے جہاں درجہ حرارت کی پیمائش کی جاتی ہے، اور دوسرے کو مسلسل کم درجہ حرارت پر رکھا جاتا ہے۔

تھر موکوپل درجہ حرارت کی پیمائش کے لیے ایک آلہ ہے۔ یہ دو مختلف دھاتی تاروں پر مشتمل ہے جو ایک ساتھ مل کر ایک جنکشن بناتے ہیں۔ جب جنکشن کو گرم یا ٹھنڈا کیا جاتا ہے، تو تھر موکوپل کے برقی سرکٹ میں ایک چھوٹا سا ولٹیج پیدا ہوتا ہے جس کی پیمائش کی جاسکتی ہے، اور یہ درجہ حرارت سے مطابقت رکھتا ہے۔

جب دو غیر مماثل (Dissimilar) دھاتوں سے ایک دور (Circuit) تشکیل دیا جاتا ہے اور ان دھاتوں کے جنکشن دو مختلف تپشوں پر برقرار رکھے جاتے ہیں تو دور میں ایک قوت محرکہ برقی یا emf پیدا ہوتی ہے۔ یہ سی بیک اثر (Seebeck effect) کہلاتا ہے۔ تانبے کانٹائنٹن تاروں یا تانبے۔ لوہے کے تاروں کو استعمال کر کے ایک حراری جفت تیار کیا جاتا ہے۔

## 23.1 مقاصد (Objectives)

اس تجربہ میں ہم:

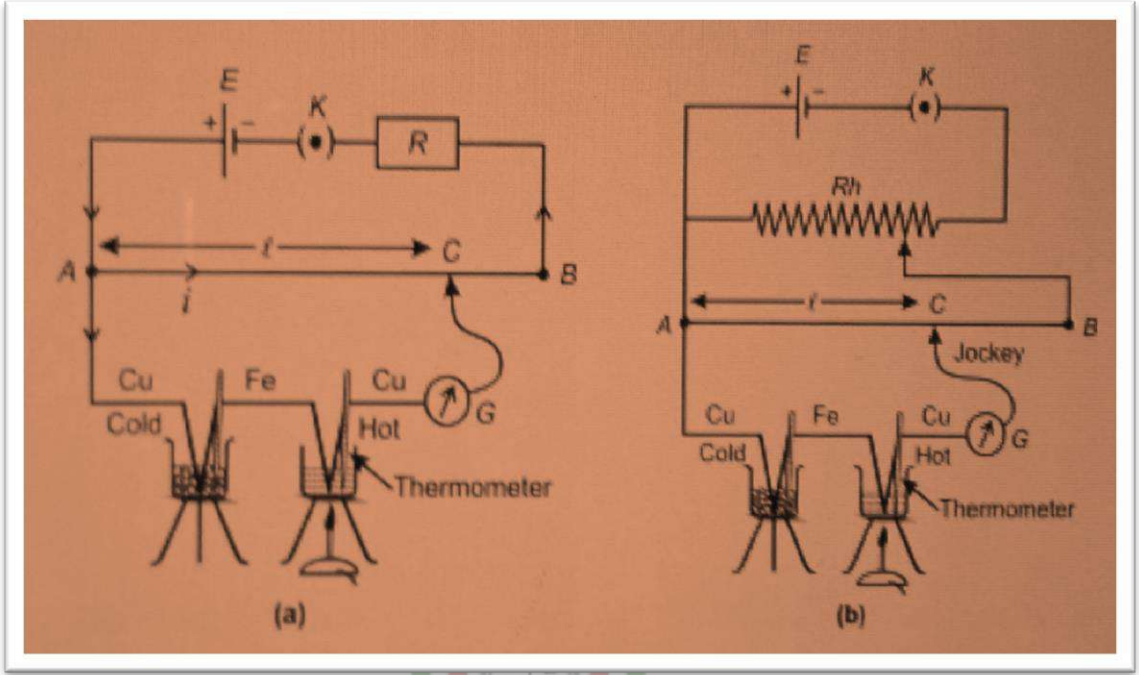
- ایک حراری جفت میں گرم اور سرد جنکشنوں کے درمیان مختلف تپشی فرق کے لئے پیدا ہونے والے حراری قوت محرکہ برقی کو معلوم کرنا۔

## 23.2 آلات (Apparatus)

- ایک قوں پیما، 2 یا 3 ذخیرہ خانے (2 ولٹ کے)،
- ایک معیاری کیڈ میم کا خانہ  $10000\Omega - 0$  رینج والے دو مزاحمت کے ڈبے،
- ایک ڈاٹ کنجی،
- ایک مقوم،
- تانبے کانٹائنٹن یا تانبے
- لوہے کا حراری جفت ایک حساس روپیما، بلند مزاحمت اور واصل تار

### 23.2.1 تشریح آلات (Apparatus Explanation)

تانے کانٹائنٹن تاروں یا تانبے۔ لوہے کے تاروں کو استعمال کر کے ایک حراری جفت تیار کیا جاتا ہے۔ اس کا خیال رکھا جاتا ہے کہ یہ تار صرف جنکشن پر ہی جوڑے جائیں اور اس سے ہٹ کر کہیں اور نہ جوڑے جائیں



شکل (23.1)

اس مقاصد کے حصول کے لئے ان تاروں میں سے ایک تار کو شیشے کی نلی سے گزارا جاتا ہے اور پھر تار کو مروڑتے ہوئے اور ایک برقی قوس (Electric arc) میں اس کو پگھلاتے ہوئے ایک جنکشن تیار کیا جاتا ہے۔

### 23.3 نظریہ (Theory)

جب دو غیر مماثل (Dissimilar) دھاتوں سے ایک دور (Circuit) تشکیل دیا جاتا ہے اور ان دھاتوں کے جنکشن دو مختلف تپشوں پر برقرار رکھے جاتے ہیں تو دور میں ایک قوت محرکہ برقی یا emf پیدا ہوتی ہے۔ یہ سی بیک اثر (Seebeck effect) کہلاتا ہے۔ پیدا شدہ emf حراری emf کہلاتا ہے۔ دو جنکشنوں کے درمیانی تپش میں فرق آنے سے یہ تبدیل ہو جاتا ہے۔ فرض کیجئے کہ ایک جنکشن 0 پر رکھا گیا ہے تب حراری emf کو اس طرح ظاہر کیا جائے گا۔

$$E = At + Bt^2$$

جہاں A اور B مستقلات ہیں اور t گرم جنکشن کی تپش درجہ سیلیئس میں، کو تعبیر کرتا ہے، emf کی سمت کا انحصار حراری جفت میں مستعمل دھات کی نوعیت پر ہوتا ہے۔

