BSPH301CCT

امواج اور علم المناظر

(Waves & Optics)

مع

لَیب مینول

(Lab Manual)

بیچلر آف سائنس (بی۔ ایس سی۔)

(تیسرا سمسٹر)

نظامت فاصلاتی تعلیم

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی

حیدر آباد-32، تلنگانہ-انڈیا

Course- Waves & Optics

ISBN: 978-93-95203-15-9

First Edition: **2022**

ناشر	:	رجسٹرار، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد
اشاعت	:	2022
تعداد	:	600 کاپیاں
ترتیب وتزئین	:	ضیاء الرحمٰن، نظامت فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد
سرورق	:	ڈاکٹر محمد اکمل خان، نظامت فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد
مطبع	:	پرنٹ ٹائم اینڈ بزنس اینٹرپرائزس، حیدرآباد

Copy Editor

Prof. H. Aleem Basha

Dr. Priya Hasan

Bachelor of Science (B.Sc.)

Waves & Optics

3rd Semester

On behalf of the Registrar, Published by:

Directorate of Distance Education

Maulana Azad National Urdu University

Gachibowli, Hyderabad-500032 (TS), India

*Director:*dir.dde@manuu.edu.in *Publication :*ddepublication@manuu.edu.in

Phone number: 040-23008314 Website: manuu.edu.in

کورس کوآرڈی نیٹر

ڈاکٹر پریا حسن

اسسٹنٹ پروفیسر (طبیعیات)، اسکول برائے سائنسی علوم

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد

مصنفین	اکائی نمبر
• ڈاکٹر پریا حسن	اکائی 8,9,10,11,12,13,14,15
• ڈاکٹر رضوان الحق انصاری	اکائی 1,2,5,6
• ضیاء الرحمن	اکائی 3,4,6,7

لیب مینول

• ڈاکٹر پریا حسن	اکائی 20,21,23,24
• ڈاکٹر زینت فاطمہ	اکائی 16,17,18 ,19
• ضیاء الرحمن	اکائی 22

مترجمین

• ضیاء الرحمن	اکائی 16,17, 19
• محمد عبدالمعیز	اکائی 8, 18
• مدثر راجا	اکائی 9,10,11,12,13,14,15,20,21,23,24

پروف ریڈرس:

اول	:	جناب ضیاء الرحمن/ محمد عبدالمعیز
دوم	:	ڈاکٹر محمد اکمل خان/ڈاکٹر رضوان الحق انصاری
فائنل	:	پروفیسر ایچ۔ علیم باشا

فہرست

پیغام

مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی 1998 میں وطنِ عزیز کی پارلیمنٹ کے ایکٹ کے تحت قائم کی گئی۔ اس کے چار نکاتی مینڈیٹس یہ ہیں۔ (1) اردو زبان کی ترویج و ترقی (2) اردو میڈیم میں پیشہ ورانہ اور تکنیکی تعلیم کی فراہمی (3) روایتی اور فاصلاتی تدریس سے تعلیم کی فراہمی اور (4) تعلیم نسواں پر خصوصی توجہ۔ یہ وہ بنیادی نکات ہیں جو اِس مرکزی یونیورسٹی کو دیگر مرکزی جامعات سے منفرد اور ممتاز بناتے ہیں۔ قومی تعلیمی پالیسی 2020 میں بھی مادری اور علاقائی زبانوں میں تعلیم کی فراہمی پر کافی زور دیا گیا ہے۔

اُردو کے ذریعے علوم کو فروغ دینے کا واحد مقصد و منشا اُردو داں طبقے تک عصری علوم کو پہنچانا ہے۔ ایک طویل عرصے سے اُردو کا دامن علمی مواد سے لگ بھگ خالی رہا ہے۔ کسی بھی کتب خانے یا کتب فروش کی الماریوں کا سرسری جائزہ اس بات کی تصدیق کر دیتا ہے کہ اُردو زبان سمٹ کر چند "ادبی" اصناف تک محدود رہ گئی ہے۔ یہی کیفیت اکثر رسائل و اخبارات میں دیکھنے کو ملتی ہے۔ اُردو قاری اور اُردو سماج دورِ حاضر کے اہم ترین علمی موضوعات سے نابلد ہیں۔ چاہے یہ خود ان کی صحت و بقا سے متعلق ہوں یا معاشی اور تجارتی نظام سے، یا مشینی آلات ہوں یا ان کے گرد و پیش ماحول کے مسائل ہوں، عوامی سطح پر ان شعبہ جات سے متعلق اردو میں مواد کی عدم دستیابی نے عصری علوم کے تئیں ایک عدم دلچسپی کی فضا پیدا کر دی ہے۔ یہی وہ چیلنجز ہیں جن سے اُردو یونیورسٹی کو نبرد آزما ہونا ہے۔ نصابی مواد کی صورت حال بھی کچھ مختلف نہیں ہے۔ اِسکولی سطح پر اُردو کتب کی عدم دستیابی کے چرچے ہر تعلیمی سال کے شروع میں زیرِ بحث آتے ہیں۔ چوں کہ اُردو یونیورسٹی کا ذریعہ تعلیم اُردو ہے اور اس میں عصری علوم کے تقریباً سبھی اہم شعبہ جات کے کورسز موجود ہیں لہٰذا اِن تمام علوم کے لیے نصابی کتابوں کی تیاری اِس یونیورسٹی کی اہم ترین ذمہ داری ہے۔

مجھے اِس بات کی بے حد خوشی ہے کہ یونیورسٹی کے ذمہ داران بشمول اساتذہ کرام کی انتھک محنت اور ماہرینِ علم کے بھرپور تعاون کی بنا پر کتب کی اشاعت کا سلسلہ بڑے پیمانے پر شروع ہو چکا ہے۔ ایک ایسے وقت میں جب کہ ہماری یونیورسٹی اپنی تاسیس کی 25 ویں سالگرہ منا رہی ہے، مجھے اس بات کا انکشاف کرتے ہوئے بہت خوشی محسوس ہو رہی ہے کہ یونیورسٹی کا نظامتِ فاصلاتی تعلیم از سرِ نو اپنی کارکردگی کے نئے سنگِ میل کی طرف رواں دواں ہے اور نظامتِ فاصلاتی تعلیم کی جانب سے کتابوں کی اشاعت اور ترویج میں بھی تیزی پیدا ہوئی ہے۔ نیز ملک کے کونے کونے میں موجود تشنگانِ علم فاصلاتی تعلیم کے مختلف پروگراموں سے فیضیاب ہو رہے ہیں۔ گرچہ گزشتہ دو برسوں کے دوران کووڈ کی تباہ کن صورتِ حال کے باعث انتظامی امور اور ترسیل و ابلاغ کے مراحل بھی کافی دشوار کن رہے تاہم یونیورسٹی نے اپنی حتی المقدور کوششوں کو بروئے کار لاتے ہوئے نظامتِ فاصلاتی تعلیم کے پروگراموں کو کامیابی کے ساتھ روبہ عمل کیا ہے۔ میں یونیورسٹی سے وابستہ تمام طلبا کو یونیورسٹی سے جڑنے کے لیے صمیم قلب کے ساتھ مبارک باد پیش کرتے ہوئے اس یقین کا اظہار کرتا ہوں کہ ان کی علمی تشنگی کو پورا کرنے کے لیے مولانا آزاد اردو یونیورسٹی کا تعلیمی مشن ہر لمحہ ان کے لیے راستے ہموار کرے گا۔

پروفیسر سید عین الحسن

وائس چانسلر

پیغام

فاصلاتی طریقۂ تعلیم پوری دنیا میں ایک انتہائی کارگر اور مفید طریقۂ تعلیم کی حیثیت سے تسلیم کیا جاچکا ہے اور اس طریقۂ تعلیم سے بڑی تعداد میں لوگ مستفید ہورہے ہیں۔ مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی نے بھی اپنے قیام کے ابتدائی دنوں ہی سے اردو آبادی کی تعلیمی صورت حال کو محسوس کرتے ہوئے اِس طرزِ تعلیم کو اختیار کیا۔ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی کا آغاز 1998 میں نظامتِ فاصلاتی تعلیم اور ٹرانسلیشن ڈویژن سے ہوا اور اس کے بعد 2004 میں باقاعدہ روایتی طرز تعلیم کا آغاز ہوا اور بعد ازاں متعدد روایتی تدریس کے شعبہ جات قائم کیے گئے۔ نو قائم کردہ شعبہ جات اور ٹرانسلیشن ڈویژن میں تقرریاں عمل میں آئیں۔ اس وقت کے اربابِ مجاز کے بھرپور تعاون سے مناسب تعداد میں خود مطالعاتی مواد تحریر و ترجمے کے ذریعے تیار کرائے گئے۔

گزشتہ کئی برسوں سے یوجی سی۔ڈی ای بی UGC-DEB اس بات پر زور دیتا رہا ہے کہ فاصلاتی نظامِ تعلیم کے نصابات اور نظامات کو روایتی نظامِ تعلیم کے نصابات اور نظامات سے کماحقہ ہم آہنگ کرکے نظامتِ فاصلاتی تعلیم کے طلبا کے معیار کو بلند کیا جائے۔ چوں کہ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی فاصلاتی اور روایتی طرزِ تعلیم کی جامعہ ہے، لہٰذا اس مقصد کے حصول کے لیے یوجی سی۔ڈی ای بی کے رہنمایانہ اصولوں کے مطابق نظامتِ فاصلاتی تعلیم اور روایتی نظامِ تعلیم کے نصابات کو ہم آہنگ اور معیار بلند کرکے خود اکتسابی مواد SLM از سرِ نو بالترتیب یو.جی اور پی جی طلبا کے لیے چھ بلاک چوبیس اکائیوں اور چار بلاک سولہ اکائیوں پر مشتمل نئے طرز کی ساخت پر تیار کرائے جارہے ہیں۔

نظامتِ فاصلاتی تعلیم یو.جی، پی.جی، بی.ایڈ، ڈپلوما اور سرٹیفکیٹ کورسز پر مشتمل جملہ پندرہ کورسز چلا رہا ہے۔ بہت جلد تکنیکی ہنر پر مبنی کورسز بھی شروع کیے جائیں گے۔ متعلمین کی سہولت کے لیے 9 علاقائی مراکز بنگلورو، بھوپال، دربھنگہ، دہلی، کولکاتا، ممبئی، پٹنہ، رانچی اور سری نگر اور 6 ذیلی علاقائی مراکز حیدرآباد، لکھنؤ، جموں، نوح، وارانسی اور امراوتی کا ایک بہت بڑا نیٹ ورک تیار کیا ہے۔ ان مراکز کے تحت سرِدست 144 متعلم امدادی مراکز (Learner Support Centres) نیز 20 پروگرام سنٹرس (Programme Centres) کام کررہے ہیں، جو طلبا کو تعلیمی اور انتظامی مدد فراہم کرتے ہیں۔ نظامت فاصلاتی تعلیم نے اپنی تعلیمی اور انتظامی سرگرمیوں میں آئی سی ٹی کا استعمال شروع کردیا ہے، نیز اپنے تمام پروگراموں میں داخلے صرف آن لائن طریقے ہی سے دے رہا ہے۔

نظامتِ فاصلاتی تعلیم کی ویب سائٹ پر متعلمین کو خود اکتسابی مواد کی سافٹ کاپیاں بھی فراہم کی جارہی ہیں، نیز جلد ہی آڈیو۔ ویڈیو ریکارڈنگ کا لنک بھی ویب سائٹ پر فراہم کیا جائے گا۔ اس کے علاوہ متعلمین کے درمیان رابطے کے لیے ایس ایم ایس کی سہولت فراہم کی جارہی ہے، جس کے ذریعے متعلمین کو پروگرام کے مختلف پہلوؤں جیسے کورس کے رجسٹریشن، مفوضات، کونسلنگ، امتحانات وغیرہ کے بارے میں مطلع کیا جاتا ہے۔

امید ہے کہ ملک کی تعلیمی اور معاشی حیثیت سے پچھڑی اردو آبادی کو مرکزی دھارے میں لانے میں نظامتِ فاصلاتی تعلیم کا بھی نمایاں رول ہو گا۔

پروفیسر محمد رضاء اللہ خان

ڈائرکٹر، نظامت فاصلاتی تعلیم

کورس کا تعارف

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی کے مختلف شعبہ جات میں سن 2016ء میں سی بی ایس ای (CBSE) نصاب متعارف ہوا۔ یہ کتاب امقاج اور نوریات (Waves and Optics) کے ان موضوعات سے بحث کرتی ہے جنہیں مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی کے بی ایس سی (فزیکل سائنس) پروگرام کے سال دوم (سمسٹر۔III) کے طبیعات کے نصاب میں شامل کیا گیا ہے۔ یہ موضوعات مضمون کی جدید تحقیقات کا احاطہ کرتے ہیں، اور بی۔ اس سی (B.Sc.) کورس کے سال دوم میں مطالعے کے لیے انہیں شریک کیا گیا ہے۔ سہولت کی خاطر نصاب کو چند بلاکس (Blocks) میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر ایک بلاک چند اکائیوں پر مشتمل ہے۔ ہر اکائی میں بالعموم مضمون کے مخصوص نکات کو ملحوظ رکھا گیا ہے۔ اکائیوں کو ماہرین کے ذریعے ایک مخصوص خاکے (Format) کے مطابق تیار کیا گیا ہے۔ خاکہ کچھ اس طرح ہے کہ طالب علم انہیں پڑھ کر بغیر کسی وقت کے سمجھ جائے۔ ہر اکائی کا آغاز اس کے مقاصد، مفہوم، ذاتی تصدیق اور اسکے مطالعے کے بعد حاصل ہونے والے واقفیت پسندانہ بیان سے ہوتا ہے۔ ہر اکائی کے اختتام پر خلاصہ، معروضی سوالات، نمونہ امتحانی سوالات اور مشقیں دی گئی ہیں تاکہ طلبا نفس مضمون کے صحیح ادراک کا امتحان کر لیں۔

زیر نظر کتاب مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی کے فاصلاتی نظام اور روایتی طلباء کے ساتھ ساتھ سائنسی مضامین میں دلچسپی رکھنے والے اردو قاریوں اور مدارس کے طلباء کے لیے بھی مفید ثابت ہو سکتی ہے۔ آسان اردو زبان میں لکھی گئی ہے۔ تکنیکی اصطلاحات کے خالص اردو ترجمے سے گریز کیا گیا ہے تاکہ طلباء دنیا میں کثرت سے استعمال ہو رہی انگریزی اصطلاحات سے واقف ہو سکیں۔

اس کتاب کے مصنفین امید کرتے ہیں کہ اس کورس میں پیش کردہ موضوعات طلباء کو امواج اور نوریات کے نظریات، اصولوں اور اطلاقات سے واقف کروائیں گے۔ مزید امید ہے کہ قارئین اور ماہرین اپنے مشوروں سے بھی نوازیں گے۔

پروفیسر۔ ایچ علیم باشاہ

پروگرام کوآرڈی نیٹر

امواج اور علم المناظر

(Waves & Optics)

اکائی 1۔ دوہم خط موسیقی اہتزاز کا انطباق

(Superposition of two linear Harmonic Oscilation)

اکائی کے اجزا

1.0 تمہید (Introduction)

امواج بنیادی طور پر اہتزازی حرکت کی مثال ہے۔ چاہے وہ ریڈیو کی موجیں ہو، یا نور کی موجیں ہوں یا پھر پانی کی موجیں ہوں۔ اہتزاز یا ارتعاش، ہر وہ حرکت ہے جو کہ مخصوص وقفہ کے بعد اپنے آپ کو دہراتی ہو۔

جب کوئی موج کسی واسطے سے گزرتی ہے، تو وہ اس واسطے کے ہر ذرے میں نقل میدان پیدا کرتی ہے۔ فرض کیجئے کہ کسی واسطے سے ایک ہی وقت میں دو یا دو سے زائد موجیں گزر رہی ہوں تو کیا ہوگا؟ واسطے کے ایسے حصہ میں جہاں یہ موجیں وقت واحد گزر رہی ہیں اور ایکساتھ عمل کر رہے ہیں وہاں وہ ایکدوسرے سے مداخلت کریں گی۔ یعنی واسطے سے اس حصہ میں ہر ذرے میں ان تمام موجوں کی وجہ سے نقل میدان پیدا ہوگا اور جملہ یا حاصل نقل مکان ان تمام انفرادی موجوں کے نقل مکانوں کا سمتی مجموعہ ہوگا۔ یہی اصول انطباق ہے۔

آیئے اب ہم اصول انطباق کو سمجھیں گے اور اس کے اطاقات پر نظر ڈالینگے۔

1.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم موجوں سے متعلق اصول انطباق کو سمجھیں گے اور ہمارا مقصد اصول انطباق کی چند مثالوں جیسے تداخل، ضربیں وغیرہ پر تفصیلی بحث کرنا ہے۔

1.2 خطیب اور اصول انطباق (Linearity and Principle of Interference)

اصول انطباق کے اطلاق کی ضروری شرط خطیب(Linearity) ہے۔ یعنی موجی حرکت کو بیان کرنے والی مساواتیں خطی مساواتیں(Linear equations)ہونی چاہئے۔

خطی مساواتیں:

ایک عام خطی تفریقی مساوات جسکی ترتیب(Order) 'n' ہے اسکو اسطرح ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\mathrm{a_n(x)}\frac{\mathrm{d^ny}}{\mathrm{dx^n}} + \mathrm{a_{n-1}}(x)\frac{\mathrm{d^{n-1}y}}{\mathrm{dx^{n-1}}} + \ --- \ + \mathrm{a_0(x)}y = 0$$

اس مساوات میں 'n' Linearly independent ،Solutions ہے۔ ان سب حلوں(Solutions) کا مجموعہ بھی اس مساوات کا حل ہوگا۔ فرض کیجئے کہ اوپر دی گئی مساوات کے حل $y_1(x), y_2(x) --- y_n(x)$ ہیں تو ان کا مجموعہ Linear Combination ہوگا۔

$$y(x) = c_1y_1(x) + c_2y_2(x) + \ --- + \ c_ny_n(x)$$

اسے خطی انطباق(Linear Superposition) کہتے ہیں اور یہ بھی دی گئی مساوات کا حل ہوگا۔

ایسی موجیں جنکی حرکت غیر خطی مساوات طئے کرتی ہے ان پر اصول انطباق کا اطلاق نہیں ہوگا۔ خطی اور غیر خطی موجوں کی چند مثالیں مندرجہ ذیل ہیں۔ برقی اور مقناطیسی، لچکدار اور آواز کی موجیں خطی مساوات کی مثالیں ہیں اور ان پر اصول انطباق کا اطلاق ہوگا۔ Shock Waves غیر خطی مساوات کی مثال ہے۔اس لئے اس پر اصول انطباق کا طلاق نہیں ہوگا۔

اصول انطباق:

اصول انطباق کے مطابق اگر کسی واسطے سے بیک وقت دو یا دو سے زائد موجیں گزرتی ہیں تو واسطے کا حاصل نقل مکان واسطے کے تمام ذروں کے انفرادی نقل مکانوں کا سمتی مجموعہ ہوگا۔ انفرادی نقل مکان سے مبداء وہ نقل مکان ہے جب کہ واحد موج واسطے سے گزر رہی ہو۔

فرض کیجئے کہ $y_1, y_2, y_3, y_4 ----$ موجوں کے انفرادی نقل مکان ہے تو اصول انطباق کے مطابق حاصل نقل مکان (Resultant displacement) 'y' یہ ہوگا۔

$$y = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 ----$$

یہاں پر اس بات کا ذکر کرنا ضروری ہے کہ اصول انطباق کی مدد سے کسی بھی مشکل یا پیچیدہ (Complex wave form) موجی حرکت کو ہم آسانی کے ساتھ سادہ موجوں کے جمع کے طور پر ظاہر کر سکتے ہیں۔ جب کسی واسطے سے کئی موجیں گزرتی ہیں تو مندرجہ ذیل ممکنہ صورتیں ہو سکتی ہیں۔

مثال کے طور پر موجوں کی تعداد مساوی ہو سکتی ہے، یا غیر مساوی ہو سکتی ہے، یا موجیں ایک ہی سمت میں یا مخالف سمت میں سفر کر سکتی ہیں۔ آئیں اب ہم آسول انطباق کے مختلف اقسام (Cases) پر تفصیلی بحث کرینگے۔

1.3 مساوی تعدد والے اہتزازات کا انطباق (تداخل)

(Interference of Vibrations of equal frequency)

فرض کیجئے کہ دو سادہ موسیقی موجیں ایک ہی سمت میں کسی واسطے میں سفر کر رہی ہیں۔ ان موجوں کی حرکت کو نیچے دی گئی مساواتوں سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

$$y_1 = A_1 \sin \omega t \qquad \text{----------}(1)$$

$$y_2 = A_2 \sin(\omega t + \delta) \qquad \text{----------}(2)$$

اوپر دی گئی مساواتوں سے پتہ چلتا ہے کہ دونوں موجوں کا تعدد مساوی ہے لیکن حیطہ A_1 اور A_2 ہیں اور ان میں انصراف ہئیت δ ہے۔

ان موجوں کے انطباق کو موجوں کا تداخل کہتے ہیں۔ جسکو شکل (1.1) میں دکھایا گیا ہے۔ اصول انطباق کے مطابق کسی بھی دیئے گئے وقت پر ان دونوں موجوں کا حاصل نقل مکان $y = y_1 + y_2$ ہوگا۔

$$y = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin(\omega t + \delta)$$

$$= A_1 \sin \omega t + A_2[\sin \omega t \cos \delta + \cos \omega t \sin \delta] \quad \text{--------}(3)$$

$$y = (A_1 + A_2 \cos \delta) \sin \omega t + A_2 \cos \omega t \sin \delta$$

اگر ہم مان لیں گے

$$A \cos \emptyset = A_1 + A_2 \cos \delta \quad \text{-----------}(4)$$

$$A \sin \emptyset = A_2 \sin \delta \quad \text{-----------}(5)$$

یہاں A اور $\emptyset$ مستقل ہے۔

مساواتوں (4) اور (5) کی مدد سے مساوات (3) کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

$$y = A \cos \emptyset . \sin \omega t + A \sin \emptyset \cos \omega t$$

$$y = A \sin(\omega t + \emptyset) \quad \text{-------}(6)$$

مساوات (6) سے پتہ چلتا ہے کہ حاصل نقل مکاں 'y' بھی ایک سادہ موسیقی حرکت ہے جسکا تعدد 'ω' ہے جو کہ ابتدائی موجوں کے برابر ہو گا۔ جسکا حیطہ اور انصراف ہئیت 'A' اور '$\emptyset$' ہیں۔

اب ہمارا مقصد 'A' اور '$\emptyset$' کی مقدار معلوم کرنا ہے۔ مساواتوں (4) اور (5) کو جوڑ کر Square کریں تو 'A' کی مقدار حاصل کر سکتے ہیں۔

$$A^2(\cos^2 \emptyset + \sin^2 \emptyset) = (A_1 + A_2 \cos \delta)^2 + {A_2}^2 \sin^2 \delta$$

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2 \cos \delta \quad \text{--------}(7)$$

یہاں پر ہم یہ دیکھ سکتے ہیں کہ حاصل حیطہ ابتدائی موجوں کے حیطہ A_1، A_2 اور انکے انصراف ہئیت δ پر منحصر کرتا ہے۔ ہئیت '$\emptyset$' کی مقدار اس طرح معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\frac{A \sin \emptyset}{A \cos \emptyset} = \frac{A_2 \sin \delta}{A_1 + A_2 \cos \delta}$$

$$\tan \emptyset = \frac{A_2 \sin \delta}{A_1 + A_2 \cos \delta} \quad \text{--------}(8)$$

آیئے اب ہم ہئیت δ کی چند مخصوص صورتوں پر غور کرتے ہیں۔

صورت (i): فرض کریں کی دونوں موجیں ہم ہئیت ہیں یعنی $\delta = 0$ اس صورت میں حاصل حیطہ ہو گا۔

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2 \cos O^0$$

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2 \quad (\because \cos 0^0 = +1)$$

$$A = (A_1 + A_2) \quad \text{--------}(9)$$

یعنی حاصل حیطہ دونوں موجوں کے انفرادی حیطوں کا مجموعہ ہوگا اور حیطہ کی مقدار سب سے زیادہ ہوگی۔ اس صورت میں دونوں موجوں میں تعمیری تداخل ہوگا۔

صورت(ii): اس صورت میں دونوں موجوں میں اختلاف ہیئت ہوگا۔ یعنی $\delta = 180^0$ حاصل حیطہ ہوگا۔

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2 \cos 180^0$$

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 - 2A_1A_2 \quad (\because \cos 180^0 = -1)$$

$$A = (A_1 - A_2) \quad \text{-------}(10)$$

یعنی حاصل حیطہ موجوں کے حیطہ کا فرق ہوگا اور مقدار قلیل ترین ہوگی اور موجوں میں تخریبی تداخل ہوگا۔

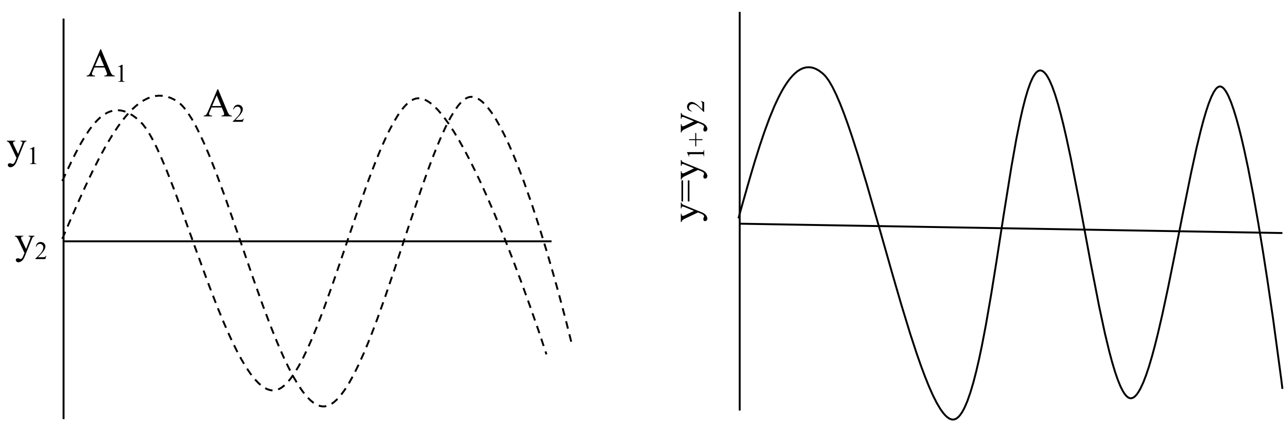
اوپر دی گئی دونون صورتوں کو شکل(1.2(a)) اور(1.2(b)) میں دکھایا گیا ہے۔

آیئے اب دیکھتے ہیں کہ اوپر غور کی گئی صورتوں میں اگر دونوں موجوں کا حیطہ مساوی$(\mathrm{A} = \mathrm{A}_1 = \mathrm{A}_2)$ ہو تو حاصل حیطہ کیا ہوگا۔

اگر $\delta = 0$ ہو تو حاصل حیطہ $A + A = 2A$ ہوگا۔ یعنی ابتدائی حیطہ کا دگنا ہوگا۔

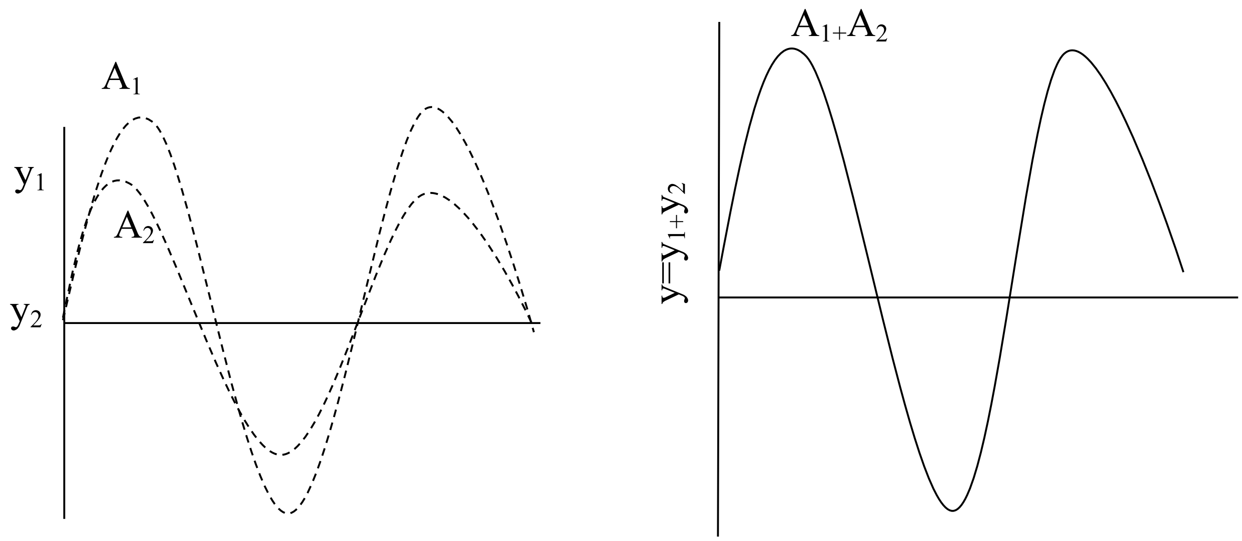
اور اگر $\delta = 180^0$ ہو تو حاصل حیطہ $A - A = 0$ ہوگا۔ یعنی حاصل حیطہ صفر ہوگا۔

اوپر ہم نے مساوی تعدد والی دو موجوں کا انطباق یعنی تداخل پر غور کیا اور اسکی مختلف صورتوں پر بحث کی۔

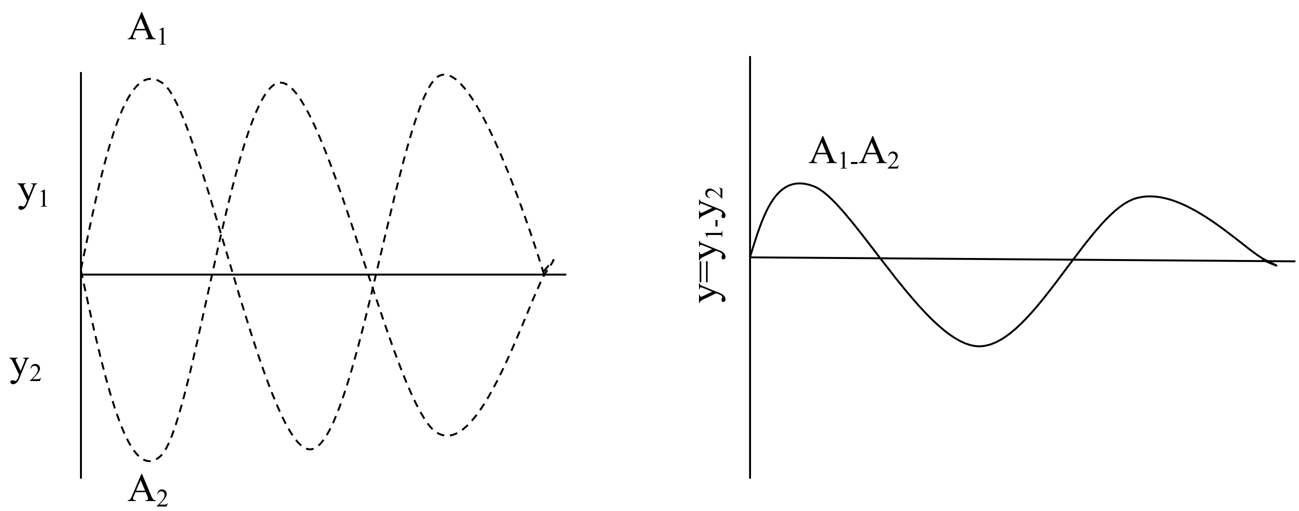


مساوی تعدد والی دو موجوں y_1 اور y_2 کا انطباق (تداخل)

شکل(1.1)



شکل((1.2(a))مساوی تعدد اور ہم ہیئت $\delta = 0^0$ والی دو موجیں کا انطباق



شکل((1.2(b))مساوی تعدد اور اختلاف ہیئت $\delta = 180^0$ والی دو موجوں کا انطباق

شکل(1.2)

1.4 مختلف (یا غیر مساوی) تعدد والے اہتزازات (ضربیں) (Vibrations of Equal Frequency)

اب ہم ایسی موجوں کے انطباق پر بحث کریں گے جنکی تعدد میں معمولی سا فرق ہے۔ فرض کیجئے کی دو موجوں (مثال کے طور پر آواز کی موجیں) جن کے تعدد میں معمولی (خفیف) سا فرق ہے۔ کسی واسطے میں ایک ہی سمت میں سفر کر رہی ہیں۔ان موجوں کا حیطہ مساوی ہے،

جب یہ ایکدوسرے پر منطبق ہوتے ہیں تو حاصل حیطہ متبادل طور پر اقل ترین اور عظیم ترین ہوگا۔ اس وجہہ سے آواز کی حدت (Intensity) جو حیطہ کا مربع ہوتی ہے وقت کے ساتھ بڑھتی اور گھٹتی ہے۔ حدتکے بڑھنے اور گھٹنے کی ویکسنگ (Waxing) اور وینینگ (Wanning) کہتے ہیں۔ اس مظہر کو ضربیں (Beats) کہا جاتا ہے۔ یعنی ایک ضرب ایک Waxing (بڑھنا) اور ایک Waning (گھٹنا) سے بنتی ہے اور ایک سکنڈ میں ہونے والی Waxing اور Wanning کی تعداد کو ضربوں کا تعدد کہتے ہیں جو کہ دونوں موجوں کے تعددوں کا فرق ہوگا۔

آیئے اب ہم ضربوں کے تعدد کی مساوات کو حاصل کرتے ہیں۔ فرض کیجئے کہ کسی واسطے سے دو موجیں ایک ہی سمت میں سفر کر رہی ہیں جیسا کہ شکل (1.3) میں دکھایا گیا ہے۔ ان موجوں کا حیطہ 'A' مساوی ہے اور تعددوں میں ذرا سا فرق ہے۔ دئے گئے وقت 't' پر ان موجوں کے نقل مکان کو مندرجہ ذیل مساواتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\mathrm{y}_1 = A\sin 2\pi n_1 t_1 \qquad \text{---------(1)}$$

$$\mathrm{y}_2 = A\sin 2\pi n_2 t_2 \qquad \text{---------(2)}$$

n_1 اور n_2 موجوں کے تعداد ہیں

اصول انطباق کے مطابق کسی وقت 't' پر حاصل نقل مکان ہوگا۔

$$y = y_1 + y_2 = A\sin 2\pi n_1 t + A\sin 2\pi n_2 t$$

$$= 2A\sin 2\pi\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)t.\cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t$$

$$= 2A\cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t.\sin 2\pi\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)t$$

$$= a\sin 2\pi\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)t \text{ ---------(3)}$$

جہاں پر $a = 2A\cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t$

مساوات (3) سے پتہ چلتا ہے کہ حاصل موجوں کا تعدد $\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)$ جو کہ ان دونوں موجوں کا اوسط ہے اور حیطہ 'a' ہے۔ یہاں اس بات پر غور کریں کہ حیطہ 'a' وقت اور تعداد $\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)$ کے ساتھ بدلتا رہتا ہے۔

یہاں 'a' کی قدر عظیم ترین ہوگی جب $a = 2A$ ہوگا۔

یعنی $\cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t = \pm 1$

یا $2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t = P\pi$ جہاں $P = 0, 1, 2 ----$

یا $t = \frac{P}{(n_1-n_2)}$

یہاں پر اگر $P = 0$ ہو تو $t = 0$ ہوگا۔ جو کہ پہلا اعظمات (First Maxima) کہلائے گا۔

اور اگر $P = 1$ ہوتو $t = \frac{1}{n_1-n_2}$ ہوگا۔ جو کہ دوسرا اعظمات کہلائے گا۔

اور اسی طرح $\rho = n$ ہوتو $t = \frac{n}{n_1-n_2}$ ہوگا۔ جو کہ n^{th} اعظمات کہلائیگا۔

حیطہ کی دو اعظمات کے درمیان کا وقفہ (time interval) $\frac{1}{n_1-n_2}$ سیکنڈ ہوگا اور تعدد $(n_1 - n_2)$ ہوگا۔

اسی طرح حیطہ 'a' کی قیمت اقل ترین ہوگی اگر $\cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t = 0$

یا

$$2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t = (2P+1)\frac{\pi}{2}$$

یا

$$t = \frac{(2\rho+1)}{2(n_1-n_2)}$$

یہاں پر $P = 0$ ہوتو $t = \frac{1}{2(n_1-n_2)}$

$P = 1$ ہوتو $t = \frac{3}{2(n_1-n_2)}$

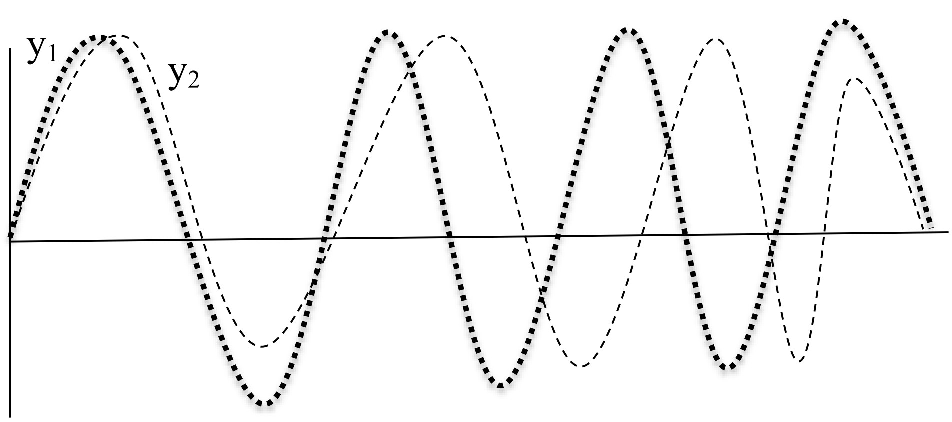
اور $P = 1$ ہوتو $t = \frac{(2n+1)}{2(n_1-n_2)}$ ہوگا۔ جو کہ n^{th} اقلات کہلائیگا۔

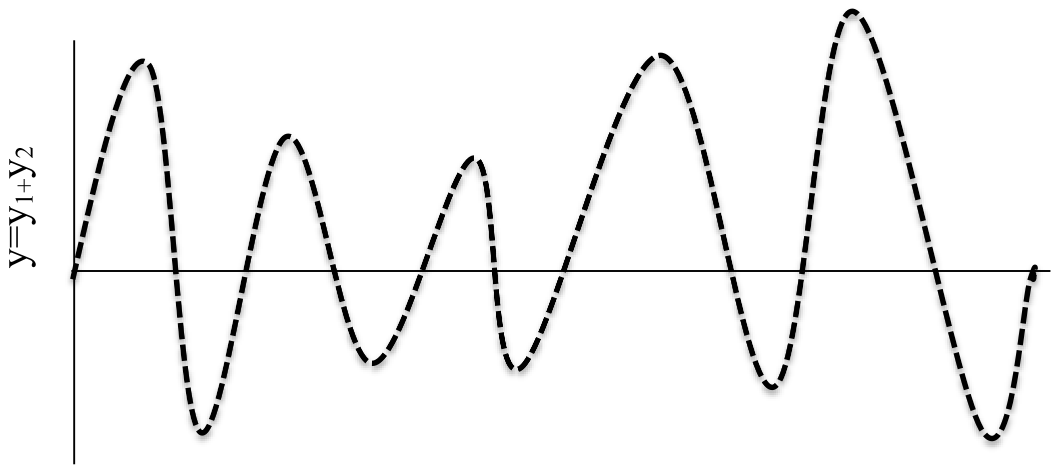
حیطہ کی دو اقلات کے درمیان کا وقفہ $\frac{1}{n_1-n_2}$ سیکنڈ ہوگا اور تعدد $(n_1 - n_2)$ ہے۔ یہاں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ عظیم اور اقل ترین قیمتوں کے تعدد مساوی ہیں۔ اوپر ہم نے ثابت کیا کہ ضربوں کا تعدد انفرادی موجوں کے تعددوں کا فرق ہے۔

مثال کے طور پر اگر دو (Tuning forks) دو شاخہ جنکے تعدد 252 اور 256 ہیں۔ ان سے فی سیکنڈ پیدا ہونے والے ضربیں کی تعداد ہوگی۔

$$n = n_1 - n_2$$
$$= 256 - 252 = 4$$

اسکا مطلب فی سیکنڈ 4 ضربیں سنائی دیں گی۔





دو موجوں کا انطباق جنکا حیطہ مساوی ہے اور تعدد میں خفیف سا فرق ہے (ضربیں)

شکل(1.3)

1.5 حل شدہ مثالیں(Solved Examples)

حل شدہ مثال1

ایک تار مساوات $Y = 8\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)\cos(30\pi)$ کے مطابق حرکت کرتا ہے جہاں 'X' اور 'Y' سمر میں اور 't' Sec میں ہیں۔

(a)۔ ان موجوں کے ارتعاش کے حیطوں اور رفتار کو معلوم کیجئے جن کے انطباق سے یہ موج حاصل ہوئی۔

(b)۔ عقدوں کے درمیان فاصلے کو معلوم کیجئے۔

(c)۔ مقام $x = 3cm$ پر واقع تار کے ایک ذرے کی رفتار وقت $t = 1.5sec$ کے لئے معلوم کیجئے۔

حل: دو موجیں $y_1 = y_m\sin(Kx - \omega t)$ اور $y_2 = y_m\sin(Kx - \omega t)$

انطباق سے حاصل ہونے والی موج کی مساوات ہو گی۔

$$y = 2y_m \sin kx \cos \omega t$$

قیمتوں ---- $y_m = 4 \;\; K = {}^{\pi}/_{4} \quad \omega = 30\pi$

(a)۔ ہر موجی جز ترکیبی (Component wave) کا حیطہ ارتعاش $Y_m = 4cms$ ہوا۔

اور ہر ایک کی رفتار $Y = \frac{\omega}{K} = 120 \;\; {}^{cm}/_{sec}$ ہو گی۔

(b)۔ عقدوں کا درمیانی فاصلہ

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{K} = 4cm$$

(c)۔ ذرے کی رفتار

$$V = \frac{dy}{dt} = (2Ym \sin Kr)(\omega \sin \omega t)$$
$$V = \left(8 \sin {}^{\pi}/_{4.3}\right) \sin\left(A_0\pi \, {}^{3}/_{2}\right) 3\pi$$
$$V = 0$$

1.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس کا اکائی میں ہم نے اصول انطباق کے بارے میں جانکاری حاصل کی اور ہم نے مساوی تعدد والی دو موجوں کا انطباق یعنی تداخل پر غور کیا۔ اسی طرح ہم نے دیکھا کی جب دو موجیں جنکی تعدد میں خفیف سا فرق ہے اور جب یہ ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں تو ضربیں ظہور میں آتی ہیں اور ضربوں کا تعدد دو موجوں کے انفرادی تعددوں کا فرق ہوتا ہے۔

1.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

➢ **وضربیں(Beats):** آواز کی حدت(Intensity) جو حیطہ کا مربع ہوتی ہے وقت کے ساتھ بڑھتی اور گھٹتی ہے۔ حدت کے بڑھنے اور گھٹنے کی ویکسنگ(Waxing) اور وینںنگ(Wanning) کہتے ہیں۔ اور اس مظہر کو ضربیں(Beats) کہا جاتا ہے۔

1.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

1.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. ضربیں(Beats) سے کیا مراد ہے۔
2. وینںنگ(Wanning) کیسے کہتے ہے۔
3. ویکسنگ(Waxing) کیسے کہتے ہے۔
4. انطباق کو بیان کرو۔
5. خطیب اور اصول انطباق سے کیا مراد ہے۔

1.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1. مساوی تعدد والے اہتزازات کا انطباق پر نوٹ لکھیے۔
2. مختلف (یا غیر مساوی) تعدد والے اہتزازات کو سمجھائیے۔

1.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer Type Questions)

1. مساوی تعدد والے اہتزازات کا انطباق ضابطہ کو اغاذ کیجیے۔
2. مختلف(یا غیر مساوی)تعدد والے اہتزازات اغاذ کیجیے۔

1.8.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک ہی تعدد کے ساتھ ایک ہی سمت میں سفر کرنے والی موجوں کے اتحادے حاصل ہونے والی موج کا حیطہ معلوم کیجئے جب کہ ان کے حیطہ ارتعاش اور تفاوت ہئیت $\pi/2$ $radian$ ہے۔جواب10cm

1.9 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Engineering Physics by R.K.Gaur &S.L.Gupta,Dhanpat Rai Publications.
2. Physics Part- I by Resnik.R &Halliday.D, Wiley Eastern Pvt. Ltd. New Delhi.
3. Unified Physics Vol-I, Mechanics by, Dr.S.L.Gupta&Sanjeev Gupta Jai Prakash Nath &Co. Meerut

اکائی 2۔ امواج

(Waves)

اکائی کے اجزا

2.0 تمہید (Introduction)

طبیعیات اور میکانیات میں سادہ موسیقائی حرکت(Simple Harmonic Motion)ایک خاص قسم کی دوری حرکت یا ارتعاش ہے جہاں پر بحالی قوت(Restoring Force)، ہٹاؤ کے راست متناسب ہوتی ہے اور اس ہٹاؤ کے مخالف سمت میں عمل کرتی ہے۔ سلیس الفاظ میں جب کوئی جسم اپنی وسطی جائے وقوع(Mean position) کے ارد گرد اس طرح حرکت کرتا ہے کہ اس کا اسراع، وسطی جائے وقوع سے ہٹاؤ کے راست متناسب ہو اور اس کی سمت ہمیشہ وسطی جائے وقوع کی طرف ہو تو اس کی حرکت کو سادہ موسیقیائی حرکت کہتے ہیں۔

2.1 مقاصد (Objectives)

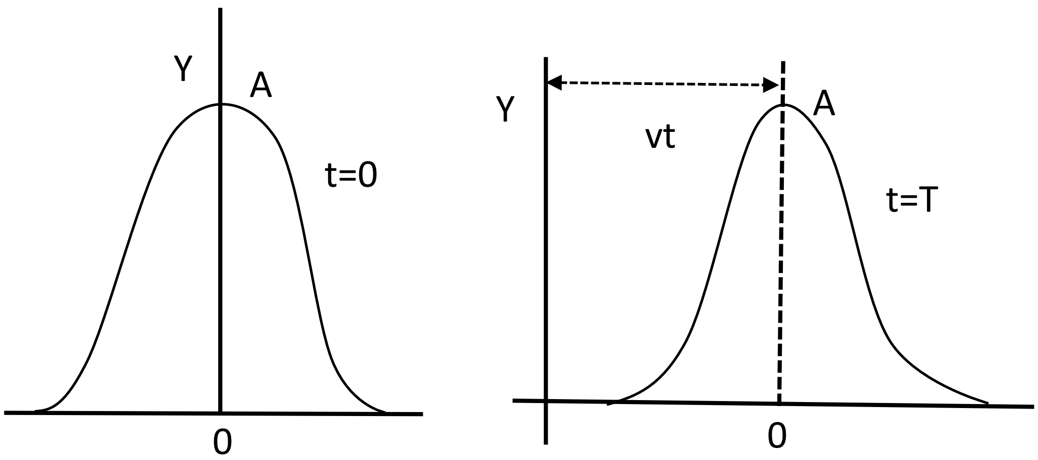
اس اکائی میں ہم مندرجہ ذیل کو سیکھے گے۔

- عمومی موجی مساوات اور اس کا حل
- متناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار
- اوورٹونز اور ہارمونک
- مقیم موجیں
- مقیم موجیں اور رواں موجیں

2.2 عمومی موجی مساوات اور اس کا حل(General Wave Equation and its Solution)

سب سے پہلے ہم موج کے لئے مساوات کو اخذ کریں گے اس مقصد کے لیے ہم واسطے میں ایک خط کو X- محور کی طور پر لیں گے اور اس خط کے عمود وار نقل مکان، رفتار، دباؤ وغیرہ کو ظاہر کریں گے۔ اسکی بہتر تفہیم کے لئے ہم مثال کے طور پر ایکس محور کی سمت میں پھیلی ہوئی رسی پر غور کرتے ہیں جو عرضی موجوں کی شکل میں سفر کر رہی ہیں۔ ان موجوں کے وقت t=0 کے مقام کو نیچے شکل میں دیکھ سکتے ہیں جہاں یہ نظر آنے والی جنبش y=f(x) سے حاصل ہوتی ہے جبکہ t=0 کے مقام پر ہوں

یہاں پر جنبش دائیں جانب سفر کر رہی ہے جس کی رفتار v ہے وقت t کے بعد یہ جنبش رفتار vt کو پہنچتی ہے جسے ہم شکل (2.1) میں دیکھ سکتے ہیں. یہ موج x اور t پر مشتمل ہے اس لیے ہم اس کو اس طرح y(x,t) لکھ سکتے ہیں. گیلیو استحالہ کی مدد سے ہم اسے مزید اس طرح لکھ سکتے ہیں وقت t پر موجود جنبش y=f(x') اس طرح ہو گی اور اگر ہم اب گیلین استحالہ کو استعمال کرتے ہوئے x' کی قیمت لکھ سکتے ہیں جو $x' = (x - vt)$ ہو گی جہاں t وقت کو ظاہر کرتا ہے اور $y = f(x - vt)$ ہو گا۔ اگر یہ جنبش منفی x- محور کے سمت میں حرکت کر رہی ہے تب v کی قدر تبدیل ہو گی اور اسے ہم اس طرح $y = f(x + vt)$ لکھ سکتے ہیں۔



Pulse at time t=0   Pulse after t=T

شکل(2.1)

موج اگر مثبت ایکس محور کے سمت میں حرکت کر رہی ہے تب مساوات اس طرح ہو گی $y(x,t) = f(x - vt)$ اور

موج اگر منفی x محور کی سمت میں حرکت کر رہی ہے تب مساوات کچھ اس طرح ہو گی

$$y(x,t) = f(x + vt)$$

اس طرح اگر موج مستقل رفتار v سے حرکت کر رہی ہے تب ایکس محور پر اس کو اس طرح ظاہر کیا جا سکتا ہے

$$y = f(x \pm vt) \text{.............} 1$$

اب ہم یہاں پر ہم ایک خاص صورت پر غور کریں گیں جہاں پر متغیر میں موسیقی تفاعل harmonic function پایا جاتا ہے.

$$y(x,t) = A_0 \sin[k(x - vt)]$$

اب ہم یہاں پر ایکس x کو $x + \left(\frac{2\pi}{k}\right)$ سے تبدیل کرتے ہیں تب ہمیں حاصل ہو گا

$$y(x,t) = A_0 \sin\left[k\left(x + \frac{2\pi}{k} - vt\right)\right]$$
$$y(x,t) = A_0 \sin[k(x - vt) + 2\pi]$$
$$y(x,t) = A_0 \sin[k(x - vt)]$$

اس طرح x کو $x + \frac{2\pi}{k}$ سے تبدیل کرنے پر y کی قدر تبدیلی نہیں ہوتی ہے اس کو ہم دوسرے الفاظ میں اس

طرح لکھ سکتے ہیں $\lambda = \frac{2\pi}{k}\ or\ k = \frac{2\pi}{\lambda}$

یہاں k کو موجی عدد Wave Number کہتے ہیں.

مساوات ایک $y = f(x \pm vt)$ کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں

$$y = f(x \pm vt) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

مساوات (2) کو ایکس کے لحاظ سے جزوی تفرقہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے ۔

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \pm f'(x \pm vt)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \pm f''(x \pm vt) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3$$

جہاں f' اور f''، $x \pm vt$ کے تفاعل ہیں

اسی طرح مساوات (2) کو وقت t کے لحاظ سے تفرقہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے .

$$\frac{\partial y}{\partial x} = vf'(x \pm vt)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 f''(x \pm vt) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4$$

مساوات تین اور مساوات چار سے $f'(x \pm vt)$ کی قدر کو درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 5$$

اسے موجی مساوات کی تفرقی شکل کہتے ہیں ۔

2.3 موجی مساوات کا سادہ موسیقی حل

یہاں پر ہم ایک خاص صورت پر غور کریں گیں جہاں پر متغیر میں موسیقی تفاعل harmonic function پایا جاتا ہے. کسی واسطے کے ذرہ کا نقل مکان جو سادہ موسیقی حالت میں ارتعاش کر رہا ہے اس کا زاویائی تعدد ω ہوگا جس کو $A \sin \omega t\ \ or\ A \cos \omega t$ شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے. پچھلے حصے کا بھی ایک ذرہ سادہ موسیقی حرکت کرے گا اس ذرے کی سادہ موسیقی حرکت کو ہم اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں $A \sin(\omega t - \emptyset)\ or\ A\,\mathrm{Cos}(\omega t - \emptyset)$ اور یہ اس طرح ہوگا کہ

$$\emptyset \propto x \quad or \quad \emptyset = kx$$

جہاں k مستقبل کے راست متناسب ہوگا اور فاصلہ ایکس جو موج کے ذریعہ سفر کیا گیا ہے طول موج λ کے مساوی ہوگا اور زاویہ ہیئت $\emptyset\ is\ 2\pi$ ہوگا لہذا

$$2\pi = k\lambda \qquad or \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

سادہ موسیقی تفاعل کو ہم اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں

$$y(x,t) = A\sin[\omega t \pm kx] \quad or\ A\cos(\omega t \pm kx) \ldots\ldots\ldots 1$$

اب ہم مساوات ایک کی ایک ایک مختلف شکل پر غور کرتے ہیں جہاں پر ہم تفاعل $\sin[\omega t - kx]$ لیں گے تب ہمیں کچھ اس طرح حاصل ہوگا

$$y(x,t) = A\sin[\omega t - kx]$$

ہمیں معلوم ہے کہ $\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$ جہاں تعدد n ہیں اور وقت دوراں T ہے اور $k = \frac{2\pi}{\lambda}\ (\lambda =$ موج طول$)$

$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi X}{\lambda}\right]$$

$$y(x,t) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..2$$

مساوات 2 کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں

$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda t}{T} - x\right)\right]$$

$$tv = n\lambda = \frac{\lambda}{T}$$

$$y(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.3$$

مساوات(2)اور مساوات(3)سادہ موسیقی موجی مساواتوں کی متبادل شکل ہے

مختلف سادہ موسیقی حل اس طرح ہوں گے

$$A_1 \sin(\omega t - kx)$$

$$A_2 \sin(\omega t + kx)$$

$$B_1 \cos(\omega t - kx)$$

$$B_2 \cos(\omega t + kx)$$

(General solution) عمومی میں حل:-

عمومی سادہ موسی حل کو اس طرح لکھ سکتے ہیں

$$A_1 \sin(\omega t - kx) + A_2 \sin(\omega t + kx) + B_1 \cos(\omega t - kx) + B_2 \cos(\omega t + kx) \ldots\ldots\ldots 4$$

ذراتی رفتار اور نقل منحنی کی ڈھلوان کے درمیان رشتہ:

(Relation between particle velocity and slope of displacement curve)

کسی دیئے گئے لمحہ کے لیے زرہ کا نقل مکان ہو گا

$$y(x,t) = A \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

ذرے کی رفتار $\frac{dy}{dt}$ ہو گی

$$\frac{dy}{dt} = A\frac{2\pi}{T}\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

منحنی $\frac{dy}{dx}$ کی ڈھال ہو گی

$$\frac{dy}{dt} = A\left(-\frac{2\pi}{\lambda}\right)\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$\frac{Particle\ velocity}{Slope} = \frac{{dy}/{dt}}{{dy}/{dx}}$$

$$\frac{Particle\ velocity}{Slope} = \frac{{2\pi}/{T}}{-{2\pi}/{\lambda}} = \frac{\lambda}{T}$$

$$\frac{Particle\ velocity}{Slope} = -Wave\ velocity$$

منفی موجی رفتار=رفتار کی زرہ ڈھال

اس طرح

$$Particle\ velocity = Wave\ velocity\ \times Slope\ of\ the\ displacement\ curve$$

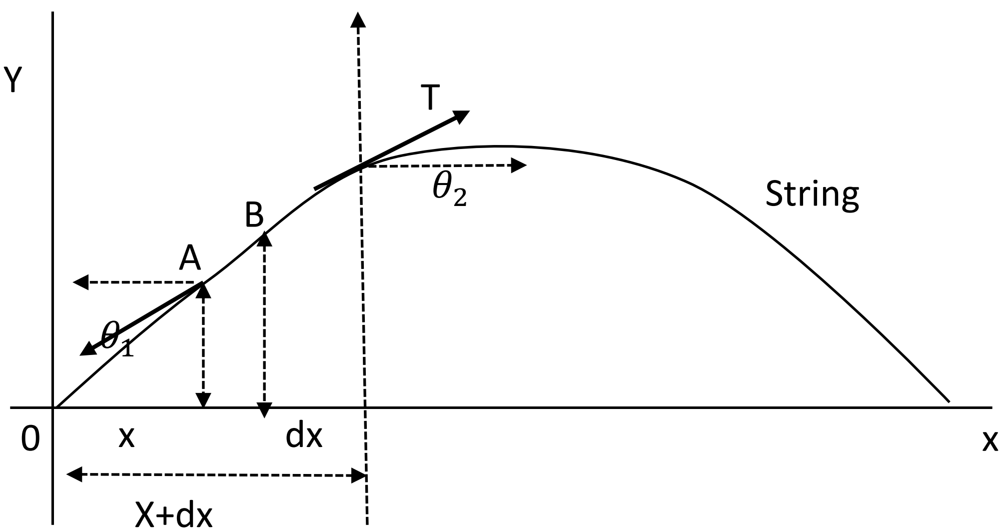
نقلی منحنی کی ڈھلوان × موجی رفتار=ذرہ کی رفتار

2.4 متناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار

(Velocity of a Transverse Wave along a Stretched String)

ایک مثالی تار مکمل طور پر لچک دار ہموار اور لچیلا ہوتا ہے جس ک طول اس کے قطر کے مقابلے میں کافی طویل ہوتا ہے۔جب کسی تار کو دو نقاط کے درمیان کس کے لگایا جاتا ہے اور اس تار میں عرضی ارتعاش کو ترتیب دیا جاتا ہے تب تناؤ کے سبب جب تار ے واپس اپنے اس مقام پر آتا ہے پر جمود کے سبب یہ واپس پھر دورہ جاتا ہے اس طرح اس تار میں عرضی ارتعاش ترتیب پاتا ہے۔

اب ہم متناوتار کے ساتھ عروضی موج کے لیے موجوی مساوات کو اخذ کریں گے۔اس مقصد کے لیے ہم ایک تار کا چھوٹا سا AB حصہ لیں گے جس کا طول dx ہیں جو مختصات x اور x+dx کے درمیان ہے جسے ہم شکل میں دیکھ سکتے ہیں



شکل(2.2)

اب ہم فرض کرتے ہیں کہ وقت t پر فاصلہ y ہے اور ان کے زاویے $\theta_1 and \theta_2$ ہیں اور تناؤ کے اجزاء جو A اور B کے درمیان افقی اور عمودوار سمت میں ہے وہ یہ ہوں گے۔اور جو اجزاء عمودی سمت میں ہیں وہ $Tcos\theta_1$ ہوں گے اور جو اجزاء عمودی سمت

میں ہیں $Tsin\theta_1$ ہیں اسی طرح وہ اجزاء جو مقام B پر افقی اور عمودی وار سمت میں ہیں وہ، $Tsin\theta_2$ and $Tcos\theta_2$ اہوں گیں۔ اجزا $Tsin\theta_1$ and $Tcos\theta_1$ اءیہ ایک دوسرے کے تقریباً مساوی اور متوازن ہوتے ہیں نتیجتاً عمودی قوت جو اوپر کی سمت میں ہو گی وہ یہ ہو گی۔

$$F_y = Tsin\theta_2 - Tsin\theta_1 = Tsin\theta_2 - sin\theta_1 ....1$$

کیوں کہ نقل مکان A,B بہت قلیل ہے لہذا اور زاویہ بھی بہت چھوٹے $\theta_1 and\ \theta_2$ ہونگے۔

$$sin\theta_1 \approx tan\theta_1 \approx \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x$$

$$sin\theta_2 \approx tan\theta_2 \approx \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx}$$

$$F_y = T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x\right] ....2$$

ٹیلر سلسلہ کو ہم استعمال کرتے ہوئے اس طرح پھیلا سکتے ہیں۔

$$f(x+\Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{f''(x)\Delta x^2}{2!} + \cdots$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)dx + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^3}\right)\frac{\Delta x^2}{2} + \cdots$$

Negative high power, we have

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)dx ....3$$

مساوات (2) اور مساوات (3) سے کی قدر کو درج کرنے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔

$$F_y = T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_x - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x\right]$$

$$F_y = T\left[\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)_x\right] \text{.......................4}$$

جہاںmتار کے فی اکائی طول کی کمیت ہےاور جز Aاور Bکی کمیت mdxہو گی اس طرح اوپر سمت میں عمل کرنے والی قوت یہ ہو گی۔

$$F_y = mass \times acceleration = (mdx)\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) \text{..................5}$$

جہاں $\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)$ اسراع ہے۔

مساوات(4)اور مساوات(5)کا تقابل کرنے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے

$$(mdx)\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = T\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)dx$$

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = \frac{T}{m}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) \text{.....................6}$$

اس طرح موجی حرکت کی تفرقی مساوات ہو گی۔

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = v^2\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) \text{.....................7}$$

مساوات6اور سات سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$v^2 = \frac{T}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

یہ ہمیں تار کے(7)موجود عارضی موج کی رفتار کو بتلاتی ہے۔

سرحد پرانعکاس سرحدی شرط(Reflection at boundaryBoundary condition) : اب ہم ایک خاص صورت کا یہاں ذکر کرتے ہیں جس میں ایک متناوتار ہے جس پر تناؤT ہے۔جو غیر لچکدار اور سخت کی کناروں سے جڑا ہے جو x=0,x=l ہے جہاں l تار کا طول ہے. فرض کرتے ہیں کہ ایک عرضی موج تار کے ساتھ سفر کر رہی ہے. یہاں پر ہمارا مقصد ہے کہ اس چیز کو بتلائے کہ جب متناوتار میں حرکت کرتے ہوئے جنبش دوسر کنارے کو پہنچتی ہے تب کیاہوتا ہے اس کو ظاہر کرنا ہے۔

ہمیں معلوم ہے کہ موجیں مساوات کا حل کچھ اس طرح ہے

$$y(x,t) = f_1(vt-x) + f_2(vt+x)$$

جہاں پر $f_1(vt-x)$ and $f_2(vt+x)$ مکمل طور پر $(vt-x)$ and $(vt+x)$ کے تعسّفی تفاعلات Arbitrary Functions ہیں۔ متن اوتار کی صورت میں ہم سرحدی شرائط آئے کرنے پر دو تفاعلات تعسّفی Arbitrary نہیں رہتے ہیں۔

تار کے بائیں کنارے پر x=0,y=0

$$f_1(vt) + f_2(vt) = 0 \Rightarrow f_1(vt) = -f_2(vt)$$

یہاں ہم کو پتہ چل رہا ہے کہ دونوں تفاعلات ایک جیسے ہیں لیکن ان کی علامتیں الٹی ہیں۔اس طرح ایک عمومی اظہار جو عرضی نقل مکان کو تار پر کسی بھی نقطے پر بتلاتا کچھ اسے ہم کچھ اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$y = f_1(vt-x) + f_2(vt+x) \text{..................8}$$

مساوات دو ہمیں بتلاتی ہے کہ موج $f_1(vt-x)$ جو دائیں جانب سفر کر رہی ہے اور اسی طرح کی اور ایک موج $f_1(vt+x)$ یہ ہمیں بتلاتی ہے کہ موج بائیں جانب سفر کر رہی ہے تار کے ساتھ کسی نقطے پر نقل مکان دراصل مساوی ہوتا ہے ان دو موجوں کے نقل مکان کی مساوی ہوتی ہے۔ من عکس ہونے والی موج کی ہیئت ہمیشہ ٹکرانے والی موج کے 180 کے زاویے میں ہوتی ہے۔اس طرح اس راستے پر سفر کرنے والی موج دائیں جانب جاکر کنارے سے ٹکرا کر واپس ہوتی ہے اور پھر اس طرح کی شکل بائیں جانب کی جانب بھی سفر کرتی ہے۔اس طرح مسلسل یہ انعکاس کا عمل جاری رہتا ہے۔اس طرح یہ حرکت میں تار آزادانہ طور پر امتیاز کرتا ہے اس طرح یہ دوری حرکت بن جاتی ہے- سخت غیر لچکدار سرحد کے سبب یہ دوریت ظاہر ہوتی ہے. اور سرحدی شرائط یہ ہیں۔

$$y = 0 \ \ at \ \ x = 0 \ \ at \ all \ time \ t$$

$$y = 0 \ \ at \ \ x = l \ \ at \ all \ time \ t \text{.........................9}$$

2.5 دونوں کناروں پر کسے ہوئے متناوتار کا ارتعاشی اسلوب

(Modes of Vibration of Stretched String Clamped at both the ends)

یہاں پر ہم موجی مساوات کا بہت عمومی سادہ موسیقی حل پر غور کریں گے جب کے تار کی لمبائی l ہیں اور کمیت فی اکائی طول m جبکہ اس کا تناؤ T ہے۔

موجی مساوات کا عمومی حل

$$1...y = A_1\sin(\omega t - kx) + A_2\sin(\omega t + kx) + B_1\cos(\omega t - kx) + B_2\cos(\omega t + kx)$$

جہاں پر $A_{1,}A_{2,}B_{1,}bB_2$ تعسفی arbitrary مستقل ہے کیوں کہ تار دونوں جانب سے بہت سختی سے اور غیر لچکدار طور پر لگا ہوا ہے اس لیے یہاں پر حسب ذیل حدودی شرائط ہوں گے۔

$$y = 0 \;\; at \;\; x = 0 \;\; at\, all\, time\, t$$
$$y = 0 \;\; at \;\; x = l \;\; at\, all\, time\, t$$

مساوات ایک حدود شرائط 2a کا اطلاق کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے.

$$0 = A_1\sin(\omega t) + A_2\sin(\omega t) + B_1\cos(\omega t) + B_2\cos(\omega t)$$

$$0 = (A_1 + A_2)\sin(\omega t) + (B_1 + B_2)\cos(\omega t)$$

$$\sin(\omega t) \neq 0 \;\; and \quad \cos(\omega t) \neq 0$$

$$0 = (A_1 + A_2)\,\text{and}\;\;(B_1 + B_2) = 0$$

چنانچہ

$$(A_1 = -A_2) \quad \text{and} \quad (B_1 = -B_2)$$

اس طرح مساوات ایک اس طرح بن جائے گی

$$y = A_1\,(\sin(\omega t - kx) - \sin(\omega t + kx) + B_1\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)$$

$$y = A_1(\sin(\omega t)coskx - cos\omega t\sin(kx) - (sin\omega t\cos(kx) + \cos(\omega t)\,sinkx$$
$$+ B_1[\{cos\omega t\; coskx + sin\omega t\; sinkx\}$$
$$- \{cos\omega t\; coskx - sin\omega t\; sinkx\}]$$

$$y = -2A_1cos\omega t\; sinkx + 2B_1sin\omega t\; sinkx$$

$$y = (-2A_1 cos\omega t + 2B_1 sin\omega t\ )sinkx$$

اس طرح حاصل ہونے والا حل دو چیزوں پر مشتمل ہوتا ہے ایک وقت t اور دوسرا x.اس طرح پہلی حدودی شرط مخالف سمت میں حرکت کرنے والی موجوں کو ساکن موج بنادیتی ہے

اب ہم مساوات تین پر حدودی شرط b2کااطلاق کرتے ہیں$cos\omega t \neq 0\ and\ \ sin\omega t \neq 0$چنانچہ

$$sinkl = 0$$

جوزاویہ l, k یہ کا عمومی حل فراہم کرتی ہے جو یہ ہے۔

$$kl = n\pi \quad where\ \ n = 1,2,3, \dots \dots \dots \dots \dots \dots ..$$

چونکہ l مستقل ہے اور kالگ الگ قیمت کے سیٹ رکھتا ہے اسے آئی گن قیمت کہتے ہیں۔

$$k_n = \frac{n\pi}{l} \qquad where\ n = 1,2,3, \dots \dots$$

$$k_n = n\frac{v}{2l} \qquad where\ n = 1,2,3, \dots \dots$$

$$\left[\because \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{\lambda\nu} = \frac{2\pi\nu}{v} \ \ or \quad \nu = \frac{kv}{2\pi}\right]$$

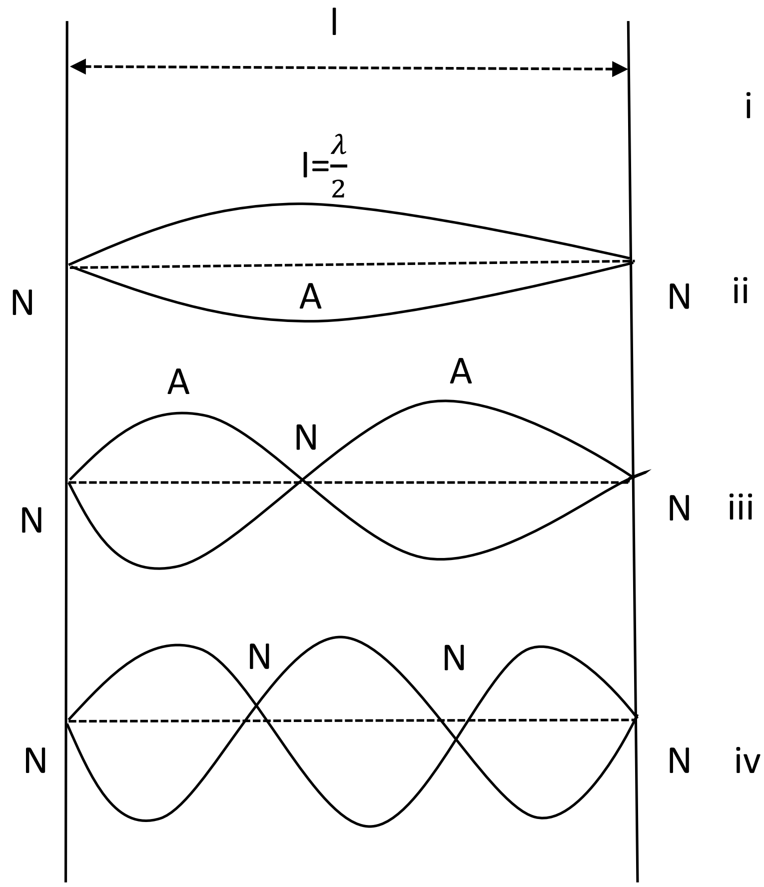
$$\nu = \frac{n\pi v}{2\pi l} = n\left(\frac{v}{2l}\right)$$

مساوات ان سے یہ واضح معلوم ہوتا ہے کہ تار مختلف آئی گن تعدد یا مخصوص تعدد رکھتا ہے۔ یہ مساوات ارتعاشات کے اسلوب کو بتلاتی ہے کہ جو nموسیقی تعدد رکھتے ہیں۔ جسے ہم شکل میں دیکھ سکتے ہیں۔

دونوں جانب کسے ہوا ں متناوتار کے ارتعاشات کے اسلوب

بنیادی تعدد جو n=1یہ ہوگا

$$\nu_1 = \frac{v}{2l} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \qquad\qquad \because\ v = \sqrt{\frac{T}{m}}$$



شکل(2.3)

اور تعدد کا n موسیقی اسلوب ہوگا

$$\nu_n = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

2.6 اوورٹونز اور ہارمونک (Overtones and Harmonic)

جس طرح ہمیں شکل(2.3) میں نظر آرہا ہے ایسی ہی ایک صورت پر ہم غور کرتے ہیں جہاں ایک تار کو دو کناروں سے کسا گیا ہے

اور رواں موجیں تار میں پیدا ہوتی ہیں اور دونوں جانب سفر کرتے ہیں کیونکہ اس تار کے دونوں کنارے کرتے ہوئے ہیں اس وجہ سے اس میں نقل مکان نہیں ہوتا ہے اور موجوں کی ہیئت تبدیل ہوتی اور موجیں منعکس ہوتی ہیں۔ اس طرح ان موجوں میں تداخل ہوتا ہے اور ساکن موجیں وجود میں آتی ہے اور ارتعاشات کی تعدد کے لحاظ سے تار میں عقدے بنتے ہیں۔

جب تار درمیان سے پھیلا ہوا ہے تب ایسی صورت میں عقدے کناروں پر بنتے ہیں اور ضد عقدے درمیان میں رہتے ہیں اسے پہلا یا بنیادی ہارمونیک یا موسیقی کہتے ہیں جس کا تعدد V یہ ہوگا

$$\nu_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

تار اس طرح ہے کہ اس میں دو قطعہ ہم کو نظر آرہا ہیں۔ اس میں تین عقدے اور دو ضد عقدے تیار ہوتے ہیں۔ اس تعدد کو اس طرح معلوم کرتے ہیں اسے دوسرا ہارمونک یا موسیقی اور پہلا اور ٹون کہتے ہیں۔

$$\nu_2 = \frac{2}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = 2\nu_1$$

ستار اس طرح مرتے ہورہا ہے کہ میں تین قطعے بن رہے ہیں۔ اسے تیسرا ہارمونیک یا دوسرا اور ٹون کہتے ہیں اس کے تعدد کو اس طرح معلوم کرتے ہیں

$$\nu_3 = \frac{3}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = 3\nu_1$$

اسی طرح اگر تار کے اندر چار قطعے بن رہے ہیں تب اس سے چوتھا ہارمونیک یا تیسرا اور ٹون کہتے ہیں

$$\nu_4 = \frac{4}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = 4\nu_1$$

صورت میں متناو تار جو ہم رکھتے ہیں کچھ اس طرح ہوگا۔

$$\nu_1 : \nu_2 : \nu_3 : \dots \dots \dots = 1 : 2 : 3 \dots \dots$$

اس طرح دونوں کناروں سے کسا ہوا تار کہ کئی ہارمونک ممکن ہے اور ان ہارمونک کا تعدد پہلے یا بنیادی ہارمونک کے کل مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

2.7 مقیم موجیں (Standing (stationary) Waves)

جب دو مساوی اور مماثل موج مخالف سمت میں خط مستقیم میں یکساں رفتار کے ساتھ سفر کرتے ہے اور ایک دوسرے کے اوپر مسلط ہو جاتی ہیں ایسی موجوں کو مقیم آج کہتے ہیں۔ انہیں مقیم کہنے کا ایک سبب یہ بھی ہے کہ ان میں توانائی بہتی نہیں ہے اور اس کے اندر چند ایسے مقامات ہوتی ہیں جو مستقل طور پر حالت سکون میں رہتے ہیں ان مقامی نقاط کو عقدے کہتے ہیں اور عقدوں کے درمیان ضد عقدے پائے جاتے ہیں جہاں پر نقل مکان اعظم ترین ہوتا ہے۔

متناوتار کے ساتھ مثبت ایکس محور کے سفر کرنے والی موج کی نقل مکانی مساوات یہ ہو گی

$$y_1 = Ae^{i(\omega t - kx)}$$

جہاں پر A موج کا حیطہ اور ω موج کا زاوئی تعدد ہے۔ یہ موجوں کسے ہوئے کنارے سے منعکس ہوتی ہے۔ فرض کرتے ہیں کہ B منعکس ہونے والی موج کا حیطہ ہے۔ تب مثبت ایکس سمت میں منعکس ہو کر سفر کرنے والی موج کا نقل مکان یہ ہو گا۔

$$y_2 = Be^{i(\omega t + kx)}$$

تار پر موجود کسی نقطے کا دونوں موجوں کے سبب نقل مکان کچھ اس طرح ہو گا

$$y = y_1 + y_2 = Ae^{i(\omega t - kx)} + Be^{i(\omega t + kx)}$$

وقت t کی تمام قدروں کے لئے سرحدی شرائط یہ ہو گی۔

$$y = 0 \quad at \quad x = 0 \quad and \quad x = l$$

سرحدی شرائط کی شرائط کا اطلاق کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$0 = Ae^{i\omega t} + Be^{i\omega t}$$

$$-A = B$$

$$Now \qquad y = y_1 - y_2 = Ae^{i(\omega t - kx)} - Be^{i(\omega t + kx)}$$

$$y = Ae^{i\omega t}[e^{-ikx} - e^{ikx}]$$

$$y = -2i\ Ae^{i\omega t}\left[\frac{e^{-ikx}}{2i} - \frac{e^{ikx}}{2i}\right]$$

$$\therefore \quad y = -2i\ Ae^{i\omega t}\ sinkx$$

یہ مقیم موج کی مساوات کو ظاہر کرتا ہے۔

یہاں پر ہم ایک اصطلاح $sinkx$ کو فرض کرتے ہیں۔جبکہ $sinkx = \frac{\pi}{2}$

$$sinkx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \dots \dots \dots . . or \;\; where \; x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots \; (\because \; k = \frac{2\pi}{\lambda})$$

یہاں y کا نقل مقام آعظم ترین ہوتا ہے۔اس مقامی نقطے کو ضد عقدہ کہتے ہیں اور دو ضد عقدوں کا درمیانی فاصلہ یہ ہوتا ہے۔

$$\frac{\lambda}{2} = (\frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4})$$

جبکہ $sinkx = \pi, 2\pi, 3\pi \dots . or \;\; x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots \dots \dots$ پر y کی قدر اقل ترین ہوتی ہے۔ان نقاط کو عقدے کہتے ہیں۔دو متصلہ عقدوں کا درمیانی فاصلہ $\frac{\lambda}{2}$ ہوتا ہے۔ہر عقیدے پر دائیں اور بائیں جانے والی ہار مونک موج ختم ہوتی ہے اس سبب سے تار یہاں حرکت نہیں کرتا ہے اور نہ ہی توانائی یہاں سے گزرتی ہے اس طرح توانائی اس تار میں مقیم یا قائم رہتی ہے

مقیم موجیں	رواں موجیں
یہ موجیں کسی بھی سمت میں آگے نہیں بڑھتی ہیں	یہ مجھے متناہی رفتار کے ساتھ واسطے میں آگے بڑھتی ہیں
یہاں پر توانائی آگے کی جانب نہیں بڑھ سکتی ہے	یہاں پر توانائی موج کی سمت میں آگے کی جانب بڑھتی ہے
عقدوں کے علاوہ تمام ذرات واسطے میں سادہ موسیقی حرکت کرتے ہیں	تمام ذرات سادہ موسیقی حرکت کرتے ہیں
عقدے مستقل طور پر ساکن رہتے ہیں	موج کے اندر کوئی بھی ذرا مستقل طور پر ساکن نہیں رہتا ہے
اس میں تمام ذرات کی ہیئت ایک جیسی ہی رہتی ہے	اس میں امتیاز کرنے والے ذرات کی ہیئت تبدیل ہوتی ہے
تمام کے تمام ذرات دوری وقت کے اندر دو مرتبہ اپنے اوسط مقام کو یا اعظم ترین مقام کو یک وقت پہنچتے ہیں	تمام ذرات دوری وقت کے اندر اپنے اوسط مقام کو یا اعظم ترین مقام کو یک وقت نہیں پہنچتے ہیں

2.8 حل شدہ مثالیں(Solved Examples)

حل شدہ مثال1

ثابت کرو کہ تار کے کسی نقطہ پر کا ڈھلان عددی طور پر وہ نسبت ہے۔ جو نقطہ پر واقع ذرے کی رفتار اور موجی رفتار میں پائی جاتی ہے۔

حل: $Y = y_m \sin(kx - \omega t)$

موجی رفتار $V = f\lambda = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{K}$

ذرے کی رفار $\frac{dy}{dt} = -\omega y_m \cos(ka - \omega t)$

ذرے کی رفتار اور موجی رفتار میں نسبت $= -Ky_m \cos(Kx - \omega t)$

تار کا ڈھلان $\frac{dy}{dx} = Ky_m \cos(Kx - \omega t)$

لٰہذا ثابت ہوا کہ ذرے کی رفتار اور موجی رفتار کی نسبت، اس نقطے پر تار کے ڈھلان کی عددی قیمت کے برابر ہے۔

حل شدہ مثال2

ایک تار مساوات $Y = 8\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)\cos(30\pi)$ کے مطابق حرکت کرتا ہے جہاں ‘X’ اور ‘Y’ سمر میں اور ‘t’ Sec میں ہیں۔

(a)۔ ان موجوں کے ارتعاش کے حیطوں اور رفتار کو معلوم کیجئے جن کے انطباق سے یہ موج حاصل ہوئی۔

(b)۔ عقدوں کے درمیان فاصلے کو معلوم کیجئے۔

(c)۔ مقام $x = 3cm$ پر واقع تار کے ایک ذرے کی رفتار وقت $t = 1.5sec$ کے لئے معلوم کیجئے۔

حل:

دو موجیں $y_1 = y_m \sin(Kx - \omega t)$ اور $y_2 = y_m \sin(Kx - \omega t)$

انطباق سے حاصل ہونے والی موج کی مساوات ہو گی۔

$y = 2y_m \sin kx \cos \omega t$

دی گئے قیمتوں $\omega = 30\pi$ $K = \pi/4$ $y_m = 4$

(a)۔ ہر موجی جز ترکیبی (Component wave) کا حیطہ ارتعاش $Y_m = 4cms$ ہوا۔

اور ہر ایک کی رفتار $Y = \frac{\omega}{K} = 120\ cm/_{sec}$ ہو گی۔

(b)۔ عقدوں کا درمیانی فاصلہ

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{K} = 4cm$$

(c)۔ ذرے کی رفتار

$$V = \frac{dy}{dt} = (2Ym\sin Kr)(\omega\sin\omega t)$$
$$V = \left(8\sin{}^{\pi}/_{4.3}\right)\sin\left(A_0\pi\,{}^{3}/_{2}\right)3\pi$$
$$V = 0$$

2.9 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- جب دو مساوی اور مماثل موج مخالف سمت میں خط مستقیم میں یکساں رفتار کے ساتھ سفر کرتے ہے اور ایک دوسرے کے اوپر مسلط ہو جاتی ہیں ایسی موجوں کو مقیم موج کہتے ہیں۔ انہیں مقیم کہنے کا ایک سبب یہ بھی ہے کہ ان میں توانائی بہتی نہیں ہے اور اس کے اندر چند ایسے مقامات ہوتی ہیں جو مستقل طور پر حالت سکون میں رہتے ہیں ان مقامی نقاط کو عقدے کہتے ہیں اور عقدوں کے درمیان ضد عقدے پائے جاتے ہیں جہاں پر نقل مکان اعظم ترین ہوتا ہے۔
- جب تار درمیان سے لوپ n ہوا ہے تب ایسی صورت میں عقدے کناروں پر بنتے ہیں اور ضد عقدے درمیان میں رہتے ہیں اسے پہلا یا بنیادی ہارمونیک یا موسیقی کہتے ہیں جس کا تعدد V یہ ہوگا

$$v_n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

2.10 کلیدی الفاظ (Keywords)

- بحالی قوت(Restoring Force)
- اوورٹونز(Overtones)
- ہارمونک(Harmonic)
- مقیم موجیں
- رواں موجیں

2.11 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

2.11.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. بحالی قوت(restoring force)سے کیا مراد ہے۔
2. اوورٹونز(Overtones) سے کیا مراد ہے۔
3. ہارمونک(harmonic) سے کیا مراد ہے۔
4. مقیم موجیںStanding waves کو بیان کرو۔
5. رواں موجیں کو بیان کرو۔
6. مقیم موجیں کو بیان کرو۔

2.11.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1. تناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار پر نوٹ لکھیے۔
2. اوورٹونزاورہارمونک(Overtones and harmonic)کو سمجھایئے۔
3. مقیم موجیں کیاہیں۔مثالوں سے سمجھایئے۔
4. مقیم موجیں اور رواں موجیں کے خصوصیات بتلایئے۔

2.11.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer Type Questions)

1. عمومی موجی مساوات اوراس کا حل کو صابت کیجیے۔
2. تناوتار کے ساتھ ایک عرضی موج کی رفتار معلوم کیجیے۔

2.11.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک تار مساوات $Y = 8\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)\cos(30\pi)$ کے مطابق حرکت کرتا ہے جہاں ‘X’اور‘Y’ سمر میں اور ‘t’ Secمیں ہیں۔
   (a)۔ ان موجوں کے ارتعاش کے حیطوں اور رفتار کو معلوم کیجئے جن کے انطباق سے یہ موج حاصل ہوئی۔
   (b)۔ عقدوں کے درمیان فاصلے کو معلوم کیجئے۔
   (c)۔ مقام $x = 3cm$ پر واقع تار کے ایک ذرے کی رفتار وقت $t = 1.5sec$ کے لئے معلوم کیجئے۔

2.12 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Engineering Physics by R.K.Gaur &S.L.Gupta,Dhanpat Rai Publications.
2. Physics Part- I by Resnik.R &Halliday.D, Wiley Eastern Pvt. Ltd. New Delhi.
3. Unified Physics Vol-I, Mechanics by, Dr.S.L.Gupta&Sanjeev Gupta Jai Prakash Nath &Co. Meerut

اکائی 3۔ سادہ موسیقی حرکت

(Simple Harmonic Motions)

اکائی کے اجزا

3.0 تمہید (Introduction)

ہر وں حرکت جو ایک معینہ وقفہ کے بعد اپنے آپ کو دہراتی ہو، دوری حرکت یا موسیقی حرکت کہلاتی ہے۔ سورج کے گرد سیاروں کی حرکت اور زمین کے گرد چاند کی حرکت دوری حرکت کی مثالیں ہیں۔ اگر دوری حرکت کرنے والا ذرہ ایک ہی راستے پر آگے پیچھے۔ حرکت کرتا رہے تو اس کی اس طرح کی حرکت کو اہتزازی حرکت کہتے ہیں۔ روزمرہ کی زندگی میں سمت سے لٹکائے ہوئے ایک اسپرنگ کے آزاد سرے پر بندھے ایک جسم کو کسی قدر نیچے کھینچ کر چھوڑ دینے پر جسم میں پیدا ہونے والی حرکت اہتزازی حرکت کی مثالیں ہیں۔ یہ سب دراصل میکانی(Mechanical) اہتزاز ہیں۔ اہتزازوں کی اور بھی قسمیں ہیں۔ ریڈیو اور نور کی امواج، برقی اور مقناطیسی میدانوں کے سمتیوں اہتزاز کا نتیجہ ہیں۔

3.1 مقاصد (Objectives)

سادہ موسیقی حرکت کے مظاہرے پر بحث کرتی ہے۔

یہ اکائی میں ہم:

- موسیقی حرکت کیا ہے۔
- سادہ موسیقی اہتزازیہ ,سادہ موسیقی حرکت کی مساوات کی تجزیہ کے مساوات یں کو حاصل کریں گے۔
- قصری موسیقی اہتزازیہ کی مساوات کی تجزیہ کے مساواتیں کو حاصل کریں گے۔

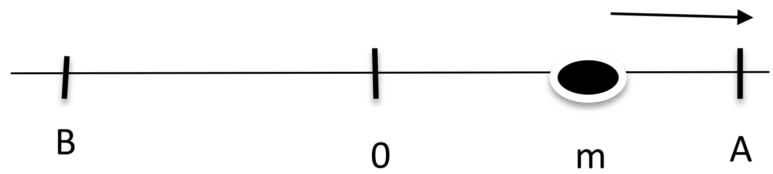
3.2 موسیقی حرکت (Harmonic Motions)

ہر حرکت جو خود کو مسلسل دہراتی ہے موسیقی حرکت کہلاتی ہے۔ ایک اہتزاز کو مکمل کرنے کیلئے درکار وقت دوران T کہا جاتا ہے۔ جبکہ اکائی وقت میں تکمیل پانے والے اہتزاز والے اہتزازوں کی تعداد f کہلاتی ہے۔

$$f = \frac{1}{T}$$

M.K.S نظام میں تعدد کی اکائی کو سائیکل فی ثانیہ (Cycle/sec) یا صرف ہرٹز (Hertz) کہا جاتا ہے۔

اب ہم ایک میکانی اہتزازی حرکت پر غور کریں گے۔ فرض کرو کہ ایک ذرہ ایک خط مستقیم پر معینہ حدود کے مابین بموجب شکل(3.1) حرکت کرتا ہے۔



شکل(3.1)

شکل(3.1) 'm' کمیت والا ذرہ مقامت A اور B کے مابین حالت اہتزاز میں ہے وہ مقام جہاں ذرے پر عمل پیرا قوت صفر ہوتی ہے۔ ذرہ کا مقام توازن (Equilibrium position) کہلاتا ہے۔ ذرے پر عمل پیرا قوت اور اس سے پیدا ہونے والے اسراع (Acceleration) اور اس کی رفتار اقدار اور سمت ایک دوری (Periodic) وضع میں متغیر ہوتے رہتے ہیں۔ موسیقی طور پر حرکت پذیر ذرے کی توانائی بالقوں کی قیمت اس کے مقام توازن پر اقل ترین ہوتی ہے کیونکہ اس مقام پر قوت کی جملہ محصلہ قیمت (Net force) صفر ہوتی ہے۔ جب کبھی جسم پر عامل قوتوں کا حاصل صفر ہو، نظام کی توانائی بالقوں بھی صفر ہو گی۔

اگر کسی دیئے ہوئے وقت پر ذرے کے مقام کو معلوم کرنا ہو تو (x) کو وقت ایسا تفاعل ہونا چاہیئے جو مساوات کو وقت کی تمام قیمتوں کے لیے پورا کر سکے۔ فرض کرو کہ اس قسم کا ایک عام حل ذیل کی مساوات کے مانند ہے۔ یعنی

$$x = A\cos(\omega t + \delta) \quad \text{--------(2)}$$

یہاں A، ω اور δ مستقل مقداریں ہیں جن کے طبیعی مفہوم تھوڑی ہی دیر میں واضح ہو جائیں گے۔

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x \quad \text{--------(3)}$$

مساواتوں (1) اور (3) کے تفاعل سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ اگر ہم مستقلات کا ایسا انتخاب کریں کہ

$$x = A\cos(\omega t + \delta) \quad \text{ہو تو} \quad \omega^2 = {k}/{n} \quad \text{-------(4)}$$

جو مساوات (1) کا حل ہے یعنی یہ سادہ موسیقی اہتزازیہ کی مساوات ہے۔

"ω" کا طبیعی مفہوم اور اہمیت:

عرض کرو کہ کسی وقت 't' پر ذرے کا نقل مکاں x_1 ہے۔

$$\text{تب} \quad X_1 = A\cos(\omega t + \delta)$$

اگر وقت میں $\frac{2\pi}{\omega}$ کا اضافہ کر دیا جائے اور اس کے بعد اس کا نقل مکان 'X_2' ہو جائے تو

$$X_2 = A\cos\left\{\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \delta\right\}$$
$$= A\cos(\omega t + 2\pi + \delta)$$
$$= A\cos(\omega t + \delta)$$

یعنی اس کا مطلب یہ ہوا کہ ہر وقفہ $\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ کے بعد تفاعل میں تکرار واقع ہو رہی ہے۔ یعنی ہر بار اسی قیمت کا اعادہ ہو رہا ہے۔ بالفاظ دیگر وقفہ $\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ حرکت کا وقت دوران 'T' ہے اور مساوات (4) $\omega^2 = K/_m$ کو استعمال کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{n}{K}}$$

اس طرح مساوات (1) سے ظاہر ہونے والی تمام حرکتوں کا وقت دوران ایک ہی ہے جس کی تخمین مرتعش ذرے کی کمیت 'm' اور قوت کے مستقل (K) سے کی جاتی ہے۔ اہتزاز کا تعدد ہوگا۔

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\therefore \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{---------}(5)$$

'A' کا طبیعی مفہوم اور اہمیت:

مقام توازن سے ذرے کے نقل مکان کی قیمت اعظم ہوگی جبکہ $A\cos(\omega t + \delta)$ اعظم ہو چونکہ (Cosine) تفاعلوں کی اعظم ترین قیمت ایک ہوتی ہے اس لیے ہمیں $A = x_{max}$ حاصل ہوگا جو حرکت کا حیطہ ارتعاش ہے چونکہ (Cosine) تفاعلوں کی قیمت حدود 1+ اور 1- کے درمیان بدلتی رہتی ہے اس لیے نقل مکان 'x' میں تبدیلی حدود A+ اور A- کے مابین ہوگی۔ اس طرح مختلف حیطہ ارتعاش کی متعدد حرکتیں مساوات (3) کے حل کی طور پر ہمیں حاصل ہو سکتی ہیں۔ لیکن یہ تمام حرکتیں ایک ہی تعداد ارتعاش (Frequency) کی ہوگی۔

یہاں اس بات کی وضاحت ضروری ہے کہ کسی سادہ موسیقی حرتک ایک تعدد ارتعاش، حیطہ ارتعاش کے غیر تابع رہتا ہے۔

'd' کا طبیعی مفہوم اور اہمیت:

مقدار $(\omega t + \delta)$ حرکت کی ہیئت (Phase) کہلاتی ہے جس سے حرکت کی حالت کا اندازہ ہوتا ہے۔ دو حرکتیں ایک ہی تعداد اور ایک ہی حیطہ ارتعاش ہو سکتی ہیں لیکن ان کی ہیتوں میں فرق ہو سکتا ہے۔ اگر $\delta = 0$ ہو تو نقل مکان کی مساوات صرف $X = A\cos\omega t$ ہو جاتی ہے اور $(t = 0)$ پر نقل مکان کی قیمت اعظم یعنی 'A' ہوگی۔

اگر $\delta = \pi/_2$ تو

$$x = a\cos\left(\omega t - \pi/_2\right) = A\sin\omega t$$

اب $t = 0$ پر نقل مکان صفر ہوگا یعنی $A = 0$

مقدار $'\delta'$ کو ہیتی مستقل کہا جاتا ہے۔ ذرے کے ابتدائی مقام اور اس کی ابتدائی رفتار سے اس کے حیطہ ارتعاش 'A' اور ہیتی مستقل $'\delta'$ کی تخمین ہوتی ہے۔

سادہ موسیقی حرکت کی مقادیر ہیں بہ لحاظ وقت تبدیلیاں

نقل مکان $$x = A\cos(\omega t + \delta);\ x_{max} = A \qquad \text{----------}(6)$$

رفتار $$V = \frac{dx}{dt} = -A\omega\{\sin(\omega t + \delta)\} \qquad \text{----------}(7)$$

اعظم ترین رفتار کی قیمت $$V_{max} = A\omega$$

اسراع $$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t + \delta) \qquad \text{----------}(8)$$

اعظم ترین اسراع کی قیمت $$\vec{a}_{Max} = A\omega^2$$

توانائی بالقوں $$U = \frac{1}{2}Kn^2 + \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t + \delta) \qquad \text{------}(9)$$

توانائی بالقوں کی قیمت صفر اور اعظم ترین حدود کے درمیان بدلتی رہتی ہے۔

توانائی بالحرکت $$K = \frac{1}{2}\overrightarrow{mv}^2 = \frac{1}{2}m\cos^2 A^2\sin^2(\omega t + \delta)$$

$$= \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t + \delta)\left(\because \frac{K}{m} = \omega^2\right) \qquad \text{------------}(10)$$

$$K_{max} = \frac{1}{2}KA^2$$

توانائی بالحرکت کی قیمت صفر اور اعظم ترین حدود کے درمیان بدلتی رہتی ہے۔

مجموعی توانائی $$E = K + U$$

$$= \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$= \frac{1}{2}KA^2 \qquad \text{------}(11)$$

اس طرح مجموعی میکانی توانائی مستقل رہتی ہے۔اعظم ترین نقل مکان کے مقام پر توانائی بالحرکت تو صفر ہوتی ہے۔ لیکن توانائی بالقوہ اعظم ترین یعنی $\left[\left(\frac{1}{2}\right)KA^2\right]$ ہوتی ہے۔

اس مقام پر ذرہ پر عمل کرنے والی قوت کو اس کی توانائی بالقوں کے تفاعل کی مدد سے حاصل کرنے کے لئے مساوات ذیل کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یعنی

$$F = -\frac{dy}{dx}$$

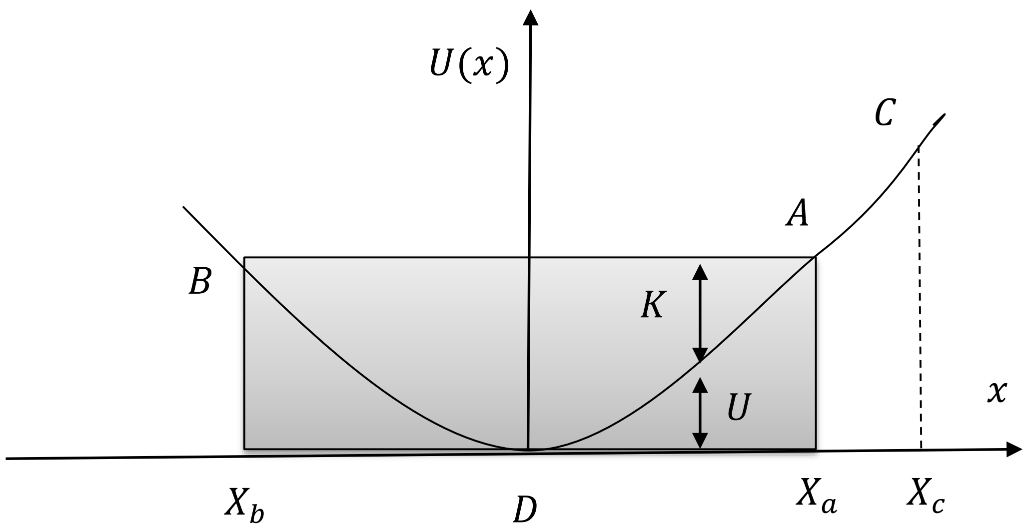
یہ قوت ایک بحالی قوت (Restoring force) ہے کیونکہ اس کی کوشش ہمیشہ یہی ہوتی ہے کہ ذرے میں مقام توازن کی سمت اسراع پیدا کرے۔

اہتزاز کرنے والے ذرے کے لیے مجموعی میکانی توانائی ہوگی۔

$$E = K + U$$

جہاں 'K' توانائی بالحرکت (Kinetic Energy) ہے اور 'U' توانائی بالقوں (Energy potential) اگر حاصل قوت غیر بقائی (Non-Conservative) نوعیت کی ہو مثلار گڑ کی قوت، تو مجموعی توانائی ''E'' مستقل یعنی غیر متبدل رہے گی۔

شکل (3.2) میں توانائی بالقوں کی ایک قسم کو (x) کے تفاعل کے طور پر ترسیم کیا گیا ہے۔



شکل (3.2)

شکل (3.2) موسیقی حرکت کی صورت میں توانائی بالقوں (U) فصل (x) کے تفاعل کے طور پر جہان فاصلہ (x) کو ذرے کے مقام توازن سے ناپا گیا ہے۔

منحنی کے کسی نقطہ پر کا ڈھلان (slope) اس مقام پر ذرے پر عمل کرنے والی قوت کی عددی تعبیر ہے کیونکہ $F = -\frac{dy}{dx}$

مقام توازن 'o' پر ڈھلان صفر ہے۔ اس کو صفر ہی ہونا چاہئے کیوں کہ ذرے پر عمل کرنے والی حاصل قوت مقام توازن پر صفر ہے۔

فرض کرو کہ مجموعی توانائی 'E' کو معین (Co-ordinate) مان کر فاصلے کے محور کے متوازی ایک خط کھینچا گیا جو توانائی بالقوں کی منحنی کو مقامات A اور B پر قطع کرتا ہے۔ فرض کرو کہ ان نقاط کے فصلے بالترتیب X_a اور X_b ہیں جن سے ذرے کی حدود حرکت کا تعین ہوتا ہے۔ ذرہ اس توانائی E کے ساتھ ان حدود سے تجاوز نہیں کر سکتا۔ اس کو ذیل میں سمجھایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ منحنی کے کسی نقطہ 'C' کے لیئے فصلہ X_c ہے اور $X_c > X_a$ یعنی اس نقطہ کے لیے توانائی بالقوں ذرے کی مجموعی توانائی سے متجاوز ہو گی ہے اور مساوات (11) کی روسے ذرے کی توانائی بالحرکت منفی ہو گئی ہے۔ یہ ناممکن ہے۔

اس طرح معلوم ہوا کہ حدود اہتزاز کا تعین، اس کی مجموعی توانائی 'E' سے کیا جاتا ہے۔ E قیمتوں کے لئے ذرے کی اہتزازی حدیں بھی بدل جاتی ہیں۔ ان حدود کو نقاط واپس (Learning prints) کہا جاتا ہے۔ کیونکہ ان نقاط پر ذرہ حالت سکون اختیار کرنے کے لیے مجبور ہو جاتا

ہے اور اس کے بعد وہ اسی راستے پر واپس کا سفر شروع کرتا ہے جس سے کہ وہ آیا تھا۔ مزید یہ کہ X_a اور X_b کو ہمیشہ ہی مساوی ہونا ضروری نہیں ہے۔

3.3 سادہ موسیقی اہتزازیہ (Simple Harmonic Motion)

اب تک (U) کو صرف ایک تفاعل سمجھا گیا۔ یہ نہیں بتلایا گیا کہ یہ کس قسم کا تفاعل ہے۔ اب اس تفاعل کو ایک مخصوص عملی وضع دی جائے گی جو طبیعات میں ایک بڑی اہمیت کی حاصل ہے۔

فرض کرو کہ ایک ذرے کی اہتزازی حرکت ایک ایسے قوہ کے تحت ہو رہی جو 'x' کا ایک تفاعل ہے جسے ذیل میں دیا گیا ہے۔

$U(x) = \frac{1}{2}Kx^2$ جہاں 'k' ایک مستقل ہے۔

$$F(x) = \frac{dy}{dx} = -K(x) \ldots \ldots \ldots \ldots 12$$

اس خاص سورت میں ہی "ذرہ" سادہ موسیقی اہتزازیہ کہلاتا ہے اور اس کی حرکت سادہ موسیقی حرکت مانی جاتی ہے۔ اسی صورت میں توانائی بالقوں کی منحنی محور y– کے گرد تشاکل ہوگی اور یہی خصوصیت مساوات (12) سے بھی ظاہر ہو رہی ہے اور ذرے کی حرکت کے حدود مقام توازن سے مساوی فاصلوں پر واقع ہیں یعنی $X_a = X_b$

مساوات (11) سے ظاہر ہونے والا توانائی بالقوں کا تفاعل ایک ایسے مثالی ideal اسپرنگ کا قول بھی ہوگا جس کی قوت کا مستقل (K (Force constant ہے جب کہ اس کو بقدر (x) کے کھینچا گیا ہو۔

مثالی اسپرنگ کی تعریف یوں کی گئی تھی کہ یہ ایک ایسا اسپرنگ ہے جس کا قوتی مستقل $f(x) = -Kx$ مساوات سے حاصل ہو سکتا ہے (جو ہکس hooks) کے قانون کے مطابق ہے) اور یہ وہی مساوات ہے جس کو (12) میں حاصل کیا گیا ہے۔

لہٰذا اگر ''m'' کمیت والے ایک جسم کو ایک مثالی اسپرنگ سے جوڑ دیا جائے اس طرح کہ یہ ایک بے رگڑ افقی سطح پر حرکت کرنے کے لیے آزاد ہو تو یہ جسم بھی ایک سادہ موسیقی اہتزازیہ کی مثال بن سکتا ہے۔

ایک سادہ رقاص، جو ایک چھوٹے زاویہ اہتزاز میں مرتعش ہے، ایک برقی رو کا سرکٹ (Circuit) جو امالہ I (Induction) اور گنجائش (Capacitance) 'C' پر مشتمل ہے سادہ موسیقی اہتزازیوں کی دیگر مثالیں ہیں۔ ان کی تفہیم آئندہ کی جائے گی۔ بہت سی قسم کی حرکتوں کی انفرادی سادہ موسیقی حرکتوں کا مجموعا مان کر ان کی تشریح کرنا ایک ممکن العمل امر ہے۔ لہٰذا سادہ موسیقی حرکت کا تفصیلی مطالعہ جدید طبیعت کے کئی مظاہر کے ادراک کے لئے بنیادی مقام رکھتا ہے۔

3.4 سادہ موسیقی حرکت کی مساوات (Equation of Simple Harmonic Motion)

مساوات (11) پر نیوٹن کے دوسرے کلیہ کے اطلاق سے $\frac{md^2x}{dt^2} = -KX$

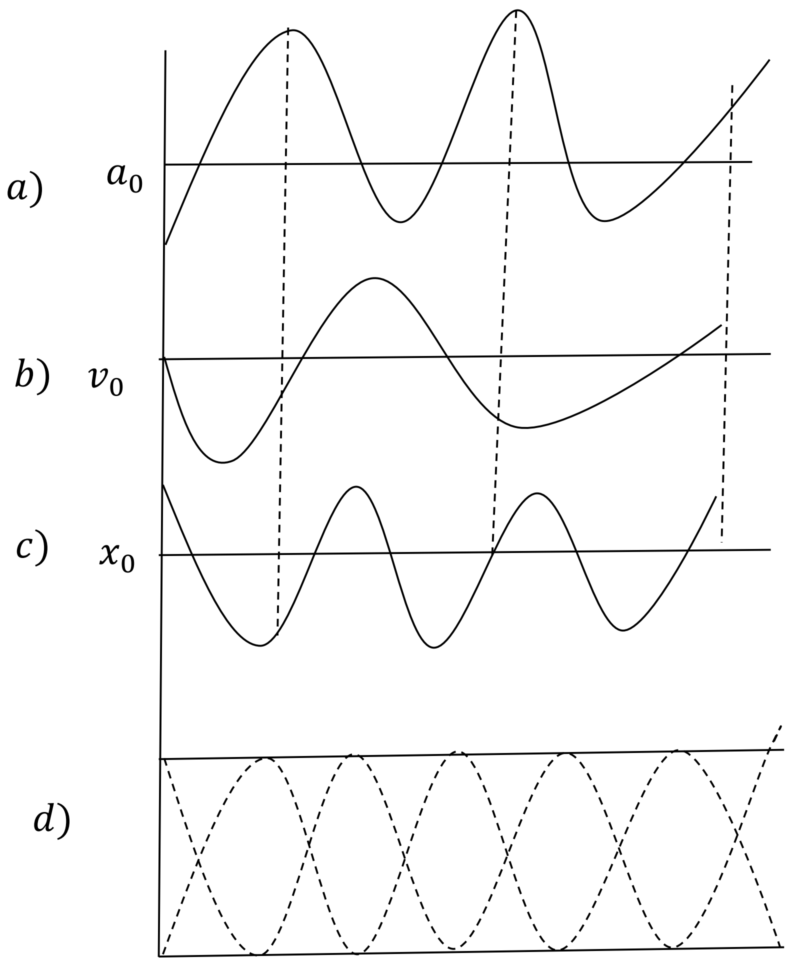
$$\vec{F} = \text{اسراع} \times \text{کمیت} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\therefore \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0 \qquad \text{---------}(13)$$

