

B9ED101DST

ریاضی کی تدریسیات-I

(Pedagogy of Mathematics-I)

بیچلر آف ایجوکیشن (بی۔ ایڈ۔)

(پہلا سمسٹر)

Bachelor of Education (B. Ed)

(First Semester)

مرکز برائے فاصلاتی و آن لائن تعلیم

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی

حیدرآباد-32، تلنگانہ-انڈیا

Copyright © 2025, Maulana Azad National Urdu University, Hyderabad

All right reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronically or mechanically, including photocopying, recording or any information storage or retrieval system, without prior permission in writing form the publisher (registrar@manuu.edu.in)

ISBN : 978-81-975953-2-5
Course : Pedagogy of Mathematics - I
First Edition : August 2024
Copies : 200
Price : 490

Programme Coordinator (B. Ed.)

Prof. Sayyad Aman Ubed, Professor (Education), CDOE, MANUU

Editorial Board/Editors

Prof. Mushtaq Ahmed I. Patel (Chairperson) Professor, CDOE, MANUU (Language Editor)	Prof. Sayyad Aman Ubed (Member) Programme Coordinator, B.Ed. (ODL)
Prof. Shaikh Shaheen Altaf (Member) HOD, Dept. of Edu & Training, MANUU	Dr. Shaikh Wasim (Member Convener) Associate Professor, CDOE, MANUU
Prof. Siddiqui Mohd Mahmood (Member) Senior Professor, Dept. of Edu & Training, MANUU	Dr. Sameena Basu (Member) Associate Professor, CDOE, MANUU
(Late) Prof. Najmus Saher (Member) Professor, CDOE, MANUU	Dr. Farhath Ali Associate Professor, Dept. of Edu & Training, MANUU (Content Editor)

Production

Prof. Nikhath Jahan, Professor (Urdu), CDOE, MANUU	Mr. P Habibulla, Assistant Registrar, Purchase & Stores Section, MANUU	Dr. Mohd Akmal Khan, Assistant Professor (C), CDOE, MANUU
Mohd Abdul Naseer, Section Officer, CDOE, MANUU	Shaik Ismail, UDC, CDOE, MANUU	Faheemuddin, LDC, Purchase & Stores Section, MANUU

On behalf of the Registrar, Published by:

Centre for Distance and Online Education

Maulana Azad National Urdu University

Gachibowli, Hyderabad-500032 (TG), India

Director: dir.dde@manuu.edu.in Publication: ddepublishation@manuu.edu.in

Phone number: 040-23008314

Website: manuu.edu.in

CRC Prepared by: Dr. Sarmad Yaseen Butt, Asst. Prof. (C), CDOE, MANUU

Title Page: Dr. Mohd Akmal Khan

Printed at: Print Time & Business Enterprises

فہرست

5	وائس چانسلر، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی		پیغام
6	ڈائریکٹر، مرکز برائے فاصلاتی و آن لائن تعلیم		پیغام
7	پروگرام کوآرڈینیٹر (بی۔ ایڈ)		کورس کا تعارف
صفحہ نمبر	مصنف	اکائی کا نام	اکائی نمبر
بلاک I: ریاضی کا تعارف			
9	ڈاکٹر شاہین پروین اسسٹنٹ پروفیسر مانو، سی ٹی ای، اورنگ آباد Dr. Shaheen Parveen Assistant Professor MANUU CTE, Aurangabad	ریاضی کا تعارف (Introduction to Mathematics)	1-
33		ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات (Contributions of Indian Mathematicians)	2-
61		مغربی ریاضی دانوں کی خدمات (Contributions of Western Mathematicians)	3-
81		ریاضی کا اسکول کے دوسرے مضامین سے ہم ربط (Correlation of Mathematics with other School Subjects)	4-
بلاک II: ریاضی کی تدریس کے اغراض و مقاصد			
98	ڈاکٹر فرحت علی ایسوسی ایٹ پروفیسر شعبہ تعلیم و تربیت، مانو Dr. Farhath Ali Associate Professor Dept. of Education & Training MANUU	ریاضی کی تدریس کے مقاصد اور اقدار (Aims and values of teaching mathematics)	5-
122		ریاضی کی تدریس کے اغراض و مقاصد کے حوالے سے مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات (Recommendations of Various Educational Committees and Commissions as Regards to Aims and Objectives of Teaching Mathematics)	6-
142		سی سی ای میں استعداد اور تعلیمی معیار کا مفہوم اور تصور (Meaning and Concept of Competencies and Academic Standard of CCE)	7-
177		بلوم کی درجہ بندی برائے تعلیمی مقاصد (Bloom's Taxonomy of Educational Objectives)	8-