## 23.4 طریقہ عمل (Procedure)

آپ کو یہ تجربہ تین حصوں میں انجام دینا ہے۔

a. قوں پیمائش کے تار کی مزاحمت معلوم کرنا۔

b. قوں پیمائش کی پیمانہ بندی۔

c. ایک دیئے گئے حراری جفت کے حراری قوت محرکہ برق کی پیمائش۔

a. ایک قوں پیمائش کے تار کی مزاحمت معلوم کرنا:

ذیل کی شکل میں دکھائے گئے طریقے پر دور کو جوڑ دیئے۔ AB ایک قوں پیمائش ہے جس کو ایک ذخیرہ خانے E ڈاٹ کنجی K مقوم Rh اور مزاحمتوں کے ڈبوں P اور Q جس میں ہر ایک  $10000\Omega - 0$  مزاحمت رکھتا ہے۔ اور ایسے ہم سلسلہ طور پر جوڑ دے۔ معیاری کیڈ میم خانے کے مثبت سرے کو مزاحمتی ڈبوں P اور Q کے جکشن کے سرے C سے جوڑا گیا ہے۔ جب کہ جاکی کو ایک حساس روپیمائش G اور ایک بلند مزاحمت HR کے ذریعہ معیاری خانے کے منفی سرے سے مربوط کیا گیا ہے۔ حسب سابق جاکی کی مدد سے جوڑوں کی جانچ کر لیجئے اور A اور B پر درست قطبین کی موجودگی کا تیسقین کر لیجئے۔

اب P میں مزاحمت صفر رکھے O اور Q میں 5 اوم کی مزاحمت کا انتخاب کیجئے۔ قوں پیمائش کے تار AB پر مختلف مقامات پر جاکی کو دبائیے اور HR کو دور میں شامل رکھ کر تقریبی توازنی نقطہ معلوم کیجئے۔ HR کو دور سے خارج کرنے کے لئے کنجی کو داخل کیجئے اور قطعی توازنی نقطے کو نوٹ کیجئے۔ جاکی کی نسایت درست پوزیشن  $J_1$  کے لئے توازن طول  $l_1$  کی پیمائش کیجئے یعنی  $AJ_1 = l_1 cm$  مزاحمتوں کو متعکس (reverse) کر دیجئے (یعنی  $P = 5\Omega$  کر دیجئے) اور اسی طریقہ کار کو اختیار کر کے جاکی کی پوزیشن  $J_2$  کے لئے توازنی طول  $l_2$  معلوم کیجئے۔ یعنی  $AJ_2 = 5cm$

یہ آپ کو بتانا ہے کہ قوں پیمائش کے تار کے  $(l_2 - l_1)$  طول کی مزاحمت قطبی طور پر  $5\Omega$  کے مساوی ہے۔ اس لئے  $x = \frac{5000}{l_2 - l_1} \times 10^3 = \frac{5\Omega}{(l_2 - l_1)} \times 10^3$  قوں پیمائش کے تار کے  $10 \times 100cm$  طول کی جملہ مزاحمت P اور Q میں  $1\Omega$  کے مرحلوں میں مختلف مزاحمتوں کا انتخاب کرتے ہوئے۔ تجربے کو دہرائیے اور ریڈنگ کو ذیل کے جدول میں درج کیجئے۔

b. دیئے ہوئے قوں پیمائش کی پیمانہ بندی:

دور کو ذیل میں بتائے ہوئے طریقہ پر جوڑیئے۔ حرارت emd کی مقدار چند ملی وولٹ کے درجے کی ہویت ہے۔ اس لئے قوں پیمائش کو لازماً اتنا حساس ہونا چاہئے کہ اس ریج کے وولٹیج کی پیمائش کر سکے۔ لہذا ہمیشہ یہ مناسب ہوتا ہے کہ قوں پیمائش کے تار کی فی ملی میٹر  $10^{-3}m$  طول پر قول میں گراوٹ ( $V = 10^{-3}v$ ) اس طرح کی تکمیل کے لئے قوں پیمائش کے دوسروں نے گرد تقاوت قوں کو ذیل کے مساوی ہونا چاہئے  $= 1 \times 10^{-6}v \times (10 \times 10^3 mm) = 10^{-2}v = \frac{1}{100}$

فرض کیجئے کہ Q میں مزاحمت = q تب  $Q = q\Omega$



$$AB = i \times q = 10^{-2} v \text{ کے گرد تفاوت قوں (P.O):}$$

$$i \times (X + q) \Omega = E \text{ جتنکشن کے نقطے C اور سرے B کے درمیان تفاوت قوں:}$$

جہاں E معیاری خانے کا دو لٹیج ہے جس کو B پر متوازی کیا گیا ہے۔ اوپر کی مساوات کو تقسیم کرنے پر حاصل ہو گا۔

$$\frac{i(X+Q)}{i \times x} = \frac{E}{10^{-2}} \text{ (or) } \frac{X+Q}{x} = E \times 10^2$$

$$q = (100E - 1)X$$

وانیالی کیڈیم (cd) خانے کی قوں کی پیمائش کیجئے اور اس اکائی کے گزشتہ حصے (a) می معلوم کی گئی قوں پیمائی کی مزاحمت کی قیمت x کو مساوات میں استعمال کر کے q کو محسوب کیجئے۔ اب q کی قیمت کو مزاحمت کے ڈبے Q میں داخل کیجئے اور جاکی کو B پر دبائیے۔ اب P میں مزاحمت کو اس طرح تبدیل کیجئے کہ روپیا میں صفر انصراف (Null deflection) ظاہر ہو۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ معیاری خانے کا دو لٹیج تار کے (X + q) ادم کے گرد پیدا ہونے والے دو لٹیج سے متوازن ہو گیا ہے۔  $1 \mu v/mm$

c. حراری صفت کے emf کی پیمائش کرنا:

پیمانہ بند ابتدائی دور میں کسی قسم کی تبدیلی لائے بغیر ثانوی دور میں معیاری خانے کے تعلق کو منقطع کیجئے۔ حرارت جفت کے ایک سرے کو جتنکشن C پر (یعنی P اور Q کے درمیان) جوڑیئے اور دوسرے سرے کو ذیل کے بموجب روپیا سے جوڑیئے۔ سرد جتنکشن کو برف میں رکھے تاکہ  $0^\circ c$  تپش حاصل ہو (اگر برف دستیاب نہ ہو تو کمرے کی تپش پر پانی میں رکھے اور اس کی تپش کو نوٹ کیجئے) دوسرے جتنکشن کو ایک ایسے پانی میں رکھے جس کو سولت کے ساتھ گرم کیا جاسکتا ہو۔ جب دو جتنکشن کے درمیان تپش کا فرق  $10^\circ c$