یہ سادہ موسیقی حرکت کو بتلانے والی تفرقی مساوات ہے۔

اور مقام پر توانائی بالقوں اور توانائی بالحرکت کی قیمتوں کا انحصار ذرے کے مقام پر ہوتا ہے اور ہر مقام پر ان دونوں کا مجموں $\left[\frac{1}{2}KA^2\right]$ کے برابر ہوتا ہے۔ یہاں ایک اہم بات نوٹ کر لینی چاہئے کہ ہر مقام پر مجموعی توانائی حرکت کے حیطہ پر نمائش کے مربع کے تناسب ہے۔

شکل(3.3) میں مذکورہ بالا مقادیر میں وقت کے ساتھ ہونے والی تبدیلیوں کو بتلایا گیا ہے۔



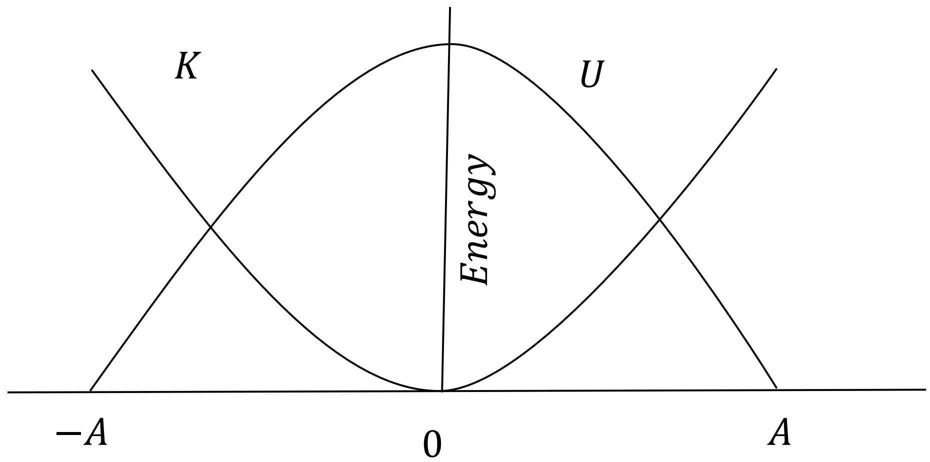
شکل(3.3)

شکل(3.3)وقت کے لحاظ سے ہونے والی تبدیلیاں جو ایک سادہ موسیقی اہتزازیہ کے

(a)۔اسراع،(b)۔رفتار،(c) نقل مکان اور(d) توانائی میں رونما ہوتی ہیں۔

شکستہ لائن سے توانائی بالحرکت K کو اور مسلسل لائن سے توانائی بالقوں 'U' کو ظاہر کیا گیا ہے۔

$$K + U = K_{max} = U_{max} = \frac{1}{2}KA^2$$



شکل(3.4)

شکل(3.4)ایک سادہ موسیقی اہتزازیہ کی توانائیاں

شکستہ لائین سے توانائی بالحرکت $K(x) = \left[\frac{1}{2}mv^2\right]$ اور غیر شکستہ لائن سے توانائی بالقوں $U(x) = \left[\left(\frac{1}{2}\right)Kx^2\right]$ کو تعبیر کیا گیا ہے۔

	غیر پذیر طبیعی مقدار	اعظم ترین نقل مکاں کے مقام پر	مقام توازن پر
1۔	نقل مکاں (x)	اعظم ترین (A)	صفر
2۔	رفتار $(\vec{V})$	صفر	اعظم ترین $(A\omega)$
3۔	اسراع $(\vec{a})$	اعظم ترین A	صفر
4۔	توانائی بالقوں (U)	صفر	صفر

5۔	توانائی بالحرکت (K)	صفر	$\left(\frac{1}{2}\right) KA^2$
6۔	مجموعی میکانی توانائی (E)	$\left(\frac{1}{2}\right) KA^2$	$\left(\frac{1}{2}\right) KA^2$

مساوات (3) میں بشمول طبیعی تن کی تشریح الفاظ ذیل میں کی گئی ہے۔

سادہ موسیقی حرکت ایک ایسی حرکت ہے جس میں ذرے کا اسراع نقطہ توازن سے اس کے فاصلے یعنی نقل مکان کے ساتھ ہمیشہ راست تناسب ہوتا ہے اور اس کی سمت ہمیشہ نقطہ توازن کی جانب ہوتی ہے۔ جیسا کہ پہلے ذکر ہو چکا ہے، سادہ موسیقی حرکت کی یہ میکانی (Mechanical) مثال ہے۔ لیکن یاد رکھنا چاہئے کہ نقل مکان کے مانند اور بھی دیگر طبیعی مقادیر ہیں جن میں وقت کے ساتھ ہونے والی تبدیلیوں مساوات (1) کے مشابہ مساوات سے ظاہر کیا جاتا ہے اور ان مقادیر میں بھی سادہ موسیقی اہتزاز واقع ہوتا ہے۔

3.5 قصری موسیقی اہتزازیہ (Damped Harmonic Oscillator)

ایک موسیقی اہتزازیہ کی حرکت پر غور کیجئے۔

جب رگڑ کی قوتیں عمل کرتیں ہیں تو اہتزازیہ کی حرکت قصری ہو جاتی ہے یعنی اس کے حیطہ ارتعاش میں بتدریج کی ہوتی جاتی ہے۔ رگڑ کی یہ قوت دراصل ہوا کی مزاحمت ہے جس کی مقدار، اہتزازیہ کی رفتار کے تناسب ہے اور سمت رفتار کے مخالف یعنی یہ قوت مساوی ہوتی ہے۔ جہاں ایک مثبت مستقل ہے۔ اس قوت کو قصری قوت کہتے ہیں اور اہتزازیہ پر عمل کرنے والی قوت دراصل اضافہ ان موقوں قوتوں یعنی قصری قوت اور بحالی قوت (Restoring Force) کا حاصل ہو گی۔

یہ حاصل قوت ہو گی۔

$$\text{(Resultant Force)}\ \text{حاصل قوت} = -Kx - bv \qquad \text{---------(a)}$$

$$= -Kx - b\frac{dx}{dt} \quad \left(\because \vec{V} = \frac{dx}{dt}\right)$$

لیکن نیوٹن کے دوسرے کلیہ کی رو سے

حاصل = کمیت x اسراع

$$\text{حاصل قوت} = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \text{--------(b)}$$

مساوات (a) اور (b) سے

لہٰذا
$$-Kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx = 0 \qquad \text{---------(14)}$$

اگر 'b' چھوٹا ہو تو اس دوسرے درجہ کی تفرقی مساوات کا حل ہو گا۔

$$x = A_0 exp\left(\frac{-bt}{2m}\right)\cos(\omega^1 t + \delta) \qquad \text{----------}(15)$$

جہاں

$$\omega^1 = 2\pi f = \sqrt{\frac{K}{m}} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2 \qquad \text{-----------}(16)$$

اب اگر b=0 کردیں یعنی کسی قسم کی قصری قوت عمل پیرانہ ہو تو

$$\omega = \omega^1 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

جو دراصل غیر قصری حرکت کا تعدد ہے اور

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

جو دراصل غیر قصری اہتزازیہ کی حرکت کی مساوات ہے۔

رگڑ کی قوت کی وجہ سے تعداد اور حیطہ ارتعاش دونوں بدل جاتے ہیں۔

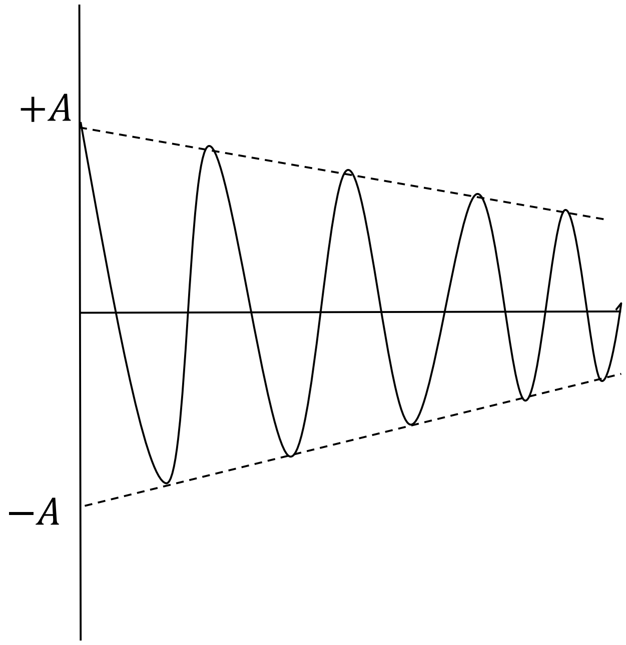
1۔ تعدد میں کمی ہو جاتی ہے چونکہ $\omega^1 < \omega$ یعنی ω^1, ω سے بقدر۔ $\left(\frac{-bt}{2m}\right)$ کم ہے بموجب مساوات (16)۔

2۔ حیطہ ارتعاش میں وقت کے ساتھ کمی ہوتی جاتی ہے۔ مساوات (15) میں اس کو A_0 سے بتلایا گیا ہے۔

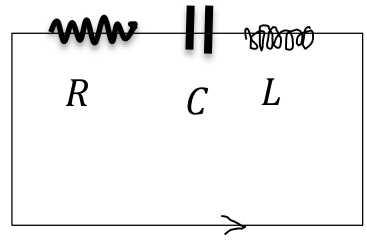
وقت کا وہ وقفہ τ جس میں حیطہ ارتعاش گھٹ کر اپنے ابتدائی حیطہ کا $\left(\frac{1}{e}\right)$ ہو جاتا ہے۔ اہتزازیہ کا اوسط عرصہ حیات (Mean Life Time) کہلاتا ہے۔

اگر رگڑ کی قوت اتنی زیادہ ہو کہ $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 > \frac{K}{m}$ تب جیسا کہ مساوات (16) سے ظاہر ہے کہ "ω^1" جبکہ خالی مقدار بن جاتی ہے۔ ایسی صورت میں حرکت اہتزازی حرکت کی شکل میں باقی نہیں رہتی بلکہ زیادہ قصری (Over Damped) ہو جاتی ہے۔

اگر $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = \frac{K}{m}$ تب حرکت اپنی اہتزازی نوعیت کھو دیتی ہے اس حرکت کو فاصل قصری (Dumped Criticals) حرکت کہتے ہیں۔ قصری حرکت کے دوران قوت رگڑ کی جوہ سے توانائی کا نقصان ہوتا رہتا ہے۔ شکل (3.5) میں قصی موسیقی حرکت کو وقت کے مقابل ہر قسم کیا گیا ہے۔ C.L. برقی دور میں اگر اومک (Ohmic) مزاحمت R کو شامل کر دیا جائے تو 'R' برقی اہتزازیہ میں وہی اثر پیدا کرتا ہے جو رگڑ میکانی اہتزازوں میں کرتی ہے۔



شکل(3.5(a)قصری موسیقی حرکت



شکل((3.5(b)

شکل(3.5)

شکل((3.5(b)میں دکھائے گئے LCR پر مشتمل برقی دور سے گزرنے والے برقی بھرن(Q)میں وقت کے ساتھ ہونے والی تبدیلیوں کوذیل کی تفرقی مساوات سے ظاہر کیا جاتاہے۔

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad \text{--------(17)}$$

یہ مساوات(14)کی مانند ہے دونوں میں ذیل کی مطابقت پائی ہے۔

$$Q \to x\,; m \to L, b \to R \; and \; K \to \frac{1}{C}$$

میکانی اہتزازیہ کی مساوات کے حل کے مانند اس مساوات کا حل ذیل کی طرح ہو سکتاہے۔

$$Q = Q_m exp\left[\frac{-Rt}{2L}\right]\cos(\omega^1 t + \delta) \qquad \text{---------(18)}$$

جہاں

$$\omega^1 = 2\pi f = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \qquad \text{---------(19)}$$

3.6 جبری اہتزاز اور گمک (Forced Oscillations and Resonance)

اب تک ہم نے قصر (Dumping) کی موجودگی یا غیر موجودگی دونوں صورتوں میں طبیعی اہتزازوں پر غور کیا ہے خواہ یہ اہتزاز برقی ہوں یا میکانی۔ اب ہم یہ معلوم کریں گے کہ اگر ایک جسم پر بیرونی اہتزازی قوت عمل کرے تو جسم کی حاصل حرکت کس طرح کی ہوتی ہے۔ اس عمل پر بیرونی قوت کو چلاؤ قوت (Driving Force) کہا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ چلاؤ قوت کا زاوی تعدد ω_e ہے تب چلاؤ قوت کا اظہار $F\cos\omega_e t$ سے ہوتا ہے جہاں $\omega_e = 2\pi f_e$ اب اگر قصری (Damping) اثر بھی موجود ہو تو جسم پر عمل کرنے والی مجموعی قوت بے ضابطہ ہوگا۔ $-Kx - b\frac{dx}{dt} + F_e\cos\omega_e t$ لیکن نیوٹن کے دوسرے کلیہ کے مطابق عمل پیرا قوت $\frac{d^2x}{dt^2}$ ہوگی۔ ان دونون ضابطوں کو ایک دوسرے کے مساوی رکھ کر انعام کی موزوں ترتیب سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx = F_e\cos\omega_e t \text{--------}(20)$$

اس مساوات کا حل ذیل کی طرح حاصل ہو سکتا ہے۔

$$x = F_e\sin(\omega_e t - \delta) \text{ -------}(21)$$

اور

$$G = \sqrt{m^2({\omega_e}^2 - \omega^2) + b^2{\omega_e}^2} \text{ -------}(22)$$

$$\cos\delta = \frac{b\omega_e}{G} \text{ ------}(23)$$

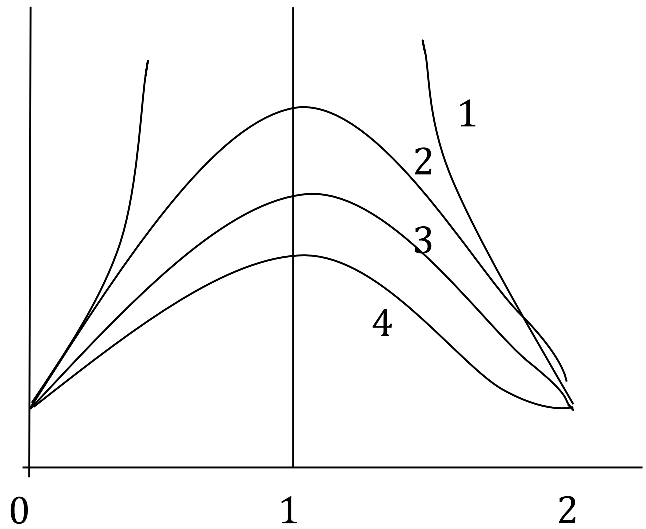
مساوات (B) سے واضح ہوتا ہے کہ جسم کے اہتزاز اس کے طبیعی تعدد ω کے مطابق نہیں ہو رہے ہیں بلکہ جسم پر عمل پیرا چلاؤ قوت کے تعدد ω کے مطابق ہو رہے ہیں۔ اس قسم کے اہتزازوں کو جبری اہتزاز کہتے ہیں۔ موسیقی آلات جیسے واٹیلن، ستار اور دینا میں مرتعش تار سے پیدا ہونے والے آواز کی تکبیر کے لیے تار کو ایک موٹی ڈبے پر جکڑ دیا جاتا ہے۔ یہ موٹی ڈبا، لکڑی کا کھوکھلا خول ہوتا ہے جس کے اندر ہوا ہوتی ہے۔ ارتعاشوں کا تعدد وہی ہوتا ہے جو کہ تار کا ہے جب کہ اب پہلے ہم ایک سادہ صورت پر غور کریں گے جس میں کوئی قصری اثر موجود نہیں ہے یعنی۔ تب ہمیں مساوات (22) سے حاصل ہوتا ہے۔

$$G = m({\omega_e}^2 - \omega^2)$$

اب اگر ω_e اور ω کا فرق بہت زیادہ ہو تو $\frac{Fe}{G}$ کی قیمت چھوٹی ہوگی۔ یعنی اس کا مطلب یہ ہوا کہ مساوات (2) کے مطابق حاصل حرکت کا حیطہ ارتعاش $\left(\frac{Fe}{G}\right)$ چھوٹا ہوگا۔

چلاؤ قوت کا تعدد ω^2 جسم کے طبیعی تعدد "ω" کے جوں جوں قریب ہوتا جاتا ہے اسی مناسبت سے G بھی چھوٹا ہوتے ہوتے صفر تک پہنچ جاتا ہے اور حیطہ ارتعاش لا تناہی ہو جاتا ہے۔

عملی طور پر قصری اثر کا بالکیہ موجود نہ ہونا ناممکن ہے اس کی کچھ نہ کچھ مقدار موجود رہتی ہے۔ایسی صورت میں حیطہ ارتعاش لا تناہی نہیں ہوتا بلکہ بہت بڑا ہو جاتا ہے۔ یعنی چلاؤ قوت کے ایک خاص تعدد پر حرکت کا حیطہ ارتعاش اعظم ترین ہوتا ہے۔ حرکت کی اس کیفیت کو گمک کہتے ہیں۔ چلاؤ قوت کے اس تعدد کو گمکی تعدد کہا جاتا ہے۔



LCR پر مشتمل برقی دور

شکل (3.6)

شکل (3.6) میں "b" کی چار مختلف قیمتوں کے لیے چلاؤ قوت کے تعدد (x- محور پر) اور حاصل حرکت کے حیطہ ارتعاش (y- محور پر) کے مابین تعلق بتلانے والی ترسمیوں کو دکھایا گیا ہے۔ منحنی (1) کے لیے b=0 ہے یعنی قصری قوت موجود نہیں ہے۔ منحنیوں 2 ,3 اور 4 کے لئے 'b' کی قیمت میں بتدریج اضافہ ہو رہا ہے۔ منحنی (4) کے لئے 'b' اعظم ترین ہے۔ قصری اثر کی عدم موجودگی کی صورت میں نظام کے اپنے طبیعی تعدد کو انتصابی خط سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ترسمیوں سے یہ واضح ہوتا ہے کہ جوں جوں "b" میں کمی ہوتی جاتی ہے۔ گمکی چوٹی جس پر حیطہ ارتعاش اعظم ہو جاتا ہے، انتصابی خط کے قریب پہونچتی جاتی ہے۔مزید یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ۔

(i)۔ عام طور پر گمکی تعدد غیر قصری طبیعی تعدد سے مختلف ہوتا ہے۔

(ii)۔ قصری اثر اگر کم ہو تو، حاصل تعدد غیر قصری طبیعی تعدد کے قریب ہوتا ہے۔

اکثر صورتوں میں عملی طور پر قصری عمل کو اتنا کم کر دیا جاتا ہے کہ غیر قصری طبیعی تعدد، گمکی تعدد کے عین برابر تصور کر لیا جاتا ہے۔

برقی دور میں بھی جبری اہتزاز اور گمک کا وجود ملتا ہے۔ شکل(4) میں ایک LCR دور دکھایا گیا ہے۔ اگر اس سرکٹ میں ایک جیبی(Sinusoidally)طور پر متغیر قوت محرکہ برق موجود ہو جو حسب ذیل ہے۔

تو اس دور کے لیے تفرقی مساوات ہو گی $E = E_m \cos \omega_e t$

$$L\frac{d^2x}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = E_m \cos(\omega_e t - \varphi) \qquad \text{---------(24)}$$

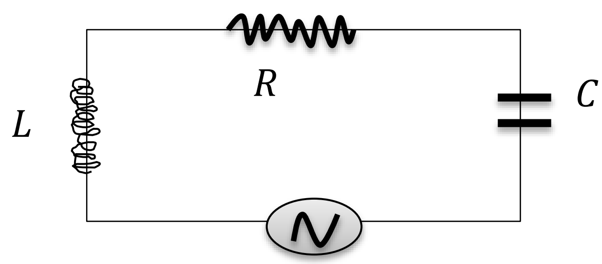
یہ مساوات(7) کے مانند ہی ہے۔اور مساواتوں(8) (9)اور(10) مطابقت کی بناء پر ہم لکھ سکتے ہیں کہ ۔

$$Q = \frac{E_m}{G}\sin(\omega_e t - \varphi) \qquad \text{----------(25)}$$

جہاں

$$G = \sqrt{\left(\omega^2 L - \frac{1}{C}\right)^2 + R^2{\omega_e}^2} \qquad \text{----------(26)}$$

$$and \;\; \cos\emptyset = \frac{R.we}{G} \qquad \text{----------(27)}$$



شکل(3.7)

3.7 حل شدہ مثالیں (Solved Problems)

حل شدہ مثال1

ایک جسم سادہ موسیقی ارتعاش کر دیا ہے۔اس کا حیطہ ارتعاش 0.15m ہے اور تعدد 4HZ ہے۔(a)اس کی رفتار اور اسراع کی اعظم ترین قیمتیں معلوم کرو۔(b)۔0.05m نقل مکان کے لیے اس کی رفتار اور اسراع کو معلوم کیجئے۔(c) مقام توازن سے 0.12اور ایک نقطے تک نقل مکان کے لیے کتنا وقت درکار ہو گا۔

حل:

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

موجودہ صورت میں

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 4 = 8\pi\ Rad\ /\ Sec \quad \text{اور} \quad A = 0.15m$$

$$x = 0.15\cos(8\pi t + \delta)$$

(a

$$a)\ V_{max} = A\omega = 3.77\ {}^{m}/_{sec}$$

$$a_{max} = A\omega^2 = 0.15(8\pi)^2 = 94.5\ {}^{m}/_{sec^2}$$

b) نقل مکان

$$b) x = 0.09m$$

$$0.09 = 0.15\cos(\omega t + \delta)$$

$$\cos(\omega t + \delta) = 0.6$$

$$\sin(\omega t + \delta) = 0.8$$

رفتار کی مقدار

$$V = \omega A\sin(\omega t + \delta)$$

$$= 3.77 \times 0.8 = 3.01\ {}^{m}/_{sec}$$

اسراع کی مقدار

$$a = \omega^2 A\cos(\omega t + \delta)$$

$$= 94.7 \times 0.6 = 56.80\ {}^{m}/_{sec^2}$$

(c) فرض کرو کہ وقت t_1 پر جسم اپنے مقام توازن $(X = 0)$ پر ہے جب جسم اپنے مقام توازن سے $0.1m$ دور ہوتا ہے تو وقت t_2 ہے۔

$$\cos(8\pi t_1 + \delta) = 0\ \therefore (8\pi t_1 + \delta) = 90^0 = 0.5\pi$$

$$\cos(8\pi t_2 + \delta) = \frac{0.12}{0.15} = 0.8;\ (8\pi t_2 + \delta) = 36 = 0.2\pi$$

$$t_2 - t_1 = \frac{0.3}{8} = 0.038$$

اس لیے مقام توازن سے 0.12m نقل مکان کے لیے درکار وقت 0.036 سکنڈ ہے۔

حل شدہ مثال 2

ایک سادہ موسیقی حرکت میں اگر نقل مکان، حیطہ کا نصف ہو تو ثابت کرو کہ اس کی توانائی بالقوں $\frac{1}{4}E$ اور توانائی بالحرکت $\frac{3}{4}E$ جہاں (E) اس کی مجموعی توانائی ہے۔ اگر اس کی توانائی کی نصف توانائی بالقوں اور نصف توانائی بالحرکت ہو تو نقل مکان کتنا ہوگا۔

فروض کرو کہ:

حل:

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$ نقل مکان

اور $$V = -A\omega\sin(\omega t + \delta)$$ رفتار

$$\frac{A}{2} = A\cos(\omega t + \delta)$$

$$\therefore \cos(\omega t + \delta) = {}^{1}/_{2}$$

$$\sin(\omega t + \delta) = {}^{\sqrt{3}}/_{2}$$

$$V = \frac{\omega A\sqrt{3}}{2}$$ رفتار

توانائی بالقوں $$= \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}K\left({}^{A}/_{2}\right)^2 = \frac{KA^2}{8}$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{KA^2}{2}\right) = \frac{1}{4}E$$

کیونکہ $$E = \frac{KA^2}{2}$$

توانائی بالحرکت $$K = \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2x\,{}^{3}/_{4}$$

$$= \frac{3}{8}KA^2(\because \omega^2 = {}^{K}/_{m})$$

$$= \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}K^2A\right) = {}^{3}/_{4}\,E$$

فرض کرو کہ نقل مکان X پر اس کی توانائی نصف توانائی بالقوں ہے اور نصف توانائی بالحرکت تب

توانائی بالقوں $$\mu = \frac{1}{2}Kx^2$$

$$\frac{E}{2} = \frac{1}{2}\,\frac{KA^2}{2}$$

$$\therefore X = {}^{A}/_{\sqrt{2}}$$

حل شدہ مثال 3

ایک اہتزاز پیما میں دور باہمی علی القوائم برقی میدان کے زیر اثر الکٹرانس میں کسی وقت ''t'' پر ہونے والا اتراف بموجب مساوات ذیل میں واقع ہوتا ہے۔

$$x = A\cos\omega t$$
$$y = B\cos(\omega t + \delta)$$

الکٹرانس کے طریقوں کی مساوات دریافت کرو۔اور $(a)\ \delta = 0^0\ (b)\delta = 30^0$اور $\delta = 90^0$پر ان کے راستوں کو بیان کرو۔

حل: $$\cos\omega t = \frac{x}{A};\ \sin\omega t = \sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}}$$

$$\frac{Y}{A} = \cos(\omega t+\delta) = \cos\omega t\cos\delta - \sin\omega t\sin\delta$$

$$= \frac{x}{A}\cos\delta - \sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}}\sin\delta$$

$$\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}}\sin\delta = \frac{x}{A}\cos\delta - {}^{V}/_{A}$$

طرفین کے مربع لے کر مقادیر کو ترتیب دینے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$x^2+y^2-xy\cos\delta = A^2\sin\delta$$

$$\delta = 0;\ \cos\delta = 1;\ \sin\delta = 0$$

$$(x^2+y^2-2xy) = 0$$

$$(x-y)^2 = 0 \Rightarrow\therefore x = y$$

یہ ایک خط مستقیم ہے جو محور 'x' اور y کے درمیانی زاویہ کا ناصف ہے۔

(b)

$$\delta = 30^0;\ \cos\delta = {}^{\sqrt{3}}/_{2};\sin\delta = {}^{1}/_{2}$$

$$x^2+y^2 = 2xy\,{}^{\sqrt{3}}/_{2} = \frac{A^2}{4}$$

$$4x^2+4y^2-4\sqrt{3}xy = A^2$$

یہ ایک ناقص ہے۔

(c)

$$\delta = 90^0;\ \cos\delta = 0;\sin\delta = 1$$

$$x^2+y^2 = A^2$$

یہ ایک دائرہ ہے جس کا نصف قطر ہے۔

حل شدہ مثال4

ایک اسپر نگ کا قوتی مستقل2.5N/mہے اس کے نچلے سرے سے0.025kgکمیت کا ایک جسم لٹکایا گیا ہے۔ویں کی قصری قوتی مستقلوں(Damping Force Constant)کے لیے وہ کسی قسم کی حرکتیں کرے گا۔

$(1) 1 Nsec^2 / metre$ $(2) 0.5 NSec / meter$ $(3) 0.2\ N \sec / metre$

اگر حرکت اہتزازی ہو تو تعدد اہتزاز معلوم کیجئے۔

حل:

$2.5\ {}^{N}/_{m}$ قوتی مستقل

$0.025 KG =$ کمیت

قصری قوتی مستقل 'b' ہے۔

$$b = 1\ N - Sec\ per\ metre$$

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 400 sec^{-2}\ \ \frac{K}{m} = 100 sec^{-2}$$

$$\therefore \frac{b}{2m} > \frac{K}{m}$$

اس لیے حرکت بہت زیادہ قصری (Over damped) ہے

$$ii)\ b = 0.5 N - \sec / metre$$

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 100 sec^{-2}. \frac{K}{m} = 100 sec^{-2}$$

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = \frac{K}{m}$$

لہٰذا حرکت فاصل قصری (Critically damped) ہے۔

$$b = 0.2\ N - \sec / metre$$

$$\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 16 sec^{-2}\ \ \frac{K}{m} = 100 sec^{-2}$$

$$\therefore \left(\frac{b}{m}\right)^2 < \left(\frac{K}{m}\right)$$

لہٰذا حرکت اہتزازی ہے اور زاوی تعدد و اہتزاز $'\omega'$ ہو گا۔

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{K}{m}\right) sec^{-2} - \left(\frac{K}{2m}\right)^2 sec^{-2}}$$

$$= \sqrt{(100 - 16) sec^{-2}} = \sqrt{84 sec^{-2}} = 9.17 sec^{-1}$$

حل شدہ مثال 5

اوپر کے سوال کی تیسری صورت میں اگر اسپرنگ پر 0.125N کی ایک دوری (Periodic) قوت $'F_e'$ عائد کی جائے جس کا تعدد (ω_e) 8 ریڈیانس فی سکنڈ ہو تو کسی وقت 't' پر مقام توازن سے اس کا نقل مکان معلوم کیجئے۔

حل: $F_e = 0.125 N, \omega_e = 8\ {}^{rad}/_{sec}, b = 0.2 Nsec / metre$

$$G = \sqrt{(m{\omega_e}^2 - K)^2 + b^2{\omega_e}^2}$$
$$\cos\delta = \frac{b\omega_e}{G} = 0.87, \delta = 0.512\ Radians$$
$$x = \frac{F_e}{G}\sin(\omega t - \delta)$$
$$= 0.061\sin(8t - 0.512)$$

3.8 اکتسابی نتائج (Learning out comes)

- ایک سادہ موسیقی اہتزازیہ کی توانائی بالقوں کے تفاعل کی شکل $\left(U = \frac{1}{2}Kx^2\right)$ ہے جہاں K ایک مستقل ہے اور x نقل مکان اور اس مساوات کا حل ہے $A,\ \ x = A\cos(\omega t + \delta)$ سے مراد حیطہ ارتعاش ہے اور ω سے زاوئی رفتار δ سے حرکت کی ہیت کی تعبیر ہوتی ہے۔
- اعظم ترین نقل مکان پر توانائی بالحرکت صفر اور توانائی بالقوں اعظم ترین ہوتی ہے۔ مقام توازن پر توانائی بالقوں صفر اور توانائی بالحرکت اعظم ترین ہوتی ہے۔
- جب دو باہمی علی القوائم سادہ موسیقی حرکتوں کو جوڑ دیا جاتا ہے تو حاصل حرکت کی شکل ایک منحنی کی جیسی ہوتی ہے جس کی مشابہت کا انحصار سادہ موسیقی حرکتوں کے بعد حیطہ ارتعاش اوران کے مابین واقع انصراف ہیت پر ہوتا ہے۔
- قصری قوت کی وجہ سے ایک سادہ موسیقی رقاص کے حیطہ ارتعاش اور تعدد میں تبدیلیاں واقع ہوتی ہیں۔ اگر کسی جسم پر ایک بیرونی اہتزازی قوت عائد کی جائے تو جسم اس چلاؤ قوت کے تعد کے ساتھ اہتزاز کرتا ہے۔ جیسے جیسے چلاؤ قوت کا تعدد جسم کے طبیعی تعدد کے قریب ہوتا جاتا ہے۔ گمک واقع ہوتی ہے۔ گمک کی حالت میں حیطہ ارتعاش بہت بڑا ہو جاتا ہے۔

3.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- موسیقی حرکت: ہر حرکت جو خود کو مسلسل دہراتی ہے موسیقی حرکت کہلاتی ہے۔
- ہرمونکس(Harmonics): ‘n’ کی ایک سے اونچی قیمتوں کے تعددوں کو سرتیاں(Harmonics) ہے۔
- وقت دوران: ایک اہتزاز کو مکمل کرنے کیلئے درکار وقت دوران(T) کہا جاتا ہے۔

3.10 نمونہ امتحانی سوالات (Sample Questions for Examination)

3.10.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer type Questions)

1. ہرٹز(Hertz) تعدد کی اکائی ہے۔

2. وہ وقفہ جس کے دوران حیطہ ارتعاش گھٹ کر اپنے ابتدائی حیطہ ارتعاش کا $\frac{1}{e}$ ہو جاتا ہے۔

3. قصری رقاص کو بیان کیجئے۔

4. سادہ موسیقی حرکت کی تفرقی مساوات۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہے۔

5. سادہ موسیقی حرکت کو بیان کیجئے۔

6. گمک کو بیان کیجئے۔

7. موسیقی حرکت کو بیان کیجئے۔

3.10.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer type Questions)

1. موسیقی حرکت اور سادہ موسیقی حرکت میں تمیز کیجئے۔

2. مساوات $x = A\cos(\omega t + \delta)$ میں ω, A، اور δ کی طبیعت کے اہمیت کو سمجھائے۔

3. قصری موسیقی اہتزازوں کی صورت میں بہت زیادہ قصری(Over damped) اور فاصل قصری(Vertically dumped)اہتزازوں میں تمیز کیجئے۔

4. گمکی تعدد سے کیا مراد ہے؟ کیا یہ غیر قصری طبعی تعدد کے بالکل برابر ہوتا ہے؟اور اگر نہیں تو کیا وہ غیر قصری طبعی تعدد کے قریب تر ہوتا ہے۔

3.10.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer type Questions)

1. سادہ موسیقی حرکت کی تفرقی مساوات کو وضع کیجئے اور اس کا حل حاصل کیجئے۔

2. ایک قصری رقاص کے لیے اس شرط کو اخذ کیجئے۔ جس پر حاصل حرکت اہتزازی ہو جائے۔ حیطہ ارتعاش اور تعدد پر کیا اثر ہوتا ہے۔

3.10.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Questions)

1. ایک ذرہ جس کی کمیت 15gm ہے۔ محور-x پر سادہ موسیقی حرکت کر رہا ہے۔ اس کا حیطہ ارتعاش 5Hz ہے اور ایک وقت ‘t’ کا پر اپنے مقام توازن ہے 10cm فاصلے پر ہو تو ذرے کے مقام کی مساوات لکھئے جب کہ 0.05 حرکت کے ایک سائکل کو ختم کرنے لئے دو سیکنڈ لیتا ہے۔

2. ایک گھر کے چرخ توازن(Balance Wheel)کا زوائی تعدد π ریڈنس اور وقت دوران 0.5sec ہے۔(a)۔ اعظم زاوی رفتار،(b)۔ زاوائی رفتار جب کہ نقل مکان حیطہ ارتعاش کا نص ہو(c)۔ 45^0 کے نقل مکان پر اس کا زاوی اسراع دریافت کیجئے۔

(جواب:(a)۔40ریڈیانس فی ثانیہ(b)۔34ریڈیانس فی ثانیہ(c)۔120ریڈیانس فی ثانیہ)

3.11 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Aziz, W A, and Mashood Ahmad. Millenium Science Dictionary, Physics - Chemistry & Mathematics, English - English - Urdu. Mumbai: Saifee Book Agency, 2003.
2. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
3. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
4. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.

اکائی4۔ فوریئر تھیورم

(Fourier's Theorem)

اکائی کے اجزا

4.0 تمہید (Introduction)

فوریئر (Fourier) کے تحقیقاتی کام 1828ء کی بنیاد پر یہ سمجھا جاتا رہا ہے کہ کسی بھی اجتماعی دوری (Complex periodic) کے عمل کو مظاہرہ کیا۔ کیونکہ یہ مسئلہ بہت فیصلہ کن تھا۔ اس مسئلہ کے مطابق سنگل کی قدر محدود (finite)، مسلسل دوری تفاعل (Continuous periodic function) کو سادہ موسیقی ارکان کے لا محدود نمبر کے جمع (Summation) کی فریکوینسی اور فنکشن کے فریکوئنسی کثیر (Multiple frequency) کے برابر ہوتا ہے۔

4.1 مقاصد (Objectives)

یہ اکائی فوریئر تھیورم کے مظاہرے پر بحث کرتی ہے۔ آپ کو اس مظہر کو سمجھنے میں مدد دینے کے لیے یہ اکائی میں ہم

- A_0 کی تعین قدر A_r کی تعین قدر B_r کی تعین قدر کے مساوات یں کو حاصل کریں گے۔
- فوریئر کے ذریعہ ساٹوتھ موجی کی تجزیہ کے مساوات یں کو حاصل کریں گے۔

4.2 فوریئر تھیورم (Fourier's Theorem)

فوریئر (Fourier) کے تحقیقاتی کام 1828ء کی بنیاد پر یہ سمجھا جاتا رہا ہے کہ کسی بھی اجتماعی دوری (Complex periodic) کے عمل کو مظاہرہ کیا۔ کیونکہ یہ مسئلہ بہت فیصلہ کن تھا۔ اس مسئلہ کے مطابق سنگل کی قدر محدود (finite)، مسلسل دوری تفاعل (Continuous periodic function) کو سادہ موسیقی ارکان کے لا محدود نمبر کے جمع (Summation) کی فریکوینسی اور فنکشن کے فریکوئنسی کثیر (Multiple frequency) کے برابر ہوتا ہے۔

$$Y = f(\omega t) = A_n + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + - - - + A_r \cos r\omega t + - - - -$$

$$B_1 \sin \omega t + B_2 . \sin 2\omega t + - - - - + B_r \sin r\omega t \qquad \text{----------}(1)$$

$$= A_0 \sum_{r=1}^{\infty} (A_r \cos r\omega t + B_r \sin r\omega t)$$

جہاں $y = f(t)$, ω زاویائی فریکوئنسی اجتماعی دوری حرکت (Complex periodic motion) کے نقل مکان $A_1 A_2 - - - A_m, B_1, B_2 B_n$ مستقل ہیں اور A_0 ایک مستقل ہے (محور وقت سے خطی حرکت کی نقل مکان تک)

A_0 کی تعین قدر (Evaluation of A_0):

مساوات (1) کو dt سے ضرب کریں اور لہٰذا کسی واحد جوہر (Integration) کا وقت t=0 سے لے کر t=T تک کوئی بھی قیمت رکھتا ہے۔ لہٰذا $\int_0^T f(\omega t)dt$ کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$\int_0^T f(\omega t)dt = A_0 \int_0^T dt + -- + A_r \int_0^T \cos r\, r\omega dt + --- +$$
$$B_1 \int_0^T \sin \omega t dt + ------ + B_r \int_0^T \sin r\omega t dt + ----$$
$$\int_0^T f(\omega t)dt = A_0 T$$

باقی تمام واحد جوہر صفر ہوتے ہیں۔

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt$$

A_r کی تعین قدر (Evaluation of A_r):

مساوات (1) کو $\cos r\omega t dt$ سے ضرب (Multiplication) کریں اور کسی واحد جوہر کا وقت t=0 سے لے کر t=T تک کوئی بھی قیمت رکھتا ہے۔ لہٰذا مساوات (1) کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$\int_0^T f(\omega t) \cos r\, \omega t dt = A_0 \int_0^T \cos r\omega t dt +$$
$$A_1 \int_0^T \quad \cos \omega t \cos r\omega t dt + --- + A_r \int_0^T \cos^2 r\omega t dt + --- +$$
$$B_1 \int_0^T \sin \omega t \cos r\omega t dt + --- + B_r \int_0^T \sin r\omega t \cos r\omega t dt$$
$$\int_0^T f(\omega t) \cos r\omega t dt = A_r \int_0^T \cos^2 r\omega t dt$$

باقی تمام واحد جوہر صفر ہوتے ہیں۔

$$= A_r \int_0^T \left[\frac{1+\cos 2r\omega t}{2}\right] dt$$
$$= \frac{A_r}{2}\left[t + \frac{\sin 2r\omega t}{2r\omega}\right]_0^T$$

جہاں $\left[\because \omega = \frac{2\pi}{T} and \sin 2\pi r = 0\right]$

$$\int_0^T f(\omega t) \cos r\omega t dt$$
$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t) \cos r\omega t dt$$

B_r کی تعین قدر (Evaluation of B_r):

مساوات (1) کو $\sin r\omega t dt$ سے ضرب کیا جائے اور واحد جوہر (Integrating) کا وقت t=0 سے لے کر t=T تک کوئی بھی قیمت رکھتا ہے۔ لہٰذا y مساوات (1) کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$\int_0^T . f(\omega t). \sin r\omega t dt = A_0 \int_0^T \sin r\omega t dt + ---+$$
$$A_r \int_0^T \sin r\omega t \cos r\omega t dt + --- + B_r \int_0^T \sin^2 r\omega t dt$$
$$\int_0^T f(\omega t) \sin r\omega t dt = B_r \int_0^T \sin^2 r\omega t dt$$

باقی تمام واحد جو ہر صفر ہوتے ہیں۔

$$= B_r \int_0^T \left[\frac{1-\cos 2r\omega t}{2}\right] dt$$
$$= \frac{B_r}{2}\left[t - \frac{\sin 2r\omega t}{2r\omega}\right]_0^T$$
$$\int_0^T f(\omega t) \sin r\omega t dt = \frac{B_r T}{2}$$
$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t) \sin r\omega t dt$$

مساوات(1) میں B_r, A_r, A_0 کی ضریب(Coefficients) کی قیمت کو دائیں طرف متبادل(substitute) کریں موجی کی شکل کو تجزیہ(Analysis) کیا جاسکتا ہے۔

فوئیر تھیورم کے حدود(Limitation of Fourier's Theorem):

(i)۔ تفاعل(function) محدود متعین(finite) ہونا چاہئے: اس کا مطلب یہ ہے کہ نقل مکان ہمیشہ محدود قدر ہونی چاہئے۔ لہٰذا کسی بھی وقت لا محدود(Infinite) نہیں ہونا چاہئے۔

(ii)۔ تفاعل واحد قدر(Single valued) ہونا چاہئے۔ دئے گئے لحہ وقت(Instant time) t کے ساتھ نقل مکان ہمیشہ ایک ہی قیمت ہونی چاہئے۔

(iii)۔ تفاعل مسلسل(Continuous) ہونی چاہئے۔ دوری وقت(time interval) کے درمیان تفاعل محدود نمبر(finite number) ہونی چاہئے۔

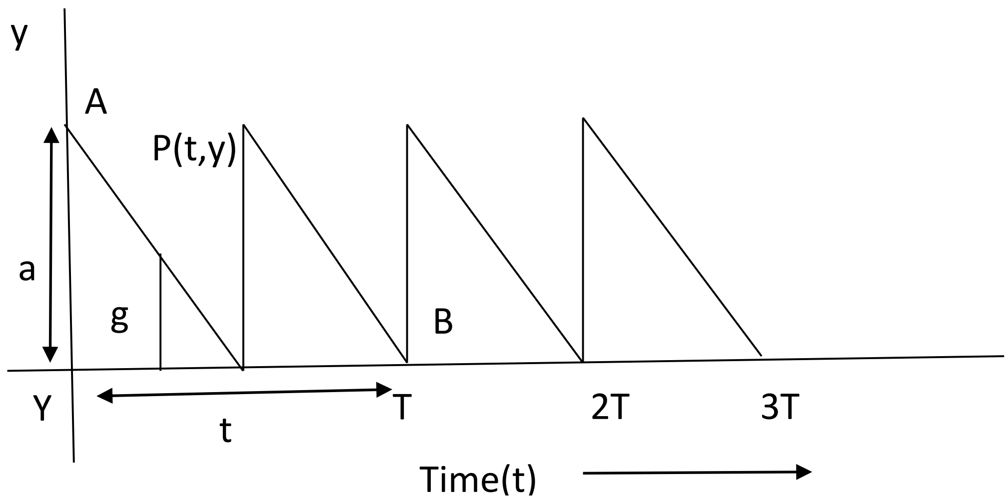
تفاعل $f(\omega t)$ کے فوئیر سلسلہ کے حدود $-\pi$ سے $+\pi$ تک کسی بھی قیمت رکھتا ہے۔ لہٰذا a_0, a_r, b_r کی قیمتیں۔

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) dt$$
$$a_r = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \cos r\omega t dt$$
اور
$$b_r = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \sin r\omega t dt$$

4.3 فورئیر کے ذریعہ ساٹوٹھ موجی کی تجزیہ

(Fourier Analysis of a Saw-Tooth wave form)

ساٹوتھ موجی جیسا کہ شکل(4.1) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل(4.1)

اس موجی کی خطی تعلق $y = a$ پر $t = 0$ اور $y = a$ پر $t = T$

منحنی(Curve) پر ایک نقطہ P پر مختص (co-ordinates) (t, y) ہوتے ہے۔ شکل() میں AoB اور PtB یکساں مثلثی ہے۔

$$y = \frac{a(T-t)}{T} = a\left(1-\frac{t}{T}\right) = f(t) \qquad \text{یا} \qquad \frac{a}{y} = \frac{T}{(T-t)}$$

اس کیس میں ساٹوتھ موجی کی شکل لحاتی t پر نقل مکان y ہمیں اس طرح حاصل ہوتا ہے۔

$$0 < t < T \qquad a\left(1-\frac{t}{T}\right) = f(t) = y \text{--------}$$

فوئیر سلسلہ کے مطابق

$$y = f(t) = A_0 + A_1 \cos\omega t + - - - + A_r \cos r\omega t + - - - + B_1 \sin\omega t + - - - + B_r \sin r\omega t + - - -$$

جہاں

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$

اور $$\mathrm{A_r} = \frac{2}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{f(t)\cos r\omega t dt}$$

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin r\omega t dt$$

A_r, A_0اورB_rضریب کی قیمتوں کو معلوم کریں گیں۔تب ان کی قیمتیں

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T a\left(1-\frac{t}{T}\right)dt$$

$$= \frac{a}{T}\left[t-\frac{t^2}{2t}\right]_0^T = \frac{a}{T}\left[T-\frac{T^2}{2T}\right]$$

$$= \frac{a}{T}.\frac{T}{2}$$

$$A_r = \frac{a}{2}$$

یعنی منحنی محور سے وقت محور تک درمیانی نقل مکان $a/2$ ہوتا ہے۔

A_rکی تعین قدر:

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos r\omega t dt = \frac{2}{T}\int_0^T a\left(1-\frac{t}{T}\right)\cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{T}\int_0^T \cos r\omega t dt - \frac{2a}{T^2}\int_0^T t\cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{T}\left[\frac{\sin r\omega t}{r\omega}\right]_0^T - \frac{2a}{T^2}\left[\left\{t\frac{\sin r\omega t}{r\omega}\right\}_0^T - \int_0^T \frac{\sin r\omega t}{r\omega}dt\right]$$

$$A_r = 0 - \frac{2a}{T^2}\left[t\frac{\sin(2\pi rt/T)}{(2\pi r/T)} + \frac{\cos(2\pi rt/T)}{(2\pi r/T)^2}\right]_0^T$$

جہاں $\omega = 2\pi/T, [\sin r\omega t]_0^T = 0$

$$A_r = \frac{-2a}{T^2}\left[T\frac{\sin 2\pi r}{2\pi r/T} - 0 + \frac{\cos 2\pi r}{(2\pi r/T)^2} - \frac{\cos 0}{(2\pi r/T)^2}\right]$$

$$A_r = \frac{-2a}{T^2}\left[\frac{1}{(2\pi r/T)^2} - \frac{1}{(2\pi r/T)^2}\right]$$

$\therefore \sin 2\pi r = 0$ اور $\cos 2\pi r = 1$

$$A_r = 0$$

$\therefore$ فوریئر سلسلہ کے تمام $cosine$ ارکان صفر حیطہ (Zero amplitude) ہوتے ہیں۔

B_rکی تعین قدر:

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T a\left(1-\frac{t}{T}\right)\sin r\omega t dt$$

$$B_r = \frac{2a}{T}\int_0^T \sin\left(\frac{2\pi rt}{T}\right)dt - \frac{2a}{T^2}\int_0^T t\sin\left(\frac{2\pi rt}{T}\right)dt$$

$$= \frac{-2a}{T^2}\int_0^T t\sin\left(\frac{2\pi rt}{T}\right)dt \qquad \because \int_0^T \sin\left(\frac{2\pi rt}{T}\right)dt = 0$$

واحد جوہر کیا جائے۔

$$= \frac{-2a}{T^2}\left[\left\{t - \frac{\cos(2\pi rt/_T)}{2\pi r/_T}\right\}_0^T - \int_0^T \frac{-\cos(2\pi rt/_T)}{2\pi r/_T}dt\right]$$

$$= \frac{2a}{T^2}\left[t\frac{\cos 2\pi rt/T}{2\pi r/T} - \frac{\sin 2\pi rt/T}{\left(2\pi r/_T\right)^2}\right]_0^T$$

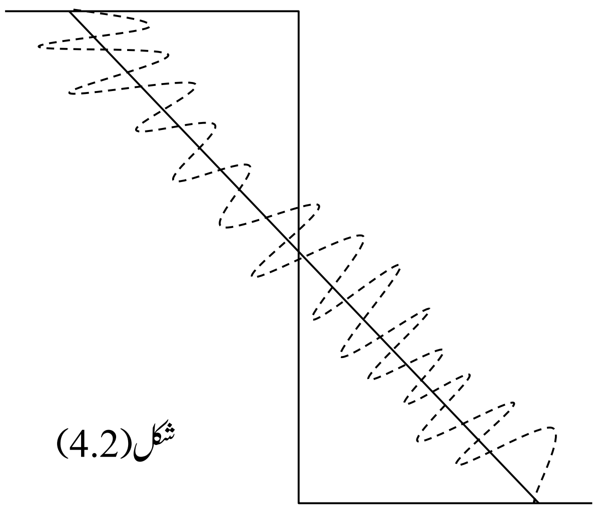
$$= \frac{2a}{T^2}\left[T\frac{\cos 2\pi r}{2\pi r/T} - 0 - \frac{\sin 2\pi r}{(2\pi r/T)^2} + \frac{\sin 0}{(2\pi r/T)^2}\right]$$

$$= \frac{2a}{T^2}\left[T\frac{1}{(2\pi r/_T)}\right] \qquad [\because \cos 2\pi r = 1 \text{ اور } \sin 2\pi r = 0]$$

$$B_r = \frac{a}{r\pi}$$

اور $B_3 = {}^{a}/_{3\pi}, B_2 = {}^{a}/_{2\pi}, B = {}^{a}/_{\pi}$

مکمل ارتعاش کو اس طرح ہمیں حاصل ہوتا ہے۔



شکل(4.2)

$$y = f(t) = \frac{a}{2} + \frac{a}{\pi}\sin\omega t + \frac{a}{2\pi}\sin 2\omega t + \frac{a}{3\pi}\sin 3\omega t + - - -$$

$$Y = \frac{a}{2} + \frac{a}{\pi}\left[\sin\omega t + \frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + - - -\right]$$

اس مساوات کے ذریعہ

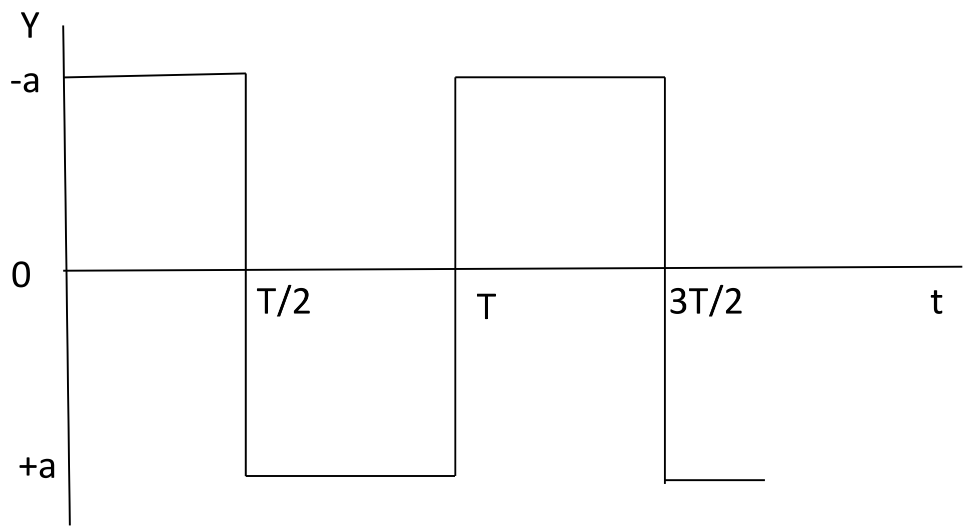
تعدد (فریکوئنسی) کی نسبت $\quad 1:2:3: - - -$

حیطہ (Amplitude) کی نسبت $\quad 1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}: ---$

اس سلسلہ میں 10 متواتر ارکان (Successive terms) کو جیسا کہ شکل (4.2) میں دکھایا گیا ہے۔

4.4 فوریئر کے ذریعہ مربع موجی کی تجزیہ (Fourier Analysis of Square wave form)

مربع موجی کی تجزیہ کے لئے جیسا کہ شکل (4.3) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (4.3)

اگر y محور پر نقل مکان (y) اور x محور پر وقت (t) عائد کیا جائے تفاعلی کی مستقل قیمت 'a' کو $t=0$ سے $t={}^{T}/_{2}$ کے درمیان اور $'-a'$ کو $t=\frac{T}{2}$ سے $t=T$ کے درمیان قیمت رکھتا ہے۔ تب تفاعل کو اس طرح ظاہر کیا جائے۔

$t=0$ سے $t-{}^{T}/_{2}$ ، $y=f(\omega t)=a$

اور $t={}^{T}/_{2}$ سے $t=T$ ، $y=f(\omega t)=-a$

A_r, B_r, A_0 کی قیمتوں کو معلوم کیا جائے۔

A_0 کی تعین قدر:

$$A_0=\frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt$$

$$A_0=\frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt=\frac{1}{T}\int_0^{T/2} f(\omega t)dt+\frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} f(\omega t)dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^{T/2} a dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}(-a)dt = \frac{a}{T}[t]_0^{T/2} - \frac{a}{T}[t]_{T/2}^{T}$$

$$A_0 = 0$$

∴اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کی ارتعاش کا محور اور وقت کا محور دونوں منطبق(Coincident)ہوتے ہیں۔

A_r کی تعین قدر:

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt$$

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\cos r\omega t dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}(-a)\cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{T}\left[\frac{\sin 2\pi rt}{T}\right]_0^{T/2}\frac{T}{2\pi r} - \frac{2a}{T}\left[\sin\frac{2\pi rt}{T}\right]_{T/2}^{T}\frac{T}{2\pi r}$$

$$\left(\because \omega = \frac{2\pi}{T}\right)$$

$$A_r = \frac{a}{r\pi}[\sin r\pi - 0] - \frac{a}{r\pi}[\sin 2\pi r - \sin r\pi]$$

$$= \frac{a}{r\pi}[\sin 2\pi r - \sin r\pi] = 0$$

$$A_r = 0$$

B_r کی تعین قدر:

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\sin r\omega t dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}(-a)\sin r\omega t dt$$

$$= \frac{2a}{rt}\left[-\cos\frac{2\pi rt}{T}\right]_0^{T/2}.\frac{T}{2\pi r} - \frac{2a}{T}\left[-\cos\frac{2\pi rt}{T}\right]_{T/2}^{T}.\frac{T}{2\pi r}$$

$$= \frac{1}{r\pi}[-\cos r\pi + 1] - \frac{a}{r\pi}[-\cos 2\pi r + \cos r\pi]$$

$$= \frac{a}{r\pi}[-\cos r\pi + 1 + 1 - \cos r\pi]$$

$$= \frac{a}{r\pi}[2 - 2\cos r\pi]$$

$$B_r = \frac{2a}{r\pi}[1 - \cos r\pi]$$

CaseI: ‘r’ جفت(even)ہو $r = 2,4,6 - - - -$

تب $\cos r\pi = -1$

$$B_r = \frac{2a}{r\pi}[1 - 1]$$

$$B_r = 0$$

CaseII:'r' طاق(odd)نمبر ہو $r = 1, 3, 5 - - -$

تب $\cos r\pi = -1$

$$B_r = \frac{2a}{r\pi}[1 - (-1)]$$

$$B_r = \frac{4a}{r\pi}$$

اور $\therefore B_1 = \frac{4a}{\pi}, B_3 = \frac{4a}{3\pi}, B_5 = \frac{4a}{5\pi}$

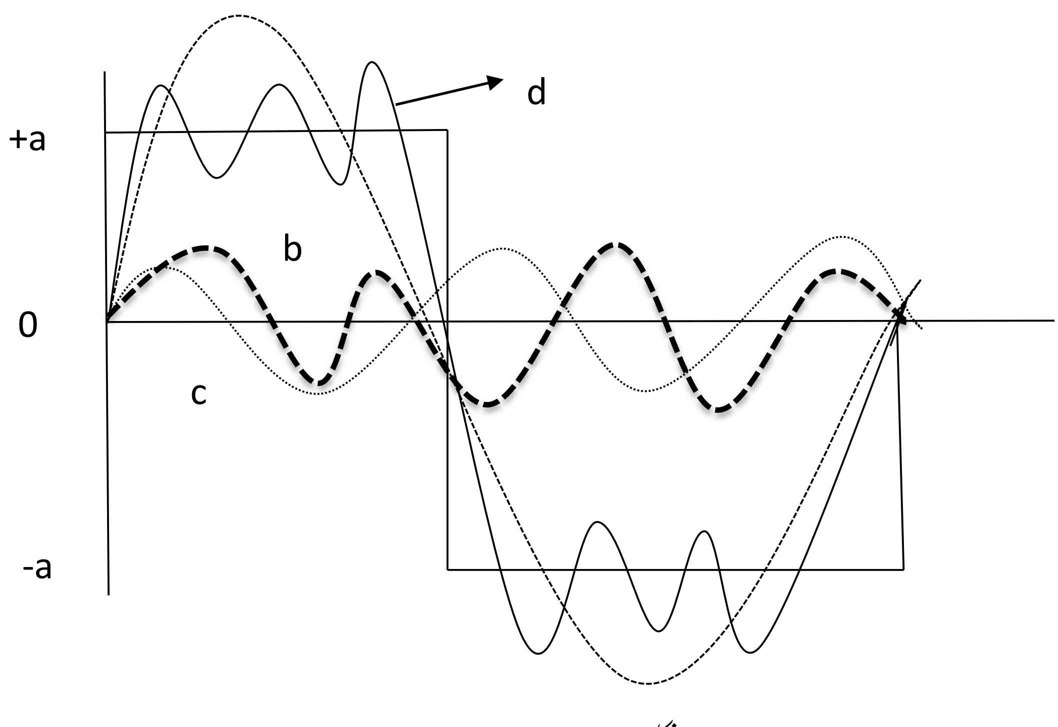
$$\mathrm{B}_2 = 0, \mathrm{B}_4 = 0, \mathrm{B}_6 = 0$$

$$\therefore y = f(\omega t) = \frac{4a}{\pi}\sin\omega t + \frac{4a}{3\pi}\sin\omega t + \frac{4a}{5\pi}\sin 5\omega t + - - -$$

$$y = f(\omega t) = \frac{4a}{\pi}\left[\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t - - -\right]$$

یہ سلسلہ مربع موجی کی ظاہر کرتا ہے۔

منحنی 'a'زاویائی تواتر (فریکوئنسی) سادہ موسیقی موجی 'ω'اور منحنی 'b'زاویائی تواتر سادہ موسیقی موج 3ωاسی طرح 'c' منحنی کو زاویائی تواتر سادہ موسیقی موجی 5ω ہے جیسا کہ شکل(4.4)میں دکھایا گیا ہے۔



شکل(4.4)

منحنی 'd'زاویائی تواتر سادہ موسیقی موجی کی مکمل ارکان کی شکل ہے۔ جیسا کہ شکل(4.4)میں دکھایا گیا ہے۔

∴ فوریئر سلسلہ کے تمام cosine ارکان حیطہ ضرب (amplitutde coefficient) صفر ہوتے ہیں۔

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \sin r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} 2a \sin r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} 0 \sin r\omega t dt\right]$$

$$= \frac{2}{T}.2a\left[-\frac{\cos r\omega t}{r\omega}\right]_0^{T/2}$$

$$= \frac{-2a}{r\pi}\left[\cos\left(\frac{r.2\pi.E}{T}\right)\right]_0^{T/2}$$

$$B_r = \frac{-2a}{r\pi}[\cos r\pi - 1]$$

CaseI: 'r' جفت (even) ہو تب $\cos r\pi = +1$

$$B_r = \frac{-2a}{r\pi}[1-1]$$

$$B_r = 0$$

CaseII: 'r' طاق (odd) ہو تب $\cos r\pi = -1$

$$B_r = \frac{-2a}{r\pi}(-1-1)$$

$$B_r = \frac{+4a}{r\pi}$$

∴ حیطہ ضرب طاق ارکان Sine ہی دکھائی دینگے۔

$$4a/_{\pi}, 4a/_{3\pi}, 4a/_{5\pi} ---$$

مکمل مستعطیل نماموجی کی فوریئر سلسلہ

$$y = \frac{4a}{\pi}\left[\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + - - -\right]$$

مثال: مستعطیل نماموجی (Rectangular wave) کی تعین کیجئے۔

شرط: $y = 2a$ $\quad t = 0$ سے $t = T/_2$

$y = 0$ $\quad t = T/_2$ سے $t = T$

حل: فوئیر تھیورم کے مطابق

$$y = f(\omega t) = A_0 + \sum_{r=1}^{\infty}(A_r \cos r\omega t + B_r \sin r\omega t)$$

جہاں $A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y dt$

اور $A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \sin r\omega t dt$$

مندرجہ شرط کو استعمال کریں۔

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} 2a dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} 0 dt$$

$$= \frac{1}{T}.2a.\frac{T}{2} = a$$

$$A_0 = a$$

یہ منحنی محور اور وقت محور کے درمیان نقل مکان 'a' ہے۔

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} 2a\cos r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} 0.\cos r\omega t dt\right]$$

$$= \frac{2}{T}.2a\left[\frac{\sin r\omega t}{r\omega}\right]_0^{T/2}$$

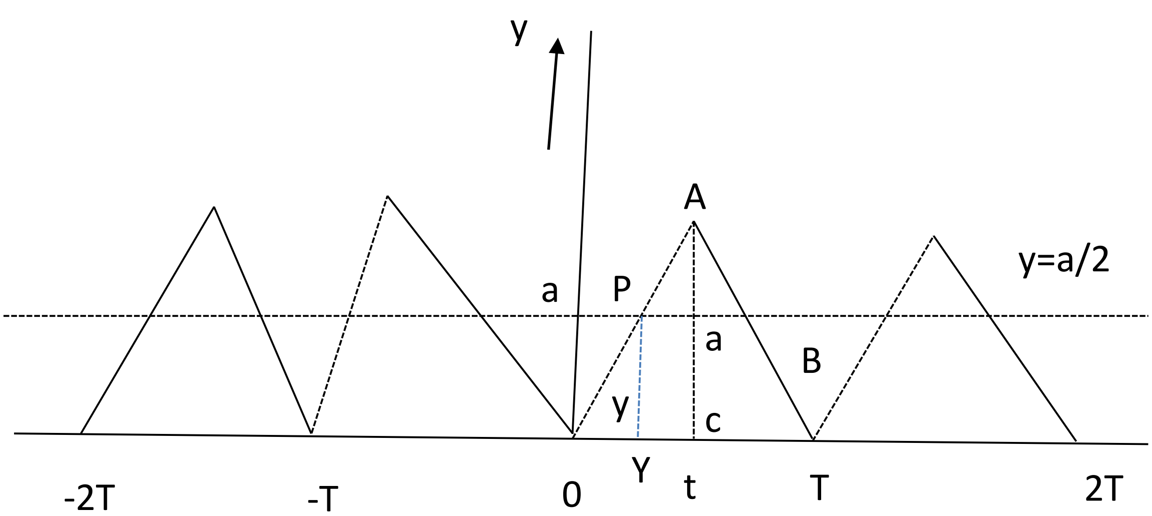
$$= \frac{2a}{r\pi}.\sin r\pi = 0$$

$$A_r = 0$$

4.5 فوریئر کے ذریعہ مثلثی موجی کی تجزیہ (Fourier analysis of a Triangular wave)

مثلث موجی کے تجزیہ کے لیے شکل(4.5) میں دکھایا گیا ہے۔

A, O اور B موجی کے مختص (O,O) $(t/2, a)$ اور $(T,0)$ ہیں۔ یہ منحنی $t = t$ پر دور ہا تھی ہے۔



شکل(4.5)

منحنی پر ایک نقطہ P کے مختص(co-ordinate) (t, y) ہوتے ہے۔

شکل(4.5)میں OAC اور OPT یکساں مثلثی ہے۔

$y = \frac{2at}{t}$ یا $\frac{a}{2} = \frac{(T/2)}{t}$ $t = 0$ سے $t = T/2$ تک

اسی طرح AB منحنی پر یکساں نقطہ کے درمیان وقت T/2 اور T ہے۔

تب $y = \frac{2a(T-t)}{T}$ یا $\frac{a}{y} = \frac{(T)}{T-t}$ ، $t = T/2$ سے $t = T$ تک

کسی بھی وقت 't' کی نقل مکان کو لکھا جائے گا۔

$y = \frac{2at}{T}$ $\quad t = 0$ سے $t = T/2$ تک ----------(1)

اور $y = \frac{2a(T-t)}{T}$ ، $t = T/2$ سے $t = T$ تک

A_0 کی تعین قدر:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2} \frac{2at}{T}dt + \int_{T/2}^{T} \frac{2a(T-t)}{T}dt\right]$$

$$= \frac{1}{T}\left[\frac{2a}{T}\left\{\frac{t^2}{2}\right\}_0^{T/2} + \frac{2a}{T}\left\{T.t - \frac{t^2}{2}\right\}_{T/2}^{T}\right]$$

$$= \frac{2a}{T^2}\left[\frac{T^2}{8} + \left\{T^2 - \frac{T^2}{2}\right\} - \left\{\frac{T^2}{2} - \frac{T^2}{8}\right\}\right]$$

$$A_0 = \frac{a}{2}$$

یہ منحنی محور اور وقت محور کے درمیانی نقل مکان $\frac{a}{2}$ ہے۔

A_r کی تعین قدر:

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y\cos r\omega t\,dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} \frac{2at}{T}\cos r\omega t\,dt + \int_{T/2}^{T} \frac{2a(T-t)}{T} \times \cos r\omega t\,dt\right]$$

$$= \frac{4a}{T^2}\left[\int_0^{T/2} t\cos r\omega t\,dt + \int_{T/2}^{T} T\cos r\omega t\,dt - \int_{T/2}^{T} t\cos r\omega t\,dt\right] \quad \text{.................2}$$

اس مساوات(2)میں پہلا ارکان کو واحد جوہر(Integrate) کیا جائے۔

$$I_1 = \int_0^{T/2} t\cos r\omega t\,dt = \left[t\,\frac{\sin(2\pi rt/T)}{2\pi r/T}\right]_0^{T/2} - \int_0^{T/2}\frac{\sin(2\pi rt/T)}{2\pi r/T}dt$$

$$= 0 + \left[\frac{\cos(2\pi rt/_T)}{(2\pi r/_T)^2}\right]_0^{T/_2} \qquad [\because \sin\pi r = 0]$$

$$I_1 = \left[\frac{\cos\pi r}{(2\pi r/_{T^2})^2} - \frac{1}{(2\pi r/_{T^2})^2}\right]$$

$$I_2 = \int_{T/_2}^{T} \cos r\omega t dt = \left[\frac{\sin(2\pi rt/_T)}{2\pi r/_T}\right]_{T/_2}^{T}$$

$$= \frac{1}{(2\pi r/T)}[\sin 2\pi r - \sin\pi r]$$

$$= \frac{1}{(2\pi r/_T)}[0 - 0] = 0$$

$$I_2 = 0$$

$$I_3 = \int_{T/_2}^{T} t\cos r\omega dt$$

$$= \left[t\,\frac{\sin(2\pi r/_T)}{2\pi r/_T}\right]_{T/_2}^{T} - \int_{T/_2}^{T} \frac{\sin(2\pi r/_T)}{2\pi r/_T} dt$$

$$= \left[0 + \frac{\cos(2\pi rt/_T)}{(2\pi r/_T)^2}\right]_{T/_2}^{T}$$

$$I_3 = \left[\frac{\cos 2\pi r}{(2\pi r)^2} - \frac{\cos\pi r}{(2\pi r/_T)^2}\right]$$

اس قیمتوں کو مساوات (2) میں درج کرنے سے مساوات (2) ہو گی۔

$$\therefore A_r = \frac{4a}{T^2}\left[\left\{\frac{\cos\pi r}{(2\pi r/_{T^2})^2} - \frac{1}{(2\pi r/_{T^2})^2}\right\} + 0 - \left\{\frac{\cos 2\pi r}{(2\pi r/_T)^2} - \frac{\cos\pi r}{(2\pi r/_T)^2}\right\}\right]$$

$$= \frac{4a}{T^2}\left[\frac{2\cos\pi r}{(2\pi r/_T)^2} - \frac{2}{(2\pi r/_T)^2}\right]$$

$$= \frac{4a}{T^2}\left[\frac{2}{(2\pi r/_T)^2}(\cos\pi r - 1)\right] \quad (\because \cos 2\pi r = 1)$$

$$= \frac{2a}{\pi^2 r^2}[\cos\pi r - 1]$$

$$A_r = \frac{2a}{\pi^2 r^2}[\cos\pi r - 1]$$

CaseI: 'r' جفت(even)ہونے پر $\cos \pi r = 1$

$$A_r = \frac{2a}{\pi^2 r^2}[1-1]$$

$$A_r = 0$$

CaseII: 'r' طاق(odd)ہونے پر $\cos \pi r = -1$

$$A_r = \frac{2a}{\pi^2 r^2}[-1-1]$$

$$A_r = \frac{-4a}{\pi^2 r^2}$$

فوریئر سلسلہ میں طاق سادہ موسیقی موجی کے Cosine ارکان ہی دکھائی دینگے۔

B_r کی تعین قدر:

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T y.\sin r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} \frac{2at}{T}\sin r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} \frac{2a(T-t)}{T}\sin r\omega t dt\right]$$

$$B_r = \frac{4a}{T^2}\left[\int_0^{T/2} t\sin r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} t\sin r\omega t dt - \int_{T/2}^{T} t\sin r\omega t dt\right]$$

اس مساوات (2) میں ارکان کو واحد جو ہر کیا جائے تب B_r کی قیمت سفر (0) Zero ہو گی۔

'r' کی تمام قیمتوں پر یعنی (جفت یا طاق) $B_r = 0$

فوریئر سلسلہ کو اس طرح لکھا جائے گا۔

$$y = f(t) = \frac{a}{2} + A_1\cos\omega t + A_2\cos(3\omega t) + A_5\cos(5\omega t) + --$$

$$y = \frac{a}{2} - \frac{4a}{\pi^2}\cos\omega t - \frac{4a}{\pi^2 3^2}\cos(3\omega t) - \frac{4a}{\pi^2 5^2}\cos(5\omega t) + ---$$

یا $$y = \frac{a}{2} - \frac{4a}{\pi^2}\left[\cos\omega t + \frac{1}{3^2}\cos(3\omega t) + \frac{1}{5^2}\cos(5\omega t) + ---\right]$$

حیطہ ضرب $\frac{-4a}{\pi^2}\left(1, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{5^2}, \frac{1}{7^2} ---\right)$

اور نواتر کی نسبت $1:3:5:7: ----$

4.6 حل شدہ مثال (Solved Problems)

حل شدہ مثال 1

مستعطیل نما موجی (Rectangular wave) کی تعین کیجئے۔

شرط: $y = 2a$ $t = 0$ سے $t = T/2$

$y = 0$ $t = T/2$ سے $t = T$

حل: فوریئر تھیورم کے مطابق

$$y = f(\omega t) = A_0 + \sum_{r=1}^{\infty}(A_r \cos r\omega t + B_r \sin r\omega t)$$

جہاں $A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y dt$

اور $A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \sin r\omega t dt$$

مندرجہ شرط کو استعمال کریں۔

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} 2a dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} 0 dt$$

$$= \frac{1}{T}. 2a. \frac{T}{2} = a$$

$$A_0 = a$$

یعنی منحنی محور اور وقت محور کے درمیان نقل مکان 'a' ہے۔

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T y \cos r\omega t dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} 2a \cos r\omega t dt + \int_{T/2}^{T} 0. \cos r\omega t dt\right]$$

$$= \frac{2}{T}. 2a\left[\frac{\sin r\omega t}{r\omega}\right]_0^{T/2}$$

$$= \frac{2a}{r\pi}. \sin r\pi = 0$$

$$A_r = 0$$

4.7 اکتسابی نتائج (Learning out comes)

- فوئیر تھیورم کی مدد سے ساٹوتھ موجی، مربع موجی اور مثلثی موجی کو حاصل کیا جاتا ہے۔

فوریئر تھیورم

$$\int_0^T f(\omega t)dt = A_0\int_0^T dt + - - + A_r\int_0^T \cos r\omega t dt + - - + B_r\int_0^T \sin r\omega t dt + - - -$$

جہاں A_0, A_r اور B_r ضرب کہلاتے ہیں۔ ان کی قیمت

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt$$
$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\cos r\omega t dt$$
$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T f(\omega t)\sin r\omega t dt$$

4.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- فوریئر تشریح(Fourier Analysis): پیچیدہ قسم کی دوری حرکتوں کے مطالعہ کے لئے ہیں ایک بڑا کار طریق عمل دستیاب ہو جاتا ہے جسے فوریر تشریح(Fourier Analysis) کہلاتے ہے۔
- ہرمونکس(Harmonics): 'n' کی ایک سے اونچی قیمتوں کے تعددوں کو سرتیاں(Harmonics) ہے۔

4.9 نمونہ امتحانی سوالات (Sample Questions for Examination)

4.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer type Questions)

1. فوریئر تھیورم کو بیان کیجئے۔
2. فوریئر تھیورم کو بیان کریں اوراس کے ذریعہ مربع موجی(Square wave) کی شکل۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہوتی ہے۔
3. فوریئر تھیورم کی مدد سے مثلثی موجی(Triangular wave) کی شکل۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ ہوتی ہے۔
4. فوریئر تھیورم کے ذریعہ اجتمائی ارتعاش(complex vibration) موجی کی شکل۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ ہوتی ہے۔
5. مربع موجی کی فوریئر سلسلہ۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہے۔
6. فوریئر تھیورم کے ضرب B_r = ۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔
7. فوریئر تھیورم مساوات کی شکل۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔
8. فوریئر تھیورم کے حدود کو بیان کیجئے۔

4.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer type Questions)

1. فوریئر تھیورم کو بیان اور وضاحت کیجئے۔
2. فوریئر تھیورم کے حدود کو بیان کیجئے۔
3. فوریئر تھیورم کو بیان کریں اوراس کے ضرب(Coefficient) ضابطوں کو حاصل کیجئے۔
4. فوریئر تھیورم کی مدد سے مثلثی موج(Triangular wave) کی تعین کیجئے۔

5. فوریئر تھیورم کی مدد سے ساٹوتھ موج کی تعین کیجئے۔

4.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer type Questions)

1. فوریئر تھیورم کو بیان اور وضاحت کیجئے اور فوریئر تھیورم کی مدد سے مثلثی موج(Triangular wave) کی تعین کیجئے۔
2. فوریئر تھیورم کو بیان اور وضاحت کیجئے؟ فوریئر تھیورم کے ذریعہ اجتمائی ارتعاش(complex vibration)موجی کی تعین کیجئے۔
3. فوریئر تھیورم کو بیان کریں اور اس کے ذریعہ مربع موج(Square wave) کی تعین کیجئے۔

4.9.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Questions)

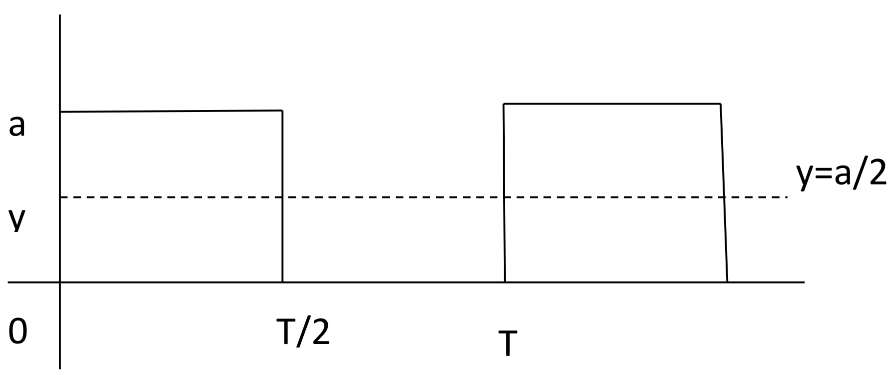
1. فوریئر سلسلہ کے ضابطہ کو حاصل کیجئے ذیل کی مدد سے اجتمائی ہارمونی حرکت کو بیان کیا ہے۔

$$y = a \quad \text{تب} \quad 0 < t < {}^{T}\!/_{2}$$

$$y = 0 \quad \text{تب} \quad {}^{T}\!/_{2} < t < T$$

جواب: $Y = \frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi}\left[\sin\frac{2\pi t}{T} + \frac{1}{3}\sin\frac{6\pi t}{T} + \frac{1}{5}\sin\frac{10\pi t}{T} + \; - - -\right]$

Hints: ہارمونی کی شکل(4.6)



شکل(4.6)

جہاں $A_2 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} a dt = {}^{a}\!/_{2}$

$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\cos\frac{2\pi rt}{T}dt = 0$$

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} a\sin\frac{2\pi rt}{T}dt = \frac{a}{r\pi}[-\cos r\pi + 1]$$

$$= \frac{a}{r\pi}[-(-1)^r + 1]$$

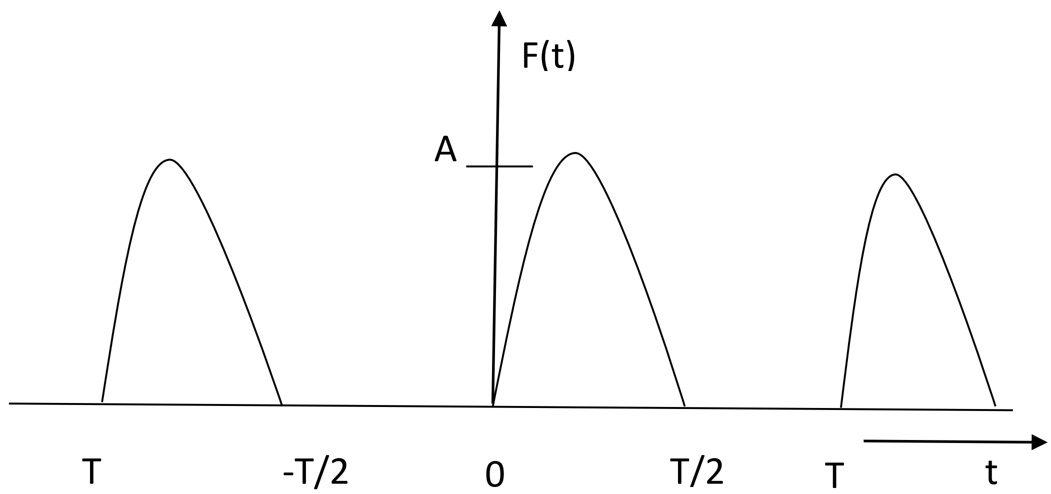
2. فوریئر سلسلہ کے ضابطہ کو حاصل کیجئے۔ تفاعل f(t) کو بیان کیا ہے کہ

$$f(t) = A\sin\omega t \qquad 0 < t < {}^{T}/_{2}$$
$$= 0 \qquad {}^{T}/_{2} < t < T$$

اور $f(t+T) = f(t)$ $\quad$ (جہاں $\omega = {}^{2\pi}/_{T}$)

جواب: $\left[f(t) = \frac{A}{\pi} + \frac{A}{2}\sin\omega t - \frac{2A}{\pi}\left\{\frac{1}{1.3}\cos(2\omega t) + \frac{1}{3.5}\cos(4\omega t) + - - -\right\}\right]$

(Hints: تفاعل کو f(t) کی شکل (4.7) میں دکھایا ہے کہ



شکل (4.7)

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} A\sin\omega t dt$$
$$= {}^{A}/_{\pi}$$
$$A_r = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} A\sin\omega t\cos r\omega t dt$$
$$= \frac{A}{T}\int_0^{T/2}[\sin\{(1+r)\omega t\} + \sin\{(1-r)\omega t\}]dt$$

جہاں $A_1 = \frac{A}{T}\int_0^{T/2}\sin 2\omega t dt, r = 0, r = 1$

$$A_r = \frac{A}{T}\left[-\frac{\cos\{(1+r)\omega t\}}{(1+r)\omega} - \frac{\cos\{(1-r)\omega t\}}{(1-r)\omega}\right]_0^{T/2}$$

r کی قیمت طاق ہو $A_r = 0$ ہو گی

r کی وقیمت جفت ہو $A_r = \frac{A}{2\pi}\left[\frac{2}{(1+r)} + \frac{2}{(1-r)}\right] = -\frac{2A}{(r-1)(r+1)\pi}$ ہو گی

$$B_r = \frac{2}{T}\int_0^T A\sin\omega t \sin r\omega t dt$$

$$B_r = \frac{A}{T}\int_0^{T/2}[\cos\{(1-r)\omega t\} - \cos\{(1+r)\omega t\}]dt$$

$$\therefore n = 1, B_1 = A/2\int_0^{T/2} dt - \frac{A}{2}\int_0^{T/2}\cos 2\omega t dt$$

$$= \frac{A}{2} - \frac{A}{T}\left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{T/2} = A/2$$

$$r = 2, 3, - - - - B_r = 0]$$

3. ساٹوتھ تفاعل کی مدد سے فوریئر سلسلہ کی تعین کیجئے۔

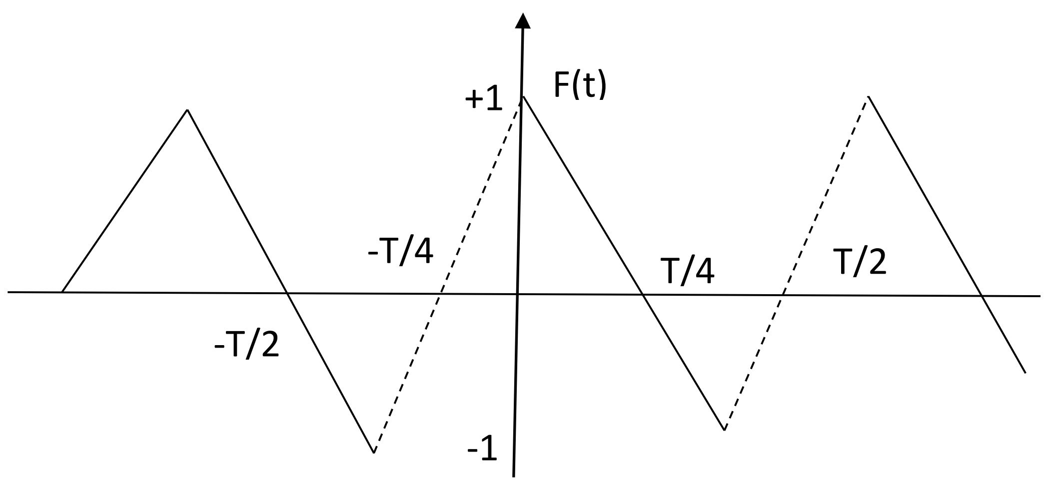
$$0 < t < T, y = \frac{a}{T}$$

جواب $y = \frac{a}{2} - \frac{a}{\pi}\left[\sin\frac{2\pi t}{T} + \frac{1}{2}\sin\frac{4\pi t}{T} + \frac{1}{3}\sin\frac{6\pi t}{T} + - - -\right]$

4. فوریئر سلسلہ کو حاصل کیجئے۔ شکل(4.8) کی مدد سے

$$-T/2 < t < 0 \qquad f(t) = 1 + 4t/T$$

$$0 < t < T/2 \qquad f(t) = 1 - 4t/T$$



شکل(4.8)

جواب: $f(t) = \frac{\delta}{\pi^2}\left[\cos\omega t + \frac{1}{3^2}\cos(3\omega t) + \frac{1}{5^2}\cos(5\omega t) + - - -\right]$

:Hints) $A_0 = 0$

تب 'r' جفت ہو $A_r = 0$

تب 'r' طاق ہو $\frac{8}{n^2\pi^2}$

$B_r = 0$

4.10 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Aziz, W A, and Mashood Ahmad. Millenium Science Dictionary, Physics - Chemistry & Mathematics, English - English - Urdu. Mumbai: Saifee Book Agency, 2003.
2. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
3. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
4. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.

اکائی 5۔ آواز

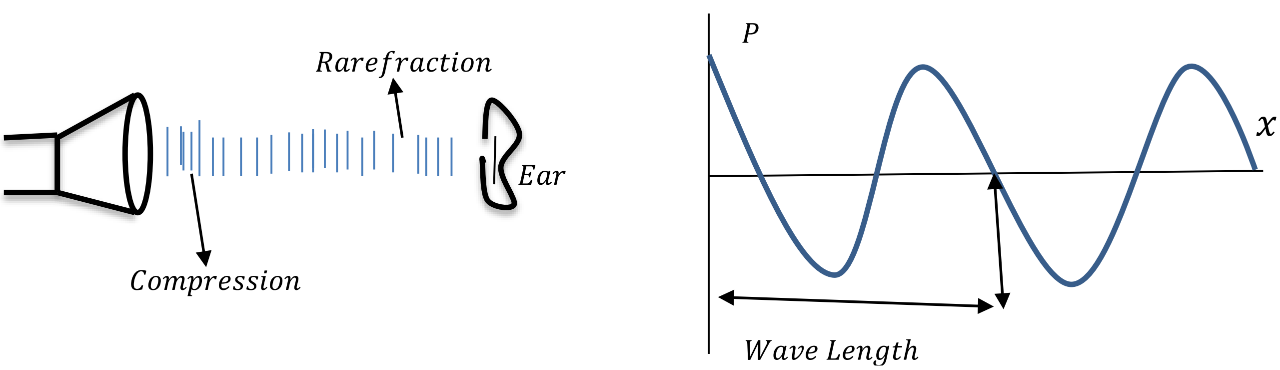
(Sound)

اکائی کے اجزا

5.0 تمہید (Introduction)

ہمیں جتنی بھی آوازیں سنائی دیتی ہیں، وہ ایک موج کی شکل سے سفر کرتی ہیں اور جب یہ موجیں ہمارے کان کے پردہ سے ٹکراتی ہیں تو ہم آواز کو سن سکتے ہیں۔ان آواز کی موجوں کو ہم سمعی موجیں کہتے ہیں جو کسی طولی موجوں کی قسم ہے۔

بنیادی طور پر اہتزاز کی وجہ سے کسی مادہ میں دباؤ پیدا ہوتا ہے جسکے نتیجہ میں آواز وجود میں آتی ہے۔یہ دباؤ مادہ میں سفر کرتے ہوئے آواز کی شکل میں ہمارے کان تک پہنچتا ہے۔مادہ میں ہونے والے اس دباؤ کو Compression کہتے ہیں۔جب مادہ کے ایک حصہ میں دباؤ پیدا ہوتا ہے تو اسکے پیچھے والا حصہ پھیل جاتا ہے جسے ہم Rare Fraction کہتے ہیں۔کسی شئے کے ذریعہ مادے میں Compressions اور Rare Fractions پیدا ہوتے ہیں اور یہ مادے میں سفر کرتے ہوئے کسی مشاہدہ کے کان تک پہنچتے ہیں۔ اور جب یہ کان سے ٹکراتے ہیں تو ہم آواز کو سن سکتے ہیں۔اسے شکل (5.1) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (5.1)

چونکہ سمعی موجیں طولی موجیں ہیں اس وجہ سے انکی اہتزازی حرکت (Compressions and Refractions) آواز کی اشاعت کی سمت میں ہوتی ہے۔

5.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کو مکمل کرنے پر آپ آواز کی موجیں یا سمعی موجیں کے پیدا ہونے کی وجہ ان کی خصوصیات اور انکے اشیاء کے بارے میں جانیں گے اور ہم آواز کی حدت، پیچ اور معیار پر بھی بحث کرینگے۔

- اس اکائی میں ہم آواز کی اہم اطلاقات جیسے عمارتوں کی صوتیات بازگشت اور ہال اور آڈیٹوریا کے صوتی پہلو کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

5.2 سمعی موجوں کی حدت(Intensity of Combination Waves)

سماعت کے لئے سمعی موجوں کی تعدد بہت ہی اہمیت کی حامل ہے۔ انسان وہی آواز سن سکتے ہیں جنکی تعدد 20Hz سے 20,000Hz کے درمیان ہو۔اس سے زیادہ یا کم تعدد والی آوازیں انسان نہیں سن سکتا ہے۔لیکن ہر جاندار کی قوت سماوی الگ ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر ایک ہاتھی 15Hz تک کی آواز بھی سن سکتا ہے۔ایک کتا 50,000Hz تعدد تک آواز سن سکتا ہے۔20Hz سے 20,0000Hz تعدد کی بیچ کی آواز کو Audible Range یا قابل سماعت رینج کہلاتی ہے۔اس سے کم تعدد والی موجوں کو Infra Sonic اور اس سے زیادہ تعدد کی آوازوں کو Ultra Sonic کہتے ہیں۔

آگے ہم آواز کی چند اہم خصوصیات جیسے حدت، بلندی، پیچ اور معیار پر بحث کریں گے۔

سمعی موجوں کی حدت:

سمعی موجوں کی حدت کو اس طرح بیان کریں گے کہ کسی واحد وقت میں آواز کی موج کے سمت سے عمودی سمت میں یونٹ (Cross Sectional Area) سے گزرنے والی اوسط توانائی

یا

آواز کی اشاعت کے سمت سے عمودی سمت میں ایک یونٹ(Cross sectional) رقبہ سے ترسیل شدہ اوسط طاقت(Power) کو سمعی موجوں کی حدت کہتے ہیں۔

یہاں پر یہ بات واضح کرنا ضروری ہے کی جب کوئی موج مادے میں سفر کرتی ہے تو توانائی مادے کے ایک حصہ سے دوسرے حصہ میں منتقل ہوتی ہے۔آیئے اب ہم حدت کیلیئے ایک ضابطہ اخذ کریں گے جو تعدد، رفتار اور دباؤ کے رشتہ کو ظاہر کرتا ہے۔

فرض کیجئے کی ایک سمعی موج 'X' سمت میں سفر کر رہی ہے اور کسی وقت 't' پر مقام 'x' سے سفر کرتی ہوئی x_1 تک پہنچتی ہے۔ تو اسکا نقل مکان ہوگا۔

$$x_1 = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) \qquad \text{----------(1)}$$

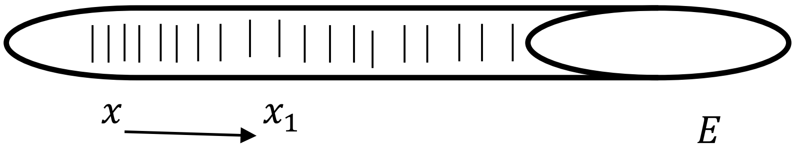
یہاں A آواز کی موج کا حیطہ یا اعظم ترین نقل مکان ہے۔ V رفتار ہے اور ω تعدد ہے۔

سمعی موج کے دباؤ کو اسطرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$P_1 = P \cos \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) \qquad \text{---------(2)}$$

اوپر دی گئی مساوات میں P_1 دباؤ(Excess Pressure) اور 'P' دباؤ میں اعظم ترین(Maximum) بدلاؤ ہے جسے ہم 'حیطہ دباؤ' بھی کہہ سکتے ہیں۔

اب اگر ہم x سمت سے عمودی سمت میں ایک رقبہ(Cross Sectional) 'S' پر غور کریں گے۔ سمعی موج x سمت میں بائیں جانب سے دائیں جانب سفر کر رہی ہے۔ جسکی وجہ سے بائیں جانب سے دائیں جانب ایک قوت عمل میں آئیگی۔ جو کی $F = P_1 S$ کے مساوی ہو گی۔



شکل(5.2)

یہ قوت طولی شکل میں آواز کی سمت میں رفتار $\frac{dx_1}{dt}$ سے سفر کرے گی۔ موج کے ذریعہ Cross Section S سے ترسیل ہونے والی طاقت(Power) اسطرح لکھی جاسکتی ہے۔

$$W = P_1 S \frac{dx_1}{dt} \qquad \text{-------}(3)$$

مساوات(1) اور(2) کی مدد سے، مساوات(3) کو اسطرح لکھیں گے۔

$$W = SP \cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\frac{dx_1}{dt} \qquad \text{-------}(4)$$

جہاں پر

$$\frac{\mathrm{dx_1}}{\mathrm{dt}} = \omega A \cos\omega\left(t - \frac{x}{V}\right) \qquad \text{-------}(5)$$ ہے۔

مساوات(5) کو مساوات(4) میں لکھنے پر

$$W = SP\omega A \cos^2 w\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

ایک مکمل دور کے لئے $\left(t - \frac{x}{v}\right)$ کی اوسط مقدار $cos^2\omega$ ہو گی۔ اور Cross sectional area اکائی یا واحد ہو گا۔ اس Cross Sectional area سے گزرنے والی اوسط طاقت، سمعی موج کے حدت کے مساوی ہو گی۔

$$(\because \omega = 2\pi\vartheta) \qquad I = \frac{1}{2}P 2\pi\vartheta. A = \pi\vartheta A. P \qquad \text{-------}(6)$$

یہاں پر ہم دیکھ سکتے ہیں کی سمعی موج کی حدت، حیطہ دباؤ P حیطہ A تعدد ϑ پر منحصر ہو گی۔

مساوات(6) کو لچک(Elasticity) کے ان مساوات

$$P = \frac{B\omega A}{V} \qquad \text{اور} \qquad B = \frac{\varrho}{V^2}$$

کی مدد سے اسطرح بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$I = \frac{P^2}{2\varrho V}$$

یہاں پر S مادہ کی کثافت ہے۔

اگلے حصہ میں ہم Intensity یا حدت سے جڑی ہوئی اہم خصوصیات یعنی آواز کی بلندی کو تفصیل سے سمجھیں گے۔

5.3 آواز کی بلندی (Loudness of Sound)

جیسا کہ ہم نے پچھلے سیکشن میں ذکر کیا تھا کی آواز کی بلندی حدت سے جڑی ہوئی ہے۔ لیکن ہم عملی طور پر آواز کی بلندی کو آواز کے درجہ (Sound level) کے ذریعہ بہتر سمجھ سکتے ہیں اور ہم اسے، اسطرح بیان کریں گے۔

$$\beta = 10\log_{10}\left[\frac{I}{I_0}\right] \quad \text{--------(7)}$$

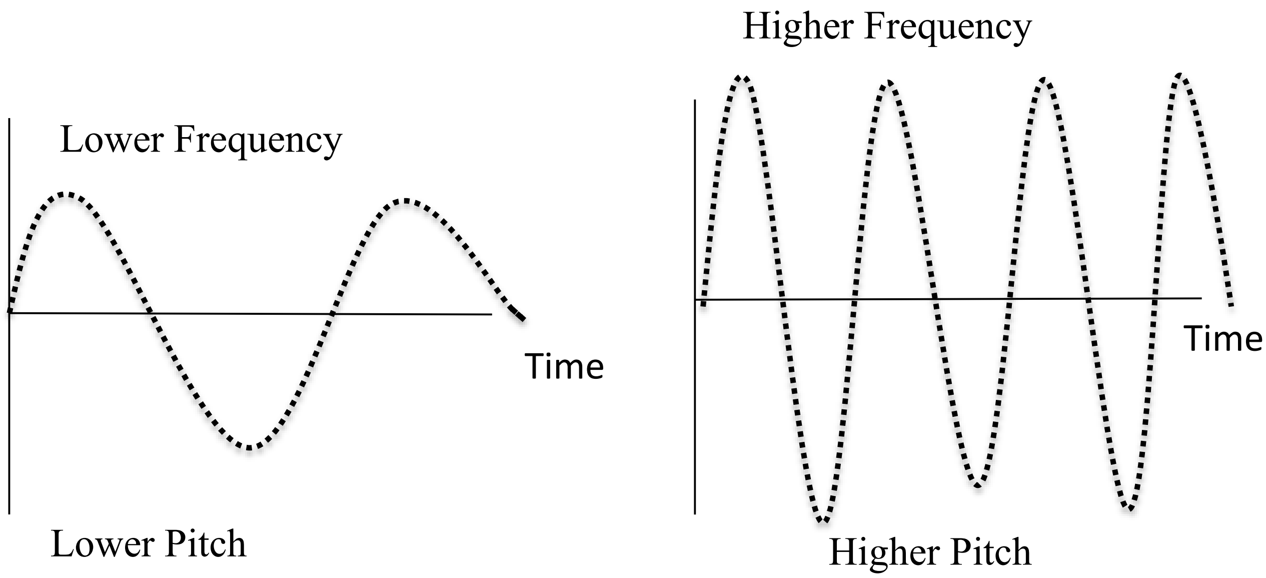
یہاں I آواز کی حدت اور I_0 ایک مستقل حوالہ جاتی حدت ہے۔ جسکی مقدار $10^{-12} Wm^{-2}$ ہے۔

آواز کے معیار کو decibel کی اکائی میں ظاہر کیا جاتا ہے اور اسکو علامت dB ہے۔ انسان جو کم سے کم آواز سن سکتا ہے وہ 0dB یعنی $I = I_0$ ہے۔ اور سب سے زیادہ آواز جو کی ایک انسان کا کان برداشت کر سکتا ہے وہ 120dB ہے۔ سرگوشی کرنے کی آواز 10dB سے 15dB ہوتی ہے۔ اور عام آواز میں بات کرنا ہو تو 50dB سے 60dB ہوتی ہے۔ انسان کی سماعت کی قابلیت کو سمجھنے میں ہم dB کی اکائی کا استعمال کرتے ہیں۔

ڈیسیبل (decibel) پیائش کی ایک اضافی اکائی ہے جو (Bel) بیل کے دسویں حصہ کے برابر ہے۔ بیل الیگزینڈر گراہم بیل کے اعتراز میں دیا گیا نام ہے۔

5.3.1 آواز کی پیچ اور معیار:

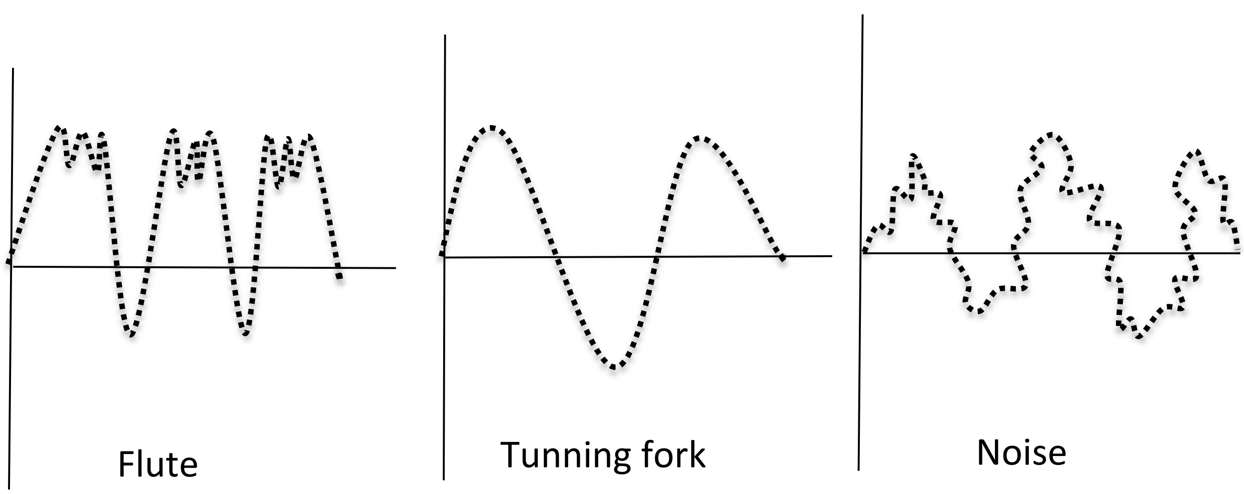
پیچ: یہ آواز کی وہ خاصیت ہے جو ایک آواز کو دوسری آواز سے الگ کرتی ہے۔ مثال کے طور پر ایک مرد کی آواز عام طور پر بھاری یا موٹی ہوتی ہے یعنی یہ کم پیچ والی آواز ہوتی ہے۔ اور ایک عورت کی آواز باریک ہوتی ہے یعنی یہ ایک زیادہ یا اونچی پیچ والی آواز ہوتی ہے۔ پیچ آواز کی تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔ یعنی زیادہ تعدد والی آواز کی پیچ زیادہ ہوگی اور کم تعدد والی آواز کی پیچ کم ہوگی۔



شکل(5.3)

آوازکامعیار:

کسی بھی آواز کا معیار اسکے موجی شکل پر بھی منحصر ہوتا ہے۔ آیئے اب ہم اسے سمجھتے ہیں۔ ایک شئے سے پیدا ہونے والی آواز مختلف تعددوں کا مجموعہ ہوتی ہے۔ جنکی مختلف حیت ہوتی ہے اور انکے انطباق سے موجی شکل بنتی ہے۔



شکل(5.4)

ہم معیار کی بنیاد پر بھی مختلف آوازوں میں تفریق کر سکتے ہیں۔مثال کے طور پر ایک موسیقی کی آواز ہمارے کانوں کو اچھی لگتی ہے۔ کیونکی اسکی تعدد اچھی طرح سے متعین ہوتی ہے۔ جبکہ شور شرابہ ہمارے کانوں کو اچھا نہیں لگتا کیونکی اسکا تعدد بے ترتیب ہوتے ہیں اور آپس میں تال میل نہیں ہوتا ہے۔

5.4 موسیقی پیمانہ (Harmonic Meter)

موسیقی پیمانہ، تعدد کا ایک ترتیب دیا گیا مجموعہ ہوتا ہے۔ یہ مجموعہ ہمارے کانوں کو خوشگوار لگتا ہے۔ایک موسیقی پیمانہ میں تعدد کو بڑھتی ہوئی یا بھر کٹی ہوئی ترتیب میں جمایا جاتا ہے۔ یہاں پر ہر ایک تعدد کو نوٹ (Note) کہتے ہیں۔تعدد یا پیچ کی بنیاد پر مختلف موسیقی پیمانے استعمال میں ہوتے ہیں۔

ان میں سے چند اہم موسیقی پیمانے مندرجہ ذیل ہیں:

جیسے 9 نوٹس Nantonic

8 نوٹس Diatonic

7 نوٹس Heptanic

6 نوٹس Hexanic

اس طرح نوٹس یا تعدد کی بنیاد پر مختلف موسیقی پیمانے پائے جاتے ہیں۔ ہندوستانی موسیقی کے آٹھ نوٹس ہوتے ہیں جو کہ مندرجہ ذیل جدول میں انکی تعدد کے ساتھ بتایا گیا ہے۔

Note name	Frequency	Symbol
Sa	256	C
Re	288	D
Ga	320	E
Ma	341 1/3	F
Pa	384	G
Dha	426 2/3	A
Ni	480	Ni
Sa	512	G

5.5 عمارتوں کی صوتیات (Acoustics of Building)

طبیعات کی وہ شاخ جس کا تعلق سمعی موجوں سے ہے جس میں بالخصوص ایک کمرے یا تھیٹر میں آواز کی پیدا ہونے، اسکی ترسیل اور آواز کی تحصیل سے جڑا ہے، عمارتوں کی صوتیات(Acoustics of Building) کہلاتا ہے۔

عمارتوں کا خاکہ بناتے وقت، آواز کے انجذاب اور انعکاس کا خیال رکھنا ضروری ہوتا ہے۔ بالخصوص تھیٹر یا آڈیٹوریم میں اگر ان عوامل پر غور نہ کیا جائے تو سننے والا واضح طور پر آواز سن نہیں پائے گا۔ان مسائل کا سائنسی طور پر حل پہلی بار W.C. Sabine نے دیا۔ اس نے ایک اچھی عمارت کے لئے ضروری اُصول بنائے۔ آئے اب ہم صوتیات کی جڑی ہوئی چند اہم پہلوؤں وقتِ بازگشت،انجذاب کی شرح، سبائن کا(فارمولہ)ضابطہ پر بحث کریں گے۔

5.5.1 بازگشت(Reverbration):

ایک اچھا تھیٹر یا کمرہ وہ ہوتا ہے جس میں گونج نہ ہو یا بہت زیادہ انجذاب نہ ہو۔ گونج ایک ایسے کمرے میں پیدا ہوتی ہے جسمیں سخت دیواریں ہوں، اور نہ کوئی سامان اور نہ پردے ہوں۔ آواز سرائے راست سامعین تک پہنچتی ہو اور دیواریں، چھت اور فرش سے ٹکرا کر پہنچتی ہے۔ جبکہ ایک کمرہ بہت سارے نرم مادوں سے بھرا ہوا ہو جیسے صوفہ، پردے، قالین وغیرہ جسکے نتیجہ میں آواز بہت زیادہ جذب ہوتی ہے ایسی صورت میں آواز کے معیار پر اثر پڑے گا۔