بلاک III: ریاضی کے تصورات کی تدریس کے طریقے اور حکمت عملیاں			
216	پروفیسر نجمہ بیگم پروفیسر شعبہ تعلیم و تربیت، مانو Prof. Najma Begum Professor Dept. of Education & Training MANUU	تصور کی نوعیت (Nature of Concept)	9-
237		کلاس VI سے X تک ریاضی، الجبرا، جیومیٹری، ٹرگونیومیٹری، امکان اور شماریات کے مختلف تصورات پر طلباء اساتذہ میں بیداری پیدا کرنا (Creating Awareness among Student Teachers on Various Concepts of Arithmetic, Algebra, Geometry, Trigonometry, Probability and Statistics from Classes VI to X)	10-
252		ریاضی سکھانے کے طریقے (Methods of Teaching Mathematics)	11-
271		مسئلہ حل کرنے کے مراحل اور مسائل حل کرنے کے اقدامات (Problem solving: Stages and Steps in Problem Solving)	12-
بلاک IV: ریاضی کی تدریس کی منصوبہ بندی اور وسائل			
291	ڈاکٹر ظفر اقبال زیدی اسسٹنٹ پروفیسر مانو، سی ٹی ای، درجہنگہ Dr. Zafar Iqbal Zaidi Assistant Professor MANUU CTE, Darbhanga	خرد تدریس (Microteaching)	13-
305		درس و تدریس کی منصوبہ بندی (Planning of Instruction)	14-
329		ریاضی کی درسی کتاب - اچھی ریاضی کی درسی کتاب کی اہمیت اور معیار موجودہ سینکڑ ریاسکول کی ریاضی کی درسی کتابوں کا ایک تنقیدی تجزیہ (Mathematics Text Book – Importance and Criteria of Good Mathematics Text Book, A Critical Analysis of existing Secondary School Mathematics Text Books)	15-
348		سمعی، بصری اور کثیر الابلاغ وسائل: سیکھنے والے کی ضرورت کے مطابق انتخاب اور ڈیزائن (Audio, Visual and Multimedia Resources: Selection and Design according to Learner Needs)	16-
365	نمونہ امتحانی پرچہ		

پیغام

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی (MANUU) 1998 میں پارلیمنٹ کے ایک ایکٹ کے ذریعے قائم کی گئی۔ یہ ایک مرکزی جامعہ ہے جس نے این اے اے سی کی جانب سے گریڈ A+ حاصل کیا ہے۔ اس جامعہ کے قیام کے مقاصد ہیں: (1) اردو زبان کا فروغ، (2) پیشہ ورانہ اور تکنیکی تعلیم کو اردو میڈیم میں قابل رسائی اور دستیاب بنانا، (3) روایتی اور فاصلاتی طریقہ تعلیم کے ذریعے تعلیم فراہم کرنا، اور (4) خواتین کی تعلیم پر خصوصی توجہ دینا۔ یہ وہ نکات ہیں جو اس مرکزی جامعہ کو دیگر تمام مرکزی جامعات سے ممتاز کرتے ہیں اور اسے ایک انفرادیت بخشنے ہیں۔ قومی تعلیمی پالیسی 2020 میں بھی مادری زبانوں اور علاقائی زبانوں میں تعلیم حاصل کرنے پر زور دیا گیا ہے۔

اردو کے ذریعے علم کے فروغ کا مقصد یہی ہے کہ اردو جاننے والے طبقے کے لیے عصری علوم اور مضامین تک رسائی آسان بنائی جائے۔ ایک طویل عرصے تک اردو میں درسی مواد کی کمی رہی ہے۔ اردو یونیورسٹی کے پاس اب اردو میں 350 سے زیادہ کتابوں کا ذخیرہ موجود ہے اور ہر سمسٹر کے ساتھ اس تعداد میں اضافہ ہو رہا ہے۔