ہو تو گرم جتنکشن کی تپش پر 2 یا 3 منٹوں کے لئے صبط رکھے اور ثانوی دور میں پیدا ہونے والے قلیل حراری emf کے لئے توازنی طول کی پیمائش کیجئے۔ دونوں جتنکشن کی تپشوں کو نوٹ کیجئے۔

گرم جتنکشن کی تپش میں  $10^\circ c$  کے مرحلوں میں اضافہ کرتے ہوئے تجربے کو دہرائیئے۔ مشاہدات کو ذیل کے جدول میں درج کیجئے۔ سرد اور گرم جتنکشن کی تپشوں کے فرق اور پیدا شدہ حراری emf کے درمیان ایک ترسیم بنائیئے۔ یہ ترسیم ایک خط مستقیم ہوگی جو مساوات کی مطابقت میں ہوگی۔

## 23.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مشاہدات:

a. ایک قوں پیمائی کے تار کی مزاحمت معلوم کرنا:

جدول (23.1)

$\frac{P (Or)Q}{l_2 - l_1} \times 10^3$	فرق	توازن طول		$Q\Omega$ میں مزاحمت	$P\Omega$ میں مزاحمت	سلسلہ نشان
		$l_2$	$l_1$			
						1
						2
						3



b. دیئے ہوئے قوں پیکا کی بیانہ بندی:

جدول (23.2)

تپش میں ہر اضافے پر حراری emf $E/10^{\circ}C \text{ volts}$	پیدا شدہ $\times$ $emfE = Lmm$ $\frac{1\mu v}{1mm} = l\mu v$	جنکشنوں کے درمیان تپش میں فرق $T_H - T_C =$ $0_c$	توازنی طول 1 ملی میٹر	جنکشنوں کی تپش (c)		سلسلہ نشان
				گرم	سرد	
						1
						2
						3



## 23.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- ◀ اس کا خیال رہے کہ Q میں موجودہ مزاحمت قوں بیما کے تار کی مزاحمت سے ہمیشہ کم رہے۔
- ◀ توازنی طولوں کی پیمائش نہایت درست طور پر کی جائے۔
- ◀ 3 توازنی طول کی پیمائش کرتے وقت گرم جنکشن کی تپش پر ٹھیک طور پر ضبط رکھئے۔
- ◀ جنکشنوں کی تپش کی پیمائش کے لئے ایک  $100^{\circ}C - 0$  والے حساس تپش پیمائش  $0.1c$  تک ریڈنگ بتا سکتا ہو) کو استعمال کیجئے۔

## 23.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significant of Experiment in Domestic Life)

- تھر مو کوپل کو کھانے اور مشروبات کی صنعت میں مختلف قسم کے اپیلی کیشنز کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے جس میں کلین ان پلیس سینسرز، بیسنیٹریشن پروبس، اوون کنٹرول، فوڈ چین مانیٹرنگ، ہاٹ پلیٹ کنٹرول اور مانیٹرنگ اور سٹیم کیٹل ٹمپرچر کنٹرول شامل ہیں۔

## 23.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

- قوں بیما کے تار کی مزاحمت  $\Omega$  .....
- قوں بیما کی بیمانہ بندی .....
- ایک دیئے گئے حراری جفت کے حراری قوت محرکہ برقی .....

## 23.9 کلیدی الفاظ (Key Words)

- سی بیک اثر (Seebeck effect): جب دو غیر مماثل (Dissimilar) دھاتوں سے ایک دور (Circuit) تشکیل دیا جاتا ہے اور ان دھاتوں کے جنکشن دو مختلف تپشوں پر برقرار رکھے جاتے ہیں تو دور میں ایک قوت محرکہ برقی یا emf پیدا ہوتی ہے۔ یہ سی بیک اثر (Seebeck effect) کہلاتا ہے۔
- جفتہ کی ڈگری: جفتہ کی طاقت کی مقدار و وضاحت۔

## اپنی معلومات کی جانچ کیجئے (Check your Information Questions)

1. ترسیم کی نوعیت کیا ہے۔

.....

.....

.....

.....

2. اگر تپش میں فرق دوگنا ہو جائے تو کیا ہوتا ہے۔

.....

.....

.....

.....



3. مزاحمت سے کیا مراد ہے۔

.....

.....

.....

.....

4. emf کو بیان کرو۔

.....

.....

.....

.....

5. ایک مائیکرو وولٹ فی ملی میٹر طول کی پیمائش کے لئے آپ قوں پیمائی کی پیمانہ بندی کیوں کرتے ہیں۔

---

---

---

---



## Calculations

---



## Calculations

---





# اکائی 24۔ انتقالہ درجہ حرارت (ٹمپریچر ٹرانسڈیوسر ٹرینر)

(Temperature Transducer Trainer)

## اکائی کے اجزا

تمہید	24.0
مقاصد	24.1
آلات	24.2
تشریح آلات	24.2.1
نظریہ	24.3
طریقہ عمل	24.4
مشاہدہ اور تحسیب	24.5
احتیاطی تدابیر	24.6
روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت	24.7
تجربی نتائج	24.8
کلیدی الفاظ	24.9

## 24.0 تمہید (Introduction)

ٹمپریچر ٹرانسڈیوسرز تھر مو عنصر یا ریزسٹر کے ذریعے ماحولیاتی یا سطح کے درجہ حرارت کو برقی سگنل میں تبدیل کر سکتے ہیں۔ کنٹرول ڈیوائس سے منسلک ایک درجہ حرارت ٹرانسڈیوسر کسی عمل کو کنٹرول کر سکتا ہے۔ درجہ حرارت ٹرانسڈیوسرز اکثر HVAC اور بلڈنگ آٹومیشن سسٹم میں استعمال ہوتے ہیں، جہاں وہ حرارتی، کولنگ اور ونٹیلییشن سسٹم کو کنٹرول کرنے کے لیے درجہ حرارت اور نمی کی پیمائش کرتے ہیں۔ حرارت کی براہ راست پیمائش نہیں کی جاسکتی ہے لیکن پیمائش کے آلے پر درجہ حرارت کی تبدیلی کے اثرات کا مشاہدہ کر کے اس کی پیمائش کی جاسکتی ہے۔ تجارتی درجہ حرارت کے کنٹرول میں تین قسم کے سینسر استعمال کیے جاتے ہیں: تھرمسٹر، تھرموکوپل، اور مزاحمتی تھرمل ڈیوائسز (RTDs)۔ درجہ حرارت ٹرانسڈیوسر کا استعمال ہوا کے درجہ حرارت کی پیمائش کرنے کے لیے کیا جاتا ہے تاکہ کئی کنٹرول سسٹمز جیسے ایئر کنڈیشننگ، ہیٹنگ، ونٹیلییشن وغیرہ کے درجہ حرارت کو کنٹرول کیا جاسکے۔