اس لئے ہمیں گونج اور انجذاب کے درمیان توازن رکھنا چاہئے۔

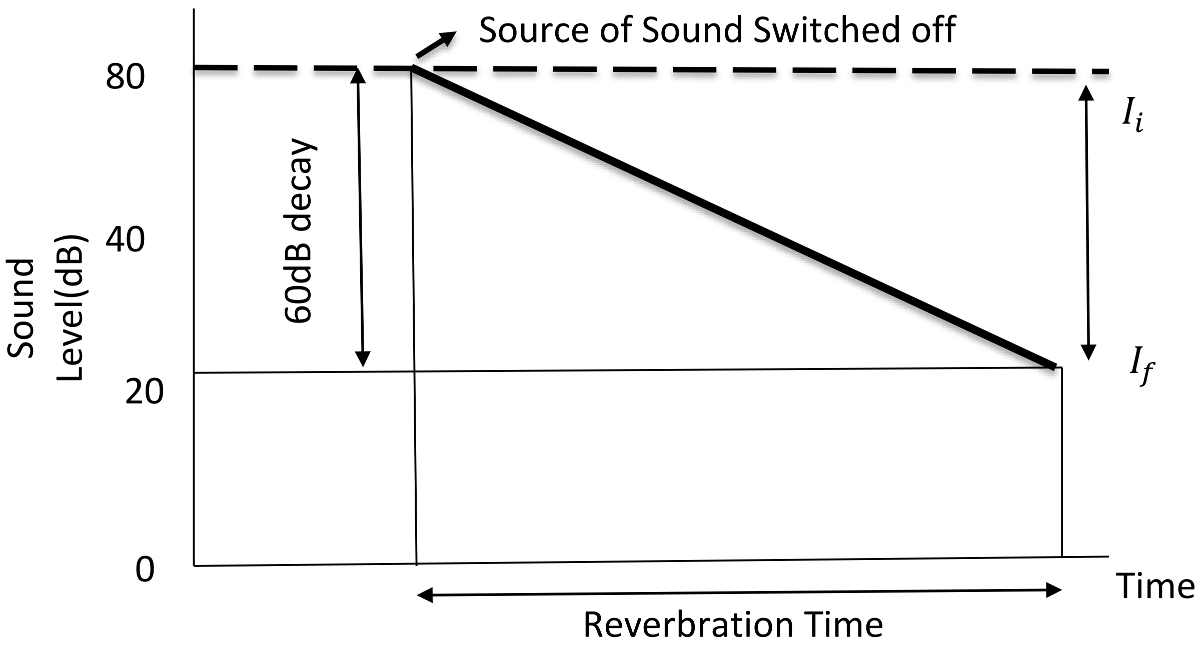
آیئے اب ہم بازگشت کے مظہر کو سمجھتے ہیں جو کی مختلف سطحور سے آواز کے متعدد انعکاس کی وجہہ سے ہوتا ہے۔اور آواز کے معیار کو بہتر بنانے میں مفید ہے۔

آواز پیدا کرنے والے مبدے یا ذریعہ کے بند ہونے کے بعد بھی ہال یا آڈیٹوریم کے اندر آواز کا قائم رہنے کے مظہر کو 'بازگشت' کہتے ہیں بازگشت کی وجہ سے جب کسی مبداء سے آواز پیدا ہوتی تو حدت دھیرے دھیرے بڑھتی جاتی ہے اور جب اسے بندھ کر دیا جاتا ہے تو اس کی حدت بھی دھیرے دھیرے کم ہو جاتی ہے۔

وقت بازگشت(Reverberation Time):

آواز کے مبداء کے بندھ ہونے کے بعد کمرے میں آواز کے ختم ہونے کے لئے یا آواز کے زوال ہونے میں درکار وقت کو 'وقت بازگشت' کہتے ہیں۔

اس کمرے کے لئے وقت بازگشت وہ وقت ہے جسمیں آواز کی حدت کو اسکے ابتدائی قیمت کے دس لاکھویں حصہ تک گرنے میں درکار ہے۔



شکل(5.5)

وقتِ بازگشت کوآواز کے درجے(Sound level)میں بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔یہ وہ وقت ہے جسمیں آواز کی حدت 60db تک گر جاتی ہے۔

آیئے اب ہم وقت بازگشت کو Decibel میں اخذ کریں گے۔

فرض کرو کہ I_i آواز کی ابتدائی حدت ہے اور

I_f حدت(ابتدائی حدت کا دس لاکھ واں حصہ تو اسے ہم decibel میں اسطرح لکھ سکتے ہیں۔)

$$\beta_f = 10\log\left[\frac{I_f}{I_0}\right] \qquad \text{----------(8)}$$

$$\beta_i = 10\log\left[\frac{I_i}{I_\vartheta}\right] \qquad \text{----------(9)}$$

$$\beta_i - \beta_f = 10\log\left[\frac{I_i}{I_f}\right]$$

$$\frac{I_i}{I_f} = 10^6\left[\therefore I_f = 10^{-6} I_i\right]$$

$$\beta_i - \beta_f = 10\log 10^6$$

$$= 60dB \text{--------(10)}$$

اسطرح ہم نے اوپر دی گئی مساوات سے یہ ثابت کیا کی وقتِ بازگشت میں آواز کی حدت 60db تک پہنچ جاتی ہے۔وقتِ بازگشت کئی عوامل پر منحصر ہوتا ہے جیسے کمرے کی قامت، کمرے میں موجود سامان، دیواریں وغیرہ۔ان میں سے کچھ چیزیں زیادہ آواز کو جذب کرتی ہیں اور کچھ چیزیں کم آواز کو جذب کرتی ہیں۔

5.5.2 انجذاب کی شرح(Absorption Coefficient):

جیسا کی ہم نے پیچھے ذکر کیا، کہ ہر مادہ آواز کو مختلف طریقے سے جذب کرتا ہے، ہر مادے کی انجذاب کی قابلیت کو انجذاب کی شرح سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

کسی سطح کی طرف سے جذب کی گئی صوتی توانائی اور اس سطح پر پڑنے والی کل صوتی توانائی کے تناسب کو 'انجذابی شرح' سے موسوم کیا جاتا ہے۔

$$\text{انجذابی شرح} = \frac{\text{سطح کی طرف سے جذب کی گئی صوتی توانائی}}{\text{سطح پر پڑنے والی کل صوتی توانائی}}$$

انجذابی شرح کی پیمائش Opened Window Unit (OWU) میں کی جاتی ہے کسی کھلی کھڑکی پر پڑھنے والی سمعی موجیں اس سے ہو کر گزر جاتی ہے۔اس وجہہ سے کھلی کھڑکی (Open Window) کو آواز کا کامل جذب کرنے والا مانا جاتا ہے اور سبھی مادوں کی انجذابی شرح کو 'OWU' میں ماپا جاتا ہے۔

ذیل میں 500Hz تعدد پر چند مادوں کی انجذابی شرح دی گئی ہے۔

Material	Absorption Coefficient (OWU)
Open Windows	1
Asbestos	0.26
Carpet	0.30
Heavy Curtains	0.50
Human Body	0.50
Concrete (Smooth)	0.02
Concrete (Rough)	0.04
Glass	0.04

انجذابی شرح کواس کے رقبہ کے معکوسی طور پر بھی بیان کیا جاتا ہے جو اسی آواز کی توانائی کو جذب کرتا ہے جو کھلی کھڑکی کے یونٹ area سے جذب ہوتا ہے۔

یہاں پر یہ بتانا ضروری ہے کی اوپر دی گئی قیمتیں 500Hz تعدد والی آوازوں کے لئے ہے۔ کیونکی کسی مادے کی انجذابی شرح، آواز کے تعدد پر منحصر ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر Rough Concrete Block کی انجذابی شرح 125Hz تعدد پر 0.01، 250Hz تعدد پر 0.02 اور 500Hz تعدد پر 0.04 ہوتی ہے۔

5.6 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

اگر ایک نقطہ پر آواز کے درجہ (Sound level) 60dB تک بڑھتی ہے تو اسکی حدت کن عناصر سے بڑھے گی۔

حل: آواز کا درجہ $\beta = 10\log_{10}\left[\frac{I}{I_0}\right] dB$

اگر β_1 اور β_2 ابتدائی اور اختتامی آواز کے درجے اور

I_1, I_2 ابتدائی اور اختتامی آواز کی حدت ہے تو

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\left\{\log_{10}\left[\frac{I_2}{I_0}\right] - \log_{10}\left[\frac{I_1}{I_0}\right]\right\}$$

$$60 = 10\log_{10}\left[\frac{I_2}{I_1}\right]$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^6$$

$\therefore$ یعنی اختتامی آواز کی حدت $I_2 = I_1 10^6$ (ابتدائی آواز کی حدت)

حل شدہ مثال 2

ایک آڈیٹوریم کا حجم $4000m^3$ ہے۔ اگر Reverberation time، 2 سیکنڈ کو برقرار رکھا جائے تو آڈیٹوریم میں کل انجذاب کتنا ہوگا۔

حل: سبائن کے ضابطہ کے مطابق $T = \frac{0.165V}{\epsilon as}$

تو کل انجذاب $\epsilon as = \frac{0.165V}{T}$

$$= \frac{0.165 \times 4000}{2}$$

$$= 3300WU$$

حل شدہ مثال 3

اگر ایک ہال کا حجم $350m^3$ ہے۔ دیوار کا رقبہ $175m^2$ فرش کا رقبہ $200m^2$ اور چھت کا رقبہ $150m^2$ ہو اور دیوار، چھت اور فرش کا انجذابی شرح بالترتیب 0.02، 0.08 اور 0.62 ہیں تو ہال کے وقت بازگشت کو معلوم کیجئے۔

حل: وقت بازگشت $T = \frac{0.165}{\epsilon \alpha s}$

$$\epsilon \alpha s = \alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 + \alpha_3 S_3$$

$$= 0.02 \times 175 + 0.08 \times 150 + 0.62 \times 200$$

$$= 3.5 + 12 + 24$$

$$= 139.5$$

اب $T = \frac{0.165 \times 350}{130.5}$

$$T = 0.415$$

5.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس اکائی میں ہم نئے آواز کی موجوں یا سمعی موجوں کی خصوصیات جیسے آواز کی حدت، پیچ اور معیار کے بارے میں پڑھا۔ ہم نے جانا کی آواز ایک طولی موج ہے ہم نے آواز کی موجوں کے پیدا ہونے کے عمل کو جانا اور ہم نے عمارتوں کی صوتی پہلو جیسے بازگشت، سبائن کا ضابطہ اور انجذاب کو شرح کے بارے میں بھی جانا۔
- آواز کی اشاعت کے سمت سے عمودی سمت میں ایک یونٹ(Cross sectional) رقبہ سے ترسیل شدہ اوسط طاقت(Power) کو سمعی موجوں کی حدت کہتے ہیں۔
- سماعت کے لئے سمعی موجوں کی تعدد بہت ہی اہمیت کی حامل ہے۔ انسان وہی آواز سن سکتے ہیں جنکی تعدد 20Hz سے 20,000Hz کے درمیان ہو۔ اس سے زیادہ یا کم تعدد والی آوازیں انسان نہیں سن سکتا ہے۔ لیکن ہر جاندار کی قوت سماوی الگ ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر ایک ہاتھی 15Hz تک کی آواز بھی سن سکتا ہے۔ ایک کتا 50,000Hz تعدد تک آواز سن سکتا ہے۔ 20Hz سے 20,0000Hz تعدد کی پیچ کی آواز کو Audible Range یا قابل سماعت رینج کہلاتی ہے۔ اس سے کم تعدد والی موجوں کو Infra Sonic اور اس سے زیادہ تعدد کی آوازوں کو Ultra Sonic کہتے ہیں۔

- جیسا کہ ہم نے پچھلے سیکشن میں ذکر کیا تھا کی آواز کی بلندی حدت سے جڑی ہوئی ہے۔ لیکن ہم عملی طور پر آواز کی بلندی کو آواز کے درجہ(Sound level)کے ذریعہ بہتر سمجھ سکتے ہیں اور ہم اسے، اسطرح بیان کریں گے۔

$$\beta = 10\log_{10}\left[\frac{I}{I_0}\right]$$

یہاں I آواز کی حدت اور I_0 ایک مستقل حوالہ جاتی حدت ہے۔ جسکی مقدار $10^{-12}Wm^{-2}$ ہے۔

5.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- موسیقی پیمانہ: تعدد کا ایک ترتیب دیا گیا مجموعہ ہوتا ہے۔
- عمارتوں کی صوتیات: طبیعات کی وہ شاخ جس کا تعلق سمعی موجوں سے ہے جس میں بالخصوص ایک کمرے یا تھیٹر میں آواز کی پیدا ہونے، اسکی ترسیل اور آواز کی تحصیل سے جڑا ہے، عمارتوں کی صوتیات(Acoustics of Building) کہلاتا ہے۔
- Audible Range یا قابل سماعت رینج: 20Hz سے 20,0000Hz تعدد کی بیچ کی آواز کو Audible Range یا قابل سماعت رینج کہلاتی ہے۔
- سمعی موجوں کی حدت: آواز کی اشاعت کے سمت سے عمودی سمت میں ایک یونٹ (Cross sectional)رقبہ سے ترسیل شدہ اوسط طاقت (Power) کو سمعی موجوں کی حدت کہتے ہیں۔
- Campression،Rarefraction، طولی موج، ڈیسیبل(Decible)، پیچ، Note موسیقی، بازگشت، انجذابی شرح، صوتیات۔

5.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

5.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. انسان وہی آواز سن سکتے ہیں جنکی تعدد(Hz).........سے.........کے درمیان ہوتی ہے۔
2. ایک کتا Hz...............تعدد تک آواز سن سکتا ہے۔
3. 20Hz سے 20,0000Hz تعدد کی بیچ کی آواز کو..........................رینج کہلاتی ہے۔
4. سمعی موجوں کی حدت سے کیا مراد ہے۔
5. آواز کے معیار کو.....................کی اکائی میں ظاہر کیا جاتا ہے۔
6. موسیقی پیمانہ سے کیا مراد ہے۔
7. سرگوشی کرنے کی آواز dB........سے dB............ہوتی ہے۔

8. Audible Range یا قابل سماعت رینج سے کم تعدد والی موجوں کو ....اور اس سے زیادہ تعدد کی آوازوں کو ....کہتے ہیں۔

9. آواز کی موجیں۔۔۔۔۔موجوں کی مثالیں ہیں۔

10. انسان کی Audible Range۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔Hz سے۔۔۔۔۔۔۔Hz تک ہوتی ہے۔

11. سمعی موجوں کے دباؤ کو P_1 کو۔۔۔۔۔۔سے ظاہر کرتے ہیں۔

12. پیچ کی تعریف کیجئے۔

13. زیادہ تعدد والی آواز کی پیچ۔۔۔۔۔۔ہوگی اور کم تعدد والی آواز کی پیچ۔۔۔ہوگی۔

14. وقت بازگشت وہ وقت ہے جسمیں آواز کی حدت کو اسکے ابتدائی قیمت کے۔۔۔۔۔۔حصہ تک گرنے میں درکار ہے۔

15. وقت بازگشت کو decibel میں بیان کیجئے۔

16. مندرجہ ذیل میں سے کس کو انجذابی شرح سب سے کم ہے۔

17. (a) قالین (b) انسانی جسم (c) گلاس (d) چکنی کنکریٹ

5.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. سمعی موجوں کی حدت کو بیان کرو۔
2. آواز کی بلندی کے لیے مساوات اخذ کرو۔
3. آواز کی پیچ اور معیار اہمیت کو بیان کرو۔
4. آواز کی بلندی کی تعریف کیجیے اس کی اکائی لکھیے۔
5. سمسی موجوں میں تعدد کی اہمیت پر بحث کیجئے۔
6. آواز کی پیچ سے کیا مراد ہے اور اس کو مثال ذریعے سمجھایئے۔
7. موسیقی پیمانے پر ایک نوٹ لکھیں۔
8. بازگشت کے عمل کو مختصر سمجھایئے۔
9. ثابت کیجئے کے وقت بازگشت میں آواز کی حدت 60db تک گر جاتی ہے۔
10. انجذابی شرح سے کیا مراد ہے اور ایک خالی کمرے اور سامان کے ساتھ کمرہ ہو تو انجذابی شرح کا ضابطہ کیا ہوگا۔

5.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. سمعی موجوں کی حدت تعریف کرو اور مساوات اخذ کرو۔
2. آواز کی بلندی، آواز کی پیچ اور معیار تعریف کرو۔

3. آواز کی بلندی اور معیار کو تفصیلاً سمجھائیں۔

4. وقت بازگشت کے لیے سبائن کا ضابطہ اخذ کیجئے۔

5.9.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک میٹنگ ہال کا حجم $(10 \times 30 \times 10) m^3$ ہے اس کے وقفہ بازگشت 3sec ہے۔

(a)۔ ہال کا مکمل انجذاب کیا ہے۔

(b)۔ اگر ایکسز ازٹرین ہال میں ہوں تو ہال کے انجذاب کو محسوب کرو۔ ہر زائر کے آواز کا انجذاب 0.5 metric sub کے لئے وقفہ بازگشت دریافت کرو۔

جواباً 1700 میٹرک سبائن، 500 میٹرک سبائن، 2.318 سیکنڈ

5.10 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. N.C. Bajaj – The Physics of Waves & Oscillations.
2. P.K. Palanisamy – Engineering Physics.
3. J.P. Agarwal – Unified Physics – Waves & Oscillations Pragati Edition.
4. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
5. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.

اکائی 6۔ بازگشت

(Reverbration)

اکائی کے اجزا

6.0 تمہید (Introduction)

جب ایک آواز کی موج کسی سطح پر وقوع پذیر ہوتی ہے تو وقوع پذیر توانائی کا کچھ حصہ جذب ہو جاتا ہے۔ مختلف اشیاء آواز کی توانائی کو مختلف مقدار تک جذب کرتے ہیں۔ باقی توانائی عموماً منعکس ہو جاتی ہے۔ مثلاً موٹے پردے، چٹائیاں، قالین، لکڑی، کارڈ بورڈ، آواز جذب کرنے والی اشیاء کی یہ چند مثالیں ہیں۔ انسانی جسم بھی آواز کی موجوں کو جذب کرتے ہیں۔ اچھے جاذب آوازوں ہوتے ہیں جو آواز کی موجوں کو مکمل جذب کرتے ہیں۔ کھلی کھڑکی اور دروازے آواز کو جذب کرنے والی اشیاء ہیں۔ آواز کی مختلف تعدد کے لئے کسی سطح کی انجذابی خاصیت مختلف ہوتی ہے۔

6.1 مقاصد (Objectives)

- یہ اکائی ہمیں سبائن فارملہ واقف کرتی ہے اور اس اصول حاصل کریں گے۔
- اس اکائی میں ہم آواز کی اہم اطلاقات جیسے عمارتوں کی صوتیات اور ہال اور آڈیٹوریا کے صوتی پہلو کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

6.2 سبائن کا ضابطہ(Sabine Formula)

سبائن نے چند تجربات کے ذریعہ ایک ضابطہ اخذ کیا اور یہ دریافت کیا "وقفہ بازگشت حجم کے راست تناسب ہوتا ہے اور مکمل انجذاب کے بالعکس تناسب ہوتا ہے۔ اگر 'T' کمرے کا وقفہ بازگشت V کمرے کا حجم اور مکمل انجذاب A ہے۔

سبائن نے وقت بازگشت کے لئے ضابطہ دیا تھا، جو اسطرح ہے۔

$$T = \frac{0.165V}{\sum \alpha_i \delta_i}$$

یہاں 'V' کمرے یا ہال کا حجم ہے۔

α_i کمرے میں موجود سامان یا مادے کی انجذابی شرح ہے اور

δ_i اس سامان کے سطحی رقبے ہیں۔

آیئے اب ہم سبائن کے ضابطہ کو اخذ کریں گے۔

انجذابی شرح کی اوسط قدر اس طرح لکھی جا سکتی ہے۔

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1\delta_1+\alpha_2\delta_2+ --- + \alpha_n\delta_n}{\delta_1+\delta_2+\delta_3+ ---- \delta_1} = \frac{\sum \alpha_i\delta_i}{s} \quad \text{--------}(1)$$

یا

$$\bar{\alpha}s = \sum \alpha_i\delta_i \quad \text{--------}(2)$$

کہنی دو متواتر انعکاس کے درمیان آواز $\frac{4V}{s}$ فاصلہ طۓ کرتی ہے۔اسے 'وسطی آزادانہ راستہ' یا (Mean free path) کہتے ہیں۔

دو متواتر انعکاس کے درمیان لگنے والا وقت ہوگا $\frac{4V}{SV}$ یہاں v آواز کی رفتار ہے۔

فی سیکنڈ ہونے والے انعکاس کی تعداد $\frac{SV}{4V}$ ہوگی۔

وقت 't' میں ہونے والے انعکاس کی اوسط تعداد $\frac{SVT}{4V}$

فرض کرو کہ $\bar{\alpha}$ واحد Reflection پر آواز کا جذب شدہ حصہ ہے۔

اور $(1-\bar{\alpha})$ انعکاسی (منعکس) حصہ ہے۔

دو مرتبہ انعکاس کے بعد منعکس ہونے والی آواز کا حصہ $(1-\bar{\alpha})^2$ ہوگا

اسی طرح $\left(\frac{Svt}{4V}\right)$ مرتبہ انعکاس کے بعد منعکس ہونے والی آواز کا حصہ ہوگا $(1-\bar{\alpha})\left(\frac{Svt}{4V}\right)$

اسی دوران آواز کی حدت ہوگی۔

$$I_t = I_0(1-\bar{\alpha})\frac{Svt}{4V} \quad \text{--------(3)}$$

یہاں I_0 آواز کی ابتدائی حدت ہے۔

اور I_t وقت 't' کے بعد حدت ہے۔

مان لو کہ وقت 't' وقت بازگشت 'T' ہو تو

$$\frac{I_t}{I_0} = (1-\bar{\alpha})\frac{SvT}{4V} \quad \text{--------(4)}$$

$\frac{I_t}{I_0} = 10^{-6}$ کی مدد سے مساوات

(5) کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$10^{-6} = (1-\bar{\alpha})\left(\frac{SvT}{4V}\right)$$

دونوں طرف (جانب) Natural Logarithm لینے پر

$$log_e 10^{-6} =$$

مساوات (5) کی Value (قیمت) ڈالنے پر ہمیں وقت بازگشت کے لئے سبائن کا (فارمولہ) ضابطہ حاصل ہوتا ہے۔

$$T = \frac{0.165V}{\epsilon aS} \qquad \text{----------(6)}$$

مساوات (6) پر غور کرنے پر ہم دیکھ سکتے ہیں کی وقتِ بازگشت آڈیٹوریم یا کمرے کے حجم کے بالراست متناسب ہوتا ہے۔آڈیٹوریم میں موجود آواز کو جذب کرنے والی سطحوں جیسے دیوار، چھت، پردے وغیرہ کے رقبوں کے معکوسی طور پر متناسب، کل انجذابی شرح کے معکوسی متناسب یہ ضابطہ (مساوات) سبائن کے ذریعہ حاصل کردہ تجرباتی اقدار کے ساتھ اچھی طور پر متفق ہے۔

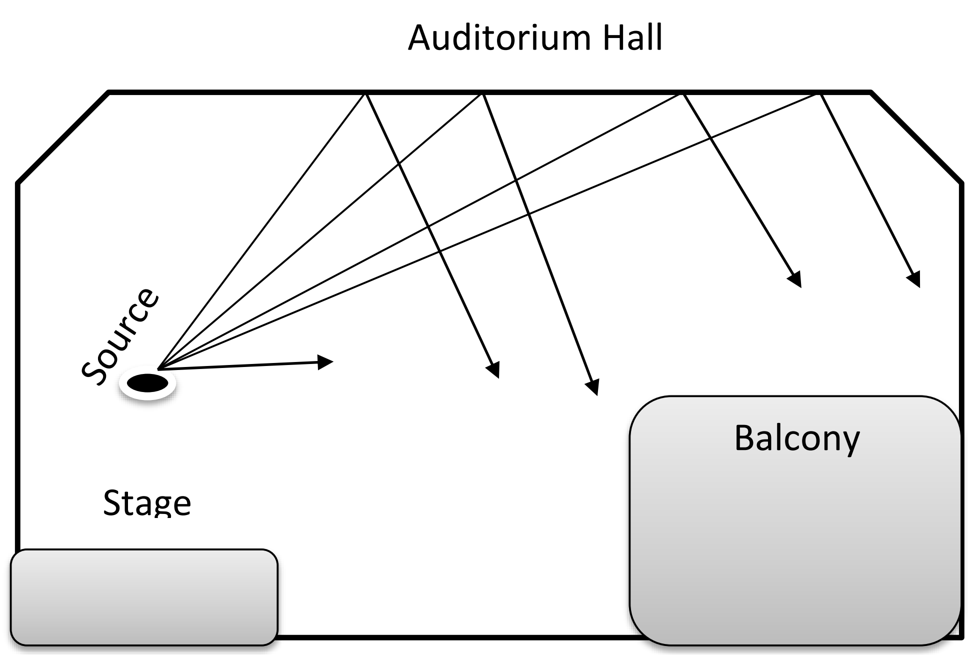
سبائن کو مساوات(6) کی مدد سے انجذابی شرح کو تعین کیا جاسکتا ہے۔ فرض کرو کی T_1 وقت بازگشت کسی خالی کمرے میں جسمیں کوئی سامان موجود نہیں ہے۔

اور T_2 کمرے میں سامان کے ساتھ وقتِ بازگشت ہے۔ توانجذابی شرح ہو گی۔

$$\alpha_1 = \frac{0.165V}{S_1}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \qquad \text{-------(7)}$$

6.3 ہال اور آڈیٹوریم کے صوتی پہلو (Acoustic of Building and Hall)

طبیعیات کی وہ شاخ جو سہنما تھیٹر اڈٹوریم اُمور کی بناوٹ اور کنٹرول کرنے سے متعلق ہے تاکہ 'موسیقی'، گانے، صاف طور پر اصل کے مطابق پیش اور سنے جا سکیں تاکہ سامعین میں خوشگوار اثر دے "عمارتی موتیات" کہلاتی ہے۔ وہ شعبہ جو اچھے آڈیٹوریم کے بنانے کے متعلق ہوتا ہے (Arelectural Acoustics) تعمیری موتیات کہلاتا ہے۔ تعمیری موتیات "بازگشت" بنے گانے "صاف طور پر اصل کے مطابق پیش اور سنے جا سکیں تاکہ سامعین میں خوشگوار اثر دے "عمارتی موتیات کہلاتی ہے وہ شعبہ جو اچھے آڈیٹوریم کے بنانے کے متعلق ہوتا ہے (Arelectual acoustics) تعمیری موتیات کہلاتا ہے۔



شکل (5.6)

جیسا کی ہم نے پہلے ذکر کیا ہے کہ صوتیات عمارتوں اور آڈیٹوریم کی ڈیزائننگ میں اہم رول ادا کرتی ہے۔ کسی آڈیٹوریم میں آواز کی بازگشت بنیادی طور پر مختلف سطحوں پر متعدد(Multiple)انعکاس کی وجہہ سے ہوتی ہے۔اچھی آواز سننے کے لئے وقت بازگشت ایک مناسب قدر چاہیئے۔آڈیٹوریم کی شکل اور حجم اور آواز کا انجذابی بھی آواز کی عمل کو متاثر کرتا ہے۔صوتی لحاظ سے اچھے ہال کی بنیادی ضروریات یا شرائط درج ذیل ہیں۔

1. دیوار اور چھت کی شکل ایسی ہونی چاہیئے کی پورے ہال میں آواز کی یکساں تقسیم ہو۔ہال کے ڈیزائین کے آواز کی ہموار بڑھنے اور زوال کی ضرورت ہوتی ہے۔دئے گئے خاکہ میں ایک ایسے ڈیزائن کو دکھایا گیا ہے جو کہ آواز کی یکساں تقسیم کو یقینی بناتا ہے۔
2. آڈیٹوریم کے حجم کا فیصلہ وہاں منعقد ہونے والے پروگرام کی قسم اور نشتور کی تعداد کے لحاظ سے کیا جاتا ہے۔مثال کے طور پر ایک موسیقی ہال کا حجم زیادہ ہونا چاہیئے جبکہ ایک لیکچر ہال کو کم حجم کی ضرورت ہوتی ہے۔ہال کے حجم کا تعین کرنے میں اس کی لمبائی اور چوڑائی سے زیادہ اونچائی اہم کردار ادا کرتی ہے۔ چھت کی اونچائی اور چوڑائی کے درمیان تناسب 2:3 ہونا چاہیئے۔
3. بازگشت مناسب ہونا چاہیئے یعنی نہ بہت زیادہ نہ بہت کم۔موسیقی کے لئے وقت بازگشت 1 سے 2 سیکنڈ ہونا چاہیئے اور Speech کے لئے 0.5 سے 1 سیکنڈ تک ہونا چاہیئے۔
4. سنائی دینے والی آواز ہال کے ہر حصہ میں کافی بلند ہونی چاہیئے اور اسکی گونج نہیں ہونی چاہیئے۔
5. ہال کے کسی بھی حصہ میں آواز کا ارتکاذ نہیں ہونا چاہیئے۔
6. ہال کی حدود، غیر ضروری شور کو خارج کرنے کے لئے کافی 'Sound Proof' ہونی چاہیئے۔
7. عمارت کے اندر کوئی گونج گمک نہیں ہونا چاہیئے۔

6.4 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

ایک ہال کا حجم $(10 \times 30 \times 10)m^3$ ہے جس کا وقفہ بازگشت 3 سکنڈ ہے۔

i. ہال کا انجذاب کیا ہوگا؟

ii. ہال میں 1200 مہمان ہیں جن میں سے ہر ایک 0.5 میٹرک سابئن انجذاب کا حامل ہے تو بتاؤ کہ نیا وقفہ بازگشت کیا ہوگا۔

حل:

i. ہال کا تخم $= 10 \times 30 \times 100 = 30000$ مکعب میٹر

وقفہ بازگشت $T = 3$ سکنڈ

مجموعی آواز کا انجذاب $A_1 = 9$

$$A_1 = \frac{0.17V}{T}$$

$$A_1 = \frac{0.17 \times 30000}{3} = 1700 metric\ sabine$$

ii. ہال کا حجم $= 30000$ مکعب میٹر

ہال میں بیٹھے ہوئے لوگ $= 1000$

1000 لوگوں کا انجذاب $= 0.5 \times 1000 = 500$ میٹر سبائن

ہال کا انجذاب $= 1700$ میٹر سبائن

کل انجذاب =(ہال کا انجذاب+ 1000 لوگوں کا انجذاب)

کل انجذاب $= 1700 + 500 = 2200$ میٹر سبائن

نیا وقفہ بازگشت $= \frac{0.17V}{A}$

نیا وقفہ بازگشت $= \frac{0.17x30000}{2200} = 2.31818$ سکنڈ

حل شدہ مثال2

ایک بند ہال کا حجم $10m^3 \times 15 \times 20$ ہے جس کا سطح انجذاب ضریب 0.035 ہال کا بازگشت وقت کیا ہوگا۔ ہال کا رقبہ $1500m^2$ میں بازگشت وقت 2.5 سکنڈ ہو تو ہال کا میٹریل کی انجذاب ضرب کیا ہوگا۔

حل:

ہال کا حجم $10 \times 15 \times 20 = 3000$ مکعب میٹر

ہال کا انجذاب ضریب $a = 0.035$

ہال کا سطحی رقبہ $= 2h(l + b) + lb + lb$

$$= 2h(l + b) + 2lb$$

$$2 \times 10(20+15) + 2 \times 20 \times 15 =$$
$$20 \times 35 + 600 =$$
$$700 + 600 =$$

ہال کا سطحی رقبہ $m^2 1300 =$

سطحی انجذاب $as = A_1$

$45.5 = 0.035 \times 1300 =$ میٹر سابئن

بازگشت وقت $T = \frac{0.17V}{A_1}$

$$\frac{0.17 \times 3000}{45.5} =$$

$11.20 = T$ سکنڈ

ہال کا میٹریل کا بازگشت وقت $T_1 = 2.5$ سکنڈ

کل انجذاب $A_2 = \frac{0.17V}{T_1}$

$$\frac{0.17 \times 3000}{2.5}$$

کل انجذاب $A_2 = 204$ میٹر سابئن

ہال کے میٹریل کا $500m^2$ میں انجذاب $S_1 = A_2 - A_1$

$$204 - 45.5 =$$

ہال کے میٹریل کا $1500m^2$ میں انجذاب $S_1 = 158.5$ میٹر سابئن

حل شدہ مثال 3

ایک ہال کا حجم $(4 \times 6 \times 10)m^3$ ہے جس کا وقفہ بازگشت Sec 1.5 ہے۔

(a)۔ ہال کا انجذاب کیا ہوگا۔

(b)۔ ہال میں 40 مہمان ہیں جن میں سے ہر ایک 0.5 میٹرک سابئن انجذاب کا حامل ہے تو بتاؤ کہ نیا وقفہ بازگشت کیا ہوگا۔

حل: (i)۔ ہال کا حجم $240m^3 = 4 \times 6 \times 10$

وقفہ بازگشت $1.5 \text{ sec} = T$

مجموعی آواز کا انجذاب $A_1 = ?$

$$A_1 = \frac{0.17V}{T} = \frac{0.17 \times 240}{1.5} = 2.72 \; metric \; sabine$$

(ii)۔ ہال کا حجم $240m^3$

ہال میں بیٹھے ہوئے لوگ $= 40$

ہر ایک شخص کا انجذابی شرح $= 0.5$ میٹرک سابئن

40 لوگوں کا انجذاب $0.5 \times 40 = 20\ met\ sabine$

ہال کا انجذاب $= 27.2\ metric\ sabine$

مجموعی انجذاب $= 20 + 27.2$

$= 47.2\ metric\ sabine$

نیا وقفہ بازگشت $\frac{0.17 \times 240}{47.2} = \frac{0.17V}{A}$

$T = 0.8644 Sec$

6.5 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- L.W.C Sabine نے چند تجربات کے ذریعہ ایک ضابطہ اخذ کیا اور یہ دریافت کیا "وقفہ بازگشت حجم کے راست تناسب ہوتا ہے اور مکمل انجذاب کے بالعکس تناسب ہوتا ہے۔ اگر 'T' کمرے کا وقفہ بازگشت V کمرے کا حجم اور مکمل انجذاب A ہے۔
- طبیعات کی وہ شاخ جس کا تعلق سمعی موجوں سے ہے جس میں بالخصوص ایک کمرے یا تھیٹر میں آواز کی پیدا ہونے، اسکی ترسیل اور آواز کی تحصیل سے جڑا ہے، عمارتوں کی صوتیات (Acoustics of Building) کہلاتا ہے۔
- اس اکائی میں ہم نے جانا کی آواز ایک طولی موج ہے ہم نے آواز کی موجوں کے پیدا ہونے کے عمل کو جانا اور ہم نے عمارتوں کی صوتی پہلو جیسے بازگشت، سابئن کا ضابطہ اور انجذاب کو شرح کے بارے میں بھی جانا۔

6.6 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **بازگشت (Reverberation):** ایک بند کمرے میں آواز کا دیواروں سے متعدد انعکاس کے نتیجہ میں مبداء کو بند کرنے کے بعد بھی قیام پذیر ہوتا آواز کی بازگشت (Reverberation) کہلاتا ہے۔
- **انجذابی شرح (Absorption co-efficient):** کسی سطح کی انجذابی شرح سے مراد وہ نسبت ہے جو اس سے جذب کی گئی آواز کی توانائی E_S اور اسی وقفہ میں مساوی رقبہ کی کھلی کھڑکی سے جذب کی گئی توانائی E_W کے درمیان پائی جاتی ہے۔

انجذابی شرح $a = \frac{E_S}{E_W}$

6.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

6.7.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. انجذاب(Absorption) سے کیا مراد ہے۔
2. سبائن کا ضابطہ(Sabine formula) کو بیان کرو۔
3. سبائن کا ضابطہ(Sabine formula)=.................................
4. بازگشت(Reverberation) سے کیا مراد ہے۔
5. آواز کی موجیں۔۔۔۔۔ موجوں کی مثالیں ہیں۔
6. انسان کی Hz Audible Range۔۔۔۔۔۔۔۔۔سے۔۔۔۔۔۔Hzتک ہوتی ہے۔
7. سبین کا ضابطہ۔۔۔۔۔۔ہے۔
8. وقت بازگشت کو decibel میں بیان کیجئے۔
9. مندرجہ ذیل میں سے کس کو انجذابی شرح سب سے کم ہے۔
10. (a) قالین (b) انسانی جسم (c) گلاس (d) چکنی کنکریٹ
11. سبین کے ضابطہ کے مطابق وقت بازگشت کل انجذاب کے بالراست متناسب ہوتا ہے (صحیح یا غلط)۔

6.7.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. انجذاب ضریب سے کیا مراد ہے۔ چند اشیاء کی انجذابی کی قیمتیں لکھئے۔
2. سبائن کا ضابطہ(Sabine formula) نوٹ لکھئے۔
3. بازگشت کے عمل کو مختصر سمجھایئے۔
4. انجذابی شرح سے کیا مراد ہے اور ایک خالی کمرے اور سامان کے ساتھ کمرہ ہو تو انجذابی شرح کا ضابطہ کیا ہو گا۔

6.7.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. انجذاب ضریب اور بازگشت وقت سے کیا مراد ہے۔ بند کمرے میں بازگشت وقت کے لئے سبائن کا ضابطہ کو اخذ کیجئے۔
2. بہتر آڈی نوریم کے اہم شرائط کو بیان کریں۔
3. وقت بازکشت کے لیے سبین کا ضابطہ اخذ کیجئے۔
4. عمارتوں میں موتیات کی اہمیت پر نوٹ لکھیں اور صوتی طور پر اچھے ہال کی بنیادی شرائط کیا ہیں؟

6.7.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک ہال کا حجم $(4 \times 6 \times 10)m^3$ ہے جس کا وقفہ بازگشت 1.5 سکنڈ ہے۔(a)۔ہال کا انجذاب کیا ہوگا۔(b)۔ہال میں 40 مہمان ہیں جن میں سے ہر ایک 0.5 میٹرک سبائن انجذاب کا حامل ہے تو بتاؤ کہ نیا وقفہ بازگشت کیا ہوگا۔
2. ایک بند ہال کا حجم $20 \times 30 \times 16m^3$ ہے جس کا سطعی انجذاب ضریب 0.04 ہال کا بازگشت وقت کیا ہوگا۔ ہال کا رقبہ $2000m^2$ میں بازگشت وقت 3sec ہو تو ہال کا میٹریل کی انجذاب ضریب کیا ہوگا۔

6.8 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. N.C. Bajaj – The Physics of Waves & Oscillations.
2. P.K. Palanisamy – Engineering Physics.
3. J.P. Agarwal – Unified Physics – Waves & Oscillations Pragati Edition.
4. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
5. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.

اکائی 7۔ نور کی نوعیت ہائیجنز کا اُصول

(Nature of Light – Hyugens Principles)

اکائی کے اجزا

7.0 تمہید (Introduction)

اشعاع(radiation) توانائی کے اخراج اور اس کی اشاعت سے بحث کرتی ہے۔ اشعاع کی بڑی اقسام کی درجہ بندی، برقی مقناطیسی(Electromagnetic)، صوتی(acoustic)اور ذراتی اشعاع(Particle radiation)کے طور پر کی جاسکتی ہے۔ یہاں ہم برقی مقناطیسی اشعاع پر بحث کریں گے جس کی ذیلی تقسیم ریڈیومائیکروویو(Microwave)پائین سرخ(infrared)، مرئی(Visible)، بالائےبنفش(Ultravoilet)،X شعاعوں(X-rays)اور گاماشعاعوں(γ ray)کے طور پر کی جاتی ہے۔ یہ بحث ان کے گھٹتے ہوئے طول موج یاان کی بڑھتی ہوئی توانائیوں کے تناظر میں کی جائے گی۔ ہم جانتے ہیں کہ توانائی کی اشاعت ایک مقام سے دوسرے تک یا تو مادی حرکت کے ذریعہ یا پھر کسی واسطے میں موجی خلل کے سفر کے ذریعہ عمل میں آتی ہے۔ جس میں واسطہ بذات خود متحرک نہیں ہوتا۔ ایک بندے پانی کا گرنا۔ کسی فاصلے سے پتھر کو پھینک کر کھڑکی کے شیشے کو توڑنااور ٹریائن کے پلیڈزپر پانی کو گراکر انہیں چلاناوغیرہ۔ مادی حرکت کے ذریعہ ایک مقام سے دوسرے مقام تک توانائی کی منتقلی کی چند مثالیں ہیں۔ آواز کی توانائی کا ایک مقام سے دوسرے تک انتقال موجی حرکت کے ذریعہ ہوتا ہے۔ واسطے کا ہر ذرہ اپنے مقام توازن پر مرتعش رہ کر برابر والے ذرے کو توانائی منتقل کرتا ہے۔ مبداء نور کے کسی نقطے سے کسی بھی دور کے تکہ نور کی توانائی کے انتقال کو سمجھانے کے لئے دو نظریات یعنی ذراتی نظریہ اور موجی نظریہ کو پیش کیا گیا۔ ذراتی نظریہ کو سرآئزک نیوٹن(Sir Issac Newton)نے 1675ء میں اور موجی نظریہ کو ہائیجنز نے 1678ء میں پیش کیا، جس کے بعد ان دونوں نظریوں کی تجربی تصدیق ہوتی رہی اور دو مکتب خیال پروان چڑھتے رہے۔ ہوک ہائیجنز، ڈلکارڈ اور ایولر موجی نظریہ کے موید تھے جبکہ نیوٹن اور لاپلاس ذراتی نظریہ کی مدافعیت کرتے رہے۔

چند مظاہر ایسے ہیں جنہیں صرف نور کی ذراتی نوعیت کی بنیاد پر سمجھایا جاسکتا ہے۔ جب کہ بعض دوسرے مظاہرہ کی توجیہہ صرف موجی نظریہ کی بنا پر کی جاسکتی ہے۔ اس لئے نور کا موجودہ دوٹیلا نظریہ بلاشک وشبہ قابل قبول ہے۔ بعض اوقات ہمیں اس کو فونانس کیر قوم میں سونچنا پڑتا ہے تو بعض اوقات امواج کی رقوم میں۔ ہم اس اکائی میں ہائیجنز کے موجی نظریہ کا تفصیل سے مطالعہ کریں گے اور اس کی بنیادی پر انعکاس انعطاف کے مظاہر کو سمجھائیں گے۔

7.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں اس پر بحث کی گئی ہے کہ نور دراصل برقی مقناطیسی طیف کا ایک حصہ ہوتا ہے۔ اس مظہر کو سمجھانے کے لیے اکائی میں

- نور کی نوعیت کا مختصر اًجائزہ لیا گیا ہے۔
- ہائیجنز کے اُصول کو استعمال کرتے ہوئے کلیات انعکاس وانعطاف کو ثابت کریں۔

7.2 نور کی نوعیت(Nature of Light)

نور ہم تک کائینات کی خبریں لاتا ہے۔ سورج اور ستاروں سے ہم تک پہنچ کر یہ انکے وجود، ان کے مقام انکی حرکات، ان کی ہئیت ترکیبی اور بہت ساری دلچسپ معلومات فراہم کرتا ہے۔ ہمارے اطراف ہم سے قریب تر موجود اشیاء کو دکھانے سے لے کر یہ ہمیں دنیا کو اپنے انداز سے دیکھنے کے قابل بناتا ہے۔ ہم پر منکشف ہونے والے رنگوں اور اشکال سے ہم لطف اندوز ہوتے ہیں اور ہم ایک دوسرے کے درمیان معلومات اور خیالات کے تبادلے کے لیے ان کو استعمال کرتے ہیں۔ اس طرح نور کا مطالعہ طبیعی دنیا کے بعض نہایت اہم اور بنیادی خصوصیات سے گہرا تعلق رکھتا ہے۔

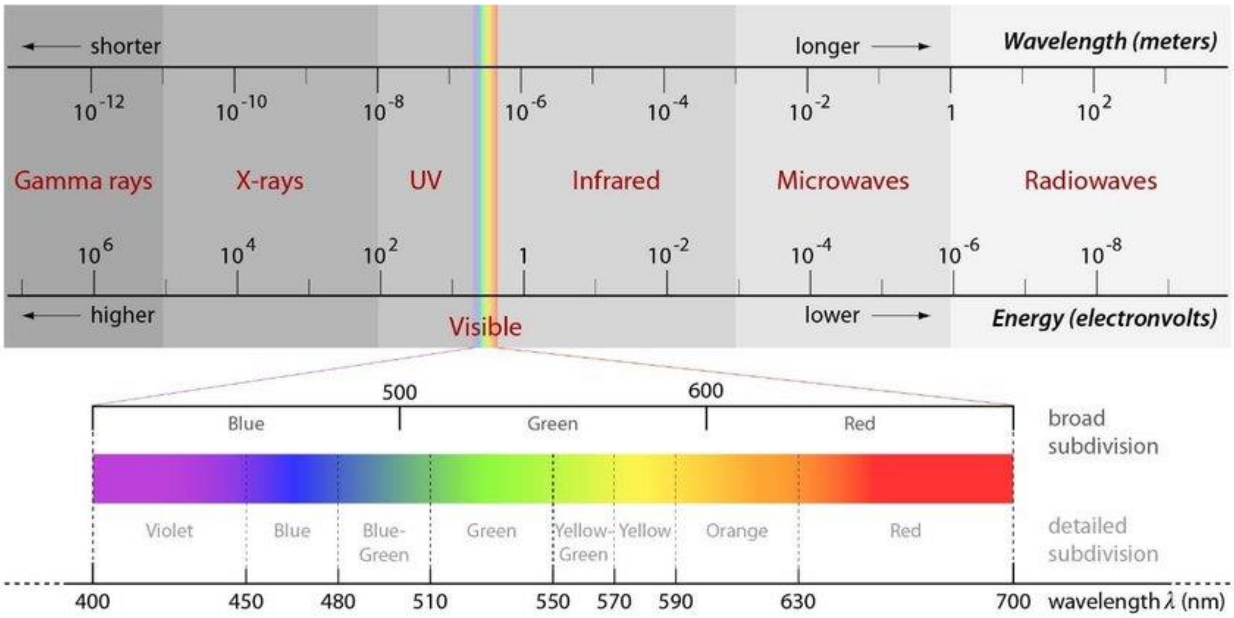
یہ حقیقت کہ نور ایک تناہی(finite) رفتار سے سفر کرتا ہے۔ نظریاتی اور عملی دونوں اعتبارات سے ثابت ہوچکی ہے۔ خلاء(Vacuum) میں نور کی رفتار 3×10^8 میٹر فی سیکنڈ ہے۔ جو برقی مقناطیسی امواج کی رفتار کے مساوی ہے۔ ان کے بارے میں گذرے ہوئے اسباق میں بحث کی جاچکی ہے۔ نور کے انعکاس(Reflection) سے بھی ہم ابھی طرح واقفیت حاصل کر چکے ہیں۔ نظام شمس کے چاند، سیارے اور توابع(Satellites) نور کے انعکاس کے باعث ہی دکھائی دیتے ہیں۔ کیوں کہ یہ فلکی اجسام سورج کی طرح خود سے منور نہیں ہیں۔ نور کا انعطاف(Refraction) اس وقت واقع ہوتا ہے جب نور ایک واسطے سے دوسرے واسطے میں داخل ہوتا ہے جہاں نور مختلف رفتار سے حرکت کرنے لگتا ہے۔ ان مظاہر کو نیوٹن نے اٹھارویں صدی میں اس مفروضے کی بنیاد پر پیش کیا کہ نور چھوٹے چھوٹے ذرات پر مشتمل ہوتا ہے۔ مگر تھامس ینگ(Thomas Young) نے انیسویں صدی کے پہلے نصف میں نور کے تداخل(Interference) کے مظہر پر مطالعے کیے۔ اس وقت تک انکسار(Diffraction) اور تقطیب(Polarisation) کے مظاہر دریافت کیے جاچکے تھے۔ یہ مظاہر کی موجی نوعیت(Wave nature) کی بنیاد پر ہی سمجھے جاسکتے تھے۔

حالانکہ نور کے موجی نظریے کو 1850ء تک تسلیم کیا جاچکا تھا۔ لیکن آنسٹائین کے مشاہدہ کردہ ضیا برقی اثر(Photoelectric effect) کو صرف نور کی ذراتی نوعیت کی بنیاد پر سمجھایا جاسکتا تھا۔ وہ اس طرح کہ خلاء میں نور کی شعاع میں توانائی بنڈلوں کی شکل میں سفر کرتی ہے۔ جن کو فوٹون(Photons) کا نام دیا گیا ہے۔ ایک واحد نوٹوں کی توانائی 'E' کو اس مساوات کے ذریعہ بتایا جاسکتا ہے۔ $E = h\nu$، جہاں h پلانک(Planck) کا مستقل ہے اور γ نور کی موج کا تعدد ہے۔ نور کی نوعیت کے بارے میں ہمارا جدید نظریہ یہ ہے کہ نور دوہری نوعیت کا حامل ہے۔ یعنی یہ ایک موج کے علاوہ ایک ذرہ کے طور پر بھی اپنا طرز عمل ظاہر کرتا ہے۔

7.3 نور اور برقی مقناطیسی طیف(Light and Electromagnetic Spectrum)

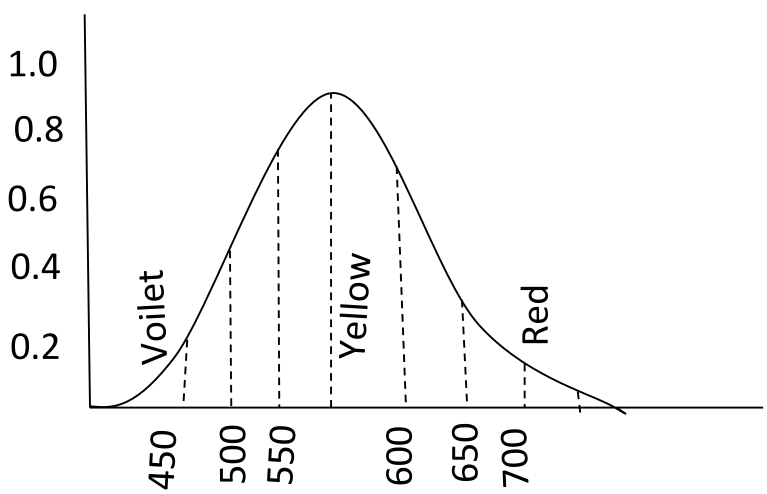
اگر چہ کہ تداخل اور انکسار ایک موج کے مخصوص مظاہر ہیں اور نور کی تقطیب کا مظہر، نور کی موجوں کی عرضی(Transverse) نوعیت کا انکشاف کرتا ہے۔ برقی مقناطیسی موجوں کی طرح نور کی تناہی رفتار اور اس کی طولی نوعیت کی بنیاد پر جیمس کلارک میکس ویل(J.C. Maxwell) نے یہ تجویز پیش کی کہ نور برقی مقناطیسی طیف کا ایک جز ہے۔ شکل(7.1) برقی

مقناطیسی طیف کو بتاتی ہے جس میں نور کی موج جملہ طیف کے ایک چھوٹے حصے پر مشتمل ہے۔ جب کہ جملہ طیف لمبی طول موج والی ریڈیو امواج سے لے کر بہت ہی چھوٹی طول موج رکھنے والی کاسمک اشعاع جو زمین تک پہنچتی ہیں۔ پر مشتمل ہوتا ہے۔ طیف کا مرئی علاقہ 400تا700 نانو میٹر طول موج پر مشتمل ہوتا ہے۔اس مقدار کی منظورہ ایس آئی اکائیاں ہیں مائیکرو میٹر $(1nm = 10^{-9}m)$اور نانو میٹر $(1nm = 10^{-6})$ $1\mathrm{m}$ مرئی اشعار کی اضافی حدت کو شکل(7.1)میں دکھایا گیا ہے۔



Source:https://www.researchgate.net/figure/The-complete-electromagnetic-spectrum

شکل(7.1) برقی مقناطیسی طیف



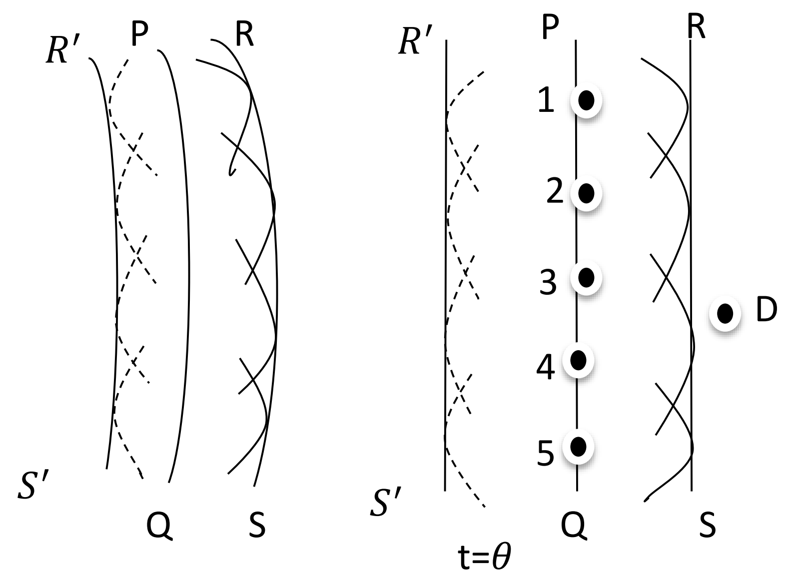
شکل(7.2) مختلف طول موج کے لیے ایک معیاری مشاہد کی آنکھ کی اضافی حیت

نور کی موجوں کا مادے سے حاوی تعامل(Dominant Interaction)عام طور پر برقی میدان کے ذریعے ہوتا ہے۔ جس کے حطیے 'E' کی پیائش ایس آئی اکائیوں میں وولٹ فی میٹر میں کی جاتی ہے۔

شکل(7.2) میں دکھائی گئی تمام امواج عموماً اپنی نوعیت کے اعتبار سے برقی مقناطیسی ہیں اور خلاء میں یکساں رفتار 'C' رکھتی ہیں۔ وہ صرف اپنے طول موج(یا تعدد) میں ایک دوسرے سے مختلف ہوتی ہیں۔ بالفاظ دیگران کے اشعاع کے مبداءاوران کی شناخت کے لیے استعمال کیے جانے والے آلات مختلف ہوتے ہیں۔اس لحاظ سے نور کی تعریف ایک ایسی برقی مقناطیسی اشعاع کے طور پر کی گئی ہے۔ جو آنکھ پر اثر انداز ہوتی ہے۔ برقی مقناطیسی طیف کی کوئی قطعی اوپری یا نچلی حدود نہیں ہوتیں۔

7.4 ہائیجنز کا اُصول(Hygen's Principles)

موجی نظریہ کے مطابق جب کسی مبداء نور کو ایک یکساں متجانس واسطے میں رکھتے ہیں تو اس سے تمام سمتیوں میں نور کی امواج خارج ہوتی ہیں۔ یہ موجیں یکساں رفتار کے ساتھ پھیلتے ہوئے ہم مرکز کروں کی شکل میں سفر کرتے ہیں۔ اگر مبداء کرے کے مرکز پر ہو تو کرے کی سطح پر کے ہر نقطے تک یہ خلل بہ یک وقت پہونچے گا۔ ایسے کڑے کو نامیہ موج(Wave front) کہتے ہیں۔اس طرح نامیہ موج کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ تمام ہئیت نقاط کا طریق ہے۔ نامیہ موج کی شکل کا انحصار مبداء نور کی شکل اور مبداء سے اس کے فاصلے پر ہوتا ہے۔



شکل((7.3(b))۔استوانی نامیہ موج   شکل((7.3(a)) ۔ کروی خامیہ موج

شکل(7.3)

(i)۔ کروی نامیہ موج کروی سطح کے ایک حصہ کو جس پر کے تمام ذرات کے ہیٔت ایک ہی ہوتی ہے۔ کروی نامیہ موج کہتے ہیں۔

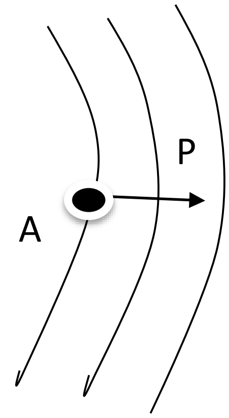
(ii)۔ استوانی نامیہ موج جب مبداء ایں ور خطی ہوتا ہے تو کسی متجانس واسطے میں نامیہ موج کی شکل استوانے کی جیسی ہوتی ہے۔اس قسم کی استوانی سطح کے ہر ذرے کی ہیٔت ایک ہی ہوتی ہے۔

(iii)۔ مستوی نامیہ موج مستوئی نامیہ ایک مستوی سطح ہے جس میں سے موجی خلل کا گزر ہوتا ہے اور جس پر کے تمام مرتعش ذرات کی ہیٔت ایک ہی ہوتی ہے۔ کروی یا استوانی سطح کا ایک جز جو مبداء سے لا تناہی فاصلے پر ہوا یک مستوی نامیہ موج بن جاتا ہے۔

ہائجنز کا اُصول دراصل کسی لمحہ 't' پر ایک نامیہ موج کے محل و شکل کو معلوم کرنے کا ایک ہندسی طریقہ ہے۔ جب کہ ہمیں اس سے قبل کے لمحے پر اس کے محل و شکل کا علم ہو۔ ہائجنز کے اُصول کے مطابق نامیہ موج پر کے تمام نقاط کو مبداء تصور کیا جا سکتا ہے۔ جن سے چھوٹی ثانوی کروی موجیں پیدا ہوتی ہے۔ جنہیں امواج صغیر (Wavelets) کہا جاتا ہے۔ 't' وقت کے بعد نامیہ موج کا نیا مقام ان صغیرہ ثانوی موجوں کا لفاف ہو گا۔

شکل (7.3) کے بموجب فرض کرو کہ مبداء 'S' سے ایک نامیہ موج کی ابتداء ہو رہی ہے۔ جو t=0 پر مقام PQ تک پہونچتا ہے۔ ہائجنز کے اُصول کے مطابق اس نامیہ موج کا ہر ذرہ ایک ثانوی مبداء بن جاتا ہے۔ جس سے صغیر کروی موجیں باہر کی طرف پھیلتی ہیں۔ ایک وقت 't' کے بعد مراکز 3,2,1 .... وغیرہ سے کروی امواج صغیرہ کا ایک سلسلہ شروع ہو گا جن میں سے ہر ایک کا نصف قطر 'Ct' ہو گا۔ جہاں 'C' موجی خلل کی رفتار ہے۔ وہ سطح جو ان چھوٹی موجوں کا لفاف ہو یعنی بالفاظ دیگر ان کروی سطحوں کی مماسی مستوی 'RS' ایک ہے۔ نامیہ موج کا مقام ہو گا۔ شکل (7.3a) اور (7.3b) کے معائینے سے ظاہر ہو جاتا ہے کہ ایک کروی نامیہ موج کی اشاعت کرے کی شکل میں اور مستوی نامیہ موج کی اشاعت ایک مستوی کی شکل میں رفتار 'c' کے ساتھ عمل میں آتی ہے۔ یہاں یہ واضح کر دینا ضروری ہے کہ ہائجنز کے اس طریقہ ساخت میں تینوں ابعاد شامل ہیں اور شکل (7.3) اس ساخت اور کاغذ کی مستوی کا تقاطع ہے۔

ہائجنز کے اُصول میں یہ مان لیا جاتا ہے کہ موج صغیر کا صرف وہی حصہ مؤثر ہوتا ہے جو لفاف کے ساتھ تماس میں رہتا ہو۔ اس طرح ایک شعاع کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ وہ خط ہے جو موج صغیرہ کے مؤثر حصے کو اس کے مبداء سے ملاتا ہے جیسا کہ شکل (7.3a) میں بتلایا گیا ہے۔ شکل (7.4) میں بتائے ہوئے نامیہ موج کے علاوہ جو آگے کی طرف اشاعت پذیر ہے۔ ایک اور نامیہ موج RS بھی ہے جو پیچھے کی جانب بڑھ رہا ہے۔ اس صورت حال سے پہلو تہی کی جا سکتی ہے اگر یہ تسلیم کر لیا جائے کہ صغیرہ کروئی موجوں کی حدت تمام سمتوں میں یکساں نہیں ہوتی بلکہ آگے کی سمت میں اعظم ترین سے بتدریج بدلتی ہوئی پیچھے کی جانچ اقل ترین یعنی صفر ہو جاتی ہے۔ (Voigt) اور (Kirchoft) نے بتایا کہ کسی دی ہوئی سمت میں "OA" سے زاویہ 2θ پر مائل ایک موج صغیرہ کا حصہ $\frac{(1+\cos\theta)}{2}$ کے تناسب ہے۔ آگے کی سمت میں $\theta = 0$ ہے اس لیے حدت اعظم ترین ہو گی بر خلاف اس کے پیچھے کی سمت میں $\theta = 180^0$ ہے اس لئے حدت صفر ہوتی ہے۔ تمام موجی مظاہر پر ہائجنز کے اُصول کا اطلاق کیا جا سکتا ہے۔ اب ہم انعکاس، انعطاف کے مظاہر کو سمجھانے کے لئے ہائجنز کے اُصول کا استعمال کریں گے۔

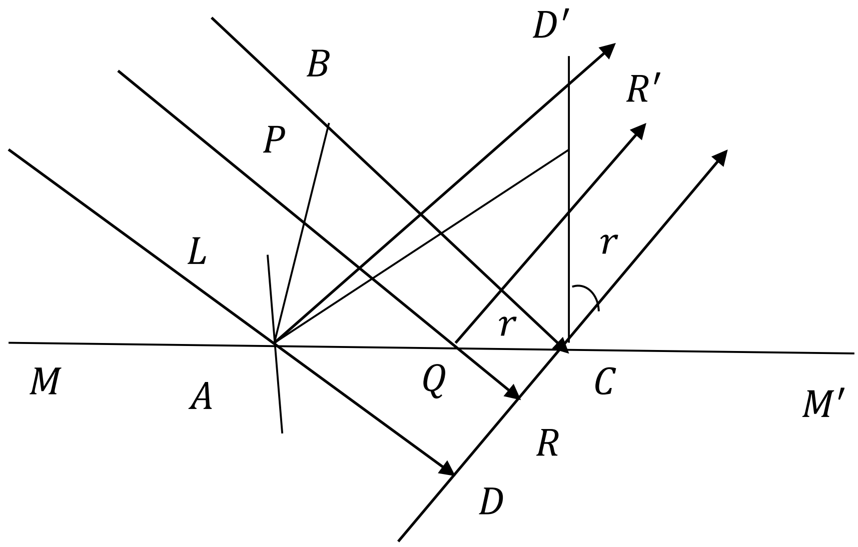


شکل(7.4)

7.5 ہائجنز کا اُصول کلیات انعکاس(Reflection of Hygens Principle)

یہاں ہم انعکاس کے مظہر کا مطالعہ کریں گے اور ہائجنز کے اُصول کے استعمال سے کلیات انعکاس کو آخذ کریں گے بموجب شکل(7.5)فرض کرو کہ MM'ایک ماکس سطح ہے فرض کرو کہ AB ایک مستوی نامیہ موج ہے جو وقت t=0 سطح ماکس MM' سے نقطہ 'A' پر ٹکراتا ہے۔ فرض کرو کہ نور کی رفتار 'C' ہے نامیہ موج کے کنارے 'B' کو نقطہ 'C' تک پہنچنے کے لئے درکار وقت 't' ہے سطح عکس MM کی عدم موجودگی میں نامیہ موج AB مقام CD تک پہنچ چکا ہوتا ہے۔

نامیہ موج جوں جوں آگے بڑھتے رہتا ہے۔ A اور C کے درمیان کے ذرات MM' کی موجودگی کی وجہ سے ثانوی امواج صغیر کے مبداء کے طور پر کام کرتے ہیں۔ ہائجنز کے اُصول کو استعمال کرتے ہوئے ہم وقت 't' کے بعد منعکس نامیہ موج تشکیل دے سکتے ہیں۔



شکل(7.5)

عاکس سطح mm کو چھونے والا نامیہ موج کا نقطہ 'A' سب سے پہلے ثانوی امواج صغیر کا مبداء بنتا ہے۔ جس سے نکلنے والی موج صغیر واسطے میں ہر طرف پھیلتی ہے۔ جس وقت 't' میں نقطہ 'B' سے نکلنے والا خلل مقام 'c' تک پہونچتا ہے۔ اسی وقت میں A سے کلنے والی موج صغیر نصف قطر Bc=ct ہو جائے گا۔ موج کے اس مقام کو حاصل کرنے کے لئے نقطہ 'A' کو مرکز مان کر Ct نصف قطر کا ایک کرہ کھینچتا ہو گا فرض کرو کہ A, C, D سے نکلنے والی موج صغیر کے نقطہ 'D' پر کا مماس ہے۔ تب 'CD' وقت 't' کے بعد منعکس نامیہ موج کے مقام کو ظاہر کرتا ہے۔

فرض کرو کہ AB پر ایک نقطہ P ہے اور مان لو کہ PQR متوازی ہے BC کے فرض کرو کہ QR اور QR نقطہ Q سے علی الترتیب CD اور CD پر کھینچے ہوئے عمود میں مثلثات QCR اور ACD مشابہ ہیں کیونکہ زاویہ

لہٰذا

$$\angle Q\hat{C}R = \angle A\hat{C}D = \quad \text{اور} \angle Q\hat{R}C = \angle A\widehat{D}C = 90^0$$

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR'}{AD'} \quad \text{-------(1)}$$

اس طرح مثلثات QCR اور ADC تشابہ ہیں کیونکہ

$$\text{زاویہ} \quad \angle Q\hat{R}C = \angle A\widehat{D}C = 90^0 \quad \text{اور} \quad \angle Q\hat{C}R = \angle A\hat{C}D \quad \text{اس لیے}$$

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR}{AD} \quad \text{------(2)}$$

(1) اور (2) کے مقابلے سے

$$\frac{QR'}{AD'} = \frac{QR}{AD} \quad \text{------(3)}$$

$$\text{کیونکہ} \quad AD = Ct = AD = BC$$

اس لیئے ہیں حاصل ہوتا ہے۔

$$QR' = \frac{AD'}{AD} QR \qquad QR' = QR \quad \text{------(4)}$$

$$\frac{AD}{AD'} = \frac{QR}{QR'} = \frac{C_1 t}{C_2 t} = \frac{C_1}{C_2}$$

مساوات (4) یہ بتلاتی ہے کہ Q سے نکلنے والی موج صغیرہ نامیہ CD کو نقطہ R پر چھوتی ہے اور یہ ان تمام امواج صغیرے لئے درست ہے جو A اور C کے مابین ہر نقطہ سے نکلتی ہیں اور لہٰذا 'CD' منعکس نامیہ موج کو تعبیر کرتا ہے۔

اب ہم مثلثوں ABC اور ADC پر غور کریں گے یہاں پر AC مشترک ہے BC=AD اور $ABC = ADC = 90^0$ اس لیے مثلث ABC اور ADC ایک دوسرے کے عین مطابق (Congruent) ہیں (یعنی ہر طرح سے برابر ہیں)۔

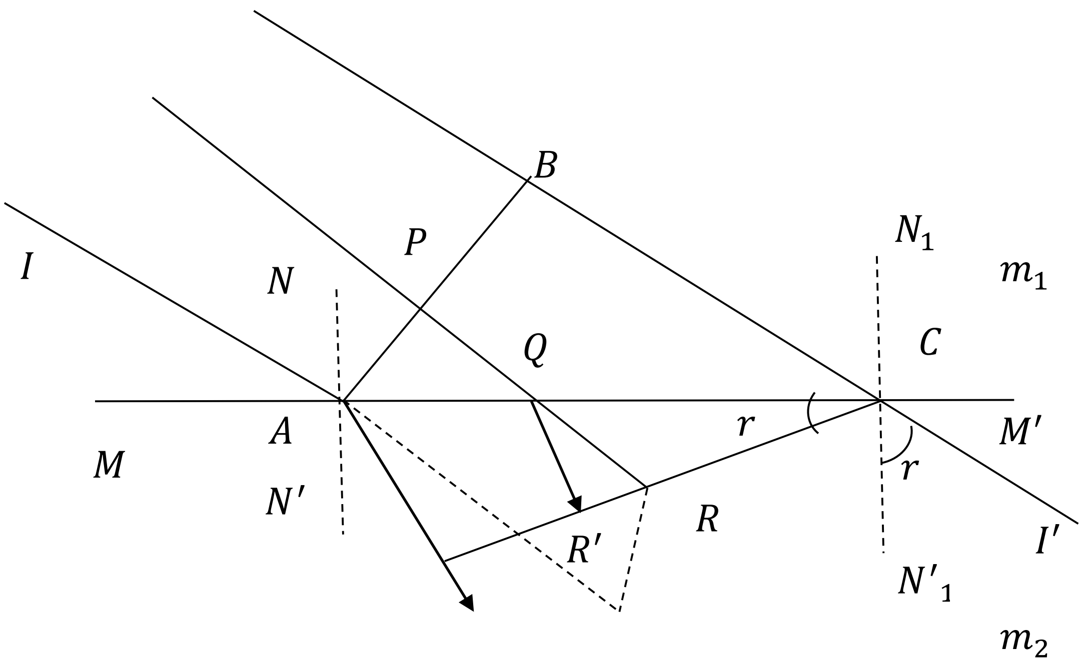
$\angle BAC = \angle ADC$ ------(5)

یعنی

لٰہذا زاویہ وقوع مساوی ہوتا ہے زاویہ انعکاس کے

7.6 ہائجنز کا اصول۔ کلیات اور انعطاف (Hygen's Principle and Refraction)

مان لو کہ انعطافی سطح mm دو شفاف واسطوں (ہوا اور گلاس) کو ایک دوسرے سے علیحدہ کرتی ہے جیسا کہ شکل (7.6) میں دکھایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ ہوا اور گلاس میں نور کی رفتاریں علی الترتیب C_1 اور C_2 ہیں اور یہ بھی مان ہو کہ APB ایک واقع مستوی نامیہ موج کو تعبیر کرتا ہے۔ جس کا نقطہ 'A' سطح mm سے وقت t=0 پر ملتا ہے۔ اس طرح t=0 پر A ثانوی امواج صغیرہ کا مبداء بن جاتا ہے۔ فرض کرو کہ نامیہ موج کے کنارے 'B' کو نقطہ 'C' تک پہونچنے کے لئے درکار وقت 't' ہے۔ لہٰذا BC=CT اگر گلاس موجود نہ ہوتا تو اسی وقت 't' میں نامیہ موج APB مقام CRD تک آگے بڑھ گیا ہوتا۔ لیکن انعطافی سطح mm کی موجودگی کی وجہ سے جیسے جیسے نامیہ موج آگے بڑھتا ہے۔ 'A' اور 'C' کے درمیان کا ہر نقطہ یکے بعد دیگرے ثانوی موج صغیر کا مبداء بنتا جاتا ہے۔



شکل (7.6)

وقت 't' پر جبکہ نقطہ 'C' سے موج صغیر عین نکلنے والی ہوتی ہے۔نقطہ 'A' سے نکلی ہوئی موج صغیر کو واسطے (2) میں ایک نصف قطر AD حاصل ہو جاتا ہے۔جو C_2t کے برابر ہو گا۔فرض کرو کہ A سے نکلی ہوئی موج کے لئے 'C' سے کھینچا ہوا مماس CD ہے۔تب CD سے منعطف نامیہ موج کی تعبیر ہوتی ہے۔اس کو ثابت کرنے کے لئے فرض کرو کہ PQR کو BC متوازی کھینچا گیا جہاں نقطہ Q انعطافی سطح MM' کا ایک نقطہ ہے۔فرض کرو کہ نقطہ Q سے CD اور CD' پر کھینچے ہوئے۔عمودی علی الترتیب اور PQ میں مثلث QCR تشابہ ہے۔مثلث ACD کے کیونکہ

$$\angle QCR = \angle ACD \quad \text{اور} \quad \angle QRC = \angle ADC$$

اس لئے

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR}{AD} \dots \dots \dots a$$

اسی طرح مثلث QCR تشابہ ہے۔ مثلث ACD کے کیونکہ $\angle QRC = \angle ADC = 90^0$ اور $\angle QCR = \angle ACD$ اس لیے

$$\frac{QC}{AC} = \frac{QR'}{AD'} \dots \dots \dots . . b$$

(a) اور (b) کے مقابلے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\frac{QR'}{AD'} = \frac{QR}{AD}$$

$$QR' = \frac{AD'}{AD} . QR$$

$$\frac{AD}{AD'} = \frac{QR}{QR'} = \frac{C_1 t}{C_2 t} = \frac{C_1}{C_2}$$

لہٰذا اگر 'A' سے نکلنے والی موج صغیر کا نصف قطر AD ہے تو Q سے نکلنے والی موج صغیر کے نصف قطر کی تعبیر QR سے ہوتی ہے یعنی Q سے نکلنے والی صغیر موج CD کو نقطہ R پر چھوتی ہے۔یہ AC پر کے کسی بھی نقطے سے نکلنے والی موج صغیر کے لئے درست ہے۔اس طرح AC پر کے تمام نقطہ سے نکلنے والی امواج صغیر کا مشترک لفاف CD ہے۔لہٰذا ہائیجنز کے اُصول کے تحت CD منعطف نامیہ موج تعبیر کرتا ہے۔شکل (7.6) کے بموجب

$$\angle IAN + \angle NAM = 90^0 = \angle NAB + \angle BAC$$

$$= \angle IAN = i = \angle ABC$$

اسی طرح

$$\angle NCI + \angle NCR = 90^0 = \angle NCR + \angle RCQ$$

$$or\ \gamma = \angle RCQ + \angle ACD$$

مثلث ABC اور مثلث ACD میں

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin(Angle\ BAC)}{\sin(Angle\ ACD)} = \frac{BC/AC}{AD'/AC} = \frac{BC}{AD'}$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{C_1 t}{C_2 t} = \frac{C_1}{C_2} = \mu_{21}$$

مساوات کلیہ انعطاف کی تعبیر ہے۔ لہٰذا مقدار μ_{21} واسطے (1) کے (2) انعطاف کہلاتی ہے۔

7.7 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

اگر شیشہ کا انعطاف نما 1.5 ہے۔ شیشہ میں نور کی رفتار معلوم کرو۔ (خلاء میں نور کی رفتار= $3 \times 10^8 ms$)

حل: $V = ?, c = 3 \times 10^8\ {}^{m}/{}_{s}, \mu = 1.5$

شیشہ کا مطلق انعطاف نما $\frac{c}{v} = \mu$

$$\frac{3\times10^8}{v} = 1.5$$

$$v = \frac{3\times10^8}{1.5} = 2 \times 10^8\ {}^{m}/{}_{s}$$

حل شدہ مثال 2

شیشہ کا انعطاف نما پانی کے بمقابل 9/8 ہے۔ اگر شیشہ میں نور کی رفتار اور طولِ موج علی الترتیب $4000A^0$ $2 \times 10^8\ {}^{m}/{}_{s}$ ہیں۔ تب پانی میں نور کی رفتار اور طولِ موج معلوم کرو؟

حل:

$$\lambda_w = ?, V_w = ?, \lambda_g = 4000A^0, vg = 2 \times 10^8\ {}^{m}/{}_{s}, \mu_g = \frac{9}{8}$$

شیشہ کا اضافی انعطاف نما بمقابل پانی کے :

$$_{w}\mu_g = \frac{\mu_g}{\mu_g} = \frac{V_w}{V_g} \quad \left(\because \mu = \frac{C}{V}\right)$$

$_{w}\mu_g$ اور V_g کی قیمتیں درج کرنے پر

$$\frac{9}{8} = \frac{V_w}{2\times10^8}$$

$$V_w = \frac{9\times2\times10^8}{8} = 2.25 \times 10^8\, {}^{m}/_{s}$$

طول موج کی صورت میں

$$_{w}\mu_g = \frac{\mu_g}{\mu_g} = \frac{\lambda_w}{\lambda_w} \qquad \mu_g = \frac{\lambda}{\lambda_g}, \mu_w = \frac{\lambda}{\lambda_w}$$

$_{w}\mu_g$ اور λ_g کی قیمت درج کرنے

$$\frac{9}{8} = \frac{\lambda_w}{4000}$$

$$\lambda_w = \frac{9\times4000}{8} = 4500\dot{A}^0$$

7.8 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- برقی مقناطیسی اشعاع وقت کے ساتھ بدلنے والے برقی اور مقناطیسی میدانوں سے متعلق ہوتی ہے۔اہتزاز کرنے والے برقی بھرن برقی مقناطیسی اشعاع پیدا کرتے ہیں۔ہائجنز کے اُصول کے مطابق ایک نامیہ موج پر تمام نقاط بطور نقطوی مبداء کے عمل کرتے ہیں جن سے ثانوی صغیر موجیں پیدا ہوتی ہیں۔

7.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **برقی مقناطیسی موج(Electromagnetic waves)**: جن کی برق اور مقناطسیت پابندی کرتے ہیں اور پھر انہیں احساس ہوا کہ روشنی برقی مقناطیسی موج۔
- **طیف(Spectrum)**: روشنی کے مختلف رنگ کے اجزائی ترتیب روشنی کا طیف کہلاتی ہے۔
- **مستوی موج(Plane wave)**: ایک مستوی(plane) سے حاصل ہوئی موج مستوی موج۔
- **موجی محاذ(Wave front)**: ایسے نقاط جو درہئیت اہتزاز کرتے ہیں ان کا طریق(Locus) ایک موجی محاذ کہلاتا ہے۔

- **ثانوی لہرتیے(Secondary wavelets)**: موجی محاذ سے شروع ہونے والے یہ لہرتیے عام طور سے ثانوی لہرتیے ہوتے ہیں۔
- **انعطاف نما(Refractive Index)**: ایک مستقل ہے، جو دوسرے واسطے کا، پہلے واسطے کا، پہلے واسطے کی مناسبت سے انعطاف نما کہلاتا ہے۔

7.10 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

7.10.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. ....کے تجویز پیش کی کہ نور برقی مقناطیسی طیف کا ایک جز ہے۔
2. طیف کا مرئی علاقہ.........................طول موج پر مشتمل ہوتا ہے۔
3. خلاء(Vacuum) میں نور کی رفتار.... ... ... میٹر فی سیکنڈ ہے۔
4. نامیہ موج(Wave front) سے کیا مراد ہے۔
5. برقی مقناطیسی موج(Electromagnetic waves) سے کیا مراد ہے۔
6. طیف(Spectrum) سے کیا مراد ہے۔
7. ثانوی لہرتیے(Secondary wavelets) کو بیان کرو۔
8. ذراتی نظریہ کو..................نے 1675ء میں پیش کیا ہے۔
9. موجی نظریہ کو ہائجنز نے..................ء میں پیش کیا ہے۔
10. فوٹون(Photon) سے کیا مراد ہے۔

7.10.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1. انعطاف کے مظہر کو ہائجنز کے نامیہ موج کی بناوٹ کی بنیاد پر سمجھایئے۔
2. ہائجنز کا اُصول(Hygen's Principles) بیان کرو۔
3. ہائجنز کا اُصول کلیات انعکاس کو سمجھایئے۔
4. ہائجنز کا اصول۔ کلیات اور انعطاف کو سمجھایئے۔

7.10.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. یہ بتایئے کہ نور برقی مقناطیسی طیف کا ایک حصہ ہوتا ہے اور ساتھ ہی نور کی نوعیت پر بحث کیجئے۔

2. ہائجنز کے موجی نظریہ کی بنیاد پر انعکاس نور کو سمجھایئے۔

7.10.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. جب شعاع گلاس سے پانی میں سفر کرتی ہے تو زاویہ فاصل معلوم کیجئے دیا گیا ہے کہ گلاس اور پانی کے انعطاف نما بالترتیب 1.5 اور 1.33 ہیں۔(جواب: 0.2862)
2. 30^o زاویئے والے ایک منشور پر ایک شعاع 60^o کا زاویہ بنا کر واقع ہوتی ہے اور شعاع منحرف شعاع وقوع ہے۔ 30^o کا زاویہ بناتی ہے۔ منشور کے مادے کا انعطاف نما معلوم کیجئے۔(جواب 1.732)
3. $4 \times 10^{14} Hz$ تعدد والی ایک شعاع کا موجی طول اگر کسی واسطے میں 5×10^{-7} ہو تو اس واسطے کا انعطاف نما معلوم کیجئے۔(جواب: 1.5)
4. شیشہ کا انعطاف نما پانی کے بمقابل 3/5 ہے۔ اگر شیشہ میں نور کی رفتار اور طولِ موج علی الترتیب $3 \times 10^8\, m/_{s}$, $2000A^0$ ہیں۔ تب پانی میں نور کی رفتار اور طولِ موج معلوم کرو؟

7.11 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
2. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
3. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.
4. F.A. Jenkins, and H.E. White (1976) – Fundamental of Optics - M.C. Graw Hill.
5. B.K. Mathur (1995) – Principle of Optics – Gopal Printing.
6. Dr. D.C. Tayal – Waves and Optics – Himalaya Publication House.
7. Subhasish Dutta Gupta Nirmalya Ghosha Ayan Benerjee – Wave optics – CRC Press Taylor and Friends Group.
8. Suresh Garg, Sanjay Gupta, C.K. Ghosh – Wave optics – PHI Learning Pvt. Ltd.

اکائی 8۔ تداخل

(Interference)

اکائی کے اجزا

8.0 تمہید (Introduction)

روشنی کے رویے کا سائینسی مطالعہ بصریات (Optics) کہلاتا ہے۔اس میں مظاہر کا مشاہدہ اور اسکا فہم شامل ہے جیسے آئینہ، پانی یا منعکس کرنے والی اشیاء سے روشنی کا انعکاس اور روشنی کا انعطاف جب کہ روشنی ایک واسطہ سے دوسرے واسطہ تک جاتی ہے۔بعد میں، یہ بھی دیکھا گیا کہ روشنی میں انکسار امواج،تداخل ،اور روشنی کی تقطیب کا بھی مشاہدہ کیا گیا اور اس لیے روشنی کی نوعیت کا کوئی بھی کامیاب نظریہ ان اور دیگر روشنی کے مظاہر کی وضاحت کرنے کے قابل ہونا چاہیے۔

8.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم ۔

- روشنی کی موجی فطرت کو معلوم کریں گے۔
- انطباق(سپر پوزیشن)Superpositionکا اصول سیکھیں گے۔
- ینگ کا دوہرے شگاف(ڈبل سلٹDouble Slit) تجربہ کو وضاحت کریگیں اً

8.2 روشنی کی نوعیت (Nature of Light)

1637 میں ڈیکارٹس(Descartes)کی طرف سے تجویز کردہ روشنی کا نظریہ، یہ کہتا ہے کہ روشنی چھوٹے مجرد ذریچوں سے بنی ہے جسے "کارپسکلز"(چھوٹے نور کے ذرات یا نور کے ذریچہ) کہتے ہیں جو ایک محدود رفتار کے ساتھ خط مستقیم میں سفر کرتے ہیں اور ان کا ایک خاص تسلسل یا رفتار ہوتی ہے۔

اسحاق نیوٹن(Sir Isaac Newton)اس نظریہ کے علمبر دار تھے اور انہوں نے اسے 1672 میں مزید ترقی دی۔اس کورپسکولر تھیوری Corpuscular theory کو میکانکس کے قوانین کے ساتھ جوڑا تب،وہ بہت سے مظاہر کی وضاحت کرنے کے قابل بنایا۔

روشنی کے ذریچوں کہ نظریہ کا یہ ابتدائی تصور فوٹون((Photon)کی جدید تفہیم کا پیش خیمہ تھا اور اس لیے یہ اب بھی بہت درست ہے۔ تاہم، یہ نظریہ تداخل،انکسار وغیرہ کی وضاحت کرنے سے خاسر ہے، جس وجہ سے کرسٹان ہائی جینس کے روشنی کے موجی نظریہ کو سمجھنے کی ضرورت ہے۔

1690 میں، کرسٹان ہائی جینس(Christian Huygen)نے ایک نظریہ پیش کیا جس نے روشنی کو موج کے طور پر بیان کیا۔ تاہم، 100 سال سے زیادہ عرصے تک، نیوٹن (Newton) کے نظریہ کو موجی نظریہ پر ترجیح دی گئی،اس کا سبب ہو سکتا ہے کہ نیوٹن کے عظیم وقار کی وجہ سے اور دونوں نظریات کے درمیان موازنہ کی مناسب بنیاد فراہم کرنے کے لیے کافی تجرباتی ثبوت موجود نہیں تھے۔

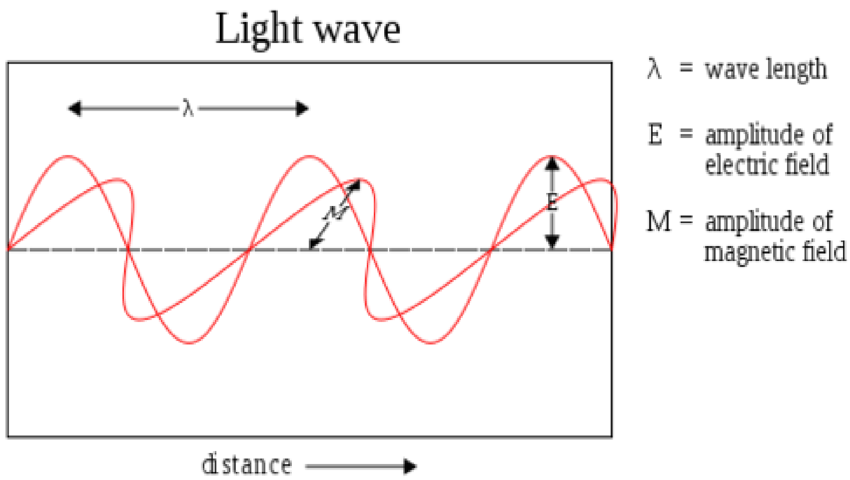
اس نے استدلال کیا کہ روشنی کے انعکاس اور انعکاس کی ہندسی نوعیت کی وضاحت صرف اسی صورت میں کی جاسکتی ہے جب روشنی ذرات سے بنی ہو، جسے corpuscles کہا جاتا ہے کیونکہ موجیں یا موجیں سیدھی لکیروں میں سفر نہیں کرتی۔

آخر میں، Thomas Young (1801) اور A. J. Fresnel (1814-15) نے روشنی کے پھیلاؤ اور تداخل پر اہم تجربات کیئے جن کی تشریح صرف موجی نظریہ کے لحاظ سے کی جاسکتی تھی۔ مزید یہ کہ ،روشنی کی تقطیب (Polarization) اب بھی ایک اور مظہر تھا جس کی وضاحت صرف موجی نظریہ سے کی جاسکتی ہے۔ اس طرح، 19 ویں صدی میں، موجی نظریہ روشنی کی نوعیت کو سمجھانے والا اہم وغالب نظریہ بن گیا۔

موجی نظریہ کو جیمز کلرک میکس ویل (James Clarke Maxwell) (1864) کے برقی مقناطیسی نظریہ سے مزید حمایت حاصل ہوئی، جس نے یہ ظاہر کیا کہ برقی اور مقناطیسی میدان ایک ساتھ پھیلے ہوئے تھے اور ان کی رفتار روشنی کی رفتار کے مساوی ہوتی ہے۔ اس طرح یہ واضح ہو گیا کہ نظر آنے والی روشنی برقی مقناطیسی تابکاری کی ایک شکل ہے، جو برقی مقناطیسی طیف کا صرف ایک چھوٹا سا حصہ بناتی ہے۔ میکس ویل (Maxwell) کے نظریہ کی تصدیق تجرباتی طور پر 1886 میں ہینرک ہرٹز (Heinrich Hertz) کے ذریعہ ریڈیو موجوں کی دریافت سے ہوئی۔

8.3 روشنی کی برقی مقناطیسی فطرت (Electromagnetic Nature of Light)

برقی مقناطیسی تابکاری میں ایسی توانائی ہوتی ہے جو خلا میں سفر کر سکتی ہے۔ جیسے کہ جلتی ہوئی آگ سے نکلنے والی روشنی، سورج کی روشنی، آپ کے ڈاکٹر کے ذریعہ استعمال ہونے والے لاشعاعیں (X-Ray)، اور ساتھ ہی مائکروویو (Microwave) میں کھانا پکانے کے لیے استعمال ہونے والی توانائی یہ سب برقی مقناطیسی تابکاری کی شکلیں ہیں۔ اگرچہ توانائی کی یہ شکلیں ایک دوسرے سے بالکل مختلف معلوم ہوتی ہیں، لیکن ان کا تعلق اس لحاظ سے ہے کہ وہ تمام تر موجی خصوصیات کو رکھتی ہیں۔



شکل(8.1)

روشنی کو برقی مقناطیسی موج کے طور پر بیان کیا جاسکتا ہے

اس ماڈل میں، ایک بدلتا ہوا برقی میدان تبدیل ہوتا ہوا مقناطیسی میدان بناتا ہے۔ یہ تبدیل ہوتا ہوا مقناطیسی میدان پھر بدلتا ہوا برقی میدان بناتا ہے اور یہی ایک برقی مقناطیسی موج بناتا ہے۔ روشنی ایک ٹرانسورس، برقی مقناطیسی موج ہے جسے عام انسان دیکھ سکتا ہے۔ روشنی کی موج کی نوعیت کو سب سے پہلے تداخل وانکسار کے تجربات کے ذریعے واضح کیا گیا اور میکس ویل نے مزید بیان کیا کہ تمام برقی مقناطیسی موجوں کی طرح، روشنی بھی خلا کے ذریعہ سفر کر سکتی ہے۔

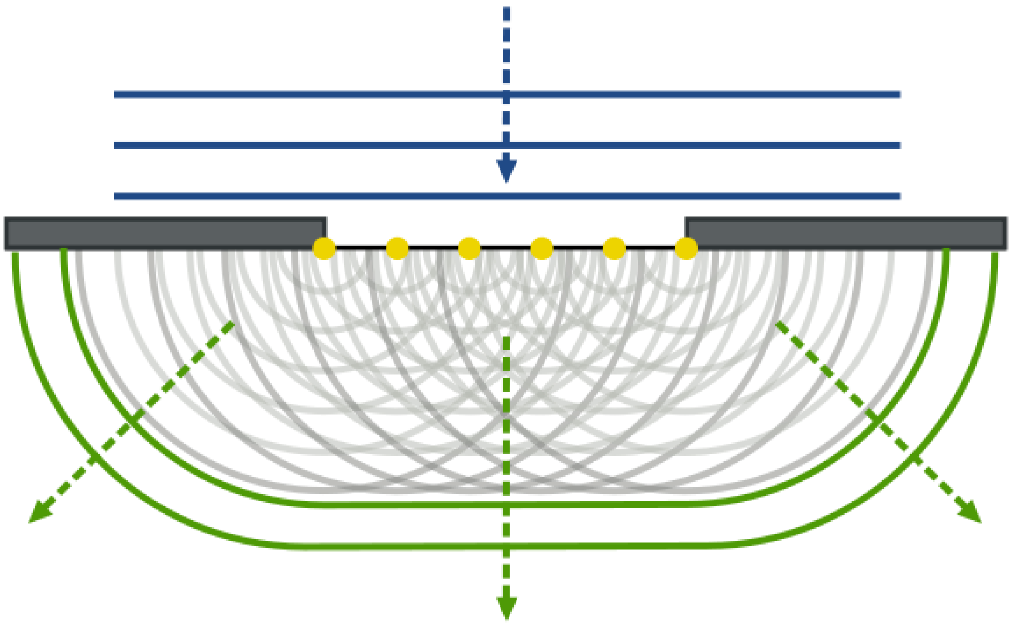
8.4 موجی بصریات (Wave Optics)

طبیعیات میں، طبعی بصریات (فزیکل آپٹکس)، یا موجی بصریات (ویو آپٹکس)، بصریات کی وہ شاخ ہے جو تداخل (Interference)، انکسار(Diffraction)، تقطیب(Polarization)، اور دیگر مظاہر کا مطالعہ کرتی ہے جس کے لیے جیو میٹرک بصریات کی شعاعوں کا تخمینہ درست نہیں ہے۔

موجی اگلارخ یا محاذ موج (Wavefront) کی تعریف اور خصوصیات:-

ہائی جینس (Huygens) نے کہا کہ روشنی ایک موج ہے جو خلا میں سفر کرتی ہے جیسے پانی میں موجیں یا ہوا میں آواز۔ لہٰذا، روشنی ایک موج کی طرح ایک مبداسے تمام سمتوں میں سفر کرتی ہے۔ نقطوں کا وہ مقام جو ایک مقررہ وقت کے وقفے کے دوران کچھ فاصلہ طے کرتا ہے

اسے ویوفرنٹ(Wavefront) یا موجی اگلارخ کہا جاتا ہے۔اس طرح، روشنی کے ایک نقطہ کے مبدا سے، ایک مقررہ مدت کے دوران روشنی کے مبدا سے سفر کرنے والے نقطوں کا مقام ایک کرہ(Sphere) ہے(اگر آپ 2D ذریعہ پر غور کریں تو ایک دائرہ)۔



شکل(8.2)

وہ(Huygens) لکیری اور کروی موجوں کے پھیلاؤ کی عمدگیسے(Qualitative) وضاحت فراہم کرنے کے قابل تھا، اور اس اصول کو استعمال کرتے ہوئے انعکاس(Reflection) اور اضطراب(Refraction) کے قوانین اخذ کرنے کے قابلیت بھی رکھتا تھا۔

8.5 ہائی جینس کا اصول (Huygens Principle)

"موجی اگلارخ یا محاذ موج (Wavefront) پر ہر نقطہ اپنے آپ میں کروی موجوں کا ذریعہ ہے جو روشنی کی رفتار سے آگے کی سمت میں پھیلتے ہیں۔ان کروی موجوں کا مجموعہ موجی اگلارخ یا محاذ موج (Wavefront) بناتا ہے"۔

Huygensہائی جینس کے اصول کے خوبیاں اور خامیاں:

خوبیاں:

- ہائی جینس Huygens کے تصور نے روشنی کے انعکاس اور انکسار کو ثابت کیا۔

- روشنی کے پھیلاؤاور روشنی کے تداخل جیسے تصورات کو ہائی جینس(Huygens) نے ثابت کیا۔

خامیاں:

- روشنی کے اخراج، روشنی کو جذب کرنے اور روشنی کی تقطیب جیسے تصورات کی وضاحت کو ہائی جینس کے اصول سے نہیں کی گئی۔
- کو ہائی جینس کا اصول ضیا برقی اثر(Photoelectric Effect) کی وضاحت کرنے میں ناکام رہا۔
- ایک بڑی خامی یہ ہے کہ یہ نظریہ روشنی کو پھیلانے کے لیے درکار ایک ہمہ گیر واسطہ تجویز کرتا ہے جسے لیومینیفرس ایتھر (Luminiferous Ether) کہتے ہیں۔ یہ 20ویں صدی میں غلط ثابت ہوا۔

ہائی جینس Huygens کا اصول روشنی کی موج کے پھیلاؤ اور اسکو سمجھنے میں ہماری مدد کرتا ہے۔ 1818 میں، فریسنل(Fresnel) نے دکھایا کہ ہوا جینس کا اصول، ان کے تداخل کے اپنے اصول کے ساتھ مل کر روشنی کے درست خطی پھیلاؤ اور پھیلاؤ کے اثرات دونوں کی وضاحت کر سکتا ہے۔

8.6 تداخل(Interference)

تداخل اگر ایک ہی تعدد(Frequency) کی دو یا دو سے زیادہ روشنی کی موجیں ایک نقطہ پر سے گزرتی ہین یا انطباق(overlap) ہوتی ہیں، تو نتیجہ خیز اثر موجوں کے مرحلے کے ساتھ ساتھ ان کے طول وعرض پر منحصر ہوتا ہے۔ کسی بھی موقع پر کسی بھی لمحہ کے نتیجے میں آنے والی موج انطباق (سپر پوزیشن)(Superposition) کے اصول سے سفر کرتی ہے۔ انطباق (سپر پوزیشن) کے علاقے کے ہر نقطہ پر مشترکہ اثر الجبری طور پر انفرادی موجوں کے طول وعرض کو شامل کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔

آیئے ہم یہاں فرض کرتے ہیں کہ دو موجیں ایک ہی حیطہ کی ہیں اور ایک ہی نقطہ سے گزرتے ایک ہی وقت میں گزرتے ہیں۔ نتیجے میں حاصل ہونے والی موج کا حیطہ دونوں موجوں کے حیطہ کے مجموعے کے برابر ہو گا، جیسا کہ شکل 1 میں دکھایا گیا ہے۔

لہذا، ان نقطوں(Points) پر پیدا ہونے والی تداخل تعمیری تداخل(Constructive Interference) کے طور پر جانا جاتا ہے۔

بعض دوسرے مقامات پر، دونوں موجیں مخالف مرحلے میں ہو سکتی ہیں یعنی ایک فراز اور ایک نشیب والی حالت میں ایک دوسرے سے انطباق کرتی ہوں تب نتیجے میں آنے والی موج کا حیطہ دو موجوں کے حیطہ کے منفی کے برابر ہو گا، جیسا کہ شکل(8.3) میں دکھایا گیا ہے۔

لہذا،ان مقامات پر پیدا ہونے والی تداخل کو تخریبی تداخل(Destructive Interference)کے طور پر جانا جاتا ہے.

دو یا زیادہ مبداوں سے روشنی کی موجوں کے انطباق (سپر پوزیشن) کی وجہ سے روشنی کی توانائی کی دوبارہ تقسیم ہونے کے مظہر کو تداخل(Interference) کہا جاتا ہے۔

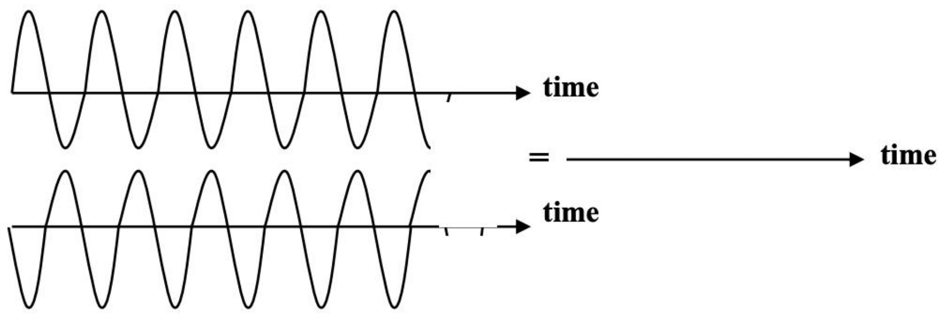


Figure 2

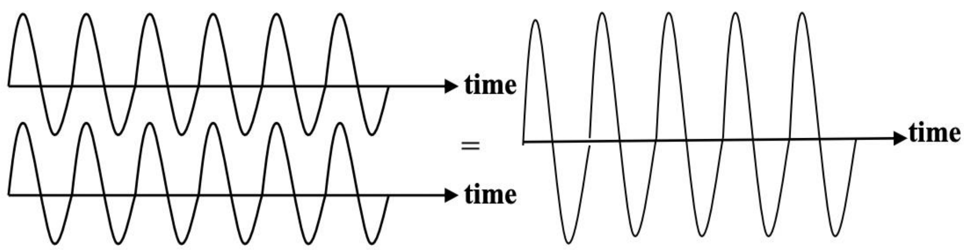


Figure 1

شکل(8.3)

جب موجیں اکٹھی ہوتی ہیں تو وہ تعمیری یا تخریبی تداخل کر سکتی ہیں۔

ایک مستحکم اور واضح تداخل کا نمونہ قائم کرنے کے لیے، دو شرائط کو پورا کرنا ضروری ہے:

1. موجوں کے ذرائع ہم آہنگ(Coherent) ہونے چاہئیں، جس کا مطلب ہے کہ وہ ایک جیسی موجوں کو ایک مستقل فرق کے ساتھ پیدا کرتے ہیں۔

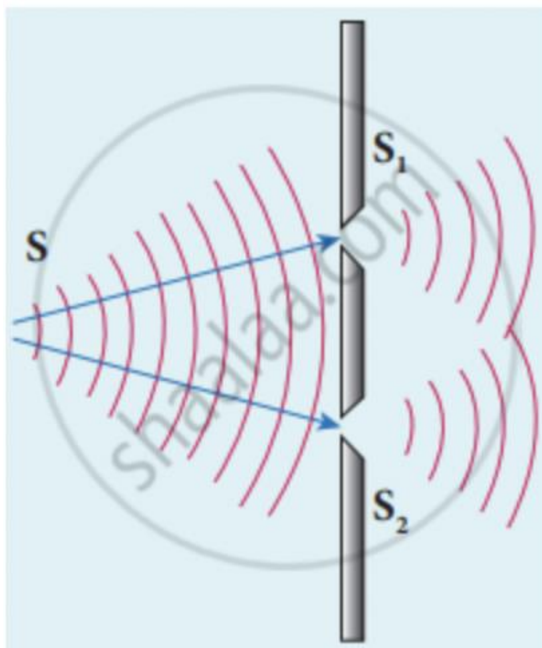
2. موجیں یک رنگی(Monochromatic) ہونی چاہئیں یعنی وہ ایک ہی طول موج کی ہونی چاہئیں۔

تداخل کو دو زمروں میں اقسام میں تقسیم کیا جا سکتا ہے:

حیطہ کی تقسیم اور ویو فرنٹ کی تقسیم۔

1. موجی اگلے رخ کی تقسیم(Division of Wavefront):

اس زمرے کے تحت، موجی اگلا رخ (ویو فرنٹ) کو تقسیم کر کے، ایک مشترکہ مبدا سے نکلتے ہوئے، آئینے، بائپریزم یا عینک کو استعمال کر کے حاصل کیے جاتے ہیں۔تداخل کے اس طبقے کے لیے بنیادی طور پر ایک پوائنٹ سورس یا تنگ سلٹ سورس کی ضرورت ہوتی ہے۔ویو فرنٹ کی تقسیم کے ذریعہ تداخل حاصل کرنے کے لیے استعمال ہونے والے آلات فرینسل دوہرا منشور(Fresnel Biprism)، فرینسل آئینہ(Fresnel Mirror)،لائیڈز آئینہ(Llyod's Mirror)،لیزر(Laser)وغیرہ ہیں۔



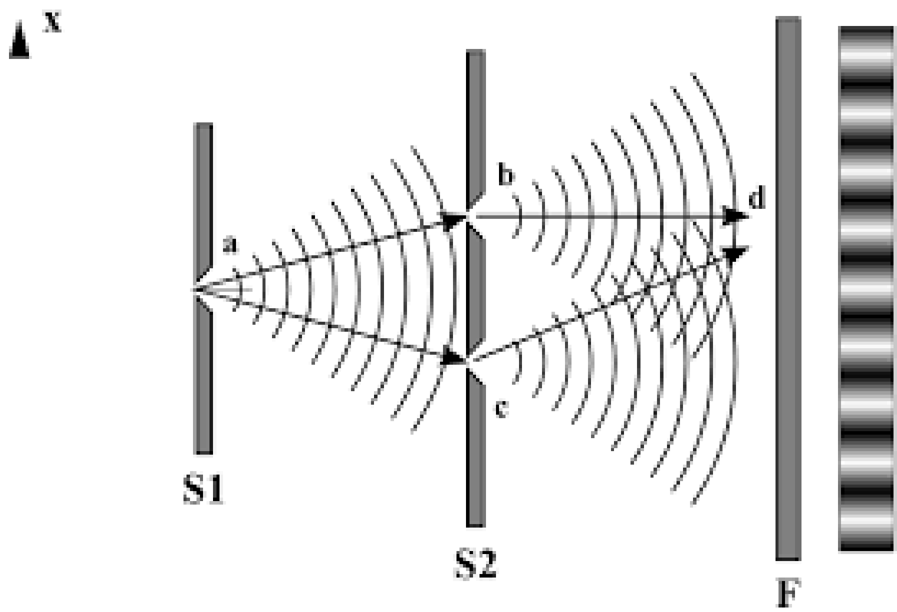
شکل(8.4)

2. حیطہ کی تقسیم(Division of Amplitude):

اس طریقہ میں نور کی شعاع کے حیطہ کو جزوی انعکاس کے ذریعہ دو یا زیادہ حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔اس طرح ہمارے پاس نور کی شعاع جو حیطہ کی تقسیم سے تیار ہوتے ہیں۔یہ نور کی شعاع مختلف راستوں پر سفر کرتے ہیں اور آخر کار تداخل کے مظہر کو ظاہر کرنے کے

لیے اکٹھے ہوتے ہیں۔ دو نور کی شعاعوں کے انطباق (سپر پوزیشن) کے نتیجے میں ہونے والے اثرات کو دو نور کی شعاعوں کا تداخل(Two beam interference) کہا جاتا ہے اور دو سے زیادہ نور کی شعاعوں کے انطباق (سپر پوزیشن) کے نتیجے میں ہونے والے تداخل کو متعدد نور کی شعاعوں کا تداخل(Multiple beam interference) کہا جاتا ہے۔ پتلی فلموں میں تداخل(Thin Film interference)، نیوٹن کے حلقے(Newton's Rings)، اور مائیکلسن کا تداخل پیما (Michelson's interferometer) دو نور کی شعاع کی تداخل کی مثالیں ہیں اور فیبری-پیروٹ کا تداخل پیما(Fabry Perot's Interferometer) متعدد نور کی شعاع کے تداخل کی ایک مثال ہے۔

8.7 ینگ کا دوہرے شگاف کا تجربہ (Young's Double Slit Experiment)



شکل(8.5)

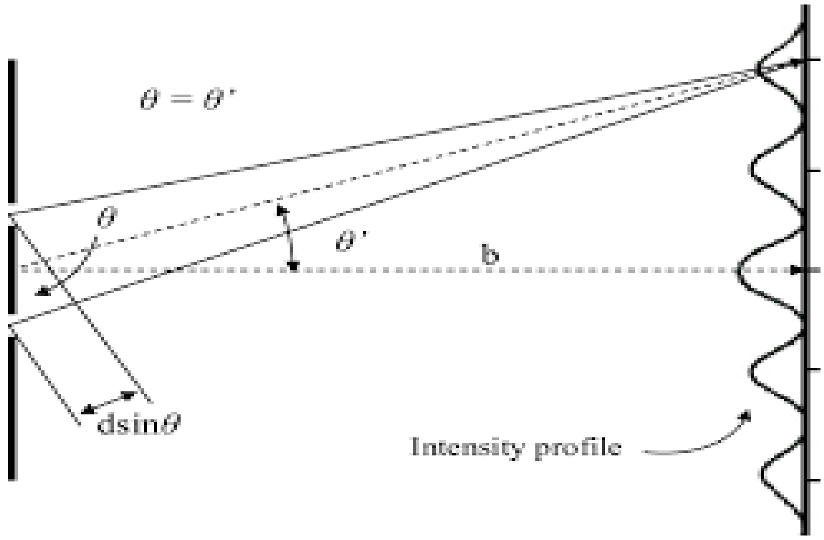
دو مربوط روشنی کے مبدا کو پیدا کرنے کا ایک عام طریقہ یہ ہے کہ دو چھوٹے سوراخوں(holes)(عام طور پر سلٹ کی شکل میں) پر مشتمل رکاوٹ کو روشن کرنے کے لیے یک رنگی ماخذ کا استعمال کیا جائے۔ دو سلٹوں سے نکلنے والی روشنی مربوط ہے کیونکہ ایک ہی سے پیدا ہوتے ہیں اور دو سلٹ صرف اصل نور کی شعاع کو دو حصوں میں تقسیم کرنے کے لیے کام کرتے ہیں۔ مبدا سے خارج ہونے والی روشنی میں کوئی بھی تبدیلی ایک ہی وقت میں دونوں نور کی شعاعوں میں ہوتی ہے، اور اس کے نتیجے میں تداخل کے اثرات اس وقت دیکھے جا سکتے ہیں

جب دو سلٹوں سے روشنی دیکھنے والی سکرین پر پہنچتی ہے۔ اگر روشنی صرف شگاف سے گزرنے کے بعد اپنی اصل سمت میں سفر کرتی ہے، جیسا کہ شکل (8.4) میں دکھایا گیا ہے، (ڈویژن ویوفرنٹ انٹر فیس پیٹرن) موجی اگلا رخ میں تقسیم کے ذریعے تداخل نظر آئے گی۔ موجیں سلٹ یا شگاف سے پھیلتی ہیں جیسا کہ شکل (8.5) میں دکھایا گیا ہے۔ دوسرے لفظوں میں، روشنی سیدھی لکیر والے راستے سے ہٹتی ہے اور اس خطے میں داخل ہوتا ہے جو دوسری صورت میں سایہ دار ہوتا ہے۔

دو ذرائع سے روشنی کی موجوں میں تداخل کو پہلی بار 1801 میں تھامس ینگ (Thomas Young) نے ظاہر کیا تھا۔ ینگ نے جو آلات استعمال کیے تھے ان کا اسکیمیٹک شکل (8.6) میں دکھایا گیا ہے۔ روشنی کی موجیں ایک رکاوٹ پر پہنچتی ہیں جس میں دو متوازی شگاف یا سلٹ S_1 اور S_2 ہوتے ہیں۔ یہ دو سلٹ یا شگاف روشنی کے مربوط ذرائع کے ایک جوڑے کے طور پر کام کرتے ہیں کیونکہ ان سے ظاہر ہونے والی موجیں ایک ہی موج کے محاذ یا موجی اگلے رخ سے نکلتی ہیں اور اس وجہ سے ان میں ایک مستقل رشتہ برقرار رہتا ہے۔ S_1 اور S_2 کی روشنی دیکھنے والے پردہ پر روشن اور گہرے متوازی بینڈوں کا ایک مرئی نمونہ یا پٹیاں پیدا کرتی ہے جسے فرنجیں Fringes کہتے ہیں۔ جب S_1 سے روشنی اور S_2 سے روشنی دونوں اسکرین پر کسی ایسے مقام پر پہنچتی ہیں کہ اس مقام پر تعمیری تداخل ہوتا ہے، تو ایک روشن فرنجیں Fringes ظاہر ہوتا ہے۔ جب اسکرین پر کسی بھی جگہ پر دو سلٹوں سے روشنی تخریبی طور پر یکجا ہو جاتی ہے یا تداخل ہوتا ہے تب سیاہ پٹیاں یا فرنجیں Fringes بنتی ہے.