اردو یونیورسٹی این ای پی 2020 کے وژن کے مطابق مادری / گھریلو زبان میں تعلیمی مواد فراہم کرنے کے قومی مشن کا حصہ بننے کو اپنے لیے ایک اعزاز سمجھتی ہے۔ مزید یہ کہ اردو بولنے والا طبقہ اردو میں مطالعہ کے مواد کی عدم دستیابی کے سبب نئے ابھرتے شعبوں اور جدید تر معلومات کے موجودہ میدانوں میں تازہ ترین معلومات و اطلاعات کے حصول سے محروم نہیں رہے گا۔ مذکورہ بالا میدانوں میں مواد کی دستیابی کی بدولت حصول معلومات کا نیا شعور بیدار ہوا ہے جو یقیناً اردو داں طبقے کی دانشورانہ ترقی پر اثر انداز ہو گا۔

فاصلاتی اور آن لائن طلبہ کے لیے تعلیم و تدریس کے عمل کو سہل بنانے کے لیے یونیورسٹی کا سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن (CDOE) اردو اور متعلقہ مضامین میں خود اکتسابی مواد (SLM) کی تیاری کو یقینی بناتا ہے۔

MANUU فاصلاتی اور آن لائن لرننگ کے طلبہ کے لیے SLM بلا معاوضہ فراہم کرتا ہے۔ یہ مواد اردو کے ذریعے علم حاصل کرنے میں دلچسپی رکھنے والے ہر شخص کے لیے برائے نام قیمت پر دستیاب ہے۔ تعلیم تک رسائی کے دائرے کو مزید پھیلانے کے مقصد سے، اردو / ہندی / انگریزی / عربی میں eSLM یونیورسٹی کی ویب سائٹ پر مفت ڈاؤن لوڈ کے لیے دستیاب رکھا گیا ہے۔

مجھے بے حد خوشی ہے کہ متعلقہ فیکلٹی کی محنت اور مصنفین کے مکمل تعاون کی بدولت FYUG بی۔ اے، بی۔ ایس سی اور بی۔ کام کی کتابوں کی اشاعت کا عمل بڑے پیمانے پر شروع ہو گیا ہے۔ فاصلاتی اور آن لائن لرننگ کے طلبہ کی سہولت کے لیے خود اکتسابی مواد (SLM) کی تیاری اور اشاعت کا عمل یونیورسٹی کے لیے اہمیت رکھتا ہے۔ مجھے یقین ہے کہ ہم اپنے خود تعلیمی مواد کے ذریعے اردو جاننے والے ایک بڑے طبقے کی ضروریات کو پورا کرنے کے قابل ہوں گے اور اس یونیورسٹی کے مقصد قیام کو پورا کریں گے اور اپنے ملک میں اپنی موجودگی کو جائز ٹھہرا سکیں گے۔

نیک تمناؤں کے ساتھ!

پروفیسر سید عین الحسن
شیخ الجامعہ، مانو

پیغام

موجودہ دور میں فاصلاتی تعلیم کو دنیا بھر میں ایک نہایت مؤثر اور مفید طریقہ تعلیم کے طور پر تسلیم کیا جاتا ہے اور بڑی تعداد میں لوگ اس طریقہ تعلیم سے فائدہ اٹھا رہے ہیں۔ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی نے بھی اردو زبان بولنے والے عوام کی تعلیمی ضروریات کو مد نظر رکھتے ہوئے اپنے قیام کے وقت سے ہی فاصلاتی تعلیم کا طریقہ متعارف کرایا۔ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی نے 1998 میں ڈائریکٹوریٹ آف ڈسٹنس ایجوکیشن (نظامت فاصلاتی تعلیم) کے ساتھ کام کا آغاز کیا اور 2004 سے باقاعدہ پروگرام شروع ہوئے، اس کے بعد مختلف شعبہ جات قائم کیے گئے۔