## 24.1 مقاصد (Objectives)

اس تجربے میں ہم:

درجہ حرارت کی پیمائش کے طریقوں کو وسیع پیمانے پر درج ذیل میں درجہ بندی کی جاسکتی ہے

i. غیر برقی طریقے۔

ii. برقی طریقے۔

iii. تابکاری کے طریقے۔

غیر برقی طریقے:

درجہ حرارت کی پیمائش کے غیر برقی طریقے مندرجہ ذیل اصولوں میں سے کسی ایک پر مبنی ہو سکتے ہیں۔

a. طبعی حالت میں تبدیلی۔

b. کیمیائی خصوصیات میں تبدیلی۔

c. طبعی خصوصیات میں تبدیلی۔

وہ درجہ حرارت جس پر متعدد خالص مادے اپنی طبعی حالتوں کو تبدیل کرتے ہیں درجہ حرارت کے پیمانے کی درجہ بندی کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ لیکن یہ آلات مادے کی حالت میں تبدیلی کے مطابق ایک منفرد درجہ حرارت کی ایک خاص قدر فراہم کرتے ہیں۔

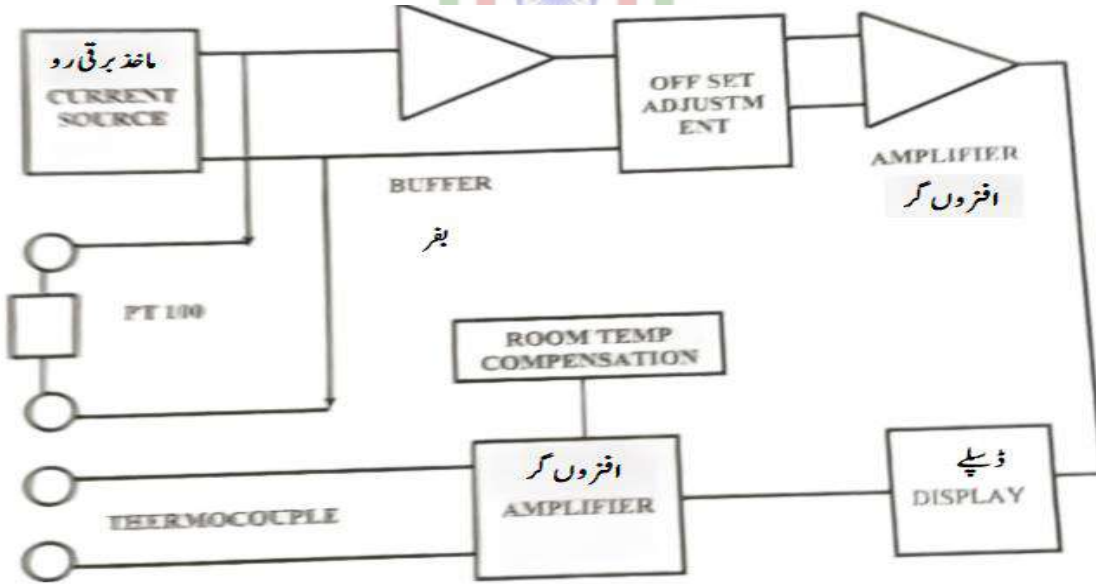
لہذا یہ درجہ حرارت کے حدود کی پیمائش کے لئے مناسب نہیں ہے۔

مزید کیمیائی خصوصیات میں تبدیلی کا استعمال کرتے ہوئے، درجہ حرارت میں تبدیلیوں کے سلسلے میں دہرانے کے قابل / قابل پیداوار پیمانہ حاصل کرنے کے لئے ہمیں ایک دو طرفہ کیمیائی عمل کی تلاش کرنی ہوگی۔ تاہم اس طرح کے عمل فطرت میں بہت کم ہوتے ہیں اور اس طرح درجہ حرارت کی پیمائش کا یہ اصول شاید ہی استعمال کیا جاتا ہے۔

## 24.2 آلات (Apparatus)

- ایک قوں پیماء، 2 یا 3 ذخیرہ خانے (2 ولٹ کے)،
- ایک معیاری کیڈم کا خانہ  $10000\Omega - 0$  رینج والے دو مزاحمت کے ڈبے،
- ایک ڈاٹ کئی،
- ایک مقوم،

### 24.2.1 تشریح آلات (Apparatus Explanation)



شکل (24.1)

آرٹی ڈی کے لئے سرکٹی خاکہ کی وضاحت:

جیسے پانی کا درجہ حرارت بڑھتا ہے، آرٹی ڈی کی مزاحمت بڑھ جاتی ہے اور اسی وجہ سے آرٹی ڈی میں تیار و لیٹج بڑھ جاتا ہے۔ یہ دو لیٹج OP Amp کا استعمال کرتے ہوئے بفر کیا جاتا ہے۔ اس طرح آرٹی ڈی میں پیدا ہونے والا دو لیٹج درجہ حرارت کے متناسب ہوتا ہے اور آفسیٹ دو لیٹج کو تین دینے کے لئے ایک اور آپریشنل ایمپلی فائر استعمال کیا جاتا ہے۔ متغیر مزاحمت اس مقصد کے لئے استعمال کی

جاتی ہے۔ اگلا مرحلہ امپلی فائر (اے او گ) کا مرحلہ ہے۔ گین کو اس طرح ترتیب کیا جاتا ہے کہ پیدا ہونے والا دو لٹیج درجہ حرارت کے متناسب ہو۔

اس طرح پیدا ہونے والا دو لٹیج ٹریز کے بورڈ پر ڈیجیٹل وولٹ میٹر کو دیا جاتا ہے۔ اس طرح تیار کردہ آؤٹ پٹ 2 ملی میٹر ٹرمینل لمز پر بھی دستیاب ہے اور ضرورت پڑنے پر مزید پروسیسنگ کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے جیسے اے / ڈی کنورٹر وغیرہ۔  
مزید پروسیسنگ کے لئے مختلف گراؤنڈ پوائنٹس کو ایک ساتھ مختصر استعمال کیا گیا ہے۔

### 24.3 نظریہ (Theory)

درحقیقت، درجہ حرارت کی پیمائش کے زیادہ تر غیر برقی طریقے طبعی خصوصیات میں تبدیلی پر مبنی ہوتے ہیں، یعنی حرارت میں تبدیلی کی وجہ سے پھیلاؤ۔