اگر روشنی کے ذرات کو ایک سلٹ یا شگاف کے ذریعے خط مستقیم سے گزرتی ہوئی دوسری طرف پردہ سے ٹکراتی ہے، تو شگاف کے سائز اور شکل کے مطابق ایک نمونہ دیکھائی دیتا ہے۔ تاہم، جب یہ "اکہرے شگاف کا تجربہ" (Single Slit Experiment) انجام دیا جاتا ہے، تو پردہ پر نمونہ پھیلا ہوا نمونہ ہوتا ہے جس میں روشنی پھیل جاتی ہے۔ سلٹ یا شگاف جتنا جتنا چھوٹا ہو گا، پھیلنے کا زاویہ اتنا ہی زیادہ ہو گا۔

مندرجہ بالا تصویر میں، سلٹ یا شگاف کا فرق (slit separation) کو d اور پردہ تک کا فاصلہ D ہے۔ روشنی کا طول موج (wavelength) λ ہے۔ پوائنٹ P تک پہنچنے کے لیے، s_1 اور s_2 سے روشنی کی موجوں کو مختلف فاصلے طے کرنا ہوں گے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ ینگ کے ڈبل سلٹ یعنی دہرے شگافی تجربہ میں s_1 اور s_2 دو روشنی کی موجوں کے درمیانی راستہ کا فرق ہے۔



شکل(8.6)

ینگ کے ڈبل سلٹ تجربے میں مشابہت(Approximations in young's Double Experiment)

تخمینہ 1: $D >> d$: چونکہ $D >> d$، دور روشنی کی شعاعیں متوازی سمجھی جاتی ہیں۔

تخمینہ 2: $d/\lambda << 1$: اکثر، d ایک ملی میٹر کا ایک حصہ ہوتا ہے اور λ مرئی روشنی کے لیے مائکرو میٹر کا ایک حصہ ہوتا ہے۔

ان شرائط کے تحت θ چھوٹا ہے، اس طرح ہم $\sin\theta = \tan\theta \approx \theta = \lambda/d$ استعمال کر سکتے ہیں۔

پس راستے کا فرق، $\Delta z = \lambda/d$۔

اسکرین پر ایک نقطہ پر دو موجوں کے انطباق ہونے کے درمیان راستہ کا فرق(Path difference) ہے۔ ینگ کے ڈبل سلٹ تجربے میں اس راستے کے فرق کی وجہ سے، اسکرین پر کچھ پوائنٹس روشن(bright) ہیں اور کچھ پوائنٹس تاریک(dark) ہیں۔

اب ہم ان روشن اور تاریک پٹیوں (فرنجیں) کی جگہ اور انکی چوڑائی پر بات کرینگے۔

ینگز ڈبل سلٹ کے تجربے میں فرنجیں کا مقام(Position of Fringes in Young's Double Slit Experiment)

روشن فرنجیں کا مقام(Position of Bright Fringes)

(P) پر زیادہ سے زیادہ حدت یا روشن کنارے کے لیے

راستے کا فرق $\Delta z = n\lambda$ (n =0,±1 ,±2.....)

یعنی $\frac{xd}{D} = n\lambda$

یا

$$x = \frac{\lambda n D}{d}$$

مرکز سے n ویں روشن کنارے کا فاصلہ ہے۔

$$x_n = \frac{n\lambda D}{d}$$

اسی طرح، مرکز سے (n-1) ویں روشن کنارے کا فاصلہ ہے۔

$$x_{n-1} = \frac{(n-1)\lambda D}{d}$$

کنارے کی چوڑائی،

$$\beta = x_n - x_{n-1} = \frac{n\lambda D}{d} - \frac{(n-1)\lambda D}{d} = \frac{\lambda D}{d}$$

(n = 0, ±1, ±2, ...)

تاریک کنارے کی پوزیشن

P پر کم از کم شدت یا تاریک کنارہ بننے کے لیے،

راستے کا فرق

$$\Delta z = \frac{(2n+1)\lambda}{2}$$

(n = 0, ±1, ±2, ...)،

یعنی

$$x = \frac{(2n+1)\lambda D}{2d}$$

مرکز سے(n)ویں تاریک کنارے کا فاصلہ ہے۔

$$x_n = \frac{(2n+1)\lambda D}{2d}$$

اسی طرح، مرکز سے(n-1)ویں روشن کنارے کا فاصلہ ہے۔

$$x_{n-1} = \frac{(2(n-1)+1)\lambda D}{2d}$$

کنارے کی چوڑائی،

$$\beta = x_n - x_{n-1} = \frac{n\lambda D}{2d} - \frac{(n-1)\lambda D}{2d} = \frac{\lambda D}{d}$$

(n = 0, ±1, ±2, ...)

فرنجوں کی چوڑائی

متصلہ(adjacent)روشن(یاسیاہ) کنارے کے درمیان فاصلے کو کنارے کی چوڑائی کہا جاتا ہے۔

اگر ینگ کے دہرے شگاف والے تجربے کے آلات کو انعطاف نما(μ)والے مائع میں ڈبو دیا جاتا ہے، تو روشنی کی طول موج اور کنارے کی چوڑائی 'μ'گنا کم ہو جاتی ہے۔

$$\beta_1 = \beta\mu$$

اگر یک رنگی روشنی کی جگہ سفید روشنی کا استعمال کیا جائے تو اسکرین پر رنگین کنارے حاصل کیے جاتے ہیں جن کی جسامت(size) بنفشی (violet)سے بڑی ہوتی ہے۔

فرنجیں کی زاویائی چوڑائی(Angular Width of Fringes)

مان لیجیے کہ (nth)روشن کنارے کا زاوائی مقام θn ہے اور اس کی اقل ترین قدر کی وجہ سے tanθn≈θn ہے

$$tan\theta_n = \lambda nd$$

$$\theta_n = \lambda nd$$

اسی طرح، (n+1) ویں روشن کنارے کا زاویائی مقام $\theta_n + 1$ ہے، پھر

$$\theta_n + 1 = (n+1)\lambda d$$

∴ ینگز ڈبل سلٹ کے تجربے میں فرنجیں کو زاوائی چوڑائی اس کے ذریعہ دی گئی ہے،

$$\theta = \theta_{n+1} - \theta_n = (n+1)\lambda d - n\lambda d = \lambda d$$

$\theta=\lambda d$

ہم جانتے ہیں کہ $\beta=\lambda d/D$

$\theta=\lambda d=\beta D$

زاوائی چوڑائی 'n' سے آزاد ہے یعنی تمام کناروں کی زاوائی چوڑائی ایک جیسی ہے۔

تداخل کی حد کا زیادہ سے زیادہ درجہ

اسکرین پر nth آرڈر آعظم ترین مقام ہے

$\gamma=n\lambda d/D;\ n=0,\pm1,\pm2,..$

لیکن 'n' قدریں لا محدود () آعظم ترین قدریں نہیں لے سکتیں کیونکہ یہ دوسرے تخمینہ کی خلاف ورزی کرے گی۔

یعنی θ چھوٹا ہے (یا) $(y<<D)$

$\gamma D=n\lambda d <<1$

لہذا، تداخل آعظم ترین کے لیے مندرجہ بالا ظابطہ قابل عمل ہوتا ہے جب $n >> d\lambda$

جب 'n' قدر $d\lambda$ سے موازنہ ہو جاتی ہے، تو راستے کا فرق $d\gamma D$ کے ذریعے مزید نہیں دیا جا سکتا،

اس لیے maxima کے لیے، راستے کا فرق $=n\lambda$

$$d\sin\theta = n\lambda$$

$$n = d\,\frac{\sin\theta}{\lambda}$$

$$n_{max} = \frac{d}{\lambda}$$

مندرجہ بالا باکستفاعل یا عظیم ترین انٹیجر فنکشن کی نمائندگی کرتا ہے۔

اسی طرح، تداخل minima کی اعلیٰ ترین ترتیب

$$n_{min} = \frac{d}{\lambda}$$

8.8 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

ینگ کے دوہرے شگافی تجربہ میں تداخل کے پٹیوں (فرنجیں) کی چوڑائی پر درج ذیل میں سے ہر ایک کی وجہ سے کیا اثر پڑتا ہے۔

ا) پردہ شگاف کی سطح (Plane) سے دور ہو جاتا ہے۔

(ب) ایک رنگی مبدا کو کم طول موج کے دوسرے (ایک رنگی) ذریعہ سے بدل دیا جاتا ہے۔

(ج) دو سلٹوں کے درمیان علیحدگی بڑھ گئی ہے۔

(د) دو سلٹوں کی چوڑائی میں قدرے اضافہ کیا گیا ہے۔

(ہر آپریشن میں، تمام پیرامیٹرز کو لے لیں، سوائے اس کے جو تبدیل نہیں کیے گیے)

حل:

بینڈ کی چوڑائی

$$\beta = \frac{d}{D}\lambda$$

جہاں

D اسکرین سے سلٹ کے درمیان کا فاصلہ ہے۔

d شگافوں کا درمیان کا فاصلہ ہے۔

λ طول موج ہے۔

(ا)اسکرین کو ہٹادیا گیا ہے -- یہاں، D بڑھتا ہے۔

لہذا، بینڈ کی چوڑائی میں اضافہ ہوتا ہے

(ب) طول موج کم ہوتی ہے - یہاں، λ کم ہو جاتا ہے۔

لہذا، بینڈ کی چوڑائی کم ہوتی ہے

طول موج میں اضافہ ہوتا ہے -- یہاں، λ بڑھتا ہے۔

لہذا، بینڈ کی چوڑائی میں اضافہ ہوتا ہے۔

(ج) شگاف کی چوڑائی میں اضافہ ہوتا ہے -- یہاں، d بڑھتا ہے۔

لہذا، بینڈ کی چوڑائی کم ہوتی ہے

(د) جیسے جیسے سورس شگاف کی چوڑائی بڑھتی جاتی ہے، کنارے کا پیٹرن کم سے کم تیز ہوتا جاتا ہے۔ جب سورس سلٹ اتنا چوڑا ہوتا ہے تو تداخل کا نمونہ غائب ہو جاتا ہے۔

حل شدہ مثال 2

ینگ کے ڈبل سلٹ تجربہ میں، دو شگاف کے درمیان فاصلہ 0.9 ملی میٹر ہے اور کنارے ایک میٹر کے فاصلے پر دیکھے جاتے ہیں۔ اگر یہ مرکزی کنارے سے 1 ملی میٹر کے فاصلے پر دوسرا تاریک کنارے پیدا کرتا ہے تو استعمال شدہ روشنی کے یک رنگی ذریعہ کی طول موج کیا ہوگا؟

حل:

دو متواتر سیاہ یا روشن پٹیایوں کے درمیان فاصلہ β (فرینج کی چوڑائی) کے طور پر پہچانا جاتا ہے اور یہ کہ دونوں طرف کے مرکزی کنارے اور پہلے سیاہ کنارے کے درمیان فاصلہ β 2 ہے۔

دیکھتے ہوئے، دوسرے تاریک کنارے اور مرکزی کنارے کے درمیان وقفہ $=\beta+2\beta$

یا $l = \frac{2}{3}\beta$ ملی میٹر

$$\beta = \frac{3}{2}mm$$

یا

$$\frac{d\lambda}{D} = 32mm$$

$$\lambda = 32 \times 10^{-3} \times 10.9 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \lambda = 0.6 \times 10^{-6}m$$

$\therefore$ روشنی کے یک رنگی ذریعہ کی طول موج $\lambda = 600 \times 10^{-9}$ nm

---

8.9 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- جب ایک ہی فریکوئنسی اور تقریباً کچھ طول و عرض کی دو روشنی کی لہریں ایک میڈیم میں مسلسل مرحلے کے فرق سے گزرتی ہیں اور ایک دوسرے کو عبور کرتی ہیں، تو روشنی کی شدت میں دوبارہ تقسیم ہوتی ہے جسے روشنی کی مداخلت کہتے ہیں۔
- تعمیری مداخلت یا روشن کنارے کے لیے، راستے کا فرق $\Delta = n\lambda$ جہاں n= ۔1، 2، 3
- تباہ کن مداخلت یا تاریک کنارے کے لیے، راستے کا فرق $\Delta = ((2n - 1)/2)\ x n\lambda$
- پائیدار مداخلت کے لیے دونوں لہروں کو ہم آہنگ ہونا چاہیے۔ اگر ایک ہی فریکوئنسی کی دو یا زیادہ لہریں ایک ہی فیز میں ہوں یا فیز میں مستقل فرق ہو تو ان لہروں کو ہم آہنگ کہا جاتا ہے۔
- مداخلت کے پیٹرن میں، توانائی (شدت) $2a_1a_2$ کا جزو صرف منیما سے میکسیما پوائنٹ میں منتقل ہوتا ہے۔ خالص شدت یا اوسط شدت مستقل یا محفوظ رہتی ہے۔
- مداخلت دو قسم کی ہوتی ہے، جسے ویو فرنٹ کی تقسیم اور طول و عرض کی تقسیم کہا جاتا ہے۔
- ویو فرنٹ کی تقسیم مداخلت کی ایک کلاس ہے جس میں آئینے، پرزم، لینس، بائپریزم وغیرہ کو استعمال کرکے اصل عام ماخذ سے روشنی کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔
- طول و عرض کی تقسیم کی صورت میں، آنے والی شہتیر کو جزوی انعکاس یا اضطراب کے ذریعے دو یا زیادہ حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ پتلی فلم کی وجہ سے مداخلت، نیوٹن کے حلقے، مائیکلسن انٹرفیرومیٹر طول و عرض کی تقسیم کی مثالیں ہیں۔

8.10 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **مداخلت:** لہروں کی سپر پوزیشن کی وجہ سے توانائی کی دوبارہ تقسیم۔
- **مداخلت کے کنارے:** مداخلت کی وجہ سے سیاہ اور روشن بینڈوں کا نمونہ۔
- **مربوط روشنی:** روشنی جس میں تمام لہروں والی ٹرینوں کی فریکوئنسی ایک جیسی ہوتی ہے اور اس کے کرسٹ اور گرتیں ایک ہی سمت میں سیدھ میں ہوتی ہیں جن میں مرحلے کا مستقل فرق ہوتا ہے۔
- **سلٹ:** روشنی کے لیے ایک تنگ دروازہ۔
- **سپر پوزیشن:** دو یا دو سے زیادہ لہروں کی نقل مکانی کو ملا کر نتیجے میں نقل مکانی پیدا کرنا۔

8.11 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

8.11.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. مندرجہ ذیل میں سے کون سا تداخل کا نمونہ نہیں دکھاتا؟

(ا) صابن کا بلبلہ　　　　(ب) ضرورت سے زیادہ پتلی فلم

(ج) ایک موٹی فلم　　　　(د) پچر کی شکل والی فلم

2. تداخل میں استعمال ہونے والا بنیادی اصول ______________ ہے

3. جب ایک ہی حیطہ کی دو موجیں تعمیری طور پر شامل ہوتی ہیں، تو حدت ______________ ہو جاتی ہے

4. تداخل میں مشاہدہ شدہ کنارے کی شکل ______________ ہے

5. اگر روشنی کی تداخل کے لیے یک رنگی روشنی کی بجائے سفید روشنی کو استعمال کیا جائے تو مشاہدے میں کیا تبدیلی آئے گی؟

(ا) پیٹرن نظر نہیں آئے گا۔

(ب) پیٹرن کی شکل ہائپر بولک سے دائروی میں بدل جائے گی۔

(ج) درمیان میں سفید چمکدار کنارے کے ساتھ رنگین جھالر دیکھے جائیں گے۔

(د) روشن اور سیاہ پٹیاں پوزیشن تبدیل کر دیں گے

6. زیرو آرڈر فرنج کی شناخت ______________ کا استعمال کرتے ہوئے کی جاسکتی ہے

(ا) سفید روشنی　　　　(ب) پیلی روشنی

(ج) رنگین روشنی　　　　(د) یک رنگی روشنی

.7 تداخل صرف اس وقت نظر آتی ہے جب دو موجوں کے درمیان کا فرق صفر ہو۔

(ا) صحیح

(ب)غلط

.8 پیٹرن کی شکل______________پر منحصر ہے

(ا)سلٹ کے درمیان فاصلہ (ب)سلٹ اور سکرین کے درمیان فاصلہ

(ج)روشنی کی طول موج (د)شگاف کی شکل

.9 مندرجہ ذیل میں سے کون سے مربوط ذرائع ()کی مثال ہے؟

(ا)فلوروسینٹ ٹیوب (ب)ایل ای ڈی لائٹ

(ج)لیزر (د)ٹنگسٹن فلیمینٹ بلب

.10 شناخت کریں کہ کون سا عنصر متصلہ موجوں کے لیے یکساں نہیں ہے۔

(ا)تعدد (ب)ہیت کا فرق مستقل

(ج)حیطہ (د)ایک دوسرے کے ساتھ متصلہ طول موج

8.11.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

.1 روشنی کا تداخل(Interference) کیا ہے؟اس کی کچھ مثالیں دیں؟

.2 تداخل میں انطباق(سپر پوزیشن)(Superposition)کا اصول بیان کریں؟

.3 روشنی کے تداخل کی شرائط(Condition) کیا ہیں؟

8.11.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

.1 ینگ کا دوہرے شگاف کا تجربہ کیا ہے؟ روشن پٹیاں(فرنجیں)(bright fringes)، سیاہ پٹیاں(فرنجیں)(dark fringes)اور پٹیایوں(فرنجیں) کی چوڑائی(fringe width) کو معلوم کریں؟

.2 روشنی کا تداخل کیا ہے؟تعمیری(constructive)اور تخریبی(destructive)تداخل کی شرط حاصل کریں؟

8.11.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ینگ کے ڈبل سلٹ تجربے میں۔ جب طول موج 600 nm کی روشنی استعمال کی جاتی ہے تو اسکرین کے ایک مخصوص حصے میں 12 کنارے بنتے دیکھے جاتے ہیں۔ اگر روشنی کی طول موج کو 400 nm میں تبدیل کر دیا جائے تو اسکرین کے اسی حصے میں مشاہدہ کیے جانے والے کناروں کی تعداد ؟
2. ینگ کے ڈبل سلٹ تجربے میں دونوں سلٹ 0.05 ملی میٹر کے فاصلے پر ہیں اور اسکرین سلٹ سے 2 میٹر دور واقع ہے۔ سلٹ سے تیسرا روشن کنارے مرکزی کنارے سے 8.3 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہٹا دیا گیا ہے۔ واقعہ کی روشنی کی طول موج کا تعین کریں۔

8.12 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
2. Ajay Ghatak, Optics, McGraw Hill Company, New Delhi
3. Frank S.J. Pedrotti, Introduction to Optics Prentice Hall of India
4. N Subramanyam and Brij Lal, Optics (S. Chand and Company, Delhi)

اکائی 9۔ ربط

(Coherence)

اکائی کے اجزا

9.0 تمہید (Introduction)

پہلے یونٹ میں، ہم نے ایک مستحکم مداخلت پیٹرن حاصل کرنے کے لئے. دو اہم شرائط پر تبادلہ خیال کیا تھا۔

- آیئے یک رنگی ماخذ(Monochromatic Source) ربط اور مربوط ذرائع حاصل کرنے کے لیے اپنائے گئے طریقوں پر غور کریں۔
- اس یونٹ میں، ہم مداخلت کے مظاہر پر مزید تفصیل سے بحث کریں گے، دو نکاتی ذرائع سے پیدا ہونے والی لہروں سے پیدا ہونے والے مداخلت کے انداز پر غور کریں۔ ہم ربط اور بائپرزم(Bi-Prism)اور لائیڈ کے آئینہ(Lyod's Mirror) کے کنارے پر بات کریں گے۔

9.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم:

- روشنی کے مربوط(coherent)اور غیر مربوط(incoherent)ذرائع کے درمیان فرق کریں۔
- ڈبل سلٹ کے ذریعہ تیار کردہ مداخلت کے پیٹرن کی اصلیت کی وضاحت کریں۔
- مداخلت پیٹرن میں شدت کی تقسیم کی وضاحت کریں،
- روشنی کی طول موج کے لحاظ سے کنارے کی چوڑائی کا اظہار کریں۔
- بائپرزم اور لائیڈ کے آئینے کے کنارے کے درمیان فرق کی تعریف کریں۔

9.2 ربط(Coherence)

طبیعیات میں، دو لہروں کے ذرائع کو مربوط کہا جاتا ہے اگر ان کی فریکوئنسی(frequency)اور لہر کی شکل ایک جیسی ہو۔ ربط لہروں کی ایک مثالی خاصیت ہے جو اسٹیشنری (یعنی عارضی اور مقامی طور پر مستقل) مداخلت کو قابل مجاز (enables) بناتی ہے۔ ربط کسی ایک لہر کی جسمانی مقدار کے درمیان، یا کئی لہروں یا لہروں کے پیکٹوں کے درمیان رتباط کی تمام خصوصیات کو بیان کرتی ہے۔

ربط کا مطلب ایک واحد فریکوئنسی کی تابکاری کی شہتیر میں لہروں کے مرحلے کے درمیان ایک مقررہ تعلق ہے۔ روشنی کی دو شعاعیں اس وقت مربوط ہوتی ہیں جب ان کی لہروں کے درمیان مرحلے کا فرق مستقل ہوتا ہے۔ اگر بے ترتیب یا بدلتے ہوئے مرحلے کا تعلق ہے تو وہ غیر مربوط ہیں۔

مثال کے طور پر، جب فوجی مارچ کرتے ہیں، تو یہ مربوط ہوتا ہے۔ سورج کی روشنی جو ایک قدرتی ذریعہ(Natural Source) متضاد (Incoherent) ہے۔ ایک لیزر، تاپدیپت ماخذ(Incandescent Source) کے برعکس، ایک شہتیر پیدا کرتا ہے جس میں تمام اجزاء ایک دوسرے کے ساتھ ایک مستحکم رشتہ رکھتے ہیں اور اس لیے یہ مربوط ہے۔

ربط کی اقسام:

ربط کی دو قسمیں ہیں، یعنی وقتی ربط(Temporal Coherence)اور مقامی ربط(Spatial Coherence)۔ یہ دونوں اقسام ذیل میں بیان کیے گئے ہیں۔

وقتی ربط:

وقتی ربط ایک لہر کی قدر کے درمیان اوسط تعلق کا ایک پیمانہ ہے اور خود ہی τ کی تاخیر کرتا ہے، کسی بھی قابل غور جوڑ میں۔ وقتی ربط اس بات کی پیمائش فراہم کرتی ہے کہ ایک ذریعہ کتنا یک رنگی ہے۔ یہ اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ ایک مختلف وقت میں ایک لہر اپنے ساتھ کتنی اچھی مداخلت کر سکتی ہے۔

تاخیر جس سے اوپر کا مرحلہ یا طول و عرض ایک اہم مقدار میں ہونا چاہئے (اور اس وجہ سے ارتباط ایک اہم مقدار سے کم ہوتا ہے) کو ربط کے وقت کے طور پر بیان کیا جاتا ہے۔

مقامی ربط:

اگر آپ آپٹکس یا پانی کی لہروں جیسے نظام کو لیتے ہیں، تو آپ کو لہر کا طول و عرض ایک یا دو جگہوں سے پھیلا ہوا ملے گا۔

اس لیے مقامی ربط کو ایک لہر (x_1اور x_2) کے خلا میں دو پوائنٹس کی صلاحیت کے طور پر بیان کیا جاسکتا ہے جو مداخلت کرے گی۔

سادہ الفاظ میں مقامی ربط کو ہر وقت لہر میں دو نقطوں کے درمیان باہمی ربط کہا جاسکتا ہے۔

جب کسی لہر کی لامحدود لمبائی پر ایک ہی طول و عرض کی قدر رہوتی ہے، تو اسے کامل مقامی ربط(Perfect Spatial Coherence) کہا جاتا ہے۔ بامعنی مداخلت جو علیحدگی کی حد اور دو پوائنٹس کے درمیان موجود ہے ربط کے علاقے کے قطر(Diameter) کی وضاحت کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

مثالیں:

مربوط ذرائع کی کچھ عام مثالیں یہ ہیں؛

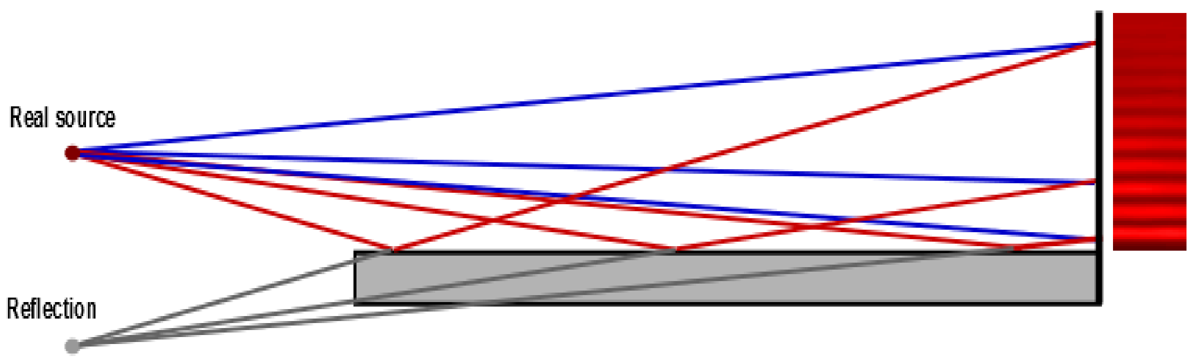
- اسپیکر سے پیدا ہونے والی آواز کی لہریں جو برقی سگنلز سے چلتی ہیں جن کی فریکوئنسی ایک ہی ہوتی ہے اور ایک مخصوص مرحلہ ہوتا ہے۔
- لیزر بھی مربوط ذریعہ کی ایک قسم ہے۔ وہ انتہائی مربوط روشنی پیدا کرنے کے لیے ایک رجحان کا استعمال کرتے ہیں جسے محرک اخراج(Stimulated Emission) کہتے ہیں۔
- روشنی کے چھوٹے ذرائع کم از کم جزوی طور پر مربوط ہوتے ہیں۔ یہی وجہ ہے کہ ہم صابن کے بلبلوں پر مداخلت کے نمونوں کا مشاہدہ کر سکتے ہیں اور تتلی کے پروں کی بے چینی کی تعریف کر سکتے ہیں۔

- جبکہ سورج کی روشنی متضاد ہے جبکہ چھوٹے علاقوں پر چھوٹے حصے عام طور پر جزوی طور پر مربوط ہوتے ہیں۔

اب ہم مربوط ذرائع پیدا کرنے کے دو مختلف سیٹ اپ پر بات کریں گے Lloyd's Mirror اور Fresnel's Biprism۔

9.3 لائیڈ کا آئینہ (Llyod's Mirror)

لائیڈ کا آئینہ ایک ایسا تجربہ ہے جسے ہمفری لائیڈ (Humphry Lloyd) نے پہلی بار 1834 میں رائل آئرش اکیڈمی کے ٹرانزیکشنز (Transections of the Royal Irish Academy) میں بیان کیا تھا۔ یہ اصل میں روشنی کی لہر کی نوعیت کے مزید ثبوت کے طور پر منصوبہ بندی کی گئی تھی، جو کہ تھامس ینگ (Thomas Young) اور آگسٹن۔ جین فرینسل (Augustin -Jean Fresnel) کے ذریعہ فراہم کیے گئے تھے۔ تجربے میں، یک رنگی سلٹ ماخذ سے روشنی شیشے کی سطح سے چھوٹے زاویہ پر منعکس ہوتی ہے اور اس کے نتیجے میں مجازی ذریعہ سے آتی دکھائی دیتی ہے۔ منعکس روشنی منبع سے براہ راست روشنی میں مداخلت کرتی ہے، مداخلت کے کنارے بناتی ہے۔ یہ سمندری انٹرفیرومیٹر کا آپٹیکل لہری تمثیل (Optical Wave Analogue) ہے۔



لائیڈ کا آئینہ

شکل (9.1)

Lloyd's Mirror کا استعمال دو منبع مداخلت (Two source interference) کا نمونہ تیار کرنے کے لیے کیا جاتا ہے جو ینگ کے تجربے میں نظر آنے والے مداخلت کے نمونوں سے مختلف ہے۔

لائیڈز آئینے کے جدید نفاذ میں، ایک منفرج لیزر بیم (Diverging Laser Beam) سامنے کی سطح کے آئینے کو گریزنگ کے زاویہ (Grazing angle) سے ٹکراتی ہے، جس سے کچھ روشنی براہ راست اسکرین تک جاتی ہے (شکل (9.1) میں نیلی لکیریں)، اور کچھ روشنی منعکس ہو جاتی ہے۔ اسکرین کا آئینہ (سرخ لکیریں)۔ منعکس شدہ روشنی ایک مجازی دوسرا ذریعہ بناتی ہے جو براہ راست روشنی میں

مداخلت کرتی ہے۔ سامنے کی سطح پر ایک (Plane) کا آئینہ MN پالش کیا گیا ہے اور پیچھے کالا کیا گیا ہے (متعدد عکاسی سے بچنے کے لیے)۔ ایک تنگ سلٹ سے روشنی، یک رنگی روشنی سے روشن ہوتی ہے، اس کی لمبائی آئینے کی سطح کے متوازی ہوتی ہے۔ روشنی تقریباً گریزنگ کے واقعات (Grazing incidence) پر آئینے پر پڑتی ہے، اور منعکس شدہ شہتیر سلٹ کی مجازی تصویر بنانے سے ہٹتی دکھائی دیتی ہے۔ اس طرح ہم دو مربوط ذرائع پیدا کرتے ہیں۔ چونکہ براہ راست اور منعکس بیم میں تقریباً مساوی طول و عرض ہوتے ہیں، اس لیے کنارے میں اچھا تضاد ہوتا ہے۔

ینگ کے تجربے میں، انفرادی سلِٹس ایک انصراف کا نمونہ بناتے ہیں جس پر دو سلِٹس سے مداخلت کا نمونہ شامل ہو جاتا ہے (شکل 9.1) ۔ اس کے برعکس، لائیڈ کا آئینے کا تجربہ سلٹس کا استعمال نہیں کرتا ہے اور ایک اوور لیڈ سنگل سلٹ ڈفریکشن پیٹرن کی پیچیدگیوں کے بغیر دو منبع مداخلت (Two Source Interference) کو ظاہر کرتا ہے۔

ینگ کے تجربے میں، تعمیری مداخلت کی وجہ سے مساوی راستے کی لمبائی کی نمائندگی کرنے والا مرکزی کنارے روشن ہے۔ اس کے برعکس، لائیڈ کے آئینے میں، مساوی راستے کی لمبائی کی نمائندگی کرنے والے آئینے کے قریب کا کنارے روشن ہونے کی بجائے سیاہ ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ آئینے سے منعکس ہونے والی روشنی 180° فیز شفٹ (Phase Shift) سے گزرتی ہے، اور اس طرح تباہ کن مداخلت کا سبب بنتی ہے جب راستے کی لمبائی برابر ہوتی ہے یا جب وہ طول موج کی عددی تعداد سے مختلف ہوتی ہے۔

زیرو آرڈر فرنج (Zero Order Fringe):

مرکزی زیرو آرڈر فرنج (Central Zero-order Fringe)، جس کے 0 پر پڑنے کی توقع کی جاتی ہے (سلٹ کا کھڑا دو سیکٹر perpendicular bisector of slits) عام طور پر نہیں دیکھا جاتا ہے کیونکہ صرف براہ راست روشنی، 0 تک پہنچتی ہے اور منعکس روشنی نہیں۔ اسے ایک پتلی شیٹ متعارف کر کے دیکھا جا سکتا ہے۔ S سے روشنی کے راستے میں ابرک، جب پورے کنارے کا نظام اوپر کی سمت میں بے دخل ہو جاتا ہے۔

سفید روشنی کے ساتھ مرکزی کنارے کے سفید ہونے کی توقع کی جاتی ہے، لیکن اصل میں یہ 'اندھیرا' پایا جاتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ جب آئینے سے منعکس ہوتا ہے تو روشنی π کی فیز تبدیلی یا A/2 کے راستے کے فرق کا شکار ہوتی ہے۔ لہذا، زیرو آرڈر فرنج کی پوزیشن پر مداخلت کرنے والی شعاعوں کے درمیان راستے کا فرق صفر کی بجائے $\lambda/2$ ہو جاتا ہے، جو کہ کم از کم شرط ہے۔ اس لیے کنارے سیاہ ہے۔

طول موج کا تعین (Determination of Wavelength):

آیئے d مربوط ذرائع کے درمیان فاصلہ، اور D ذرائع سے اسکرین کا فاصلہ۔ کنارے کی چوڑائی اس کے بعد دی جاتی ہے۔

$$\beta = \frac{D\lambda}{d}$$

اس طرح طول موج کا تعین کیا جا سکتا ہے۔

Achromatic Fringesاور Lloyd's Mirror کے ذریعے ان کی پیداوار

سفید اور گہرے کنارے کا ایک نظام، بغیر کسی رنگ کے، سفید روشنی سے حاصل کیا جاتا ہے، 'اکرومیٹک کنارے' کے نام سے جانا جاتا ہے۔ عام طور پر، سفید روشنی کے ساتھ، ہم ایک مرکزی سفید کنارے حاصل کرتے ہیں، جس کے دونوں طرف چند رنگین کنارے ہوتے ہیں۔اس کی وجہ یہ ہے کہ کنارے کی چوڑائی

$$\beta = \frac{D\lambda}{d}$$

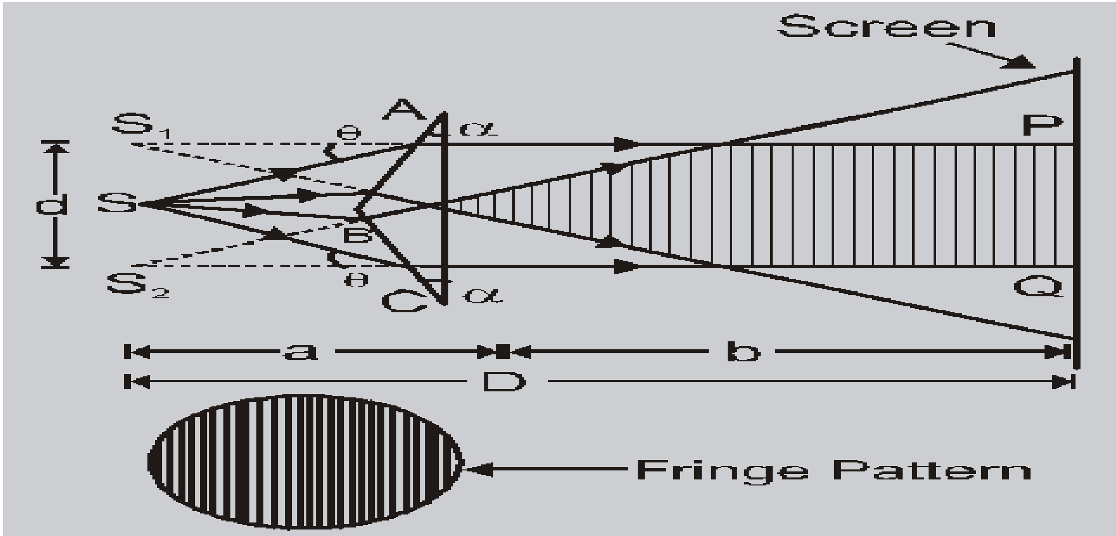
مختلف طول موج (رنگ) کے لیے مختلف ہے۔ اگرتاہم، کنارے کی چوڑائی تمام طول موجوں کے لیے یکساں بنائی جاتی ہے، تو تمام طول موجوں کے لیے ہر ترتیب کا بیش ترین(Maxima)ایک ساتھ ہو گا، جس کے نتیجے میں رنگین کنارے بنیں گے۔

ہم سفید روشنی کے ایک تنگ طیف سے روشن ہونے والے سلٹ کا استعمال کرتے ہوئے لائیڈز آئینے سے اس حالت کو آسانی سے محسوس کر سکتے ہیں۔ تنگ طیف کو پرزم کے ذریعے، یا ترجیحی طور پر، ہوائی جہاز کے انصراف کے ذریعے تیار کیا جاسکتا ہے۔

9.4 فرینسیل کا بائپرزم(Fresnel's Bi-Prism)

فرینسل بائپرزم ایک پتلا ڈبل پرزم ہے جسے بیس سے بیس رکھا جاتا ہے اور اس میں بہت چھوٹا ریفریکٹنگ اینگل (0.5^0)ہوتا ہے۔ یہ ایک واحد پرزم کے مساوی ہے جس کا ایک زاویہ تقریباً 179^0 اور دوسرے دوزاویہ 0.5^0 ہر ایک ہے۔ مداخلت کا مشاہدہ لہر فرنٹ کی تقسیم سے کیا جاتا ہے۔

ینگ کے ڈبل سلٹ تجربے میں، یہ اعتراض اٹھایا گیا تھا کہ ینگ کے ذریعے مشاہدہ کیے گئے روشن کنارے شاید سلٹ کے کناروں سے روشنی کی کچھ پیچیدہ ترمیم کی وجہ سے تھے نہ کہ مداخلت کی وجہ سے۔اس کے فوراًبعد، فرینسل نے روشنی کے دو شعاعوں کی مداخلت پیدا کرنے کے لیے انتظامات کا ایک سلسلہ وضع کیا جو اس تنقید کا نشانہ نہیں تھا۔ تجرباتی انتظامات میں سے ایک، جسے Fresnel's Biprism بندوبست کہا جاتا ہے، شکل(9.2)میں دکھایا گیا ہے۔



فرینسل کے بائپرزم تجربے کا خاکہ

شکل(9.2)

S ایک تنگ عمودی سلٹ ہے جو یک رنگی روشنی سے روشن ہوتی ہے۔ S سے روشنی کو بائپرزم پر متوازی طور پر گرنے کی اجازت ہے، S سے ایک چھوٹے سے فاصلے پر رکھی گئی ہے اور اس کے ریفریکٹنگ کناروں کو سلٹ کے متوازی رکھا گیا ہے۔ پرزم کے اوپری اور نچلے حصوں سے نکلنے والی روشنی دو ورچوئل امیجز، S_1 اور S_2 سے شروع ہوتی دکھائی دیتی ہے، دونوں ہی مربوط ذرائع کے طور پر کام کرتے ہیں۔ اگر اسکرینیں رکھی گئی ہیں، جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے، مداخلت کے کنارے صرف PQ کے علاقے میں دیکھے جاتے ہیں۔ اس تجربے کے ساتھ، فرینسل دو سلٹوں کے ذریعے مختلف بیموں کے بغیر مداخلت کا اثر دکھانے کے قابل تھا۔ بالکل اسی طرح جیسے ینگ کے ڈبل سلٹ تجربے میں، اس ترتیب کو یک رنگی روشنی کی طول موج کا تعین کرنے کے لیے بھی استعمال کیا جا سکتا ہے۔ روشنی سلٹ S کو روشن کرتی ہے اور مداخلت کے کنارے آسانی سے آنکھ کے ٹکڑے کے ذریعے دیکھے جا سکتے ہیں۔ کنارے کی چوڑائی P کا تعین آنکھ کے ٹکڑے سے منسلک مائکرو میٹر کے ذریعے کیا جا سکتا ہے۔ اگر D ماخذ اور اسکرین کے درمیان فاصلہ ہے، اور d ورچوئل امیجز S_1 اور S_2 کے درمیان فاصلہ ہے۔ لہر کی لمبائی کی طرف سے دیا جاتا ہے

$$\beta = \frac{D\lambda}{d}$$

بائپریزم اور آئی پیس کے درمیان محدب لینس رکھ کر d اور D کے فاصلے کا آسانی سے تعین کیا جا سکتا ہے۔

Biprism اور Lloyd's Mirror Fringes کے درمیان فرق

بائپریزم اور لائیڈز مرر کے درمیان فرق کے اہم نکات درج ذیل ہیں۔

کنارے

1) بائپرزم میں، کنارے کا مکمل نمونہ حاصل کیا جاتا ہے۔ لائیڈ کے آئینے میں، عام طور پر، مرکزی کنارے کے ایک طرف صرف چند کنارے ہی نظر آتے ہیں، مرکزی کنارے خود پوشیدہ ہے۔

2) biprisrm میں مرکزی کنارے روشن ہے، جبکہ Lloyd کے آئینے میں یہ اندھیرا ہے۔

3) بائپرزم میں مرکزی کنارے لائیڈ کے آئینے سے کم تیز ہوتا ہے۔

آیئے اب غور کریں،

عکاسی کے مرحلے میں تبدیلی:

ایک مرحلے میں تبدیلی بعض اوقات اس وقت ہوتی ہے جب لہر منعکس ہوتی ہے، خاص طور پر تیز لہر کی رفتار والے میڈیم سے سست لہر کی رفتار والے میڈیم کی حد تک۔ اس طرح کے انعکاس کئی قسم کی لہروں کے لیے ہوتے ہیں، بشمول روشنی کی لہریں، آواز کی لہریں، اور تاروں پر لہریں۔ ایک واقعہ کی لہر ایک میڈیم (جہاں لہر کی رفتار c_1 ہے) سے دوسرے میڈیم (جہاں لہر کی رفتار c_2 ہے) میں سفر کرنے کے لیے، لہر کا ایک حصہ دوسرے میڈیم میں منتقل ہو جائے گا، جبکہ دوسرا حصہ دوسری سمت میں واپس جھلکتا ہے اور پہلے میڈیم میں رہتا ہے۔ منتقلی لہر کے طول وعرض اور منعکس لہر کو باؤنڈری پر تسلسل کی حالت کا استعمال کر کے شمار کیا جاسکتا ہے۔ ہلکی لہریں اس وقت 180° سے مرحلے کو تبدیل کرتی ہیں جب وہ کسی میڈیم کی سطح سے اس میڈیم کی نسبت زیادہ ریفریکٹیوانڈیکس کے ساتھ جھلکتی ہیں جس میں وہ سفر کر رہے ہوتے ہیں۔ ہوا میں سفر کرنے والی روشنی کی لہر جو شیشے کی رکاوٹ سے منعکس ہوتی ہے اس میں 180^0 فیز تبدیلی ہو گی، جب کہ شیشے میں سفر کرنے والی روشنی اگر ہوا کے ساتھ کسی حد سے منعکس ہوتی ہے تو وہ فیز تبدیلی سے نہیں گزرے گی۔ اس وجہ سے، آپٹیکل حدود کو عام طور پر ایک ترتیب شدہ جوڑے کے طور پر بیان کیا جاتا ہے (ایئر گلاس، گلاس ایئر)؛ یہ بتاتا ہے کہ روشنی بالترتیب کس مواد سے نکل رہی ہے، اور اس کی طرف

اسٹوکس کا علاج:

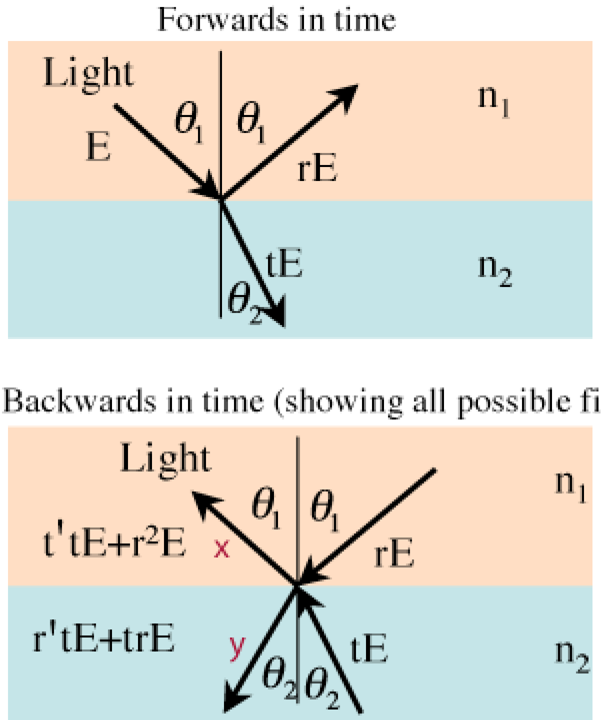
آپٹکس میں، سٹوکس کے تعلقات، جن کا نام سر جارج گیبریل سٹوکس کے نام پر رکھا گیا ہے، روشنی کے متعلقہ مرحلے کو بیان کرتے ہیں جو مختلف اضطراری اشاریوں کے مواد کے درمیان ایک حد سے منعکس ہوتے ہیں۔ وہ تعامل کے لیے ٹرانسمیشن اور ریفلیکشن عددی سر کو بھی جوڑتے ہیں۔ ان کا اخذ وقت کے الٹ جانے والی دلیل پر انحصار کرتا ہے، اس لیے وہ صرف اس وقت کام کرتے ہیں جب نظام میں کوئی جذب نہ ہو۔

آنے والی فیلڈ E کا عکس rE اور tE دینے کے لیے ڈائی الیکٹرک باؤنڈری پر منتقل کیا جاتا ہے (جہاں r اور t بالترتیب طول وعرض کی عکاسی اور ٹرانسمیشن عددی سر ہیں)۔ چونکہ کوئی جذب نہیں ہے، یہ نظام الٹنے والا ہے، جیسا کہ دوسری تصویر میں دکھایا گیا ہے (جہاں

شہتیروں کی سمت کو الٹ دیا گیا ہے)۔اگر یہ معکوس عمل در حقیقت ہو رہا تھا، تو آنے والے فیلڈز (rEاور tE) کے کچھ حصے ہوں گے جو خود باؤنڈری پر منتقل اور منعکس ہوتے ہیں۔ تیسری تصویر میں، یہ عددی rاور t(الٹ فیلڈز کی عکاسی اور ٹرانسمیشن کے لیے) کے ذریعے دکھایا گیا ہے۔ یہ تمام لہریں مداخلت کرتی ہیں تاکہ دوسری اور تیسری تصویریں متفق ہوں؛ بیم ایکس میں طول و عرض E ہے اور بیم y میں طول و عرض 0 ہے، جو اسٹوکس کے تعلقات فراہم کرتا ہے۔

یہاں سب سے دلچسپ نتیجہ یہ ہے کہ r'=-r۔ اس طرح، انٹرفیس کے ایک طرف کی عکاسی کے ساتھ جو بھی مرحلہ منسلک ہے، وہ انٹرفیس کے دوسری طرف 180 ڈگری مختلف ہے۔ مثال کے طور پر، اگر r کا مرحلہ 0 ہے، تو r'کا ایک مرحلہ 180 ڈگری ہے۔

ٹرانسمیشن اور ریفلیکشن عددی سر کے لیے واضح قدریں Fresnel مساوات کے ذریعے فراہم کی جاتی ہیں۔



$$t'tE + r^2E = E$$

$$r'tE + trE = 0$$

$$\Rightarrow t't + r^2 = 1 \text{ and } r = -r'$$

(Stokes Relations)

شکل(9.3)

9.5 حل شدہ مثالیں(Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

ایک بائی پرزم کے تجربے میں، جب آنکھ کا ٹکڑا سلٹ سے ایک میٹر کے فاصلے پر ہوتا ہے تو کنارے کی چوڑائی 0.4 ملی میٹر ہوتی ہے۔ اگر اب صرف آنکھ کے ٹکڑے کو بائی پرزم کی طرف 25 سینٹی میٹر منتقل کیا جائے تو کنارے کی چوڑائی میں کیا تبدیلی آئے گی؟

حل:

دیا گیا: پہلی صورت کے لیے: کنارے کی چوڑائی $X_1 = 0.4$ ملی میٹر،

سلٹ سے آنکھ کے ٹکڑے کا فاصلہ $D_1 = 1m$

دوسری صورت کے لیے: سِلِٹس سے آنکھ کے ٹکڑے کا فاصلہ $D_2 = 1m - 25\ m = 0.75\ m$

تلاش کرنے کے لیے: کنارے کی چوڑائی میں تبدیلی $\Delta X = ?$

کنارے کی چوڑائی $X = \frac{\lambda D}{d}$ سے دی گئی ہے۔

پہلی صورت کے لیے $X_1 = \frac{\lambda D_1}{d}$ -------------(1)

دوسرے کیس کے لیے $X_2 = \frac{\lambda D_2}{d}$ ---------(2)

مساوات 2 کو مساوات 1 سے تقسیم کرنے سے ہمیں ملتا ہے:

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{D_2}{D_1}$$

$$X_2 = \frac{D_2}{D_1} \times X_1$$

$X_2 = (0.75/1) \times 0.4 = 0.3$ ملی میٹر

کنارے کی چوڑائی میں تبدیلی $= \Delta X = X_2 - X_1$ ملی میٹر

$\Rightarrow 0.3 - 0.4 = 0.1$ ملی میٹر

حل شدہ مثال 2

بائپرزم کے تجربے میں، سلٹ کی علیحدگی آدھی رہ جاتی ہے اور سلٹ اور سکرین کے درمیان فاصلہ دوگنا کر دیا جاتا ہے۔ کنارے کی چوڑائی کیسے متاثر ہوتی ہے؟

حل:

سلٹس کے درمیان دیا ہوا فاصلہ $d_2 = ½\ d_1$

اسکرین اور سلٹ کے درمیان فاصلہ $D_2 = 2\ D_1$

تلاش کرنے کے لیے:

کنارے کی چوڑائی میں تبدیلی $\Delta X = ?$

کنارے کی چوڑائی X =λD/d سے دی گئی ہے۔

پہلی صورت کے لیے

$$(1)\text{-----------}X_1 = \frac{\lambda D_1}{d}$$

دوسرے کیس کے لیے

$$(2)\text{--------}\ X_2 = \frac{\lambda D_2}{d}$$

تقسیم مساوات (2) کو (1) سے

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{D_2 d_1}{D_1 d_2}$$

$$\frac{X_2}{X_1} = 2\left(\frac{D_2}{D_1}\right)\ 2\left(\frac{d_1}{d_2}\right)$$

$$\frac{X_2}{X_1} = 2 \times 2 = 4$$

$$X_2 = 2X_1$$

حل شدہ مثال 3

لائیڈ کے آئینے کے تجربے میں، ماخذ S سے براہ راست خارج ہونے والی روشنی کی لہر آئینے سے منعکس ہونے والی روشنی میں مداخلت کرتی ہے۔ اسکرین سورس S سے m_1 دور ہے۔ کنارے کی چوڑائی کا سائز 0.25 mm ہے۔ ماخذ کو ابتدائی پوزیشن سے 0.6mm اوپر منتقل کیا جاتا ہے، کنارے کی چوڑائی 1.5 گنا کم ہوتی ہے۔ اگر استعمال ہونے والی روشنی کی لہر طول موج و $2x10^{-x}$ میں ہے تو x کی قدر معلوم کریں۔

حل: اوپر کے سوال سے ہمارے پاس درج ذیل پیرامیٹرز ہیں

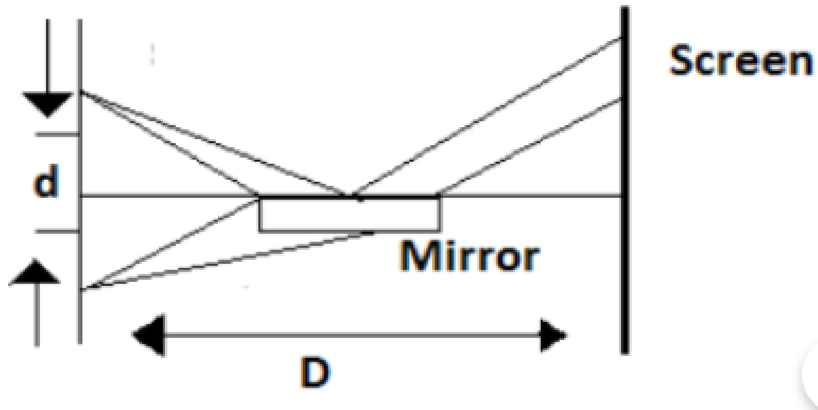
اسکرین اور ماخذ کے درمیان فاصلہ، D=1m

کنارے کی چوڑائی کا سائز، $\beta=0.25mm=0.25\times10^{-3}m$

سلٹ کے درمیان فاصلہ d ہے۔

طول موج، $\lambda=2.4\times10^{-x}$، ہمیں x کی قدر تلاش کرنی ہو گی۔

Lloydتجربے میں ہمارے پاس ہے۔



شکل(9.4)

β=Dλ/d.....................1

دی گئی اقدار کو(i) میں ڈالنے سے ہمیں ملتا ہے۔

$D\lambda/d = 0.25 \times 10^{-3}$

$d = D\lambda \times 10^{-3} \times 0.25$

$\lambda = d \times 10^{-3} /4$.....................2

اب ماخذ0.6mmمنتقل کر دیا گیا ہے. نیٹ موومنٹ1.2 ملی میٹر ہو گی کیونکہ امیج بھی اتنے مارجن سے حرکت کرے گی۔

چنانچہ دوسری صورت یہ ہے۔

کل شفٹ $d+1.2\times10^{-3}$ ہو گی۔

لہذا،βکے لیے مساوات مندرجہ ذیل ہو گی۔

$$\beta = \frac{D\lambda}{d + 1.2 \times 10^{-3}}$$

$$\lambda = 0.25 \times \frac{10^{-3}d}{1.5} = \frac{10^{-3}d}{6} \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

یہ بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\lambda D = \frac{10^{-3}d}{6} + 1.2 \times 10^{-3} \times \frac{10^{-3}}{6}$$

(i) کااستعمال کرتے ہوئے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\lambda = \frac{10^{-3}d}{4D}$$

(جب، D=1m)

$$\lambda D = \frac{0.6 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}{1}$$

$$\lambda = 0.6 \times 10^{-6} m$$

$$\lambda = 0.6 \mu m \ldots\ldots\ldots..(4)$$

مسئلہ میں دی گئی مندرجہ بالا مساوات اور شرائط سے ہمیں ملتا ہے۔

$$\frac{d}{4} = \frac{d}{6} + \frac{1.2 \times 10^{-3}}{6}$$

$$d = 2.4 \times 10^{-3} m$$

مسئلہ میں دی گئی شرط کے مطابق ہم نے =λ

مسئلہ میں دی گئی $\lambda = 2.4 \times 10^{-3}$ کی قدر سے اس کا موازنہ کرنے سے ہمیں x=3 ملتا ہے۔

9.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- پائیدار مداخلت کے لیے دونوں لہروں کو ہم آہنگ ہونا چاہیے۔ اگر ایک ہی فریکوئنسی کی دو یا زیادہ لہریں ایک ہی فیز میں ہوں یا فیز میں مستقل فرق ہو تو ان لہروں کو ہم آہنگ کہا جاتا ہے۔
- طول و عرض کی تقسیم کی صورت میں، آنے والی شہتیر کو جزوی انعکاس یا اضطراب کے ذریعے دو یا زیادہ حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ پتلی فلم کی وجہ سے مداخلت، نیوٹن کے حلقے، مائیکلسن انٹر فیرومیٹر طول و عرض کی تقسیم کی مثالیں ہیں،
- ویوفرنٹ کی تقسیم مداخلت کی ایک کلاس ہے جس میں اصل عام ماخذ سے حاصل ہونے والی روشنی کو آئینہ، پرزم، لینس، بائپریزم وغیرہ استعمال کر کے دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔
- مداخلت دو قسم کی ہوتی ہے، جسے ویوفرنٹ کی تقسیم اور طول و عرض کی تقسیم کہا جاتا ہے۔

9.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **سپر پوزیشن:** دو یا دو سے زیادہ لہروں کی نقل مکانی کو ملا کر نتیجے میں نقل مکانی پیدا کرنا۔
- **ربط:** مساوی فریکوئنسی اور مستقل مرحلے کے فرق کے ساتھ دو یا زیادہ لہروں کی خاصیت۔
- **مربوط روشنی:** روشنی جس میں تمام لہروں والی ٹرینوں کی فریکوئنسی ایک جیسی ہوتی ہے اور اس کے کرسٹ اور گرتیں ایک ہی سمت میں سیدھ میں ہوتی ہیں جن میں مرحلے کا مستقل فرق ہوتا ہے۔
- **بائپرزم:** دو پرزموں کا ان کے رابطے میں اڈوں کے ساتھ مجموعہ۔

9.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

9.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. فریسنل کے بائپرزم تجربے میں، دو مربوط ذرائع حاصل کیے جاتے ہیں۔

(ا) اپورتن (refraction)

(ب) عکاسی۔(reflection)

(ج) اندرونی عکاسی۔(internal reflection)

(د) ریفلیکشن اور ریفریکشن دونوں (reflection and refraction both)۔

2. بائپرزم مداخلت کے تجربے میں روشنی کے منبع کی نوعیت کیا ہے؟

(ا) نقطہ ماخذ (Point Source) (ب) توسیعی ذریعہ (Extended Source)

(ج) تنگ درار (Narrow Slit) (د) ایک سے زیادہ ماخذ (Multiple source)

3. روشنی کے دو منبع کو مربوط کہا جاتا ہے جب دونوں ایک جیسی روشنی کی لہریں نکالتے ہیں۔

(ا) رفتار اور مرحلہ (Speed and Phase)

(ب) طول و عرض اور مرحلہ (Amplitude and phase)

(ج) طول موج اور مسلسل مرحلے کا فرق (Wavelength and constant phase difference)

(د) طول موج اور شدت (Wavelength and intensity)

4. میدان میں ایک نقطہ اور بعد کے وقت میں میدان میں ایک ہی نقطہ کے درمیان ارتباط کس نام سے جانا جاتا ہے۔

(ا) ربط (Coherence) (ب) وقتی ربط (Temporal Coherence)

(ج) مقامی ربط (Spatial Coherence) (د) ان میں سے کوئی نہیں (None of these)

5. فرینسل کا بائپرزم __________ کے تقسیم پر مبنی ہے

(ا)طول و عرض(Amplitude) (ب)ویوفرنٹ(Wavefront)

(ج)جھکاؤ(Inclination) (د)موٹائی(Thickness)

6. بائپرزم میں جب سفید روشنی کا استعمال کرتے ہوئے کنارے حاصل کیے جاتے ہیں، تو مرکزی سفید کنارے کو __________ کے نام سے جانا جاتا ہے۔

(ا)پہلا آرڈر(First order) (ب)قریب ترین آرڈر(Nearest order)

(ج)صفر آرڈر(Zero order) (د)دوسرا آرڈر(Second order)

9.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1. روشنی کے دو مربوط شہتیر کی نتیجے میں شدت کے لیے ایک اظہار اخذ کریں جو سپرامپوزڈ ہیں؟
2. بائپرزم کی تعمیر اور کام کی وضاحت کریں؟
3. فرینسل کے بائپرزم اور لائیڈ کے آئینے کے ذریعہ تیار کردہ مداخلت کے کنارے کے درمیان کیا فرق ہے؟

9.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer Type Questions)

1. بائپرزم کی تعمیر اور کام کی وضاحت کریں؟ بائپرزم کے تجربے میں آپ صفر آرڈر کے (مرکزی) کنارے کو کیسے تلاش کریں گے؟
2. فرینسل کے بائپرزم اور لائیڈ کے آئینے کے ذریعہ تیار کردہ مداخلت کے کنارے کے درمیان کیا فرق ہے؟
3. آپ سفید روشنی کے منبع کا استعمال کرتے ہوئے رنگین کنارے حاصل کرنے کے لیے Lloyd کے آئینے کے انتظام کو کیسے تبدیل کریں گے؟

9.8.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک بائپرزم سلٹ سے 5 سینٹی میٹر اور سکرین سے 75 سینٹی میٹر کے فاصلے پر رکھا گیا ہے۔ بائپرزم طول موج $5890A^0$ کی سوڈیم روشنی سے روشن ہوتا ہے۔ کنارے کی چوڑائی 424×10^{-2} سینٹی میٹر دیکھی جاتی ہے۔ دو مربوط ذرائع کے درمیان فاصلے کا حساب لگائیں؟
2. لہر کی لمبائی $5450A^0$ کی یک رنگی روشنی کے ساتھ ایک بائپریزم فارم مداخلت کے کنارے۔ مداخلت کرنے والے بیم میں سے ایک کے راستے میں اضطراری انڈیکس 1.5 کی پتلی شیشے کی پلیٹ متعارف کرانے پر، مرکزی کنارے اس پوزیشن پر منتقل ہو جاتا ہے جس پر پہلے 6 روشن کنارے کا قبضہ تھا۔ پلیٹ کی موٹائی معلوم کریں؟

9.9 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
2. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
3. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.
4. Ajay Ghatak, Optics, McGraw Hill Company, New Delh
5. Frank S.J. Pedrotti, Introduction to Optics Prentice Hall of India

اکائی 10۔ تداخل بسبب انقسام حیطہ

(Interference Due to Difference Amplitude)

اکائی کے اجزا

10.0 تمہید (Introduction)

ہمیں معلوم ہے کہ یک لونی نور اور ہم تال وہ دو اہم شرائط ہیں جو مستقل تداخل کے نمونے کے لیے درکار ہوتے ہیں۔ اس اکائی میں ہم مہین جھلیوں میں استعمال ہونے والے حیطہ کی تقسیم کے ذریعہ تداخل کے طریقہ کار پر تبادلہ خیال کریں گے۔

آپ نے قوس قزح(Rainbow) کے خوبصورت رنگ دیکھے ہوں گے یہ رنگ صابن کے بلبلوں اور تیل کی پتلی جھلیوں میں بھی نظر آتے ہیں۔ بارش کے بعد، آپ نے رنگین عکس دیکھے ہوں گے جو اکثر ٹھرے پانی میں نظر آتے ہیں۔ کیا آپ نے کبھی سوچا ہے کہ یہ رنگ نظر آنے کا کیا سبب ہوتا ہے؟ جب روشنی کی موج مہین جھلی پر پڑتی ہے تب اوپری سطح سے منعکس ہونے والی موج اور نچلی سطح سے منعکس ہونے والی موج کے درمیان تداخل ہوتا ہے جس سبب سے خوبصورت رنگ نظر آتے ہیں۔ آیئے اس عمل کو اس اکائی میں مزید تفصیل سے سمجھتے ہیں۔

مہین جھلیوں پر نظر آنے والے مختلف رنگ
شکل(10.1)

10.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی کا مطالعہ کرنے کے بعد، آپ کو اس قابل ہونا چاہیے۔

- آپ ثابت کر سکیں گے کہ جب روشنی کی موج کسی کثیف واسطے کی سطح پر منعکس ہوتی ہے تب r کی ہیت میں تبدیلی ہوتی ہے۔
- ایک مہین جھلی(Thin Film)کے ذریعہ تیار کردہ تداخل کے نمونہ کہ منبع کی وضاحت کر سکیں گے۔
- مہین فانہ نما(Wedge-Shaped) جھلی سے حاصل کردہ تداخل کی تشکیل، بناوٹ اور مقام کی وضاحت کر سکیں گے۔

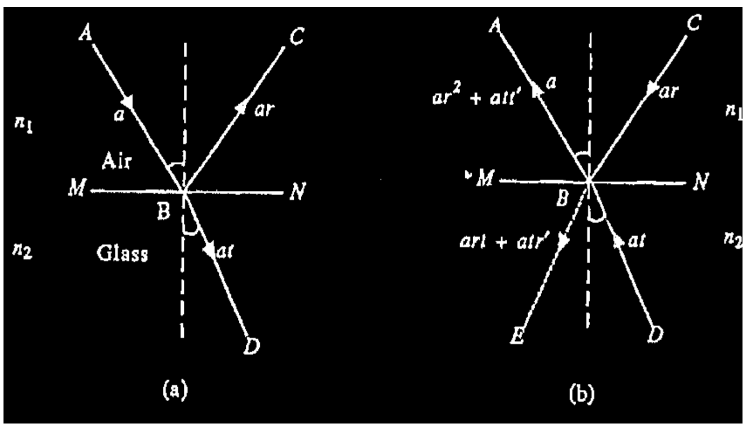
- آپ وضاحت کر سکیں گے کہ کس طرح نیوٹن کے حلقے استعمال کرتے ہوئے روشنی کے طول موج کا تعین کر سکتے ہیں۔
- وضاحت کر سکیں گے کہ ایک مناسب مادہ کی باریک ملمع کاری (کوٹنگ) شیشے کی سطح سے روشنی کے انعکاس کو کیوں کم کرتی ہے۔
- مساوی میلان رکھنے والے پٹیاں (فرنج) اور مساوی موٹائی رکھنے والے پٹیاں (فرنج) کے درمیان فرق کر سکیں گے۔

10.2 انعکاس کے سبب ہیت میں ہونے والی تبدیلی پر اسٹوکس کا تجزیہ

(Stoke's Analysis of the Phse Change due to Reflection)

دو واسطوں کے درمیان سطح اتصال پر روشنی کے انعکاس کے سبب ہیت کی تبدیلی کا جائزہ لینے کے لیے، اسٹوکس نے آپٹیکل ریور سیبلٹی (Reversibility) کا اصول استعمال کیا۔ یہ اصول بتاتا ہے کہ روشنی کی شعاع، جو منعکس یا منعطف ہوتی ہے، اپنے اصل راستے کو جس راہ سے وہ آئی اُسی راہ سے وہ واپس ہو سکتی ہے، اگر اس کی سمت الٹی ہو جائے، بشر طیکہ روشنی کا انجذاب نہ ہو۔

تصویر میں واسطہ 1 اور 2 کو الگ کرنے والی سطح MN کو دکھایا گیا ہے، جس کا نچلا حصہ کثیف ہے۔ فرض کرئے واسطہ 1 ہوا ہے اور دوسرا واسطہ 2 شیشہ ہے۔



شکل (10.2)

روشنی جس واسطہ میں سفر کر رہی ہے اس سے زیادہ انعطاف نمار کھنے والے مادہ سے منعکس ہوتی ہے تب ہیت میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

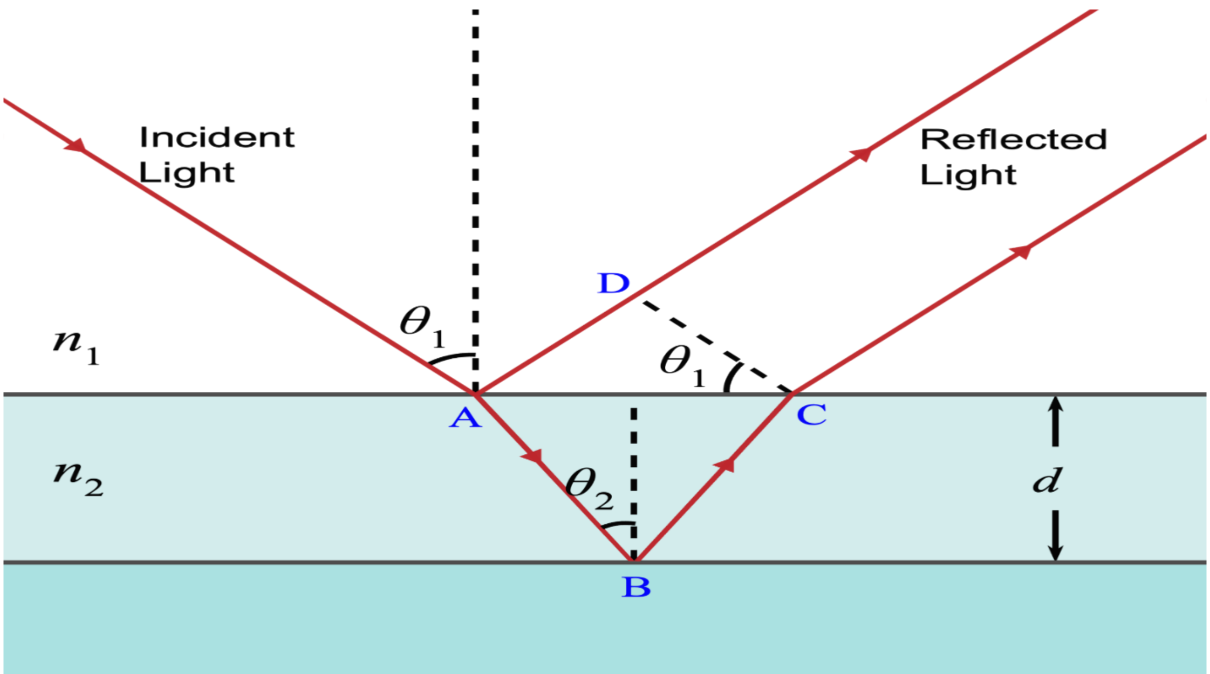
اگر انعکاس اس واسطہ سے کم انعطاف نمار کھنے والے مادہ سے ہوتا ہے جس میں شعاعیں سفر کر رہی ہوتی ہیں تو ہیت میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔

10.3 مہین جھلیوں میں تداخل (Interference of Thin Films)

فرض کرتے ہیں کہ ہوا کی طرح کسی لطیف واسطہ سے روشنی کی شعاع پانی پر موجود تیل کی ایک مہین جھلی تک آتی ہے تب جس طرح ہمیں شکل میں نظر آرہا ہے شعاع کا کچھ حصہ مقام A پر منعکس ہوتا ہے اور کچھ حصہ B پر منعکس ہوتا ہے اور پھر C کے مقام سے واپس باہر آتا ہے۔ دو باہر جانے والے روشنی کے beam بیموں میں تداخل ہوتا ہے اور تداخل کا نمونہ تیار ہوتا ہے۔ اس طرح مہین جھلیوں میں حیطہ کہ تقسیم کا سبب بنتا ہے جس سے دو ہم تال تداخل کرنے والے بیم پیدا ہوتے ہیں۔

دریں اثنا، جس قسم کا تداخل ہوتا ہے وہ ان عوامل پر منحصر ہوتا ہے۔

- شعاع وقوع کے طول موج اور زاویہ
- جھلی کی موٹائی
- جھلی کے دونوں طرف موجود مادہ کے انعطاف نما (ریفریکٹیو انڈیکس)
- جھلی کے مادہ کا اشاریہ



شکل (10.3)

منعکس شدہ شعاعوں (1) اور (2) کے درمیان راستے کا جو فرق ہے وہ تداخل کے نمونہ کا تعین کرتا ہے۔

منعکس شدہ روشنی کی شعاعوں میں راستے کا فرق :

شعاع z کے مقام پر ٹکراتی ہے جہاں زاویہ وقوع θ_1 ہوتا ہے اور پھر آگے B کے مقام پر زاویہ θ_2 ہوتا ہے شعاع θ_2 پر منعکس ہوتی ہے۔

AB^n -AB کی نوری راستے کی لمبائی ہے۔

منعکس شدہ شعاعوں (1) اور (2) کے درمیان نوری راستے کا فرق (OPD) ہے۔

OPD= n(AB+BC)-AD

فرض کرتے ہیں کہ جھلی کی موٹائی کو t اور انعطاف نما (ریفریکٹیو انڈیکس) n ہے۔

CD شعاع (1) کے عمود وار ہے۔ اسطرح شعاعوں کا راستہ AB اور BC برابر ہیں۔

$A\,B = B\,C$

$$cos\theta_2 = \frac{t}{AB} \quad , AB = \frac{t}{cos\theta_2}$$

$$\theta_1 = \frac{AD}{AC} \quad , AD = AC \times \theta_1$$

$$tan\theta_2 = \frac{AC}{2t} \quad , AC = 2t\; tan\theta_2$$

snell کے قانون سے بھی:

$$\frac{sin\theta_i}{sin\theta_r} = n$$

جہاں (n) ریفریکٹیو انڈیکس ہے۔

لہذا

$$OPD = \frac{2nt}{cos\theta_2} - AC\; sin\theta_1$$

$$OPD = \frac{2nt}{cos\theta_2} - 2nt\; tan\theta_2\; sin\theta_1$$

$$OPD = \frac{2nt(1 - sin^2\theta_2)}{cos\theta_2}$$

$$OPD = \frac{2nt(cos^2\theta_2)}{cos\theta_2}$$

$$OPD = 2nt\; cos\theta_2$$

اس کے علاوہ، ہمیں اس حقیقت کا بھی خیال رکھنا چاہیے کہ شعاع (2) π کے مرحلے میں تبدیلی یا انعکاس کی وجہ سے λ/2 کے راستے کے فرق سے گزرتی ہے۔
اس لیے کل

$$OPD = 2nt\ cos\theta_2 + \frac{\lambda}{2}$$

لہذا، تباہ کن مداخلت کے لئے شرط ہے

$$OPD = 2nt\ cos\theta_2 + \frac{\lambda}{2} = n\lambda$$

جبکہ، تعمیری مداخلت کے لیے

$$OPD = 2nt\ cos\theta_2 + \frac{\lambda}{2} = (n + \frac{1}{2})\lambda$$

جہاں n = 0, 1, 2, 3

یہاں θ_2 اپورتن (refraction) کا زاویہ ہے۔

اس صورت حال میں پٹیاں (فرنج) لا متناہی مقام پر بنتے ہیں کیونکہ شعاعیں کبھی آپس میں نہیں ملتی ہیں۔

نوٹ، مندرجہ بالا مساوات سے:

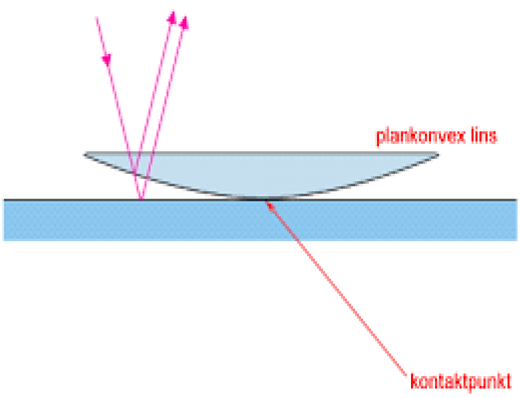
1. اگر جھلی بہت پتلی ہے یعنی t << λ تو پہلی شرط $\mu t/cosr_2$ قابل نظر انداز ہوتی ہے اور OPD ہمیشہ λ/2 ہوتا ہے اور تمام نقاط تاریک ہوں گے۔ لہذا، منعکس روشنی میں نظر آنے والی بہت زیادہ پتلی جھلی مکمل تاریک دکھائی دیتی ہے۔ یہ اصول چشموں، کمپیوٹرز کی سکرین، کاروں وغیرہ میں استعمال ہوتا ہے۔

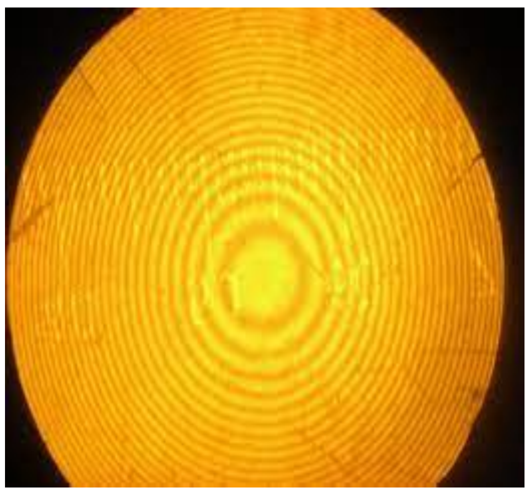
2. اگر جھلی پر سفید روشنی ٹکراتی ہے تب الگ الگ λ کے لیے الگ الگ OPD ہو گی اور r کی مختلف قدروں کے ساتھ جھلی کا رنگ بھی بدل جائے گا۔ اس سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ ہم پانی پر اگر تیل کی جھلی ہے یا صابن کے بلبلوں پر ہمیں کثیر رنگ کیوں دیکھتے ہیں جیسا کہ اس باب کے آغاز میں موجود شکل میں دکھایا گیا ہے۔ صابن کے بلبلہ میں روشنی کی موجیں ہوا میں سفر کرتے ہوئے صابن کی جھلی سے ٹکراتی ہیں۔ جھلی میں ہوا کے مقابلے میں بڑا انعطاف نما (یفریکٹیو انڈیکس) ہوتا ہے۔

3.عام واقعات کی صورت میں $r = 90o, \cos r = 0$ ہوگا اور جھلی ہمیشہ تاریک رہے گی۔
ان خصوصیات کی وجہ سے پتلی جھلیاں بہت سارے آلات میں استعمال ہوتی ہیں۔

10.4 نیوٹن کے حلقے (Newton's Ring)

اب ہم تداخل کی ایک خاص صورت پر غور کریں گے جہاں پر مہین جھلی کی موٹائی میں تبدیلی کرتے ہوئے تداخل کیا جاتا ہے۔
جب مستوی شیشے کی پلیٹ پر ایک plano-convex مستوی محدب عدسہ کو رکھا جاتا ہے جس کی محدب سطح نیچے کی طرف ہوتی ہے اسطرح شیشے کی پلیٹ اور عدسہ کی درمیان ہوا کی جھلی بنتی جسکی موٹائی بڑھتی ہوئی ہوتی ہے۔اور عدسہ اور پلیٹ کے مس کرنے کہ مقام پر جھلی کی موٹائی صفر ہوتی ہے۔اس حالت میں اگر یک لونی روشنی کو اس پر ڈالا جائے اور پھر منعکس ہونے والی روشنی کو دیکھا جائے تو عدسہ اور پلیٹ کے مس کرنے کہ مقام کے گرد ہمیں مرکزی روشن اور تاریک حلقے نظر آتے ہیں اسے نیوٹن کے حلقے کہتے ہیں۔عدسہ اور پلیٹ کے درمیاں ہوا کی جھلی کے اوپر اور نیچے کی سطحوں سے منعکس ہونے والی موجوں کے درمیان تداخل کی وجہ سے نیوٹن کے حلقے بنتے ہیں۔چونکہ ہوا کی مساوی موٹائی والے مقامات عدسہ پر ایک دائرہ دار خطہ بناتے ہیں،اس وجہ سے تداخل کا نمونہ pattern حلقوں سے بنا ہوتا ہے جسے نیوٹن کے حلقے کہتے ہیں۔ شیشے کی پلیٹ کے ساتھ عدسہ کے مس کرنے کے مقام پر،ہوا کی جھلی کی موٹائی روشنی کی طول موج کے مقابلے میں کم سے کم ہوتی ہے۔لہذا،تداخل کرنے والی موجوں کے درمیان والے راستے کا فرق صفر ہوتا ہے۔ نتیجتاً،مرکزی حصہ میں تداخل کرنے والی موجوں میں مخالفت ہوتی ہیں اور تخریبی تداخل تیار ہوتا ہے۔





نیوٹن کے حلقے (بائیں)،سوڈیم کی روشنی میں نیوٹن کے حلقے کی تشکیل

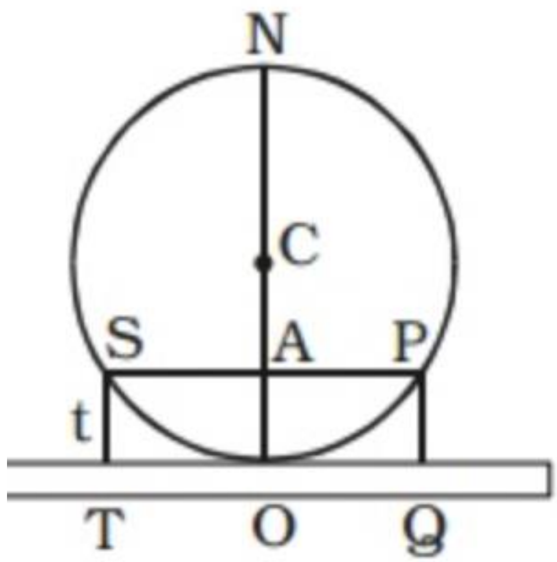
شکل(10.4)

آیئے اب تعمیری اور تخریبی تداخل کے اظہار کے لیے مساوات اخذ کرتے ہیں۔

شکل میں نظر آنے والی یک لونی شعاع وقوع، جس کا کچھ حصہ شیشے اور ہوا کی سطح پر منعکس ہوتا ہے، جسے R_1 کے طور پر ظاہر کیا جا رہا ہے جہاں ہیئت میں تبدیلی نہیں ہوتی ہے۔اور دوسرا حصہ عدسہ میں داخل ہوتا ہے، پھر اس سے باہر نکلتا ہے اور پھر منعکس ہوتا ہے جسے R_2 کے طور پر ظاہر کیا جا رہا ہے جہاں ہیئت میں تبدیلی π ہو رہی ہے۔R_1اور R_2 شعاعوں میں تداخل ہوتا ہے۔ تخریبی تداخل کے بارے میں ہم OPDاسطرح ظاہر کرتے ہیں

$$OPD = 2nt\ cos\theta_2 + \frac{\lambda}{2} = n\lambda$$

جبکہ، تعمیری مداخلت کے لیے$OPD = 2nt\ cos\theta_2 + \frac{\lambda}{2} = (n + \frac{1}{2})\lambda$



نیوٹن کے حلقے

شکل(10.5)

مندرجہ بالا اعداد و شمار میں، ہم ایک دوسرے کو ملانے والے chords (NAاور SP) کے تھیورم کا اطلاق کریں گے۔ وہ نقطہ A پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں۔

$$NA \times AO = SA \times AP$$

لینس کو گھماؤ Rکا رداس ہونے دیں اور ایئر فلم کی موٹائی tہونے دیں۔

لہذا NA = 2R - t،AO = tاور $SA = AP = r_n$

جہاں r_n n^{th} رنگ کا نصف قطر radius ہے۔

$$(2R-t)t = 2Rt-t^2 = r_n^2$$

چونکہ t^2 بہت چھوٹا ہے، ہم اسے نظر انداز کرتے ہیں۔

$$2Rt = r_n^2$$

جیسا کہ ہماری سابقہ مساوات میں،

$$2t = \frac{r_n^2}{R}$$

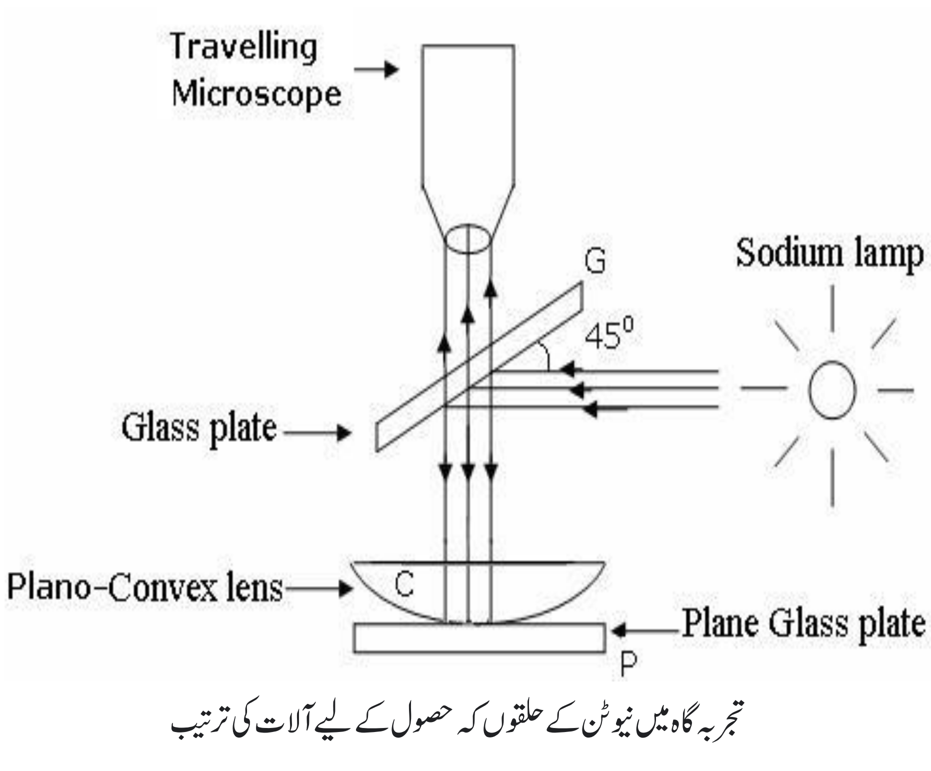
اندھیرے کی شرط کے مطابق

$$2t = n\lambda$$

$$r_n^2 / R = n\lambda$$

$$r_n^2 = n\lambda R$$

$$r_n = \sqrt{n\lambda R}$$



تجربہ گاہ میں نیوٹن کے حلقوں کہ حصول کے لیے آلات کی ترتیب

شکل(10.6)

ہم دیکھتے ہیں کہ حلقوں کا radius نصف قطر n کی جذر کی قدر کے ساتھ کم ہوتا ہے، جبکہ R اور λ مستقل ہیں۔

تجربہ گاہ میں نیوٹن کے حلقوں کو روشنی کی طول موج کی پیمائش کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ جس کے لئے یک لونی منبع نور (جیسے سوڈیم) اور سیار خرد بین (Travelling Microscope) کو استعمال کرتے ہیں۔

اس کا ایک استعمال عدسہ اور شیشے کی پلیٹ کے درمیان فانہ نما (Wedge-Shaped) کی شکل والی جھلی میں موجود کسی شفاف حالت مائع میں موجود واسطہ کے انعطاف نما (ریفریکٹیو انڈیکس) کو معلوم کرنے کے لیے بھی کیا جا سکتا ہے۔ اگر ایک رنگ کے بجائے سفید روشنی کو استعمال کیا جائے تو، عدسے رنگین تداخل پیدا کرتا ہے، کیونکہ تداخل طول موج پر منحصر ہوتی ہے۔

10.5 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

4×10^{-5} سینٹی میٹر موٹائی کی ایک پتلی فلم اس کی سطح پر عام سفید روشنی سے روشن ہوتی ہے $(r = 0)$ اس کا ریفریکٹیو انڈیکس 1.5 ہے۔ منعکس روشنی میں پتلی فلم کس رنگ کی نظر آئے گی؟

حل:

فلم سے منعکس ہونے والی روشنی کی تعمیری مداخلت کی شرط ہے۔

$nt \cos \theta_1 + \lambda/2 = (n + ½)\lambda$ جہاں $n = 0,1,2$۔

یہاں $n = 1.5;\ t = 4 \times 10^{-5}$ سینٹی میٹر اور $r = 0$، (چونکہ روشنی عام طور پر گرتی ہے) تاکہ $\cos\theta_2 = 1$

$n = 0, 1, 2, 3$ لینے سے ہمیں ملتا ہے۔

$\lambda = 4800A^0$ (نیلا)

حل شدہ مثال 2

چھٹے تاریک اور چھٹے روشن کا نصف قطر (radius) تلاش کریں۔

جب $\Delta = \pi$، مرکزی کنارے سیاہ ہوتا ہے؟

حل:

$m = 0$ کے لیے؛ مرکزی اندھیرا

$m = 1$ کے لیے؛ اندھیرا ہے۔

$m = 0$ کے لیے؛ روشن ہے۔

m = 1 کے لیے؛ دوسرا روشن۔

6^{th} سیاہ کنارے کے لئے

2nt = 6 λ -------1

$2t = r_m{}^2 / R = 6\lambda$ --------2

$, n \times r_m{}^2 / R = 6\lambda$

n = 1،

$$r_m = \sqrt{6\lambda R}$$

$$r_6 = \sqrt{6 \times 500 \times 10^{-9} \times 1}$$

$$r_6 = \sqrt{3000 \times 10^{-9} \times 1}$$

R_m =1.73 ملی میٹر

چھٹے روشن کے لیے:

m = 5،

2nt = (m + ½) λ

2t = (5 + ½) λ

$$r_m{}^2 = \sqrt{\frac{11}{2} \times 500 \times 10^{-9} \times R^{\frac{1}{m}}}$$

$r_{m^2} = \pi \times 250 \times 10^{-9}$

$= 275 \times 10^{-8}$

$, r_m = 16.2 \times 10^{-4}$

r_m =1.62 ملی میٹر

حل شدہ مثال 3

نیوٹن کے حلقے میں 10ویں روشن حلقے کا قطر 1.4 سے 1.27 سینٹی میٹر تک بدل جاتا ہے کیونکہ عینک اور شیشے کی پلیٹ کے درمیان سیال (liquid) متعارف کرایا جاتا ہے۔ سیال کا اضطراری انڈیکس (refractive index) تلاش کریں؟

حل:

nth روشن حلقے کا قطر اس مساوات سے پتہ چلتا ہے۔

$$\frac{\mu {D_n}^2}{4R} = \frac{(2n-1)\lambda}{2}$$

ایئر فلم کے لیے:

$$4R = \frac{\frac{(2n-1)\lambda}{2}}{2^{1.4} \times 1}$$

سیالfiIm کے لیے:

$$\mu \times \frac{1.27^2}{4R} = \frac{(2n-1)\lambda}{2}$$

$$1 \times \frac{1.4^2}{4R} = \mu \times \frac{\frac{1.27^2}{2}}{R}$$

$$\mu = \frac{1.4^2}{1.27^2} = 1.215$$

$$\mu = 1.215$$

حل شدہ مثال4

ہموار شیشے کی پلیٹ اور محدب لینس کے درمیان سوڈیم کی روشنی سے بننے والے نیوٹن کے حلقے عام طور پر دیکھے جاتے ہیں۔ سیاہ رنگ کی حلقے کی ترتیب کیا ہوگی جس کا قطر 20 ویں سیاہ رنگ سے دوگنا ہوگا۔

حل:

ہم جانتے ہیں کہ $D_n^2 = 4n\lambda R$

$${D_n}^2 = 4n\lambda R$$

دیئے گئے مسئلے کے مطابق،

$D_{20}^2 = 4 \times 20 \times \lambda R$

$${D_{20}}^2 = 4 \times 20 \times \lambda R$$

آیئے n گہرے رنگ کے حلقے کی ترتیب ہے جس کا قطر 20 ویں سیاہ رنگ کے قطر سے دوگنا ہے، یعنی اس سیاہ رنگ کے لیے قط 2

${D_{20}}^2 - 20$ ہے۔ اس لیے

$$2{D_{20}}^2 = 4n\lambda R$$

$2D_{20}^2 = 4n\lambda R$

مساوات (1) اور (2) سے

$$\frac{2{D_{20}}^2}{{D_{20}}^2} = \frac{n}{20}$$
$$\frac{80}{20} = 4 = n$$
$$n = 4$$

حل شدہ مثال 5

سفید روشنی عام طور پر 0.40μm موٹائی اور اضطراری انڈیکس 1.4 کی صابن کی بلبلے والی (Soap Bubble) فلم پر واقع ہوتی ہے۔ کون سی طول موج روشن کنارے کا سبب بن سکتی ہے۔

حل:

روشن کنارے کے لئے، پتلی فلموں کی وجہ سے، شرط ہے

$$\mu t \cos r = \frac{(2n+1)\lambda}{2 \times 2}$$

جہاں n=0,1,2,3

یا

$$\mu t \frac{4\cos r}{2n+1} = \lambda$$

یہاں μ = 1.4 r = 0 اور t = 0.40μm

$$\lambda = 4 \times 1.4 \times 0.40 \times \frac{10^{-6}}{2n+1} = \frac{2.24 \times 10^{-6}}{2n+1} m$$

n = 0 کے لیے؛ $\lambda = 2.24 \times 10^{-6}$ میٹر

$n = 1$: $\lambda = 0.74 \times 10^{-6}$ میٹر

$n = 2$: $\lambda = 0.74 \times 10^{-6}$ میٹر

10.6 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- دو واسطوں کے درمیان سطح اتصال پر روشنی کے انعکاس کے سبب ہیت کی تبدیلی کا جائزہ لینے کے لیے، اسٹوکس نے آپٹیکل ریور سیبلٹی (Reversibility) کا اصول استعمال کیا۔ یہ اصول بتاتا ہے کہ روشنی کی شعاع، جو منعکس یا منعطف ہوتی ہے، اپنے اصل راستے کو جس راہ سے وہ آئی اُسی راہ سے وہ واپس ہو سکتی ہے، اگر اس کی سمت الٹی ہو جائے، بشر طیکہ روشنی کا انجذاب نہ ہو۔

- چونکہ ہوا کی مساوی موٹائی والے پوائنٹس لینس پر ایک دائرہ دار خطہ بناتے ہیں، مداخلت کا نمونہ حلقوں سے بنا ہوتا ہے اور اسے نیوٹن کے حلقے کہتے ہیں۔

10.7 کلیدی الفاظ (Keywords)

- نیوٹن کے حلقے: چونکہ ہوا کی مساوی موٹائی والے پوائنٹس لینس پر ایک دائرہ دار خطہ بناتے ہیں، مداخلت کا نمونہ حلقوں سے بنا ہوتا ہے اور اسے نیوٹن کے حلقے کہتے ہیں۔
- تداخل، Interference
- مہین جھلی، Thin Film
- مرکزی تاریک Central Dark
- مرکزی روشن، central Bright

10.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

10.8.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. نیوٹن کے حلقے کیا ہیں؟
2. تجرباتی ترتیب میں 45 درجہ رکھنے والے مائل مستوی شیشے کا کیا کام ہے؟
3. اگر ہم چھوٹے نصف قطر کے منحنی عدسہ کا استعمال کریں تو حلقوں کی جسامت پر کیا اثر ہوتا ہے؟
4. اگر ہم سوڈیم لائٹ کے بجائے سفید روشنی استعمال کریں تو کیا ہوگا؟
5. اگر ہم عدسہ اور شیشے کے درمیان پانی داخل کریں تو کیا ہوگا؟
6. نیوٹن کے حلقوں کی تشکیل کا طریقہ عمل کیا ہے؟
7. نیوٹن کے حلقے دائروی شکل کے کیوں ہوتے ہیں؟
8. حلقوں کا مرکزی حصہ تاریک کیوں ہوتا ہے؟
9. تداخل سے کیا مراد ہے؟

10.8.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. وضاحت کرئے کہ ایک مہین جھلی سے سفید روشنی میں مختلف رنگ کیوں نظر آتے ہیں؟
2. نیوٹن کے حلقے کے تجربے میں منعکس شدہ شعاعوں کے درمیان راستے کا فرق حاصل کرئے؟

3. منعکس اور منعطف روشنی کی صورت میں بننے والے نیوٹن کے حلقوں میں فرق کی وضاحت کرئے؟
4. نیوٹن کے حلقے کیا ہیں؟
5. نیوٹن کے حلقے کے تجربے میں تاریک اور روشن حلقوں کے شرائط معلوم کرئے؟

10.8.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer Type Questions)

1. ایک مہین جھلی سے بننے والے روشن اور تاریک پٹیوں کی تشکیل پر بحث کرئے۔ وضاحت کرئے کہ سفید روشنی میں مہین جھلی کے ذریعے مختلف رنگوں کیوں ظاہر ہوتے ہیں؟
2. فانہ نما wedge-shaped جھلی میں تداخل کی پٹیوں کی تشکیل کی وضاحت کرئے۔ روشن اور تاریک پٹیوں، اور پٹیوں کی چوڑائی کے لیے شرط حاصل کرئے؟
3. نیوٹن کے حلقے کیا ہیں؟ نیوٹن کے حلقوں کے تجربے کے لیے شعاعی خاکہ بنایئے۔ روشن اور تاریک حلقوں کا قطر معلوم کریۓ؟

10.8.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. ایک یک رنگی روشنی کی شعاع جس کا طول موج $5890A^0$ اور جسکا انعطاف نما 1.50 ہے ایک پتلی شیشے کی پلیٹ پر ٹکراتا ہے جس میں شیشے کی پلیٹ پر زاویہ انعطاف 60 ہے۔ پلیٹ کی اقل ترین موٹائی معلوم کرئے جس سے انعکاس کے بعد تاریکی نظر آئے؟
2. روشنی جسکا طول موج (λ) 5000 ہے۔ صابن کی جھلی پر جس کا انعطاف نما 1.33 ہے 60^0 ڈگری کہ زاویہ سے ٹکراتی ہے جب منعکس روشنی کا مشاہدہ کیا جاتا ہے تب ایک تاریک بینڈ نظر آتا ہے۔ اگر جھلی کی موٹائی $1\mu m$ ہے، تو فرینج ڈارک بینڈ کا درجہ معلوم کرئے؟
3. نیوٹن کے حلقے کے تجربے میں 5ویں اور 12ویں تاریک حلقوں کا قطر 0.42 سینٹی میٹر اور 0.726 سینٹی میٹر ہے۔ منحنی مستوی محدب عدسہ کا نصف قطر 2.00m ہے۔ روشنی کے منبع کی طول موج کو معلوم کرئے؟
4. نیوٹن کے حلقے کے تجربے میں منبع نور جسکا طول موج $5890A^0$ ہے استعمال کیا جاتا ہے۔ اگر مستوی محدب عدسہ جس کا قطر 2 میٹر ہے اور شیشے کی پلیٹ اور مستوی محدب عدسہ کے درمیان پانی بھرا ہوا ہے۔ 5ویں تاریک حلقہ کے قطر کو معلوم کرئے؟

10.9 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
2. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York:

Wiley, 2002.