یو جی سی نے ملک میں نظام تعلیم کو مؤثر طور پر منظم کرنے میں ایک اہم کردار ادا کیا ہے۔ اوپن اینڈ ڈسٹنس لرننگ (ODL) موڈ کے تحت چلنے والے مختلف پروگرام، جو سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن (CDOE) میں چل رہے ہیں، یو جی سی-ڈی ای بی کے منظور شدہ ہیں۔ یو جی سی-ڈی ای بی نے فاصلاتی اور باقاعدہ تعلیم کے نصاب کو ہم آہنگ کرنے پر زور دیا ہے تاکہ فاصلاتی تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ کے معیار کو بہتر بنایا جاسکے۔ چونکہ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی ایک دُہرے طرز (ڈوئل موڈ) کی یونیورسٹی ہے جو فاصلاتی اور روایتی دونوں طریقہ تعلیم کی خدمات فراہم کرتی ہے، اس لیے اپنے مقاصد کو یو جی سی-ڈی ای بی کے رہنما خطوط کے مطابق حاصل کرنے کے لیے اس نے چوائس میسڈ کریڈٹ سسٹم (CBCS) متعارف کرایا گیا جس کا خود اکتسابی مواد (Self Learning Materials) یو جی سی کے قوانین اور کریڈٹ فریم کے مطابق نئے سرے سے تیار کیے جا چکے ہیں۔

سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن (CDOE) کل انیس (19) پروگرام پیش کرتا ہے جن میں یو جی، پی جی، بی ایڈ، ڈپلومہ اور سرٹیفکیٹ پروگرام شامل ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ تکنیکی مہارتوں پر مبنی پروگرام بھی شروع کیے جا رہے ہیں۔ سی ڈی او ای نے جولائی 2025 سے این ای پی-2020 کے مطابق چار سالہ یو جی پروگرام کا آغاز کیا ہے۔ بی اے، بی ایس سی اور بی کام کے آنرز پروگراموں کو این سی ایف کے مطابق ڈیزائن کیا گیا ہے جس سے طلبہ کو آنرز ڈگری حاصل کرنے میں مدد ملے گی۔ سال 2025-2026 سے ایم بی اے پروگرام او ڈی ایل موڈ میں متعارف کرایا گیا ہے۔

مانو نے طلبہ کی سہولت کے لیے نور بیجنل سنٹر (بگلو، بھوپال، در بھنگہ، دہلی، کولکاتا، ممبئی، پٹنہ، رانچی اور سری نگر) اور چھ سب ریجنل سنٹر (حیدر آباد، لکھنؤ، جموں، نوح، وارانسی اور امر اوتی) کا ایک وسیع نیٹ ورک قائم کیا ہے۔ اس کے علاوہ بے واڈا میں ایک ایکسٹینشن سنٹر بھی قائم کیا گیا ہے۔ ان ریجنل اور سب ریجنل سنٹروں کے تحت ایک سو پچاس سے زیادہ لرنر سپورٹ سنٹر (LSCs) اور بیس پروگرام سنٹر بیک وقت چلائے جا رہے ہیں تاکہ طلبہ کو تعلیمی اور انتظامی سہولیات فراہم کی جاسکیں۔ سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن اپنی تعلیمی اور انتظامی سرگرمیوں میں آئی سی ٹی کا بھرپور استعمال کرتا ہے اور اپنے تمام پروگراموں میں صرف آن لائن موڈ کے ذریعے ہی داخلے فراہم کرتا ہے۔

طلبہ کے لیے سیلف لرننگ میٹیریل (SLM) کی سوفٹ کاپی سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن کی ویب سائٹ پر دستیاب کرائی جاتی ہیں اور آڈیو ویڈیو ریکارڈنگ کے لنک بھی ویب سائٹ پر فراہم کیے جاتے ہیں۔ اس کے علاوہ طلبہ کو ای۔ میل اور واٹس ایپ گروپ کی سہولت بھی فراہم کی جا رہی ہے جن کے ذریعے انہیں پروگرام کے مختلف پہلوؤں جیسے کورس رجسٹریشن، اسائنمنٹ، کاؤنسلنگ، امتحانات وغیرہ کے بارے میں مطلع کیا جاتا ہے۔ باقاعدہ کاؤنسلنگ کے علاوہ گزشتہ دو برسوں سے طلبہ کے تعلیمی معیار کو بہتر بنانے کے لیے زائد تدارکی (Remedial) آن لائن کاؤنسلنگ بھی فراہم کی جا رہی ہے۔