#### طبعی خصوصیات میں تبدیلی پر مبنی درجہ حرارت کی پیمائش کی مثالیں:

ٹھوس سلاخی تھرمامیٹر اس تھرمامیٹر کا اصول درجہ حرارت میں اضافے کے ساتھ دھاتوں کے پھیلاؤ پر مبنی ہوتا ہے۔ یہ تھرمامیٹر بنانے میں آسان اور کافی سستا ہوتا ہے۔ تاہم دھاتی سلاخ کی بڑی کثرت کی وجہ سے اس کا عمل کافی سست ہوتا ہے۔ عام طور پر، اس طرح کے آلے کو ٹھوس سلاخی تھر مو سیٹ (تیش قرار) میں استعمال کیا جاتا ہے۔ اس صورت میں سلاخ کے پھیلاؤ کو بجلی منقطع کرنے کے مائیکرو سویچ میں استعمال کیا جاتا ہے جیسے کہ گھروں میں استعمال ہونے والے واٹر ہیٹریا گھروں میں استعمال ہونے والے اوون میں پہلے سے طے شدہ درجہ حرارت تک پہنچنے پر بجلی منقطع ہو جاتی ہے۔

#### دودھاتی تپش پیماء:

اس قسم کا تھرمامیٹر ٹھوس میں پھیلاؤ کے اصول پر کام کرتا ہے اور ایک دودھاتی (بائی میٹل) پٹی پر مشتمل ہوتا ہے۔ یہ دودھاتوں کی پٹیوں میں حرارت کے اضافہ کرنے پر پھیلنے کی شرح مختلف ہوتی ہے۔ انکو ویلڈ یا ایک ساتھ جوڑا جاتا ہے تاکہ ان کے درمیان حرکت کو روکا جاسکے اور یہ ملکر رہے۔ درجہ حرارت میں اضافہ پٹی کے آزاد رہنے والے سرے کے انحراف کا سبب بنتا ہے۔ جہاں درجہ حرارت کم ہو وہاں پیتل کو استعمال کیا جاتا ہے جبکہ نکل مرکب اس وقت استعمال کیا جاتا ہے جب جب اعلیٰ درجہ حرارت کی پیمائش کرنی پڑتی ہے۔

#### مائع رکھنے والے شیشہ کے تپش پیماء:

شیشہ کے تھرمامیٹر، درجہ حرارت کی پیمائش کرنے والے سب سے عام آلات میں سے ایک ہے۔ حرارت کے سبب مائع اور گلاس دونوں پھیلتے ہیں اور درجہ حرارت کی نشاندہی کرنے کے لئے ان کے پھیلاؤ کا استعمال کیا جاتا ہے۔ پارہ عام طور پر سب سے زیادہ استعمال ہونے والا مائع ہے۔ اگرچہ شیشہ کے تھرمامیٹر عام طور پر لیبارٹری میں استعمال ہوتا ہے، پر اسمیں موجود چند کمزوریوں کی وجہ سے اسے صنعتی طور پر زیادہ استعمال نہیں کیا جاتا ہے۔

## پریشر تھرمامیٹر (دباؤ تپش پیما):

پریشر تھرمامیٹر درجہ حرارت کی پیمائش کے نظام کے دیئے گئے حجم میں دباؤ میں اضافے کی وجہ سے سیال کے پھیلاؤ کے اصول پر مبنی ہے۔ یہ صنعتوں میں سب سے زیادہ اقتصادی، ہمہ گیر اور وسیع پیمانے پر استعمال ہونے والا آلہ ہے۔ اس میں شیشے کے بجائے نسبتاً بڑا دھاتی بلب ہوتا ہے جس کے نتیجے میں ایک مضبوط، استعمال میں آسان تھرمامیٹر تیار ہوتا ہے جو بلب کو بارڈن گیج یا شعری نلی کے ذریعہ کسی دوسرے دباؤ کی پیمائش کرنے والے آلے سے جوڑ کر دور سے پڑھا جاسکتا ہے۔ پیمائش کے نظام کی دیگر اقسام مستقل حجم تھرمامیٹر اور تپخیری دباؤ تھرمامیٹر ہیں جن کا ہم پھر کبھی مطالعہ کریں گے۔

## 24.4 طریقہ عمل (Procedure)

برقی طریقے عام طور پر درجہ حرارت کی پیمائش کے لئے کافی آسان ہیں کیونکہ وہ ایک سگنل فراہم کرتے ہیں جسے آسانی سے پتہ لگایا جاسکتا ہے جسے بڑھایا جاسکتا ہے یا کنٹرول کیا جاسکتا ہے۔ درجہ حرارت کی پیمائش کے لئے دو اہم برقی طریقے استعمال ہوتے ہیں۔ وہ یہ ہیں:

1. متغیر کنٹرول پیرامیٹر انتقالے (Variable Control Parameter Transducers)

2. یعنی متغیر مزاحمت انتقالے (Variable Resistance Transducers):

1. مزاحمتی تھرمامیٹر میں خود مولد،

مختلف مادوں کی مزاحمت میں تبدیلی، جو درجہ حرارت کے ساتھ مختلف ہوتی ہے، اس اہم (حسی) سینڈ سنگ تکنیک کی بنیاد بناتی ہے۔ مادے دو اقسام کے ہوتے ہیں۔ یعنی (کنڈکٹر) موصل (دھاتیں) اور سیمی کنڈکٹر (نیم موصل)۔ عام طور پر، درجہ حرارت میں اضافے کے ساتھ انتہائی متحرک مادوں کی مزاحمت میں اضافہ ہوتا ہے اور ایسے مادوں کے بننے کو ایلنڈ (لچھوں) کو دھاتی مزاحمتی تھرمامیٹر کہا جاتا ہے۔ جبکہ نیم موصل مادوں کی مزاحمت عام طور پر درجہ حرارت میں اضافے کے ساتھ کم ہو جاتی ہے۔ اس طرح کے منفی درجہ حرارت کی خصوصیات والے حراری حساس مزاحمت کاروں کو عام طور پر این ٹی سی تھرمسٹرز NTC thermistors کے نام سے جانا جاتا ہے۔

دھاتی مزاحمتی تپش پیما: تابنہ، Tungstone اور نکل جیسی دھاتیں درجہ حرارت میں اضافے کے ساتھ مزاحمت میں تھوڑا سا اضافہ ظاہر کرتی ہیں کیونکہ ان کا درجہ حرارت مثبت ہوتا ہے۔ 600 ڈگری سینٹی گریڈ تک کم درجہ حرارت کی پیمائش کے لئے، دھاتی تھرمامیٹر اپنی اعلیٰ درجے کی درستگی کی وجہ سے لیبارٹری اور صنعتی استعمالات دونوں کے لئے بہت موزوں ہے۔