3. Max Born and Emil Wolf, Principles of Optics Pergamon Press, Oxford ,U.K
4. Fundamentals of Optics, Francis A. Jenkines and Harvey E. White. Tata McGraw Hill Publisher Limited New Delhi, India

اکائی 11۔ انٹرفیرومیٹر

(Interferometer)

اکائی کے اجزا

11.0 تمہید (Introduction)

روشنی کی مداخلت اور کنارے کے نمونوں کا فائدہ اٹھانے کے لیے ڈیزائن کیا گیا ایک آلہ جو آپٹیکل راستے کے فرق کے نتیجے میں، مختلف طریقوں میں سے کسی ایک میں سے استعمال کیا جاتا ہے، آپٹیکل انٹرفیرومیٹر کہلاتا ہے۔ اس یونٹ میں، ہم مائیکلسن انٹرفیرومیٹر کے کام کی وضاحت کرینگے۔

روشنی کے دو مربوط شہتیروں کے درمیان مداخلت حاصل کرنے کے لیے، ایک انٹرفیرومیٹر ایک ابتدائی بیم کو دو یا زیادہ حصوں میں تقسیم کرتا ہے جو متنوع نظری راستوں پر سفر کرتا ہے اور پھر مداخلت کا نمونہ تیار کرنے کے لیے ایک دوسرے سے ملتے ہے (سپرپوز کرتے ہے)۔ انٹرفیرومیٹرز کو وسیع پیمانے پر درجہ بندی کرنے کا ایک معیار اس طریقے کو الگ کرتا ہے جس میں ابتدائی بیم کو الگ کیا جاتا ہے۔ ویو فرنٹ ڈویژن انٹرفیرومیٹر روشنی کے مربوط شہتیر کے ایک ہی ویوفرنٹ کے نمونے کے حصے بناتا ہے، جیسا کہ ینگ کے ڈبل سلٹ، لائیڈز مرریا فریسنل کے بائپریزم ترتیب کے معاملے میں

Amplitude-division interferometers، اس کے بجائے، کچھ قسم کے beam-splitter کا استعمال کرتے ہیں جو ابتدائی بیم کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ مائیکلسن انٹرفیرومیٹر اس قسم کا ہے۔ عام طور پر، بیم کی تقسیم کا انتظام نیم عکاسی کرنے والی دھاتی فلم کے ذریعے کیا جاتا ہے۔ اس انٹرفیرومیٹر میں، دو مداخلت کرنے والے شہتیروں کو بڑے پیمانے پر الگ کیا جاتا ہے، اور ان کے درمیان راستے کا فرق اپنی مرضی سے آئینے کو حرکت دے کر یا کسی ایک شہتیر میں ریفریکٹنگ میٹریل متعارف کروا کر مختلف ہو سکتا ہے۔ نظری راستے کو تبدیل کرنے کے ان دو طریقوں سے مطابقت رکھتے ہوئے، اس انٹرفیرومیٹر کے اہم اطلاقات ہیں، جن کا ہم اس یونٹ میں مطالعہ کریں گے۔

درجہ بندی کا ایک اور ذریعہ ہے جو ان انٹرفیرومیٹرز کو ممتاز کرتا ہے جو دو شہتیروں کی مداخلت سے کام کرتے ہیں، جیسا کہ مائیکلسن انٹرفیرومیٹر کے معاملے میں، اور وہ جو ایک سے زیادہ شعاعوں کے ساتھ کام کرتے ہیں، جیسا کہ فیبری-پیروٹ انٹرفیرومیٹر میں۔ انٹرفیرومیٹر۔ ایک سے زیادہ بیم کی مداخلت میں بہت زیادہ حل کرنے کی طاقت ہوتی ہے، اور، اس لیے، بہترین ریزولوشن سپیکٹروسکوپی میں استعمالات تلاش کریں۔

11.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی کے مطالعہ میں ہم مندرجہ ذیل چیزوں پر تعبر کریں گے۔

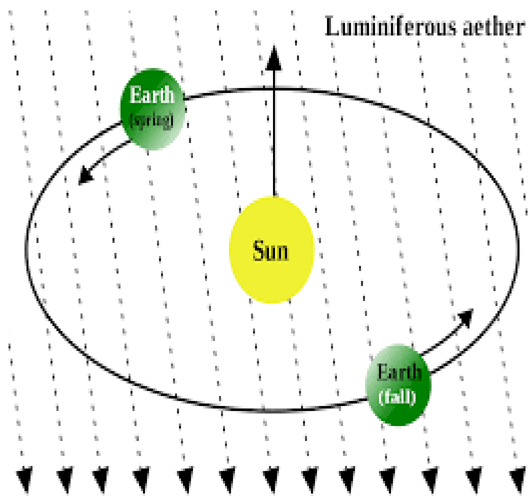
- مائیکلسن انٹرفیرومیٹر کو وضاحت کریگیں۔
- کنارے کی شکل کا خیال، گول کنارے، سیدھے کنارے کیا ہے۔
- طول موج کا تعین، طول موج کا فرق معلوم کر سکیں گے۔
- ریفریکٹیو انڈیکس اور کناروں کی مرئیت کو وضاحت کریگیں۔

- خلاصہ
- اختتامی سوالات
- جوابات اور حل

11.2 مائیکلسن انٹر فیرو میٹر (Michelson Interferometer)

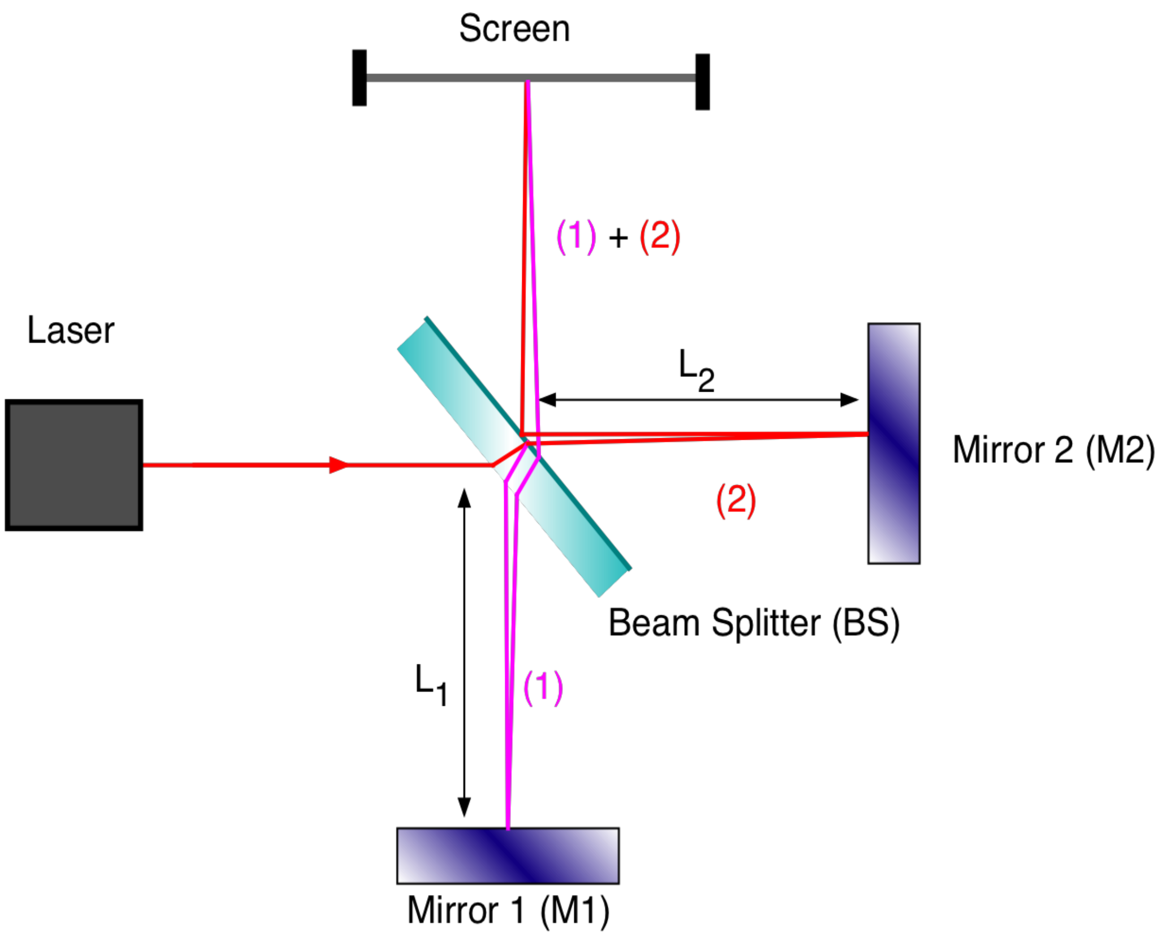
یہ مختلف شکلوں کے مداخلت کے کنارے حاصل کرنے کے لیے ایک بہترین آلہ ہے جس میں آپٹکس میں متعدد ایپلی کیشنز ہیں۔ یہ آئینے اور بیم سپلٹر کے انتظامات کو استعمال کرتا ہے۔

مائیکلسن انٹر فیرو میٹر تاریخی طور پر ایتھر کا مطالعہ کرنے کے لیے ڈیزائن کیا گیا تھا جو وہ فرضی ذریعہ تھا جس میں زمین سورج کے گرد گھومتی تھی۔



شکل(11.1)

یہ ایک حساس بصری (آپٹیکل) آلہ تھا جو روشنی کے دو باہمی کھڑے سمتیوں میں حرکت کرنے کے لیے نظری راستے کی لمبائی کا موازنہ کرتا ہے۔ مائیکلسن نے استدلال کیا کہ ، اگر روشنی کی رفتار مجوزہ ایتھر کے حوالے سے مستقل ہے، جس کے ذریعے زمین حرکت کر رہی ہے، تو اس حرکت کا پتہ زمین کی حرکت کی سمت میں روشنی کی رفتار اور قائمہ زاویوں پر روشنی کی رفتار کا موازنہ زمین کی حرکت کر کے لگایا جا سکتا ہے۔ کوئی فرق نہیں ملا۔ اس کا لعدم نتیجہ نے ایتھر تھیوریوں کو سنجیدگی سے بدنام کیا اور بالآخر 1905 میں البرٹ آئن سٹائن کی اس تجویز پر منتج ہوا کہ روشنی کی رفتار ایک عالمگیر مستقل ہے۔



مائیکلسن انٹر فیرو میٹر

شکل(11.2)

انٹر فیرو میٹر دو مستوی آئینوں M_1 اور M_2 اور ایک بیم سپلٹر سے بنا ہے جو آنے والی بیم کو دو کھڑے بیموں میں تقسیم کرتا ہے جو M_1 اور M_2 کے ساتھ عکاسی کے بعد مداخلت کرتے ہیں۔ کنارے حاصل کرنے کے لئے؛ آئینے M_1 اور M_2 ایک دوسرے کے بالکل عمودی بنائے گئے ہیں۔ چونکہ دوربین میں داخل ہونے والی لہریں ایک ہی واقعے کی لہر سے اخذ ہوتی ہیں، اس لیے وہ مربوط ہوتی ہیں، اور اس لیے مداخلت کا نمونہ پیدا کرتی ہیں۔ مداخلت کے کنارے اسکرین پر دیکھے جا سکتے ہیں۔

جب دو بیم دوبارہ جڑتے ہیں تو راستے کا فرق $2d_1-2d_2$ ہے، جہاں $d1$ (M) اور M_1 کے درمیان کا فاصلہ ہے، اور d_2 (M) اور M_2 کے درمیان کا فاصلہ ہے۔ فرض کریں کہ یہ راستے کا فرق طول موج کا ایک عددی عدد ہے $m\lambda_0$۔ پھر، تعمیری مداخلت ہوتی ہے اور ماخذ پر نقطہ کی ایک روشن تصویر مبصر پر نظر آتی ہے۔ اب منبع پر کسی دوسرے نقطے سے آنے والی روشنی جس کے دونوں شہتیروں میں راستہ کا یہی فرق ہے وہ بھی تعمیری مداخلت سے گزرتی ہے اور ایک روشن شبیہ پیدا کرتی ہے۔ ان پوائنٹ امیجز کا مجموعہ $m\lambda_0$ کے راستے کے فرق کے مساوی ایک روشن کنارے ہے۔ جب M_1 کو $\Delta d=\lambda_0/2$ کے فاصلے پر منتقل کیا جاتا ہے، تو یہ راستہ فرق λ_0 سے بدل جاتا ہے اور ہر

کنارہ o اس پوزیشن پر چلا جاتا ہے جو پہلے ملحقہ کنارے کے زیر قبضہ تھا۔ نتیجتاً، M_1 کو منتقل کرنے پر ایک مقررہ نقطے سے گزرنے والے m کناروں کی تعداد کو گن کر، ایک مبصر چھوٹے کی نقل مکانی کی پیمائش کر سکتا ہے جو طول موج کے ایک حصے تک درست ہیں، جیسا کہ تعلق $D=m\ \lambda_0/2$ سے دکھایا گیا ہے۔

اب، ہم مختلف قسم کے جھالر، جیسے، گول کنارے، مقامی کنارے اور سفید روشنی والے کنارے پر بات کرتے ہیں۔

گول کنارے:

یہ کنارے اس وقت دیکھے جاتے ہیں جب M_1 بالکل M_2 پر کھڑا ہوتا ہے۔ اس صورت حال میں، پلیٹ P_1 سے آئینے M_1 اور M_2 کا فاصلہ مختلف ہو سکتا ہے۔

آیئے آئینے M_1 اور M_2 کی مختلف ممکنہ پوزیشنوں پر غور کریں، اور سمجھتے ہیں کہ گول کنارے کیسے بنتے ہیں۔ اگر دونوں آئینے P_1 کے عقبی چہرے سے یکساں محوری فاصلہ رکھتے ہیں اور اگر وہ ایک دوسرے پر کھڑے ہیں تو تصویر M_1، M_2 کے ساتھ موافق ہے۔ اتفاقی مقام پر، دونوں راستے برابر لمبائی کے ہوتے ہیں۔ اس طرح، ہم توقع کرتے ہیں کہ لہریں ایک دوسرے کو تقویت دیں گی اور زیادہ سے زیادہ تشکیل دیں گی، لیکن ایسا نہیں ہے، مرحلے کی تبدیلی کی وجہ سے، جو صرف بیرونی (ہوا سے شیشے) کی عکاسی پر ہوتی ہے۔ اندرونی (شیشے سے ہوا) کے انعکاس پر کوئی مرحلے میں تبدیلی نہیں ہوتی ہے، اور کوئی بھی ٹرانسمیشن یا ریفریکشن پر نہیں ہوتا ہے۔

(i) روشنی جو M_1 سے آتی ہے اور مبصر کے پاس جاتی ہے جو منعکس ہوتا ہے، ہوا سے شیشے تک، 0 پر، اور تبدیلی سے گزرتا ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ اتفاقی مقام پر کم از کم ہوگا: میدان کا مرکز اندھیرا ہوگا۔

(ii) اب، ہم آئینے میں سے ایک کو حرکت دیتے ہیں۔ اگر آئینہ کو طول موج کے ایک چوتھائی حصے میں منتقل کیا جاتا ہے، $d = \lambda/4$، راستے کی لمبائی (کیونکہ اگر M_1(d) اور M_2 کے درمیان علیحدگی ہے تو S_1(2d) اور S_2 کے درمیان علیحدگی ہے $\lambda/2$، دونوں لہریں مرحلے سے باہر ہو رہی ہیں 180^0 تک، مرحلے کی تبدیلی کی تلافی ہوتی ہے، اور ہمارے پاس زیادہ سے زیادہ ہے۔ آئینہ کو دوسرے سے منتقل کرنے سے؛ $\lambda/4$، کم سے کم، دوسرا $\lambda/4$ اور زیادہ سے زیادہ دیتا ہے۔ اس طرح،

$2d=m\ \lambda$، جہاں m=0,1,2، مائیکلسن کی انٹرفیرومیٹر مساوات ہے۔

(iii) اگلا، فرض کریں کہ ہم انٹرفیرومیٹر میں ترچھا نظر آتے ہیں اور ہماری نظر کی لکیر محور کے ساتھ ایک زاویہ a بناتی ہے۔ عام طور پر، دو مستوی M_1 اور M_2 ایک دوسرے کے فاصلے پر ہیں، اور دو ورچوئل امیجز؛ I اور I' میں d_2 سے الگ ہو گئے۔ لیکن ترچھا واقعات کے لیے، نظر کی دو لکیروں کے درمیان راستے کا فرق کم ہو جاتا ہے اور ہمیں ملتا ہے۔

$2d \cos a = m\ \lambda$، جہاں (m)= 0,1

دیے گئے آئینے کی علیحدگی d کے لیے، اور ایک دی گئی ترتیب m، طول موج λ اور زاویہ a مستقل ہے۔ بیش ترین (Maxima) دائروں کی شکل میں آنکھ سے آئینے تک کھڑے پاؤں کے گرد پڑے گا۔ اس قسم کے کنارے، جہاں متوازی شہتیر کو جھکاؤ 0 کے زاویہ سے طے شدہ مرحلے

کے فرق میں مداخلت کے لیے لایا جاتا ہے، کو مساوی جھکاؤ کے کنارے کہا جاتا ہے۔ان جھالروں کو ہائیڈ نگر کنارے کے نام سے بھی جانا جاتا ہے۔

مقامی کنارے (سیدھے کنارے):

اگر آئینہ M_1 اور M_2 بالکل متوازی نہیں ہیں، تو آئینے کے درمیان ہوا کی فلم پچر کی شکل کی ہوتی ہے اور ہم سیدھے کنارے حاصل کرتے ہیں۔

سفید روشنی کے کنارے:

اگر سفید روشنی کا ایک ذریعہ استعمال کیا جائے تو، راستے کے فرق کے علاوہ کوئی بھی کنارے نظر نہیں آئے گا کہ یہ کچھ طول موج سے زیادہ نہ ہو۔ان کناروں کا مشاہدہ کرتے ہوئے، آئینے کو تھوڑا سا جھکا دیا جاتا ہے جیسا کہ مقامی کنارے کے لیے، اور M_2 کی پوزیشن وہاں پائی جاتی ہے جہاں یہ $M_1.W$ کو آپس میں جوڑتا ہے۔

استعمالات:

پیمائش کی تین بنیادی اقسام ہیں جو مائیکلسن انٹر فیرو میٹر سے کی جاسکتی ہیں:

(i) روشنی کی طول موج

(ii) سپیکٹرم لکیروں کی چوڑائی اور عمدہ ساخت

(iii) اضطراری اشاریے۔

جیسا کہ پہلے بیان کیا گیا ہے، جب روشنی کے منبع میں طول موج کا ایک خاص پھیلاؤ موجود ہوتا ہے، تو کنارے غیر واضح ہو جاتے ہیں اور بالآخر راستے کے فرق میں اضافے کے ساتھ غائب ہو جاتے ہیں۔ سفید روشنی کے ساتھ وہ غیر مرئی ہو جاتے ہیں جب d صرف چند طول موج کا ہو، جبکہ سنگل سپیکٹرم لائن کی روشنی کے ساتھ حاصل کردہ دائرہ دار کنارے آئینے کے کئی سینٹی میٹر منتقل ہونے کے بعد بھی دیکھے جا سکتے ہیں۔ لہذا، اس انٹر فیرو میٹر کے ساتھ یہ پیمائش کرنے کے لیے، اسے گول کنارے کے لیے ربط میں لایا جاتا ہے۔

11.3 یک رنگی روشنی کی طول موج کا تعین

(Determination of wavelength of monochromatic light)

گول کناروں کے لیے انٹر فیرو میٹر کو ربط میں لانے کے بعد، منظر کے میدان کے مرکز میں روشن جگہ حاصل کرنے کے لیے M_2 کی پوزیشن کو ایڈجسٹ کریں۔ اگر d فلم کی موٹائی اور حاصل شدہ جگہ کی ترتیب ہو، تو ہمارے پاس ہے۔

$2d \cos a = m \lambda$، جہاں m = 0، 1، ...

لیکن مرکز میں $a = 0$; تاکہ $\cos a = 1$ ۔ لہذا

$2d = m \lambda$

طول موج میں فرق کا تعین:

جب روشنی کے منبع میں دو طول موجیں A ہوتی ہیں، اور ایک دوسرے کے بہت قریب ہوتی ہیں (جیسے سوڈیم کی D_1 اور D 2 لائنیں)، ہر طول موج اپنے حلقوں کا اپنا نظام بناتی ہے۔ اگر $\lambda_1 > \lambda_2$، فلم کی موٹائی چھوٹی ہے، λ_1 اور λ_2 کی وجہ سے حلقے تقریباً ایک ہی ہیں، کیونکہ λ1 اور λ2 تقریباً برابر ہیں۔ آئینہ M2 دور ہو گیا۔ پھر، λ_1 اور λ_2 کے حلقوں کے درمیان مختلف فاصلہ کی وجہ سے، A_1 کے حلقے بتدریج & سے الگ ہو جاتے ہیں۔

جب ایئر فلم کی موٹائی اس طرح بن جاتی ہے کہ A کے سیاہ حلقے λ_2 کے روشن حلقوں کے ساتھ ملتے ہیں (λ_1 اور λ_2 کی قربت کی وجہ سے، λ_1 کے سیاہ حلقے عملی طور پر λ_2 کی وجہ سے پورے منظر میں روشن حلقوں کے ساتھ ملتے ہیں۔)، حلقوں میں زیادہ سے زیادہ غیر واضح پن ہوتا ہے۔ آئینہ M2 ایک فاصلے سے مزید دور چلا جاتا ہے، کہتے ہیں، x جب تک حلقے نہیں بنتے، سب سے الگ ہونے کے بعد، ایک بار پھر سب سے زیادہ غیر واضح ہو جاتے ہیں۔ واضح طور پر، اس تحریک کے دوران، A کے n کنارے، اور (n +1) A_2 کے کنارے مرکز میں نمودار ہوئے ہیں (کیونکہ اس کے بعد AI کے سیاہ حلقے دوبارہ A_2 کے روشن حلقوں کے ساتھ ملیں گے)۔ اب، چونکہ آئینہ M_2 کی حرکت اور اس کے نتیجے میں مرکز میں ایک نیا کنارا ظاہر ہوتا ہے، ہمارے پاس

$$x = \frac{n\lambda}{2} = (n+1)\frac{\lambda_2}{2}$$

$x= n\ \lambda_1/2=(n+1)\ \lambda_2/2$

$$x = \frac{n\lambda_1}{2} = (n+1)\frac{\lambda_2}{2}$$

$$x = \frac{n\lambda_1}{2}\ and\ (n+1) = \frac{2x}{\lambda_2}$$

$$\frac{2x}{\lambda_2} - \frac{2x}{\lambda_2} = 1$$

$$\frac{2x(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2} = 1$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2x} = 1$$

چونکہ $\lambda 1 \sim \lambda 2$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda^2}{2x}$$

تپلی پلیٹ کے ریفریکٹیو انڈیکس کا تعین:

اگر کسی مادے کی موٹائی t جس میں انڈیکس آف ریفریکشن p ہوتا ہے انٹرفیرومیٹر میں مداخلت کرنے والے بیموں میں سے کسی ایک کے راستے میں داخل کیا جاتا ہے، تو اس شہتیر میں نظری راستہ اس حقیقت کی وجہ سے بڑھ جاتا ہے کہ روشنی مادے میں زیادہ آہستہ سے سفر کرتی ہے، اور اس کے نتیجے میں، ایک چھوٹا طول موج ہے۔ آپٹیکل پاتھ اب میڈیم کے ذریعے p ہے، جبکہ یہ عملی طور پر ہوا کی اسی موٹائی کے ذریعے t تھا (μ= 1)۔ اس طرح، مادہ کے اندر کی وجہ سے نظری راستے میں اضافہ t (1 - μ) ہے۔

عملی طور پر، شہتیروں میں سے کسی ایک میں شیشے کی پلیٹ ڈالنے سے کنارے کی ایک متواتر تبدیلی پیدا ہوتی ہے تاکہ کنارے کی تعداد کو شمار نہ کیا جاسکے۔ ایک رنگی کناروں کے ساتھ، یہ بتانا ناممکن ہے کہ بے گھر سیٹ میں کون سے کنارے اصل سیٹ میں سے ایک سے مطابقت رکھتا ہے۔ سفید روشنی کے ساتھ، مختلف رنگوں کے کنارے میں نقل مکانی بہت مختلف ہے۔ یہ سیدھے سفید روشنی کے کنارے پیدا کرنے کے لیے انٹرفیرومیٹر کو ایڈجسٹ کرنے کی ضرورت کو واضح کرتا ہے۔ اس طرح ایڈجسٹ کرنے کے بعد، کراس وائر کو رنگین کنارے پر سیٹ کیا جاتا ہے، جو بالکل سیدھا ہوتا ہے۔ دی گئی پلیٹ اب مداخلت کرنے والی لہروں میں سے ایک کے راستے میں ڈالی گئی ہے۔ یہ بیم کے نظری راستے کو t (1 - μ) سے بڑھاتا ہے۔ چونکہ شہتیر پلیٹ کو دو بار عبور کرتا ہے، اس لیے دو مداخلت کرنے والی شہتیروں کے درمیان 2(μ - 1)t کا اضافی راستہ فرق متعارف کرایا جاتا ہے۔ کنارے بدل جاتے ہیں۔ حرکت پذیر آئینہ M_2 کو اس وقت تک منتقل کیا جاتا ہے جب تک کہ کناروں کو ان کی ابتدائی پوزیشنوں پر واپس نہیں لایا جاتا ہے۔ تاکہ رنگین فرینج دوبارہ کراس تار کے ساتھ ہم آہنگ ہو۔ اگر M_2 کی نقل مکانی x ہے۔

$$2x = 2(\mu - 1)t$$

or

$$x = (\mu - 1)t$$

If N be the number of fringes shifted then

$$2(\mu - 1)t = N\lambda$$

اس طرح، x، t کی پیمائش کی جاسکتی ہے اگر μ معلوم ہو، یا اگر t معلوم ہو تو μ کا حساب لگایا جاسکتا ہے۔

یہ طریقہ گیس کے ریفریکٹیو انڈیکس کو تلاش کرنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ گیس کو مداخلت کرنے والے بیموں میں سے ایک کے محور کے ساتھ ایک خالی ٹیوب میں متعارف کرایا جاتا ہے، اور تجربہ کیا جاتا ہے جیسا کہ اوپر بیان کیا گیا ہے ۔

11.4 حل شدہ مثالیں(Solved Examples)

حل شدہ مثال1

مائیکلسن انٹر فیرو میٹر میں، جب حرکت پذیر آئینے M_1 کو 0.030 ملی میٹر کے فاصلے سے منتقل کیا جاتا ہے، تو 150 کناروں کی ایک کنارے کی تبدیلی دیکھی جاتی ہے۔ استعمال شدہ روشنی کی طول موج کا حساب لگائیں۔

حل: مائیکلسن انٹر فیرو میٹر میں اگر آئینہ فاصلہ x سے منقطع ہو تو متعلقہ فرینج شفٹ N ہے۔

2x =Nλ

یا

λ= 2x / N

= 2(0.030) / 150 = 4000A⁰

حل شدہ مثال2

مائیکلسن کے انٹر فیرو میٹر کے متحرک آئینے کی دو لگاتار پوزیشنوں کے درمیان فاصلے کا حساب لگائیں جو سوڈیم کی صورت میں بہترین کنارے دیتا ہے جس میں طول موج کی لکیریں $5890\ A^0$ اور $5896A^0$ Å ہیں۔

حل: یہاں

$$\lambda_1 = 5896A^0 = 5896 \times 10^{-8}cm$$
$$\lambda_2 = 5890A^0 = 5890 \times 10^{-8}cm$$

پس

$$\lambda_1 - \lambda_2 = (5896 - 5890) \times 10^{-8} cm$$
$$\lambda_1 - \lambda_2 = 6 \times 10^{-8} cm$$

اب

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2x}$$
$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{5896 \times 10^{-8} \times 5890 \times 10^{-8}}{2 \times 6 \times 10^{-8}}$$
$$\lambda_1 - \lambda_2 = 0.02894 cm$$

حل شدہ مثال3

طول موج $5896\ A^0$ کی روشنی سے روشن مائیکلسن انٹر فیرومیٹر میں گول کنارے کا مشاہدہ کیا جاتا ہے۔ جب آئینے M_1 اور M_2 کے درمیان راستے کا فرق 0.3 سینٹی میٹر ہوتا ہے تو مرکزی کنارے روشن ہوتا ہے۔ 7ویں کنارے کے کونی نصف قطر کا حساب لگائیں؟۔

حل: گول روشن کناروں کے لیے۔

$2d\cos(r) = n\lambda$

مرکز پر r=0، پس $2d = n\lambda$----------1

یہاں n مرکزی برائٹ فرنج کے آرڈر کے لئے کھڑا ہے۔ جب ہم مرکز سے باہر کی طرف بڑھتے ہیں تو کناروں کی ترتیب کم ہوتی جاتی ہے۔ دوسرا روشن کنارے (th) ^ (n - 1) آرڈر کا ہے۔ تو ساتواں روشن کنارے (th) ^ (n - 6) ترتیب کا ہے۔ مان لیجیے Θ روشن کنارے کا کونی نصف قطر ہے۔ اس لیے

$2d\cos(\Theta) = (n-6)\lambda$

$2d\cos(\Theta) = 2d - 6\lambda$

$2d(1 - \cos(\Theta)) = 6\lambda$

$\cos(\Theta) = 1 - 6\lambda/2d$

$= 1 - 6 \times 5896 \times 10^{-8} / 2 \times 0.3 = 0.9994$

$\Theta = \cos^{-1}(0.9994) = 2^o$

11.5 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- انٹر فیرو میٹر ایک ایسا آلہ ہے جو مداخلت کے رجحان کی مدد سے راستے کے فرق، کنارے کی چوڑائی، ریفریکٹیو انڈیکس، ایک رنگی روشنی کے منبع کی طول موج اور بہت سے دوسرے پیرامیٹرز کی پیمائش کے لیے استعمال ہوتا ہے۔
- مائیکلسن کے انٹر فیرو میٹر میں، دو کھڑے آئینے کی مدد سے ایک ہوائی فلم بنتی ہے۔ دو آئینے M_1 اور M_2 سے منعکس ہونے والی روشنی آئینے M_1 اور M_2 کے درمیان بننے والی ہوا کی فلم کی اوپری اور نچلی سطح سے منعکس ہونے والی روشنی کے برابر ہے۔
- روشن کناروں کی شرط $2x = n\lambda$ کے طور پر دی گئی ہے۔

جہاں، x= آئینے M_1 کی نقل مکانی، $N = x$ کی نقل مکانی پر کنارے کی شفٹوں کی تعداد، λ= روشنی کی طول موج استعمال کی جاتی ہے۔

- مائیکلسن انٹر فیرو میٹر میں اگر M_1 اور M_2 آئینہ ایک دوسرے کے بالکل کھڑے ہیں، تو کنارے کی شکل گول ہوتی ہے جسے برابر جھکاؤ کے کنارے یا ہائیڈ نگر کنارے کہتے ہیں۔ اگر تاہم، دو آئینے ایک دوسرے پر کھڑے نہیں ہیں، تو M_1 اور M_2 کے درمیان بننے والی فلم کی شکل پچر کی شکل کی ہوتی ہے اور کنارے سیدھی لکیر یا مقامی ہوتے ہیں۔
- ایک ماخذ کی دو ہمسایہ طول موج کے درمیان فرق اس طرح دیا گیا ہے۔

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda^2}{2x}$$

- کسی میڈیم کا ریفریکٹیو μ انڈیکس μ اس سے طے کیا جا سکتا ہے۔

$$2(\mu - 1)t = n\lambda$$

- موٹائی t کا تعین اس سے کیا جا سکتا ہے، $t = \frac{n\lambda}{2(\mu-1)}$

11.6 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **انٹر فیرو میٹر**: مداخلت کے رجحان کی مدد سے راستے کے فرق، کنارے کی چوڑائی، روشنی کی طول موج، ریفریکٹیو انڈیکس وغیرہ کی پیمائش کے لیے استعمال ہونے والا آلہ۔
- **جھکاؤ**: ڈھلوان کی ڈگری، ڈھلوان۔
- **Haidinger fringes**: جھکاؤ کے برابر کے کنارے۔
- **کمپنسیٹنگ پلیٹ**: شیشے کی پلیٹ کی وجہ سے پھیلی ہوئی روشنی میں راستے کے فرق کو پورا کرنے کے لیے مشیلسن انٹر فیرو میٹر میں استعمال ہونے والی پلیٹ۔

11.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

11.7.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. مندرجہ ذیل میں سے کون سے مائیکلسن مورلے کے تجربے کے نتائج میں سے ایک تھے ؟

(ا)طبیعات کے تمام قوانین تمام جڑی فریموں میں متغیر رہتے ہیں۔

(ب)روشنی مختلف سمتوں میں مختلف رفتار کے ساتھ پھیلتی ہے۔

(ج)ایتھر کی کوئی قابل مشاہدہ خصوصیات نہیں ہیں۔

(د)خالی جگہ میں روشنی کی رفتار مستقل رہتی ہے۔

2. مائیکلسن مورلے کے تجربے میں استعمال ہونے والا آلہ _______ تھا

(ا)دوربین　　(ب)سادہ گریٹنگ

(ج)انٹرفیرومیٹر　　(د)پرزم

3. مائیکلسن مورلے کے تجربے کا نتیجہ توقع کے مطابق تھا۔

(ا) صحیح

(ب)غلط

4. مائیکلسن-مورلے کے تجربے میں کتنی تبدیلی کی توقع تھی؟

(ا)0.01　　(ب)0.02

(ج) 0.03　　(د) 0.04

5. مائیکلسن انٹرفیرومیٹر کے استعمال سے پیدا ہونے والے مساوی جھکاؤ کے کنارے کو_____ کہا جاتا ہے

(ا)مساوی جھکاؤ والے کنارے　　(ب)مائیکلسن کے کنارے

(ج)ہائیڈنگر کے کنارے　　(د)مورلی کے کنارے

6. مائیکلسن انٹرفیرومیٹر کے تجربے میں کون سا آئینہ M_1 یا M_2 جڑا ہوا ہے؟

(ا)M_1　　(ب)M_2

(ج)دونوں جڑے ہیں　　(د)دونوں حرکت پذیر ہیں

7. پتلی ہوا کی فلم کی موٹائی کو کیسے تبدیل کیا جاسکتا ہے؟

(ا)M_1 آئینے کو حرکت دے کر　　(ب)M_2 آئینے کو حرکت دے کر

(ج) نیم چاندی والی شیشے کی پلیٹ کو حرکت دے کر　　(د)شفاف پلیٹ کو حرکت دے کر

8. کس زاویہ پر M_1 اور M_2 آئینہ طے شدہ ہوتا ہے؟

(ا)90 ڈگری پر (ب)60ڈگری پر

(ج) لیب کے مطابق پوزیشن تبدیل کریں

(د) اسے عام طور پر 60ڈگری پر رکھیں لیکن یہ لیب کی صورتحال کے مطابق مختلف ہو سکتا ہے

9. ہوا کی پتلی فلم کہاں بنتی ہے؟

(ا)M_1 اور M_2 کے درمیان (تصویر)

(ب)M_2 اور M_1 کے درمیان (تصویر)

(ج)M_2 پر

(د) دوربین کا آنکھ کے قریب والے سوراخ کا شیشہ جس میں سے دیکھتے ہیں

10. روشنی کی شعاعوں کے درمیان راستے کا فرق معلوم کرنے کے لیے کیا ہم استعمال کرتے ہیں؟

(ا)ایک آئینے سے منعکس ہونے والی روشنی

(ب)دو آئینے سے منعکس روشنی

(ج)دو کرنوں کے درمیان مداخلت

(د)آئینے کے درمیان شیشے کی سلیب بنائیں

11.7.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. مائیکلسن انٹرفیرومیٹر کی تعمیر کی وضاحت کریں؟
2. مائیکلسن انٹرفیرومیٹر کے کام کی وضاحت کریں؟
3. کس طرح کا مائیکلسن انٹرفیرومیٹر گول اور سیدھی لائن والے کنارے حاصل کرنے کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے؟
4. وضاحت کریں کہ جب ہم آئینہ M_1 کو حرکت دیتے ہیں تو منظر کے میدان میں گول کنارے کیوں بدل جاتے ہیں؟
5. مائیکلسن کے انٹرفیرومیٹر کے نظریہ کی وضاحت کریں؟

11.7.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. صاف خاکوں کی مدد سے مائیکلسن کے انٹرفیرومیٹر کی تعمیر اور کام کی وضاحت کریں۔
2. وضاحت کریں کہ مائیکلسن کے انٹرفیرومیٹر میں گول کنارے کیسے بنتے ہیں۔ دکھائیں کہ مائیکلسن کے انٹرفیرومیٹر کے ذریعہ حاصل کردہ دائرہ دار کنارے کا نصف قطر قدرتی نمبر کے مربع جڑ کے متناسب ہے۔

11.7.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. مائیکلسن کے انٹر فیرو میٹر میں جب حرکت پذیر آئینے کو 0.589 mm کے فاصلے سے ہٹایا جاتا ہے، تو منظر کے میدان میں کراس تار کے پار 200 کی فرینج شفٹ دیکھی جاتی ہے۔ استعمال شدہ روشنی کی طول موج کا حساب لگائیں؟۔
2. مائیکلسن کے انٹر فیرو میٹر کے ساتھ ہوا کے اضطراری انڈیکس کا تعین کرنے کے ایک تجربے میں، جب ٹیوب سے تمام ہوا ہٹادی گئی تو 150 کنارے کی تبدیلی دیکھی گئی۔ کنارے کو طول موج $4000\ A^0$ کی روشنی سے حاصل کیا گیا تھا۔ اگر ٹیوب کی لمبائی 20 سینٹی میٹر ہے تو ہوا کا اضطراری انڈیکس تلاش کریں؟
3. اضطراری انڈیکس 1.50 کے شیشے کی ایک شفاف فلم عام طور پر مائیکلسن کے انٹر فیرو میٹر کے مداخلت کرنے والے بیم میں سے ایک کے راستے میں متعارف کرائی جاتی ہے، جو طول موج $4800A^0$ کی روشنی سے روشن ہوتی ہے۔ اس کی وجہ سے اس میدان میں 500 تاریک کنارے جھاڑ و دیتے ہیں، فلم کی موٹائی کا تعین کریں؟

11.8 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
2. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.
3. Fundamentals of Optics, Francis A. Jenkines and Harvey E. White. Tata McGraw Hill Publisher Limited New Delhi, India
4. Prank S.J. Pedrotte, Introduction to Optics, Pentice Hall India limited
5. Ajay Ghtak, Optics, McGraw Hill Company, NEW Delhi.

اکائی 12۔انصراف

(Diffraction)

اکائی کے اجزا

12.0 تمہید (Introduction)

جب روشنی ان رکاوٹوں یا چھوٹے مہین فلمز پ(Thin Film)ر گرتی ہے جن کا سائز روشنی کی طول موج کے ساتھ موازنہ کیا جاتا ہے، تو سیدھی لکیروں کے پھیلاؤ سے نکل جاتا ہے، روشنی رکاوٹوں یا اپرچرز کے کونوں کے گرد گھومتی ہے اور ہندسی سائے میں داخل ہوتی ہے۔ روشنی کے اس موڑنے کو Diffraction کہتے ہیں۔

12.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم مندرجہ ذیل کے بھارے میں سیکھے گے۔

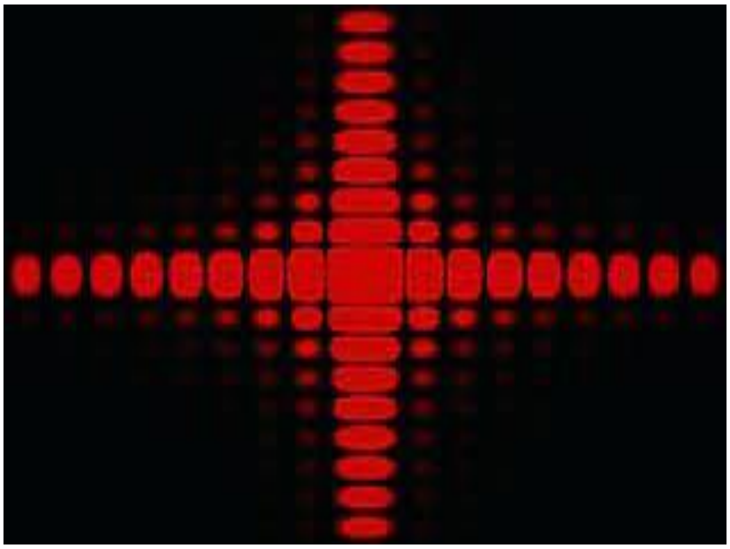
- انکسار کا مشاہدہ: کچھ آسان تجربات کر سکیں۔
- ایک انصراف پیٹرن کی قیمت معلوم کر سکیں گے۔
- فریسنل اور فراون ہوفر ڈفریکشن کے درمیان فرق سیکھیں گے۔
- سنگل سلٹ سے انکسار: پوائنٹ سورس مشاہدہ شدہ پیٹرن معلوم کر سکیں گے۔
- شدت کی تقسیم کا حساب کر سکیں گے۔

12.2 انصراف(Diffraction)

جب روشنی ان رکاوٹوں یا چھوٹے مہین فلمز پر گرتی ہے جن کا سائز روشنی کی طول موج کے ساتھ موازنہ کیا جاتا ہے، تو سیدھی لکیروں کے پھیلاؤ سے نکل جاتا ہے، روشنی رکاوٹوں یا اپرچرز کے کونوں کے گرد گھومتی ہے اور ہندسی سائے میں داخل ہوتی ہے۔ روشنی کے اس موڑنے کو Diffraction کہتے ہیں۔ روشنی کا انصراف ایک ہی ویو فرنٹ پر مربوط ذرائع سے لہروں کے سپر پوزیشن کا نتیجہ ہے جب ویو فرنٹ کسی رکاوٹ یا مہین فلم کے ذریعہ مسخ یا ٹوٹ جاتا ہے۔ فریسنل کے مطابق، انصراف کا رجحان ویو فرنٹ میں مختلف پوائنٹس سے پیدا ہونے والے ثانوی ذرائع کی باہمی مداخلت کی وجہ سے ہے جو کسی رکاوٹ یا اپرچر کی وجہ سے مسخ ہو گیا ہے۔

انکسار تمام لہروں کے ساتھ ہوتا ہے جیسے آواز کی لہریں؛ برقی مقناطیسی تابکاری کے ساتھ، جیسے روشنی، ایکس رے، اور گاما شعاعیں؛ اور بہت چھوٹے حرکت پذیر ذرات جیسے ایٹم، نیوٹران، اور الیکٹران کے ساتھ، جو لہراتی خصوصیات دکھاتے ہیں۔

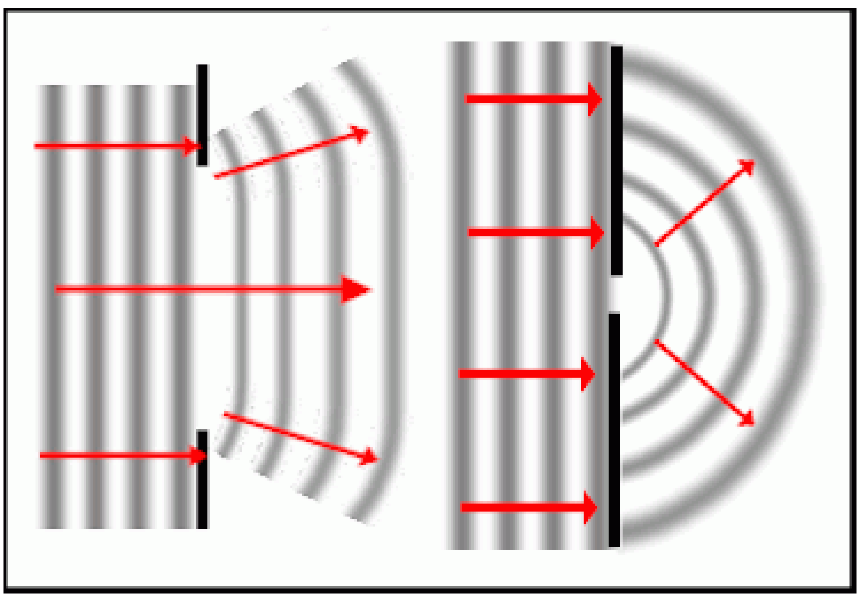
ایک مستطیل مہین فلم سے ایک عام انصراف کا نمونہ تصویر 1 میں دکھایا گیا ہے۔



مستطیل مہین فلم سے انصراف کا نمونہ

شکل(12.1)

اصولی طور پر، مداخلت اور انصراف دونوں لہروں کے سپر پوزیشن کا نتیجہ ہیں۔ انصراف ایک ہی ویوفرنٹ کے مختلف خطوں سے خارج ہونے والی لہروں کی سپر پوزیشن کی وجہ سے ہوتا ہے، جبکہ مداخلت مختلف ویوفرنٹ سے ہو سکتی ہے۔ شکل 2 پانی کی لہروں کو متغیر سلٹ سے گزرتی دکھاتی ہے۔



پانی کی لہریں متغیر سلٹ سے گزر رہی ہیں۔

شکل(12.2)

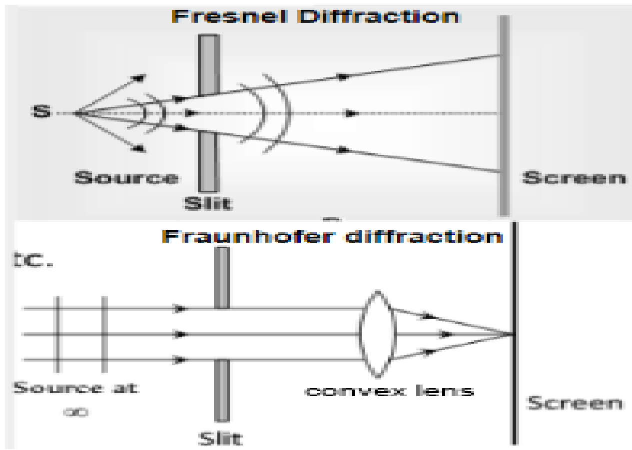
جدول 12.1 مداخلت اور انصراف کے درمیان فرق کو بیان کرتا ہے۔ عام طور پر، حقیقت یہ ہے کہ Maxima متغیر شدت کے ہوتے ہیں اور کنارے کی چوڑائی مختلف ہوتی ہے، اس لیے ان کو انصراف کے دستخط کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔

جدول 12.1: مداخلت اور انصراف کے درمیان فرق:

مداخلت	انصراف
دو مختلف ذرائع کے درمیان سپر پوزیشن کے طور پر ہوتا ہے۔	ایک ہی ویوفرنٹ کے بے نقاب حصوں کے مختلف پوائنٹس سے مربوط ماخذ سے ویوفرنٹ پیدا کرنے والے ثانوی ذرائع کے درمیان سپر پوزیشن
تاریک پوائنٹس بالکل سیاہ ہوتے ہیں یعنی کم از کم شدت=0	تاریک پوائنٹس بالکل سیاہ نہیں ہیں۔
تمام بیش ترین (Maxima) ایک ہی شدت کے ہیں۔	Maxima مختلف شدت کے ہیں۔
کناروں کی چوڑائی برابر ہو سکتی ہے اور نہیں بھی۔	کناروں کی چوڑائی کبھی برابر نہیں ہوتی

12.3 انصراف کی اقسام (Types of Diffraction)

دو طریقے ہیں جن میں انصراف کے نمونے حاصل کیے جاتے ہیں۔ Fraunhofer طریقہ میں، ماخذ اور سکرین دونوں ایک لامحدود فاصلے پر ہیں۔ پھیلاؤ پیٹرن کا مشاہدہ کرنے کے لیے، پیٹرن کا مشاہدہ کرنے کے لیے ایک محدب لینس استعمال کیا جاتا ہے۔ فرینسل طریقہ میں، ماخذ اور اسکرین دونوں ایک محدود فاصلے پر ہیں۔ واقعہ ویوفرنٹ اس معاملے میں متوازی نہیں ہے اور انصراف کے پیٹرن کو دیکھنے کے لیے ہمیں محدب لینس کی ضرورت نہیں ہے۔ یہاں بیان کردہ مشتقات میں، ہم Fraunhofer کیس پر غور کریں گے جسے ریاضیاتی طور پر بیان کرنا آسان ہے، حالانکہ Fresnel طریقہ تجرباتی طور پر ترتیب دینا آسان ہے۔



شکل(12.3)

جدول 12.2: انصراف کے اقسام:

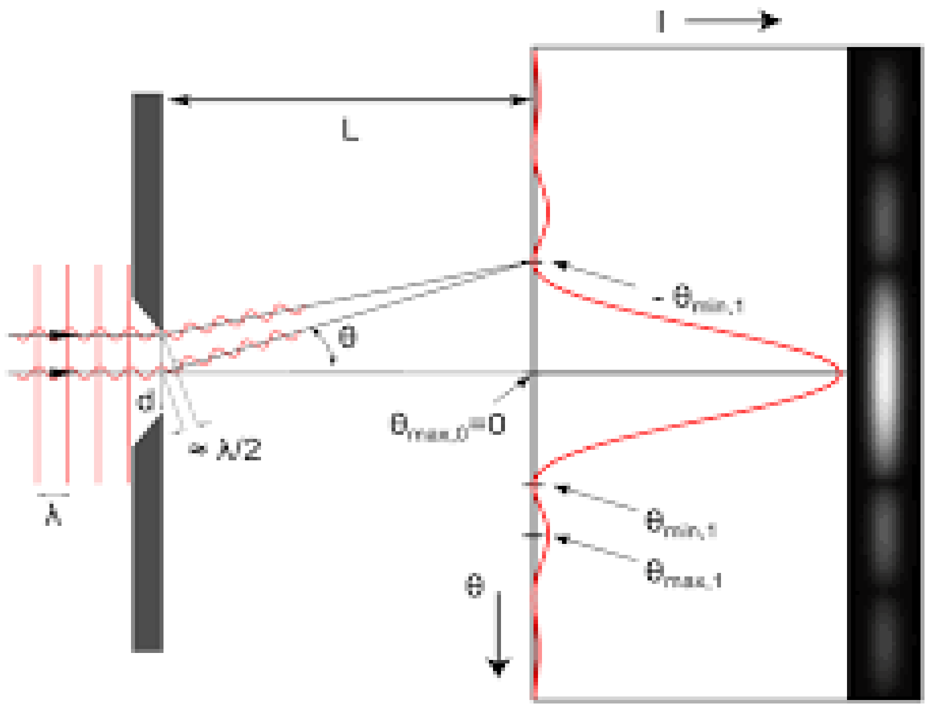
فراون ہوفر کا انصراف	فرینسل کا انصراف
ماخذ اور سکرین لا محدود فاصلے پر ہیں۔	ماخذ اور اسکرین ایک دوسرے سے محدود فاصلے پر ہیں (متوازی ویوفرنٹ)
مختلف رکاوٹوں پر واقع ویوفرنٹ ہموار ہیں۔	آنے والی لہریں یا تو کروی یا سیلنا کار ہوتی ہیں۔
اختلافی لہروں کو محدب لینس کے ذریعے ملایا جاتا ہے تاکہ انصراف کا نمونہ تیار کیا جا سکے۔	کروی لہروں کو اکٹھا کرنے کے لیے محدب لینس کی ضرورت نہیں ہے۔
ریاضی سے حل کرنے میں آسان	تجرباتی طور پر ترتیب دینا آسان

12.4 واحد جھری کی انصراف(Single Slit Diffraction)

چوڑائی a کے ایک سلٹ پر غور کریں جیسا کہ شکل(12.4) میں دکھایا گیا ہے۔ جب طول موج λ کی یک رنگی روشنی واقع ہوتی ہے، تو سکرین پر ایک نقطہ P پر آنے والی روشنی موج کے محاذ پر ثانوی ذرائع سے پیدا ہونے والی روشنی کی لہروں کے سپر پوزیشن سے بنتی ہے۔

تعمیری مداخلت کی شرط OPD=nλ کے ذریعے دی گئی ہے۔

اسی طرح ایک تاریک نقطہ کے لیے، OPD=(n+1/2)λ



سنگل سلٹ انصراف

شکل(12.4)

اگر ہم ویوفرنٹ کو 2 حصوں میں تقسیم کرتے ہیں، تو 2 حصوں کے درمیان OPD اس کے ذریعے دی جاتی ہے،

روشن نقطہ کے لیے $(a\sin\theta)/2 = n\lambda$

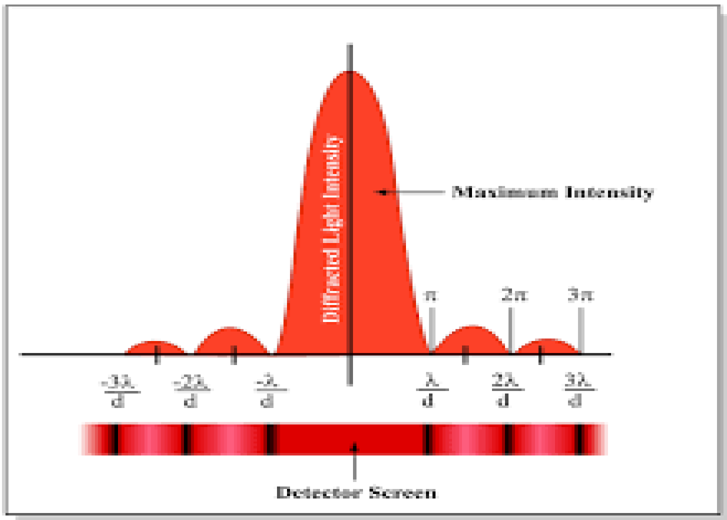
اسی طرح، اگر سلٹ کو m حصوں میں تقسیم کیا جائے،

$(a\sin\theta)/m = n\lambda$

$$\sin\theta = nm\lambda / a = n'\lambda / a$$

$$\theta = \sin^{-1}(n'\lambda/a)$$

زیادہ سے زیادہ کے لیے، ہمارے پاس ہے $n = 1,2,3$ اور کم از کم کے لیے $n = 3,5,7$ ،



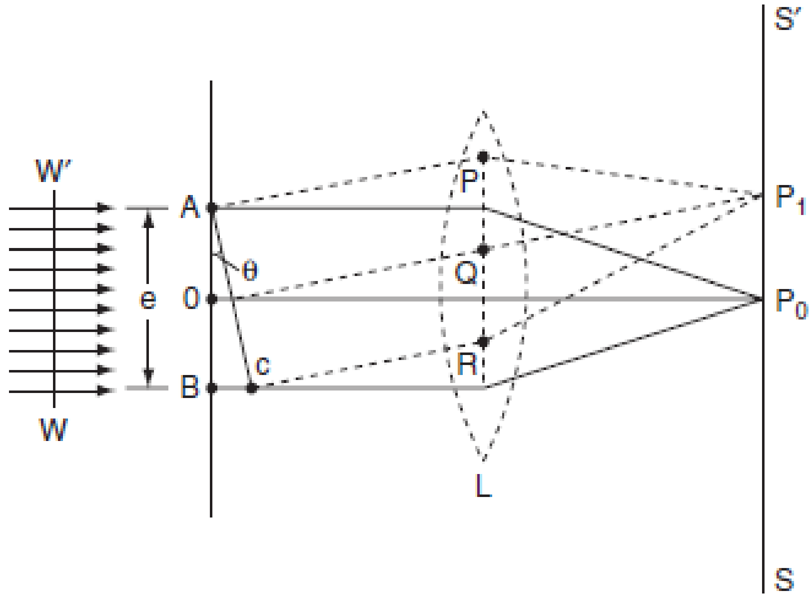
شکل(12.5)

نمونہ اوپر کی طرح نظر آئے گا۔

12.5 ایک سلٹ کی وجہ سے شدت کی تقسیم (Intensity of Single Slit)

تصویر اعداد و شمار چوڑائی 'e' کا ایک تنگ کٹا ہوا سلٹ AB دکھاتا ہے۔ سلٹ پر طول موج کے واقعے کی یک رنگی روشنی کے سطحی لہر کے سامنے آنے دیں۔ ایک اسکرین پر محدب لینس کے ذریعے منتشر روشنی کو فوکس کرنے دیں۔ Huygen Fresnel کے مطابق، سلٹ کے سطح میں ویوفرنٹ کا ہر نقطہ ثانوی لہروں کا ذریعہ ہے۔ ثانوی لہریں جو عام طور پر سلٹ کی طرف سفر کرتی ہیں یعنی OPO کے ساتھ لینز کے ذریعے Po پر فوکس کرتی ہیں۔ اس طرح، P_o ایک روشن مرکزی تصویر ہے۔ ایک زاویہ پر سفر کرنے والے ثانوی لہریں اسکرین پر ایک نقطہ P_1 پر مرکوز ہیں۔

پوائنٹ P_1 پر شدت یا تو کم سے کم یا زیادہ سے زیادہ ہے اور یہ ویوفرنٹ کے متعلقہ پوائنٹس سے نکلنے والی ثانوی لہروں کے درمیان راستے کے فرق پر منحصر ہے۔



شکل(12.6)

P_1پر شدت معلوم کرنے کے لیے،BRپر ایک کھڑاAC کھینچیں۔

سمتqمیںAاورBسے ثانوی لہروں کے درمیان راستے کا فرقBCہے یعنی

$$\Delta = BC = AB sin\boldsymbol{\theta} = esin\boldsymbol{\theta}$$

لہذا، مرحلے کا فرق،

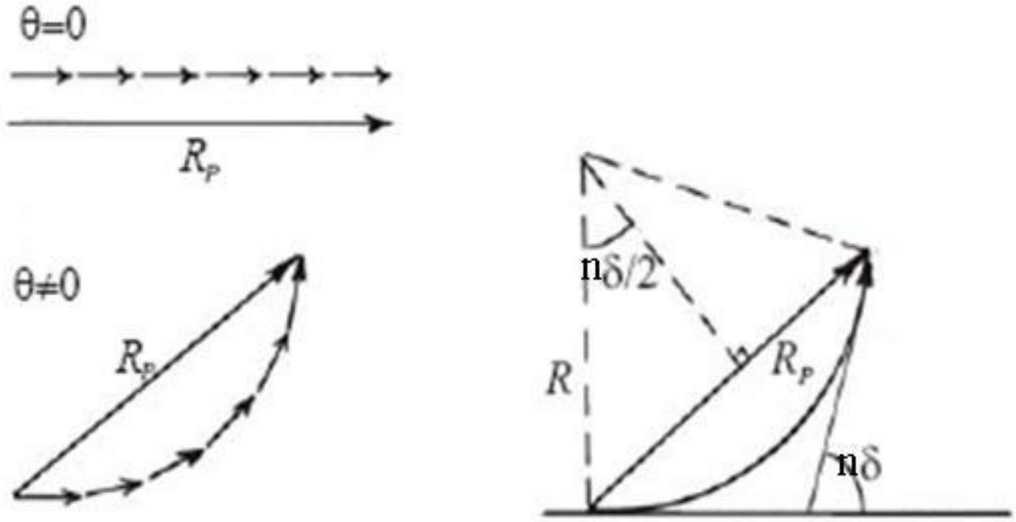
$$= \frac{2\pi}{\lambda} \times \Delta = \frac{2\pi}{\lambda}(esin\boldsymbol{\theta})$$

آیئے غور کریں کہ سلٹ کی چوڑائی کو'n' برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور ہر حصے سے لہر کا طول و عرض'a' ہے۔

تو، دو لگاتار پوائنٹس کے درمیان مرحلے کا فرق

$$\delta = \frac{1}{n}.\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(esin\boldsymbol{\theta})\right\}$$

پھر نتیجہ خیز طول و عرضRکو طول و عرض کے ویکٹر کے اضافے کا طریقہ استعمال کر کے شمار کیا جاتا ہے۔P_1



ایک ہی طول و عرض 'a' والی لہروں کی n تعداد کے نتیجے میں طول و عرض اور 'δ' کا مشترکہ فیز فرق ہے۔
شکل(12.7)

$$R = a\frac{sin(n\delta/2)}{sin(\delta/2)}$$

δ کی قدر کو اوپر بدلنا

$$R = a\frac{sin\left(\frac{\pi}{\lambda}.esin\boldsymbol{\theta}\right)}{sin\left\{n\left(\frac{\pi}{\lambda}.esin\boldsymbol{\theta}\right)\right\}}$$

تبادلہ کرے:

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda}.esin\boldsymbol{\theta}$$

$$R = a\frac{sin\alpha}{sin(\alpha/n)}$$

جیسا کہ α/n ایک چھوٹی قیمت ہے؛

$$sin\alpha/n \rightarrow \alpha/n$$

$$R = na\frac{sin\alpha}{\alpha}$$ اور $na = A$

پس

$$\boldsymbol{R = A\frac{sin\alpha}{\alpha}}$$

لہذا، شدت اس طرح سے دیا جاتا ہے

$$I^2 = R^2 = \boldsymbol{A^2\frac{sin^2\alpha}{\alpha^2}}$$

معاملہ (i): پرنسپل اعظم:

مندرجہ بالا مساوات کی زیادہ سے زیادہ قدر ہے۔

0= α

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} esin\theta = 0$$

$$\Rightarrow sin\theta = 0 \text{یا} \theta = 0$$

$\theta = 0$ شرط کا مطلب یہ ہے کہ یہ زیادہ سے زیادہ ثانوی لہروں سے بنتا ہے جو عام طور پر OPO کے ساتھ سلٹ تک سفر کرتے ہیں اور Po پر فوکس کرتے ہیں۔

اس زیادہ سے زیادہ کو "پرنسپل زیادہ سے زیادہ (Maxima)" کہا جاتا ہے۔

پرنسپلبیش ترین (Maxima) کی شدت

$$R_{max} = Lim_{\alpha \to 0} \frac{Asin\alpha}{\alpha} = ALim_{\alpha \to 0} \frac{sin\alpha}{\alpha}$$

$$R_{max} = A.1 = A$$

پس

$$I_{max}^2 = R_{max}^2 = A^2$$

معاملہ (ii): کم از کم شدت کی پوزیشنیں:

مساوات sinα = 0 کے لیے کم از کم اقدار لیتی ہے۔ 'α' کی قدریں جہاں $sin\alpha = 0$ مطمئن ہوتی ہیں

$$\alpha = \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi .... \pm n\pi$$

$$\frac{\pi}{\lambda}.esin\theta = \pm n\pi$$

$$\boldsymbol{esin\theta = \pm n\lambda} \text{جہاں} n = 1, 2, 3, ...$$

n = 0 لاگو نہیں ہے کیونکہ یہ زیادہ سے زیادہ پرنسپل سے مساوی ہے۔ لہذا، پوزیشنیں زیادہ سے زیادہ پرنسپل کے دونوں طرف ہیں۔

معاملہ (iii): ثانو بیش ترین (Maxima):

پرنسپل زیادہ سے زیادہ α = 0 کے علاوہ، کم از کم پوزیشنوں کے درمیان کمزور ثانوی بیش ترین (Maxima) ہیں۔ ان کمزور ثانو یبیش ترین (Maxima) کی پوزیشنیں کیلکولس میں دیئے گئے فنکشن کے بیش ترین (Maxima) اور منیما کو تلاش کرنے کے اصول کے ساتھ حاصل کی جاسکتی ہیں۔ تو، فرق کرنا اور صفر کو مساوی کرنا، ہمارے پاس ہے۔

$$\frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{d}\alpha} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\left(A^2\frac{sin^2\alpha}{\alpha^2}\right) = 0$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{d}\alpha} = 2A^2\left(\frac{sin\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{\alpha cos\alpha - sin\alpha}{\alpha^2}\right) = 0$$
$$\because A^2 \neq 0; sin\alpha \neq 0$$

کیونکہ $sin\alpha = 0$ کم سے کم عہدوں سے مطابقت رکھتا ہے

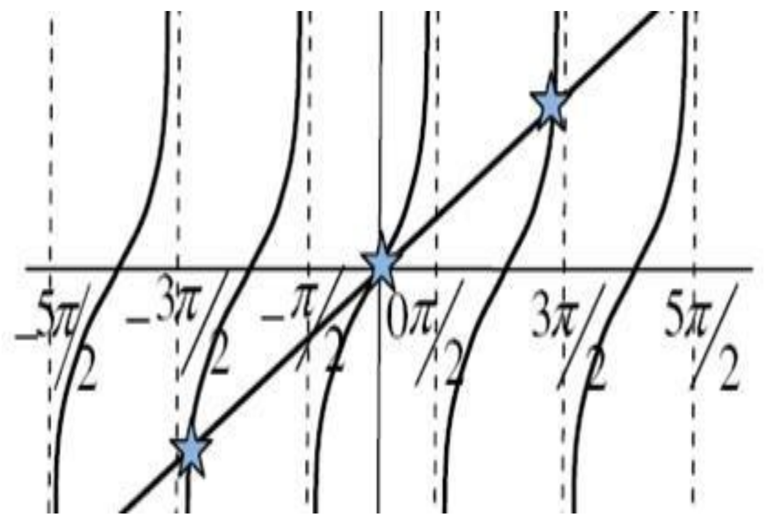
$$\therefore \alpha coc\alpha - sin\alpha = 0$$
$$\Rightarrow \alpha = tan\alpha$$

مندرجہ بالا مساوات کو مطمئن کرنے والی 'α' کی قدریں منحنی خطوط پر نقشہ بنا کر حاصل کی جاتی ہیں $y = \alpha$ اور $y = tan\alpha$

اسی گراف پر. دو منحنی خطوط کے تقاطع کے پوائنٹس 'α' کی قدریں دیتے ہیں جو مساوات کو پورا کرتے ہیں

کاٹنے کے نقطے ہیں۔

$$\alpha = 0, \pm\frac{3\pi}{2}, \pm\frac{5\pi}{2}, \pm\frac{7\pi}{2} .... \pm \frac{(2n+1)\pi}{2}$$



شکل(12.8)

لیکن، 'α' کی قدروں کو بدلتے ہوئے، $\alpha = 0$

بنیادی زیادہ سے زیادہ دیتا ہے۔ ہمیں حاصل ہوتا ہے

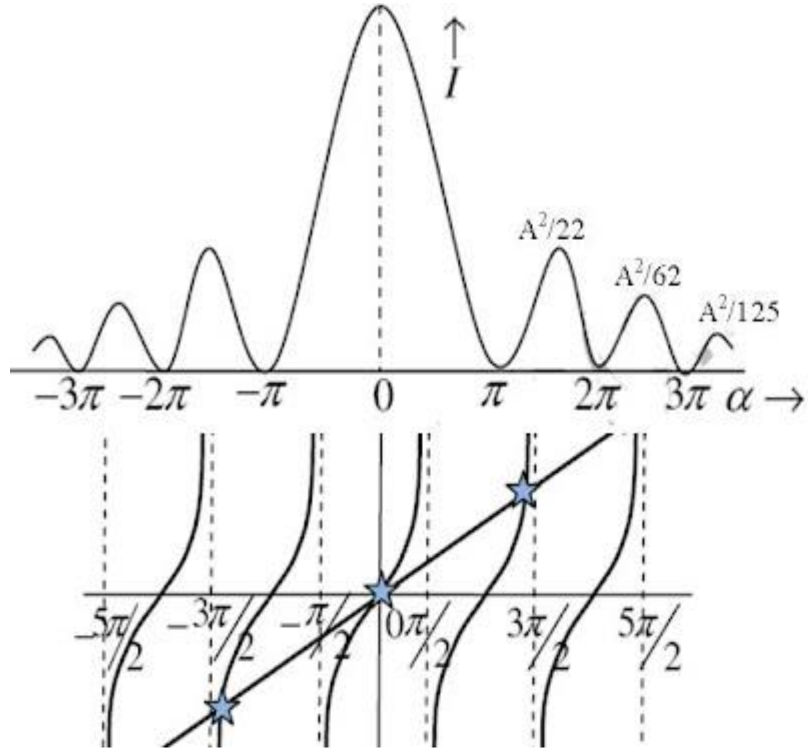
$$I_1 = A^2 \left[\frac{sin 3\pi/2}{3\pi/2}\right]^2 = \frac{A^2}{22}$$
$$I_2 = A^2 \left[\frac{sin 5\pi/2}{5\pi/2}\right]^2 = \frac{A^2}{62}$$
$$I_3 = A^2 \left[\frac{sin 7\pi/2}{7\pi/2}\right]^2 = \frac{A^2}{125}$$

اوراسی طرح.

مندرجہ بالاتاثرات سے، I_{max}, I_1, I_2, I_3... یہ واضح ہے کہ زیادہ تر واقعہ روشنی بنیادی میکسیماپر مرکوز ہے۔

شدت کی تقسیم کا گراف:

'α'کے ساتھ شدت کے تغیر کو ظاہر کرنے والاایک گراف جیساکہ ملحقہ شکل میں دکھایا گیاہے۔



شکل(12.9)

12.6 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

مرکزی میکسیما کے دونوں طرف پہلے آرڈر منیما کے درمیان کونیی علیحدگی کا حساب لگائیں جب سلٹ $6x10^{-4}$ سینٹی میٹر چوڑائی ہے اور اس کی طول موج $6000A^0$ ہے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$e \sin(\Theta) = n\lambda$$

جہاں Θ n آرڈر کی کونیی علیحدگی ہے، e=سلٹ کی چوڑائی اور λ=روشنی کی طول موج۔ جب $n = 1$

$$, e \sin(\Theta) = \lambda$$

$$\text{Sin}\ (\Theta) = \lambda / e = 6000 \times 10^{-6} / 6 \times 10^{-4} = 0.6$$

$$\Theta = 36^o\ 52'$$

مرکزی میکسیما کے دونوں طرف پہلے آرڈر کے مینیما کی کونیی علیحدگی ہے۔

$$2\Theta = 73^0\ 4'$$

حل شدہ مثال 2

Fraunhofer ڈبل سلٹ ڈفریکشن پیٹرن فوکل لینتھ 0.5 میٹر کے فوکل مستوی میں دیکھا جاتا ہے۔ واقعہ روشنی کی طول موج 500 nm ہے۔ زیادہ سے زیادہ صفر آرڈر سے ملحق دو بیش ترین (Maxima) کے درمیان فاصلہ 5 ملی میٹر ہے اور چوتھے آرڈر زیادہ سے زیادہ (Maxima) غائب ہے۔ ہر سلٹ کی چوڑائی اور ان کے مرکز کے درمیان فاصلہ معلوم کریں؟۔

حل: چوتھے آرڈر میکسیما کی کمی کے لیے ہمارے پاس

$(a + b)/a = 4$ یا $b = 3a$ ہے۔

اب پہلے آرڈر میکسیما کے لیے

$$(a + b) \sin \Theta = \lambda$$

یا

$$\Theta_1 = \lambda/(a+b) = \lambda/4a$$

لہذا، صفر کی میکسیما ترتیب سے ملحق دو بیش ترین (Maxima) کے درمیان فاصلہ ہے۔

$$X = f \times 2\Theta_1 = 2f\lambda / 4a$$

$$a = f\lambda/2x = 0.5 \times 500 \times 10^{-9} / 2 \times 5 \times 10^{-3}\, m = 0.025 mm$$

$$b = 3a = 0.075mm$$

12.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- انصراف کے مظاہر کی بنیادی باتوں کے ساتھ ساتھ انصراف کے مختلف طبقات پر تبادلہ خیال کیا گیا ہے۔ سنگل سلٹ، ڈبل سلٹ، سرکلر مہین فلم اور این سلِٹس (گریٹنگ) کے لیے فرون ہوفر ڈفریکشن پر تفصیلات میں تبادلہ خیال کیا گیا ہے۔ پرنسپل میکسما، سیکنڈری بیش ترین (Maxima) اور منیما کی شدت کا حساب اخذ کیا گیا ہے۔ ان کی شدت کے لحاظ سے ان کا نسبتاً موازنہ بھی کیا گیا ہے۔ ڈبل سلٹ اور این سلٹ (گریٹنگ) ڈفریکشن پیٹرن کی صورت میں گمشدہ آرڈرز کا تعین بھی کیا گیا ہے۔

12.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **کنڈلی**-انگوٹھی کی شکل کا، ایک انگوٹھی بناتا ہے۔
- **مہین فلم**-ایک کھلنا، ایک خلا یا ایک جگہ جس سے روشنی کسی نظری یا فوٹو گرافی کے آلے میں گزرتی ہے۔
- **Fraunhofer Diffraction** دور فیلڈ ڈفریکشن۔
- **گریٹنگ**- بڑی تعداد میں باریک اور مساوی سلٹ۔
- **لاپتہ آرڈر**- غیر حاضر میکسما۔

12.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

12.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. کسی رکاوٹ کے کونوں کے گرد روشنی کی شعاعوں کے موڑنے کو کہا جاتا ہے۔

(ا) مداخلت　　(ب) پولرائزیشن

(ج) بازی　　(د) انصراف

2. انصراف کے پیٹرن کو حاصل کرنے کے لیے رکاوٹ کا سائز کیا ہونا چاہیے۔

(ا) 10 ملی میٹر　　(ب) 10^{-1} ملی میٹر

(ج) 10^{-4} ملی میٹر　　(د) 0.1 سینٹی میٹر

3۔انصراف کے رجحان کو کس نے دریافت کیا تھا

(ا)فرانسسکو ماریا گریمالڈی (ب)آئزک نیوٹن

(ج)فرون ہوفر (د)ہیگن.

4.درج ذیل کی وجہ سے سوئی کی نوک اسکرین پر تیز تصویر نہیں دیتی

(ا)عکاسی (ب)انصراف

(ج)پولرائزیشن (د)اپورتن

5.فرینسل ہاف پیریڈ زونز ایک دوسرے سے فیز فرق سے مختلف ہوتے ہیں۔

(ا)2π (ب)π

(ج)$\pi/4$ (د)$\pi/4$

6۔مندرجہ ذیل میں سے کس میں انصراف ہو گا؟

(ا)ریڈیو کی لہریں (ب)صوتی لہریں

(ج)مائیکروویوز (د)ایکسرے

7.ہاف پیریڈ زون کا مستقل رقبہ بذریعہ دیا جاتا ہے۔

(ا)$\pi b\lambda$ (ب)$\pi b/\lambda$

$\lambda/\pi b$ (د)$2\lambda/\pi b$

8.زون پلیٹ کی پہلی (پرنسپل) فوکل لمبائی درج ذیل رنگ کے لیے کم سے کم قیمت رکھتی ہے۔

(ا)سرخ رنگ (ب)سبز رنگ

(ج)بنفشی رنگ (د)پیلا رنگ

9.زون پلیٹ کی فوکل لمبائی کیسے اظہار کر دی جاتی ہے۔

(ا)$r_n/n\lambda$ (ب)$r_n^2\lambda/n$

(ج)$r_n^2/n\lambda$ (د)r_n^2n/λ

10.ایک زون پلیٹ کس طرح برتاؤ کرتا ہے؟

(ا)مقعر لینس (ب)محدب لینس

(ج)مستوی آئینہ (د)شیشے کی پلیٹ

12.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1۔انصراف کے رجحان کی وضاحت کریں؟

2۔فرینسل کلاس اور فراون ہوفر کلاس آف ڈفریکشن سے آپ کا کیا مطلب ہے؟

3۔سادہ ٹرانسمیشن گریٹنگ کا کوئی نظریہ بتائیں؟

4۔ایک سرکلر سلٹ پر فراون ہوفر ڈفریکشن پر بحث کریں؟

5۔ایری ڈسک کی تشکیل کی وضاحت کریں؟

12.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات(Long Answer Type Questions)

1۔ڈبل سلٹ فاون ہوفر ڈفریکشن میں کون سے آرڈرز غائب ہیں؟مزید ایک گریٹنگ میں،اگر شفافیت اور دھندلا پن کی چوڑائی برابر ہو۔

2۔سلٹ سے پیدا ہونے والے انصراف کے اثرات کا حساب دیں۔وضاحت کریں کہ کیا ہوتا ہے جب سلٹ کی چوڑائی بتدریج بڑھائی جاتی ہے اور یہ بھی کہ جب اسکرین کو آہستہ آہستہ سلٹ سے دور کیا جاتا ہے۔

12.9.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. 1.2ملی میٹر قطر کا ایک سرکلر مہین فلم یک رنگی روشنی کی ہوائی لہر سے روشن ہوتا ہے۔منتشر روشنی ایک دور اسکرین پر موصول ہوتی ہے جو آہستہ آہستہ مہین فلم کی طرف منتقل ہوتی ہے۔روشنی کے سرکلر راستے کا مرکز سب سے پہلے تاریک ہو جاتا ہے جب سکرین مہین فلم سے 30 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہوتی ہے۔روشنی کی طول موج کا حساب لگائیں۔

2. دو طول موج $5500\ A^0$ کی روشنی عام طور پر $22 * 10.5$ سینٹی میٹر چوڑائی کے ٹکڑے پر گرتی ہے۔ مرکزی زیادہ سے زیادہ (Maxima) کے دونوں طرف پہلے دو منیما کی کونی پوزیشن کا حساب لگائیں۔

3. اس زاویے کا حساب لگائیں جس پر پہلا ڈارک بینڈ اور اگلا روشن بینڈ 0.3 ملی میٹر چوڑے سلٹ کے فراون ہوفر ڈفریکشن پیٹرن میں بنتا ہے $(\lambda = 5890\ overline\ A)$

4. طول موج کی طول موج 5×10^{-6} سینٹی میٹر عام طور پر چوڑائی 0.2 ملی میٹر کے سلٹ پر گرتی ہے۔حساب لگائیں(i)مرکزی زیادہ سے زیادہ کی کل کونی چوڑائی 2 (ii) میٹر دور رکھی اسکرین پر مرکزی زیادہ سے زیادہ کی لکیری چوڑائی۔

12.10 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
2. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
3. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York:

Wiley, 2002.
4. OPTICS-Principles and Applications- K.K. Sharma Academic Press, Burlington, MA,USA,2006
5. Introduction to Optics. Frank S J Pedrotti, Princeton Hall, 1993

اکائی 13۔ ڈبل جھری انصراف

(Double Slit Diffraction)

اکائی کے اجزا

13.0 تمہید (Introduction)

پچھلی اکائی میں، ہم نے مطالعہ کیا ہے کہ انصراف کیا ہے اور ایک سلٹ کے ذریعے روشنی کی شدت کی تقسیم کو کیسے تلاش کیا جائے۔ اس یونٹ میں ہم مستطیل اور سر کلر اپر چرز سے انصراف کے پیٹرن کا مطالعہ کریں گے۔ اب ہم ڈبل سلٹ اور ڈفریکشن گریٹنگز کے ذریعے انصراف کا مطالعہ کرنے جا رہے ہیں ۔

13.1 مقاصد (Objectives)

اس اکائی میں ہم مندرجہ چیزوں کو سیکھے گے۔

- ڈبل سلٹ، ایک سے زیادہ سلٹ کے بھارے میں سیکھیں گے۔
- ڈفریکشن گریٹنگ کیا ہے معلوم کریں گے۔

13.2 مستطیل مہین فلم (Plane Thin Film)

جب چوڑائی W اور اونچائی H کی ایک مستطیل سلٹ کو عام طور پر (عام زاویہ پر روشن سلٹ) طول موج λ کی یک رنگی سطحی لہر کے ذریعے روشن کیا جاتا ہے، حاصل کردہ انصراف کا نمونہ نیچے دی گئی تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

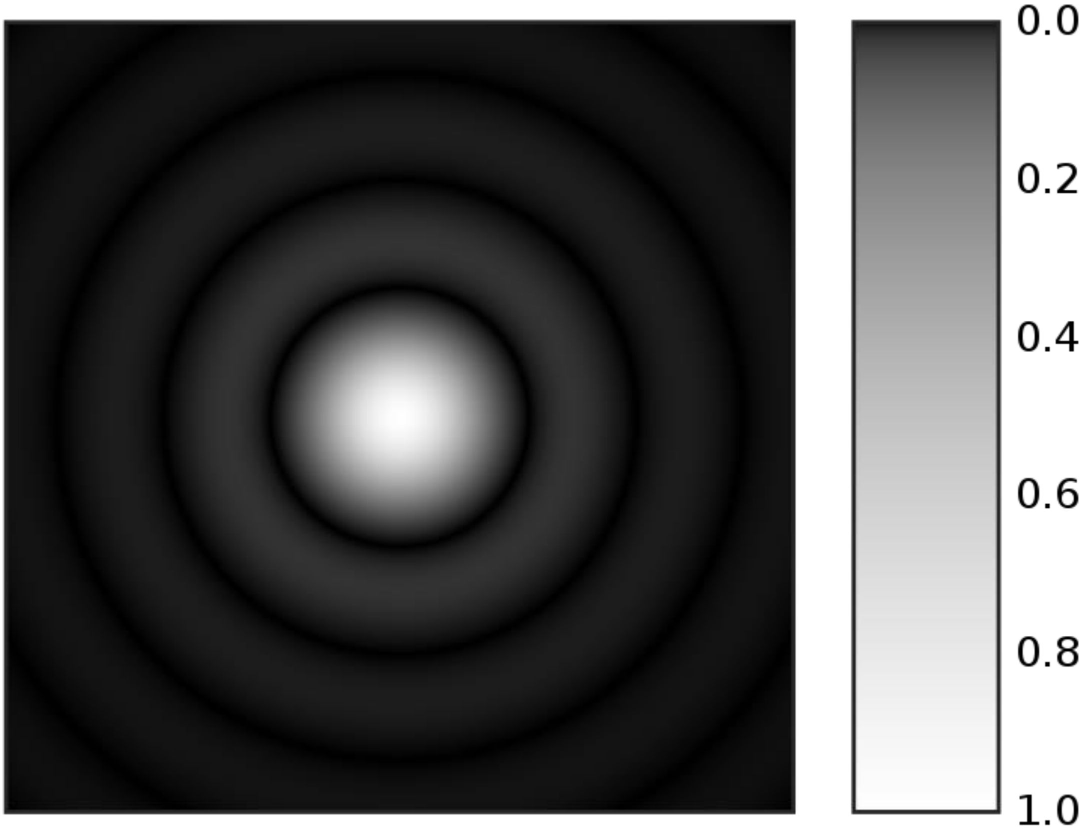
مہین فلم سے انصراف کا نمونہ

عملی طور پر، تمام سلٹ محدود سائز کے ہوتے ہیں۔ شکل (13.1) اس لیے x (چوڑائی W کی وضاحت شدہ) اور y (اونچائی H کی وضاحت کردہ) محوروں کے ساتھ دونوں قاطع سمتیوں پر انصراف پیدا کرتے ہیں۔ اگر سلٹ کی اونچائی H اس کی چوڑائی W سے بہت زیادہ ہے، تو عمودی (اونچائی یا y محور کے ساتھ) انصراف والے کنارے کا فاصلہ افقی (چوڑائی یا x محور کے ساتھ) کنارے کے فاصلے سے بہت کم ہے۔ اگر عمودی کنارے کا فاصلہ نسبتاً اتنے بڑے H سے اتنا کم ہے، تو عمودی کنارے کا مشاہدہ اتنا مشکل ہے کہ مشاہدے کے پیلین یا خیالی مستوی پر پھیلی لہر کی

شدت کے پیٹرن کا مشاہدہ کرنے والا شخص صرف افقی کنارے کو پہچانتا ہے۔ تنگ اونچائی. یہی وجہ ہے کہ اونچائی سے لمبے سلٹ یا سلٹ سرنی جیسے ڈفریکشن گریٹنگ کا عام طور پر صرف چوڑائی کے ساتھ طول و عرض میں تجزیہ کیا جاتا ہے۔

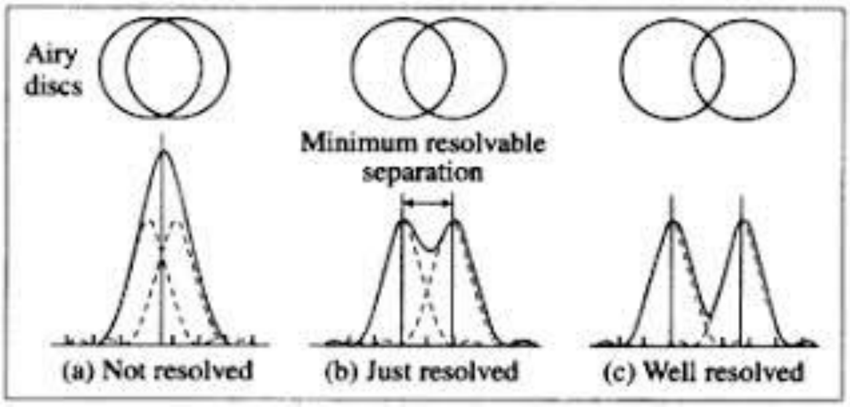
13.3 سرکلر(گول) مہین فلم(Circular Thin Film)

قطر D کے ایک سرکلر مہین فلم کے لیے، انصراف پیٹرن میں پہلا مینیما $\theta=1.22\lambda/D$ پر ہوتا ہے (بشرطیکہ مہین فلم روشنی کی طول موج کے مقابلے میں بڑا ہوتا ہے، جو زیادہ تر نظری آلات کے لیے ہوتا ہے)۔ یہ ہوا دار ایری پیٹرن کے طور پر جانا جاتا ہے.



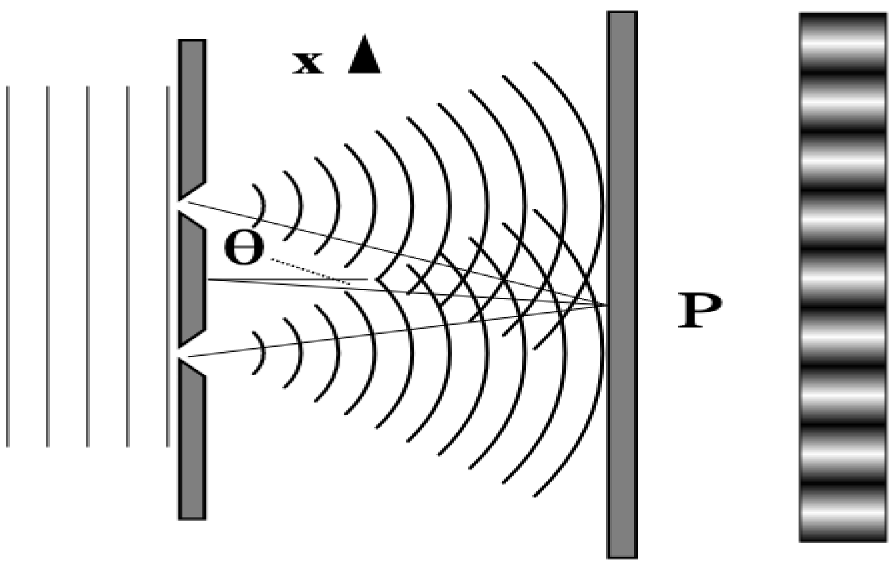
شکل(13.2)

انصراف روشنی کے ان پوائنٹس کا سبب بنتا ہے جو ایک دوسرے کے قریب ہوتے ہیں اور ایک ہی جگہ کو دھندلا دیتے ہیں: یہ اس ریزولوشن پر ایک حد مقرر کرتا ہے جس کے ساتھ کوئی دیکھ سکتا ہے۔ سب سے چھوٹا زاویہ جس پر روشنی کے دو پوائنٹس میں فرق کیا جا سکتا ہے λ/D ہے۔ ذرائع کو حل کرنے کی شرائط دو ماخذوں کی کونیی علیحدگی اور قدر λ/D کا موازنہ ہیں۔



شکل(13.3)

13.4 ڈبل سلٹ کے ساتھ انصراف (Diffraction of Double Slit)



شکل(13.4)

آیئے ینگ کے ڈبل سلٹ تجربے کو یاد کرتے ہیں۔

دو سلٹوں پر پڑنے والی یک رنگی روشنی پر غور کریں جو دور اسکرین پر مداخلت کا نمونہ پیدا کرتی ہے۔اس پیٹرن نے ظاہر کیا کہ روشنی کو ایک لہر کے طور پر دیکھا جا سکتا ہے، کیونکہ مداخلت کے لیے آپ کو چوٹیوں اور گرتوں کی ضرورت ہے۔جب اسکرین پر دو گرتیں یا دو چوٹیاں آپس میں ملتی ہیں، تو آپ کو ایک روشن علاقہ ملتا ہے، جسے تعمیری مداخلت کہتے ہیں۔جب ایک سلٹ سے چوٹی اور دوسرے سے گرت اسکرین پر ملتے ہیں، تو وہ ایک تاریک علاقہ پیدا کرنے کے لیے منسوخ ہو جاتے ہیں، جسے تباہ کن مداخلت کہتے ہیں۔

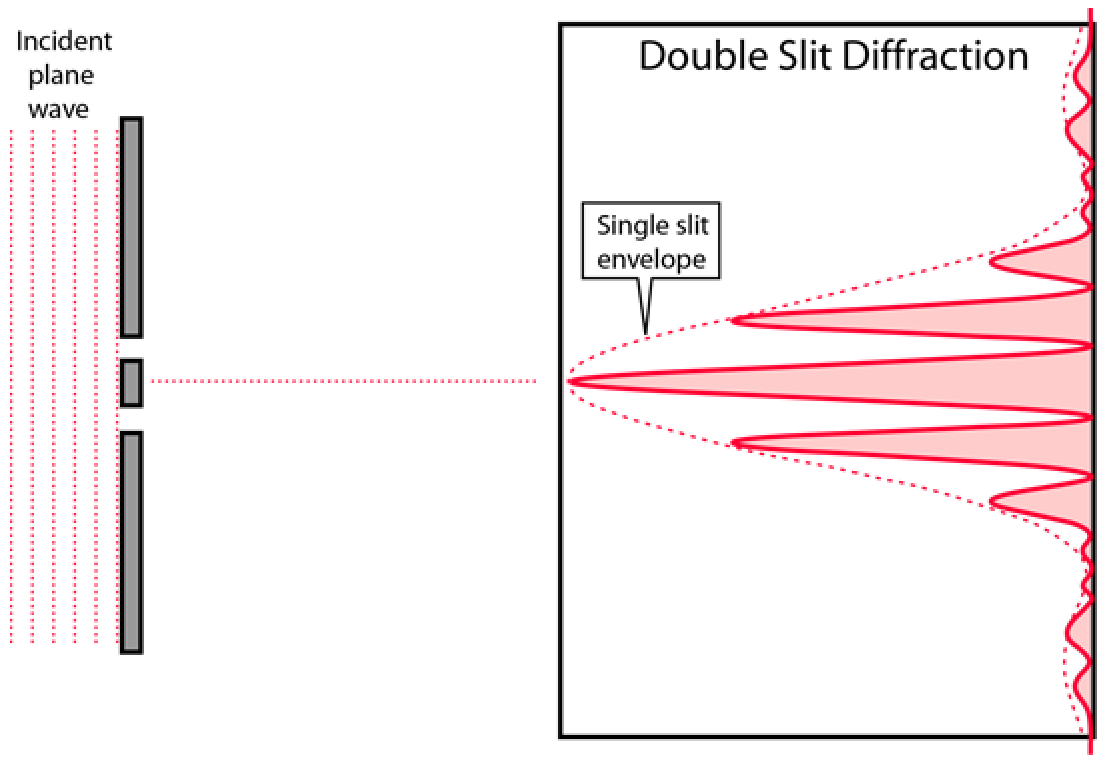
جب ہم نے ینگ کے ڈبل سلٹ تجربے میں مداخلت کا مطالعہ کیا تو ہم نے ہر سلٹ میں انصراف کے اثر کو نظر انداز کیا۔ہم نے فرض کیا کہ سلٹ اتنے تنگ تھے کہ اسکرین پر آپ نے صرف دو نکاتی ذرائع سے روشنی کی مداخلت دیکھی۔اب فرض کریں کہ سلٹ اتنے تنگ نہیں ہیں۔پھر ہم اس میں انصراف کا اثر شامل کرتے ہیں۔ہر سلٹ کی چوڑائی a ہوتی ہے اور اسے فاصلے d سے الگ کیا جاتا ہے۔اس صورت میں، ہر سلٹ پر انصراف ہوتا ہے اور مداخلت کا ایک اضافی اثر ہوتا ہے۔

نتیجے کی شدت دونوں اثرات کی پیداوار ہے۔

$$I = I_{\text{interference}} \times I_{\text{diffraction}} = I_m \cos^2\beta \, (\sin\alpha/\alpha)^2$$

جہاں

$$\alpha = (\pi \times a\sin\theta)/\lambda; \text{ اور } \beta = (\pi \times d\sin\theta)/\lambda$$



دو سلٹوں پر مداخلت اور تفریق کا اثر

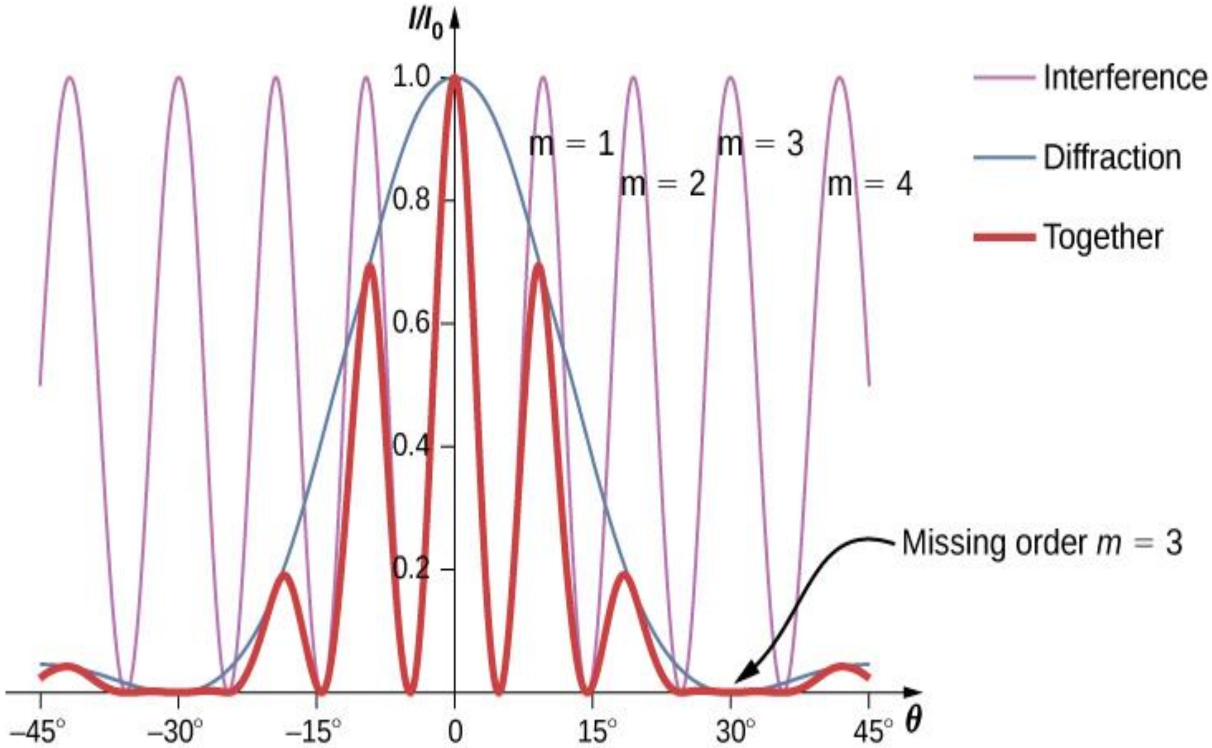
شکل (13.5)

یہاںλ/$(\pi xasin\theta)$ =α؛اورλ/$(\pi xdsin\theta)$=β جو مداخلت اور انصراف کے لیے اہم پیرامیٹرز کے اشارے ہیں۔

جب α بہت چھوٹا ہوتا ہے تو $\sin \alpha/\alpha$ کا رجحان 1 ہوتا ہے اور جب β بہت چھوٹا ہوتا ہے، $\cos \beta$ کا رجحان 1 ہوتا ہے۔ لہذا، مداخلت اور انصراف کا اثر تب ہی نظر آتا ہے جب a,b کا موازنہ λ سے ہو۔ اس صورت میں جب وہ بہت بڑے ہوتے ہیں، مداخلت اور انصراف میں روشنی کی لہر کی نوعیت نظر نہیں آتی۔

مداخلت اور انصراف کے اثرات بیک وقت کام کرتے ہیں اور عام طور پر مختلف زاویوں پر منیما پیدا کرتے ہیں۔ یہ اسکرین پر ایک پیچیدہ پیٹرن کو بناتا ہے، جس میں اگر زیادہ سے زیادہ مداخلت اسی سمت میں ہے جس میں کم از کم انصراف ہے تو دو سلٹ سے مداخلت کا کچھ حصہ غائب ہے۔ ہم ایسی گمشدہ چوٹی کو مسنگ آرڈر کے طور پر کہتے ہیں۔

اسکرین پر انصراف کے پیٹرن کی ایک مثال تصویر میں دکھائی گئی ہے۔ پلاٹ ایک سلٹ چوڑائی D=2 اور سلٹ علیحدگی d=6 کا متوقع نتیجہ دکھاتا ہے۔



شکل(13.6)

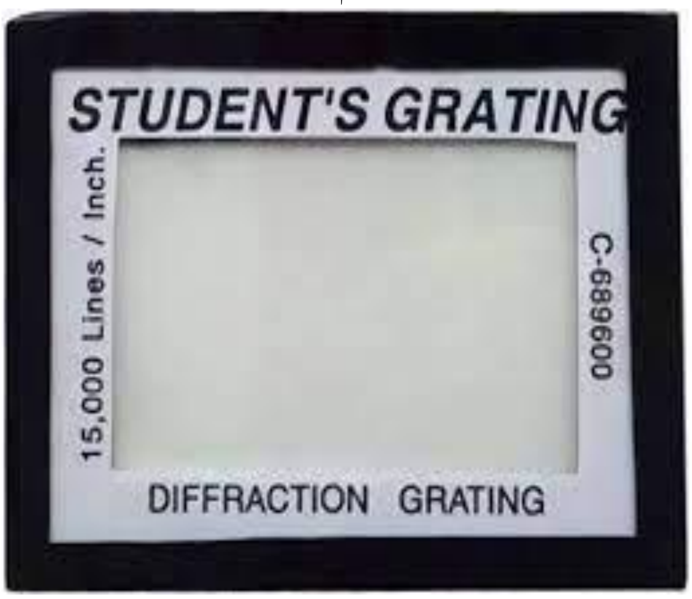
مختلف اونچائیوں کی متعدد چوٹیوں کے ساتھ ٹھوس لکیر اسکرین پر مشاہدہ کی گئی شدت ہے۔ یہ الگ الگ سلٹ سے لہروں کے مداخلت کے نمونے اور ایک سلٹ کے اندر سے لہروں کے انصراف کی پیداوار ہے، دونوں کو پلاٹ میں دکھایا گیا ہے۔

ایک ہی اونچائی کی چوٹیوں کے ساتھ جامنی رنگ کی لکیر دو سلٹوں سے لہروں کی مداخلت سے ہے۔ درمیان میں ایک بڑی کو بڑ والی نیلی لکیر ایک سلٹ کے اندر سے لہروں کا انصراف ہے۔ اور موٹی سرخ لکیر ان دونوں کی پیداوار ہے، جو سکرین پر دیکھا جانے والا پیٹرن ہے۔ مداخلت کے لیے زیادہ سے زیادہ آرڈر غائب ہے کیونکہ کم از کم انصراف ایک ہی سمت میں ہوتا ہے۔

13.5 ایک سے زیادہ سِلٹس ڈِفریکشن گریٹنگ(Diffraction Grating)

ایک دلچسپ چیز ہوتی ہے اگر آپ روشنی کو یکساں فاصلہ والے متوازی سلٹوں کی ایک بڑی تعداد سے گزرتے ہیں، جسے ڈِفریکشن گریٹنگ کہتے ہیں۔ ایک مداخلت کا نمونہ بنایا گیا ہے جو ڈبل سلٹ کے ذریعہ بننے والے سے بہت ملتا جلتا ہے۔

ایک ڈفریکشن گریٹنگ شیشے کو ایک تیز ٹول سے کئی عین مطابق متوازی لائنوں میں کھرچ کر تیار کی جاتی ہے، جس میں اچھوتے علاقے سلٹ کی طرح کام کرتے ہیں۔ یہ فوٹو گرافی کے لحاظ سے بڑے پیمانے پر سستے میں تیار کیے جا سکتے ہیں۔ Diffraction gratings روشنی کی ترسیل اور روشنی کے انعکاس کے لیے دونوں کام کرتے ہیں۔



ایک انصراف گریٹنگ

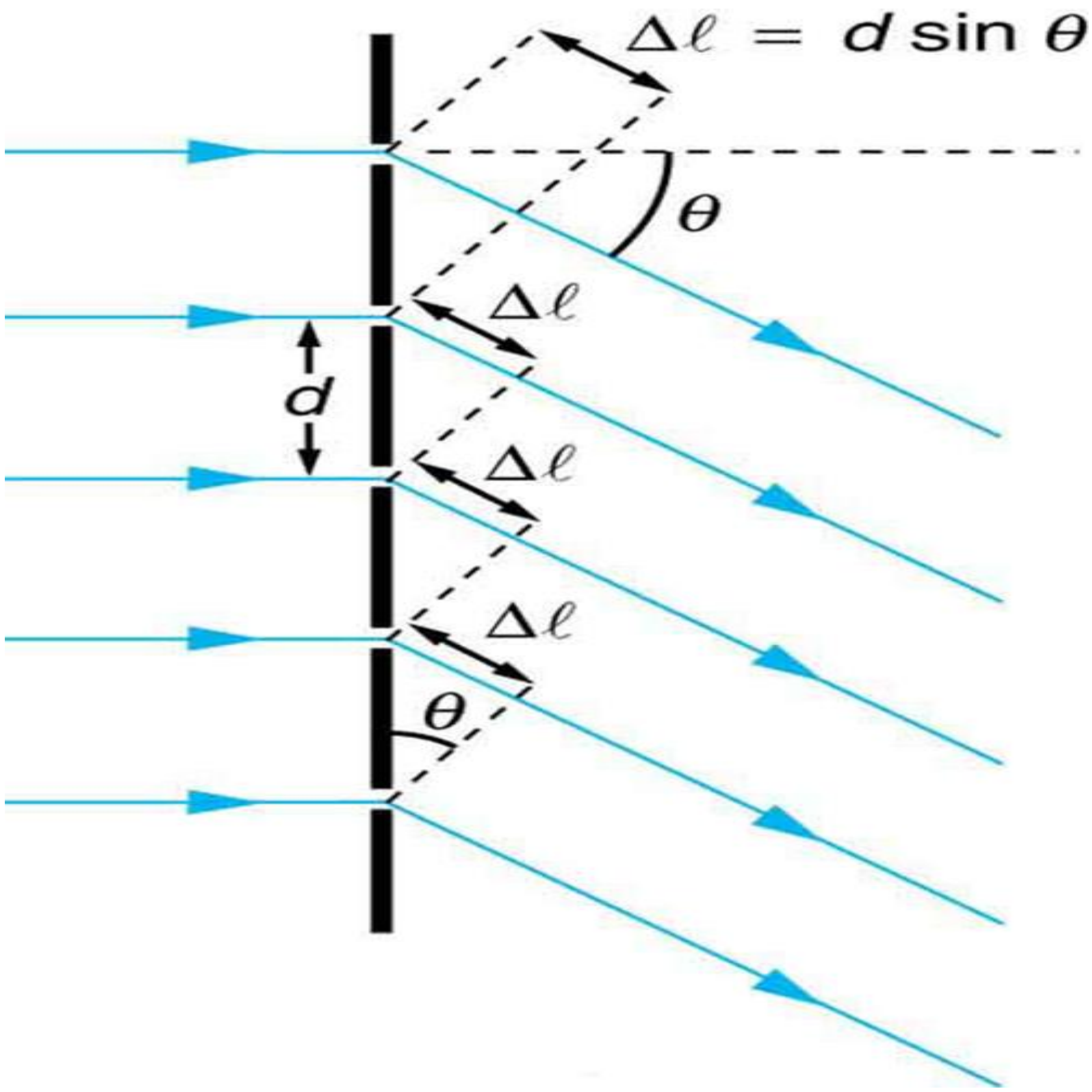
شکل(13.7)

جب روشنی کا ایک متوازی شہتیر پھیلنے والی جھنڈی سے گزرتا ہے تو، روشنی ہر ایک سلٹ سے الگ ہوتی ہے اور گزرنے کے بعد پھیل جاتی ہے۔ ایک ہی سمت میں سفر کرنے والی شعاعیں (واقعہ کی سمت کے نسبت ایک زاویہ θ پر) کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ان شعاعوں میں سے ہر ایک اسکرین پر ایک مشترکہ نقطہ تک مختلف فاصلہ طے کرتی ہے۔ شعاعیں مرحلے میں شروع ہوتی ہیں، اور جب وہ کسی اسکرین پر پہنچتی ہیں تو وہ مرحلے میں یا اس سے باہر ہو سکتی ہیں، اس کا انحصار راستے کی لمبائی کے فرق پر ہوتا ہے۔ جیسا کہ تصویر میں دیکھا گیا ہے، ہر شعاع

اپنے کھربی سے مختلف $d\sin\ \theta$ فاصلہ طے کرتی ہے، جہاں d سلٹ کے درمیان فاصلہ ہے۔اگر یہ فاصلہ طول موج کی ایک لازمی تعداد کے برابر ہے، تو تمام شعاعیں مرحلے میں پہنچتی ہیں، اور تعمیری مداخلت (اعظم) حاصل کی جاتی ہے۔ اس طرح، ایک diffraction grating کے لیے تعمیری مداخلت حاصل کرنے کے لیے ضروری شرط ہے۔

$$d \sin \theta = n\lambda$$

جہاں d گریٹنگ میں سلٹ کے درمیان فاصلہ ہے، λ روشنی کی طول موج ہے، اور n اعظم ترتیب ہے۔ نوٹ کریں کہ یہ بالکل وہی مساوات ہے جو d سے الگ کردہ ڈبل سلِٹس کے لیے ہے ہم، سلِٹس عام طور پر ڈبل سلِٹس کی نسبت ڈِفریکشن گریٹنگز میں زیادہ قریب ہوتے ہیں، جو بڑے زاویوں پر کم میکسیما پیدا کرتے ہیں۔



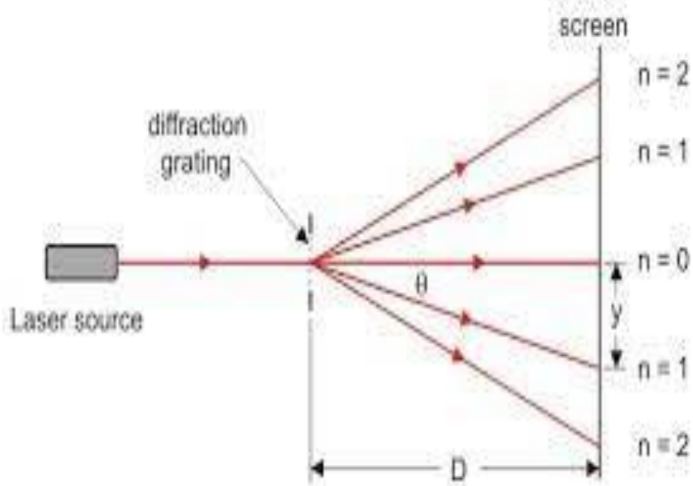
شکل (13.8)

ایک ہی سمت میں سفر کرنے والے ہر سلٹ سے روشنی کی شعاعوں کو ظاہر کرنے والی ڈِفریکشن گریٹنگ۔ ہر شعاع اپنے پڑوسی سے مختلف $d \sin\theta$ فاصلہ طے کرتی ہے۔

ڈفریکشن گریٹنگز کو N کے ساتھ نشان زد کیا گیا ہے جو فی یونٹ لمبائی میں لائنوں کی تعداد ہے۔ گریٹنگ عنصر $d = 1/N$ لگاتار سلٹس کے درمیان فاصلہ ہے۔

13.6 لیزر ڈفریکشن تجربہ (Experment of Laser Diffraction)

لیزر کی طول موج کو تلاش کرنے کے لئے ایک ڈفریکشن گریٹنگ کا استعمال کیا جا سکتا ہے۔ اس تجربے میں، ہم ایک لیزر کا رتبع استعمال کرتے ہیں جس کے لیے ہم طول موج تلاش کرنا چاہتے ہیں۔



شکل (13.9)

لیزر لائٹ ایک ڈفریکشن گریٹنگ سے گزرتی ہے جس میں N سلٹ فی یونٹ لمبائی ہوتی ہے اور جس میں گریٹنگ عنصر $d=1/N$ ہوتا ہے۔ اس کے راستے میں اسکرین سے D کے فاصلے پر ایک ڈفریکشن گریٹنگ رکھی گئی ہے۔

آرڈر کے ساتھ پیٹرن $n=1, 2, 3$ دیکھا گیا ہے۔

ہم نیچے دی گئی مساوات استعمال کر رہے ہیں:

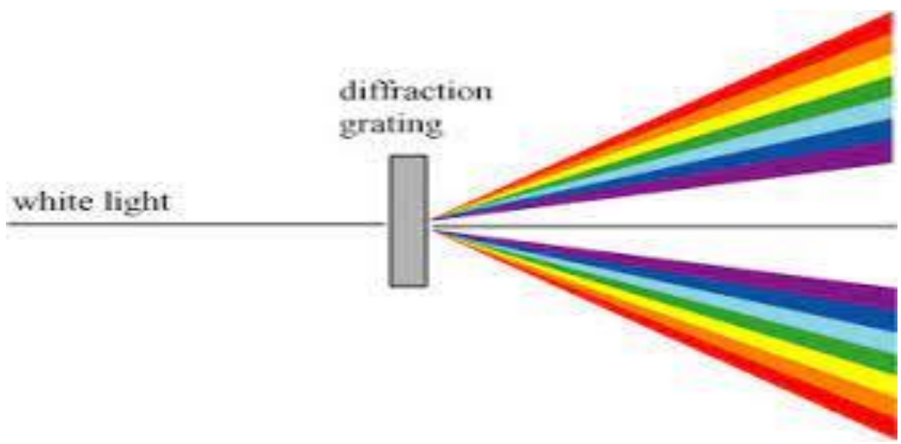
$$d \sin\theta = n\lambda$$

شکل میں، $\tan\theta = y/D$

ہم مختلف آرڈرز کے لیے y کی قدر کی پیائش کرتے ہیں اور اسے اوپر والے فارمولے میں بدل دیتے ہیں۔ تقریباً $\tan\theta \sim \theta \sim y/D$، ہم λ کی قدر تلاش کر سکتے ہیں۔

13.7 سپیکٹروسکوپی انصراف (Diffraction of Spectroscopy)

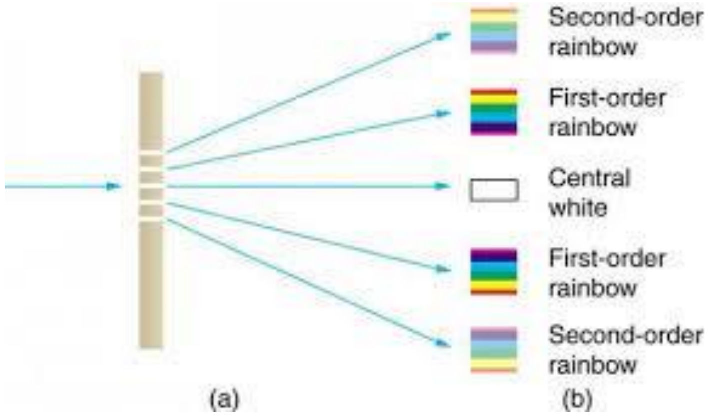
اسی فارمولے $d \sin\theta = n\lambda$ کا استعمال کرتے ہوئے، ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سفید روشنی کے راستے میں پھیلنے والی گریٹنگ اس کے اجزاء کے رنگوں میں تقسیم ہو سکتی ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ، θ کی مختلف قدریں ہوں گی جن کے لیے مختلف طول موج کے لیے بیش ترین (Maxima) حاصل کیا جائے گا۔ اس طرح، سپیکٹرا حاصل کرنے کے لئے ایک بازی گرٹنگ کو منتشر کے طور پر استعمال کیا جا سکتا ہے۔



منتشر کے طور پر ایک انصراف جھاڑی

شکل (13.10)

اصولی طور پر، پرزم بھی یہی کرتا ہے جب وہ سفید روشنی کو اپنے اجزاء کے رنگوں میں تقسیم کرتا ہے۔ gratings کے ساتھ دلچسپ بات یہ ہے کہ $d \sin\theta = n\lambda$ کا اطلاق $n=1,2,3$ پر ہوتا ہے.... اور اس وجہ سے، اسپیکٹرا کے بہت سے آرڈرز نظر آتے ہیں۔ مندرجہ بالا اعداد و شمار ایک انصراف گریٹنگ کے ساتھ حاصل کردہ سپیکٹرا کے مختلف آرڈرز کو ظاہر کرتا ہے۔ مرکزی سفید $n=0$ کے لیے حاصل کیا جاتا ہے، جہاں تمام طول موج کے لیے بیش ترین (Maxima) حاصل کیا جاتا ہے۔



ایک انصراف کی جھنڈی سے نظر آنے والے سپیکٹرا کے آرڈرز

شکل(13.11)

آپٹیکل سپیکٹروسکوپی کے لیے Diffraction gratings کی یہ استعمالات بہت زیادہ ہے۔

اسے روشنی کے منبع کی طول موج معلوم کرنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