امید کی جاتی ہے کہ سینٹر فار ڈسٹنس اینڈ آن لائن ایجوکیشن تعلیمی اور معاشی طور پر پسماندہ آبادی کو عصری تعلیم کے دھارے میں شامل کرنے میں ایک اہم کردار ادا کرے گا۔ تعلیمی ضروریات کو مد نظر رکھتے ہوئے نئی تعلیمی پالیسی (NEP-2020) کے مطابق مختلف پروگرامز میں تبدیلیاں کی گئی ہیں اور توقع ہے کہ اس سے اوپن اینڈ ڈسٹنس لرننگ کے نظام کو مزید مؤثر اور کارآمد بنانے میں مدد ملے گی۔

پروفیسر محمد رضا اللہ خان

ڈائریکٹر، سی ڈی او ای، مانو

کورس کا تعارف

یہ کتاب مرکز برائے فاصلاتی و آن لائن تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی کی جانب سے بی۔ ایڈ پروگرام کے تحت سمسٹر اول کے فاصلاتی طلبہ کے لیے مرتب کی گئی ہے۔ اس کورس کا بنیادی مقصد طلبہ کو ریاضی کی تدریس کے اصول، طریقے اور حکمت عملیاں سکھانا ہے تاکہ وہ ریاضی کو نہ صرف سمجھ سکیں بلکہ مؤثر انداز میں دوسروں کو پڑھا بھی سکیں۔ اس کتاب میں مواد کو آسان اور سلیس زبان میں پیش کرنے کی کوشش کی گئی ہے تاکہ مختلف پس منظر سے تعلق رکھنے والے فاصلاتی طلبہ اسے بآسانی سمجھ سکیں اور اپنی پیشہ ورانہ صلاحیتوں میں اضافہ کر سکیں۔

اس کتاب کو چار بلاکوں میں منقسم کیا گیا ہے اور ہر بلاک میں مختلف اکائیاں شامل ہیں:

بلاک I: ریاضی کا تعارف: اس بلاک میں ریاضی کے معنی، فطرت اور دائرہ کار کے ساتھ ساتھ ریاضی کی تاریخ کو خاص طور پر تدریس ریاضی کے تناظر میں بیان کیا گیا ہے۔ اس کے علاوہ ہندوستانی ریاضی دانوں جیسے آریہ بھٹ، برہماگپت، وریہماہیر، بھاسکر آچاریہ، سری نواساراماچن اور شکنتلا دیوی کی خدمات کو بھی اجاگر کیا گیا ہے۔ اسی طرح مغربی ریاضی دانوں جیسے اقلیدس، فیثاغورث، رینے ڈیکارٹ اور جارج کانٹور کی خدمات پر بھی روشنی ڈالی گئی ہے۔ آخر میں ریاضی اور دوسرے اسکولی مضامین و ریاضی کی مختلف شاخوں کے درمیان رشتے پر گفتگو کی گئی ہے۔

بلاک II: ریاضی کی تدریس کے اغراض و مقاصد: اس بلاک میں ریاضی پڑھانے کے عمومی و خصوصی مقاصد، اقدار اور مختلف تعلیمی کمیٹیوں و کمیشنوں کی سفارشات کو بیان کیا گیا ہے۔ اس کے علاوہ "کپی ٹنیز" اور "اکیڈمک اسٹینڈرڈز" کے تصورات اور تعلیمی مقاصد کی درجہ بندی (بلوم کی درجہ بندی اور اس میں ہونے والی اصلاحات) کو تفصیل سے واضح کیا گیا ہے۔