## نیم موصلی مزاحمتی سینسر (سیمی کنڈکٹر مزاحمتی سینسر) (تھر مسٹر):

تھر مسٹر (حراری مزاحمت کے لئے) ایک حرارتی طور پر حساس متغیر مزاحمت ہے جو سیرامک جیسے نیم موصل مادے سے بنا ہوتا ہے۔ وہ مختلف قسم کی شکلوں اور سائز میں دستیاب ہے جن میں سرد مزاحمت ہوتی ہے جس میں چند اوم سے لے کر میگا اومز تک شامل ہیں۔ انکی جسامت انتہائی چھوٹے موتیوں، پتلے ڈسک، پتلے چپس، یا ویفرز سے لے کر بڑے سائز کی سلاخوں تک ہو سکتا ہے۔ دھاتوں کے برعکس، تھر مسٹر درجہ حرارت پر منفی رد عمل کرتے ہیں۔ ان کی مزاحمت پلٹینم یا تانبہ کے مقابلے میں 10 گنا زیادہ ہوتی ہے۔ تھر مسٹر تانبے، مینگنیز، نکل، کوبالٹ، اور لیتھیم کے آکسائیڈ سے تیار کیے جاتے ہیں۔ ان آکسائیڈز کو مناسب تناسب میں ملا یا جاتا ہے اور مطلوبہ شکلوں میں کمپریس کیا جاتا ہے۔ طاقت اور گرمی کے ذریعہ انہیں دوبارہ کر سٹرائز (قلمی حالت میں تبدیل) کیا جاتا ہے، جس کے نتیجے میں مطلوبہ مزاحمتی درجہ حرارت کی خصوصیات کے ساتھ ایک گھنا سیرامک جسم پیدا ہوتا ہے۔

تھر مسٹرز سے درجہ حرارت کی پیمائش کے لئے مندرجہ ذیل فوائد ہیں:

- i. ایک بڑا درجہ حرارت جو تھر مسٹر کو انتہائی حساس آلہ بناتا ہے،
- ii. اس طرح  $-0.01$  / + ڈگری سینٹی گریڈ تک پیمائش کی درستگی کو ممکن بناتا ہے۔
- i. برقی اور میکانیکی دباؤ کا سامنا کرنے کی صلاحیت۔
- ii. کافی اچھی عملی حدود جو  $100$  - سے  $300$  + ڈگری سینٹی گریڈ کے درمیان ہے۔
- iii. دستیاب مزاحمتی برتج دور resistance bridge circuits کے لئے کافی کم لاگت اور آسان مطابقت پذیری
- iv. اعلیٰ حساسیت اور انتہائی چھوٹے سائز میں دستیابی حراری رد عمل کی تیز رفتار کو ممکن بناتی ہے۔

## حراری جفت (Thermocouple):

درجہ حرارت کی پیمائش کا سب سے عام برقی طریقہ حراری برقی سینسر کا استعمال کیا جاتا ہے، جسے حراری جفت Thermocouple بھی کہا جاتا ہے۔ حراری جفت Thermocouple کی تیاری کافی آسان ہے۔ یہ مختلف دھاتوں کے دو تاروں پر مشتمل ہوتا ہے جن کو جوڑا جاتا ہے اور ان میں سے ہر ایک تار کو غیر موصل پرت سے ڈھانپا جاتا ہے جو یا تو ہو سکتا ہے۔

1. عام کاموں کے لئے معدنیات (میگنیشیم آکسائیڈ) غیر موصل یا

2. بھاری کاموں کے لئے سیرامک غیر موصل

تھر مو کو پلڑ کے لئے مادہ کا انتخاب مندرجہ ذیل عوامل کی بنیاد پر کیا جاتا ہے۔

- i. اس درجہ حرارت کو برداشت کرنے کی صلاحیت جس پر ان کا استعمال کیا جاتا ہے۔
- ii. آلودگی / آکسائیڈیشن وغیرہ سے محفوظ رہنے کی صلاحیت۔ جو تھر مو الیکٹرک خصوصیات کی حفاظت کو یقینی بناتا ہے۔
- iii. لچک کی خصوصیات

تھر مو کو پلز کو عمومی طور پر دوز مروں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

a. بنیادی دھاتی تھر مو کو پلز

b. کمیاب دھاتی تھر مو کو پلز

بیس میٹل تھر مو کو پلز (بنیادی دھاتی تھر مو کو پلز) خالص دھاتوں اور لوہے، تانبے اور نکل کے مرکب کا امتزاج استعمال کرتے ہیں اور 1450 ڈگری کے تک تھر مو کو پلز کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔ یہ عمومی طور پر استعمال ہوتے ہیں کیونکہ وہ زیادہ حساس، سستے اور تقریباً خطی خصوصیات رکھتے ہیں۔

کم یاب دھاتی تھر مو کو پلز 2000 k تک کے درجہ حرارت کے لئے خالص دھاتوں اور پلٹینم کے مرکب کا امتزاج استعمال کرتے ہیں اور 2900 k تک کے درجہ حرارت کے لئے ٹنگسٹن، روڈیم اور مولیبڈینیم کا امتزاج استعمال کرتے ہیں۔

### تابکاری کا طریقہ:

درجہ حرارت کی پیمائش کرنے والے تمام آلات جن پر اب تک بحث کی گئی ہے ان میں تھرمامیٹر کو جسم کے ساتھ جسمانی رابطے میں لانے کی ضرورت ہوتی ہے جس سے درجہ حرارت کی پیمائش کی جانی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ تھرمامیٹر اس درجہ حرارت کو برداشت کرنے کے قابل ہونا چاہئے، جو بہت گرم اجسام کی صورت میں ایک مسئلہ پیش کرتا ہے کیونکہ تھرمامیٹر اعلیٰ درجہ حرارت پر پگھل سکتا ہے۔

دوسرا، حرکت کرنے والے اجسام کے لئے، درجہ حرارت کی پیمائش کے لئے ایک غیر رابطہ میں رہنے والا آلہ سب سے زیادہ آسان ہے۔ تیسرا، اگر کسی شے کی سطح پر درجہ حرارت تقسیم کی ہوئی حالت میں ہو تو، ایک غیر رابطہ میں رہنے والا آلہ آسانی سے کر سکتا ہے۔ 650 ڈگری سینٹی گریڈ سے زیادہ درجہ حرارت رکھنے والے جسم کے لئے، جسم سے نکلنے والی گرمی کی تابکاری کے درجہ حرارت کی پیمائش کافی شدید ہوتی ہے۔ تابکاری کے اصولوں کو استعمال کرنے والے آلات کو پاورومیٹر کہا جاتا ہے۔ تفصیلات آگے ہم پھر کبھی بحث کریں گیں۔