سپیکٹرومیٹر وہ آلہ ہے جو زاویہ θ کو 1 آرک منٹ کی درستگی کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

13.8 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

عام واقعات میں استعمال ہونے والا ایک انصراف گریٹنگ ایک خاص ترتیب میں ایک لائن (5400 Å) دیتا ہے جو اگلے اعلی ترتیب کی بنفشی لائن (4050 Å) پر سپرپوز کیا جاتا ہے۔ اگر انصراف کا زاویہ 30^0 ہے، تو گریٹنگ میں کتنی لائنیں فی سینٹی میٹر ہیں۔

حل:

ہم جانتے ہیں کہ $(e + d) \sin \Theta = n\lambda$

اگر λ_1 کے nth آرڈر میکسیما کو λ_2 کے (n + 1)th آرڈر میکسیما کے ساتھ موافق بنائیں پھر

$$(e + d)\sin \Theta = n\lambda_1 \text{ and } (e + d)\sin \Theta = (n+1)\lambda_2$$

$$N\lambda_1 = (n+1)\lambda_2$$

$$n = \lambda_2 / \lambda_1 - \lambda_2$$

اب:

$$(e + d)sin\Theta = n\lambda_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

لائنیں فی سینٹی میٹر

$$\frac{1}{e+d} = \frac{sin\Theta(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2}$$

یہاں

$$\lambda_1 = 5400 \times 10^{-8}cm$$
$$\lambda_2 = 5050 \times 10^{-8}cm$$

$\Theta = 30^{o}$

لائنیں فی سینٹی میٹر

$$\frac{sin30^0 \times (5400 - 4050) \times 10^{-8}}{5400 \times 10^{-8} \times 4050 \times 10^{-8}} = 3086cm^{-1}$$

حل شدہ مثال2

چوڑائی "2 کی جھنڈی 15000 لائنوں فی انچ کے ساتھ ہے۔ طول موج کی سب سے چھوٹی علیحدگی تلاش کریں جسے $5000\ A^0$ کی اوسط طول موج پر دوسری ترتیب میں حل کیا جا سکتا ہے۔

حل: گریٹنگ $\lambda/d\lambda$ کی حل کرنے کی طاقت کے ذریعہ دی گئی ہے۔

$\lambda/d\lambda = Nn$

دیئے گئے مسئلے کے مطابق

$\lambda = 5000A^o$

گریٹنگ میں فی انچ لائنوں کی تعداد=15000

گریٹنگ کی چوڑائی= "2

. گریٹنگ پر لائنوں کی کل تعداد $N = 2 \times 15000 – 30,000$

$n=2$

ابھی

$d\lambda=\lambda/nN$

$= 5000/(2 \times 30,000)$

$= 0.082\ A^o$

13.9 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس یونٹ میں ہم نے نہ صرف ڈبل سلٹ ڈفریکشن کا تفصیل سے مطالعہ کیا بلکہ ایک سے زیادہ سلٹ ڈفریکشن کا بھی مطالعہ کیا۔ ہم نے گریٹنگ کے بارے میں بھی بات کی اور لیزر گریٹنگ پر تفصیل سے بات کی۔ ہم نے یہ بھی سیکھا کہ کس طرح گریٹنگ کو اسپیکٹروسکوپی کے لیے Diffraction Grating میں ڈسپر سر کے طور پر استعمال کیا جا سکتا ہے۔

13.10 کلیدی الفاظ (Keywords)

- الیومینیشن: روشن کرنا یا روشن کرنے کا عمل۔
- یک رنگی: روشنی یا واحد طول موج کی دوسری تابکاری، جس میں صرف ایک رنگ ہوتا ہے۔
- رکاوٹ: روکنا، مشکل یا ناممکن بنانا
- مبہم: روشنی کی ترسیل نہیں، روشنی کے لیے ناقابل تسخیر۔
- Rectilinear: جکڑی ہوئی یا سیدھی لکیروں کی خصوصیت، ایک سیدھی لکیر میں یا بناتی ہے۔

13.11 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

13.11.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. Fraunhofer Diffraction میں روشنی کے منبع اور سکرین کے درمیان مؤثر فاصلہ کیا ہے؟

(ا) محدب لینس کی فوکل لمبائی

(ب) محدب لینس کی فوکل لینتھ سے کم

(ج) محدب لینس کی فوکل لمبائی سے زیادہ اور لا محدود سے کم

(د) لا محدود۔

2. اگر پورا اپریٹس پانی میں ڈوب جائے تو فراون ہوفر سنگل سلٹ ڈفریکشن پیٹرن کے ساتھ کیا ہوتا ہے؟

(ا) روشنی کی طول موج بڑھ جاتی ہے　　　(ب) مرکزی میکسیما اضافہ کی چوڑائی

(ج) مرکزی میکسیما کی چوڑائی گھٹ جاتی ہے　　　(د) روشنی کی تعدد کم ہو جاتی ہے۔

3. جب ایک رنگی روشنی کی بجائے Fraunhofer Diffraction میں سفید روشنی کا استعمال کیا جائے تو پیٹرن کیسے بدلے گا؟

(ا) پیٹرن اب نظر نہیں آئے گا

(ب) پیٹرن کی شکل ہائپربولک سے سرکلر میں بدل جائے گی

(ج)رنگین پیٹرن کو مرکز میں ایک سفید چمکدار کنارے کے ساتھ دیکھا جائے گا

(د)روشن اور سیاہ کنارے کی پوزیشن بدل جائے گی

4. اگرڈبل سلٹ فرون ہوفر ڈفریکشن میں دوسلٹ کے درمیان علیحدگی کو تبدیل کیا جاتاہے، توڈفریکشن پیٹرن میں کیا تبدیلی دیکھی جائے گی؟

(ا)کنارے کی لمبائی بڑھ جائے گی　　(ب)کنارے کی لمبائی کم ہو جائے گی۔

(ج)جھالر رنگین ہوں گے　　(د)کوئی تبدیلی نہیں۔

5. ڈبل سلٹ فرون ہوفر ڈفریکشن میں، مداخلت کے پیٹرن کے کچھ آرڈرز غائب ہیں۔ یہ کہاجاتاہے ______

(ا)سپیکٹرا غائب ہے　　(ب)غیر حاضر سپیکٹرا

(ج)اختتامی سپیکٹرا　　(د)اخراج سپیکٹرا

6. ایک اسکرین کو لینس سے 2 میٹر دور رکھا جاتاہے تاکہ ایک سلٹ ڈفریکشن تجربے میں لینس کے فوکل مستوی میں ڈِفریکشن پیٹرن حاصل کیا جاسکے۔ سلٹ کی چوڑائی کیا ہوگی اگر پہلا مینیما مرکزی میکسیما کے دونوں طرف 5 ملی میٹر ہو جب طول موج 4000 Å کی طول موج کی روشنی کی لہریں سلٹ پر واقع ہوں؟

(ا)0.16ملی میٹر　　(ب)0.26ملی میٹر

(ج)0.36ملی میٹر　　(د)0.46ملی میٹر

7. اگر سلٹ کی چوڑائی 0.2 ملی میٹر ہے تو ڈبل سلٹ فرون ہوفر ڈفریکشن پیٹرن کے لیے گم شدہ آرڈر کو تلاش کریں جو 0.6 ملی میٹر سے الگ کریں

(ا)پہلا، پانچواں، نواں　　(ب)دوسرا، چھٹا، دسواں

(ج)تیسرا، ساتواں، گیارہواں،　　(د)چوتھا، آٹھواں، بارواں

8. . $12x\ 10^{-7}$ m چوڑائی کے سلٹ کے فراون ہوفر ڈفریکشن پیٹرن میں مرکزی روشن میکسیما کی نصف کونی چوڑائی کتنی ہے جب سلٹ طول موج 6000 Å کی یک رنگی روشنی سے روشن ہوتاہے۔

(ا)20°　　(ب)30°

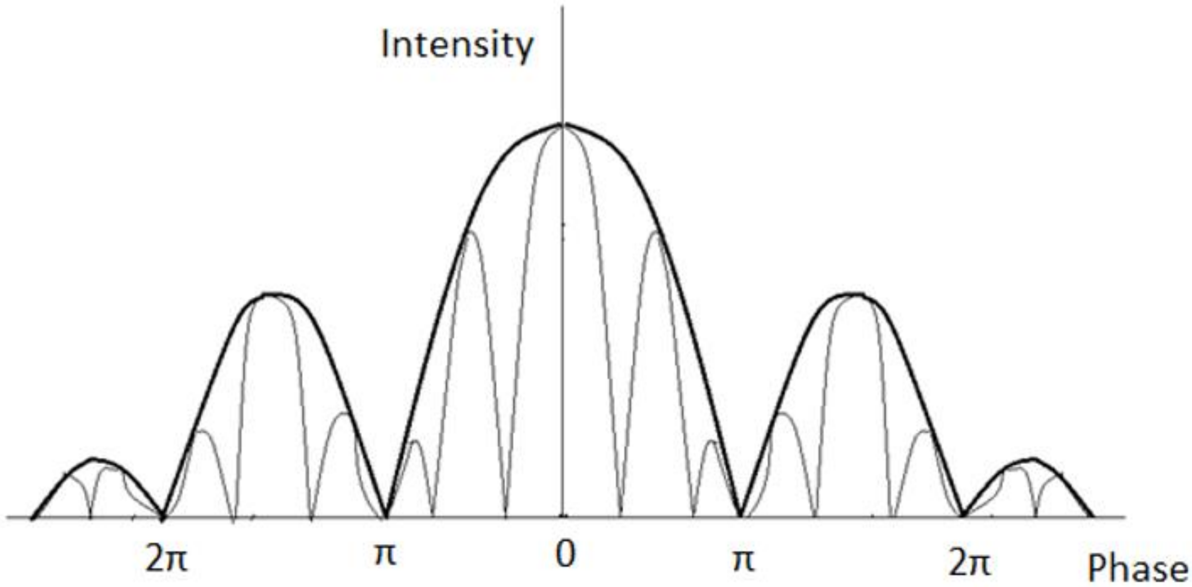
(ج)40°　　(د)50°

9. . 0.25 ملی میٹر چوڑائی کے ایک سلٹ کی وجہ سے مرکزی میکسیما اور مینیما پہلا آرڈر کے درمیان کونی علیحدگی، جب طول موج $5890\ A^0$ کی روشنی عام طور پر سلٹ پر واقع ہوتی ہے، ________ ہے۔

(ا)7.1منٹ　　(ب)8.1منٹ

(ج)9.1منٹ　　(د)10.1منٹ

10. مندرجہ ذیل پیٹرن کو کس تجربے کے لیے دیکھا جاتا ہے؟



شکل(13.12)

(ا)فیبری پیروٹ انٹرفیرومیٹر　　(ب)ڈبل سلٹ فراون ہوفر ڈفریکشن

(ج)سنگل سلٹ فراون ہوفر ڈفریکشن　　(د)فرینسل ڈفریکشن

13.11.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. Fraunhofer Diffraction کی تعریف کریں؟
2. Fraunhofer diffraction میں گم شدہ آرڈرز سے آپ کا کیا مطلب ہے؟
3. ایک سرکلر سلٹ میں فراون ہوفر کے پھیلاؤ پر بحث کریں؟
4. سپیکٹروسکوپی کے لیے ڈفریکشن گریٹنگ کی وضاحت کریں؟
5. لیزر ڈفریکشن کے تجربے پر بحث کریں؟

13.11.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. سلٹ سے پیدا ہونے والے انصراف کے اثرات کا حساب دیں۔ وضاحت کریں کہ کیا ہوتا ہے جب سلٹ کی چوڑائی بتدریج بڑھائی جاتی ہے اور یہ بھی کہ جب اسکرین کو آہستہ آہستہ سلٹ سے دور کیا جاتا ہے۔
2. سادہ ٹرانسمیشن گریٹنگ کا نظریہ دیں۔ اگر گریٹنگ کی شفافیت اور دھندلا پن کی چوڑائی برابر ہو تو کون سا خاص سپیکٹرا غائب ہو گا۔

13.11.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. طول موج کی روشنی 600 nm عام طور پر ایک انصراف گریٹنگ پر واقع ہوتی ہے۔ دو ملحقہ بیش ترین (Maxima) $\sin\theta = 0.2$ اور $\sin\theta = 0.3$ کے ذریعہ دیئے گئے زاویوں پر واقع ہوتے ہیں چوتھے آرڈر کیبیش ترین (Maxima) غائب ہیں۔
   (ا) ملحقہ سلٹ کے درمیان علیحدگی کیا ہے؟ (ب) اس گریٹنگ کی سب سے چھوٹی سلٹ چوڑائی کیا ہو سکتی ہے؟
   اس سلٹ کی چوڑائی کے لیے،
   (ج) سب سے بڑی،
   (د) دوسری بڑی،
   (ذ) اور grating کے ذریعہ تیار کردہ میکسیما کے آرڈر نمبر m کی تیسری بڑی قدریں کیا ہیں؟
2. ایک انصراف گریٹنگ 300 nm چوڑائی کے سلٹوں سے بنا ہے جس میں علیحدگی 900nm ہے۔ گریٹنگ عام واقعات پر طول موج $j = 600$ nm کی یک رنگی مستوی لہروں سے روشن ہوتی ہے۔ پورے پھیلاؤ کے پیٹرن میں کتنے بیش ترین (Maxima) ہیں؟

13.12 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
2. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
3. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.
4. Optics by Ajoy Ghatak
5. Optics and Atomic Physics by D.P>Khandelwal Himalaya Publishing House, New Delhi, 2015

اکائی 14۔ فرینسل انصراف

(Fresnal Diffraction)

اکائی کے اجزا

14.0 تمہید (Introduction)

فرینسل کا انصراف اس وقت ہوتا ہے جب یا تو مبدع سے رکاوٹ تک کا فاصلہ یا رکاوٹ سے اسکرین کا فاصلہ رکاوٹ کے سائز سے موازنہ ہو۔ یہ تقابلی فاصلے اور سائز منفرد اختلافی رویے کا باعث بنتے ہیں۔ Fraunhofer Diffraction کے لیے بنائے گئے تخمینے اب درست نہیں ہیں۔ روشنی کے منبع کو اب مہین فلم پر پلانر ویوفرنٹ نہیں سمجھا جا سکتا ہے کیونکہ اس کی ابتدا لامحدودیت پر ہونے کے لیے زیادہ وقت تک کی جاسکتی ہے۔ اسے ایک کروی ویوفرنٹ سمجھا جانا چاہیے۔

نیز، ایک خمیدہ ویوفرنٹ کے لیے متعلقہ مرحلے کا فرق مستقل نہیں ہے۔

مشاہدے کے مقام پر انفرادی روشنی کی لہروں (ثانوی لہروں) کے طول و عرض برابر نہیں ہیں کیونکہ ہر عنصر، یا ویوفرنٹ کے ذریعے طے کیے گئے فاصلے کو اب تقریباً برابر نہیں سمجھا جا سکتا ہے۔ لہذا، اسکرین پر روشنی کی شدت ایک نقطہ سے مختلف ہوتی ہے۔

تمام پیرامیٹرز (لمبائی، فاصلے، چوڑائی، وغیرہ) کو فرینسل ڈفریکشن کی ریاضیاتی تشریح میں ان کے تقابلی سائز کی وجہ سے غور کرنا چاہیے۔

کوئی بھی دیکھنے والی اسکرین پر ہر ایک نقطہ پر روشنی کی شدت کا تعین کر کے فرینسل کے انصراف کی وجہ سے انصراف کے پیٹرن کا تعین کر سکتا ہے۔

14.1 مقاصد (Objectives)

یہ اکائی میں اس بات کی وضاحت کی گئی ہے کہ:

- فرینسل ڈفریکشن: ہاف پیریڈ زونز کیسے کہتے ہے۔
- زون پلیٹ وضاحت کریں گے۔
- آدھے مدت کے زون کے تجزیہ کا استعمال کرتے ہوئے سیدھے کنارے، ایک سلٹ اور ایک تار کا فرینسل ڈفریکشن پیٹرن کو معلوم کریں گے۔

14.2 فرینسل کے مفروضے (Assumption of Fresnal)

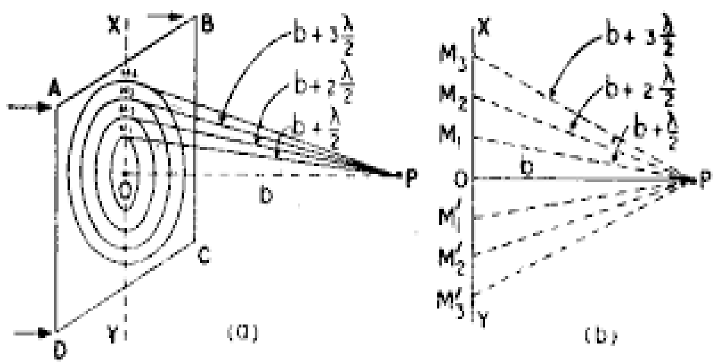
فرینسل نے 1815 میں، ویولیٹ کے Huygens کے اصول اور مداخلت کے اصول کو ملا کر رکاوٹوں کے گرد روشنی کے موڑنے اور روشنی کے rectilinear انصراف کی وضاحت کی۔

1. ہیوجینس کے اصول کے مطابق، ویوفرنٹ کا ہر ایک نقطہ (ویوفرنٹ ایک میڈیم میں پوائنٹس کا ایک لوکس ہے جو ایک ہی مرحلے میں ہل رہا ہے) ثانوی خلل کا ایک ذریعہ ہے اور ان پوائنٹس سے آنے والی لہریں رفتار کے ساتھ تمام سمتوں میں پھیل جاتی ہیں۔ روشنی کی ان لہروں کا لفافہ اگلی ویولیٹ تشکیل دیتا ہے۔

2. فرینیل کے مطابق، ایک ویوفرنٹ کو بڑی تعداد میں سٹرپس یا زونز میں تقسیم کیا جاسکتا ہے جسے چھوٹے علاقے کے فریسنل زون کہتے ہیں۔ کسی بھی نقطہ پر نتیجہ خیز اثر مختلف زونوں سے آنے والی تمام ثانوی لہروں کے مشترکہ اثر پر منحصر ہوگا۔
3. کسی خاص زون کی وجہ سے کسی نقطہ پر اثر زون سے نقطہ کے فاصلے پر منحصر ہے۔
4. اثر زیر غور زون کے حوالے سے نقطہ کی ترچھی پن (جھکاؤ) پر بھی منحصر ہوگا۔

14.3 فریسنل کے ہاف پیریڈ زونز میں موجیں (Fresnal Half Plate Zone Waves)

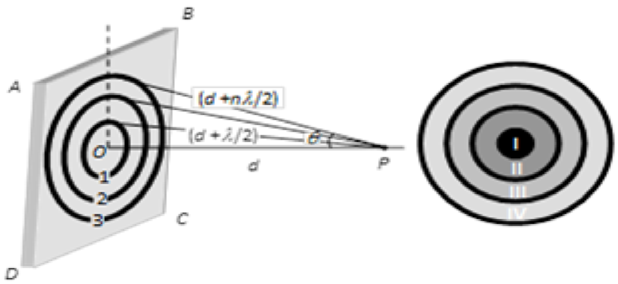
خاکہ مستوی کے ویوفرنٹ کو کاغذ کے ہوائی مستوی پر کھڑا ظاہر کرتا ہے۔ لہر کے سامنے سے ایک فاصلے پر ایک نقطہ P پر غور کریں جس پر لہر کی وجہ سے طول وعرض پایا جاتا ہے۔ پورے ویوفرنٹ کی وجہ سے P پر نتیجہ خیز طول وعرض کو تلاش کرنے کے لیے، فریسنل نے فرض کیا کہ ویوفرنٹ کو متعدد متمرکز نصف مدت کے زونز میں تقسیم کیا جائے جسے فریسنل کے ہاف پیریڈ زونز کہتے ہیں۔



شکل(14.1)

ہاف پیریڈ زونز((Half Period Zone(HPZ)

فرینیل کے مطابق پورے ویوفرنٹ کو زونز کے حصوں کی ایک بڑی تعداد میں تقسیم کیا جاسکتا ہے جو فریسنل کے ہاف پیریڈ زونز(HPZ) کے نام سے جانے جاتے ہیں۔ اسکرین پر کسی بھی نقطہ پر نتیجہ خیز اثر مختلف زونوں سے تمام ثانوی لہروں کے مشترکہ اثر کی وجہ سے ہوتا ہے۔



شکل(14.2)

فرض کریں کہ ABCD ایک مستوی لہر کا محاذ ہے۔ ہم نقطہ P پر اس کا اثر تلاش کرنا چاہتے ہیں جس کے مرکز میں P کے ساتھ نصف قطر کے دائرے (d+λ/2) پر غور کریں، پھر یہ کرہ لہر کے سامنے کو دائرے میں کاٹ دے گا۔

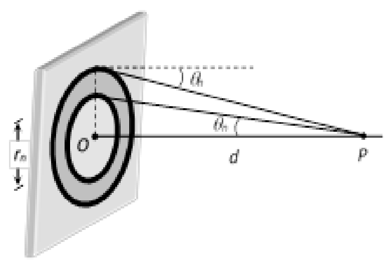
اس سرکلر زون کو فریسنیل کا پہلا HPZ (I) کہا جاتا ہے۔

نصف قطر (λ/2)2+b کا ایک دائرہ P پر مرکز کے ساتھ لہر کے محاذ کو دائرہ دو میں کاٹ دے گا، دائرہ 2 اور دائرہ 1 کے درمیان کنڈلی خطہ سیکنڈ HPZ (II) کہلاتا ہے۔

nth دائرہ اور $(n-1)^{th}$ دائرے کے درمیان منسلک پردیی علاقہ کو HPZ n^{th} کے طور پر بیان کیا گیا ہے

(1). HPZ کا نصف قطر:

n ویں HPZ کے لیے، یہ بذریعہ دیا جاتا ہے۔



شکل(14.3)

$r_n \propto \lambda^{0.5}$، $r_n=(nd\lambda)^{0.5}$

(2) HPZ کا رقبہ: n ویں HPZ کا رقبہ بذریعہ دیا گیا ہے۔

$=A_n$

n ویں دائرے کا رقبہ - (n−1) ویں دائرے کا رقبہ

$=\pi(r^2_n-r^2_{n-1}) = \pi d\lambda$

(3)مشاہداتی پوائنٹس P کا nth HPZ سے اوسط فاصلہ:

$d_n=(r_n+r_{n-1})/2=b+(2n-1)\ \lambda/4$

(4) HPZ کے درمیان مرحلے کا فرق:

دو لگاتار HPZ سے شروع ہونے والی لہروں اور نقطہ P تک پہنچنے کے درمیان مرحلے کا فرق π ہے (یا راستے کا فرق λ/2 ہے، وقت کا فرق T_2 ہے)۔

کسی بھی دو برابر یا پرانے نمبر HPZ کے درمیان مرحلے کا فرق 2π ہے۔

(5) HPZ کا طول و عرض:

nویں HPZ کی وجہ سے پوائنٹ P پر روشنی کا طول و عرض ہے

$R_n \propto A_n/dn\ (1+\cos\theta n)$

جہاں

A_n= nth HPZ کا رقبہ، dn= nth HPZ کا اوسط فاصلہ، (1+cosθn) = obliquity factor

n کی قدر بڑھنے پر، R_n کی قدر آہستہ آہستہ کم ہوتی چلی جاتی ہے یعنی

$R_n<R_{n-1}<----<R_4<R_3<R_2<R_1$

(6) نتیجہ خیز طول و عرض:

دو مسلسل HPZ کے طول و عرض P پر مخالف مرحلے میں ملتے ہیں۔

لہذا P پر نتیجہ خیز طول و عرض

$R=R_1-R_2+R_3-R_4+.........(-1)n\text{-}1R_n$

جب n=∞، پھر $R_{n-1}=R_n=0$، اس لیے

$R=R_1/2$

یعنی، HPZ کی بڑی تعداد کے لیے، پوری لہر کے سامنے کی وجہ سے پوائنٹ P پر روشنی کا طول و عرض پہلے HPZ کی وجہ سے نصف طول و عرض ہے۔

لگاتار HPZ کی وجہ سے طول و عرض کا تناسب مستقل ہے اور 1 سے کم ہے

$$\frac{Rn}{Rn-1}\ldots\ldots\frac{R5}{R4}=\frac{R4}{R3}=\frac{R3}{R2}=\frac{R2}{R1}=k$$

(جہاں $k<1$)

(7)نتیجے کی شدت:

شدت$\propto$ (طول و عرض)^2

کے لیے

$I \propto R_1^2/4 \propto I^1/4, n=\infty$

یعنی پوری لہر کے سامنے کی وجہ سے نتیجے کی شدت پہلے HPZ کی وجہ سے 1/4 ہے۔

14.4 زون پلیٹ(Zone Plate)

یہ ایک الگ الگ آلہ ہے جو تجرباتی طور پر انصراف کے اثر کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

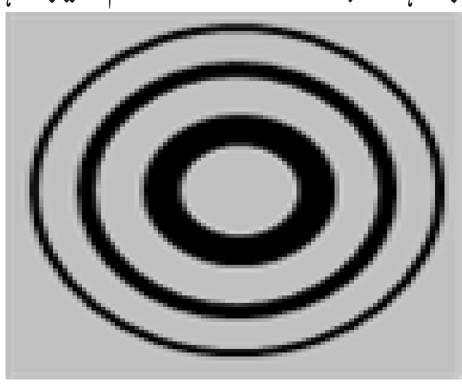
(1) یہ شیشے کی پلیٹ پر اس پر متعدد مرتکز دائرے بنا کر بنتا ہے جن کا نصف قطر اس کے تناسب میں ہوتا ہے۔

$$\sqrt{1}:\sqrt{2}:\sqrt{3}: \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\ ie\ r \propto \sqrt{n}$$

اس پلیٹ سے کچھ مخصوص فاصلے کے لیے دائرے HPZ's of the Fresnel's theory کے ساتھ ملتے ہیں۔(متبادل زون کو مبہم بنادیا گیا ہے)۔

(2)مثبت زون پلیٹ:

جب طاق زون کو روشنی کے لیے شفاف رکھا جاتا ہے اور یہاں تک کہ زون کو بھی مبہم بنادیا جاتا ہے، تو اسے مثبت زون پلیٹ کہا جاتا ہے۔



شکل(14.4)

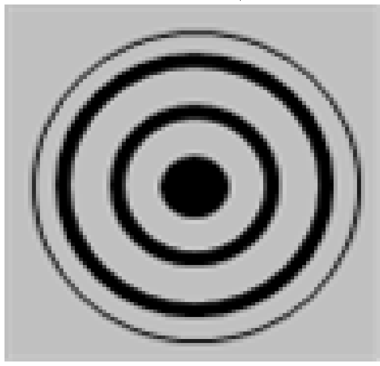
اس زون پلیٹ کی وجہ سے نتیجہ خیز طول و عرض ہے۔

$R=R_1+R_3+R_5$

اس طرح روشنی کی شدت میں بے پناہ اضافہ ہوتا ہے۔

(3) منفی زون پلیٹ:

جب بھی زون کو ہلکے سے شفاف رکھا جاتا ہے اور طاق زون کو مبہم بنادیا جاتا ہے تو اسے منفی زون پلیٹ کہا جاتا ہے۔



شکل(14.5)

اس زون پلیٹ کی وجہ سے نتیجہ خیز طول وعرض ہے۔

$$R=R_2+R_4+R_6$$

(4)زون پلیٹ محدب لینس کی طرح برتاؤ کرتی ہے۔ہوائی لہر کے سامنے کے لیے ماخذ کی تصویر d فاصلے پر بنتی ہے یعنی d اصولی فوکل لینتھ یا پہلی فوکل لینتھ کے برابر ہے۔

$$f_1=d=r^2/\lambda$$

(5)زون پلیٹ کے ایک سے زیادہ focii کی طرف سے دیئے گئے ہیں

$$fp=r^2/(2p-1)\lambda$$

جہاں foci .... ,3 ,2 ,1 = p کی ترتیب کو ظاہر کرتا ہے۔

(6)اگر زون پلیٹ پر n ویں دائرے کا نصف قطر r_n ہے، تو r_n کے لحاظ سے پرنسپل فوکل لمبائی

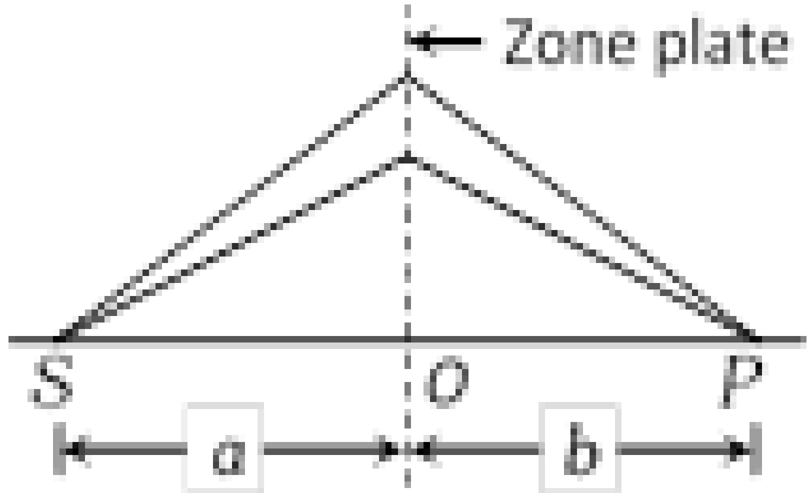
$$f_1=r_n^2/n\lambda$$

دیگر فوکل لمبائی

$$f_p=r_n^2/(2p-1)n\lambda$$

(7)اگر a زون پلیٹ سے ماخذ کا فاصلہ ہے، تو نقطہ کا فاصلہ b جہاں میکسیما شدت کا مشاہدہ کیا جاتا ہے

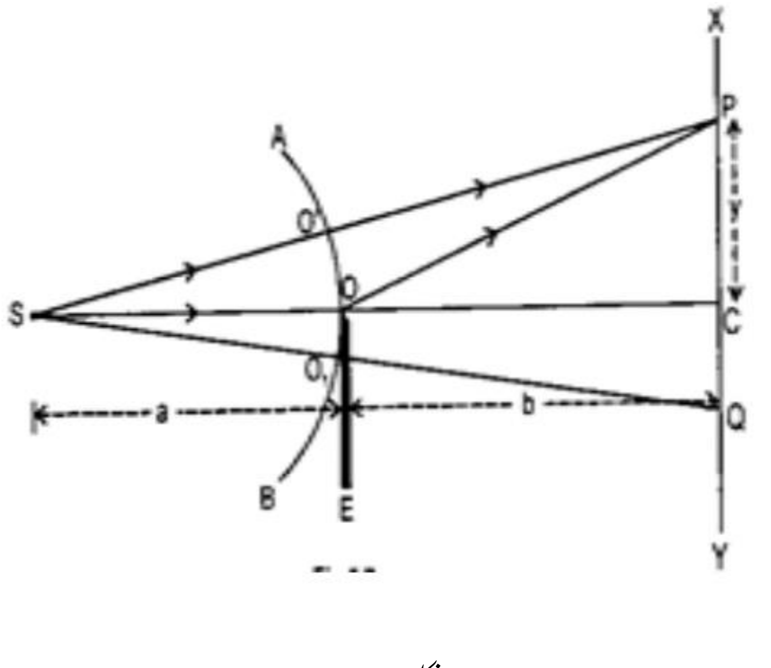
$$a+1/b=n\lambda/r_n^2/1$$



ایک سیدھے کنارے پر انصراف

شکل(14.6)

شکل میں،S طول موج λ کی ایک تنگ مستطیل سلٹ روشن روشنی ہے۔OE سیدھا کنارہ ہے(مبہم چیز جو عمودی مستوی میں آدھے سلٹ کو ڈھانپتی ہے)،AB بیلنا کار ویوفرنٹ ہے، XY اسکرین ہے۔CX انصراف کے کنارے کا خطہ ہے اور CY میں کم ہوتی ہوئی شدت کی روشنی ہے۔



شکل(14.7)

اسکرین پر C سے y کے فاصلے پر P کی شدت O' کے اوپر ویوفرنٹ AB کے اوپری حصے کی وجہ سے ہے اور یہ ویوفرنٹ کے کھلے ہوئے حصے OO کی وجہ سے ہے۔O' کے اوپری نصف کی وجہ سے P پر طول و عرض $m_1/2$= ہے۔اگر حصہ OO میں ایک آدھے دورانیے کی پٹی ہے، تو P پر کل طول و عرض

$= m_1/2 + m_1 = 3m_1/2$ (میکسیما طول و عرض)

اگر OO' میں دو نصف مدت کی پٹیاں ہوں، تو P پر کل طول و عرض

$= m_1/2 + m_1 - m_2 = 3m_1/2 - m_2$ (مینیما طول و عرض)

جب خطے OO' میں طاق نصف مدت کی پٹیاں ہوتی ہیں تو طول و عرض میکسیما ہوتا ہے اور نصف مدت کے لیے بھی یہ کم سے کم ہوتا ہے۔

C کے اوپر، اسکرین پر متبادل بیش ترین (Maxima) اور منیما کا ایک انصراف پیٹرن دیکھا گیا ہے۔ جیسے جیسے اسکرین پر فاصلہ بڑھتا ہے، شدت یکساں ہو جاتی ہے۔

میکسما اور منیما کے انصراف پیٹرن کی شرائط:

O اور O' سے P تک پہنچنے والی لہروں کے درمیان راستے کا فرق ہے۔

$\delta = PO - PO'$

اگر δ $\lambda/2$ کا طاق ضرب ہے تو P پر طول و عرض میکسیما ہے۔ یعنی،

$$\delta = PO - PO' = \frac{(2n+1)\lambda}{2} \dots\dots\dots\dots (1)$$

اگر δ $\lambda/2$ کا بھی ضرب ہے تو P پر طول و عرض کم سے کم ہے۔ یعنی،

$$\delta = PO - PO' = \frac{(2n)\lambda}{2} = n\lambda \dots\dots\dots\dots (2)$$

جہاں n = 0، 1، 2، 3

خاکہ سے،

$$PO = \sqrt{OC^2 + CP^2}$$

$$= \sqrt{b^2 + y^2} = b\left[1 + \frac{y^2}{b^2}\right]^{\frac{1}{2}} = b\left[1 + \frac{y^2}{2b^2}\right]$$

$$PO = b + \frac{y^2}{2b}$$

$$PO' = SP - SO' = \sqrt{SC^2 + CP^2} - SO'$$

$$= \sqrt{(a+b)^2 + y^2} - a$$

$$= (a+b)\left[1 + \frac{y^2}{(a+b)^2}\right]^{\frac{1}{2}} - a$$

$$PO' = (a+b)\left[1 + \frac{y^2}{2(a+b)^2}\right] - a = b + \frac{y^2}{2(a+b)}$$

$$PO - PO' = (b)\left[1 + \frac{y^2}{2(b)}\right] - b + \frac{y^2}{2(a+b)}$$

$$PO - PO' = \frac{ay^2 + by^2 - by^2}{2b(a+b)} = \frac{ay^2}{2b(a+b)} \dots\dots\dots(3)$$

مساوات (3) کا (1) سے موازنہ کرتے ہوئے، میکسیما کی شرط ہے۔

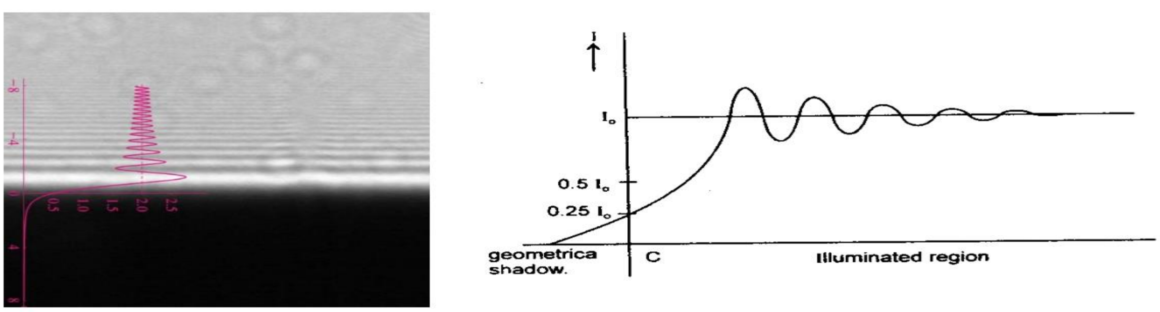
$$\frac{ay^2}{2b(a+b)} = \frac{(2n+1)\lambda}{2} \quad 0r \quad y^2 = \frac{2b(a+b)(2n+1)\lambda}{2a}$$

یہ مرکز C سے میکسیما n ویں کا فاصلہ ہے۔ مساوات (3) کا (2) سے موازنہ کرتے ہوئے، مینیما شرط ہے $ay\ 2/2b(a+b) = n\lambda$

یا

$$y_n = \sqrt{\frac{2b(a+b)n\lambda}{a}}$$

یہ مرکز C سے nth مینیما فاصلہ ہے۔ خاکہ سیدھے کنارے کی وجہ سے انصراف کا نمونہ دکھاتا ہے۔



شکل (14.8)

گراف سیدھے کنارے پر انصراف کی وجہ سے شدت کی تقسیم کو ظاہر کرتا ہے۔اسکرین XY پر شدت صرف ویوفرنٹ AB کے اوپری حصے کی وجہ سے ہے کیونکہ نچلا نصف بلاک ہے۔C پر نتیجہ خیز طول وعرض $m_1/2$ ہے اور C پر شدت $m_2/4$ ہے۔یہ شدت کے مقابلے میں شدت کا ایک چوتھائی ہے جب پورا ویوفرنٹ سامنے آتا ہے۔

14.5 ہندسی سائے کے اندر شدت (Intensity within the Geometric shade)

سائے کے علاقے میں اسکرین پر ایک پوائنٹ Q کے لیے، O^1 ویوفرنٹ AB کا قطب ہے۔O^1 کے نیچے کے علاقے سے روشنی منقطع ہے۔اس کے علاوہ، بالائی علاقے OO1 کا کچھ حصہ منقطع ہے۔اگر O^1 سے اوپر کا خطہ O تک صرف پہلے نصف پیریڈ زون کو کاٹتا ہے، تو Q پر طول وعرض دیگر زونز کی وجہ سے ہے

$$m_2 - m_3 + m_4 - m_5.... . = m_2/2$$

اگر یہ دو زونوں کو کاٹتا ہے، تو طول وعرض $=m_3/2$ وغیرہ۔اس طرح، شدت ابتدائی طور پر تیزی سے کم ہوتی ہے اور پھر آہستہ آہستہ جب ہم ہندسی سائے میں آگے بڑھتے ہیں۔

بابینٹ کا اصول یہ بتاتا ہے کہ ایک مبہم جسم سے انصراف کا نمونہ ایک ہی سائز اور شکل کے سوراخ سے یکساں ہوتا ہے سوائے مجموعی طور پر فارورڈ بیم کی شدت کے۔ایک ہی تار کی وجہ سے انصراف کا پیٹرن ایک ہی سائز کے ایک سلٹ کی وجہ سے ایک جیسا ہے۔چونکہ تار کی موٹائی بہت چھوٹی ہے، مساوی سلٹ کی چوڑائی بھی چھوٹی ہے اور اس وجہ سے انصراف کے کنارے چوڑے ہیں۔

فرض کریں کہ B اصل اختلافی جسم ہے، اور B' اس کا تکمیلی ہے، یعنی ایسا جسم جو شفاف ہے۔B اور B^1 کی وجہ سے تابکاری کے نمونوں کا مجموعہ بلا روک ٹوک بیم کے تابکاری پیٹرن کے برابر ہونا چاہیے۔ان جگہوں پر جہاں غیر منقطع بیم نہیں پہنچی ہو گی، اس کا مطلب ہے کہ B اور B^1 کی وجہ سے ہونے والے تابکاری کے نمونے فیز میں مخالف ہونے چاہئیں، لیکن طول وعرض میں برابر ہوں۔

مہین فلمز یا معلوم سائز اور شکل کے جسموں سے انصراف کے پیٹرن کا موازنہ اس چیز کے پیٹرن سے کیا جاتا ہے جس کی پیائش کی جاتی ہے۔مثال کے طور پر، خون کے سرخ خلیات کے سائز کو ان کے انصراف کے پیٹرن کو چھوٹے سوراخوں کی ایک صف سے موازنہ کر کے معلوم کیا جا سکتا ہے۔بابینٹ کے اصول کا ایک نتیجہ معدومیت کا تضاد ہے، جس میں کہا گیا ہے کہ انصراف کی حد میں، کسی ذرے کی وجہ سے بیم سے خارج ہونے والی تابکاری ذرہ کے کراس سیکشن کے بہاؤ کے دوگنا کے برابر ہے۔اس کی وجہ یہ ہے کہ جذب ہونے یا منعکس ہونے والی تابکاری کی مقدار ذرہ کے کراس سیکشن کے ذریعے بہاؤ کے برابر ہے، لیکن بابینٹ کے اصول کے مطابق آگے کی طرف منتشر ہونے والی روشنی وہی ہے جو ایک ذرے کی شکل کے سوراخ سے گزرتی ہے۔اس طرح آگے کی روشنی کی مقدار بھی ذرہ کے کراس سیکشن کے ذریعے بہاؤ کے برابر ہوتی ہے۔

یہ اصول اکثر آپٹکس میں استعمال ہوتا ہے لیکن یہ برقی مقناطیسی تابکاری کی دوسری شکلوں کے لیے بھی درست ہے اور در حقیقت یہ انصراف کا ایک عمومی نظریہ ہے۔بابینٹ کا اصول سائز اور شکل میں مساوات کا پتہ لگانے کی صلاحیت میں سب سے زیادہ استعمال کرتا ہے۔

14.6 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

طول موج $1000\ \mathring{A}$ کی روشنی کے ایک مستوی ویو فرنٹ کو مہین فلم سے گزرنے کی اجازت دی جاتی ہے اور اپرچر سے m_1 کے فاصلے پر رکھی گئی سکرین پر ایک ڈفریکشن پیٹرن حاصل کیا جاتا ہے۔ 1000 ویں نصف پیریڈ زون کا رداس اور رقبہ تلاش کریں۔

حل:

$$\lambda = 1000 \times 10^{-2}\ \mathrm{m} = 10^{-7}, \mathrm{b} = 1\mathrm{m}, \mathrm{n} = 1000$$

ہم جانتے ہیں کہ nth زون کا رداس r_n

$$R_n = (nb\lambda)^{0.5}$$

$$, r_{1000} = (1000 \times 1 \times 10^{-7})0.5 = 10^{-2}\ m = 1\ cm$$

زون کا رقبہ $= (nb\lambda)$

$$3.14 \times 1 \times 10^{-7} = 3.14 \times 10^{-7} m^2$$

حل شدہ مثال 2

طول موج کی روشنی 5×10^{-7} میٹر کسی سوراخ پر واقع ہونے کے لیے بنائی گئی ہے، سوراخ سے 1.0 میٹر کے فاصلے پر ایک نقطہ کے حوالے سے سوراخ کے اندر پڑے ہوئے نصف پیریڈ زونز کی تعداد کا حساب لگائیں اگر رداس سوراخ کا ہے (1) 10^{-3} میٹر اور 10^{-2} میٹر

حل: یہ دیا گیا ہے کہ

$$,\lambda = 5 \times 10^{-7} m$$

$b = 1m$ اگر A_n رداس r_n کے سوراخ کا رقبہ ہے جس میں ہر ایک رقبہ rb^2 کے n-ہف پیریڈ زونز پر مشتمل ہے۔ پھر، ہمارے پاس ہے،

$$A_n = \pi r_n^2 = n\ \pi b\lambda$$

$$R_n = 10^{-3}$$

اوپر دی گئی مساوات کا استعمال کر کے

$$\pi \times (10^{-3})^2 = n \times \pi \times 1 \times 5 \times 10^{-7}$$

$$n = 10^{-6}/5 \times 10^{-7} = 2$$

$$r_n = 10^{-2}$$

$$\pi \times (10^{-2})^2 = n \times \pi \times 1 \times 5 \times 10^{-7}$$

$$n = 10^{-4} / 5 \times 10^{-7} = 200$$

14.7 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس اکائی میں آپ نے مطالعہ کیا ہے کہ ہیوگینس کا اصول انصراف کے رجحان کی وضاحت کے لیے بنیادی اصول ہے۔ انصراف بنیادی طور پر ثانوی طول موجوں کی مداخلت کی وجہ سے ہوتا ہے، جب بھی کوئی لہر کسی چیز یا مہین فلم کا سامنا کرتی ہے، جس کا سائز روشنی کی طول موج کے مقابلے ہوتا ہے۔ تصور کو مزید واضح کرنے کے لیے مداخلت اور انصراف کے درمیان فرق کو واضح کرنے کے لیے نصف مدت کے زونز اور زون پلیٹ کی تعمیر اور تھیوری کی وضاحت کی گئی ہے۔ یہ کہا جاتا ہے کہ b<<1 کے لیے نصف مدت والے زون کا ریڈیائی قدرتی اعداد کے مربع جڑ کے متناسب ہے اور زون کے علاقے ایک جیسے ہیں۔ رداس اور رقبہ کے اظہار $\sqrt{(n\lambda b)}$ اور $n\lambda b$ کے ذریعہ دیئے گئے ہیں۔ اگر واقعہ ویو فرنٹ میں ہاف پیریڈ زونز کی ایک بڑی تعداد شامل ہے اور تمام زونز ایکسپوز ہیں تو اسکرین پر کسی نقطہ پر نتیجہ کا طول و عرض پہلے زون کی وجہ سے نصف کے برابر ہوگا، یعنی $u_1/2$۔ زون تھیوری کی مدد سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ روشنی ایک ریکٹلینر راستے پر پھیلتی ہے۔

14.8 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **زون پلیٹ:** زون پلیٹ ایک ایسا آلہ ہے جو روشنی یا دیگر چیزوں کو فوکس کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے جو لہر کے کردار کو ظاہر کرتا ہے۔
- **نصف مدت زون:** پہلے دائرے کا رقبہ (نصف قطر $= r_1$) 'پہلے ہاف پیریڈ زون' کہلاتا ہے۔
- **فرینسل کا انصراف:** "Fresnel diffraction" کا مطلب ہے ایک ایسا انصراف رجحان جہاں الیکٹران کا منبع اور مشاہداتی نقطہ یا دونوں کسی چیز سے ایک محدود فاصلے پر واقع ہوں، اس طرح واقعہ کی لہر یا خارجی لہر کو طیارہ کی لہر کے طور پر شمار نہیں کیا جا سکتا۔
- **الٹا**- مخالف، برعکس، الٹ۔
- **تصویر کشی:** بیان کرنے کے لیے
- **الگ**-ایک جیسی نہیں، الگ، انفرادی، قسم یا معیار میں مختلف، برعکس۔

14.9 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

14.9.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. فرینسل ڈفریکشن میں کتنے لینس استعمال ہوتے ہیں؟

(ا) دو محدب لینس (ب) دو مقعر لینز

(ج)ایک محدب لینس　　　　(د)کوئی لینس استعمال نہیں کیا گیا

2. مندرجہ ذیل میں سے کس کو obliquity factor کہا جاتا ہے؟

(ا)$\cos\theta$　　　　(ب)$\sin \Theta$

(ج)$1 + \cos\theta$　　　　(د)$1 + \sin\theta$

3. فریسنل کے پھیلاؤ میں، خمیدہ ویوفرنٹ کے درمیان رشتہ دار مرحلے کا فرق____________ ہے

(ا)مستقل　　　　(ب)صفر

(ج)لکیری طور پر بڑھ رہا ہے　　　　(د)غیر مستقل

4. سنگل سلٹ فریسنل ڈفریکشن کے مقابلے میں سنگل سلٹ فرون ہوفر ڈفریکشن کے لیے دیکھے گئے پیٹرن میں کیا فرق ہے؟

(ا)پیٹرن ہائپربولک نہیں ہے　　　　(ب)کنارے بہت پتلے ہیں۔

(ج)کم از کم شدت کا علاقہ مکمل طور پر اندھیرا نہیں ہے　　　　(د)کنارے رنگین ہیں۔

5. نصف مدت زون کا رداس____________ کے متناسب ہے

(ا)روشنی کی طول موج　　　　(ب)روشنی کی فریکوئنسی کا مربع جڑ

(ج)طول موج کی روشنی کا مربع جڑ　　　　(د)روشنی کی تعدد

6. پورے ویوفرنٹ کی وجہ سے O پر شدت پہلے ہاف پیریڈ زون کی وجہ سے x گنا ہے۔ x کیا ہے؟

(ا)4　　　　(ب)2

(ج)½　　　　(د)1/4

7. $5000\ A^0$ کی روشنی رداس 1 سینٹی میٹر کے ایک گول سوراخ پر واقع ہے۔ اگر اسکرین کو 1 میٹر کے فاصلے پر رکھا جائے تو دائرے میں کتنے ہاف پیریڈ زونز ہوتے ہیں؟

(ا) 20　　　　(ب) 2 00

(ج) 2000　　　　(د) 20000

8. $6000A^0$ کی روشنی ایک گول سوراخ پر واقع ہوتی ہے اور 50 سینٹی میٹر دور اسکرین پر موصول ہوتی ہے۔ سوراخ کا رداس کیا ہے، اگر اسکرین پر روشنی کی شدت سوراخ کے بغیر شدت سے 4 گنا ہے؟

(ا)40.025 سینٹی میٹر　　　　(ب)20.047 سینٹی میٹر

(ج)1/20.054 سینٹی میٹر　　　　(د)1/40.089 سینٹی میٹر

9. زون پلیٹ ______________ کی طرح برتاؤ کرتی ہے

(ا)متعدد فوکی کے ساتھ مقعر لینس　　　　(ب)ایک سے زیادہ فوکی کے ساتھ محدب لینس

(ج)واحد فوکی کے ساتھ محدب لینس　　　　(د)سنگل فوکی کے ساتھ مقعر لینس۔

10. طول موج $5000A^0$ کی روشنی کے لیے فوکل لینتھ 25 سینٹی میٹر کی زون پلیٹ میں پہلے زون کا رداس _____ ہے

(ا) 0.01 سینٹی میٹر　　　　(ب) 0.02 سینٹی میٹر

(ج) 0.03 سینٹی میٹر　　　　(د)0.04 سینٹی میٹر

14.9.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات(Short Answer Type Questions)

1. زون پلیٹ میں ایک سے زیادہ فوکی کیوں ہے؟
2. پھیلاؤ میں زون پلیٹ کیا ہے؟
3. ہاف پیریڈ زون پلیٹ کیا ہے؟
4. Obliquityعامل کیا ہے؟
5. Fresnelمفروضے کیا ہیں؟

14.9.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ایک زون پلیٹ کے لیے محوری نقطہ ماخذ کے لیے، تصاویر کی ایک سیریز حاصل کی جاتی ہے۔اگر تیز ترین تصویر 30 سینٹی میٹر پر حاصل کی گئی ہے اور ماخذ کے دوسری طرف 6 سینٹی میٹر پر اگلی تیز ترین تصویر حاصل کی گئی ہے، تو زون پلیٹ سے ماخذ کی دوری کا حساب لگائیں۔
2. طول موج $4000A^0$ کی روشنی کے لیے، اس سے 20 سینٹی میٹر کے فاصلے پر رکھی کسی چیز کے لیے 20 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ایک زون پلیٹ کے ذریعے روشن ترین تصویر بنتی ہے۔اس پلیٹ کے 1 سینٹی میٹر کے رداس میں فرینسل کے زون کی تعداد کا حساب لگائیں۔

14.9.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. مستوی کے ویوفرنٹ کے لیے پہلے دو ہاف پیریڈ زونز کے ریڈیائی اور علاقوں کا حساب لگائیں۔ مشاہدے کا نقطہ ویوفرنٹ سے 1.0 میٹر کے فاصلے پر ہے اور روشنی کی طول موج $4900\ A^0$ ہے۔
2. طول موج $5000A^0$ کی روشنی کو زون پلیٹ پر گرنے کی اجازت ہے جس کے لیے پہلے زون کا رداس سینٹی $3x10^{-2}$ میٹر ہے۔اس زون پلیٹ کے لیے پہلی تین فوکل لمبائی تلاش کریں۔

14.10 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

1. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
2. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
3. Resnick, Robert, David Halliday, and Kenneth S. Krane. Physics. New York: Wiley, 2002.
4. A textbook of Optics by Brij Lal and Subramania
5. Optics by Ajay Ghatak
6. Physical Optics and Lasers by J.P. Agrawal

اکائی 15۔ تقطیب

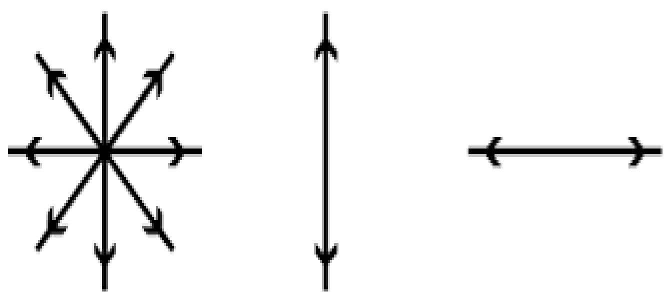
(Polarozation)

اکائی کے اجزا

15.0 تمہید (Introduction)

مداخلت اور انصراف نے ثابت کیا کہ روشنی ایک لہر ہے اور ہم نے اس کی طول موج معلوم کرنے کے طریقوں پر تبادلہ خیال کیا۔ پولرائزیشن نے ظاہر کیا کہ روشنی ایک ٹرانسورس لہر ہے کیونکہ یہ صرف ٹرانسورس لہروں کے ذریعہ ظاہر ہوتی ہے۔ پولرائزیشن کو غیر امدادی انسانی آنکھ سے نہیں دیکھا جاسکتا۔ ٹرانسورس لہریں وہ لہریں ہیں جن میں ذرات پھیلاؤ کی سمت کے لئے کھڑے ہو جاتے ہیں۔ طول البلد لہریں وہ لہریں ہیں جن میں ذرات پھیلاؤ کی سمت کے متوازی گھومتے ہیں۔

پولرائزیشن ایک ٹرانسورس لہر کے لئے کمپن کی ترجیحی سمتوں کا وجود ہے۔ غیر قطبی روشنی میں، E یا B کی کمپن بے ترتیب سمتیوں میں ہوتی ہے۔ اگر دولن کی سمت سختی سے مستوی تک محدود ہو تو لہر کو مستوی پولرائز ڈ یا قطبی پولرائز کہا جاتا ہے۔ E اور k پر مشتمل مستوی کمپن کا مستوی کہلاتا ہے اور H اور k پر مشتمل پلین پولرائزیشن کا مستوی کہلاتا ہے۔ اگر E ویکٹر کی نوک سیدھی لکیر کا پتہ دیتی ہے تو اسے لکیری پولرائز کہا جاتا ہے۔ اگر E ویکٹر کی نوک ایک دائرے کا پتہ لگاتی ہے، تو اسے دائرہ دار قطبی روشنی کہا جاتا ہے، یا تو دائیں ہاتھ یا بائیں ہاتھ۔



تصویر: پولرائزڈ نور

شکل (15.1)

عام روشنی جسے غیر قطبی روشنی بھی کہا جاتا ہے، تمام مستویوں میں کمپن کی ایک بہت بڑی تعداد پر مشتمل ہوتی ہے جس کے پھیلاؤ کی سمت تک صحیح زاویوں پر مساوی امکانات ہوتے ہیں۔ لہذا، غیر قطبی روشنی کو ستارے یا تیر اور نقطوں سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ مستوی پولرائزڈ نور میں سیدھی لکیر کے ساتھ کمپن ہوتی ہے۔ اگر کمپن کی سمت کاغذ کے مستوی کے متوازی ہے، تو اس کی نمائندگی سیدھی لکیر والے تیر سے ہوتی ہے۔ اگر کمپن کی سمت کاغذ کے مستوی پر کھڑا ہے، تو اسے ایک نقطے سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

15.1 مقاصد (Objectives)

آپ کو اس مظہر کو سمجھنے میں مدد دینے کے لیے یہ اکائی میں ہم ذیل اجزا پر غور کریں گے۔

- روشنی کی لہروں کی ٹرانسورس فطرت کو وضاحت کریں گے۔
- مستوی پولرائزڈ نور —پیداوار اور تجزیہ معلوم کر سکھیں گے۔
- سرکلر اور بیضوی پولرائزیشن میں فراق کی وضاحت کریں گے۔
- نکول کا پرزم کیسے طرح بناتے ہے معلوم کریں گے۔

15.2 پولرائزڈ نور (Polarised Light)

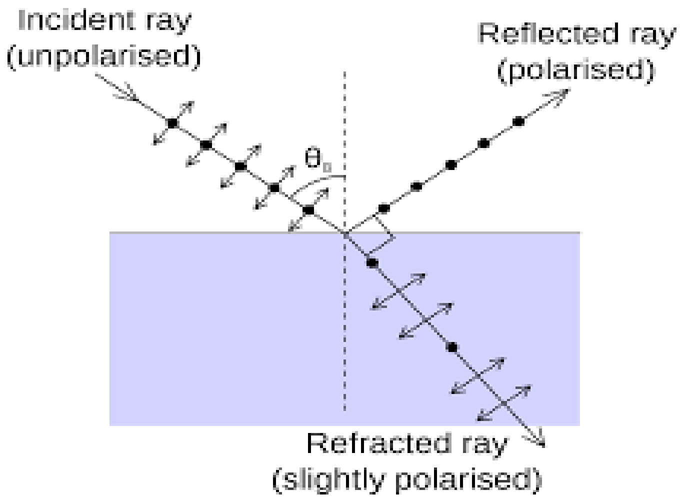
پولرائزڈ روشنی غیر قطبی روشنی سے چار مظاہر کے ذریعے پیدا کی جاسکتی ہے۔

1. عکاسی
2. منتخب جذب یا ٹرانسمیشن
3. ڈبل ریفریکشن
4. بکھرنا

15.2.1 عکس (Reflection)

جب غیر قطبی روشنی منعکس کرنے والی سطح پر واقع ہوتی ہے، تو منعکس شدہ روشنی کو دو اجزاء میں حل کیا جاسکتا ہے۔اس مستوی کے متوازی برقی میدان کے جزو کو p-like (متوازی) کہا جاتا ہے اور اس مستوی پر کھڑے جزو کو s-like (لمبائی) کہا جاتا ہے۔

پولرائزڈ روشنی اس کے برقی میدان کے ساتھ واقعات کے مستوی کے ساتھ اس طرح p-polarized سے تعبیر کیا جاتا ہے، جب کہ روشنی جس کا برقی فیلڈ حادثوں کے مستوی کے لیے نارمل ہوا سے s- پولرائز کہا جاتا ہے۔ان اجزاء میں سے ہر ایک انفرادی طور پر پولرائزڈ ہیں۔ بریوسٹر کے زاویہ پر، منعکس شدہ شعاع میں صرف s- جزو ہوتا ہے جو 15% ہے، اور ریفریکٹڈ شعاع s & p دونوں اجزاء کا مرکب ہے۔



بریوسٹر کا قانون

شکل(15.2)

سنیل کے قانون سے

$$Sin(i) / Sin(r)= n_2 /n_1 = \sin \Theta_p /\sin(r)$$

ہم جانتے ہے:

$$\Theta_p + 90 + r = 180^o$$

$$r = 90 - \Theta_p$$

$$Sin\ \Theta_p / \sin(\Theta_p - 90) = Sin\ \Theta_p / Cos\Theta_p = \tan\Theta_p = n_2 / n_1$$

جہاں θp کو Brewster's angle کہا جاتا ہے۔

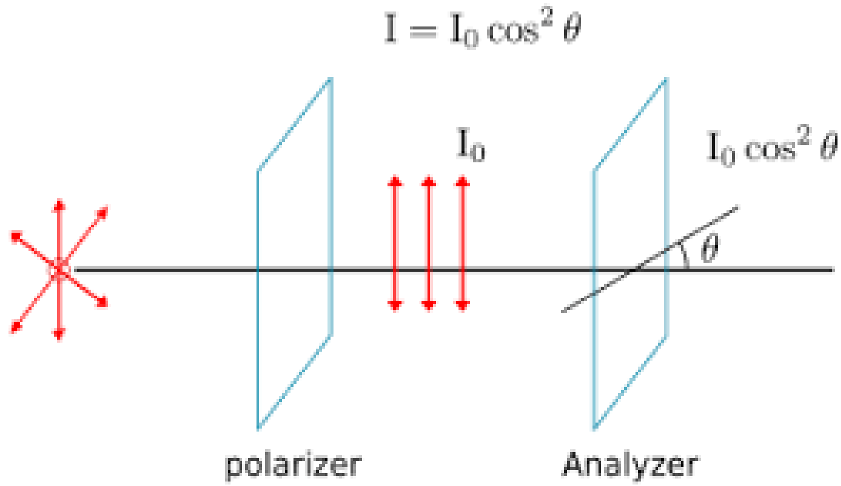
اور

$$\Theta_p = \sin^{-1}(n_2/n_1)$$

15.2.2 منتخب جذب یاٹرانسمیشن (Transmission)

پلیٹ P ایک پولرائزر ہے جوان پر بے ترتیب کمپن کے واقعے سے صرف ایک سمت کی کمپن کی اجازت دیتا ہے۔ پلیٹ A ایک تجزیہ کار ہے جو صرف اس جزو کی لہر کی اجازت دیتا ہے، جو کسی خاص مستوی میں پولرائز ہوتا ہے اور اس طرح اس کے پولرائزیشن کے مستوی کی شناخت کرتا ہے۔ ایک پولرائزر اور ایک تجزیہ کار روشنی پر ایک ہی اثر رکھتے ہیں اور اسی طرح سے بنائے جاتے ہیں۔ لہذا، ایک ہی ڈیوائس کو پولرائزر یا تجزیہ کار کے طور پر استعمال کیا جا سکتا ہے۔

1809 میں، مالس نے تجزیہ کار کے ذریعے منتقل ہونے والی روشنی کی شدت سے متعلق ایک قانون دریافت کیا۔ مالس کے مطابق، جب ایک مکمل مستوی پولرائزڈ روشنی تجزیہ کار پر واقع ہوتی ہے، تو تجزیہ کار کے ذریعے منتقل ہونے والی پولرائزڈ روشنی کی شدت مختلف ہوتی ہے کیونکہ تجزیہ کار کے ٹرانسمیشن کے مستوی اور پولرائزر کے مستوی کے درمیان زاویہ کے کوسائن کا مربع ہوتا ہے۔ غیر پولرائزڈ روشنی کی ایک شہتیر جس کی شدت I0 ہے پولرائزر سے گزریں۔ ابھرتی ہوئی شہتیر پولرائزر کے ٹرانسمیشن محور کی سمت میں شدت I اور طول و عرض A کے ساتھ لکیری طور پر پولرائزڈ ہے۔ اسے اگلا تجزیہ کار سے گزرنے دیں جس کا ٹرانسمیشن محور واقعہ بیم کی کمپن کی سمت کے حوالے سے ایک زاویہ θ بناتا ہے جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



مالس قانون

شکل(15.3)

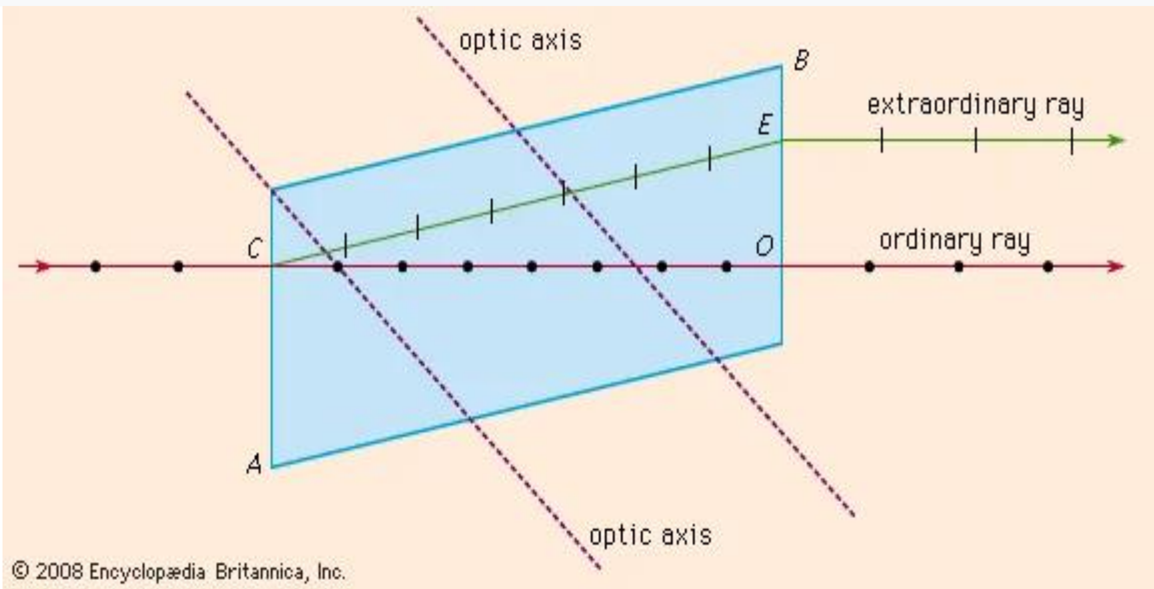
پولرائزڈ لائٹ A کے طول و عرض کو دو اجزاء میں حل کیا جا سکتا ہے ایک تجزیہ کار (Acosθ) کی ترسیل کے مستوی کے متوازی اور دوسرا اس کے کھڑے (Asinθ) جزو Asinθ تجزیہ کار کے ذریعہ بجھا جاتا ہے، جبکہ جزو Acosθ منتقل ہوتا ہے۔ نتیجتاً، تجزیہ کار کے ذریعے منتقل ہونے والی روشنی کی شدت $(A\cos\theta)^2$ کے متناسب ہے۔

اس طرح $I_\theta \propto (A\cos\theta)^2 = I_0\cos^2\theta$

تجزیہ کار کے ذریعے منتقل ہونے والی روشنی کی شدت زیادہ سے زیادہ ہوتی ہے جب $\theta = 0^o$ یا 180^o یعنی جب پولرائزر اور تجزیہ کار کا ٹرانسمیشن محور متوازی ہو۔ تجزیہ کار کے ذریعے منتقل ہونے والی روشنی کی شدت صفر ہوتی ہے جب $\theta = 90^o$ یا 270^o یعنی جب پولرائزر اور تجزیہ کار کا ٹرانسمیشن محور ایک دوسرے کے ساتھ زاویہ قائمہ پر ہو۔

15.2.3 ڈبل ریفریکشن (Double Refraction)

ڈبل ریفریکشن رجحان کو 1669 میں Erasmus Bartholinus نے Calcite ($CaCO_3$) کرسٹل پر اپنے مطالعے کے دوران دریافت کیا تھا جسے آئس لینڈ اسپار کے نام سے جانا جاتا ہے۔ جب روشنی ایک کیلسائٹ کرسٹل پر واقع ہوتی ہے، تو یہ خصوصیات میں مختلف دو اضطراری شعاعیں پیدا کرتی ہے۔ ایک کرسٹل کے ذریعہ دو اپورتی شعاعوں کا سبب بننے کے رجحان کو بائرفرنجنس یا ڈبل ریفریکشن کہا جاتا ہے۔ دوہرے اضطراب میں بننے والی دو شعاعیں لکیری طور پر باہمی طور پر کھڑی سمتیوں میں پولرائزڈ ہوتی ہیں۔ شعاعوں میں سے ایک Snell کے اضطراب کے قانون کی تعمیل کرتی ہے اور اس لیے اسے عام شعاع یا O-ray کہا جاتا ہے اور اس کا انڈیکس μ_o ہوتا ہے۔ دوسری شعاع Snell کے قانون کی پابندی نہیں کرتی ہے اور اسے غیر معمولی شعاع یا ای رے کہا جاتا ہے اور اس کا انڈیکس μe ہوتا ہے۔ وہ کرسٹل سے ایک ساتھ ابھرتے ہیں اور اس لیے روشنی غیر قطبی ہے۔ لیکن، اگر شعاعوں میں سے کسی ایک کو ختم کر دیا جائے تو، کرسٹل کے ذریعے منتقل ہونے والی روشنی ایک لکیری پولرائزڈ لائٹ ہوگی۔



ڈبل ریفریکشن

شکل (15.4)

ڈبل ریفریکشن تمام شفاف انیسوٹروپک مواد کے ذریعہ ظاہر ہوتا ہے۔ اس رجحان کو ظاہر کرنے والے کرسٹل کو بائرفرینجنٹ یا دوگنا ریفریکٹنگ کرسٹل کہا جاتا ہے۔

کرسٹل کی بفرنگنس کی تعریف

$\Delta\mu = \mu_e - \mu_o$ کے طور پر کی گئی ہے۔ مثبت کرسٹل میں، $\mu o < \mu e$، اور منفی کرسٹل کے لیے الٹا ہے۔

15.3 کیلسائٹ کرسٹل (Calcite Crystel)

کیلسائٹ کرسٹل ہیکساگونل سسٹم کے رومبوہڈرل کلاس سے تعلق رکھتا ہے۔rhombohedronکے چھ چہرے متوازی علامت ہیں جن میں سے ہر ایک کے زاویے102^oاور78^oہیں۔دو مخالف کونے Aاور Bہیں جہاں تین موٹے زاویے(102^o) ملتے ہیں۔ان کونوں کو بلنٹ کونوں کے نام سے جانا جاتا ہے۔ باقی چھے کونوں پر ایک اوبدہ زاویہ اور دو شدید زاویہ ہیں۔ایک لکیر کسی بھی کند کونے (Aیا B) سے گزرتی ہے اور تینوں چہروں کے ساتھ مساوی زاویہ بناتی ہے جو اس کونے پر ملتے ہیں، کرسٹل کا آپٹک محور ہے۔ایک آپٹک محور کرسٹل میں ایک سمت ہے نہ کہ کرسٹل میں مخصوص پوائنٹس کے سیٹ سے گزرنے والی انوکھی سیدھی لکیر۔اس طرح اس سمت کے متوازی کوئی بھی لکیر آپٹک محور ہے۔آپٹک محور دراصل کرسٹل کی ربط کا محور ہے۔آپٹک محور کے ساتھ پھیلنے والی روشنی کی کرن ڈبل ریفریکشن کا شکار نہیں ہوتی ہے۔اگر روشنی کا ایک شعاع ایک ڈبل ریفریکٹنگ کرسٹل کی سطح پر کھڑا ہوتا ہے، تو O-rayبغیر انحراف کے کرسٹل سے گزر جاتا ہے۔ کھڑے واقعات کے باوجود e-rayانحراف کرتا ہے۔

O-rayاور e-rayاپنی خصوصیات میں درج ذیل طریقے سے مختلف ہیں:

1. عام شعاع ریفریکشن کے روایتی قوانین کی پابندی کرتی ہے، جبکہ e-rayان کے مطابق نہیں ہے۔

2. O-ray کرسٹل میں تمام سمتوں میں ایک ہی رفتار کے ساتھ سفر کرتی ہے۔

e-ray کی رفتار مختلف سمتوں میں مختلف ہوتی ہے۔اگر یہ آپٹک محور کے ساتھ سفر کرتا ہے، تو اس کی رفتار o-ray کی رفتار کے برابر ہے۔ دوسری سمتوں میں، اس کی رفتار o-ray سے مختلف ہو گی۔

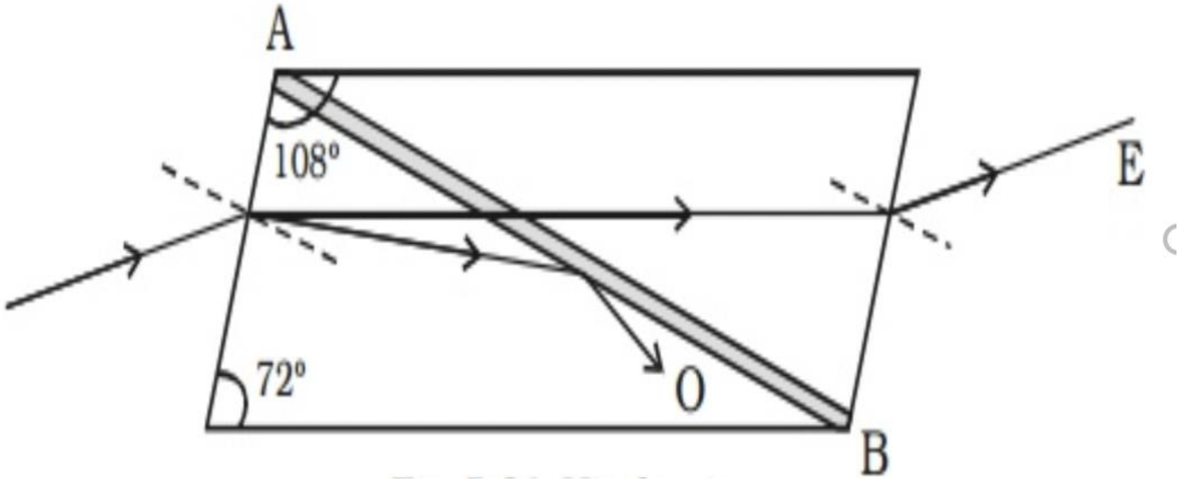
3.چونکہ o-ray کی تمام سمتوں میں ایک ہی رفتار ہوتی ہے، اس لیے اس کا ریفریکٹیو انڈیکس ایک مستقل قدر رکھتا ہے۔e-ray کی صورت میں ریفریکٹیو انڈیکس مختلف ہوتا ہے۔

4. O-rayاور e-rayدونوں لکیری طور پر پولرائزڈ ہیں۔جیسا کہ شکل(15.3) میں دکھایا گیا ہے وہ باہمی طور پر کھڑے سمتوں میں پولرائزڈ ہیں۔o-ray کی کمپن آپٹک محور پر کھڑے ہیں اور اس وجہ سے پرنسپل مستوی پر۔e-ray کی کمپن پرنسپل پلین میں ہوتی ہے۔

5.دو شعاعیں ایک کرسٹل میں الگ ہوتی ہیں، جب روشنی آپٹک محور کے زاویہ پر واقع ہوتی ہے۔وہ مختلف سمتوں میں مختلف رفتار کے ساتھ سفر کرتے ہیں۔جب روشنی آپٹک محور سے معمول کی سمت میں واقع ہوتی ہے تو o-rayاور e-rayایک ہی سمت لیکن مختلف رفتار کے ساتھ پھیلتے ہیں، جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔جب روشنی آپٹک محور کے متوازی واقع ہوتی ہے، تو دونوں شعاعیں ایک ہی سمت میں ایک ہی رفتار کے ساتھ سفر کرتی ہیں۔

15.4 نکول پرزم (Nicole Prism)

اصول: ہم جانتے ہیں کہ جب ایک عام روشنی ایک کیلسائٹ کرسٹل کے ذریعے منتقل ہوتی ہے، تو یہ عام اور غیر معمولی شہتیروں میں تقسیم ہو جاتی ہے جو کہ مکمل طور پر پلین پولرائزڈ ہوتے ہیں اور دو باہمی طور پر زاویہ قائمہ مستویوں میں کمپن کے ساتھ پولرائز ہوتے ہیں۔ اگر کسی طریقے سے ایک شہتیر کو ختم کر دیا جاتا ہے تو کیلسائٹ کرسٹل سے ابھرنے والی شہتیر مستوی پولرائزڈ لائٹ ہو گی۔



تصویر: نکول پرزم

شکل(15.4)

1828 میں، نکول نے کیلسائٹ کے دو ٹکڑوں کو الگ کرنے والی کینیڈا بلسم کی پتلی فلم میں کل اندرونی عکاسی کے رجحان کو استعمال کر کے عام بیم کو ختم کر دیا۔ یہ آلہ نکول پرزم کے نام سے جانا جاتا ہے۔

تعمیر: ایک کیلسائٹ کرسٹل جس کی لمبائی اس کی چوڑائی سے تین گنا زیادہ ہے۔ اس کرسٹل کے آخری چہرے اس طرح گراؤنڈ کیے گئے ہیں کہ پرنسپل سیکشن میں زاویہ 71^0 اور 109^0 کی بجائے 68^o اور 112^o ہو جاتے ہیں۔ یہ دیکھنے کے میدان کو بڑھانے کے لیے کیا جاتا ہے۔ کرسٹل کو لائن PR کے ساتھ دو ٹکڑوں میں کاٹا جاتا ہے اور پھر کینیڈا بلسم کا استعمال کرتے ہوئے ایک ہی لائن کے ساتھ دو ٹکڑوں کو سیمنٹ کیا جاتا ہے۔ کینیڈا بلسم (μ=1.55) کا اضطراری اشاریہ جو عام ($\mu_o = 1.65$) اور غیر معمولی ($\mu_e = 1.45$) شعاعوں کے کیلسائٹ کے لیے اضطراری اشاریوں کے درمیان ہوتا ہے۔

کام: جب روشنی کا ایک شہتیر AB چہرے کے PS میں لمبی طرف کے متوازی سمت میں داخل ہوتا ہے، تو یہ عام مستوی پولرائزڈ بیم BO اور غیر معمولی مستوی پولرائزڈ بیم BE میں دوگنا ریفریکٹ ہوتا ہے۔ اوپر دیے گئے اضطراری اشاریوں کی قدروں سے، یہ واضح ہے کہ کینیڈا بلسم ایک عام شعاع کے لیے ایک نایاب میڈیم اور غیر معمولی شعاعوں کے لیے denser میڈیم کے طور پر کام کرتا ہے۔ مزید برآں، کرسٹل

کے طول و عرض کو اس طرح منتخب کیا گیا ہے کہ کیلسائٹ - کینیڈا بالسم کی سطح پر عام شعاع کے واقعات کا زاویہ متعلقہ اہم زاویہ 69^0 سے بڑا ہو جاتا ہے۔ ان حالات میں عام کرن کیلسائٹ - کینیڈا بالسم کی سطح پر مکمل طور پر منعکس ہوتی ہے اور نکول پرزم پر مشتمل ٹیوب کے ذریعے جذب ہوتی ہے۔ غیر معمولی شعاع مکمل طور پر منعکس نہیں ہوتی کیونکہ یہ ایک نایاب سے گھنے درمیانے کی طرف سفر کر رہی ہے اور اس طرح شدت میں کسی قابل تعریف نقصان کے بغیر منتقل ہوتی ہے۔ یہ پیچھے سے تھوڑا سا بے گھر ہوتا ہے لیکن اپنی اصل سمت کے متوازی پرزم سے نکلتا ہے۔ اس طرح، صرف غیر معمولی مستوی پولرائزڈ شعاعیں منتقل ہوتی ہیں۔

حدود: نکول پرزم مؤثر طریقے سے پولرائزنگ ڈیوائس کے طور پر کام کرتا ہے جب واقعہ شہتیر AB کے دونوں طرف 14^0 کے زاویہ میں محدود ہوتا ہے۔

استعمال: نکول پرزم کو پولرائزر اور تجزیہ کار دونوں کے طور پر استعمال کیا جا سکتا ہے۔ جب دو نکول کو ایک ساتھ ترتیب دیا جاتا ہے تو پہلا نکول جو مستوی پولرائزڈ لائٹ پیدا کرتا ہے اسے پولرائزر کہا جاتا ہے جبکہ دوسرا جو پولرائزڈ لائٹ کا تجزیہ کرتا ہے اسے اینالائزر کہا جاتا ہے۔

15.5 ویو پلیٹ (Wave Plate)

کوارٹر ویو پلیٹ(Quartz Wave Plate):

ایک کوارٹر ویو پلیٹ بائر فرینجنٹ کرسٹل کی ایک پتلی پلیٹ ہوتی ہے جس کے ریفریکٹنگ چہرے آپٹک ایکسس کی سمت کے متوازی ہوتے ہیں اور اس کی موٹائی کو اس طرح ایڈجسٹ کیا جاتا ہے کہ یہ e-ray اور o-ray کے درمیان ایک چوتھائی لہر $(\lambda/4)$ راستے کا فرق متعارف کراتی ہے۔ اس کے ذریعے تبلیغ. e-ray اور o-ray کے درمیان نظری راستے کا فرق $t\ (\mu_e - \mu_o) = \lambda/4$ کے ذریعے دیا گیا ہے۔ اس سے پلیٹ کی موٹائی $t = \lambda\ /4(\mu_e - \mu_o)$ ملتی ہے۔ $\lambda/4$ کا راستہ فرق $\pi/2$ یا 90^0 کے مرحلے کے فرق کے برابر ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ ایک چوتھائی لہر پلیٹ e-ray اور o-ray کے درمیان 90^0 کا فیز کا فرق متعارف کراتی ہے۔ ایک چوتھائی لہر پلیٹ، لہذا، بیضوی یا سرکلر پولرائزڈ روشنی پیدا کرنے میں استعمال ہوتی ہے ۔

ہاف ویو پلیٹ(Half Wave Plate):

ہاف ویو پلیٹ بائر فرینجنٹ کرسٹل کی ایک پتلی پلیٹ ہوتی ہے جس کے ریفریکٹنگ چہرے آپٹک ایکسس کی سمت کے متوازی ہوتے ہیں اور اس کی موٹائی کو اس طرح ایڈجسٹ کیا جاتا ہے کہ یہ ای رے اور او رے کے درمیان آدھی لہر $(\lambda/2)$ راستے کا فرق متعارف کراتی ہے۔ اس کے ذریعے تبلیغ. ای رے اور او رے کے درمیان نظری راستے کا فرق $t(\mu_e - \mu_o) = \lambda/2$ کے ذریعہ دیا گیا ہے اس سے پلیٹ کی موٹائی $t = \lambda/\ 2(\mu_e - \mu_o)$ ملتی ہے۔ $\lambda/2$ کا راستہ فرق π یا 180^0 کے مرحلے کے فرق کے برابر ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ نصف لہر پلیٹ ای رے اور او رے کے درمیان 180^o کا فیز فرق متعارف کراتی ہے۔ اس کے نتیجے میں، ایک نصف لہر پلیٹ واقعہ پولرائزڈ روشنی کے پولرائزیشن کے مستوی کو گھماتا ہے۔

15.6 آپٹیکل پولرائزیشن (Optical Polarization)

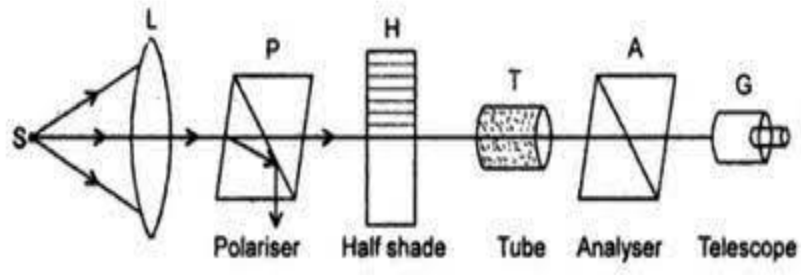
جب مستوی پولرائزڈ روشنی کی ایک شہتیر کوارٹج، شوگر کرسٹل (یا شوگر سلوشن) جیسے کچھ مادوں کے ذریعے پھیلتی ہے، تو پولرائزیشن کا مستوی مسلسل شہتیر کی سمت کا رخ کرتا ہے۔ ایسے مادے جو ان میں سے گزرنے والے مستوی پولرائزڈ روشنی کے پولرائزیشن کے مستوی کو گھومنے کی صلاحیت رکھتے ہیں انہیں نظری طور پر فعال مادہ کہتے ہیں۔ کوارٹز اور سنبار آپٹیکلی طور پر فعال کرسٹل کی مثالیں ہیں جبکہ تارپین، ٹارٹارک ایسڈ، نیکوٹین اور چینی کے پانی کے محلول وغیرہ آپٹیکلی طور پر فعال مائعات اور محلول ہیں۔ کچھ مادے پولرائزیشن کے مستوی کو دائیں طرف گھماتے ہیں (گھڑی کے حساب سے) دائیں ہاتھ یا ڈیکسٹر وٹوریٹری کہلاتے ہیں۔ وہ مادے جو پولرائزیشن کے مستوی کو بائیں طرف گھماتے ہیں (گھڑی کی مخالف سمت میں) بائیں ہاتھ یالیوو ریٹری کہلاتے ہیں۔

جب روشنی کرسٹل کے آپٹک محور کے ساتھ پھیلتی ہے تو کرسٹل لائن مادے پولرائزیشن کے مستوی کو سب سے بڑی حد تک گھماتے ہیں۔ گردش θ کی مقدار روشنی کی طول موج پر منحصر ہے اور درمیانی درجے میں روشنی کے راستے کی لمبائی کے متناسب ہے۔ حلوں میں، گردش θ کی مقدار محلول میں روشنی کے راستے اور نظری طور پر فعال مواد کے ارتکاز کے متناسب ہے۔

کسی خاص درجہ حرارت پر کسی مادے کی مخصوص گردش اور روشنی کی دی گئی طول موج کے لیے استعمال ہونے والی پولرائزڈ روشنی کے کمپین کے مستوی کی گردش کے طور پر اس کے محلول کی ایک DC میٹر لمبائی سے پیدا ہوتی ہے جب ارتکاز $1\ g/cc$ ہوتا ہے۔ اس طرح، مخصوص گردش $S = 10\theta\ lc$ اگر ہم دو کراسڈ پولرائزرز کے درمیان آپٹیکلی طور پر ایکٹو مواد رکھتے ہیں تو منظر کا میدان روشن ہو جاتا ہے۔ ایک بار پھر اندھیرا حاصل کرنے کے لیے، پولرائزر میں سے کسی ایک کو اوپر کی مساواتوں کے ذریعے متعین ایک زاویہ سے گھمانا ہو گا۔ جب حل استعمال کیا جاتا ہے، تو ہم l اور گردش کے زاویہ کی پیمائش کر کے c کا تعین کر سکتے ہیں۔

لارینٹ کا ہاف شیڈ پولاریمیٹر:

پولاریمیٹر ایک ایسا آلہ ہے جو آپٹیکل فعال مادہ کے ذریعہ تیار کردہ آپٹیکل گردش کی پیمائش کرنے کے لئے استعمال ہوتا ہے۔



لارینٹ کا ہاف شیڈ پولاریمیٹر

شکل (15.5)

تعمیر: لارینٹ ہاف شیڈ پولاریمیٹر دو نکول پرزم N_1 اور N_2 پر مشتمل ہے جو بالترتیب پولرائزر اور تجزیہ کار کا کام کرتے ہیں۔ پولرائزر سے آگے آدھے شیڈ پلیٹ کا استعمال کراسڈ پوزیشن میں دو نکولس کو درست طریقے سے ایڈجسٹ کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔ ہاف شیڈ پلیٹ کوارٹج کی آدھی لہر والی پلیٹ پر مشتمل ہوتی ہے جو منظر کے میدان کے ایک آدھے حصے پر محیط ہوتی ہے جبکہ باقی آدھی شیشے کی پلیٹ ہوتی ہے۔ G ایک کھوکھلی شیشے کی ٹیوب ہے جس میں محلول کو جانچ کے تحت رکھا جاتا ہے۔ تجزیہ کار سے نکلنے والی روشنی کو دوربین T کی مدد سے دیکھا جاتا ہے۔ گردش کے زاویہ کو سرکلر اسکیل S کی مدد سے پڑھا جاتا ہے۔

کام: ایک رنگی ماخذ سے روشنی کو لینس L سے متوازی طور پر پیش کیا جاتا ہے اور یہ پولرائزر N_1 پر واقع ہوتا ہے۔ ابھرتا ہوا مستوی پولرائزڈ بیم نصف شیڈ پلیٹ سے گزرتا ہے جیسا کہ شکل (15.5) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ دو نیم سرکلر پلیٹوں ACB اور ADB پر مشتمل ہے۔ ایک آدھا ACB شیشے کا ہے جبکہ دوسرا آدھا کوارٹج سے بنا ہے۔ دونوں حصوں کو ایک ساتھ جوڑا گیا ہے۔ کوارٹج آپٹک محور (AB) کے متوازی کاٹا جاتا ہے۔ کوارٹج کی موٹائی کو اس طرح سے منتخب کیا جاتا ہے کہ یہ عام اور غیر معمولی شعاعوں کے درمیان $\lambda/2$ کا راستہ فرق متعارف کراتا ہے۔ شیشے کی موٹائی کو اس طرح منتخب کیا گیا ہے کہ یہ روشنی کی اتنی ہی مقدار کو جذب کرتا ہے جتنی کوارٹج نصف کے ذریعے جذب کیا جاتا ہے۔
آیئے غور کریں کہ پولرائزیشن کی کمپن OP کے ساتھ ہے۔ شیشے سے گزرنے پر آدھی کمپن OP کے ساتھ رہتی ہے۔ لیکن آدھے کوارٹز سے گزرنے پر یہ کمپن O- اور E- اجزاء میں تقسیم ہو جائیں گی۔ ای اجزاء آپٹک محور کے متوازی ہوتے ہیں جبکہ O- اجزاء آپٹک محور پر کھڑے ہوتے ہیں۔ O جزو کوارٹج میں تیزی سے سفر کرتا ہے اور اس لیے ابھرنے والا O- جزو OC کے ساتھ ساتھ OD کے ساتھ ہوگا۔ اس طرح، اجزاء OA اور OD مل کر OQ کے ساتھ نتیجے میں ایک کمپن بنائیں گے جو آپٹک محور کے ساتھ OP جیسا زاویہ بناتا ہے۔ اب اگر تجزیہ کرنے والے نکول کا اصل مستوی OP کے متوازی ہے تو روشنی شیشے کے نصف سے بغیر کسی رکاوٹ کے گزرے گی۔ اس لیے شیشے کا نصف کوارٹج نصف سے زیادہ روشن ہوگا یا ہم کہہ سکتے ہیں کہ شیشے کا نصف روشن اور آدھا کوارٹج سیاہ ہوگا۔ اسی طرح، اگر نکول کا تجزیہ کرنے کا اصل مستوی OQ کے متوازی ہے تو آدھا کوارٹز روشن ہوگا اور شیشے کا نصف تاریک ہوگا۔ جب تجزیہ کار کا اصل مستوی AOB کے ساتھ ہو تو دونوں حصے یکساں روشن ہوں گے۔ دوسری طرف، اگر تجزیہ کار کا اصل مستوی DOC کے ساتھ ہے۔ پھر دونوں حصے برابر سیاہ ہوں گے۔ اس طرح، یہ واضح ہے کہ اگر تجزیہ کرنے والے نکول کو DOC سے تھوڑا سا ڈسٹرب کیا جائے تو ایک آدھا دوسرے سے زیادہ روشن ہو جاتا ہے۔ اس لیے آدھے شیڈ ڈیوائس کا استعمال کرتے ہوئے، کوئی گردش کے زاویے کو زیادہ درست طریقے سے ناپ سکتا ہے۔

مخصوص گردش کا تعین: کسی محلول کی مخصوص گردش معلوم کرنے کے لیے، تجزیہ کار کو پہلے ٹیوب G میں حل کے بغیر مساوی چمک کے لیے پوزیشن میں سیٹ کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد ٹیوب معلوم ارتکاز کے نظری طور پر فعال محلول سے بھر جاتی ہے جس کی وجہ سے فیلڈ دیکھنے کے برابر روشن نہیں ہوگا۔ تجزیہ کار کو اس وقت تک گھمایا جاتا ہے جب تک کہ منظر کا میدان اتنا ہی روشن نہ ہو جائے۔ سرکلر پیمانے پر پڑھے جانے والے تجزیہ کار کی دو پوزیشنوں کے درمیان فرق محلول کی وجہ سے پولرائزیشن کے مستوی کی گردش کا زاویہ دیتا ہے۔ θ، l اور c کی قدر

جاننے سے، مخصوص گردش کا تعین کیا جا سکتا ہے۔ یا دوسری صورت میں، مخصوص گردش کی قدر کو جانتے ہوئے، نظری طور پر فعال مواد کے ارتکاز کا تعین کیا جا سکتا ہے۔

15.7 حل شدہ مثالیں (Solved Examples)

حل شدہ مثال 1

دو پولرائزنگ شیٹس کی پولرائزنگ ڈائریکشن اس کے متوازی ہیں کہ منتقل ہونے والی روشنی کی شدت ایک میکسی مم ہے۔ چادر کو کس زاویے سے موڑنا چاہیے تاکہ شدت ابتدائی قدر کے نصف ہو جائے؟

حل: مالوس قانون سے، ہمارے پاس

$I_0 = I\cos^2\Theta$

یہاں

$I_0 = I/2$

$$Cos^2\Theta = \frac{1}{2} \ or \ Cos\Theta = \pm\left(\frac{1}{2}\right)^{0.5}$$
$$\Theta = Cos^{-1} \pm \left(\frac{1}{2}\right)^{0.5}$$
$$\Theta = \pm 45^0, 135^0$$

حل شدہ مثال 2

مستوی پولرائزڈ لائٹ محور کے متوازی کوارٹج کٹ کے ٹکڑے پر واقع ہوتا ہے۔ کم سے کم موٹائی تلاش کریں جس کے لیے عام اور غیر معمولی شعاعیں مل کر مستوی پولاری سیڈ لائٹ بنتی ہیں۔ دیا گیا $\mu_e = 1.5533$, $\mu_0 = 1 . 5442$ اور $\lambda = 5 \text{ x}10^{-5}$ سینٹی میٹر۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ

$$t = \frac{\lambda}{2(\mu_e - \mu_o)}$$

$$t = \frac{5 \times 10^{-5}}{2(1.5533 - 1.5442)}$$

$$t = 2.75 \times 10^{-3} cm$$

حل شدہ مثال 3

کوارٹر ویو پلیٹ λ بنانے کے لیے درکار میکا شیٹ کی موٹائی کا حساب لگائیں $= 5460A^0$ ابرک میں عام اور غیر معمولی شعاعوں کے لیے ریفر یکشن کے اشاریے 1.586 اور 1.592 ہیں۔

حل: ابرک کی چوتھائی لہر پلیٹ کے لئے

$$t = \frac{\lambda}{4(\mu_e - \mu_o)}$$

یہاں

$,\lambda = 5460 \times 10^{-8}.\ \mu_0 = 1.586,\ \mu_e = 1.592$

$,\ t = 5460 \times 10^{-8} / 4(1.592 - 1.586)$

2.75×10^{-3} cm.

15.8 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس یونٹ میں، آپ نے ان مادوں کے بارے میں مطالعہ کیا ہے جو روشنی کے پولرائزیشن کے مستوی کو گھومتے ہیں جو ان میں سے گزرتا ہے۔ ان مادوں کو آپٹیکل ایکٹو مادہ کہا جاتا ہے اور اس خصوصیات کو آپٹیکل ایکٹیویٹی کہا جاتا ہے۔ لہذا، اس پر مخصوص گردش کے تصور کے ساتھ بات چیت کی گئی۔ آپٹیکل سرگرمی اور مخصوص گردش کی واضح تفہیم پیش کرنے کے لیے، فرینل کے نظریہ پر تبادلہ خیال کیا گیا جو گردشی پولرائزیشن کی وجہ اور ہوائی پولرائزڈ روشنی کے بائیں ہاتھ اور دائیں ہاتھ والے اجزاء کی رفتار پر انحصار کی وضاحت کرتا ہے۔ پولی میٹرز کا استعمال پولرائزڈ روشنی پیدا کرنے کے لیے کیا جاتا ہے اور اس کے پولرائزیشن کے مستوی کی گردش کا تعین کرنے کے لیے بھی کیا جاتا ہے جب کسی نظری طور پر فعال مادہ e سے گزرتا ہے۔ جی چینی کا حل. خاص طور پر لارنٹ ہاف شیڈ پولاریمیٹر اور بائیکوارٹز پولاریمیٹر ان کے کام کرنے اور اصول کے ساتھ زیر بحث آئے۔ پولاریمیٹر کے تصور کو

Saccharimeter تک بڑھایا جاسکتا ہے، جو روشنی کے پولرائزیشن کے مستوی کے گردش کے زاویہ کی پیمائش کی بنیاد پر شوگر کے محلول کے ارتکاز کا تعین کرنے کا ایک آلہ ہے۔

15.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **عام روشنی کی کرن:** ایک روشنی کی کرن اضطراب کے عام قوانین کی پابندی کرتی ہے (Snell' Law)
- **غیر معمولی روشنی کی کرن:** روشنی کی کرن اپورتن کے عام قوانین کی پابندی نہیں کرتی ہے (سنیل کا قانون)
- **محدود**
- **گزرنا:** سہنا
- **پولاریمیٹر:** آپٹیکل گردش کی پیمائش کرنے والا آلہ

15.10 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

15.10.1 معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Answer Type Questions)

1. ایک لکیری پولرائزڈ لہر ہمیشہ __________ ہوتی ہے

(ا) x-y مستوی میں (ب) ایک ٹرانسورس لہر

(ج) ایک طولانی لہر (د) y-z مستوی میں

2. وہ سمت جس میں برقی ویکٹر پولرائزڈ لہر میں گھومتے ہیں اسے ________ کہا جاتا ہے

(ا) پولرائزنگ محور (ب) پولرائزیشن کا طیارہ

(ج) محور پاس کریں (د) تبلیغی محور

3. آواز کی لہروں کو پولرائز کیا جاسکتا ہے۔

(ا) صحیح

(ب) غلط

4. ایک کھڑکی جو تمام واقعاتی روشنی کو بغیر کسی انعکاس کے منتقل کر سکتی ہے اسے ____________ کہا جاتا ہے۔

(ا) پولرائزڈ ونڈو (ب) مالس ونڈو

(ج) بریوسٹر ونڈو (د) غیر عکاس ونڈو

5. اگر دو شعاعوں کے درمیان مرحلے کا فرق $\pi/2$ ہے اور وقوع کا زاویہ $\pi/4$ کے برابر ہے تو ابھرتی ہوئی روشنی..........ہے۔

(ا) لکیری پولرائزڈ (ب) بیضوی طور پر پولرائزڈ

(ج)سر کلر پولرائزڈ (د)غیر پولرائزڈ۔

6. پانی میں روشنی کی رفتار $1.5 \ X \ 10^8$ m/s ہے۔واقعات کاپولرائزنگ زاویہ کیاہے؟

(ا)47.23° (ب)51.02°

(ج)53.74° (د)63.43°

7. ایک پلیٹ جو دو شعاعوں کے درمیان فیز فرق کی مطلوبہ مقدار پیدا کرتی ہے اسے ____________ کہاجاتاہے۔

(ا)پولرائڈ (ب)فاسور پلیٹس

(ج)ریٹارڈیشن پلیٹس (د)کوارٹج پلیٹیں

8. طول موج 5000 Å کی روشنی کے لیے کوارٹرویوپلیٹ کی موٹائی کیاہونی چاہیے اگر $\mu_e = 1.553$ اور $\mu_o = 1.544$؟

(ا)$1.38 \ X \ 10^{-3}$ سینٹی میٹر (ب)$1.43 \ X \ 10^{-3}$ سینٹی میٹر

(ج)$1.53 \ X \ 10^{-3}$ سینٹی میٹر (د)$1.63 \ X \ 10^{-3}$ سینٹی میٹر

9. . 20 سینٹی میٹر لمبائی کی ایک ٹیوب جس میں 10% شوگر کا محلول ہوتاہے پولرائزیشن کے مستوی کو 13.2^o گھماتاہے۔ چینی محلول کی مخصوص گردش کیاہے؟

(ا)66° (ب)55°

(ج)44° (د)33°

10. غیر قطبی روشنی ہوائی مستوی کے شیشے کی سطح پر واقع ہوتی ہے۔وقوع کازاویہ ایسا کیاہوناچاہیے کہ منعکس اور ریفریکٹڈ شعاعیں ایک دوسرے پر کھڑی ہوں؟

(ا)90° (ب)45°

(ج)44° (د)60^0

15.10.2 مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. کمپین کے طیارہ اور پولرائزیشن کے طیارے کی وضاحت کریں۔
2. آپٹیکل گردش کی پیمائش کے لیے کون سا آلہ استعمال ہوتاہے؟
3. آپٹیکل گردشوں سے کیامراد ہے؟
4. آپ کس قسم کے مالیکیولز کے لیے مخصوص گردش کی پیمائش کر سکتے ہیں؟
5. چینی کے محلول کی حراستی کی پیمائش کے لیے کون سا آلہ استعمال کیاجاتاہے؟

15.10.3 طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. لارینٹ کے ہاف شیڈ پولاریمیٹر اور بائیکوارٹز پولاریمیٹر کے درمیان دو فرق بتائیں۔
2. مخصوص گردش کی وضاحت کریں۔ لارینٹ کے ہاف شیڈ پولاریمیٹر کی تعمیر اور کام کی وضاحت کریں۔ بائیکوارٹز پولاریمیٹر اور ہاف شیڈ پولاریمیٹر کے رشتہ دار میرٹ پر بحث کریں۔
3. آپٹیکل ایکٹیویٹی کیا ہے؟ حل کی نظری گردش کو تلاش کرنے کے لیے بائیکوارٹز پولاریمیٹر کی تعمیر، نظریہ اور کام کی وضاحت کریں اور اس میں بائیکوارٹز پلیٹ کے عمل پر بھی بحث کریں۔

15.10.4 حل شدہ جوابات کے حامل سوالات (Solved Answer Type Questions)

1. طیارہ پولرائزڈ لائٹ کے پولرائزیشن کا طیارہ 5% ارتکاز کے چینی محلول کی 2.0 decimeter کی لمبائی سے گزرتے ہوئے 6.5 ڈگری کے ذریعے گھمایا جاتا ہے۔ چینی کے محلول کی مخصوص گردش کا حساب لگائیں۔ ایک چوتھائی لہر پلیٹ طول موج $5893A^{0}$ کے لیے ہے۔ یہ طول موج $4300A^{0}$ کے لیے کتنی فیز ریٹارڈیشن دکھائے گی؟
2. چینی محلول کی 20 سینٹی میٹر لمبی ایک ٹیوب کو کراسڈ نکولس کے درمیان رکھا جاتا ہے اور طول موج 6×10^{-5} سینٹی میٹر کی روشنی سے روشن کیا جاتا ہے اگر پیدا ہونے والی نظری گردش 13 ڈگری ہے اور مخصوص گردش 65^{o} /dm/gm/cm^3 محلول کی طاقت کا تعین کریں۔

15.11 مزید مطالعے کے لیے تجویز کردہ کتابیں (Suggested Books for Further Readings)

---

1. Gaur, R.K. &Gupta, S.L.Engineering Physics.Dhanpat Rai Publication.
2. Resnic.R&Halliday.D.Physics Part-I&Part-II.Wiley Eastern Pvt.Ltd.New Delhi.
3. Optics, Ajoy Ghatak, Tata McGraw Hill
4. Introduction to Electrodynamics by D L Griffith, Pearson Publication.