بلاک III: ریاضی کے تصورات کی تدریس کے طریقے اور حکمت عملیاں: اس بلاک میں تصورات کی فطرت، اقسام اور ان کے حصول کے عمل کو واضح کیا گیا ہے۔ طلبہ اساتذہ کو ریاضی کی مختلف شاخوں جیسے حساب، الجبرا، جیومیٹری، مثلثات، امکان اور شماریات کے تصورات سے روشناس کرایا گیا ہے۔ مزید برآں ریاضی کی تدریس کے مختلف طریقے جیسے استقرائی، استخراجی، تحلیلی، ترکیبی، تجربہ گاہی، ہیورسٹک، پروجیکٹ اور سرگرمی پر مبنی طریقے بیان کیے گئے ہیں۔ مسئلہ حل کرنے کے مراحل اور حکمت عملیاں بھی اس بلاک کا اہم حصہ ہیں۔

بلاک IV: ریاضی کی تدریس کی منصوبہ بندی اور وسائل: اس بلاک میں خرد تدریس کے تصورات اور مہارتوں کی وضاحت کی گئی ہے۔ اس کے ساتھ ساتھ تدریسی منصوبہ بندی (یونٹ پلان، پیریڈ پلان، ٹیکنالوجی سے مربوط اسباق) پر بھی گفتگو کی گئی ہے۔ ریاضی کی درسی کتابوں کی اہمیت اور معیار کا تنقیدی جائزہ، اور سمعی، بصری و کثیر الابلاغ وسائل کا استعمال بھی اس بلاک کا حصہ ہے۔

اس کتاب کی تیاری میں اس بات کا خصوصی خیال رکھا گیا ہے کہ تمام مواد آسان زبان میں پیش کیا جائے تاکہ فاصلاتی طلبہ اس سے زیادہ سے زیادہ استفادہ کر سکیں۔ کتاب کی ترتیب ایسی رکھی گئی ہے کہ قارئین کے لیے اسے سمجھنا سہل ہو۔ ہر بلاک کے آخر میں معروضی اور غیر معروضی سوالات دیئے گئے ہیں تاکہ مطالعہ کرنے والا اپنی سمجھ بوجھ اور سیکھنے کے اثرات کا جائزہ لے سکے۔

امید ہے کہ یہ کتاب بی۔ ایڈ پروگرام کے طلبہ و طالبات کے لیے نہایت مفید ثابت ہوگی اور ان کے پیشہ ورانہ سفر میں رہنمائی فراہم کرے گی۔

پروفیسر سید امان عبید

پروگرام کوآرڈینیٹر

اکائی-1

ریاضی کا تعارف

(Introduction to Mathematics)*

1.0	تمہید (Introduction)
1.1	مقاصد (Objectives)
1.2	ریاضی کی تعریف، مفہوم اور وسعت (Meaning, Nature, and Scope of Mathematics)
1.2.1	ریاضی کی تعریف اور مفہوم (Meaning of Mathematics)
1.2.2	ریاضی کی نوعیت (Nature of Mathematics)
1.2.3	ریاضی کی وسعت (Scope of Mathematics)
1.3	ریاضی کی تاریخ و بحوالہ خصوصی تدریس ریاضی
	(History of Mathematics with special emphasis on Teaching Mathematics)
1.4	خلاصہ (Summary)
1.5	اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)
1.6	فرہنگ (Glossary)
1.7	نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)
1.8	تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Materials)

1.0 تمہید (Introduction)

ریاضی ایک اہم مضمون ہے۔ ریاضی کی اصل اہمیت زمانہ کی ارتقاء میں پوشیدہ ہے، ریاضی کی ابتداء کو انسان کے فطری تجسس کا نتیجہ سمجھا جاتا ہے۔ ریاضی ہمارے چاروں اطراف میں ہیں کائنات ریاضی ہے اور ریاضی عالمگیر ہے اسلئے، کسی بھی ملک کی معاشی اور تکنالوجی کے فروغ میں علم ریاضی کا ایک اہم کردار ہوتا ہے۔ ریاضی سائنس اور تکنالوجی کے مطالعہ میں بنیادی کردار ادا کرتی ہے۔ ریاضی مالیات اور معاشیات کے لیے بھی ضروری ہے۔ اس کا استعمال مارکیٹ کے رجحانات کا تجزیہ کرنے، مالیاتی ماڈل بنانے اور سرمایہ کاری کی حکمت عملی تیار