عام طور پر درجہ حرارت ٹریز کے ساتھ ایک معیاری مشق کے طور پر فراہم کیا جانے والا تھر مو کو پل ٹی قسم کا تھر مو کو پل ہوتا ہے۔ یہ تھر مو کو پل تانبے سے بنا ہوتا ہے۔ مستقل اور اس کی حساسیت  $0.05 \text{ mV/K}$  ہوتی ہے۔ یہ تھر مو کو پل  $33-373 \text{ degrees C}$  کے حدود کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے

کبھی کبھی درخواست پر ٹریز کے ساتھ جے اور کے قسم کے تھر مو کو پل بھی فراہم کیے جاتے ہیں۔ جے قسم کا تھر مو کو پل آرن - کانسٹیٹن سے بنا ہوتا ہے اور اس کی حساسیت  $0.05 \text{ mV/K}$  ہوتی ہے۔ یہ تھر مو کو پل  $63-1473 \text{ degrees C}$  کے درجہ حرارت کی حدود کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

کے قسم کا تھر موکوپل Chromel-Alumel سے بنا ہوتا ہے اور اس کی حساسیت  $0.04 \text{ mV/K}$  ہے۔ یہ تھر موکوپل کو 3 - 1673 degrees C کے درجہ حرارت کی حدود کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

موجودہ سیٹ اپ الیکٹرانک بورڈ پر نصب ایک آرٹی ڈی اور ایک کاپر کا سٹینڈنٹ تھر موکوپل پر مشتمل ہے۔ ان دونوں کے آؤٹ پٹ کو انفرادی طور پر بڑھایا جاسکتا ہے۔ صفر حوالہ مقرر کرنے کے لئے ان دونوں انفرادوں کے لئے آفسیٹ سرکٹری کا استعمال کیا جاتا ہے۔ ان دو آزاد سرکٹوں کی آؤٹ پٹ کو سلیکٹر سوئچ کے ذریعے ڈیجیٹل ڈسپلے سے منسلک کیا جاسکتا ہے۔ سیٹ اپ کا بلاک ڈیاگرام یہ ہے۔

## 24.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مشاہدات:

جدول (24.1)

درجہ حرارت کی حد اور دیگر نمایاں خصوصیات کے ساتھ عام تھر موکوپلز یہاں دیئے گئے ہیں:

قسم	مادہ	تقریباً حساسیت mV/K	درجہ حرارت کی حد (K)	تقریباً درستگی %
بنیادی دھات	Copper-constantan	0.05	673-3	$\pm 2/1$
بنیادی دھات	Iron-Constanan	0.05	1473-63	$\pm 1$
بنیادی دھات	Chromel-Constanan	0.04	1643-3	$\pm 1$
بنیادی دھات	پلیٹینم پلیٹینم / 10% روڈیم	0.08	1273-3	$\pm 1$
کمیاب دھات	پلیٹینم-پلیٹینم / 13% روڈیم	0.01	2033-223	$\pm 2/1$
کمیاب دھات	پلیٹینم / 30% روڈیم	0.012	2033-223	$\pm 2/1$
کمیاب دھات	پلیٹینم / 60% روڈیم	0.012	2093-273	$\pm 2/1$

درکار اشیاء:



تجربے کے لئے مندرجہ ذیل اشیاء درکار ہیں۔

i. بیکریا کوئی دو سراپانی کانٹینر (جو ٹریز کے ساتھ فراہم نہیں کیا گیا)

ii. ہیٹر

iii. تھرمامیٹر (ٹریز کے ساتھ فراہم نہیں کیا گیا)

iv. درجہ حرارت ٹریز

آرٹی ڈی کے لئے تجربہ کی ترتیب و تنظیم:

i. آرٹی ڈی کو ٹریز سے مربوط کریں۔

ii. آرٹی ڈی کو ایک گلاس پانی میں داخل کریں

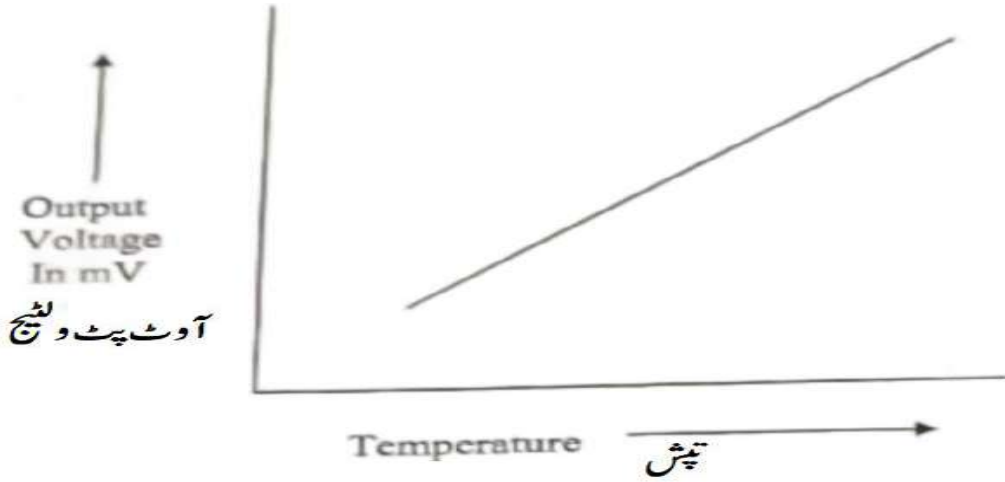
iii. سوچ منتخب کریں تاکہ آن بورڈ ولٹ میٹر ٹریز کی آؤٹ پٹ پر منسلک ہو۔ آرٹی ڈی

iv. فراہم کردہ ہیٹر کے ساتھ پانی گرم کریں اور درجہ حرارت میں اضافے کا مشاہدہ کریں۔

v. اب ہیٹر ہٹادیں اور پانی کو ٹھنڈا ہونے دیں۔ آؤٹ پٹ پروولٹیج کی ریڈنگ نوٹ کریں۔

vi. درجہ حرارت اور آؤٹ پٹ وولٹیج کے درمیان ایک گراف تیار کریں۔

vii. مشاہدہ کریں کہ گراف تقریباً خطی ہوگا۔



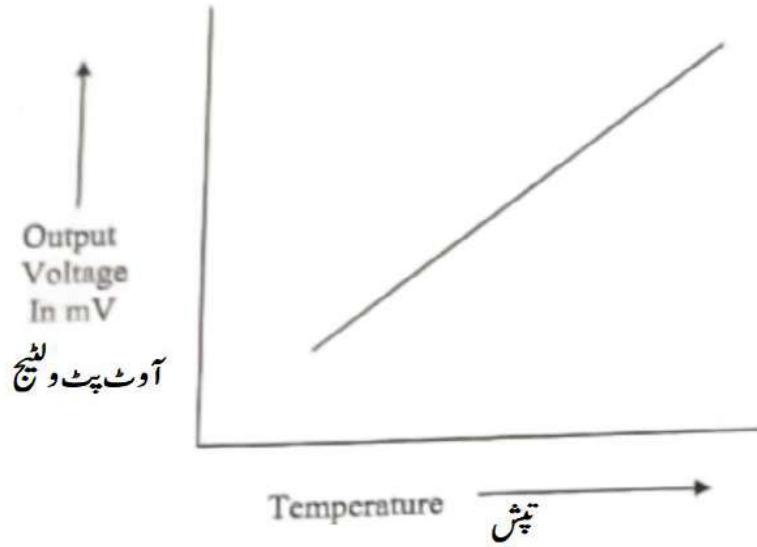
شکل (24.2)