Maulana Azad National Urdu University

B.Sc. (MPC/MPCs) III Semester Examination

BSPH301CC:طبیعات(Waves and Optics)

Time: 3 hrs **Marks: 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے۔ حصہ اول، دوم سوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1۔ حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں۔ جو کہ معروضی سوالات / خالی جگہ پر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ (10x1=10 Marks)

2۔ حصہ دوم میں 8 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کوئی (5) سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ (5x6=30 Marks)

3۔ حصہ سوم میں 5 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (3x10=30 Marks)

حصہ اول

سوال (1)

i۔ اصول انطباق (Superposition principle) کو بیان کیجئے۔

ii۔ فوریئر سیریز (Fourier Series) سے کیا مراد ہے؟

iii۔ ریوربریشن ٹائم (Reverberation Time) کی تعریف کیجئے۔

iv۔ میوزیکل اسکیل میں سا، رے، گا، ما کی تعداد (Frequency)۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ ہیں۔

v۔ o.w.u سے کیا مراد ہے؟

vi۔ بریوسٹرس (Brewster's) کے کلیہ کو بیان کیجئے۔

vii۔ کنسٹرکٹیو (Constructive) اور ڈسٹرکٹیو تداخل (Destructive interference) کے پاتھ ڈیفرنس کے ضابطے۔۔۔۔۔۔۔۔۔ اور۔۔۔۔۔۔۔ ہیں۔

viii۔ کسی بھی نور (light) کی طول موج (wave length) کے لیے نیوٹنس رنگ (Newton's ring) کا ضابطہ۔۔۔۔۔۔۔۔۔ $= \lambda$ ہے۔

ix۔ Interference fringesکی تعریف کیجیے۔

x۔ انپولیرائزڈ(Unpolarised)اور پولیرائزڈ(Polarised)لائٹ کا خاکہ اتاریں

حصہ دوم

2۔ رواں موجیں(Progressive waves)اور مستقیم موجیں(Stationary waves)میں امتیاز کیجیے۔

3۔ دو عمودی طور پر انطباق(mutually perpendicular superimposing)کرنے والی موجوں کے ریسلٹنٹ پاتھ کے ضابطہ کو لکھتے ہوئے مختلف کیسس کے خاکہ کے ذریعہ سمجھائیں۔

4۔ آواز کی انٹنسٹی(Intensity)اور لاؤڈنس(Loudness)پر بحث کیجیے۔

5۔ سیبنس(Sabine's)فارمولا کو اخذ کیجیے۔

6۔ نیوٹنس رنگس(Newton Rings)کس طرح بنتے ہیں خاکہ کے ذریعے سمجھائیے۔

7۔ زون پلیٹس(Zone plates)پر ایک نوٹ لکھیئے۔

8۔ پولیرائزیشن(Polarisation)سے کیا مراد ہے اور اس پر بحث کیجیے۔

9۔ ڈیویژن آف ویو فرنٹ(Wave front)سے کیا مراد ہے اور ینگس ڈبل سلٹ(Young's double slit)ایکسپریمنٹ پر بحث کیجیے۔

حصہ سوم

10۔ بیٹس(Beats)کے مظاہر پر بحث کیجیے اور مثال کے ذریعہ سمجھائیے۔

11۔ عام موجی مساوات کی تفریقی شکل کو اخذ کیجیے اور اس کا عام حل حاصل کریں۔

12۔ ایک پتلی جھلی(Parallel thin film)میں تداخل(Interference)پر بحث کیجیے اور پاتھ ڈیفرنس کے ضابطہ کو اخذ کیجیے۔

13۔ سنگل سلٹ ڈیفریکشن(Single slit diffraction)میں Intensityکے ضابطہ کو اخذ کیجیے اور Intensityکے گراف کو بنائیے۔

14۔ مائیکل سن انٹر فرو میٹر(Michelson Interferometer)کی کارکردگی پر بحث کیجیے۔

☆☆☆☆

BSPH350CCP

لیب مینول

(Lab Manual)

اکائی 16۔ جفتہ پینڈلم

(Coupled Pendulum)

اکائی کے اجزا

16.0 تمہید(Introduction)

سادہ موسیقی حرکت ایک اہتزازیہ حرکت ہے یہ حرکت میں کسی بھی مقام پر ذرہ کی اسراع اوسط مقام سے نقل مکان کے براہ راست تناسب ہوتی ہے۔اس کی اہمیت انجینئرنگ اور طبیعیات کی متعدد شاخوں میں ہے۔ مثالے ساختی مشینی ارتعاش(Vibration)، متبادل برقی رو، آواز کی موجیں، نور کی موجیں اہتزاز میں عمومی حرکت نہیں ہوتے لیکن عام طور پر اہتزاز(Oscillator) کو جفتہ (Coupled) کرنے پر حرکت ہوتے ہیں۔مثال کے طور پر ایک ٹھوس میں ارتعاش(Vibration in Solid)اسپرنگس کے مدد سے ٹھوس کی کلیمپس(Clamps)یعنی فکس(fix) کیا جائے تب ٹھوس کے تمام لیٹس جوہر(Lattice atom)جڑے ہوئے ہوتے ہیں۔یہ لیٹس جوہر کے انفرادی جوہر ایک کی حرکت اس کے دوسرے قربھی جوہر کے ساتھ جفتہ کی جاتی ہے۔

جفتہ اہتزازیہ نظام میں دو یا دو سے زیادہ اہتزازیہ اس طرح جوڑے ہوئے ہیں کہ ان کے درمیانی حرکت پر توانائی کی تبدیلی ہوتی ہے۔یہ خصوصیات کی تخت اس تجربہ میں عام طور پر دو جفتہ پینڈلم(Coupled pendulum)کی تخمین کریں گے۔اوران موڈ کے مختلف طریقوں کا مطالعہ بھی کریں گے۔

16.1 مقاصد(Objectives)

اس تجربہ میں ہم:

- دو جفتہ پینڈلم کے عام موڈ طریقہ کار کو مطالعہ کرنا۔
- اہتزازیہ کے ہیئت موڈ(Phase mode)کی تعدد کی تخمین کرنا۔
- اہتزازیہ کے ہیئت موڈ کے باہر تعدد کی تخمین کرنا۔
- اہتزازیہ کے بیٹ موڈ(Beat mode)کی تعدد کو معلوم کرنا۔
- جفتہ کی ڈگری کو محسوب کرنا۔

16.2 آلات(Apparatus)

ایک اسٹانڈ یا دیوار گری(Wall bracket)،

نمونہ تار، سپرنگ(Spring)،

اسٹاپ واچ،

دو جفتہ پینڈلم

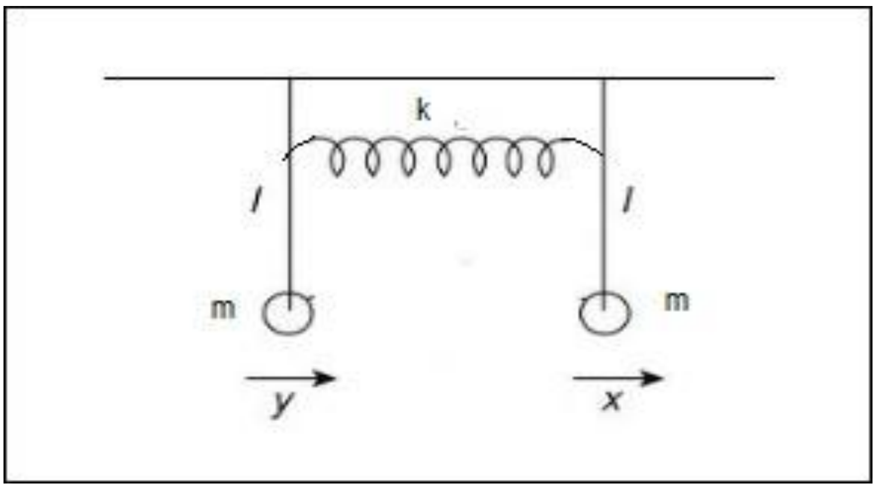
16.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

یہ تجربہ میں 'm' کمیت اور 'l' طول کے دو یکساں جفتہ پینڈلم ہوتے ہیں۔ یہ پینڈلم کی کمیت اور مؤثر طول (مرکز اور محور کے درمیان فاصلہ) پر ایک بنیادی اہتزازیہ کے ساتھ عمودی طور پر اہتزازیہ کریں گے۔

پینڈلم (Pendulum) کو بے وزانی اسپرنگ کی مدد سے کلیمپس (Clamps) کو جھگڑدے اور اس اسپرنگ کا مستقل 'K' ہے۔ دو پینڈلم یک محور اور یکساں مستوں پر اہتزازیہ کیا گیا ہے۔ جب دو پینڈلم ساکن ہو تو ان کے درمیان افقی فاصلہ اور طول بھی یکساں ہوتے ہیں۔

16.3 نظریہ (Theory)

یہ تجربہ میں دو یکساں پینڈلم A اور B کو جوڑدے جس طرح شکل (16.1) میں بتلایا گیا ہے۔ کمیت 'm' اور طول 'l' کے دو پینڈلم کو بے وزنی اسپرنگ کی مدد سے کلیمپس (Clamps) کو جھگڑدے اور یہاں پر یکساں اسپرنگ کی مستقل ہے۔



شکل (16.1)

A اور B دو پینڈلم کے عظیم ترین نقل مکان x اور y ہے۔

y, x خطی نقل مکان کی حرکت کے مساواتیں

$$m\ddot{x} = -mx\,{}^{x}/_{5}\,k(x-y)\ldots\ldots\ldots..1$$

$$m\ddot{y} = -mg\,{}^{y}/_{5} - K(y-x)\ldots\ldots\ldots..2$$

اس میں فطری تعدد ω_0 کو درج کرنے پر

مساوات (1) اور (2)

$$\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = \frac{-K}{m}(x-y) \qquad \ldots\ldots\ldots..3$$

$$\ddot{y} + {\omega_0}^2 y = \frac{-K}{m}(y - x) \qquad ....4$$

مساوات(3)اور(4)کو جمع کرنے پر

$$\ddot{x} + \ddot{y} + {\omega_0}^2(x + y) = 0 ....5$$

مساوات(3)اور(4)کو تفریق کرنے پر

$$\ddot{x} - \ddot{j} + {\omega_0}^2(x - y) + \frac{2K}{m}(x - y) = 0 \qquad ....6$$

یہ مساواتیں(5)اور(6)میں $X = x + y$ اور $Y = x - y$ کو درج کرنے پر

$$\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = 0..............7$$

اور

$$\ddot{y} + \left({\omega_0}^2 + \frac{2K}{m}\right) y = 0.........8$$

7اور8مساواتیں سادہ موسیقی حرکت کی مساواتیں کہلاتی ہے اور فطری تعدد ω_0 اور ω_1 (عام موڈ فطری تعدد $\omega_0 = \omega_1$)

$$\omega_0 = \omega_1 = \sqrt{{\omega_0}^2 + \frac{2K}{m}}$$

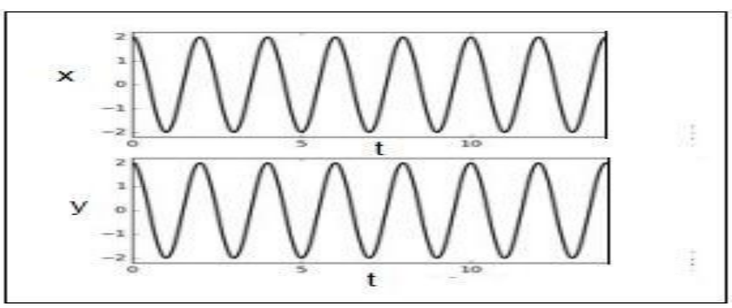
یہ مساوات کا عمومی حل ہوگا

$$X = x + y = X_0 \cos(\omega_0 t + \emptyset_1)$$
$$Y = x - y = Y_0 \cos(\omega_1 t + \emptyset_2)$$

یہاں پر X_0 اور Y_0 حیطہ اور $\emptyset_1, \emptyset_2$ ہئیت (Phase)

ہم دو عام موڈ کی حرکت کو بیان کریں گے۔ جس میں دونوں پینڈلم یکساں تعدد پر حرکت کرتے ہے۔

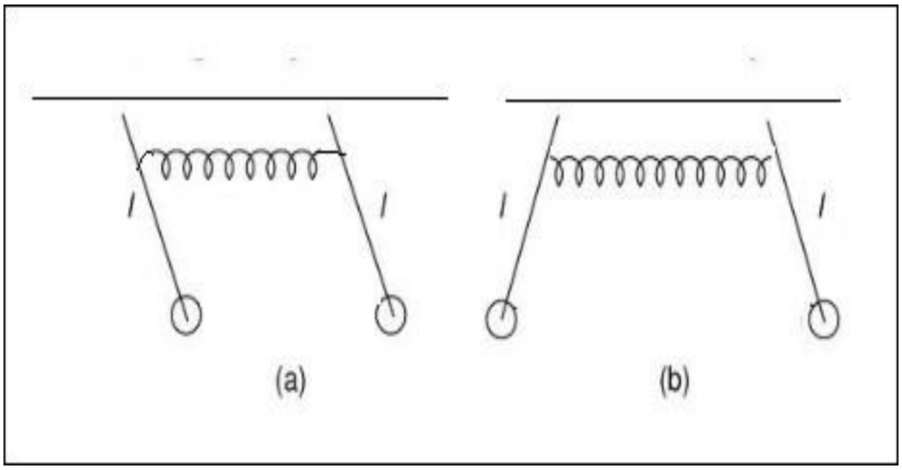
عام موڈ1:



شکل(16.2)

'in phase' mode of vibration

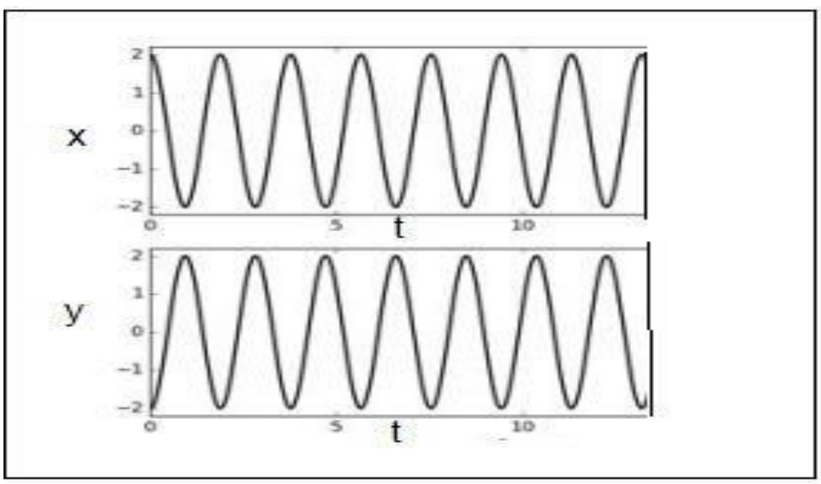
یہ موڈ میں پینڈلم یکساں حرکت کرتے ہیں جب دونوں پینڈلم ایک ہی سمت میں یکساں طور پر ہونے ہے۔یعنی اسپرنگ پر بہار کا کوئی اثر نہیں ہوتا$Y\ =\ 0$ہوتب ہر وقت پر حرکت مکمل طور پر مساوی$y\ =\ x$ ہوتا ہے۔اور مساوات(6) میں انفرادی پینڈلم کی اہتزازیہ کی تعدد یکساں ہوتی ہے۔اس کی وجہ یہ ہے کہ جب دو پینڈلم اہتزازیہ ہئیت پر اہتزاز کرتے ہیں۔تب اسپرنگ ہر وقت غیر کھینچی ہوئی یا غیر سکڑتی ہوئی رہتی ہے۔اس وجہ سے اسپرنگ ہمیشہ اپنی فطرتی طول کو برقرار رکھتی ہے۔



شکل(16.3)

(a) The 'in phase' mode of vibration (b) 'Out of phase' mode of vibration

عام موڈ2:



شکل(16.4)

'Out of phase' mode of vibration

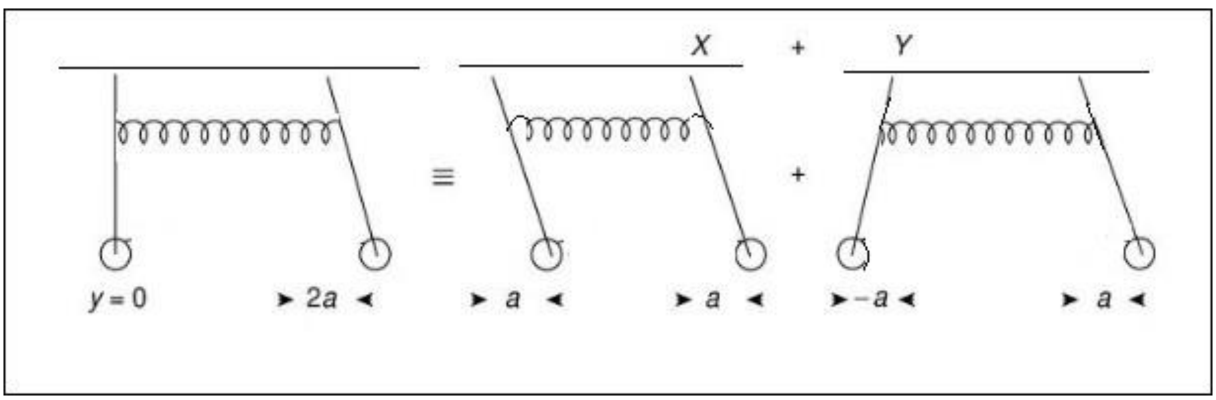
یہ موڈ میں پینڈلم استعمال(Excited) ہوتے ہیں تب پینڈلم مساوی اور مخالف نقل مکان کے ساتھ حرکت کرتے ہے۔
اگر $x = 0, x = -y$ کے شرط پر مساوات(8) مکمل طور پر حرکت کو سمجھاتی ہے اور یہ شرط پر اہتزازیہ تعد، فطری پینڈلم کی تعدد سے زیادہ ہوتی ہے۔ کیونکہ اسپرنگ یا تو پھیلا ہوا ہے یا سکیڑا ہوا ہے۔ تب پینڈلم ہمیشہ ہئیت سے ماہر(Out of phase) ہوتا ہے۔ اس لئے اس موڈ کو آوٹ آف فیز موڈ کہا جاتا ہے۔ ہئیت موڈ میں تعدد زیادہ ہوتی ہے کیونکہ بیرونی قوت کی وجہ سے پینڈلم پر اندرونی اور بیرونی قوتیں بڑھ جاتی ہے۔ جب پینڈلم تیزی سے حرکت کرتا ہے۔

گمک/گونج(Resonance)

جفتہ پینڈلم کے یک عموسی حرکت دو عام موڈ کی حرکت کے انطباق(Superposition) ہو گی اس موڈ کے اہتزازیہ کو گمک یا گونج(Resonance) کہتے ہے۔

2a قیمت سے ایک پینڈلم کی نقل مکان کو دو طریقوں کے یکجائی(Combination) کے طور پر شکل(16.5) میں دکھایا گیا ہے۔
وقت کے ساتھ انفرادی پینڈلم کا برتاؤ پینڈلم کے درمیان کلی توانائی کی تبدیلی شکل() میں دکھایا گیا ہے 0 اور 2c کے درمیان x کی قیمت کم ترین اور 0, 2a کے درمیان y کی قیمت اعظم ترین ہوتی ہے۔©

The Physics of Vibrations and Waves **by H.J. Pain.**



شکل(16.5)

$t = 0$ کی شرط پر پینڈلم 'A' کو نقل مکان سکونی مقام(Rest Position) سے جوڑ دیا گیا ہے اور دوسرا پینڈلم توازنی مقام(Equilibrium Position) پر رہتا ہے۔ گونج کے لیے

$\emptyset_1 = \emptyset_2 = 2a$ اور $X_0 = Y_0 = 2a$ 9

مساوات(9)کو لینے پر

$$x = \frac{1}{2}(x + y) = a\cos\omega_0 t + a\cos\omega_1 t \quad ....10$$

$$x = 2a\cos\frac{(\omega_1-\omega_0)}{2}t\ \cos\frac{(\omega_1+\omega_0)}{2}t ....(11)$$

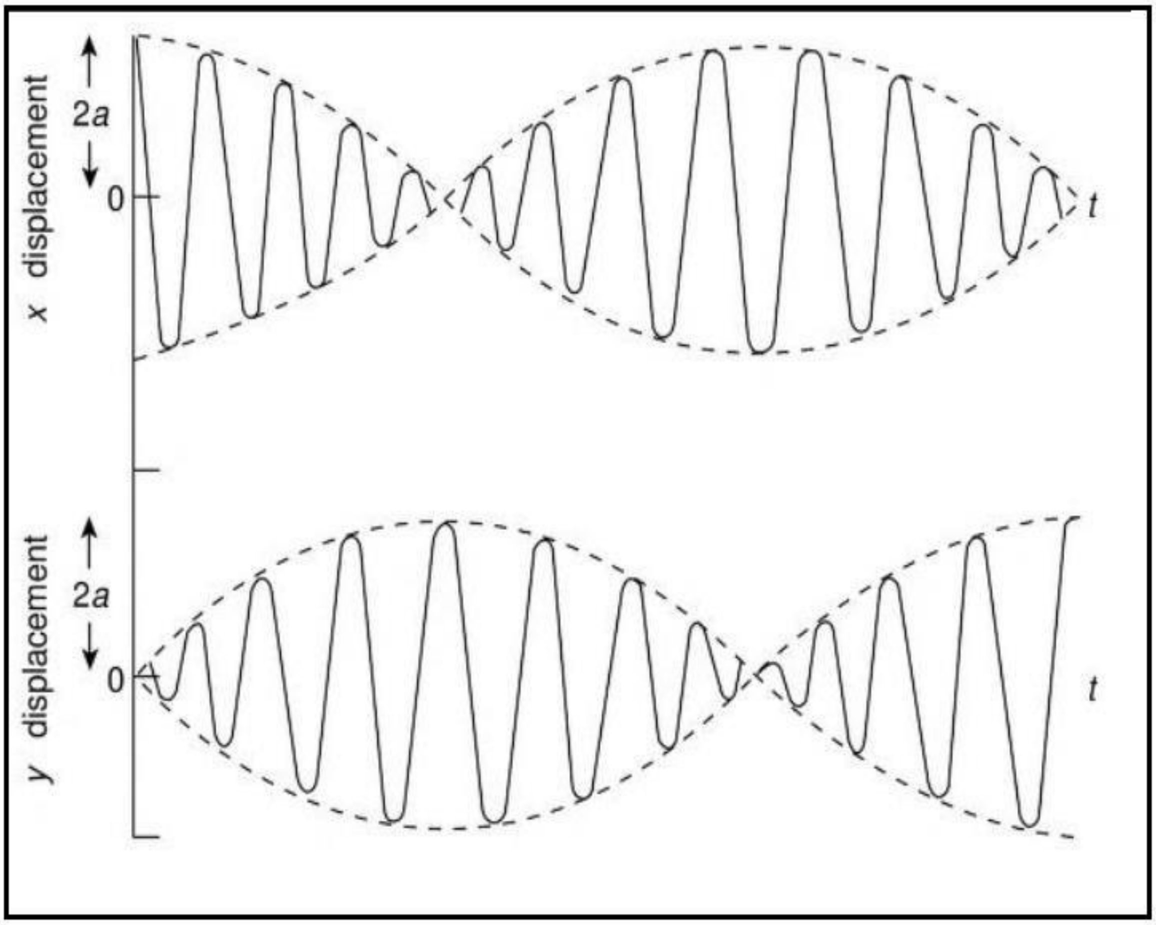
$$y = \frac{1}{2}(x - y) = a\cos\omega_0 t - a\cos\omega_1 t$$

$$y = 2a\sin\frac{(\omega_1-\omega_0)}{2}t\ \sin\frac{(\omega_1+\omega_0)}{2}t \quad ....(12)$$

مساوات(11)اور(12)انفرادی پینڈلم کے لیے مطابق حل ہے۔ جہاں دو مختلف ارتعاشی تعدد($\frac{\omega_1-\omega_0}{2}$)اور$\left(\frac{\omega_1+\omega_0}{2}\right)$

$$\omega_c = \frac{\omega_1+\omega_0}{2}$$

$$\omega_B = \frac{\omega_1-\omega_0}{2}$$



شکل(16.6)

تعدد ω_c تیز(fast) ہے اور ایک مفردہ وقت میں زیادہ تعدد سے اہتزازیہ ہوتے ہے۔ یہاں ω_c کو کپلنگ تعدد کہا جاتا ہے اور ω_B کی تعدد کم ہوتی ہے۔ یہ ω_c کے اہتزازی تعدد کے حیطہ کو ماڈیول(Modulate) میں تبدیلی کرتی ہے۔ جہاں ω_B کو بیٹ تعدد کہتے ہے۔

ہئیت کے اندر(In-phage)وقت دوری $\qquad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

ہئیت کے باہر(Out of phage)وقت دوری $\qquad T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$

جفتہ اہتزازیہ کا وقت دوری

$$T_C = \frac{4\pi}{\omega_1+\omega_0} = \frac{2T_0T_1}{T_0+T_1}$$

بیٹ کی وقت دوری

$$T_B = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_0} = \frac{2T_0T_1}{T_0 - T_1}$$

جفتہ کی د گری: جفتہ کی طاقت کی مقداری وضاحت کو جفتہ کی ڈگری کہا جاتا ہے۔

اس کی مساوات

$$x = \frac{{\omega_1}^2 - {\omega_0}^2}{{\omega_1}^2 + {\omega_0}^2} = \frac{{T_0}^2 - {T_1}^2}{{T_0}^2 + {T_1}^2}$$

16.4 طریقہ عمل (Procedure)

1۔ پینڈلم کو جفتہ کرنے سے پہلے، اوپر کے چھوٹے پیچ اور نچلے حصے کے کمیتوں کو مناسب طریقے سے قابل درست کریں اور ہر پینڈلم کے اہتزازیہ کو وقت دوری (Time period) سیٹ کیا جائے۔ یعنی 50-100 اہتزازیہ کے لیے وقت کو برابر مقرر کریں۔

2۔ جفتہ پینڈلم کو اسپرنگ کی مدد سے کلیمپس کو جھگڑ دے۔

3۔ دو جفتہ پینڈلم کو یکساں طور پر ایک ہی سمت میں 100 اہتزازیہ کی وقت دوری T_0 کو معلوم کیا جائے۔

4۔ اسی طرح جفتہ پینڈلم کو مخالف سمتوں میں مساوی طور پر 100 اہتزازیہ کے وقت دوری T_1 کو پیمائش کریں۔

5۔ دو پینڈلم میں یک کو سکونی حالت میں، دوسرے پینڈلم کو متحرک کریں اور 100 اہتزازیہ کے لیئے وقت دوری T_C (بیٹ اہتزازیہ کو نوٹ کیا جائے)۔

6۔ 6-5 times بیٹ بنتے ہوئے دیکھ کر T_B کو معلوم کیا جائے۔

7۔ T_C اور T_B کی قیمتوں کو موازنہ (Comparison) کریں۔

8۔ جفتہ کی ڈگری کی محسوب کیا جائے۔

16.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مشاہدات:

(a)۔ اسٹاپ واچ کی کم ترین (Least count)

(b)۔ پینڈلم 1 کا وقت دوری

(c)۔ پینڈلم 2 کا وقت دوری

(16.1)جدول

Observations and Analysis

S.no	Measured values				Calculated values		
	In Phase mode T_0(sec)	**Out of Phase mode T_1(sec)**	**Coupled mode Tc(sec)**	**Beats T_B(sec)**	$T_C = \frac{2T_0T_1}{T_0 + T_1}$	$T_b = \frac{\cancel{2T_0T_1}}{T_0 - T_1}$	$x = \frac{{T_0}^2 - {T_1}^2}{{T_0}^2 + {T_1}^2}$

16.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- ❖ انفرادی پینڈلم کو تقریباً مساوی وقت دوری کے لیے قابل درست تطابق پذیر کرنا چاہئے۔
- ❖ پینڈلم کے زیادہ اہتزازیہ پر وقت کو نوٹ کرنا چاہئے۔ یعنی 100 یا اس سے زیادہ۔
- ❖ اسپرنگ کو اس کی فطرتی طول پر ہی رکھنا چاہئے اور اسپرنگ میں زیادہ ڈھیلا نہیں ہونا چاہئے۔ ورنہ اسپرنگ میں جھکاؤ پیدا ہو جائے۔

16.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

اس تجربے کو انجام دینے کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ :

- دو جفتہ پینڈلم کے عام موڈ طریقہ کار کو مطالعہ کر سکیں گے۔
- اہتزازیہ کے بیٹ موڈ (Beat mode) کی تعدد کو معلوم کر سکیں گے۔

16.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

- ہئیت کی وقت دوری T_0 = ـــــــــــــــ
- اہتزایہ کے ہئیت موڈ کی تعدد ω_0 = ـــــــــــــــ
- ہئیتی باہر (Out or phage) وقت دوری T_1 = ـــــــــــــــ
- اہتزازیہ کے ہئیتی باہر موڈ کی تعدد ω_1 = ـــــــــــــــ
- جفتہ اہتزازیہ کی وقت دوری T_c

(a)۔ T_c کی حسابی قیمت = ـــــــــــــــ

(b)۔ T_c کی پیمائش شدہ قیمت = ـــــــــــــــ

- بیٹ کی وقت دوری T_B

(a)۔ T_B کی حسابی قیمت = ـــــــــــــــ

(b)۔ T_B کی پیمائش شدہ قیمت = ـــــــــــــــ

- جفتہ موڈ اہتزازیہ کی تعدد ω_c = ـــــــــــــــ

- بیٹ موڈ اہتزازیہ کی تعدد ω_B = ــ ــ ــ ــ ــ ــ ــ
- جفتہ کی ڈگری X = ــ ــ ــ ــ ــ ــ ــ ــ

16.9 کلیدی الفاظ (Key Words)

- جفتہ پینڈلم(Coupled Pendulum): دو پینڈلم جو توانائی کا تبادلہ کر سکتے ہیں۔ان پینڈلم کو جفتہ پینڈ کہتے ہے۔ جفتہ پینڈلم پر ائیڈ ہونے والی کشش ثقل کی قوت گردشی سختی پیدا کرتی ہے۔جو ہر پینڈلم کو سکونی مقام پر واپس لاتی ہے۔
- اسپر نگ مستقل: اسپر نگ کو کھینچنے(Expand) یا سکڑاؤ(Compressed) کے لئے ائیڈ ہونے والی قوت جس سے اسپر نگ میں لمبائی یا چھوٹائی کرتی ہیں۔اسپر نگ مستقل کو اسپر نگ کے اندرونی استحکام اور غیر استحکام کو معلوم کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔
- اہتزازیہ وقفہ یادور: ایک اتہزازیہ کو مکمل کرنے کے لئے ہوئے وقت۔
- اہتزازیہ ہم ہئیت /ایک ہی ہئیت کا(In – phase oscillation):ایک ہی تعدد کی دو موجیں جو بالکل ایک ہی سمت میں ہو اور ان کے درمیان اہئیت '0' ہو تب اس موجیں کو ہم ہئیت کہا جائے گا۔
- اہتزازیہ آوٹ آف اہئیت(Out of phase):اگر ایک ہی تعدد کے دو موجیں کی آواز یا صوتی موجیں کو ایک دوسرے کے مقابلے میں آدھے(Half)دوری(Cyclic) سے مستقل کیا جاتا ہے۔تاکہ یک موج اعظم حیطہ پر ہو اور دوسری موج اقل حیطہ پر ہو۔اس وجہ سے آواز موج کو آوٹ اہئیت کی مثال دی جاتی ہے۔
- بیسٹ اہتزازیہ: بیٹ مختلف تعدد کے دو موجیں کے درمیان تداخل کا نمونہ ہے۔ جس کی شرح(Rate)دو موجیں کی تعدد کا فرق ہیں۔
- جفتہ کی ڈگری: جفتہ کی طاقت کی مقدار وضاحت۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ سادہ رقاص کی وضاحت کریں۔

2۔ آپ جفتہ اہتزازیہ سے کیا سمجھتے ہیں؟

3۔ سادہ موسیقی حرکت کو بیان کریں۔

4۔ جفتہ رقاص کو کس کے لیے استعمال کیا جاتا ہیں۔

5۔ پینڈلم کا حیطہ چھوٹا کیوں رکھا جاتا ہے؟

6۔ پینڈلم کے درمیان کپلنگ اسپرنگ کا کیا(رول) کردار ہے۔

7۔ جفتہ پینڈلم کیسے کام کرتا ہے؟

8۔ پینڈلم کی گونج کی تعدد سے آپ کا کیا مطلب ہے؟

9۔ جفتہ پینڈلم میں بیٹ تعدد کیا ہے؟

10۔ اسپرنگ مستقل(spring constant)کو بیان کریں۔

11۔ بحالی قوت(Restoring Force)سے کیا مراد ہے؟

12۔ جفتہ ڈگری سے آپ کا کیا مطلب ہے؟

CALCULATION

CALCULATION

اکائی 17۔ میلڈس کا تجربہ

(Melde's Experiments)

اکائی کے اجزا

17.0 تمہید(Introduction)

میلڈے(Melde's) کا تجربہ جرمن ماہر طبیعیات فرانز میلڈے نے 1859ء میں معلوم کیے ہے۔ انہوں نے تناؤ تار میں ٹیوننگ فورک کی مدد سے اہتزازیہ کو تخلیق کیئے۔ بعد میں اسے برقی رو بردار کی مدد سے ارتعاش کار کے ذریعہ اہتزازیہ کیا گیا ہے۔ میکانکل موجیں مخالف سمتوں میں سفر کرتے ہوئے متحرک نقطہ بناتے ہیں جینس نوڈ یا گرہ کہا جاتا ہے۔ ان موجیں کو سب سے پہلے دریافت فرانز میلڈے نے کی اور اسٹینڈ نگ موج کی اصطلاح کو بنایا۔ اس لئے یہ موجیں کو میلڈے اسٹینڈ نگ موجیں کہا کیونکہ نوڈ مستحکم سکونی(Static Steady) پوزیشن پر رہتی ہے۔

اسٹینڈ نگ موجیں پر سکونی موجیں(Stationery waves) بھی کہا جاتا ہے۔ یہ موجیں یکساں حیطہ اور تعدد کے ساتھ مخالف سمتوں میں حرکت کرنے والی دو موجیں کا مجموعہ کو تداخل(Interference) کہتے ہے۔ یعنی دو موجیں کو منطبق کیا جائے تب ان کی توانائیاں یکسا شامل ہو جاتی ہیں یا تو منسوخ ہو جاتی ہیں۔ تداخل(Interference) ایک سمت میں حرکت کرنے والے دو موجیں ایک سفر کرنے والی موج کو اور خلا میں مخالف سمت میں حرکت کرنے والے موجیں ایک اہتزازیہ موج کا تخلیقی کرتی ہے۔ یہ تجربہ یہ ظاہر کرتا ہے کہ میکانکل موجیں تداخل کے مظاہر کو سمجھاتی ہیں۔

17.1 مقاصد(Objectives)

- تناؤ میں ارتعاش کے عام موڈ کا مطالعہ کرنا۔
- میلڈے کے تجربے کے ذریعہ برقی طور پر برقرار ٹیوننگ فورک کی تعدد کو ذیل کے صورتوں میں معلوم کرنا۔
  - (a)۔ ارتعاشی عرضی موڈ(Transvers mode of vibration)
  - (b)۔ ارتعاشی طولی موڈ(Longitudinal mode of vibration)

17.2 آلات(Apparatus)

ٹیوننگ فورک،

وولٹیج، ملٹی میٹر،

پلگ چابی،

ٹرانسفارمر (6v)،

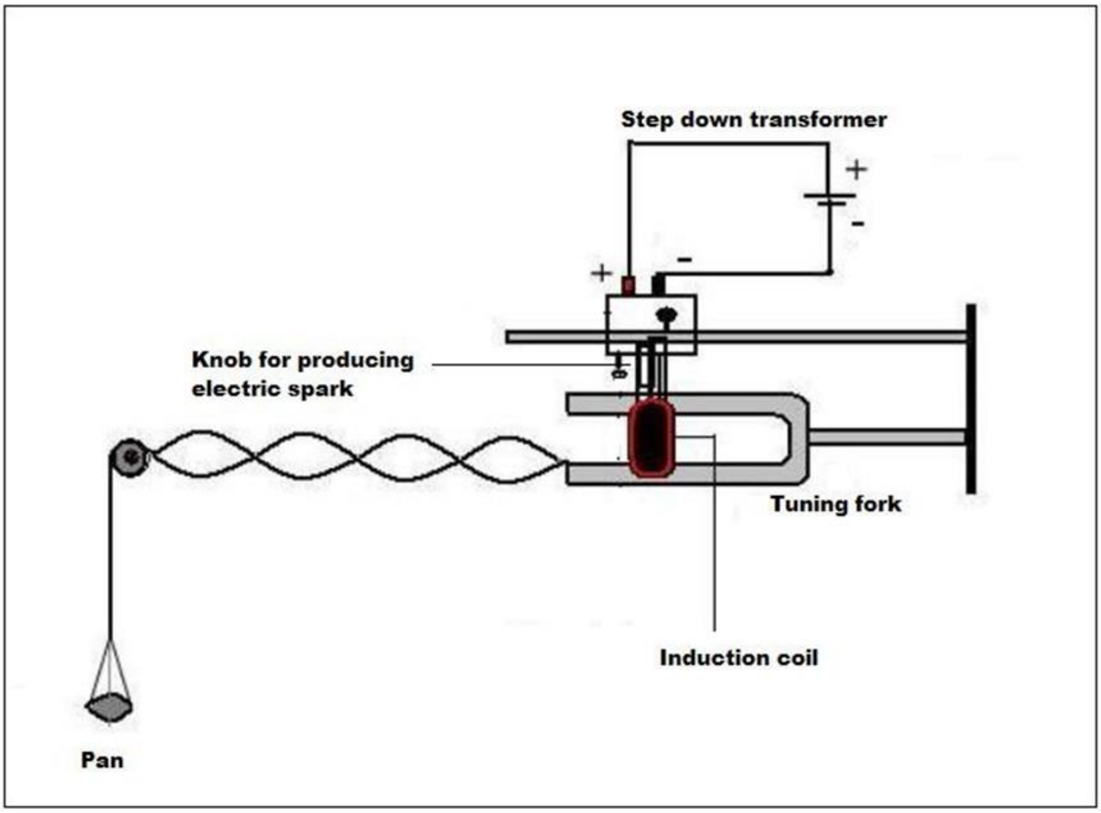
تار،

پین(pan)،

گھرکی(pulley)،

17.2.1 تشریح آلات (Apparatus Explanation)

میلڈے کا تجرباتی سیٹ اپ (Set-up) ایک برقی طور پر برقرار رکھنے والے ٹیوننگ فورک ہیں۔ جس میں ایک بھاری نکل پلیٹ شدہ U-شکل کے شاخیں ہوتے ہیں۔ فورک کی تعدد کو قابل درست کرنے کے لئے برقی مقناطیسی کوائل (Coil) کو شاخوں کے درمیان رکھتے ہے۔ برقی مقناطیسی کوائل کو سروں کے درمیان آگے اور پیچھے کرتے ہوئے ارتعاش کے حیطہ کو آسانی سے تبدیلی کر سکتے ہیں۔ ٹیوننگ فورک کے ایک شاخ کو چھوٹی اسپرنگ کی پٹی سے جوڑ دتے اور دوسرے شاخ کو اسکرو پوائنٹ کی پٹی سے جوڑ دیجیے۔ شاخوں میں موجود ارتعاش رو کے ذریعے برقرار رکھا جاتاہے جو ٹیوننگ فورک کے شاکوں کے درمیان رکھے ہوئے برقی مقناطیس سے گزرتی ہے۔ جب رو اس سرکٹ سے گزرتی ہے تو برقی مقناطس مقناؤ (Magnatised) ہو جاتی ہے اور فورک کے شاخیں فورن کھینچے (Pull) جاتے ہیں اور اندرونی طرف سٹیل اسپرنگ جھگڑنے میں ناکام ہوتی ہے۔ نتیجتاً سرکٹ ٹوٹ جاتاہے۔ پھر برقی مقناطیسی شاخوں کو پول (pull) کرنے کی وجہ سے سرکٹ اپنی پہلی جگہ پر واپس آجاتی ہے۔ اس طرح دور (Cycle) کو دہرایا جائے گا اور ٹیوننگ فورک کو ارتعاش کے استعمال کیا جائے گا۔



شکل (17.1)

شکل (17.1) میں دکھایا گیا ہے کہ ٹیوننگ فورک کے شاخوں میں سے ایک کے ساتھ ایک ہلکی تار کو تان دیجیے اور دوسرے کنارے کو اسٹینڈ پر طئے شدہ افقی گھرنی یا پولی (Pully) کے اوپر سے گزارا جائے۔ ایک ہلکا پین یا پلڑا (Pan) تار کے آزاد سرے سے جوڑ

دے تار کے تناؤ کو پلڑا میں رکھے ہوئے وزن کو تبدیلی کرتے ہوئے قابل درست کریں ٹیو ننگ فورک اور گھرنی (Pully) کو آگے اور پیچھے کے پوزیشن کو تبدیلی کرتے ہوئے تار کے طول کو قابل راست کیا جا سکتا ہے۔

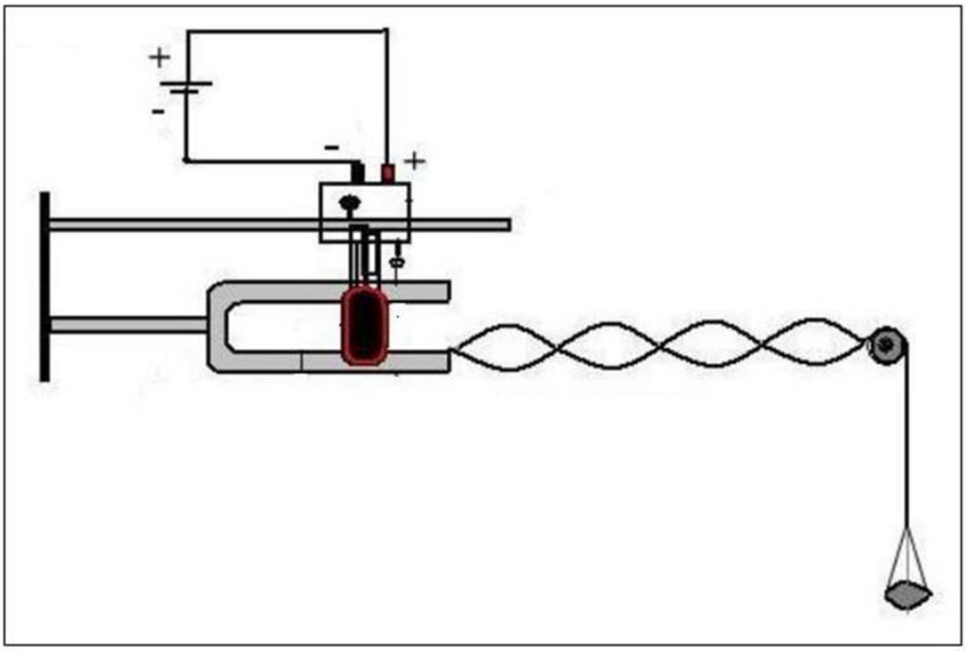
تار کے طول میں مسلسل تبدیلی کرتے ہوئے ارتعاش کے مختلف عام موڈ کا مشاہدہ کیجیے۔ تار کے طول کی قدر، طول کی فی کمیت اور ایک عام موڈ پر ارتعاش کی تناؤ کی پیمائش کی قیمتوں کی مدد سے کسی بھی تار کا اہتزازیہ کی تعداد کو محسوب کر سکتے ہیں۔

میلڈے کے تجربہ میں آلات کے ارتعاش کو دو طریقوں میں ترتیب دیں گے۔

(a)۔ ارضی موڑ (Transvers mode) (b)۔ طولی موڑ (Longitudinal mode)

(a)۔ ارضی موڑ: ٹیو ننگ فورک کے شاکیں کی حرکت کی سمت تار کی طول کی عمود وار ہو تو اس حرکت کو ارضی موڑ ارتعاش کہا جاتا ہے۔

شکل (17.2) کے مطابق آلات کو ترتیب دیجیے۔ ٹیو ننگ فورج کے شاخیں کو عمودی طور پر دھاری دار کناروں پر ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ اس عرضی انداز میں ایک فولادی کے تار سے ٹیو ننگ فورک ایک موڑ کی تعدد والی ایک متبادل رو گزاری جاتی ہے تو تار پر قسری ارتعاش (Forced Vibration) ترتیب پائے جاتے ہیں۔

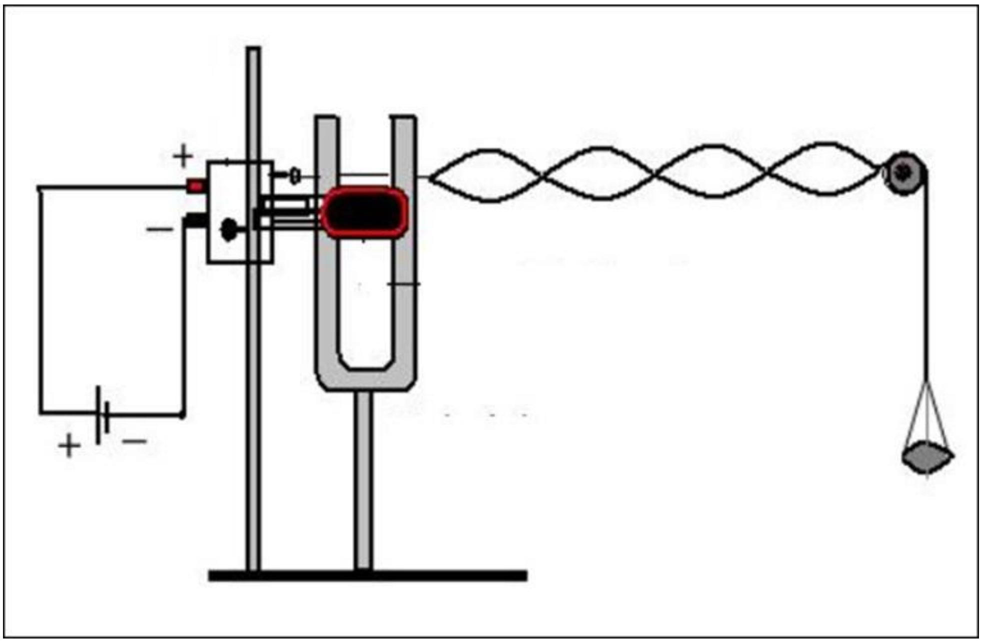


Experimental arrangement for transverse mode Copyright @ 2022 Under the NME ICTinitiative of MHRD

شکل (17.2)

(b)۔ طولی موڑ: ٹیو ننگ فورک کے شاخیں کی حرکت کی سمت تار کی طول کے ساتھ ہو تو اسی حرکت کو طولی موڑ ارتعاش کہا جاتا ہے۔

ٹیو ننگ فورک کے شاخیں کو طولی موڑ پر دھاری دار کناروں پر ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ شکل (17.3) کے مطابق آلات کو ترتیب دیجیے اس طولی موڑ میں ٹیو ننگ فورک کے مکمل موڑ پر ایک فولادی تار مکمل نصف ارتعاش پر ہوتی ہیں۔



Experimental arrangement for longitudinal mode Copyright @ 2022 Under the NME ICTinitiative of MHRD

شکل(17.3)

17.3 نظریہ(Theory)

میلڈے کا تجربہ اسٹینڈ نگ موجوں کی خصوصیات کو سمجھاتے ہیں۔ تناؤ تار کو دو سروں سے جھگڑ دے اور ارتعاش کو سیٹ(set) کیجیے۔ ان سروں پر تار میں یکساں حیطہ اور تعداد کے دو موجیں مخالف سمت میں حرکت کرتے ہوئے یک ہی طول کے ساتھ بر پوشی(Overlapp) ہوتی ہے۔ واقعہ اور منعکس موجیں کی انطباق سے تار میں ارضی موڈ پر سکونی موجیں(Stationery waves) قائم ہوتی ہیں۔

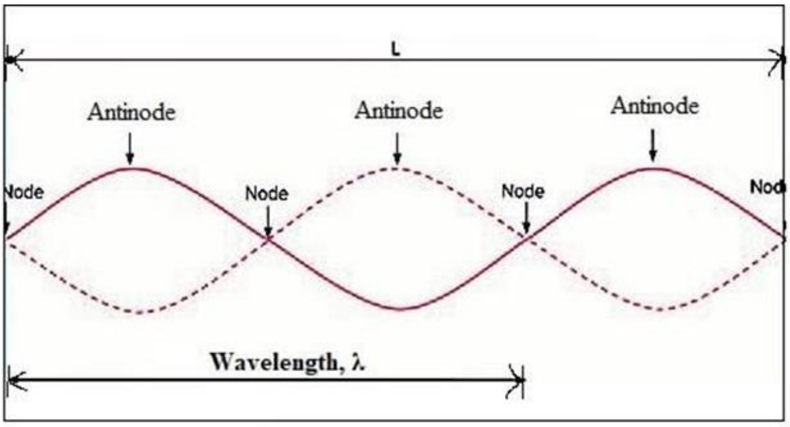
واسطہ کے وہ نقطہ جس میں توازن سے کوئی نقل مکان نہیں ہوتی وہ نقاط توڑ کہتے ہیں۔اور وہ نقطہ جو توازن سے اعظم ترین حیطہ کے ساتھ ارتعاش کرتے ہیں ان نقاط کو اینٹی نوڈ(Anti-node) کہتے ہیں۔

شکل(17.4) میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دو متواتر نوڈ کے درمیان فاصلہ $\lambda/_2$ ہیں۔ جہاں λ طول موج کہتے ہیں جب

$$l = \lambda/_2$$

تار کی ارتعاش کی تعداد 'f' اور v رفتار ہو تب مساوات

$$f = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{2l}$$



A stretched string with fixed ends can oscillate up and down with a whole spectrum of frequencies and patternsof vibration. These special "Modes of Vibration" of a string are called standing waves or normal modes.

شکل(17.4)

'L' طول کے تار کو استواری سہارے(Regid support) کو جھگڑ دیجیے۔تار میں تناؤ پر ارضی ارتعاش کو قابل درست کریں۔ارضی نقل مکان کی مساوات(Y (x,t ذیل میں ہیں۔

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{x^2}\frac{d^2y}{dt} = 0 \qquad \text{--------(1)}$$

جہاں رفتار $\vartheta = \sqrt{T/\mu}$

T تار کی تناؤ اور μ طول کی فی اکائی کی کمیت

دھاگہ $x-$ کے سمت پر اور ٹیوننگ فورک کو y - محور کے سمت پر رکھا جائے تب ٹیوننگ فورک کے شاخوں سے دھاگہ کو جھگڑ دیجیے۔

شرط $Y\,(0,t) = Y\,(L,t) = 0\; for\; all\; t'$

یہ شرط پر تار کے کسی بھی عام ارتعاش کی مساوات کا حل $y(x,t)$

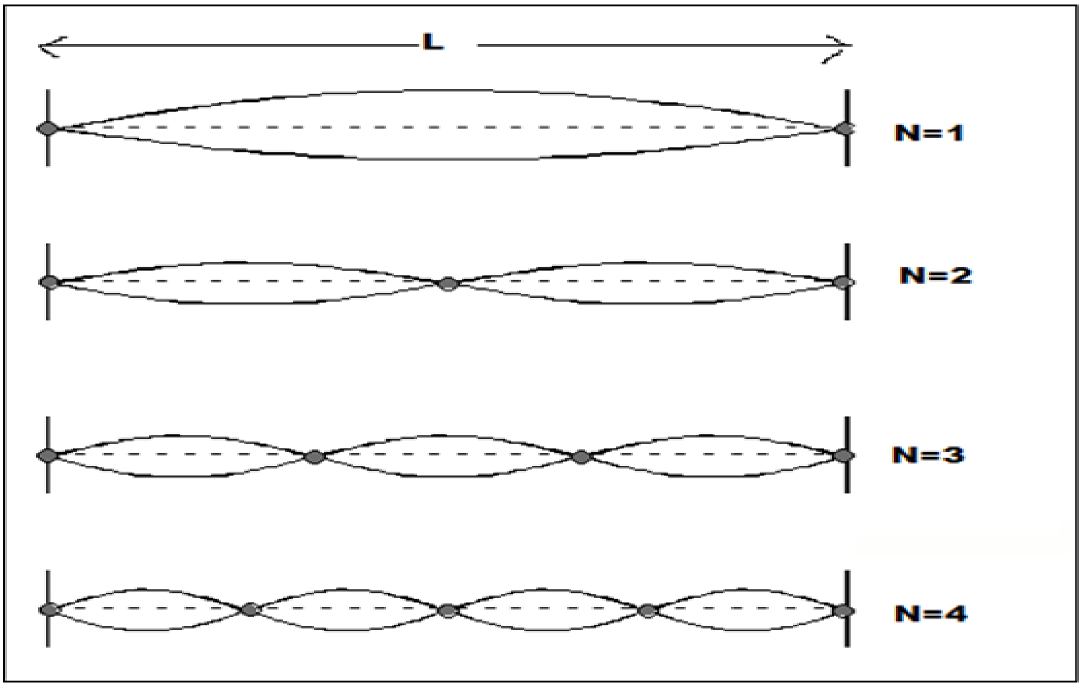
ارتعاش کے مختلف موڈ جن میں تار کے تمام نقاط ایک حیطہ کے ساتھ سادہ موسیقی حرکت کی ارتعاش کو عام تعداد کہتے ہیں۔

ارضی موڈ کی عام تعداد f_n کو ذیل کے ضابطہ یہ ہے کہ

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1,2,3 - - - -$$

عام موڈ کی n قیمت کو n^{th} عام موڈ یا $(n-1)^{th}$ ہارمونک کہتے ہیں۔

n=1 کوڈ کو بنیادی موڈ کہتے ہیں۔



First four normal modes of a stretched string of length L with fixed end points

شکل(17.5)

مساوات(2) کو l اور M کے قدر میں تعداد کی مساوات

$$f = \sqrt{\frac{Mg}{4\mu l^2}} \qquad \text{--------(3)}$$

اس تجربہ میں جب T&L عام تعداد اور ڈرائیونگ تعداد کے مساوی ہو۔ جب تار یہ ہی تعداد سے گونجتی ہے۔ان متغیرات کی قیمتوں کی پیائش کریں اور ان کی مدد سے ٹیوننگ فورک کی ڈرائیونگ تعداد کو محسوب کیجیے۔

ارضی موڈ ایک مکمل ہو جبکہ تار میں ایک ارتعاش مکمل ہوتی ہے۔اس موڈ پر ٹیوننگ فورک کی تعدد اور تار کی تعدد مساوی ہوتی ہے۔یہ مساوات(2) اور (3) سے دکھا گیا ہے۔

اسی طرح ایک طولی موڈ مکمل ہو جبکہ تار میں ارتعاش کا نصف مکمل کرتی ہے۔ لہذا اس موڈ میں ٹیوننگ فورک کی تعدد تار کی تعدد سے دوگنی ہوتی ہے۔یہ مساوات کو ذیل سے ظاہر کرتے ہیں۔

مساوات(2) کو 'l' اور m میں تبدیلی کرنے پر

$$f = \sqrt{\frac{mg}{\mu l^2}} \qquad \text{-------(5)}$$

17.4 طریقہ عمل (Procedure)

(a)۔ ارتعاشی عرضی موڈ (Transvers mode of vibration)

(1)۔ شکل(17.1)کے بموجب ٹیوننگ فورک کے شاخین کو Stand کی مدد سے جکڑ دیجیے۔

(2)۔ شکل(17.2)کے مطابق آلات کو ترتیب دیجیے۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں کو عمودی طور پر دھاری دار کناروں پر ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ اس کے لیئے تار کے آزاد سر سے وزن آویزے کو ملحق کیجیے۔ ایک موزوں وزن کو منتخب کیجیے تاکہ تار کو تناؤر کھا جاسکے۔

(3)۔ گھڑیالی چٹکیوں کی مدد سے تار کے سروں کو ایک کنجی(Key)کے ذریعہ ایک ٹرانسفارمر کے سروں سے جوڑ دیجیے۔

(4)۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں کو گھر کی(Pully)کو ایک دوسرے سے جہاں تک مکمل ہو سکے پوزیشن میں لائے۔ اب کنجی کو بند کر دیجیے۔

(5)۔ پین(Pan)میں وزن کو بڑھاتے ہوئے۔

(6)۔ کسی ایک مستقل پوزیشن میں تار ارتعاش کرنے لگتا ہے۔

(7)۔ اس وولٹیج کو کافی احتیاط سے اس وقت تک ترتیب دیجیے جب تک کہ تار اعظم ترین حیطے میں ارتعاش نہ کرنے لگے۔

(8)۔ اب ٹیوننگ فورک کے شاخیں اور گھر کی(pully)کے درمیان تار کے طول 'l' میں لوپ(Loop)کی پیائش کیجیے۔

(9)۔ وزن کو مرحلوں میں بڑھاتے جائے اور مرکزوہ بالا طریقے سے ہر بار گمکی طول(Resonance Length) میں لوپ(Loop)کی پیائش کیجیے اور مشاہدات کو جدول میں بند کیجیے۔

(10)۔ آویزے میں موجود وزن $M_1 + M_2$ کو نوٹ کیجیے۔ ذیل کے ضابطے سے تار میں تناؤ(T)کو محسوب کیجیے۔

$$T = (m_1 + m_2)g\ Newton$$

(11)۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں سے تار کو علاحدہ کر دیجیے۔ ایک ترازو کی مدد سے اس کیت m_2 اور اس کے طول 'l' کی پیائش کیجیے۔

(a)۔ ذیل کے ضابطے سے اس کی حیطی کثافت μ محسوب کیجیے $\mu = \frac{m}{L}$

(b)۔ بصورت دیگر ایک خردہ پیما کو استعمال کر کے تار قطر 'r' معلوم کیجیے۔

طبعی جدولوں سے تار کے مادے کی کثافت(d)کی قیمت نوٹ کر لیجئے۔

پھر تار کی خطی کثافت کو ذیل کے ضابطے سے محسوب کیجیے۔

$$\mu = \pi r^2 d$$

(12)۔ ذیل کے ضابطے کی مدد سے 'f' کی قیمت محسوب کیجیے۔ اور تبادل رو کی سپلائی کے تعدد f کی اوسط قیمت معلوم کیجیے۔

$$f = \sqrt{\frac{mg}{4\mu l^2}}$$

(b)۔ ارتعاشی طولی موڈ(Longitudinal mode of vibration)

(1)۔ ٹیوننگ فورک کے شاخیں کو طولی موڈ پر دھاری دار کناروں پر ایک ایک فولادی تار کو تان دیجیے۔ شکل(17.3)کے مطابق آلات کو ترتیب دیجیے اس طولی موڈ میں ٹیوننگ فورک کے مکمل موڈ پر ایک فولادی تار مکمل نصف ارتعاش پر ہوتی ہیں۔

(2)۔ اس صورت میں تجربہ کو عرضی موڈ کی طرح دوراہیئے۔ اور ذیل کے ضابطے کی مدد سے 'f' کی قیمت محسوب کیجیے۔

$$f = \sqrt{\frac{mg}{\mu l^2}}$$

17.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مزاحمت کی تخمین:

پین M_2 کی کمیت Kg = ---------------

خطی کثافت $\mu = \frac{m}{l}$ = ---------------

جدول (17.1)

Table for Transverse mode

S.No	M_1 kg	$M=(M_1+M_2)$ kg	Number of loops N	Length of N loops l´	Length of single loop l=l´/N	M/l^2

M_1 پین میں وزن کی کمیت $Kg =$

$M = (m_1 + m_2)$ کی کل کمیت =

$n =$ تار کے درمیان لوپ =

$l^1 = n$ لوپ کے لئے تار کا طول $m =$

$l =$ تار کا طول ایک لوپ کے لئے $m =$

اوسط $M/_{l^2} =$

ارضی موڈ پر تبادل رو کی سپلائی کے تعدد 'f' کی اوسط قیمت $= --------- Hz$

جدول (17.2)

Table for Longitudinal mode

S.No	M_1 kg	$M=(M_1+M_2)$ kg	Number of loops N	Length of N loops l′	Length of single loop l=l′/N	M/l^2

اوسط $M/_{l^2} =$

طولی موڈ پر تبادل رو کی سپلائی کے تعدد 'f' کی اوسط قیمت $= ----- Hz$

17.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

1۔ غیر لچک دھاگا کو استعمال کرنا چاہیئے۔

2۔ فولادی تار کو ایک میز پر تان کر اس کے ایک سرے کو ٹیونگ فورک کے شاخیں سے جکڑ دیجیے جوڑ دھیلا نہ رہنے پائے۔

3۔ ٹیونگ فورک کے شاخیں کو گھر کی (Pully) کو ایک دوسرے سے جہاں تک مکمل ہوسکے ایک طول کے پوزیشن میں لائیے۔

4۔ وزن کے مرحلوں ساکن ہونا چاہئے اور اسے زمین کو نا چھونا چاہئے۔

5۔ لوپس کو اچھی طرح سے بیان کیا جانا چاہئے اور ایک ہی مستوی میں ہونا چاہئے۔

6۔ گھرنی میں رگڑ کم سے کم ممکن ہونا چاہئے۔ دور کے جوڑ صحیح طور پر جوڑیں۔ کوئی جوڑ ڈھیلا نہ رہنے پائے۔

17.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

اسٹینڈ نگ موجیں بغیر کسی خطی حرکت کے اوپر، نیچے ارتعاش کرتے ہیں اور آسانی سے ارتعاش ہونے والے محدود واسطہ جیسے کہ گٹار کی تار، ندی یا لیک میں پانی، یا کمرے میں ہوا کی شناخت ہوتی ہے۔ان کے کچھ استعمال ذیل میں دی گئی ہیں۔

☆ آلات کی ٹیوننگ جیسے گٹار

☆ ہوا کی شناخت میں اسٹینڈ نگ موجیں، سوپرانو سکسوفون(Saprano Saxophone)وغیرہ۔

☆ انسانی تقریر کا تجزیہ

☆ اسٹینڈ نگ نور کی موجیں کو چھوٹے فاصلے کی پیائش کے لیے اور نوریات کی فلیٹوں(Optical flats)میں بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

☆ اسٹینڈ نگ موجیں کو میکانکی طور پر ٹھوس واسطہ میں شامل کر سکتے ہیں اور گونج کا استعمال کرتے ہوئے سینسر(Sensere)میں تعدد، حیطہ کی تبدیلیوں کو ٹریک کرنے کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

17.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

ارضی موڈ پر تبادل رو کی سپلائی کے تعدد $f = -------Hz$

طولی موڈ پر تبادل رو کی سپلائی کے تعدد $f = -------Hz$

17.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- نوڈ: وہ نقطہ جہاں تار حرکت نہیں کرتا یا نوڈوں میں جہاں اسٹینڈ نگ موجیں مین موج کی خلا صفر ہے۔
- اینٹی نوڈ: اسٹینڈ نگ موجیں میں ذرہ کی حیطہ توازن سے اعظم ترین نقل کی عددی قدر ہوں۔
- تناؤ تار میں ارتعاش کی تعدد: ایک سکنڈ میں مکمل کرنے والے اہتزازوں کی تعداد(Frequency) کہلاتی ہے۔ تعداد کی اکائی Hz ہے اور ایک ہرٹز ایک سائیکل فی سکنڈ کے برابر ہے۔
- بنیادی تعدد: اسٹینڈ نگ موجیں کی کم تعدد کو بنیادی تعدد کہتے ہے۔
- عام موڈ: تار میں اسٹینڈ نگ موجیں کے لئے ممکنہ اسٹینڈ نگ موج کا انداز ہو تو یہ موڈ عام موڈ کہلاتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ تعدد کی وضاحت کریں اور اس کی اکائی بیان کریں۔

2۔ ارضی اور طولی موجیں سے کیا مراد ہے؟

3۔ نوڈ اور اینٹی نوڈ سے آپ کا کیا مطلب ہے؟

4۔ متواتر دو نوڈ یا دو اینٹی نوڈ کے درمیانی فاصلہ کیا ہے؟

5۔ روبردار ٹیوننگ فورک اور عام ٹیوننگ فورک میں کیا فرق ہے؟

6۔ اسٹینڈنگ موجیں کو بیان کریں۔

7۔ پرسکونی موجیں سے کیا مراد ہے؟

8۔ اسٹینڈنگ موجیں مثالیں دیجیے۔

9۔ اسٹینڈنگ موجیں کی تشکیل کی شرط کیا ہے؟

10۔ ارتعاش کی تعدد کا ضابطہ کیا ہے؟

11۔ خطی کثافت کی وضاحت کریں؟

12۔ خطی کثافت تناؤ کی اکائیاں کیا ہیں؟

13۔ دھاگے کی رفتار، تناؤ اور خطی کثافت کے درمیان کیا تعلق ہے؟

14۔ آپ گونج کے بارے میں کیا سمجھتے ہیں؟

15۔ موجودہ تجربے کی سائنسی اور تکنیکی (Technological) اہمیت کیا ہے؟

CALCULATION

اکائی 18۔ لیساجو کی اشکال

(Lissajous figures)

اکائی کے اجزا

18.0 تمہید(Introduction)

منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما ایک ایسا آلہ ہے جو گرافک کے ذریعہ برقی وولٹیج میں ہونے والی تبدیلی کو وقت کے ایک تفاعل کے طور پر بتلاتا ہے۔اس کے بعد ظاہر ہونے والی موجی شکل کا تجزیہ بھی کیا جاسکتا ہے تاکہ حیطہ،تعدد،وقت دوراں اور دیگر خصوصیات کو جائزہ لیا جاسکے۔

جب دو سادہ موسیقی حرکات کو ایک دوسرے کے مخالف سمت میں علی القوائم ترسیمی طور پر ظاہر کیا جاتا ہے،تب نتیجے حاصل میں ہونے والی ترتیب کو لیساجو کی اشکالLissajous figures کہا جاتا ہے۔ (Cathode ray oscilloscope)CRO منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما کی اسکرین پر حاصل ہونے والا خاکہ دراصل تعدد،حیطہ اور ہیئت پر منحصر ہوتا ہے۔اس تجربے میں ہم مختلفLissajous لیساجو کے خاکوں کا مشاہدہ کریں گے اور کسی دیے گئے سگنل کی نامعلوم تعدد(فریکوئنسی) کو تلاش کرنے کے لیےLissajous لیساجو کی شکل کا استعمال کریں گے۔

18.1 مقاصد(Objectives)

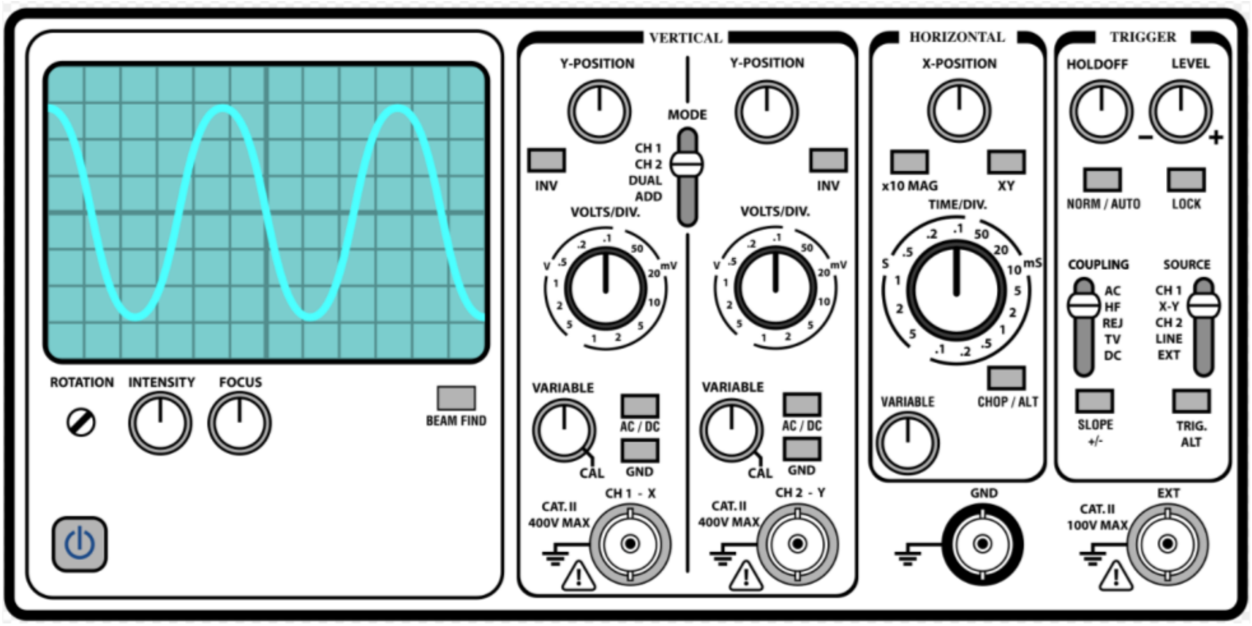
- آر سی سرکیوٹ ہم سلسلہ کی خصوصیات کا مطالعہ کرنا۔
- چارجنگ وولٹیج کے ذریعہ آر سی وولٹیج وقت مستقل کی پیمائش کریں۔
- ڈس چارجنگ وولٹیج کے ذریعہ آر سی وولٹیج وقت مستقل کی تخمین کریں۔

18.2 آلات(Apparatus)

- منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما.
- فنکشن جنریٹرز.
- کنیکٹنگ پروبس.

18.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

Cathode ray oscilloscope (CRO) منفی شعاعوں کے اہتزاز پیما کی وضاحت: ایک (اینالاگ) تمثیلی منفی شعاعوں کے اہتزاز پیما کو عام طور پر چار حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے: ڈسپلے، عمودی کنٹرول،افقی کنٹرول اور ٹرگر کنٹرول جیسا کہ ذیل کی تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



شکل(18.1)

ڈسپلے ایک منفی شعاعی نلی ہے۔اسکرین پر خطوط کا جال ہے جو دکھائے گئے خاکہ کی پیمائش کرنے کے لیے حوالہ کے طور پر کام کرتا ہے جسے چوخانہ graticule کہتے ہیں۔CRT کے ڈسپلے سیکشن مین فوکس، حدت Intensity،اور بیم فائنڈر کو کنٹرول کر سکتے ہیں۔

عمودی سیکشن ڈسپلے سگنل کے حیطہ کو کنٹرول کرتا ہے۔اس حصے میں ایک وولٹ فی ڈویژن (وولٹس/ڈیو)، سلیکٹر نوب، ایک AC/DC / گراؤنڈ سلیکٹر سوئچ، آلے کے لیے عمودی ان پٹ اور عمودی بیم پوزیشن نوب ہوتے ہیں۔

افقی سیکشن ٹائم بیس کو کنٹرول کرتا ہے یا آلہ کو "سویپ" کرتا ہے۔ سویپ ٹائم وہ وقت کا دورانیہ ہے جس کے دوران CRT کی سکرین beam خطی طور پر بڑھتا ہوا sawtooth وولٹیج کے سبب بائیں سے دائیں تک جاتا ہے۔اس سیکشن میں سیکنڈ زفی ڈویژن (سیکنڈ/ڈیو) سلیکٹر سوئچ، دوہری X-Y محور سگنلز کے لئے افقی درآمد اور افقی بیم پوزیشن نوب ہوتا ہے۔

ٹریگر سیکشن سوئپ کے آغاز کے کو کنٹرول کرتا ہے۔ایک سی آر او میں دو اقسام کے انصراف کو ہم آہنگ کرنے کے لئے ایک ٹریگر سرکٹ فراہم کیا جاتا ہے تاکہ افقی انصراف ہر بار ان پٹ سگنل کے ہی نقطہ پر شروع ہو۔اسے بھی تشکیل بھی دیا جا سکتا ہے کہ ہر sweep کے بعد ٹریگر کو خود بخود دوبارہ شروع کرنے کے لئے سیٹ کیا جاسکتا ہے۔اس سیکشن میں مبدا اور کپلنگ سلیکٹر سوئچز، اور ایک بیرونی ٹریگر ان پٹ (ایکسٹ ان پٹ) اور لیول ایڈ جسٹمنٹ ہوتا ہے۔

فنکشن جنریٹر: ایک فنکشن جنریٹر ایک ایسا آلہ ہے جو مختلف قسم کے برقی موجوں کو پیدا کرنے کے لئے استعمال ہوتا ہے جیسے کہ (سائن) جیبی موج، مربع موج، مثلثی موج اور (فریکوئنسی) تعدد کے ایک وسیع درجہ پر sawtooth شکلیں اور تعداد اور حیطہ کو فراہم کردہ نوبس کے ذریعے تبدیل کیا جاسکتا ہے جیسا کہ ذیل کی تصویر میں دکھا جاسکتا ہے۔

شکل(18.2)

کنیکٹنگ پروبس: جس سگنل کو ناپاجاناں ہوتا ہے اس ناپاجانے والا سگنل ان پٹ کنیکٹرز میں سے ایک کو دیا جاتا ہے، جو عام طور پر ہم محوری Coaxial ہوتا ہے مثال کے طور پر BNC کنیکٹر۔

18.3 نظریہ(Theory)

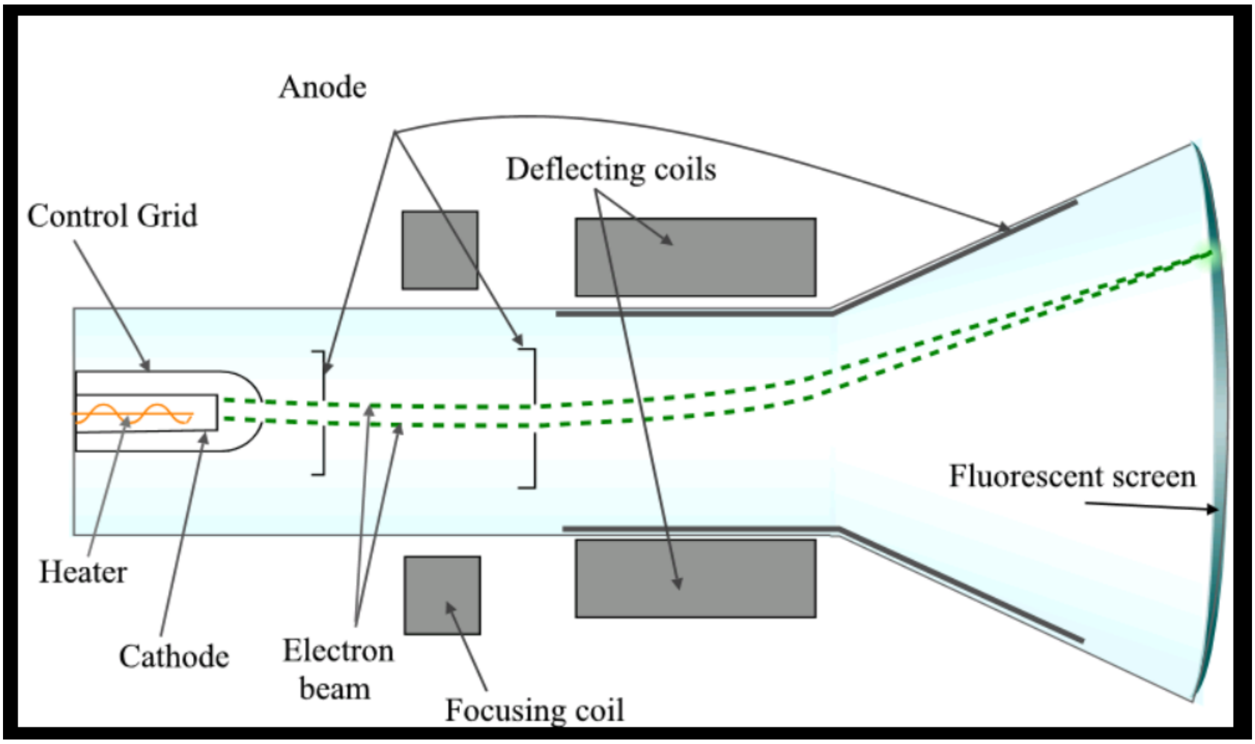
Cathode ray oscilloscope (CRO) منفی شعاعوں کا اہتزاز پیامختلف سگنلز کی وولٹیج لہر کی شکل کا تجزیہ کرنے کے لیے بہت وسیع پیمانے پر استعمال ہونے والا الیکٹرانک ڈیوائس ہے۔CRO کا اہم حصہ منفی شعاعی نلی یا کیتھوڈرے ٹیوب(CRT) ہے۔ایک سادہ سی آرٹی(CRT) نیچے دی گئی تصویر میں دکھائی گئی ہے۔

CRT کے حصے یہ ہیں۔

،حدت گرڈintensity grid,،فوکس گرڈfocus grid,،اور تیز کرنے(اسراعی)والے انوڈ(مثبت الیکٹروڈ) کو الیکٹران گن کہاجاتا ہے۔یہ الیکٹران بیم پیدا کرتا ہے اور اس کی حدت اور مرکوزی مقام کو کنٹرول کرتا ہے۔

الیکٹران گن اور فلوروسینٹ اسکرین کے درمیان دھاتی پلیٹوں کے دو جوڑے ہوتے ہیں جنہیں افقی اور عمودی انحرافی پلیٹیں کہتے ہیں جو بالترتیب بیم کو افقی انحراف اور عمودی انحراف فراہم کرتے ہیں۔

ان دوانحرافوں کا مجموعہ بیم کو فلوروسینٹ اسکرین کے کسی بھی حصے تک پہنچنے کی اجازت دیتا ہے۔جہاں کہیں بھی الیکٹران بیم اسکرین سے ٹکراتی ہے، فاسفر پر تحریک ہوتی ہے اور اس مقام سے روشنی خارج ہوتی ہے۔(ایمپلیفائیڈ) افزوں شدہ ان پٹ سگنل عمودی تختیوں پر عائد ہوتے ہیں اور وولٹیج جو وقت کے ساتھ خطی طور پر بڑھتا ہے ساتھ ہی افقی پر لاگو ہوتا ہے۔افقی محور ہموار ٹائم اسکیل کے طور پر کام کرتا ہے۔اس طرح عمودی پلیٹوں پر عائد ہونے والا سگنل وقت کے ایک تفاعل کے طور پر اسکرین پر ظاہر ہوتا ہے۔



شکل(18.3)

جب انحراف کے دونوں جوڑے دو جیب نما sinusoidal وولٹیجز سے جڑے ہوتے ہیں، تو سی آر او اسکرین پر ظاہر ہونے والے خاکہ کو pattern کو لیساجو کا خاکہ pattern کہتے ہیں۔ عائد کردہ ان پٹ کے سگنل اور تعدد کے تناسب کے درمیان کے فرق کی تبدیلیوں کے ساتھ Lissajous پیٹرن بھی تبدیل ہوتا ہے، یہ Lissajous خاکہ (پیٹرن) عائد کردہ سگنلز کے تجزیہ میں بہت مفید بناتا ہے۔

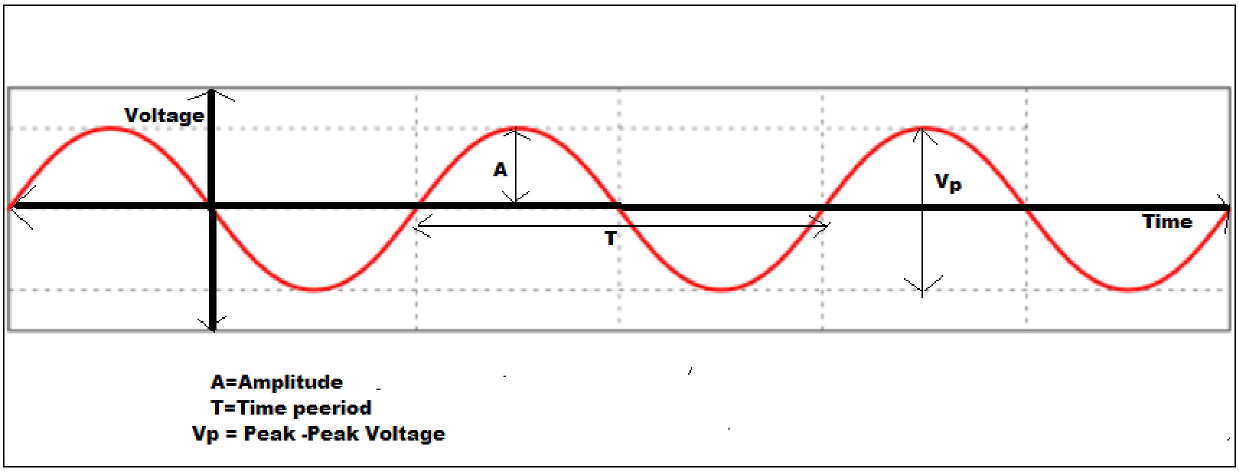
18.4 طریقہ عمل (Procedure)

- ایک سگنل جنریٹر کو عمودی ان پٹ CH1 سے جوڑے۔

sine wave جیسی موجی آؤٹ پٹ کو منتخب کریں۔

- سگنل جنریٹر پر فراہم کردہ نوب کا استعمال کرتے ہوئے حیطہ کو ترتیب دیجیے۔

(فریکوئنسی) تعدد کو مطلوبہ قدر پر ترتیب دیں (سیٹ) کریں۔



شکل(18.4)

CROکااستعمال کرتے ہوئے وولٹیج کی پیمائش:-

حیطہ یاچوٹیPeakوولٹیج وہ زیادہ سے زیادہ وولٹیج ہے جواوپر دیے گئے اعداد و شمار میں A کے ذریعے ظاہر کیے گئے سگنل کے ذریعے پہنچتاہے۔

- چوٹی-چوٹی وولٹیجPeak-peak voltageحیطہ یا چوٹیPeakوولٹیج سے دوگنا ہوتاہے۔عام طور پر چوٹی-چوٹی وولٹیج کوCRO اسکرین سے پیمائش کی جاتی ہےاور وولٹیج کو2سے تقسیم کرکے تعیُن کیاجاتاہے۔
- وولٹیج کی پیمائش چوٹی سے چوٹی تک Yانحراف کونوٹ کرکے کی جاسکتی ہے،یعنی اوپر کی تصویر سےVpکچھ اسطرح ہوگا۔

Vp=(عمودی محور کے ساتھ سینٹی میٹر میں مربعوں کی تعداد۔)x(منتخب وولٹ/سینٹی میٹر)

وولٹیج یاحیطہ=Vp/2

سی آراوکواستعمال کرتے ہوئے وقت دوراں کی پیمائش:

•(ٹائم پیریڈ)وقت دوراں وہ وقت ہے جو سگنل کوایک چکر مکمل کرنے کے لئے ہوتاہے۔اس کی پیمائش سیکنڈ (سیکنڈز) میں کی جاتی ہے، لیکن عائد کردہ سگنلز کے لیے وقت دوراں عموماًبہت کم ہوتی ہے اس لیے ملی سیکنڈز (ایم ایس)اور مائیکرو سیکنڈز(μs)اکثر استعمال ہوتے ہیں۔

- ایک دور"T"کے لیےx-انحراف کونوٹ کریں جیسا کہ شکل میں دکھایاگیاہے۔
- وقت دوراں کوشمار کیاجاسکتاہے۔

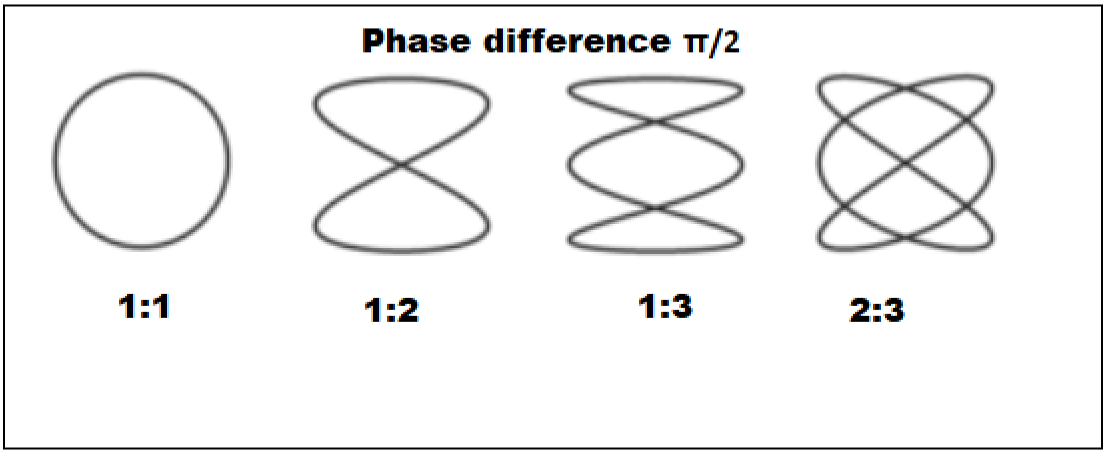
T=(افقی محور کے ساتھ سینٹی میٹر میں مربعوں کی تعداد)x(منتخب وقت/سینٹی میٹر پیمانہ)

CROکواستعمال کرتے ہوئے تعدد کی پیمائش:

- ایک بار جب دورانیہTمعلوم ہوجاتاہے تب،تعدد f (Hz) = 1/T (sec)ہوتی ہے۔اس طرح تعدد کی پیمائش ہوتی ہے۔

مختلف لیساجوکے خاکوںLissajousکا(پیٹرنز)کامشاہدہ:-

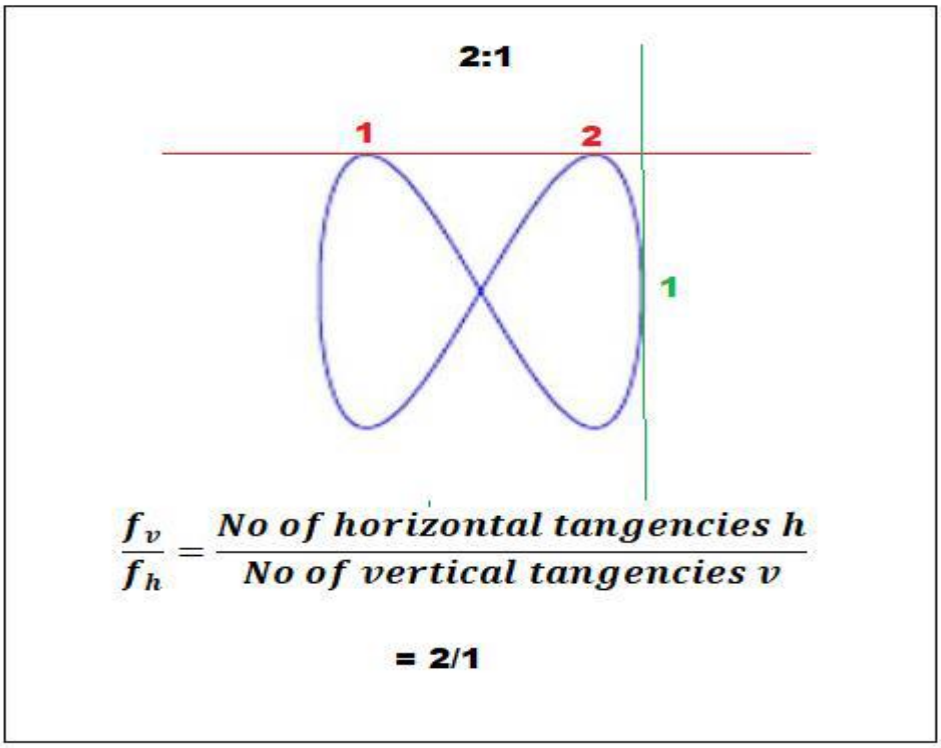
1. ایک سگنل جنریٹر کو عمودی ان پٹ سے اور دوسرے کو اہتزازی پیماء کے افقی ان پٹ سے جوڑیں۔
2. کنٹرولز کو X-Y موڈ میں تبدیل کریں۔
3. دونوں جنریٹرز کی فریکوئنسی 1000 ہرٹز کے لیے سیٹ کریں اور اس وقت تک ترتیب دیں اور (ایڈجسٹمنٹ) کریں جب تک کہ اسکرین پر تسلی بخش سائز کا بیضوی حصہ نظر نہ آجائے۔ بیضویت کو روکنے کے لیے ضرورت کے مطابق کنٹرولز کو ایڈجسٹ کریں۔ جنریٹر میں سے ایک کو بند اور کھولتے ہوئے مختلف بیضوی اشکال کو حاصل کرے اور مختلف شکلوں کو نوٹ کرئے۔ ہیت کی تبدیلیوں اور حیطہ کے ایڈجسٹمنٹ کے ذریعہ، دائروی ترتیب حاصل کرنے کی کوشش کر سکتے ہے۔
4. عمودی ان پٹ اسٹینڈرڈ کو 1000 ہرٹز پر رکھتے ہوئے، افقی ان پٹ جنریٹر (متغیر) کو تقریباً 500 ہرٹز پر ایڈجسٹ کرئے تاکہ 1-2 لیساجو کے اشکال حاصل کر سکیں،
5. اب افقی ان پٹ تعدد (فریکوئنسی) کو تبدیل کر کے 2:1 پیٹرن حاصل کریے۔ جیسا کہ 8 کی شکل رہتی ہے
6. مختلف تناسب آزمائیں اور 1:5 اور 5:1 تک Lissajous کے اشکال حاصل کرئے۔
7. بٹر پیپر کا استعمال کرتے ہوئے حاصل کردہ تمام اشکال کو خاکہ اتارئے اور (فریکوئنسی) تعدد کا موازنہ کرئے۔
8. درج ذیل نسبت کو استعمال کرتے ہوئے لیساجو کے اشکال سے حاصل کردہ ان پٹ تعددی تناسب کا موازنہ کرئے۔



شکل (18.5)

$$\frac{f_v}{f_h} = \frac{No\ of\ horizontal\ tangencies\ h}{No\ of\ vertical\ tangencies\ v}$$

مثال



شکل(18.6)

Lissajous کے اشکال کا استعمال کرتے ہوئے تعدد کی پیمائش:-

- اہتزاز پیما سے ایک سگنل جنریٹر کو ہٹادیں اور دیے گئے نامعلوم مبدا Source کو جوڑئے۔
- اب سگنل جنریٹر کے تعدد کو تبدیل کرئے تاکہ مختلف Lissajous کے اشکال کا مشاہدہ کیا جا سکے جب تک کہ ایک مستحکم پیٹرن حاصل نہ ہو جائے جیسے ایک دائرہ یا 8 شکل وغیرہ۔
- متعلقہ Lissajous کے اشکال سے حاصل کردہ تناسب کو استعمال کرتے ہوئے، جیسا کہ اوپر کی مثال میں دکھایا گیا ہے، AC ماخذ کی نامعلوم تعدد کو معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$f_h = \frac{h}{v} \times f_v$$

18.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

جدول (18.1): CRO کے ذریعے وولٹیج کی پیمائش

S.no	Voltage from source	Peak-to-peak voltage measured by CRO			Voltage from CRO = Vp/2
		Volts/cm scale	no. of squares in cm along vertical axis	Vp	

جدول(18.2): CRO کے ذریعے تعدد کی پیمائش:-

S.no	Frequency from source	Time period measured by CRO			Frequency from CRO f=1/T
		Time/cm scale	no. of squares in cm along horizontal axis	Time period from CRO T	

جدول(18.3):-لیساجو کے اشکال

S.No	input frequency		Ratio a/b	Shape of Lissajous figure	No. of tangency Points		Ratio h/v
	Vertical f_v	Horizontal f_h			x-axis h	y-axis v	

جدول(18.4):-لیساجو کے اشکال کو استعمال کرتے ہوئے تعدد کی پیمائش:-

S.No	Input frequency Vertical f_v	Shape of Lissajous figure	No. of tangency Points		Ratio h/v	Horizontal $f_h = \frac{h}{v} \times f_v$
			x-axis h	y-axis v		

18.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- سی آر او کے صحیح ان پٹ ٹرمینلز کا انتخاب کیا جانا چاہئے۔
- اس بات کو یقینی بنائیں کہ فنکشن جنریٹر سے درست موج کے output کا انتخاب کیا گیا ہے
- فنکشن جنریٹر سے وولٹیج کی سطح کو مطلوبہ قدر کے مطابق احتیاط سے ایڈجسٹ کیا جانا چاہیئے
- سی آر او سکرین پر حاصل کی گئی تصویر واضح اور زیادہ سے باریک ہونی چاہیئے تاکہ درست ریڈنگ لی جا سکے

18.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

Lissajous کے اشکال بنیادی طور پر تمثیلی analogue الیکٹرانکس میں استعمال ہوتے ہیں جو دو یا دو سے زیادہ (سائنوسائیڈل) جیبی موجوں کی تعمیر کرنے والے حلقوں کے تقاطع کا تجزیہ کرنے کے لیے استعمال ہوتے ہیں Lissajous اشکال کے کچھ استعمال درج ذیل ہیں:

- دو سگنلز کے درمیان ہیت کے فرق کو معلوم کر سکیں گے۔

18.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

- دیے گئے سگنل کی نامعلوم فریکوئنسی کی قدر=.............................

18.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- Cathode ray oscilloscope (CRO): منفی شعاعوں کا اہتزاز پیما ایک ایسا آلہ ہے جو منفی شعاعی نلی پر مبنی ہے، جس سے برقی سگنلز کے مختلف موجوں کی پیائش اور تجزیہ کیا جاتا ہے۔
- حیطہ: جیبی موج کا حیطہ (سائنوسائیڈل) موجی محور اور زیادہ سے زیادہ یا کم تفاعل کی قدر کے درمیان عمودی فاصلہ ہے۔
- وقت دوراں: ایک سگنل کا دور ایک مکمل دور کی لمبائی ہوتا ہے۔
- تعدد: 1 سیکنڈ میں ایک مکمل دور سے گزرنے موجوں کی تعداد کو تعدد کہا جاتا ہے۔
- Lissajous لیساجو کے اشکال: مختلف قسم کے منحنی خطوط جو دو باہمی طور پر کھڑے سادہ موسیقی حرکات کو ملا کر بنائے جاتے ہیں
- فنکشن جنریٹر: ایک فنکشن جنریٹر ایک الیکٹرانک آلہ ہے جو مختلف قسم کے برقی موجوں کو پیدا کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے
- CRT: ایک کیتھوڈ رے ٹیوب (CRT) منفی شعاعی نلی ایک ویکیوم ٹیوب خلائی نلی ہے جس میں عکس بن تا ہے۔ یہ اس وقت بنتا ہے جب ایک الیکٹران بیم فاسفور سینٹ سطح سے ٹکراتا ہے
- Graticule: graticule ایک اہتزاز پیما کی ڈسپلے اسکرین پر گرڈ (لکیریں جو کسی نقشے پر محل وقُوع ظاہِر کرتی ہیں) ہوتا ہے جو افقی اور عمودی محوروں پر مشتمل ہوتا ہے.
- مثبت برقیرہ (انوڈ): انوڈ مثبت ٹرمینل یا برقیرہ ہے جس سے الیکٹران ایک نظام کو چھوڑتے ہیں۔
- منفی برقیرہ (کیتھوڈ): کیتھوڈ، منفی ٹرمینل یا برقیرہ جس کے ذریعے الیکٹران داخل ہوتے ہیں۔
- الیکٹران گن: ایک الیکٹران گن کچھ ویکیوم نلیوں میں ایک برقی جزو ہے جو ایک تنگ، قطار میں الیکٹران بیم پیدا کرتا ہے۔
- .فلوریسنٹ اسکرین: ایک شفاف اسکرین جس پر عکس دکھانے کے لیے فلوروسینٹ مواد کے ساتھ لیپت ہوتا ہے۔
- سمعی اہتزازندہ (آڈیو آسکیلیٹر): ایک آڈیو آسکیلیٹر سمعی اہتزازندہ ایک ایسا آلہ ہے جو سمعی حدود میں تقریباً 16 ہرٹز سے 20 کلوہرٹز تک تعدد پیدا کرتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1. (کیتھوڈرے) منفی شعاعیں کیا ہے؟

2. یہ کیسے پیدا ہوتے ہیں؟

3. Lissajous اشکال کیا ہیں؟

4. لیساجوس پیٹرن کی شکل کن عوامل پر منحصر ہوتی ہے؟

5. وہ کیسے بنتے ہیں؟

6. (کیتھوڈرے آسیلوسکوپ) منفی شعاعی اہتزاز پیما کیا ہے؟

7. (کیتھوڈرے آسیلوسکوپ) منفی شعاعی اہتزاز پیما کے اجزاء کیا ہیں؟

8. (کیتھوڈرے آسیلوسکوپ) منفی شعاعی اہتزاز پیما کس اصول پر کام کرتا ہے؟

9. کیا CRO اسکرین پر کیتھوڈ شعاع ایک لکیر ہے یا نشان؟

10. جب کیتھوڈرے منفی شعاع اس پر پڑتی ہے تو CRO کی سکرین سبز کیوں ہو جاتی ہے؟

11. الیکٹران گن کیا ہے؟ یہ منفی شعاعی اہتزاز پیما میں کیوں فراہم کیا جاتا ہے؟

12. sweep کے وقت سے آپ کیا سمجھتے ہیں؟

13. ٹرگر سرکٹ کیوں فراہم کیا جاتا ہے؟

14. فنکشن جنریٹر کیا ہے؟

15. ہماری لیب کے فنکشن جنریٹر کا استعمال کرتے ہوئے کس قسم کے فنکشنز تیار کیے جاتے ہیں؟

حوالہ:

ایس ایل گپتا وی کمار کی ہینڈ بک آف الیکٹرانکس

CALCULATION

اکائی 19۔ منشور کا زاویہ اقل انحراف

(Refractive Index of a Prism)

اکائی کے اجزا

19.0 تمہید(Introduction)

منشور شیشہ کا بنا ہوا ہوتا ہے۔ تین مستوی سطح پر مشتمل ہوتا ہے۔ سفید نور کا جب منشور سے گزارتے ہیں تو آپ جانتے ہیں کہ یہ اپنے اجزاء ترکیبی یعنی رنگوں میں بٹ جاتا ہے اور اس مظہر کو انتشار کہا جاتا ہے۔ بغیر کسی موزوں آلے کی مدد کے پردے پر یہ رنگ ایک دوسرے سے متراکب(Overlap)ہو جاتے ہیں جس کی وجہ سے پیدا ہونے والا طیف غیر خالص ہو جاتا ہے۔ خالص طیف میں مختلف رنگوں کو بغیر کسی تراکب(Overlapping)کے مختلف مقامات پر جمع کر دیا جاتا ہے۔اس کی وجہ سے آپ کو پیمائش میں سہولت ہو جاتی ہے۔

شعاع وقوع اگلی جانب اور شعاعیں خارج پچھلی جانب حرکت کرنے کے درمیان بننے والا زاویہ زاویہ انحراف کہلاتا ہے۔

اس تجربہ میں یک لونی نور کے منشور سے گ زرنے کی صورت میں زاویہ اقل انحراف اور ایک خاص طول موج کے لیے منشور کے مادے کا انعطاف نما کو سوڈیم نور کے استعمال سے معلوم کریں گے۔

19.1 مقاصد(Objectives)

اس تجربہ میں طیف پیما اور سوڈیم نور کی مدد سے

- طیف پیما کے ذریعہ شفا منشور کے انعطافی زاویہ کی تخمین کرنا۔
- یک لونی نور کے منشور سے گزرنے کی صورت میں زاویہ اقل انحراف کی تخمین اور ایک خاص موج کے لیے منشور کے مادے کا انعطاف نما معلوم کرنا۔

19.2 آلات(Apparatus)

طیف پیما، سوڈیم ویپد لیمپ، اسپرٹ لیول، گلاس کا منشور، تکبیری شیشہ اور دستی لیمپ

19.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

وہ آلہ جس کی بناوٹ اور ترتیب میں خالص پیدا کرنے کی ضرورتوں کو شامل کیا گیا ہے۔ طیف پیما کہلاتا ہے۔ طیف پیما کی مدد سے آپ زاویوں کی صحت کے ساتھ پیمائش کر سکتے ہیں۔ طیف پیما کے مختلف حصے ان کی کارکردگی اور ان کے طریقہ استعمال سے آپ کو واقفیت حاصل کرنا پڑے گی۔اس مقاصد کے لئے ذیل میں دی ہوئی تشریح کو ملاحظہ کیجیے۔ایک طیف پیما چار اصل حصوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ جو دور بین، توازن گر، ورنیر کی میز اور منشور کی میز ہیں ملاحظہ ہو شکل(19.1)

شکل(19.1)

:Collimator

☆ توزی گر(C)ایک ایسا آلہ ہے جو مبداء سے آنے والی شعاعوں کو متوازی بناتا ہے۔(1) یہ آلہ دو ہم مرکز دھاتی نلیوں پر مشتمل ہوتا ہے جو ایک دوسرے کے اندر حرکت پذیر رہ سکتی ہیں۔

☆ اس نظام کے بیرونی سرے پر ایک جھری کو مربوط کیا جاتا ہے جس کی چوڑائی کو ترتیب دیا جاسکا ہے اور اندرونی سرہ پر ایک محدب عدسہ (2)ہوتا ہے۔

☆ توازی گر سے ملحق دت پھر کی اسکرو(3) کی مدد سے ان دونوں کے درمیان کے فاصلہ کو بڑھایایا گھٹایا جاسکتا ہے۔

☆ توازی گر طیف پیما سے جڑا ہوتا ہے۔

دور بین:

☆ دور بین ایک غیر لونی محدب عد سے بطور دھانے(Objective) (جو شخص کی جانب ہوتا ہے) اور ریمسڈن (Ramsdon)کے چشمہ (جو آنکے کے قریب ہوتا ہے)پر مشتمل ہوتی ہے۔

☆ دو دھاتی نلیوں کے بیرونی سروں پر دھانے اور چشمہ کو مربوط کر دیا جاتا ہے جب کہ نلیوں کے دوسرے اندرونی سرے ایک دوسرے کے اندر حرکت پذیر رہ سکتے ہیں۔

☆ دور بین پر نصب شدہ دت پھر کی اسکرو(Rack and Pinion) کی مدد سے دھانے اور چشمہ کے درمیانی فاصلہ کو حسب مرضی ترتیب دیا جاسکتا ہے۔اسکرو کو استعمال کر کے شخص کو فوکس کیا جاتا ہے۔اس طرح کہ وہ دور بین کے مناظر میدان میں نظر آئے۔

☆ ایک مدور قرص کے ساتھ مضبوطی سے دور بین کو جوڑ دیا جاتا ہے۔قرص کے بیرونی کنارے رپ ایک پیانہ ہوت اہے جس کی پیانہ بندی درجوں میں کی جاتی ہے اس پیانے کو اصلی پیانہ کہا جاتا ہے۔

☆ دور بین اور قرص ایک ایسے انتصابی محور کے گرد گھوم سکتے ہیں جو قرص کے مرکز سے گزرتا ہے۔

☆ دوربین کو کسی مقام پر بھی ایک اسکرو کی مدد سے جکڑ دیا جاسکتا ہے۔ اس کے علاوہ ایک اور اسکرو ہوتا ہے جس کو مماسی اسکرو(Fine Adjusted Screw) کہتے ہیں۔اس کے ذریعہ دوربین کو چھوٹے چھوٹے زاویوں میں حرکت دی جاسکتی ہے۔

منشور کی میز:

☆ یہ میز دو دائرہ نما قرصوں پر مشتمل ہوتی ہے۔ جو ایک دوسرے کے اوپر تین لیونگ اسکوز کے ذریعہ ملے ہوئے ہوتے ہیں۔

☆ اوپر کی قرص پر مدور اور سیدھی لکیریں بنی ہوئی ہوتی ہیں۔ منشور کی میز کی نچلی سطح سے ایک انتصابی سلاخ کو ٹانکے کے ذریعہ جوڑ دیا جاتا ہے۔

☆ طیف پیما کے مرکز پر ایک سوراخ ہوتا ہے جس میں اس سلاخ کو بٹھا دیا جاتا ہے۔ یہ سلاخ اور اسکے ساتھ منشور کی میز دونوں ایک انتصابی محور کے گرد گھومتے ہیں جو منشور کی میز کے مرکز سے گزرتا ہے اور اس پر علی القوائم بھی رہتا ہے۔انہیں حسب ضرورت جس مقام پر بھی آپ چاہیں اس اسکرو کی مدد سے جکڑا جاسکتا ہے۔

ورنیر کی میز:

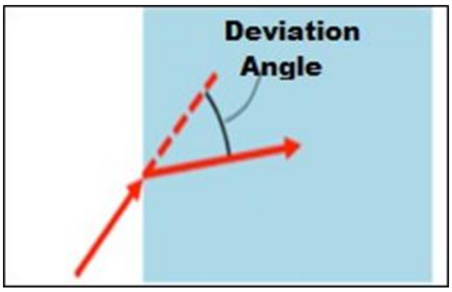
☆ یہ ایک اور مدد دینے والی قرص ہے جو اصلی پیمانے کو ڈھانکتی ہے اور اس پر حرکت پذیر بھی ہوتی ہے۔اس قرص کے ساتھ دو ورنیر اسکیل جڑے ہوئے ہوتے ہیں جن کے درمیان کا زاویہ 180^o ہوتا ہے۔

☆ ورنیر کی میز بھی ایک ایسے محور کے گرد گھوم سکتی ہے جو منشور کی میز کے مرکز سے گزرتا ہے اور اس پر علی القوائم بھی ہوتا ہے۔

☆ اس میز سے بھی ایک اسکرو ملحق ہوتی ہے جس کی مدد سے توازی گر کو کسی مقام پر جکڑ دیا جاتا ہے اور اس کے ساتھ بھی ایک مماسی اسکرو ہوتا ہے جس کی مدد سے باریک کار ترتیب انجام دی جاسکتی ہے۔

19.3 نظریہ(Theory)

ایک واسطہ سے دوسرے واسطہ میں داخلے پر نور کے مڑنے کے عمل کو انعطاف نور(Refraction of Liquid) کہتے ہیں۔ شعاع وقوع اگلی جانب اور شعاعیں خارج پچھلی جانب حرکت کرنے درمیان بننے والا زاویہ منشور زاویہ (زاویہ انحراف) کہلاتا ہے جیسے شکل(19.2) میں دکھایا گیاہیں۔

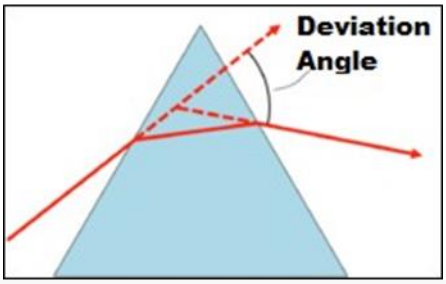


Light is deflected as it enters a material with refractive index > 1

شکل(19.2)

ایک منشور تین مستوی سطح پر مشتمل ہوتا ہے جو تین متوازی خطوط ہوتے ہیں جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا ہے۔عام طور رپ منشور کا ایک حصہ جو سطح زمین پر ہوتا ہے کھر دار اور باقی دو بہت زیادہ چکنے ہوتے ہیں۔نور کی شعاع ان چمکدار سطحوں سے ٹکرار کر منعطف ہوتی ہے۔ منشور کے انتصابی خط جو دو چکنے سطحوں کو ملاتا ہے۔منعطف کنارے کہلاتا ہے۔چکنے سطحوں کے درمیان فی زاویہ،زاویہ انعطاف کہلاتا ہے۔یا منشور کا انعطافی زاویہ 'A' سطح کنارے سے ایک حصہ جو مستوی کے عمودوار ہوتا ہے محوری حصہ (Principle Section) کہلاتا ہے۔عام طور پر منشور کا محوری حصہ مساوی الاضلاع ہوتا ہے۔بعض خاص صورتوں میں یہ قائم الزاویہ یا مساوی الساقین بھی ہو سکتا ہے۔

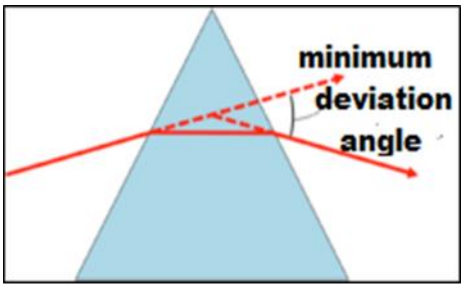
جب نور منشور سے گزرتی ہے اس سمت میں بڑھ جاتی ہے۔ i_1 زاویہ وقوع اور r_1 زاویہ انعطاف ہے۔ سفر کے بعد یہ شعاع دوسرے واسطے میں منتقل ہوتی ہے جیسا شعاع خارج کہلاتی ہے۔زاویہ خارج i_2 اور منعطف شعاع میں زاویہ r_2 ہے۔شعاع وقوع منشور کے ایک سطح رپ پڑتی ہے تو سیدھے ایک ہی خط مستقیم میں سفر نہیں کرتی بلکہ منعطف ہو جاتی ہے۔اس کے درمیان زاویہ کو شعاع کا زاویائی انحراف (δ) کہلاتا ہے۔



A ray of light is deflected twice in a prism. The sum of these deflections is the deviationangle

شکل(19.3)

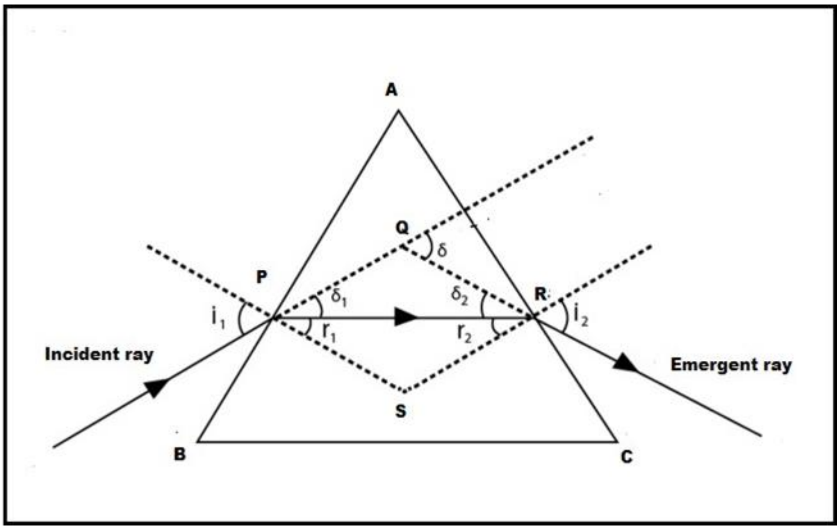
جیسے جیسے زاویہ وقوع(i) بڑھتا ہے۔زاویہ انحراف (δ) کم ہوتے ہوئے اقل ترین قیمت تک پہنچ جاتا ہے اور پھر بڑھنا شروع ہوتا ہے۔یہ اقل ترین انحراف کی قیمت اقل ترین انحراف کہلاتی ہے۔جس کو (δ_m) سے ظاہر کرتے ہیں



When the entrance and exit angles are equal, the deviation angle of a ray passing through a prism will be minimal.