* Dr. Shaheen Parveen, Assistant Professor, MANUU CTE, Aurangabad

کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔ اس طرح ملک کے کئی شعبوں میں ریاضی نے غیر معمولی اور مثالی کامیابی حاصل کی ہے جدید دور میں ترقی کا سفر تیز رفتاری کے ساتھ جاری ہے اور مزید ترقی کی نئی نئی منزلیں طے کرنے کے لیے منظم منصوبہ بندی اور محنت کے ساتھ سائنس اور ٹکنالوجی کے میدان پر خصوصی توجہ دی جا رہی ہیں۔ اس لیے آج کے اس سائنسی اور ٹکنالوجی کے دور میں بچوں کو علم ریاضی کی بنیادی تعلیم فراہم کرنا چاہیے تاکہ وہ اس جدید دور میں سائنس اور ٹکنالوجی کے نئے نئے چیلنجس کا سامنا کر سکے اس لیے ضروری ہو جاتا ہے کہ اسکولی سطح سے سائنس اور ریاضی جیسے مضامین کے فروغ کے لیے مناسب اقدامات اٹھائے جائیں۔

تدریس ریاضی کی تعلیم اساتذہ کے پروگراموں میں خصوصی اہمیت ہے اس اکائی میں ریاضی کے مفہوم، اس کی معنی اور وسعت سے متعارف کرایا گیا ساتھ ہی ساتھ ریاضی پر خصوصی زور کے ساتھ ریاضی کی تاریخ کا اجمالی خاکہ پیش کیا گیا ہے۔

1.1 مقاصد (Objectives)

(Aims) ریاضی کی تدریس کے عمومی مقاصد

اس اکائی کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- 1- ریاضی کے مفہوم اور اس کی نوعیت اور وسعت کو اپنے الفاظوں میں بیان کر سکے گے۔
- 2- ریاضی کے تصور کو سمجھ کر اس پر روشنی ڈال سکیں۔
- 3- ریاضی کی تاریخ پر اس کی تدریس کے حوالے سے روشنی ڈال سکیں۔
- 4- طلبہ میں منطقی اور تنقیدی سوچ پیدا کرنا۔
- 5- روزمرہ زندگی کے مسائل کو حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا۔
- 6- طلبہ کو حساب و کتاب اور عددی مہارتوں میں پختگی دلانا۔
- 7- ریاضی کے ذریعے سائنسی طرز فکر اور تجزیاتی صلاحیت کو فروغ دینا۔
- 8- ریاضی کو دیگر مضامین مثلاً سائنس، معاشرتی علوم اور ٹیکنالوجی سے جوڑنے کی صلاحیت پیدا کرنا۔
- 9- ریاضی کی خوبصورتی، ترتیب اور ہم آہنگی کو سمجھنے اور اس سے دلچسپی پیدا کرنے میں مدد دینا۔
- 10- ریاضی کے ذریعے صبر، محنت، مستقل مزاجی اور درستگی جیسی عادات پیدا کرنا۔

(Objectives) ریاضی کی تدریس کے خصوصی اہداف

- 11- میں مہارت حاصل کرنا۔ جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) عددی عملیات)
- 12- مسائل کو مختلف طریقوں سے حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا۔
- 13- کو سمجھنا۔ (مثلاً کسر، تناسب، الجبرا، جیومیٹری) ریاضیاتی تصورات

(Affective Objectives) جذباتی اہداف:

14- ریاضی سے خوف دور کرنا اور مثبت رویہ پیدا کرنا۔

15- ریاضی پڑھنے میں دلچسپی اور شوق پیدا کرنا۔

16- تعاون، محنت اور اعتماد جیسی خوبیوں کو پروان چڑھانا۔

(Psychomotor Objectives) عملی اہداف:

17- کے ذریعے حل کرنے کی مہارت۔ (کیلکولیٹر، جیومیٹری باکس وغیرہ) حسابی مسائل کو کاغذ اور اوزار

18- خاکے، ڈایاگرام اور گراف درستگی کے ساتھ بنانا۔

19- روزمرہ زندگی میں ریاضی کا استعمال کرنا، جیسے پیمائش، خرید و فروخت، وقت کا حساب وغیرہ۔