تھرموکوپل (حراری جفت) کے لئے تجربہ کی ترتیب و تنظیم:

i. تھرموکوپل کو ٹریز سے مربوط کریں۔

ii. تھرموکوپل کو ایک گلاس پانی میں داخل کریں۔

- .iii تھر موکوپل کی آؤٹ پٹ سے جڑنے کے لئے وولٹ میٹر کا انتخاب کریں۔
- .iv فراہم کردہ ہیٹر کے ساتھ پانی گرم کریں اور درجہ حرارت کو بڑھنے دیں۔
- .v ہیٹر بند کریں اور پانی کو ٹھنڈا ہونے دیں۔
- .vi جیسا کہ درجہ حرارت گر رہا ہے، درجہ حرارت کی مختلف ریڈنگ کے مطابق آؤٹ پٹ مرحلے پر وولٹیج کی مختلف ریڈنگ نوٹ کریں۔
- .vii درجہ حرارت اور آؤٹ پٹ وولٹیج کے درمیان ایک گراف (ترسیم) تیار کریں۔ جو تقریباً خطی ہوگا



شکل (24.3)

## 24.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- ◀ اس کا خیال رہے کہ Q میں موجودہ مزاحمت قول پیما کے تار کی مزاحمت سے ہمیشہ کم رہے۔
- ◀ توازنی طولوں کی پیمائش نہایت درست طور پر کی جائے۔
- ◀ 3 توازنی طول کی پیمائش کرتے وقت گرم جنکشن کی تپش پر ٹھیک طور پر ضبط رکھئے۔
- ◀ جنکشنوں کی تپش کی پیمائش کے لئے ایک  $100^{\circ}C - 0$  والے حساس تپش پیما جو  $0.1c$  تک ریڈنگ بتا سکتا ہو (کو استعمال کیجئے۔

## 24.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significant of Experiment in Domestic Life)

- ٹرانسڈیوسر ایک الیکٹرانک ڈیوائس ہے جو توانائی کو ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل کرتی ہے۔ توانائی کو ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل کرنے کے عمل کو ٹرانزیکشن کے نام سے جانا جاتا ہے۔ ٹرانس ڈیوسرز کی کچھ عام مثالوں میں لاؤڈ سپیکر، مائیکروفون، تھرمامیٹر اور ایل ای ڈی شامل ہیں۔
- یہی ہمارے گھروں کے اندر، درجہ حرارت کے سینسر بہت سے برقی آلات میں استعمال کیے جاتے ہیں، ہمارے فریج اور فریزر سے لے کر ٹھنڈے درجہ حرارت کو منظم اور برقرار رکھنے میں مدد کرنے کے ساتھ ساتھ چولہے اور اوون کے اندر یہ یقینی بنانے کے لیے کہ وہ کھانا پکانے، ایئر کنڈیشنرز/ ہیٹرز کے لیے مطلوبہ سطح پر گرم ہوں۔ وہ اصول ہے جس کے تحت ہمارے فوق مراری (Super thermal) اسٹیشنوں (مثلاً رمانڈم) میں برقی کی طاقت پیدا کی جاتی ہے۔

## 24.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:



## 24.9 کلیدی الفاظ (Key Words)

- سی بیک اثر (Seebeck effect): جب دو غیر مماثل (Dissimilar) دھاتوں سے ایک دور (Circuit) تشکیل دیا جاتا ہے اور ان دھاتوں کے جنکشن دو مختلف تپشوں پر برقرار رکھے جاتے ہیں تو دور میں ایک قوت محرکہ برقی یا emf پیدا ہوتی ہے۔ یہ سی بیک اثر (Seebeck effect) کہلاتا ہے۔
- جفتہ کی ڈگری: جفتہ کی طاقت کی مقدار و وضاحت۔

## اپنی معلومات کی جانچ کیجئے (Check your Information Questions)

1. پریشر تھرمامیٹر کیا ہے۔

.....

.....

.....

.....

2. سی بیک اثر سے کیا مراد ہے۔

.....

.....

.....

.....



3. نیم موصلی سے کیا مراد ہے۔

.....

.....

.....

.....

4. جفتہ کی ڈگری کو بیان کرو۔

.....

.....

.....

.....

## Calculations

---



## Calculations

---



# Maulana Azad National Urdu University

## B.Sc. (Physics) IV – Semester Examination

### Thermal Physics – BSPH450CCP

#### Practical Model Paper

کل نمبرات: 50

وقت: 3 گھنٹے

1. نوٹوالیکٹرک اثر کا استعمال کرتے ہوئے پلانک کا مشغلہ (Plank's Constant) اور کام تفاعل (Work Function) کی تخمینہ کریں۔
2. تابکاری کے معکوس مربع قانون کی (Inverse Square Law) کی تصدیق کریں۔
3. اسٹیفن اور بولٹزمن کا مستقل (Stefan Boltzman's Constant) تابکاری کے کلیہ کی تصدیق کریں۔
4. لی کا طریقہ کار استعمال کرتے ہوئے ڈسک (قرص) کی شکل میں خراب موصل (گلاس) کی حراری موصلیت (حرارت کے گزرنے کی شرح) کا تعین کریں۔
5. پلیٹینم مزاحمت تپش پیماس استعمال کرتے ہوئے توغی مزاحمت، پلیٹینم تار کے مادے کی نوعی ایصالیت، تپش کے لحاظ سے شرح تبدیلی مزاحمت کو معلوم کریں۔
6. ایک حراری جفت میں گرم اور سرد جنکشنوں کے درمیان مختلف تپشی فرق کے لئے پیدا ہونے والے حراری قوت محرکہ برقی کو معلوم کر کریں۔
7. حرارت کی براہ راست پیمائش نہیں کی جاسکتی ہے لیکن پیمائش کے آلے پر درجہ حرارت کی تبدیلی کے اثرات کا مشاہدہ کر کے اس کی پیمائش کی کریں۔