شکل(19.4)

فرض کرو کہ ABC منشور کا محور حصہ ہے۔اس کا انعطافی زاویہ 'A' ہے۔فرض کرو کہ منشور کا انعطاف نما μ ہے۔ منشور کو ہوا میں رکھنے جو کہ لطیف واسطہ ہے بہ نسبت منشور کے مادہ کے فرض کرو کہ PQ سطح AB پر شعاع وقوع پر ہے۔ جب یہ منشور میں سے گزرتی ہے جیسا کے شکل (19.4) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل (19.5)

جب زاویہ انحراف کم ہوتا ہے تب دو زاویہ وقوع (i_1, i_2) برابر ہوتے ہیں۔

$$i_i = i_2 \quad \text{اور} \quad r_1 = r_2$$

مثلث ∇PAR میں

$$\angle PAR + \angle ARP + \angle RPA = 180^0$$
$$\angle PAR + (90^0 - r_2) + (90^0 - r_2) = 180^0$$

مگر $r_1 = r_2 = r$

$$\angle PAR = 2r$$

تب منشور کا انعطافی زاویہ A کو اس طرح لکھا جاتا ہے۔

$$r = {}^{A}\!/_{2}$$

کل انحراف δ دونوں رخوں پر پیدا ہوئے انحراف کا حاصل جمع ہے۔

یعنی کہ (2)---------- $\delta_m = \delta_1 + \delta_2$

مگر $i = r + \delta_1 \Rightarrow \delta_1 = i - r$

اسی طرح $\delta_2 = i - r$

مساوات (2) میں درج کرنے پر

$$\delta_m = i - r + i - r$$

$$\delta_m + 2r = 2i$$

مساوات (1) کو استعمال کرنے پر

$$\delta_m + A = 2i$$

$$i = \frac{\delta_m + A}{2} \qquad \text{-----------(3)}$$

زاویہ وقوع کے Sin اور زاویہ انعطاف کے Sin کے زاویوں کی نسبت کو اسنیل کا کلیہ کہتے ہیں۔ یہ مستقل انعطاف نما کہلاتا ہے۔

ایک واسطہ سے دوسرے واسطہ میں منتقلی μ_{21}

$$\mu_{21} = \frac{Sini}{Sinr} \qquad \text{--------(4)}$$

اسنیل کے کلیہ انعطاف کی رو سے

$$\mu = \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{\sin \hat{\imath}}{\sin \hat{r}}$$

$$\left(\because\ \widehat{\imath_1} = \widehat{\imath_1} = \hat{\imath} \text{ اور } \widehat{r_1} = \widehat{r_2} = \hat{r}\right)$$

$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{\delta_m + A}{2}\right)}{\sin A/2} \qquad \text{--------(5)}$$

مندرجہ بالا ضابطہ منشور کے انعطاف نما کا ضابطہ کہلاتا ہے۔

اگر منشور باریک ہو تب منشور کا زاویہ کم ہوتا ہے۔ تب منشور کا اقل ترین انحراف بھی کم ہوگا۔

$\frac{A+\delta}{2}$ اور $A/2$ صفر ہوگا۔

$$\sin \frac{A+\delta}{2} \approx \frac{A+\delta}{2} \quad \text{اور} \quad \sin A/2 \approx A/2$$

درج کرنے پر

$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{\delta_m + A}{2}\right)}{\sin A/2} = \frac{\frac{A+\delta}{2}}{A/2} = \frac{A+\delta}{2}$$

$$\mu A = A + \delta$$

کم زاویہ والے منشور کے لئے

$$\delta = A(\mu - 1)$$

19.4 طریقہ عمل (Procedure)

دور بین کی ترتیبیں(Telescope adjustment):

☆ دور بین کو اس سے بہت دور واقع ایک شخص کی طرف گھمائیے۔ اب دور بین پر کے دف پھر کی اسکرو کو یہاں تک گھمائیے کہ بہت دور واقع شخص کا خیال صلیبی تاروں پر بغیر کسی احتلاف نظر کے واضح طور پر نظر آجائے۔

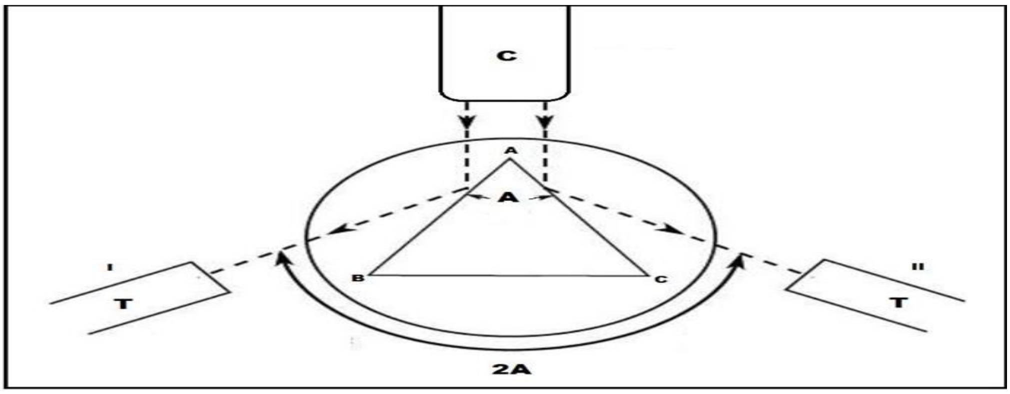
☆ اب یہ تصور کیا جائے گا کہ دور بین متوازی شعاعوں کے لیے ترتیب دی جاچکی ہے۔ کیوں کہ بہت دور واقع شخص سے آنے والی شعاعیں باہم ایک دوسرے کے متوازی ہی ہوتی ہیں دور بین کی اس ترتیب میں تجربہ کے اختتام تک کوئی خلل نہیں ڈالنا چاہیئے۔

☆ دور بین کو ایک سفید دیوار کی جانب گھمادو۔ چشمہ کو آگے یا پیچھے یہاں تک حرکت دیجیے کہ اس میں واقع صلیبی تار ایک سفید پس منظر میں باریک اور واضح طور پر نظر آجائیں چشمہ کو اتنا گھمائیے کہ صلیبی تاروں کو ایک تار انتصابی ہو جائے تو دوسرا افقی سمت میں آجائے گا۔

☆ توازی گر کی جھری کو خفیف سے جوڑی کیجیے اور اس کو ایک مبداء، نور کے مقابل رکھ دیجیے۔ توازی گر کے عدسے کو صرف اپنی آنکھو(eye) سے دیکھئے اور طیف پیا کو اس طرح حرکت دیجئیے کہ عدسہ کامل طور پر یکساں مستور نظر آئے اس عمل سے توازی گر کا محور اور نور کا مبداء ایک ہی خط میں ہو جاتے ہیں۔

☆ اب دور بین کو گھمائیے یہاں تک کہ یہ توازی گر کے محور کی سیدھ میں آجائے اور جھری کا خیال دور بین میں نظر آجائے اب توازی گر کے دت پھر کی اسکرو کو یہاں تک گھمائیے کہ دور بین سے دیکھنے پر جھری کے کنار سے باریک اور واضح طور پر نظر آجائیں۔

☆ ایک اسپرٹ لیول کے استعمال سے اس کا یقین کر لینا چاہیئے کہ منشور کی میز بالکل افقی وضع میں ہے۔ اس کے لیے اسپرٹ لیول کسی دو اسکروں کے ملانے والے خط مستقیم پر رکھ کر کسی ایک اسکرو کو اتنا گھمائیے کہ اسپرٹ لیول کا بلبلہ اس کے وسط میں آجائے۔ اب اسپرٹ لیول اس خط کے عمود وار رکھ کر تیسرے اسکرو کو یہاں تک گھمائیے کہ بلبلہ پھر درمیان میں آجائے۔



Experimental arrangement for the measurement of angle of prism

شکل(19.6)

منشور کے زاویہ کی تخمین:

جب منشور کی دونوں سطحوں پر منتوازی شعاعیں واقع ہوتی ہیں تو وہ سطحوں AB اور AC سے بموجب شکل(19.6) منسلک ہو جاتی ہیں۔ اس صورت میں منعکس شعاعوں کے درمیان کا زاویہ منشور کے زاویہ A کا دگنا ہوتا ہے۔ لہٰذا A کی تخمین کی جائے۔

☆ دائروی اصلی پیمانہ کا غور سے مشاہدہ فرمایئے اس پر پیمانے بندی درجوں میں کی جاتی ہے۔ پیمانے کے 10^o درجوں میں حصوں کی تعداد معلوم کریں۔ اصل پیمانے کے ہر حصہ کی قیمت 3 تخمین کریں (مثلاً 10^o کو 50 حصوں میں تقسیم کیا گیا ہو تب اصلی پیمانے کا ایک حصہ 1/5 درجہ کے برابر ہوگا۔ ورنیر پیمانے پر جملہ حصوں کی تعداد N معلوم کیجیے اور طیف پیما کے شمار اقل کا حساب کریں $\left(1e = \frac{S}{N}\right)$

☆ منشور کو منشور میز پر اس طرح رکھیے کہ اس کا انعطافی کنارا میز کے وسط میں رہے۔ منشور کے میز کو گھمایئے تاکہ منشور کا انعطافی کنارہ توازی گر کے عین مقابل آجائے۔ اس عمل سے توازی گر سے آنے والا نور منشور کی دونوں انعطافی سطحوں پر مساوی طور پر واقع ہوگا اور منشور کی میز کو اس پوزیشن میں جکڑ دیجیے۔

☆ اس کا یقین کرلیجئے کہ ورنیر کی میز جکڑی ہوئی ہے۔ دوربین سے دیکھتے ہوئے اس کو گھڑی کی مخالف سمت میں (اس کے دائیں جانب) یہاں تک گھمایئے کہ جھری کا انعکاس سے بننے والا خیال دوربین کے میدان میں انتصابی صلیبی تار کے قریب دکھائی دے۔

☆ شکل دوربین کو اسکرو کے ذریعہ جکڑ کر دوربین کے محاسی اسکرو کو اتنا گھمایئے کہ خیال صلیبی تاروں کے انتصابی تار سے منطبق ہوجائے ورنیر I کے اصلی پیمانہ اور ورنیر کے نشان منطبق نوٹ کریں۔ اس طرح ورنیر II کے مشاہدات بھی نوٹ کیجیے۔ ان مشاہدات کو جدول میں R_1 کے تحت درج کیجیے۔

☆ دوربین کو آزاد کردیجیے اور پوزیشن T-II تک گھمایئے یہاں تک کہ رخ AB انعکاس کے بعد بننے والا جھری کا خیال دوربین کے مناظری میدان میں آجائے جیسے اوپر میں بتلائے گئے عمل کو دہرا کر اصلی پیمانے اور دو ورنیروں کے منطبقہ کو نوٹ کریں اور I اور II کے مشاہدات کو جدول میں R_2 کے تحت درج کیجیے۔

☆ دوربین کے مقامات T1 اور T2 کے لیے پیائش کردہ قیمتوں کا فرق ہر ورنیر کے لیے علیحدہ علیحدہ طور پر معلوم کیجیے اور جدول میں اس کو درج کیجیے اس فرق سے ہمیں 2A کی قیمت معلوم ہوجاتی ہے۔ 2A کی اوسط قیمت معلوم کرکے A کو محسوب کیجیے۔

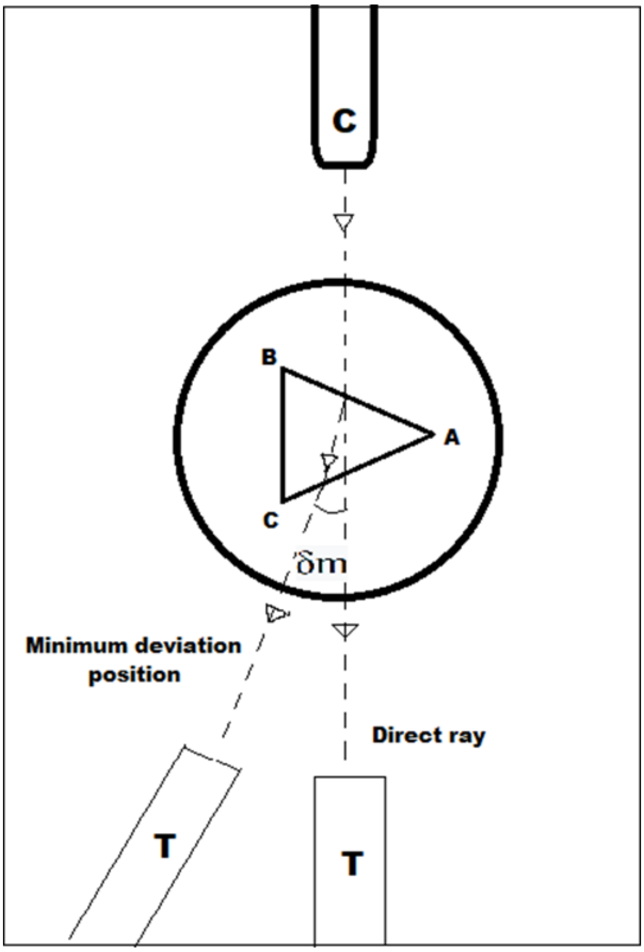
☆ نوٹ: آپ پیمانوں کی مناسب تنویر کے لیے ایک دستی لیمپ کی مدد لے سکتے ہیں اور ان کی تکبیر کے لیے ایک تکبیری شیشہ بھی کام میں لایا جاسکتا ہے۔ ان کے مدد سے آپ آسانی اور صحت کے ساتھ مشاہدہ لے سکتے ہیں۔

منشور کے مادے کا انعطاف نما:

1۔ تجربہ میں بتائے گئے طریقہ عمل کو اختیار کرتے ہوئے ظیف پیمائی ترتیب کو مکمل کیجیے۔ طیف پیما کے پیمانے کا شمار اقل محسوب کیجیے اور منشور کے زاویہ A کو معلوم کیجیے۔

2۔ منشور کو اس کی میز پر رکھ کر اس طرح جکڑ دیجیے کہ منشور کا مرکز ہندسی centroid اور میز کا مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہوجائیں۔ منشور کی میز کو گھمایئے تاکہ توازی گر سے آنے والے شعاعیں رخ AC پر واقع ہوں اور انعطاف کے بعد رخ AB سے برآمد ہوں۔

توازی گر کے لحاسے منشور کی ترتیب کے لیے ملاحظہ ہو شکل (19.7)



شکل(19.7)

3۔ دور بین کو گھڑی کی مخالف سمت ساعت میں گھمایئے (راست مشاہدہ کی دائیں جانب) یہاں تک کہ انعطاف کی وجہ سے جھری کا نپنے والا خیال دور بین کے مناظری میدان میں آجائے۔ انعطافی خیال کو دور بین سے دیکھتے ہوئے منشور کی میز کو آپ کے دائیں ہاتھ سے آہستہ آہستہ گھمایئے تاکہ جھری کا خیال راست مشاہدہ کی سمت میں (بائیں جانب) حرکت پذیر ہو جائے۔ اپنے بائیں ہاتھ سے دور بین کو رست مشاہدہ کی سمت میں گھمائے اس طرح کے خیال دور بین کے مناظری میدان سے او جھل نہ ہونے پائے دور بین کو خیال کے ساتھ ساتھ لے کر جانا چاہئے۔

4۔ اس عمل کو اس وقت تک جاری رکھیے جب تک کہ منشور کی میز کو وہ مقام حاصل نہ ہو جائے جس پر خیال راست مشاہدہ کی سمت میں (بائیں) جاتے ہوئے ایک لخت رک نہ جائے۔ اب اگر منشور کی میز کو مزید بائیں جانب گھمائیں تو خیال اب بائیں جانب حرکت نہیں کرے گا بلکہ اپنے راستے پر واپس لوٹے گا اور دائیں جانب (راست مشاہدہ کی سمت سے پرے) بڑھتا جائے گا۔ اس مرحلے پر منشور کی میز کو دو باتیں مرتبہ ہر دو سمتوں میں گھماتے ہوئے اس خاص مقام پر متعین کر دیجیے جس پر کہ خیال ہمیشہ اس ہی راستے سے واپس ہونا شروع کرے جس سے کہ وہ آیا تھا (پائین دائیں جانب پلیٹ جائے)۔ اب اگر منشور کی میز کو اپنی اس خاص پوزیشن کے دائیں یا بائیں جانب خفیف سی گردش دینے پر ہر صورت میں جھری کا خیال صرف اور صرف دائیں جانب میں حرکت کرتا ہے۔ یہی زاویہ انحراف ہے جو منشور کی میز کی اس پوزیشن پر اقل ترین قیمت رکھتا ہے۔

6۔ منشور کو اس کی میز پر علاحدہ کر دیجیے اور دور بین کو توازی گر کے محور کے ساتھ ایک سیدھے میں لانے کے لیے اس کو گردش دیجیے تاکہ توازی گر سے آنے والے جھری کا خیال راست طور پر دیکھا جا سکے۔ دور بین کے صلیبی انتصابی تار کو جھری کے خیال سے منطبق کروایئے اور اس کے بعد دونوں ورنیروں سے اس راست مشاہدہ D کو نوٹ کر لیجئے اور انہیں جدول میں درج کیجیے۔

5۔ منشور کی میز کو اس پوزیشن پر جکڑ دیجیے۔ دور بین کے صلیبی تارو کے انتصابی تار کو جھری کے اس خیال پر منطبق کرادیجیے۔ اس مقصد کو حاصل کرنے کے لیے اگر ضرورت ہو تو دور بین کے مماس اسکرو کی مدد بھی لی جا سکتی ہے۔

دور بین کے اس خاص مقام کے لیے دونوں ورنیروں کو نوٹ کیجیے اور ان کو جدول میں درج کیجیے۔

7۔ دور بین کو گھڑی کی موافق سمت ساعت میں گردش دیجیے اور راست مشاہدہ کے بائیں جانب مذکورہ الصدد فقرہ جات 3 تا 6 کو دہرایئے۔ اس مقصد کے لیے منشور کو اس کی میز پر بموجب شکل (19.7) رکھے تاکہ اس صورت میں آپ کو خیال راست مشاہدہ کے بائیں جانب حاصل ہو۔ اس مرتبہ آپ کو چاہئے کہ آپ کا بایاں ہاتھ منشور کی میز پر اور داہنا ہاتھ دور بین پر رہے۔ بالآخر منشور کو ہٹا دیجیے اور پھر دوبارہ راست مشاہدہ کو نوٹ کیجیے اور انہیں جدول میں درج کیجیے۔

D_m کی چار قیمتوں کے اوسط کو محسوب کیجیے۔ A اور D_m کی قیمتوں کو مساوات (5) میں درج کر کے مبداء سے خارج ہونے والی نور کی شعاع کے طول موج کے لیے n کی قیمت کو محسوب کیجیے۔

19.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

طیف پیما کا شمار اقل:

ورنیر پیمانے پر 30 حصوں کا تعداد = اصلی پیمانے کی 29 حصوں کی قیمت

دائروی اصلی پیمانے کی ایک حصہ کی قیمت = $30' = 0.5^0$ (یعنی $1^0 = 60'$)

ورنیر پیمانے کی ایک حصہ کی تعداد $\frac{29}{30} \times 0.5^0$

طیف پیما کا شمار اقل = اصلی پیمانے کی ایک حصہ کی قیمت — ورنیر پیمانے کی ایک حصہ کی قیمت

$$0.5^0 - \left[{}^{29}/_{30} \times 0.5^0\right]$$

طیف پیما کا شمار اقل $= 1'$

نور کی طول موج کی قیمت = — — — — — — — —

(19.1)جدول

Table for the angle of the prism (A)

S.No	vernier	Telescope reading						Φ = a-b	A= Φ/2
		Left side (Face AB)			Right side (Face AC)				
		MSR	VSD	TR (a)	MSR	VSD	TR (b)		
1	V1								
	V2								
2	V1								
	V2								
3	V1								
	V2								

Where, MSR = Main Scale Reading, VSD = Vernier Scale division, TR = MSR+VSR×LC = Total Reading

(19.2)جدول

Table for the angle of minimum deviation

S.No	Vernier V1			Vernier V2		
	Telescope reading		Difference δm **a-b**	Telescope reading		Difference δm **a-b**
	Minimum Deviation position **a**	Direct reading **b**		Minimum Deviation position **a**	Direct reading **b**	

19.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- توازی گر اور دور بین کو علاحدہ علاحدہ پر متوازی شعاعوں کے لیے ترتیب دیجیے۔
- حرکت پذیر حصوں (منشور، ورنیر کا میز اور دور بین) میں سے وقت واحد میں کسی ایک کو حرکت دینا چاہیے اور بقیہ دو ٹکڑی ہوئی حالت میں رہنے چاہئیں۔
- طیف پیما کو مکمل طور پر ترتیب دینے کے بعد ہی تجربہ کا آغاز کرنا چاہیے۔
- صلیبی تاروں کے انتصابی تار کو جھری کے صرف دائیں یا بائیں کنارے سے منطبق کرنا چاہیے۔
- مماسی اسکروں کا استعمال صرف آخری ترتیبوں کے وقت ہی کیا جائے جب کہ حصوں کو چھوٹے چھوٹے زاویوں میں گھمانا پڑتا ہے۔
- اصلی پیمانے کا مشاہدہ اور ورنیر کے نشانات منطبقہ کو علاحدہ علاحدہ دیکھ کر انہیں جدول میں درج کرنا چاہیے۔
- منشور کو اس کی میز پر رکھ کر اس طرح جکڑ دیجیے کہ منشور کا مرکز بند سی (Centroid) اور میز کا مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں۔

19.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

- ❖ منشور کے انعطاف نما مختلف مواد میں نور کی تبدیلی کو بتاتا ہے۔ بہت سی انڈسٹری میں مادے کے نمونے کی جانچنے کے لیے انعطاف نما کو استعمال کیا جاتا ہے۔ مثلاً پیکیجنگ (Packaging material) جیسے شیشے، پلاسٹک
- ❖ یہ ایک محلول میں تحلیل ہونے والے ذرات کی تعداد اور پانی میں چینی کے مواد کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔
- ❖ نور کی خصوصیات کی پیمائش کے لیے استعمال کرنے والے دیگر نوریات کے آلات جیسے لنیز، دور بین، خورد بین میں انعطاف نما کا استعمال کیا جاتا ہیں۔
- ❖ قوس قزح کا تشکیل پانا اور شراب وغیرہ کو سمجھنے کے لیے شفاف واسطوں سے نور کے انعطاف کا مطالعہ کرنا چاہیے۔
- ❖ مناظری آلات جیسے دور بین، خرد بین، دو چشمہ، عینکیں اور کیمرے وغیرہ کی بناوٹ میں یہی وصول کارفرما رہتا ہے۔

19.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

(1)۔ منشور کا زاویہ $\left(\frac{2A}{A}\right) = A = ------- \deg main$

(2)۔ زاویہ اقل انحراف کی اوسط قیمت $D_m = ------ \deg$

(3)۔ دیئے ہوئے مبداء نور کے لیے منشور کے مادہ کا انعطاف نما $\mu = -----$

19.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- مطلق انعطاف نما (μ): نور کی رفتار خلاء میں نور کی رفتار واسطہ میں ان دونوں کی نسبت کو مطلق انعطاف نما کہتے ہیں۔ $\mu = \frac{c}{V}$
- زاویہ انحراف: شعاع وقوع اگلی جانب اور شعاعیں خارج پچھلی جانب حرکت کرنے کے درمیان بننے والا زاویہ، زاویہ انحراف کہلاتا ہے۔
- چکنے سطحوں کے درمیانی زاویہ، زاویہ انعطاف (Refraction angle) کہلاتا ہے۔
- انعطاف نور: ایک واسطہ سے دوسرے واسطہ میں داخلے پر نور کے مرنے کے عمل۔
- توازی گر: توازی گر ایک ایسا آلہ ہے جو مبداء سے آنے والی شعاعوں کو متوازی بناتا ہے۔
- طیف پیما: وہ آلہ جس کی بناوٹ اور ترتیب میں خالص طیف پیدا کرنے کی ضرورتوں کو شامل کیا گیا ہے۔ طیف پیما کہلاتا ہے۔
- دوربین: بہت دور واقع شخص سے آنے والی متوازی شعاعوں کو قبول کرنے میں دوربین مدد کرتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ منشور سے کیا مراد ہے؟
2۔ منشور کا زاویہ کو بیان کرو۔
3۔ اس تجربہ میں منشور کا زاویہ کی قدر کیا ہے؟
4۔ نور کی انعطاف سے کیا مراد ہے؟
5۔ اقل ترین زاویہ انحراف کو بیان کرو۔
6۔ اقل ترین زاویہ انحراف نور کے رنگوں کے ساتھ مختلف ہوتا ہے؟
7۔ انعطاف نما سے کیا مراد ہے؟ اس کے اکائیاں کیا ہیں؟
8۔ انعطاف نما کے دو اطلاقات کیا ہیں؟
9۔ طیف پیما کے مختلف حصے کیا ہیں؟ ان کے کام کی وضاحت کریں؟
10۔ آپ نور کی کونسی مبداء کو استعمال کر رہے ہیں؟ یہ لونی نور ہیں کیا؟
11۔ زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف میں کیا تعلق ہے؟
12۔ انعطاف کا زاویہ طول موج کے ساتھ کیسے مختلف ہوتا ہے؟
13۔ انعطاف کا زاویہ کن فیاکٹر (Factors) پر منحصر ہے؟
14۔ دوربین کے طیف پیما میں کونسی چشمہ آنکھ کے قریب ہوتا ہے؟

15۔ اقل ترین زاویہ انحراف کا زاویہ بدل جائے گا اگر منشور کو پانی میں ڈبو دیا جائے؟

16۔ خالص اور غیر خالص طیف میں کیا فرق ہے۔

17۔ غیر لونی عدسے کیا ہوتے ہیں؟

18۔ چشمہ سے کیا مراد ہے؟

CALCULATION

اکائی 20۔ منشور کے مادے کا انتشاری پاور

(Dispersive Power of the Material of a Prism)

اکائی کے اجزا

20.0 تمہید (Introduction)

وہ آلہ جس کی بناوٹ اور ترتیب میں خالص طیف پیدا کرنے کی ضرورتوں کو شامل کیا گیا ہے۔ طیف پیما کہلاتا ہے۔

20.1 مقاصد (Objectives)

- پارا اوپر لیمپ (Mercury Vapour Lamp) مرکیوری کے بخار کے لیمپ نور کے مدد سے شفاف منشور کے مادے کا انتشاری پاور (Dispersive Power) کو تخمین کرنا۔

20.2 آلات (Apparatus)

طیف پیما، پارا اوانپ لیمپ، اسپرٹ لیول، گلاس کا منشور۔

20.2.1 تشریح آلات (Apparatus Explanation)

وہ آلہ جس کی بناوٹ اور ترتیب میں خالص طیف پیدا کرنے کی ضرورتوں کو شامل کیا گیا ہے۔ طیف پیما کہلاتا ہے۔ طیف پیما کی مدد سے آپ زاویوں کی صحت کے ساتھ پیمائش کر سکتے ہیں چند مناظری مستقلوں کی تخمین کر سکتے ہیں اور مختلف مبدائے نور کے طیف کا خاکہ اتار سکتے ہیں۔

شکل (20.1)

قبل اس سے آپ تجربہ شروع کریں طیف پیما کے مختلف حصے ان کی کارکردگی اور طریقہ استعمال سے آپ کو واقفیت حاصل کرنا پڑے گی۔ اس مقصد کے لیے ذیل میں دی ہوئی تشریح کو ملاحظہ کیجیے۔

ایک طیف پیما چار اصل حصوں پر مشتمل ہوتا ہے جو دور بین، توزن گر، ورنئیر کی میز اور منشور کی میز ہے۔ جیسا کہ شکل (20.1) میں دکھایا گیا ہے۔

20.3 نظریہ (Theory)

منشور کے مادے کے انتشاری پاور ω کو اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے کہ:

$$\omega = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu - 1}$$

جہاں μ_1 اور μ_2 منشور کے مادے کا دو رنگین انعطاف نما ہے۔

انعطاف نما کا اوسط $\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$

نیلے (Blue) اور سرخ (red) رنگوں کے انعطاف نما μ_b اور μ_r ان دو رنگوں پر منشور کے مادے انتشاری پاور $\omega = \frac{(\mu_b - \mu_r)}{\mu - 1}$

جہاں $\mu = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$

20.4 طریقہ عمل (Procedure)

1۔ جیسا کہ اکائی (19) میں بتایا جا چکا ہے، طیف پیما کو حسب معمول مرتب کر لیا جاتا ہے۔

2۔ منشور کو منشور کی میز پر اس طرح رکھیئے کہ توازی گر سے آنے والی نور کی شعاعیں۔ اس کے پالش زدہ رخوں میں سے کسی ایک پر پڑیں، جیسا کہ شکل (20.1) میں دکھایا گیا ہے۔

3۔ دور بین کو توازی گر کے محور کی سیدھ میں لے آیئے اور جب جھری کا خیال راست طور پر دکھائی دے، دور بین کی راست ریڈنگ کو نوٹ کیجیے۔

4۔ دور بین کو گھڑی کی مخالف سمت ساعت میں (راست مشاہدے کے دائیں جانب) یہاں تک گھمایئے کہ جھری کا پہلے رتبے کا منکسر خیال دور بین کے میدان نظر میں آجائے۔

5۔ پارے کے بخارے کا لیمپ (Mercury Vapour Lamp) بطور مبداء کے استعمال سے طیف کے پہلے رتبے کے اعظم ترین زاویہ انکسار والے جھری کے خیال (سرخ خط) کے لیے مذکور الصدر طریق عمل کو پورا کیجیے۔ اس کے بعد دور بین کو بتدریج راست مشاہدے کی جانب گردش دیتے جائیں اور اس دوران پارے کے طیف میں دکھائی دینے والے ہر نمایاں رنگین خیال پر انتصابی تار کو منطبق کرتے ہوئے ان کے تناظر وریزوں کے مشاہدوں کو نوٹ کیجیے۔

6۔ دور بین کو بتدریج راست مشاہدے کی جانب گردش دیتے جائیں اور اس دوران پارے کے طیف میں دکھائی دینے والے (red) رنگ پر انتصابی تار کو منطبق کرتے ہوئے ان کے تناظر وریزوں کے مشاہدوں کو نوٹ کیجیے۔ اپنے مشاہدوں کو جدول میں درج کیجیے۔

7۔ اسی طرح دوربین کو پارے کے طیف میں دکھائی دینے والے نیلے خط میں (Blue Line) رنگ پر انتصابی تار کو منطبق کرتے ہوئے ان کے تناظر وریزوں کے مشاہدوں کو نوٹ کیجیے اور جدول میں درج کیجیے۔

8۔ آخر میں منشور کی راست خواندگی (reading) D_b اور D_r کی تصدیق کیجیے۔

9۔ A، D_r اور D_b کی قیمتوں کو مساوات میں درج کر کے μ_r اور r کی قیمتوں کو محسوب کیجیے۔

سرخ (red) رنگ کی انعطاف نما μ_r

$$\mu_r = \frac{\sin\left(\frac{A+D_r}{2}\right)}{\sin^{A}/_{2}}$$

نیلے (Blue) رنگ کی انعطاف نما μ_b

$$\mu_b = \frac{\sin\left(\frac{A+D_b}{2}\right)}{\sin^{A}/_{2}}$$

10۔ μ_r اور μ_b کی تجربی تخمین کے بعد منشور کے مادے کی انتشاری پاور ω کی قیمت کو محسوب کیجیے۔

$$\omega = \frac{\mu_b - \mu_r}{\mu - 1}$$

جہاں $\omega = \frac{\mu_r + \mu_b}{2}$

20.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

1۔ اصلی پیمانے کے ایک حصہ کی قیمت $S = -----deg$

2۔ ورنر پیمانہ پر جملے حصو کی تعداد $N = ------$

3۔ طیف پیما کا شمار اقل $L.C = ------- deg$

$------- min$

$--------deg$

4۔ زاویہ اقل انحراف کی قیمت $D_r = ------- deg$

$D_b = -----$

5۔ 2A کی اوسط قیمت $-------- Degmin$

6۔ منشور کا زاویہ $A = ------ Deg\ min$

جدول(20.1)

Table for the angle of the prism (A)

S.No	vernier	Telescope reading						Φ = a-b	A= Φ/2
		Left side (Face AB)			Right side (Face AC)				
		MSR	VSD	TR (a)	MSR	VSD	TR (b)		
1	V1								
	V2								
2	V1								
	V2								
3	V1								
	V2								

Where, MSR = Main Scale Reading, VSD = Vernier Scale division, TR = MSR+VSR×LC = Total Reading

جدول(20.2)

Table for the angle of minimum deviation

Colouur of the spectrum	Vernier V1			Vernier V2			Avg Dm
	Telescope reading		Difference Dm= **a-b**	Telescope reading		DifferenceDm= **a-b**	
	Minimum Deviation position **a**	Direct reading **b**		Minimum Deviation position **a**	Direct reading **b**		

20.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- طیف پیما کو مکمل طور پر ترتیب دینے کے بعد ہی تجربہ کا آغاز کرنا چاہیئے۔
- منشور کی انعطافی سطحوں کو انگلیوں سے نہ چھوئیے۔
- منشور کو اس کے استعمال سے پہلے ایک کپڑے کے ذریعے صاف کر لیجئے۔
- مماسی اسکروں کا استعمال صرف آخری ترتیبوں کے وقت ہی کیا جائے جب کہ حصوں کو چھوٹے چھوٹے زاویوں میں گھمانا پڑتا ہے۔

20.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

تجربہ کی تکمیل کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- ❖ طیف پیما کے ذریعہ آپ زاویوں کی صحیح پیمائش کر سکیں گے اور دیئے ہوئے منشور کے انعطافی زاویہ کی تخمین کریں گے۔
- ❖ دیئے ہوئے منشور کے انتشاری پاور کی تخمین بھی کریں گے۔

20.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

دیئے ہوئے مبداء نور کے رنگ منشور کے مادہ کا انعطاف نما $\mu_r = ------$

$\mu_b = ------$

منشور مادہ کا انتشاری پاور $\omega = ------$

20.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- ➢ **طیف پیما**: وہ آلہ جس کی بناوٹ اور ترتیب میں خالص طیف پیدا کرنے کی ضرورتوں کو شامل کیا گیا ہے۔
- ➢ **منشور زاویہ**: شعاع وقوع اگلی جانب اور شعاعیں خارج پچھلی جانب حرکت کرنے درمیان بننے والا زاویہ منشور زاویہ
- ➢ **زاویہ انحراف**: شعاع وقوع منشور کے ایک سطح رپ پڑتی ہے تو سیدھے ایک ہی خط مستقیم میں سفر نہیں کرتی بلکہ منعطف ہو جاتی ہے۔ اس کے درمیان زاویہ کو شعاع کا زاویہ انحراف (δ)
- ➢ **محوری حصہ**: منشور کا انعطافی زاویہ 'A' سطح کنارے سے ایک حصہ جو مستوی کے عمود وار ہوتا ہے محوری حصہ (Principle Section)

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ انتشاری پاور سے کیا مراد ہے۔

2۔ طیف پیما میں توازی گر کس مقصد کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ منشور کے زاویہ کے لحاظ سے زاویہ انحراف کس طرح بدلتا ہے۔

4۔ اگر بجائے پیلی روشنی (سوڈیم نور) کے سرخ نور کو استعمال کریں تو کیا کس منشور کے مادے کا انعطاف نما بدل جاتا ہے۔

5۔ مختلف شعاع کو منشور کے قاعدے کے متوازی ہونے کی شرط کونسی ہے۔

CALCULATION

اکائی 21۔ منشور کے مادے کا کاچی مستقل

(Cauchy Constant of Material of a Prism)

اکائی کے اجزا

21.0 تمہید(Introduction)

ایک منشور تین مستوی سطح پر مشتمل ہوتا ہے جو تین متوازی خطوط ہوتے ہیں جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا ہے۔عام طور رپ منشور کا ایک حصہ جو سطح زمین پر ہوتا ہے کھردار اور باقی دو بہت زیادہ چکنے ہوتے ہیں۔نور کی شعاع ان چمکدار سطحوں سے ٹکرار کر منعطف ہوتی ہے۔ منشور کے انتصابی خط جو دو چکنے سطحوں کو ملاتا ہے۔منعطف کنارے کہلاتا ہے۔چکنے سطحوں کے درمیان فی زاویہ،زاویہ انعطاف کہلاتا ہے

21.1 مقاصد(Objectives)

- طیف پیما کے ذریعہ شفاف منشور کے مادے کا کاچی مستقل کی تخمین کرنا۔

21.2 آلات(Apparatus)

طیف پیما،سوڈیم و بیپر لیمپ،اسپرٹ لیول،گلاس کا منشور، تکبیر شیشہ۔

21.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

وہ آلہ جس کی بناوٹ اور ترتیب میں خالص طیف پیدا کرنے کی ضرورتوں کو شامل کیا گیا ہے۔طیف پیما کہلاتا ہے۔طیف پیما کی مدد سے آپ زاویوں کی صحت کے ساتھ پیمائش کر سکتے ہیں چند مناظری مستقلوں کی تخمین کر سکتے ہیں اور مختلف مبدائے نور کے طیف کا خاکہ اتار سکتے ہیں۔

شکل(21.1)

قبل اس سے آپ تجربہ شروع کریں طیف پیما کے مختلف حصے ان کی کارکردگی اور طریقہ استعمال سے آپ کو واقفیت حاصل کرنا پڑے گی۔

ایک طیف پیما چار اصل حصوں پر مشتمل ہوتا ہے جو دوربین، توزن گر، ورنئیر کی میز اور منشور کی میز ہے۔ جیسا کہ شکل (21.1) میں دکھایا گیا ہے۔

21.3 نظریہ (Theory)

اُصول: آپ ملاحظہ کیجیے شکل (21.1) جس میں ایک منشور کو اس کے رخ AB پر واقع ہونے والی شعاع PQ کے لیے اقل انحرافی پوزیشن میں ترتیب دیا گیا ہے۔ یہ شعاع منشور کے نقاط Q اور R پر منعطف ہو کر رخ AC سے براہ RS خارج ہوتی ہے۔ شعاع واقع اور شعاع خروج کے درمیان زاویہ MNR کو زاویہ اقل انحراف کہتے ہیں اور اس کی تعبیر D_m سے کی جاتی ہے۔ اس پوزیشن میں $i_2 = i_1-$ اور ہوتے ہیں $-r_1 = r_2$

اگر منشور مساوی الاضلاع یا مساوی الثاقین ہو تو QR منشور کے قاعدہ BC کے متوازی ہوگا۔ طیف پیما کے ذریعہ زاویہ اقل انحراف کی پیمائش کے حسب ذیل فوائد ہوتے ہیں۔

(a)۔ خیال انتہائی تابان ہوتا ہے۔

(b)۔ شخص اور اس کا خیال منشور سے مساوی فاصلوں پر واقع ہوتے ہیں۔ C زاویہ کی پیمائش میں غلطی کا امکان نہایت ہی کم ہوتا ہے۔ ذیل کی مساوات منشور کے مادے کے انعطاف نما 'n' زاویہ اقل انحراف D اور زاویہ منشور A کے مابین رشتے کو ظاہر کرتی ہے یعنی۔

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+D_b}{2}\right)}{\sin^{A}/_{2}}$$

اس طرح دیئے ہوئے مبدا نور کے طول موج کے لیے آپ A اور D_m کی تجربی تخمین کے بعد n کی قیمت کو محسوب کر سکتے ہیں۔

21.4 طریقہ عمل (Procedure)

1۔ اکائی (19) کے تجربہ میں بتایئے گئے طریق عمل کو اختیار کرتے ہوئے، طیف پیما کی ترتیبوں کو مکمل کیجیے۔ طیف پیما کے پیمانے کا شمار اقل محسوب کیجیے اور منشور کے زاویہ A کو معلوم کیجیے۔

2۔ منشور کو اس کی میز پر رکھ کر اس طرح جکڑ دیجیے کہ منشور کا مرکز ہندسی (Centroid) اور میز کا مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں۔ منشور کی میز کو گھمایئے تاکہ توازی گر سے آنے والی شعاعیں رخ AC پر واقع ہوں اور انعطاف کے بعد رخ AB سے برآمد ہوں۔ توازی گر کے لحاظ سے منشور کی ترتیب کے لیے ملاحظہ ہو شکل (21.1)۔

3۔ منشور کی میز کو اس پوزیشن پر جکڑ دیجیے۔ دوربین کے صلیبی تاروں کے انتصابی تار کو جھری کے اس خیال پر منطبق کرا دیجیے۔ اس مقصد کو حاصل کرنے کے لیے اگر ضرورت ہو تو دوربین کے مماسی اسکرو کی مدد بھی لے جا سکتی ہے۔

4۔ منشور کو اس کی میز پر علاحدہ کر دیجیے اور دور بین کو توازی گر کے محور کے ساتھ سیدھے میں لانے کے لیے اس کو گردش دیجیے تاکہ توازی گر سے آنے والا جھری کا خیال راستہ طور پر دیکھا جاسکے۔

دور بین کو توازی گر کے محور کی سیدھ میں لے آیئے اور جب جھری کا خیال راست طور پر دکھ دے، دور بین کی راست ریڈنگ کو نوٹ کیجیے۔ مشاہدہ کو نوٹ کرنے سے قبل جھری کے خیال کو دور بین کے صیلیبی تاروں کے انتصابی تار پر منطبق کروایئے۔

5۔ دور بین کو گھڑی کی مخالف سمت ساعت میں (راست مشاہدے کے دائیں جانب) یہاں تک گھمایئے کہ جھری کا پہلے رتبے کا منکر خیال دور بین کے میدان نظر میں آجائے۔

6۔ دور بین سے دیکھتے ہوئے، منشور کی میز کو گھماتے جایئے اس طرح کہ خیال راست شعاع کی جانب بڑھتا رہے اس کے ساتھ ساتھ دور بین کو بھی حرکت دیتے رہیے تاکہ خیال ہمیشہ اس کے میدان نظر میں رہے۔ منشور کی میز کے ایک خاص پوزیشن پر خیال رکھے اب راست شعاع کی جانب حرکت نہیں کرتا بلکہ اس ہی راستے سے واپس ہونا شروع کرتا ہے (دائیں جانب گھوم جاتا ہے) منشور کی میز کو اس مقام پر جما دیجیے جہاں سے خیال اس ہی راستے سے عین واپس ہونا شروع کرتا ہے۔ کسی خاص خط (رنگ) کے لیے یہ طیف کے پہلے رتبے کا مقام اقل انحراف ہے۔ یہ خیال اب بلالحاظ منشور کی میز کی سمت حرکت (خواں حرکت گھڑی کی موافق سمت ساعت یا مخالف سمت ساعت میں ہو) کے، بڑھتے ہوئے زاویہ انحراف کی سمت میں حرکت کرے گا دور بین کو، خیال کے اس خاص مقام تک گردش دیجیے تاکہ خیال دور بین کے صیلیبی تاروں کے انتصابی تار پر منطبق ہو جائے دونوں ورنیزوں میں دور بین کے اس مقام کو نوٹ کیجیے۔

7۔ اگر پارے کے بخارے کا لیمپ (Mercury Vapour Lamp) بطور مبداء کے استعمال کیا گیا ہے تو اس کے طیف کے پہلے رتبے کے اعظم ترین زاویہ انکسار والے جھری کے خیال (سرخ خط) کے لیے مذکور الصدر طریقہ عمل کو پورا کیجیے۔ اس کے بعد دور بین کو بتدریج راست مشاہدے کی جانب گردش دیتے جائیں اور اس دوران پارے کے طیف میں دکھائی دینے والے ہر نمایاں رنگین خیال پر انتصابی تار کو منطبق کرتے ہوئے ان کے تناظر ورنیزوں کے مشاہدوں کو نوٹ کیجیے ہر وقت اس امر کی تصدیق کر لینا چاہئے کہ آیا ز پر مشاہدہ خط اپنے اقل انحراف کی پوزیشن میں ہے یا نہیں۔ اس طرح کے عمل کو پورے نمایاں خطوط کے ختم ہونے تک جاری رکھئے۔ $(R_1 R_2 R_3 -)$۔ اپنے مشاہدوں کو جدول میں بتایئے گئے طریقہ پر درج کیجیے۔

8۔ بالآخر منشور کو ہلا دیجیے اور پھر دوبارہ راست مشاہدہ کو نوٹ کیجیے اور انہیں جدول میں درج کیجیے۔

9۔ ہر ایک خط کے لیے اس کے اقل انحراف کی پوزیشن اور راست مشاہدے کی پوزیشن سے متعلق مشاہدات کے فرق کو معلوم کر کے ہر رنگ کے لیے زاویہ اقل انحراف (یعنی $(R_1 \sim D, R_2 \sim D)$ وغیرہ) کی تخمین کرنے پر طیفی خط کے لیے دو ورنیزوں کے پیمانوں کی وجہ سے آپ کو دو زاویہ یا اقل انحراف حاصل ہوں گے۔

گراف: آپ گلاس کے منشور کو استعمال کرتے ہوئے مرکیوری کے بخار کے لیمپ کے طیف کو معلوم کر سکتے ہیں اس کے لیے منشور کو اقل انحراف کی پوزشین میں ترتیب دینا چاہئے اس صورت میں آپ کو مختلف رنگوں کے لیے منشور کے مادے کے انعطاف نما معلوم ہونگے۔
ان کے طول موج جدول سے ان کے طول موج کو حاصل کر کے آپ حسب ذیل ترسیمیں کھینچ سکتے ہیں۔

(i)۔ λ کے مابین ترسیم (ii)۔μ اور $\frac{1}{\lambda^2}$ کے مابین اسم بنائیے۔ گراف ایک خط مستقیم ہو گی

گراف کی مدد سے A اور B قیمتیں حاصل کر کے ضابطے میں مندرج کیجیے $\mu = A + B/\lambda^2$

21.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

مشاہدات:

☆ اصلی پیمانے کے ایک حصہ کی قیمت $S = -----deg$

☆ وریز پیمانے پر جملہ حصوں کی تعداد $N = ------$

☆ طیف پیما کا شمار اقل $L.C = \frac{S}{N} = ----\ deg$

$= ------min$

$= ------deg$

☆ زاویہ اقل انحراف کی اوسط قیمت $D_m = -----deg$

☆ 2A کی اوسط قیمت $2A = -----deg.min$

☆ منشور کا زاویہ $\frac{2A}{2} = A = ----\ deg.min$

جدول (21.1)

سلسلہ نشان	خط کی تشریح	مشاہدات ورنیر I	مشاہدات ورنیر II	δ ورنیر I	δ ورنیر II	اوسط δ	λ
1	راست مشاہدہ D						
2	سرخ R_1			$D\sim R_1$			
3	زرد R_2			$D\sim R_2$			
4	ہرا R_3			$D\sim R_3$			
5	نیلا R_4			$D\sim R_4$			
6	بنفش R_5			$D\sim R_5$			
7	راست مشاہدہ جانچ D						

21.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- طیف پیما کے استعمال کرنے اور اس کے مشاہدات لینے کے دوران ان تمام احتیاطوں کو ملحوظ رکھئے۔
- اصلی پیمانے کا مشاہدہ اور وزیر کے نشانات منطبقہ کو علاحدہ علاحدہ دیکھ کر انہیں جدول میں درج کرنا چاہیئے۔
- حرکت پذیر حصوں (منشور ورنیر کا میز اور دوربین) میں سے وقت واحد میں کسی ایک کو حرکت دینا چاہیئے اور بقیہ دو جکڑی ہوئی حالت میں رہنے چاہئیں۔
- منشور کی انعطافی سطحوں کو انگلیوں سے نہ چھوئیے۔ منشور کو اس کے استعمال سے پہلے ایک کپڑے کے ذریعے صاف کرلیجئے۔

21.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

تجربہ کی تکمیل کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

❖ طیف پیما کے ذریعہ آپ زاویوں کی صحیح پیمائش کر سکیں گے اور دیئے ہو منشور کے انعطافی زاویہ کی ذریعہ کاچی مستقل (Couchy Constant) کی تخمین کریں گے۔

21.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

☆ مبداء نور کے طول موج کے اوسط مثبت m ------- $\lambda =$

کاچی مستقل کی قیمتیں $A =$ ----

$B =$ ------

21.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

➢ زاویہ انعطاف: شعاع وقوع اگلی جانب اور شعاعیں خارج پچھلی جانب حرکت کرنے درمیان بننے والا زاویہ

➢ زاویہ انحراف (δ): عاع وقوع منشور کے ایک سطح پر پڑتی ہے تو سیدھے ایک ہی خط مستقیم میں سفر نہیں کرتی بلکہ منعطف ہو جاتی ہے۔ اس کے درمیان زاویہ کو شعاع کا زاویہ انحراف (δ) کہلاتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ طیف سے کیا مراد ہے۔

2۔ طیف پیما میں توازی گر کس مقصد کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ دونوں ورنیروں کا مشاہدہ کرنا کیوں ضروری ہے۔

4۔ زاویہ انحراف اور زاویہ اقل انحراف سے کیا مراد ہے۔

5۔ منشور کے زاویہ کے لحاظ سے زاویہ انحراف کس طرح بدلتا ہے۔

6۔ اقل انحرافی پوزیشن میں منشور کو ترتیب دینے سے کیا فائدے ہوتے ہیں۔

CALCULATION

اکائی 22۔ منشور کے مادے کا تحلیل پاور

(Resolving Power of the Material of a Prism)

اکائی کے اجزا

22.0 تمہید(Introduction)

انکسار نور کا مظہر کسی بھی مناظری آلے کی تحلیلی طاقت کو محدود کر دیتا ہے۔ کسی آلے کی یہ صلاحیت کہ وہ دو مشعل رکھے ہوئے شخصوں کے خیال الگ الگ پیدا کرے اس کی تحلیلی طاقت کہلاتی ہے۔

22.1 مقاصد(Objectives)

- منشور کے مادے کا تحلیل پاور(Resolving power) کو تخمین کرنا۔

22.2 آلات(Apparatus)

طیف پیما(Mercury vapour lamp) اسپرٹ لیول، گلاس کا منشور، تکبیر شیشہ

22.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

وہ آلہ جس کی بناوٹ اور ترتیب میں خالص طیف پیدا کرنے کی ضرورتوں کو شامل کیا گیا ہے طیف پیما کہلاتا ہے۔ طیف پیما کی مدد سے آپ زاویوں کی صحت کے ساتھ پیمائش کر سکتے ہیں چند مناظری مستقلوں کی تخمین کر سکتے ہیں اور مختلف مبدائے نور کے طیف کا خاکہ اتار سکتے ہیں۔

قبل اس سے آپ تجربہ شروع کریں طیف پیما کے مختلف حصے ان کی کارکردگی اور طریقہ استعمال سے آپ کو واقفیت حاصل کرنا پڑے گی۔ اس مقصد کے لیے اکائی (19) میں دی ہوئی تشریح کو ملاحظہ کیجیے۔

ایک طیف پیما چار اصل حصوں پر مشتمل ہوتا ہے جو دوربین، توزن گر، ورنئیر کی میز اور منشور کی میز ہے۔ جیسا کہ شکل(22.1) میں دکھایا گیا ہے۔

شکل(22.1)

22.3 نظریہ(Theory)

اصول:

انکسار نور کا مظہر کسی بھی مناظری آلے کی تحلیلی طاقت کو محدود کر دیتا ہے۔ کسی آلے کی یہ صلاحیت کہ وہ دو مشعل رکھے ہوئے شخصوں کے خیال الگ الگ پیدا کرے اس کی تحلیلی طاقت کہلاتی ہے۔ کسی آلے کی تحلیلی طاقت کی تعریف یوں بھی کی جاسکتی ہے کہ یہ مقلوب ہے دو نقطوی شخصوں کے درمیان اقل ترین زوایائی علاحدگی کا جن کے خیالوں کو آلہ عین جدا جدا کرکے دکھاتا ہے۔ لارڈ ریلے نے نظری طور پر بتایا کہ اگر ایک کے انکسار کے اعظم و ترین کا مرکز دوسرے کے انکساری پیٹرن کے پہلے اقل ترین پر ہو تو خیالوں میں عین تحلیل وقع ہو گی۔ اس کو ریلے کا معیار کہا جاتا ہے۔

دوربین کی تحلیلی طاقت $= \frac{a}{1.22\lambda}$

جہاں a= دوربین کے دہانے کے عدسے کے روبرو جھری کی چوڑائی ہے۔

λ = مستعملہ نور کا طول موج

دہانے پر رکھی ہوئی تاروں کی جالی میں اگر دو متعل انتصابی تاروں سے، جب کہ وہ عین تحلیل شدہ ہوں، بننے والا زاویہ تجربے کی رو سے $\frac{x}{D}$ ہو تو

دوربین کی تحلیل طاقت $= \frac{D}{x}$

22.4 طریقہ عمل(Procedure)

☆ تاروں کی جالی سے بنے ہوئے پردے پر ایک برش کی مدد سے گرد صاف کر دیجیے۔ تاروں کی جالی کو متحرک خرد بین کے مقابلے رکھیے۔ خورد بین کو اسکے افقی پیمانے کی ابتداء کے قریب لائیے اور جالی پر فوکس کرکے اس کے بائیں سرے کے قریب کسی ایک انتصابی تار کو منتخب کر لیجیے۔ اس کا تعین کر لیجئے کہ منتخبہ انتصابی قار کے دائیں جانب مزید (25) سے زائد انتصابی تار موجود ہیں۔ خورد بین کے انتصابی صلیبی تار کو منتخبہ تار کے ساتھ منطبق کیجیے اور خرد بین کے افقی پیمانے پر ریڈنگ نوٹ کیجیے۔ اس ریڈنگ کو جدول میں صفر نمبر والے تار کے تحت درج کیجیے۔ اس تار کے نمبر کو صفر مان کر خرد بین کو دائیں جانب جالی کے پانچ (5) ویں انتصابی تار تک حرکت دیجیے۔ اس پانچویں تار کو صلیبی تاروں کے انتصابی تار کے ساتھ منطبق کیجیے اور خورد بین پر ریڈنگ نوٹ کیجیے۔ اس عمل کو دہراتے ہوئے سلسلہ وار (10) ویں (15) ویں (20) ویں اور (25) ویں انتصابی تار کو خورد بین کے صلیبی انتصابی تار کے ساتھ منطبق کر کے مشاہدات کو جدول (22.1) میں درج کیجیے۔ ان مشاہدات R_5, R_0 کے نام دیجیے۔

☆ تاروں کی جالی کو سوڈیم نور کے مقابل رکھیے۔ دوربین کو منور جالی کے سامنے تقریباً 1.5 میٹر کے فاصلے پر رکھیے۔

☆ ترتیب پذیر مستطیلی جھریت کو (جس کی چوڑائی ایک مائیکرو میٹر پیچ سے معلوم کی جاسکتی ہے) دوربی کے دہانے عدسے کی ساتھ متصل کیجیے۔ جھری کو انتصابی بنائیے جھری کو متعدبہ حدود تک کھلا چوڑ کر دوربین کو تاروں کی منور جالی پر فوکس کیجیے۔

☆ جھری کو بتدریج باریک بنانا چاہئے یہاں تک کہ دوربین کے تناظری میدان سے جالی کے انتصابی تار غائب ہو جائیں۔ اگر اس مقام پر جھری کو ذرا سا بھی چوڑا کریں تو انتصابی تار دوبارا نظر آنے لگیں۔ اس مقام فاصل پر جھری کی چوڑائی کو ٹھیک ترتیب دیجیے۔

☆ جب جھری مقام فاصل پر مرتب ہو جائے تو مائیکرومیٹر پیچ کی مدد سے جھری کی چوڑائی کو نوٹ کیجیے۔ عمل کو دو تین بار دہرا کر اس چوڑائی کی تصدیق کر کیجیے۔ ایک پیمائش فیتے کی مدد سے دوربین اور تاروں کی جالی کے مابین فاصلہ D معلوم کیجیے۔

☆ دوربین اور جالی کے درمیانی فاصلے D کو ہر بار 0.5 میٹر بڑھاتے ہوئے تجربے کو تین یا چار بار دہرائیے۔ مشاہدات کو جدول میں درج کیجیے۔

☆ جیسا کہ جدول(22.1) میں دکھایا گیا ہے ، جالی کے پانچ پانچ تاروں کے مابین فاصلوں کو نوٹ کیجیے $(R_{10} - R_5)(R_5 - R_0)$ ان کی اوسط قیمت معلوم کیجیے۔ اس سے جالی کے دو انتصابی تاروں کے مابین دوری کو محسوب کیجیے اور اس قیمت کو نوٹ کیجیے۔ دوربین کی تجربی اور نظری قیمتوں کو محسوب کیجیے۔ جیسا کہ جدول(22.2) میں دکھایا گیا ہے اور ان کا تقابل کیجیے۔

22.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

1۔ اصلی پیمانے کے ایک حصہ کی قیمت $S = -----deg$

2۔ ورنیر پیمانے پر جملہ حصوں کی تعداد $N = -----$

3۔ طیف پیما کا شمار اقل $L.C = -----deg$

$$------ = min$$
$$------ = deg$$

4۔ زاویہ اقل انحراف کی قیمت $D_b = -----deg$

$$D_y = ------deg$$

5۔ 2A کی اوسط قیمت $= ------ Deg\ \mathrm{min}$

منشور کا زاویہ $A = ------ \mathrm{deg}\ min$

جدول(22.1)

تاروں کے مابین فاصلہ	مائیکرو میٹر ریڈنگ				تار کا نمبر	سلسلہ نشان
	Total	VC	MSR			
$R_5 - R_0$				R_0		
$R_{10} - R_5$				R_5		
$R_{15} - R_{20}$				R_{10}		
$R_{25} - R_{20}$				R_{15}		
$R_{30} - R_{25}$				R_{20}		

جدول(22.1)

سلسلہ نشان	جالی کا فاصلہ دوربین سے D میٹر	تجربی قیمت $D/x=$	مقام کامل پر جھری کی چوڑائی		فطری قیمت $\frac{a}{1.22\lambda}$
			cm میں	m میں	

22.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- طیف پیما کی مکمل طور پر ترتیب دینے کے بعد ہی تجربہ کا آغاز کرنا چاہیئے۔
- اصلی پیمانے کا مشاہدہ اور ورنیر کے نشانات منطبقہ کو علاحدہ علاحدہ دیکھ کر انہیں جدول میں درج کرنا چاہیئے۔
- ممکنہ خطاؤں کو دور کرنے کے لیے بہتر ہے کہ دونوں ورنیروں کا مشاہدہ کیا جائے۔
- زاویہ کی تحسیب میں کسی ایک ہی ورنیر کے مشاہدوں کا فرق لینا چاہیئے۔
- ترتیب پذیر جھری کو انتصابی وضع میں رکھیے۔
- جھری کی فاصل چوڑائی مقرر کرنے سے پہلے کئی بار آزمایئے۔
- مائیکرومیٹر پیچھے سے جھری کی چوڑائی محسوب کرتے وقت Back Lash خطا گریز کیجیے۔

22.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

- آسمان کی گہرائیوں کی چھان بین کے لیے آپ کو لازماً بڑی دوربین کی ضرورت محسوس ہو سکتی ہے۔
- انسانی آنکھ کی تحلیل طاقت کا اندازہ آپ ذیل کے طریقے سے لگا سکتے ہیں۔

22.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

دیئے ہوئے مبداء نور کے رنگ منشور کے مادہ کا انعطاف نما $\mu_b = ------$

$\mu_y = ------$

منشور مادہ کا تحلیلی پاور $\omega = ------$

22.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- شعاع (ray): نور کی توانائی کے سفر کرنے کے راستے کو شعاع کہتے ہیں۔
- منشور (Prism): منشور شیشہ کا بنا ہوا ہوتا ہے۔
- دوربین (Telescope): یہ بہت دور کے ذرات کو دیکھنے کے لئے استعمال کرتے ہے۔
- خوردبین (Microscope): یہ چھوٹے ذرات کو دیکھنے کے لئے استعمال کرتے ہے۔
- انتشاری طاقت (Dispersive Power): وہ نسبت جو روانی انتشار اور اوسط انحرافی زاویہ D_y برائے زرد رنگ کی شعاع واسطہ کی انتشاری طاقت کہلاتی ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ دونوں ورنیروں کا مشاہدہ کرنا کیوں ضروری ہے۔

2۔ دوربین کو کیوں استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ کون سے طیفی خط کے لیے زاویہ اقل انحراف کم ہوتا ہے۔

4۔ مرکیوری کے طیف کے نمایاں خطوط کونسے ہیں۔

5۔ ایک آلے کی تحلیلی طاقت کی تعریف کیجیے۔

6۔ وہ کون سے عوامل ہیں جن پر ایک دوربین کی تحلیل طاقت منحصر ہوتی ہے۔

7۔ ایک آلے کی تحلیلی طاقت کی تعریف کیجیے۔

8۔ وہ کون سے عوامل ہیں جن پر ایک دوربین کی تحلیل طاقت منحصر ہوتی ہے۔

9۔ ریلے کا معیار کیا ہے۔

CALCULATION

اکائی 23۔ نیوٹن کے حلقے

(Newton's Ring)

اکائی کے اجزا

23.0 تمہید(Introduction)

یہاں جو بنیادی اصول ہے،وہ ہے باریک جھلیوں میں تداخل نور۔تداخل نور کیا ہے؟

تداخل ایک طبعی عمل ہے جو ہر جگہ اور ہر لمحہ ہوتا ہے۔ پھر بھی ہم ہر جگہ تداخل کے نمونے نہیں دیکھ پاتے ہیں۔تداخل ایک ایسا مظہر ہے جس میں دو موجیں جو کم، یا زیادہ حیطہ رکھتی ہوں یا ایک ہی جیسا حیطہ رکھتی ہوں ایک دوسرے سے انطباق کرتی ہیں۔سب سے زیادہ عام طور پر نظر آنے والا تداخل روشنی میں ہوتا ہے۔اس کی وجہ یہ ہے کہ روشنی کی موجیں تصادم کے نتیجہ میں ہر طرف سے لوٹ کر آتی ہیں۔اس کا مطلب یہ ہے کہ کسی منبع سے نکلنے والی روشنی کی موجوں میں مستقل حیطہ، تعدد نہیں ہوتا ہے۔

23.1 مقاصد(Objectives)

اس تجربے میں ہم

- نیوٹن کے حلقوں کی تشکیل کریں گے۔
- نیوٹن کے حلقوں کا استعمال سے ایک لونی نور کے طول موج کی دریافت کریں گے۔

23.2 آلات(Apparatus)

ایک Low Power متحرک خردبین

چھوٹے طول ماسکہ کا ایک محدب عدسہ

ایک مستوئی محدب عدسہ (Plan convex lens) جس کا ماسکی طول بڑا ہو

شیشے کے دو ر مستوئی پلیٹ

ایک ایک لونی مبدائے نور

23.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

نیوٹن کے حلقوں کی پیدائش کے لیے مناظری آلات کی ترتیب شکل (23.1) میں دکھائی گئی ہے۔ شیشے کی ایک تختی، 'P' پر ایک مستوئی محدب عدسے کو رکھ کر دونوں کو ایک فولادی فریم میں نصف کر دیا گیا ہے جس میں ہموار کرنے والے پیچ لگے ہوئے ہیں۔ عدسے اور شیشے کی سطح کے درمیان ہوا کی ایک جھلی قائم ہو جاتی ہے۔ فولادی فریم کے عین اوپر افق سے 45 کا زاویہ بناتے ہوئے ایک اور شیشے کی تختی G ترتیب دیجاتی ہے۔ فولادی فریم کو ایک متحرک خردبین کے قاعدے پر ایک ایسی سطح پر رکھا جاتا ہے جسے سیاہ کر دیا گیا ہے۔ سوڈیم کی لیمپ کی طرح کے ایک ایک لونی مبداء سے نور کی شعاعوں کو شیشے کے پلیٹ G پر اس طرح ڈالا جاتا ہے کہ شعاعیں ایک چھوٹے ماسکی طول واٹ عدسے میں سے ہو کر آتی ہیں جب کہ مبداء عدسے کے ماسکے پر ہے۔ شیشے کے پلیٹ سے منعکس ہونے والا نور مستوی محدب عدسہ اور شیشے کے پلیٹ

والے مجموعے پر گرتا ہے۔ سیاہ کروں سطح نور کو اسی پر واپس بھیج دینے میں مدد کرتی ہے۔ ہوا کی جھلی زیریں سطح سے منعکس ہونے والے نور کی شعاعوں میں اور ہوا کی جھلی کی بالائی سطح سے منعکس ہونے والی شعاعوں میں راستے کا فرق ہوتا ہے۔ نور کی ان شعاعوں کو خرد بین(m) کے دہانے میں وصول کیا جاتا ہے، جو انتصاباً اوپر رکھا ہوا ہے۔ میدان ایک روشن اور تاریک حلقوں پر مشتمل ہوتا ہے جس کا مرکزی حلقہ تاریک ہوتا ہے۔ اگر تاریک نہ ہو تو ہموار کرنے والے پیچوں سے مرتب کر لیجئے۔

اگر تاریک حلقہ کا قطر D_m ہے m^{th} تاریک حلقے کا قطر D_m ہے اور R مستوئی محدب عدسہ کا نصف قطر ہے، تب واقع نور کی شعاعوں کا طول موج ہوتا ہے۔

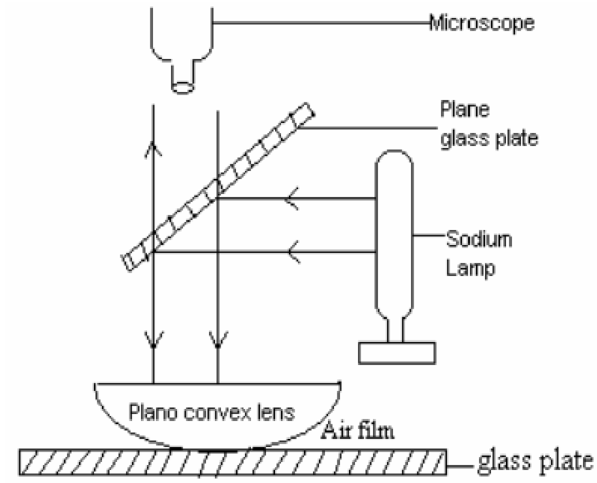
$$\lambda = \frac{{D_m}^2 - {D_n}^2}{4R(m-n)}$$

23.3 نظریہ (Theory)

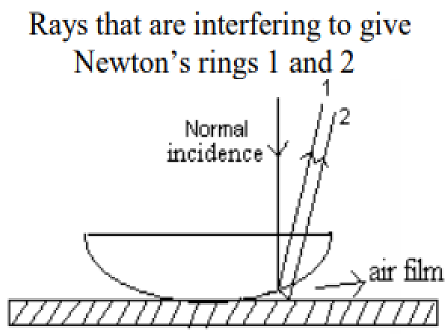
یہاں جو بنیادی اصول ہے، وہ ہے باریک جھلیوں میں تداخل نور۔ تداخل نور کیا ہے؟

تداخل ایک طبعی عمل ہے جو ہر جگہ اور ہر لمحہ ہوتا ہے۔ پھر بھی ہم ہر جگہ تداخل کے نمونے نہیں دیکھ پاتے ہیں۔ تداخل ایک ایسا مظہر ہے جس میں دو موجیں جو کم، یا زیادہ حیطہ رکھتی ہوں یا ایک ہی جیسا حیطہ رکھتی ہوں ایک دوسرے سے انطباق کرتی ہیں۔ سب سے زیادہ عام طور پر نظر آنے والا تداخل روشنی میں ہوتا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ روشنی کی موجیں تصادم کے نتیجہ میں ہر طرف سے لوٹ کر آتی ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ کسی منبع سے نکلنے والی روشنی کی موجوں میں مستقل حیطہ، تعدد نہیں ہوتا ہے۔

نیوٹن کے حلقہ کو پیدا کرنے کے لیے مناظری آلات کی ترتیب کچھ اس طرح ہو گی شیشے کی ایک تختی پر ایک مستوئی محدب عدسے کو رکھ کر دونوں کو ایک فولادی فریم میں نصب کیجیے جس میں ہموار کرنے والے پیچ لگے ہوئے ہوں ۔ عدسے اور شیشے کے درمیان ہوا کی ایک جھلی قائم ہو جاتی ہے فولادی فریم کے عین اوپر افق سے 45 درجے کا زاویہ بناتے ہوئے ایک اور شیشے کی تختی ترتیب دیجیے فریم کو ایک متحرک خرد بین کے قاعدے پر ایک ایسی سطح پر رکھا جاتا ہے جسے سیاہ کر دیا گیا ہوں سوڈیم لیمپ کی طرح ایک یک لونی مبدا سے نور کی شعاعوں کو شیشے کی پلیٹ پر اس طرح ڈالا جاتا ہے کہ شعاعیں چھوٹے ماسکی طول والے عدسے میں سے ہو کر آتی ہیں جبکہ مبدا عدسہ کے ماسکے پر ہوں شیشے کی پلیٹ سے منعکس ہونے والا نور مستوی محدب عدسہ اور شیشے کی پلیٹ والے حصے پر گرتا ہے سیاہ کردہ سطح نور کو اسی راستے پر واپس بھیج دینے میں مدد کرتی ہے۔ ہوا کی جھلی سے زیریں سطح پر منعکس ہونے والے نور کی شعاعوں میں اور ہوا کی جھلی کے بالائی سطح سے منعکس ہونے والی شعاعوں میں راستے کا فرق ہوتا ہے نور کی ان شعاعوں کو خرد بین کے دہانے میں اصول کیا جاتا ہے جو انتصاباً اوپر رکھا ہوا ہے میدان ایک کے بعد دیگر روشن اور تاریک حلقوں پر مشتمل ہوتا ہے جس کا مرکزی حلقہ تاریک ہوتا ہے اگر نہ ہو تو ہموار کرنے والی پیچوں سے ترتیب دیجیے۔



Fig(1).



Fig(2).

شکل(23.1)

23.4 طریقہ عمل(Procedure)

1۔ متحرک خردبین کے افقی پیمانے کا شمار اقل(L.C.)معلوم کیجیے۔

2۔ مستوی محدب عدسہ L اور شیشے کے پلیٹ P اور G کو شکل(23.1) کی طرف متحرک خردبین(Travelling Microscope)کے قاعدے پر ترتیب دیجیے۔

3۔ سوڈیم لیمپ کو منور کیجیے اور محدب عدسے میں متوازی شعاعوں کو پلیٹ G پر گرنے دیجیے۔

4۔ مستوی محدب عدسے میں بننے والے نیوٹن کے حلقوں کو سادہ آنکھ سے دیکھیے اور خردبین کے دہانے پر ان کو مرکوز کیجیے۔

5۔ دیکھیے کہ کیا مرکزی حلقہ تاریک ہے اگر نہ ہو تو فولادی فریم کو پیچوں کی مدد سے مسطح کیجیے۔

6۔ خردبین کو افقی سطح میں(16)ویں تاریک حلقے تک حرکت دیجیے اور افقی پیمانے کے اصل اور ورنیر پیمانے(Vernier Scale) کی ریڈنگس نوٹ کیجیے۔ ریڈنگس کو صحیح پڑھنے کے لیے تکبیری شیشہ(Magnifying Glass)کا استعمال کیجیے۔

7۔ اب خردبین کو(12)ویں تاریک حلقے تک حرکت دیجیے اور اسکیل پر اس کا مقام نوٹ کیجیے۔ اسی طرح (8)ویں اور چوتھے حلقے پر ریڈنگ نوٹ کیجیے۔

8۔ اب خردبین کو اسی سمت میں مرکزی تاریک حلقے کے مخالف جانب چوتھے تاریک حلقے تک حرکت دیجیے اور ریڈنگ نوٹ کیجیے۔ اسی طرح (8)ویں،(12)ویں اور(16)ویں تاریک حلقے پر ریڈنگ نوٹ کیجیے۔

9۔ ایک کرویت پیما کی مدد سے مستوی محدب عدسے کے محدب رخ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

10۔ ریڈنگ جدول میں درج کیجیے اور ضیاء سوڈیم کا طول موج محسوب کیجیے۔

23.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

ورنیر اسکیل کا شمار اقل (L.C):

اصل پیمانے کے ایک درجے کی قیمت (S)=(M.S.D)------- سمر

جملہ ورنیر درجے = (n)=---------

شمار اقل (L.C)= s/n...-------- سمر

2۔ کرویت پیما سے عدسے کا نصف قطر انحنا

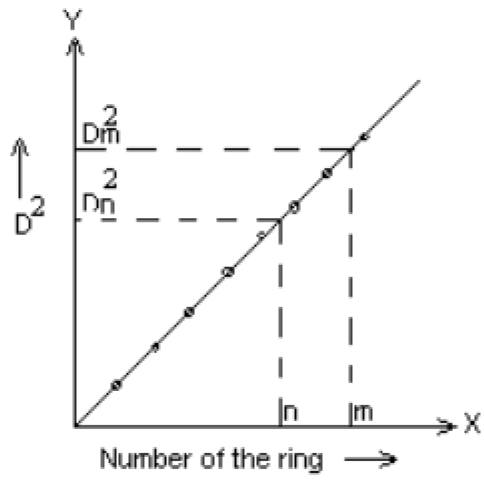
شیشے کی پلیٹ سے عدسے کی بلندی = (h)------- سمر

کرویت پیما کے پایوں کے درمیان اوسط فاصلہ =(l)----- سمر

نصف قطر انحنا =(R)=(l^2/6h+h/2)------- سمر

حلقوں کی تعداد کو x محور پر اور قطر D^2 کو y محور پر لے کر ایک گراف بنایئے۔ گراف ایک خط مستقیم ہو گی۔ گراف کی مدد سے دو تناظر حلقوں m^{th} اور n^{th} کے قطروں کے مربعوں کی قیمتوں $D_m{}^2$ اور $D_n{}^2$ حاصل کر کے ضابطے میں متدرج کیجیے۔

$$\lambda = \frac{D_{dm}{}^2 - D_{dn}{}^2}{4(m-n)R}$$



شکل (23.2)

جدول نمبر (23.1)

سلسلہ نشان	حلقوں کے نمبر	خردبین کے پیمانے کے مشاہدات	
		دائیں جانب	بائیں جانب

23.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

- تجربہ شروع کرنے سے پہلے عدسے اور شیشے کی پلیٹ کو اچھی طرح صاف کرلینا چاہیے۔
- تداخلی پیٹرن کا مرکز تاریک ہونا چاہیے۔نہ ہو تو فولادی فریم کو پیچوں کی مدد سے مسطح کیجیے۔
- خیال رکھیے کہ دوران تجربہ ترتیب شدہ آلات میں کوئی خلل واقع نہ ہو۔
- مشاہدات نوٹ کرتے وقت شروع کے کچھ حلقوں کو چھوڑ دیجیے کیونکہ وہ غیر ہموار ہوتے ہیں۔
- مشاہدات نوٹ کرتے وقت متحرک خردبین کو صرف ایک ہی سمت میں حرکت دیجیے۔
- آگے پیچھے حرکت دینے کے نتیجے میں (Back lash) ہوتی ہے۔

23.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

- ❖ نیوٹن کے حلقوں کا تجربہ کسی یک لونی نور کے طول موج کی دریافت کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔
- ❖ ایک معلومہ طول موج کا نور استعمال کر کے کسی عدسے کا نصف قطر انحنا دریافت کیا جاسکتا ہے، جب کہ کرویت پیما سے بہت صحیح نتیجہ حاصل نہیں ہوسکتا۔
- ❖ اس تجربے سے مہین جھلیوں (Thin Films) سے تداخل کی تجربی تصدیق حاصل ہوسکتی ہے۔
- ❖ کسی عدسے کی سطح کی درست سان کاری گرانڈنگ (Grinding) کی جانچ کے لیے نیوٹن کے حلقوں والا تجربہ استعمال میں لایا جاسکتا ہے۔ اگر حلقے مکمل دائروی ہیں تو سان کاری مکمل طور پر صحیح ہے۔ اگر یہ حلقہ دائروی نہیں ہیں تو سان کاری ناقص ہے۔

23.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

مشاہدات اور تحسیب

1۔ ورنیر اسکیل کا شمار اقل $(LC) =$

2۔ اصل پیمانے کے ایک درجے کی قیمت $(M.S.I) = ? =$ ——— سمر

3۔ جملہ ورنیر درجے $= n =$ —————————

4۔ شمار اقل $(L.C) = S/N$ ——————— سمر

(ب) کرویت پیما سے عدسے کا نصف قطر انحنا

شیشے کے پلیٹ سے عدسے کی بلند $1 = n =$ ——————— سمر

کرویت پیما کے پایوں کے درمیان اوسط فاصلہ $= 1$ —————— سمر

$$R = \frac{l^2}{6h} + \frac{h}{2} = \text{-------} \text{ سمر}$$ نصف قطر انحنا

حلقوں کی تعداد کو x محور پر اور قطر D^2 کو y محور پر لے کر ایک گراف بنایئے۔ گراں ایک خط مستقیم ہو گی۔ گراف کی مدد سے دو تناظر حلقوں m^{th} اور n^{th} کے قطروں کے مربعوں کی قیمتوں $D_m{}^2$ اور $D_n{}^2$ حاصل کر کے ضابطے میں متدرج کیجیے۔

$$\lambda = \frac{D_{dm}{}^2 - D_{dn}{}^2}{4(m-n)R}$$

23.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- نیوٹن کے حلقے: چونکہ ہوا کی مساوی موٹائی والے پوائنٹس لینس پر ایک دائرہ دار خطہ بناتے ہیں، مداخلت کا نمونہ حلقوں سے بنا ہوتا ہے اور اسے نیوٹن کے حلقے کہتے ہیں۔
- تداخل: دو یا زیادہ مبداوں سے روشنی کی موجوں کے انطباق (سپر پوزیشن) کی وجہ سے روشنی کی توانائی کی دوبارہ تقسیم ہونی کہ مظہر کو تداخل (Interference) کہا جاتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your Information)

1۔ تداخل کیا ہوتا ہے؟

2۔ تداخل کے لیے کیا شرائط ہیں؟

3۔ پتلی جھلی سے تداخل کا آپ کیا مطلب لیتے ہیں؟

4۔ پانی پر پٹرول کی پرت پر دکھائی دینے والے رنگوں کے ساتھ کون سا مظہر مربوط ہے؟

5۔ نیوٹن کے حلقے کس جگہ بنتے ہیں؟

6۔ یہ حلقے دائروی کیوں ہیں؟

7۔ اگر عدسے اور شیشے کی پلیٹ کے درمیان انعطاف نما والا ایک مائع داخل کر دیا جائے تو حلقوں پر کیا اثر پڑے گا؟

8۔ اگر ان ترتیب شدہ آلات پر پڑنے والی روشنی ایک بڑے مبدائے نور کی بجائے کسی تنگ جھری سے نقطوی مبدا نور کی شکل میں آ رہی ہو تو کیا ہو گا؟

9۔ حلقوں کے قطر میں اضافے سے ان کے درمیانی فاصلوں پر کیا اثر پڑے گا؟

10۔ درمیانی دھبہ تاریک کیوں ہوتا ہے؟ یہ روشن کب ہو گا؟

11۔ دوئیلے منشور سے تداخل اور نیوٹن کے حلقوں والے تداخل میں کیا فرق ہوتا ہے؟

CALCULATION

اکائی 24۔ لیزر

(Laser)

اکائی کے اجزا

24.0 تمہید(Introduction)

روشنی کا بیم کا کسی رکاوٹ سے ٹکرا کراس کے گردمڑ جاتاہے یا کسی شگاف سے گذر کر پھیل جاتاہےاوراس کے نتیجے میں پیدا ہونے والے پیٹرن میں روشن اور تاریک پٹیاں نظر آتی ہیں۔اس مظہر کو انکسار کہا جاتاہے۔

24.1 مقاصد(Objectives)

- ایک مستوئی انتقالی جالی کی مدد سے دیئے ہوئے لیزر نور کے طیفی خطوط کے طول موج کی تخمین کرنا۔

24.2 آلات((Apparatus

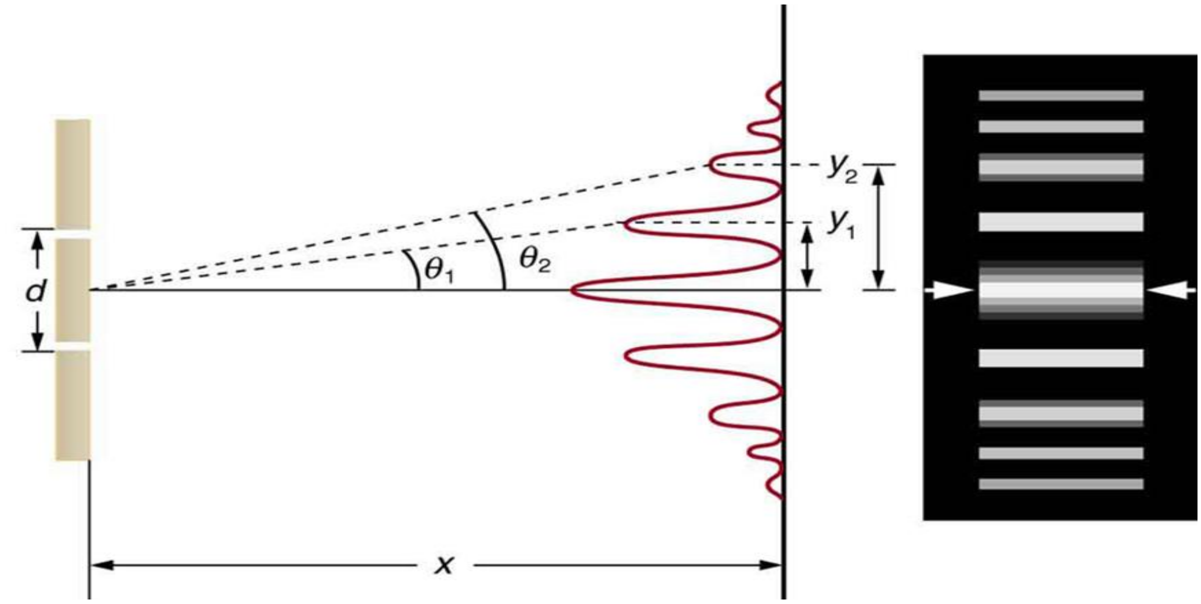
طیف پیما،انتقالی جالی،لیزر مبدا

لیزر ڈائیوڈ ماڈیول، گریٹنگ،اسکیل اوراسکرین

24.2.1 تشریح آلات(Apparatus Explanation)

ایک مستوئی انتقالی جالی پر عموماً ایک انچ میں(15,000) ایسے خطوط ہوتے ہیں۔ تجربہ خانہ میں مستعملہ جالی اصل کی ہو بہو نقل(Replica)ہوتی ہے۔ جس کو سونتی محلول سے تیار کیا جاتاہے۔

روشنی کا بیم کا کسی رکاوٹ سے ٹکرا کراس کے گردمڑ جاتاہے یا کسی شگاف سے گذر کر پھیل جاتاہےاوراس کے نتیجے میں پیدا ہونے والے پیٹرن میں روشن اور تاریک پٹیاں نظر آتی ہیں۔اس مظہر کو انکسار کہا جاتاہے،اور یہ خصوصیت تمام موجوں میں پائی جاتی ہے۔اسے ویو فرنٹ(موجی اگلے رخ یا محاذ موج)کے مختلف حصوں کے درمیان تداخل پر غور کر کے سمجھا جاسکتاہے،انکسار کازاویہ ترتیب d / λ ہے λ طول موج اور d شگاف۔اس طرح، نظر آنے والی روشنی کے لیے،10-100 µm کی حدود میں موجود شگاف سے آسانی سے انکسار کے نمونے تیار ہوتے ہیں۔اگر ایک شگاف کے بجائے،دو شگاف سے ویو فرنٹ سے آرہے ہوں،تب شگاف کے متوازی تداخل کا ایک سلسلہ اسکرین پر ظاہر ہوگا،جیسا کہ ذیل کی تصویر میں دکھایا گیاہے۔



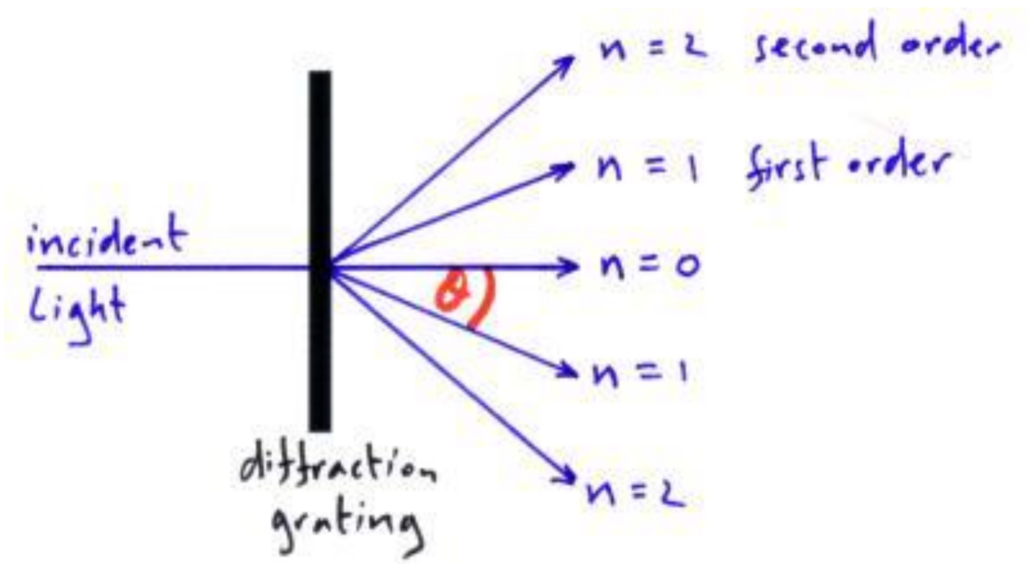
شکل(24.1)

یہ تھامس ینگ(1800)کاکلاسیکی تجربہ ہے۔اگر دو شگافوں Slit کے درمیان فاصلہ d ہےاور شگاف Slit ، B کی چوڑائی طول موج سے زیادہ ہے، توفرون ہوفر ڈفریکشن مساوات اس طرح پھیلی ہوئی روشنی کی حدت بتاتی ہے۔

$$I(\theta) \propto \cos^2\left[\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right] \operatorname{sinc}^2\left[\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right]$$

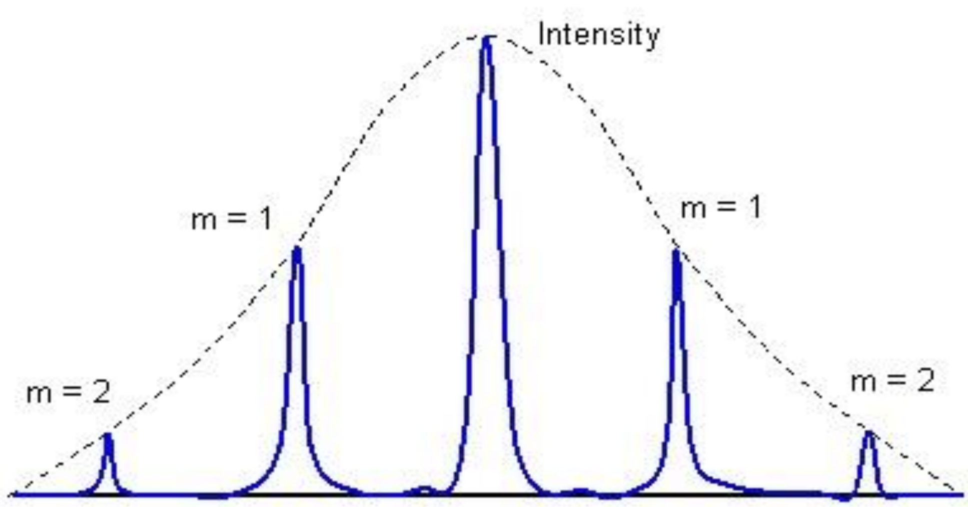
جہاں sinc فنکشن کو $x \neq 0$ کے لیے $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/(x)$ کے طور پر بیان کیا گیا ہے، اور $\operatorname{sinc}(0) = 1$ ۔sinc فنکشن میں شگاف کی چوڑائی کی وجہ سے پھیلاؤ کے اثرات شامل ہیں۔

اگر دو(سلٹوں) شگافوں کے بجائے، متعدد مساوی فاصلے والی(سلٹیں) شگافوں سے ویو فرنٹ آتے ہیں، تو تداخل زیادہ ہو جاتا ہے اور، تب روشنی عام طور پر گریٹنگ(آڑھی ترچھی لائینوں والی جال کی طرح) Grating پر واقع ہوتی ہے، تو زاویہ θm بڑی سے بڑی قدر $(\pm 1, m = 0, \pm)$ کے لئے لیا جاتا ہے۔



(24.2)شکل

تاکہ اصول میکسما(maxima)کی حدت کا حساب لگایا جاسکے اور یہ گھٹتی جاتی ہے جیسے جیسے انکسار کی ترتیب میں اضافہ ہوتا ہے، جیسا کہ ذیل کی تصویر میں دیکھا جاسکتا ہے۔



(24.3)شکل

ایک ڈفریکشن گریٹنگ بہت سی(سلٹس)شگاف کے اس طرح کے نظام کے مساوی ہے تو اسے ٹرانسمیشن یا عکاسی میں استعمال کیا جاسکتا ہے۔

شکل(24.4)

24.3 نظریہ(Theory)

ایک انکساری جالی کو اقل انحرافی کی پوزیشن میں بھی استعمال کیا جاسکتا ہے۔فرض کرو کہ زاویہ قوں اور (θ) زاویہ انحراف کو تعبیر کرتے ہیں۔

ہم لکھ سکتے ہیں کہ $d(\sin i + \sin \theta) = m\lambda$

جہاں d دو متصلہ جھریوں کا درمیانی فاصلہ ہے، m رتبے کو بتانے والا عدد ہے اور $Laser\lambda$ نور طیفی خط کا طول موج ہے۔

جالی کے اقل انحراف پوزیشن میں سے جب نور کی شعاع گزرتی ہے تو (جالی پر اس کی عمودی سمت میں واقع ہونے والی نور کے لیے) $i = 0$ ہوتا ہے۔

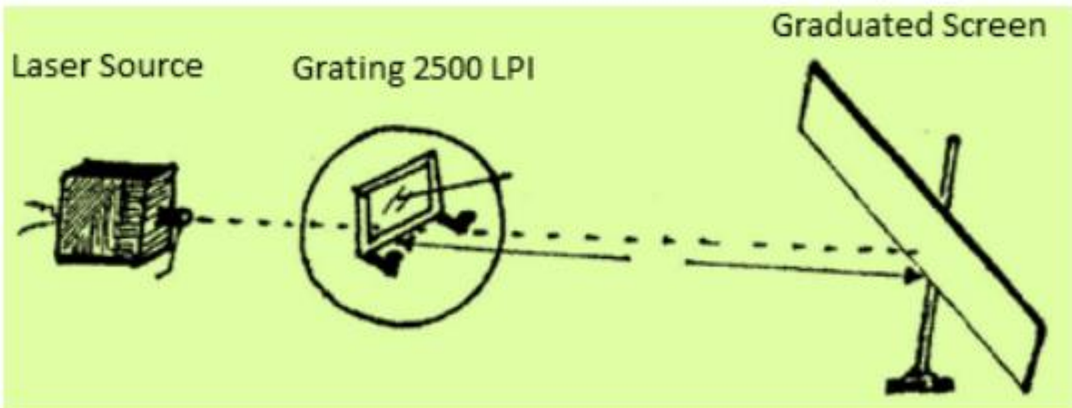
$$d(\sin i + \sin \theta) = m\lambda$$
$$d \sin \theta = m\lambda$$
$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{m}$$

عمودی وقوع کے لیے تجربہ سے θ کو معلوم کرکے اور m کی قیمتوں کو نوٹ کرکے لیزر نور کے طول موج کی تخمین کر سکتے ہیں۔

24.4 طریقہ عمل(Procedure)

لیزر ڈایڈ ڈماڈیول افقی طور پر نصب کیا جاتا ہے۔پھر ایک انکساری جالی (ڈفریکشن گریٹنگ) (LPI2500) رکھی جا تی ہے۔

انکواسطرح ترتیب دیں کہ خط مستقیم میں ہو۔جب لیزر کو آن کیا جاتا ہے۔تب ہمیں گریٹنگ سے تقریبا0.5 میٹر فاصلہ Dپر آعظم ترین پھیلاو حاصل ہوتا ہے۔اسی طرح Dکی مختلف قدروں کے لئے اس طریقہ کار مختلف فاصلہ 2xکے ساتھ دہرایا جاتا ہے اور نتائج کو مندرجہ ٹیبل میں نوٹ کرتے ہیں۔



شکل(24.5)

1۔ پہلی جالی کی مستوئی کو انتصابی سمت میں ترتیب دینا چاہئے۔اس ترتیب کو حاصل کرنے کے لیے ذیل کا طریقہ اختیار کیجیے۔جالی کو میز پر اسٹانڈ میں جکڑ دیجیے۔

2۔ سکرن بورڈ کو شیشے کی تختی سے لیزر نور کی سیدھ میں لیے آیئے اس طرح کہ تختی کی مستوئی نور کی بیم علی القوائم رہے۔

3۔ شیشے کی پلیٹ سے دیکھئے اور اس کو اس طرح حرکت دیجیے کہ پلیٹ پر کسی مناسب و موزوں ذرے کی وجہ سے مرکزی سوراخ کے اطراف ایک انکسایر پیٹرن بن جائے یہ پٹیرن مرکزی منور دھبہ(Spot) کو گھیرے ہوئے متبادل منور اور تاریک حلقوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ شیشے کی پلیٹ کو یہاں تک ترتیب دیجیے کہ آپ کم از کم منور دھبہ کے اطراف کے پہلے باریک حلقے اور اس کے بعد کے دوسرے منور حلقے کو دیکھ سکیں(اگر آپ زیادہ تاریک و منور حلقے دیکھ سکیں تو بہت بہتر ہے)۔

4۔ شیشے کی پلیٹ(Slit) کے فاصلے کو انکساری پیٹرن کا حلقہ Screen بورڈ کے درمیان کے فاصلے 'D' کو نوٹ کیجیے۔

5۔ لیزر مبداء کے بائیں جانب شیشے کی پلیٹ کے فاصلے کو انکساری پیٹرن کا پہلا تاریک حلقہ Screen بورڈ پر کے پہلے سوراخ کے درمیان کے اس فاصلے کو(L_1) نوٹ کیجیے اور اس کو جدول میں درج کیجیے۔

6۔ دوسرے منور حلقے کے ساتھ بھی یہی طریقہ عمل دہرائے۔اس صورت میں بھی Screen بورڈ اور سلیٹ کے پلیٹ کے درمیانی فاصلوں کی پیمائش کر کے ان قیمتوں کو جدول میں ان کے متعلقہ مقام پر درج کیجیے۔

7۔ لیزر مبداء کے دوسرے جانب اگر آپ انکساری نقشہ کے حلقے کو دیکھ سکیں تو اس کے ساتھ بھی اس عمل کو دہرایئے اور Screen بورڈ اور شیشے کی پلیٹ کے درمیان کے ان فاصلوں کی پیمائش کیجیے۔ جس میں یہ حلقہ علی الترتیب پہلے اور دوسرے سوراخوں پر منطبق ہو۔ ان فاصلوں کو جدول میں درج کیجیے۔

8۔ سلیٹ کو علاحدہ کر لیجئے اور ایک اسٹانڈ میں جکڑ دیجیے۔ اس طرح کے سلیٹ کی سوراخ انتصابا ایک دوسرے کے اوپر رہیں۔ متحرک خرد بین کو مرکز سلیٹ سوراخ پر فوکس کیجیے۔ افقی صیلیب تار کو سلیٹ کے سوراخ کے مرکز پر منطبق رکھیے۔ خرد بین کی انتصابی پیمانے پر مشاہدہ (R) نوٹ کیجیے۔ خرد بین کے افقی صلیبی تار کو پہلے سوراخ کے مرکز پر منطبق کیجیے اور مشاہدہ کو نوٹ کیجیے۔

9۔ خرد بین کے افقی صلیبی تار کو پہلے سوراق کے مرکز پر منطبق کیجیے اور مشاہدہ R_1 کو نوٹ کیجیے۔ خرد بین کو اس طرح دوسرے سوراخ تک مزید حرکت دے کر انتصابی پیمانے کا مشاہدہ R_2 نوٹ کیجیے۔

10۔ مرکزی اور پہلے سوراخ کے درمیان فاصلے $(R - R_1 = r_1)$ کو معلوم کیجیے۔ اس طرح مرکزی اور دوسرے سوراخ کا درمیانی فاصلہ $(R - R_2 = r_2)$ معلوم کیجیے۔

11۔ مساوات میں 'r' اور D کی قیمتوں کو درج کر کے دی گئی ہو λ کی قیمت جدول سے حاصل کیجیے۔

24.5 مشاہدہ اور تحسیب (Observations and Analysis)

اصلی پیمانے کے ہر حصہ کی قیمت $S = - - - - - -$ deg

ورنیر پیمانے کے جملہ حصول کی تعداد $N = - - - - - -$

طیف پیما کا شمار اقل $L.C = - - - - - - -$ deg

جالی ہر انچ خطوط کی تعداد $N_0 = - - - - -$

جالی پر فی میٹر خطوط کی تعداد $N = \left(\frac{No}{2.54\times10^{-2}}\right) = - - - - - - - -$

لیزر (لیزر) نور کی طیفی خطوط کی طول موج کے اوسط مثبت $\lambda = - - - - -$ m

جدول(24.1)

مشاہدات کا جدول:

نمبر شمار	گریٹنگ اور اسکرین کے درمیان کی۔ فاصلہ(Dcm)	فرق کی ترتیب (order) (n)	متعلقہ ترتیب کے درمیان کا فاصلہ (2x) سینٹی میٹر	مرکز اور maximum کے درمیان کا فیصلہ cm (x)	$\tan\Theta = X/D$ $\Theta = \tan^{-1}(X/D)$	$\sin\Theta$	$\lambda = \sin\Theta / n.N$
1	50 cm	1 2 3 4					
2	60 cm	1 2 3 4					
3	70 cm	1 2 3 4					
4	80 cm	1 2 3 4					

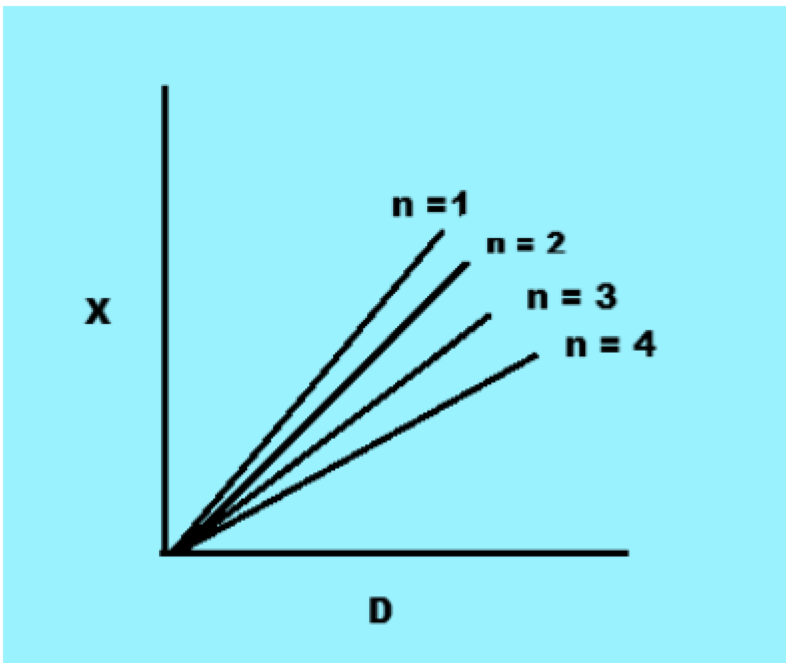
اب دی گئی ترتیب کے لیے x اور D کے درمیان ترسیم کھینچئے۔ایک خط مستقیم حاصل ہوتی ہے۔

گراف کی ڈھلوان $\tan\theta$ سے معلوم ہوتی ہے۔یعنی، ڈھلوان= $\tan\theta$ یا

$\theta = \tan^{-1}$ (ڈھلوان)

طول موج λ کو $\lambda = (\sin\theta / n.N)$ کے طور پر شمار کیا جاسکتا ہے۔

دوسرے آرڈر میکسما کے لیے بھی گراف کھینچیں۔



شکل(24.6)

24.6 احتیاطی تدابیر (Precautions)

1۔ طیف پیما کے استعمال کرنے اور اس کے مشاہدات لینے کے دوران ان تمام احتیاطوں کو ملحوظ رکھیئے۔

2۔ جالی کی سطحوں کو چھونے یا صاف کرنے کی کوشش نہ کیجیے۔

3۔ عمودی وقوع میں جالی کا ایک قلیل فرق، زاویہ انکسار میں ایک بہت بڑی غلطی کا باعث بن جاتا ہے۔

24.7 روزمرہ زندگی میں اس تجربے کی اہمیت (Significance of Experiment in Daily Life)

تجربہ کی تکمیل کے بعد آپ کو یہ معلوم ہوگا کہ مختلف قسم کے مبداء نور کا طیف کو پیدا کرنے کے لیے ایکے مستوئی انتقالی جالی کو کس طرح استعمال کیا جاتا ہے۔

- انکسار نور سے متعلق معلومات حاصل ہوں گی اور یہ بھی معلوم ہوگا کہ جالی سے نور کے گزرنے کے بعد انکسارے مختلف رتبوں کے خیال مختلف زاویوں پر کس طرح بنتے ہیں۔
- ایک لیزر نور کا طیف حاصل کرنا اور لیزر کی قیمتوں کو معلوم کرنا بھی آپ کے علم میں آجائے گا۔

24.8 تجربی نتائج (Experimental Results)

نتائج:

دی گئی لیزر بیم کا طول موج ہے Å .... = λ

24.9 کلیدی الفاظ (Keywords)

- **مخفف لیزر کی شکل**: اشعاع کے مہیج شدہ اخراج کے ذریعے روشنی کی افزائش (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

اپنی معلومات کی جانچ کیجیے (Check your information)

1۔ فرق n کیا ہے؟

2۔ ایک diffraction grating کیا ہے؟

3۔ گریٹنگ کے ذریعے انکسار کیوں ہوتا ہے؟ یا اس کی کیا اہمیت ہے؟

4۔ لیزر روشنی زیادہ یک رنگی کیوں ہوتی ہے؟

5۔ فرق کی ترتیب Order کیا ہے؟

6۔ لیزر کا اصول کیا ہے؟

7۔ انکساری جالی کیا ہوتی ہے۔

8۔ جالی کو کس طرح تیار کیا جاتا ہے۔

9۔ جالی سے گزرنے والے مختلف رنگ کیوں ایک دوسرے سے علاحدہ ہوتے ہیں۔

10۔ لیزر(Laser)کا مخصف کیا ہے۔

11۔ لیزر(Laser)کے سائنسی اطلاقات کیا ہے۔

12۔ کیا آپ اصلی جالی کو استعمال کر سکتے ہیں؟اور کیوں؟

CALCULATION

Maulana Azad National Urdu University

B.Sc. (Physics) III Semester Examination

Waves and Optics – BSPH350CCP

Practical Model Paper

وقت: 3 گھنٹے　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　کل نمبرات: 50

1۔ دوجفتہ پینڈلم کے عام موڈ طریقہ کار کو مطالعہ کیجیے۔

2۔ جفتہ پینڈلم کے اہتزازیہ کے ہیئت موڈ کی تعداد اور باہری تعدد کی تخمین کیجیے۔

3۔ جفتہ پینڈلم کے اہتزازیہ کے بیسٹ موڈ کی تعداد اور جفتہ کی ڈگری کو محسوب کیجیے۔

4۔ میلڈے کے تجربے کے ذریعہ برقی طور پر برقرار ٹیوننگ فورک کی تعدد کو ارتعاشی عرضی موڈ کے صورت میں معلوم کیجیے۔

5۔ میلڈے کے تجربے کے ذریعہ برقی طور پر برقرار ٹیوننگ فورک کی تعدد کو ارتعاشی طولی موڈ کے صورت میں معلوم کیجیے۔

6۔ CRO منفی شعاعوں کے اہتزاز پیما کو استعمال کرتے ہوئے دیئے گئے سگنل کے وولٹیج اور فریکوئنسی کی پیمائش کیجیے۔

7۔ لیساجو کے اشکال کا مطالعہ کیجیے۔

8۔ طیف پیما کے ذریعہ شفاف منشور کے انعطافی زاویہ کی تخمین کیجیے۔

9۔ ایک لونی نور کے منشور سے گزرنے کی صورت میں زاویہ اقل انحراف کی تخمین اور ایک خاص موج کے لیے منشور کے مادے کا انعطاف نما معلوم کیجیے۔

10۔ پارا واپر لیمپ نور کے مدد سے شفاف منشور کے مادے کا انتشاری پاور (Dispersive power) کو تخمین کیجیے۔

11۔ طیف پیما کے ذریعہ شفاف منشور کے مادے کا کاچی مستقل کی تخمین کیجیے۔

12۔ طیف پیما کے ذریعہ منشور کے مادے کا تحلیل پاور (Resolving power) کی تخمین کیجیے۔

13۔ نیوٹن کے حلقوں کو استعمال کرتے ہوئے ایک دئے ہوئے ایک لونی مبراء نور کے طول موج کی پیمائش کیجیے۔

14۔ ایک مستوئی انتقالی جالی کی مدد سے دیئے ہوئے Laser نور کے طیفی محفوظ کے طول موج کی تخمین کیجیے۔