ریاضی کی تدریس میں عمومی مقاصد قائم کرنے کی ضرورت

طلبہ کو یہ واضح کرنا کہ ریاضی کیوں پڑھی جا رہی ہے اور اس کا مقصد صرف امتحان پاس کرنا نہیں بلکہ زندگی : تعلیمی سمت کا تعین اور دیگر علوم میں اس کا استعمال ہے۔

ریاضی کے ذریعے ذہنی، جذباتی اور عملی صلاحیتوں کی ترقی۔ : جامع نشوونما

مختلف درجوں کے طلبہ کے لیے تدریس کو ایک تسلسل اور ربط کے ساتھ آگے بڑھانا۔ : ہم آہنگ نصاب

ریاضی کے تصورات کو روزمرہ زندگی، سائنسی ترقی اور پیشہ ورانہ دنیا سے جوڑنا۔ : زندگی سے ربط

طلبہ کو سماجی اور قومی ترقی میں حصہ لینے کے قابل بنانا۔ : معاشرتی ضرورت

(Aims) ریاضی کی تدریس کے مقاصد

منطقی اور تنقیدی سوچ کو پروان چڑھانا۔

مسائل کو حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا۔

سائنسی طرز فکر کو فروغ دینا۔

عددی مہارت اور درستگی کو یقینی بنانا۔

ریاضی کے ذریعے صبر، محنت اور مستقل مزاجی پیدا کرنا۔

ٹیکنالوجی اور جدید سائنسی علوم کے لیے بنیاد فراہم کرنا۔

(Values) ریاضی کی تدریس کی قدریں

سوچنے اور سمجھنے کی صلاحیت میں اضافہ۔ : علمی قدریں

ایمانداری، درستگی اور دیانت کو فروغ دینا۔ : اخلاقی قدریں

ریاضی کی ترتیب، تناسب اور ہم آہنگی کو سمجھ کر حسن کا شعور پیدا کرنا۔ : جمالیاتی قدریں

ریاضی کے ذریعے تعاون، انصاف اور فیصلہ سازی میں بہتری لانا۔ : سماجی قدریں

(General Objectives) ریاضی کی تدریس کے عمومی مقاصد

حاصل کرنا۔ (چار بنیادی عمل) بنیادی حسابی مہارتیں

روزمرہ مسائل میں ریاضی کا اطلاق کرنا۔

ریاضیاتی زبان اور علامات کو سمجھنا اور استعمال کرنا۔

ریاضی اور دیگر مضامین کے درمیان ربط قائم کرنا۔

مسائل کو مختلف طریقوں سے حل کرنے کی عادت ڈالنا۔

ریاضی میں دلچسپی اور مثبت رویہ پیدا کرنا۔

(Teaching Points) اور تدریسی نکات (Specific Objectives) ریاضی کی تدریس کے مخصوص مقاصد

میں مہارت۔ کسر، اعشاریہ اور تناسب کا استعمال۔ (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) بنیادی اعمال (حساب) 1. Arithmetic

روزمرہ مسائل مثلاً خرید و فروخت، وقت، پیمائش حل کرنا۔

(Mental Math) ذہنی حساب

(Word Problems) مسئلہ حل کرنے کی مشق

تخمینہ اور اندازہ لگانے کی مہارت

2. Algebra (الجبراء)

کا استعمال۔ (Variables) علامات اور متغیرات

بنانا اور حل کرنا۔ (Equations) مساوات

کی سادہ کاری۔ (Algebraic Expressions) الجبرائی اظہارات

مساوات کے اصول

فارمولوں کا استعمال

عملی مسائل کو مساوات کی صورت دینا

اشکال اور ان کی خصوصیات کو سمجھنا۔

کی مہارت۔ (Construction) پیمائش اور تعمیر

ثبوت اور منطقی استدلال کی تربیت۔

جدول اور گراف بنانا

(Charts/ Graphs) ڈیٹا کی بصری پیشکش

1.2 ریاضی کی تعریف، مفہوم اور سعت (Meaning, Nature, and Scope of Mathematics)

1.2.1 ریاضی کی تعریف اور مفہوم (The Nature and Significance of Mathematics)

لفظ Mathematics یونانی زبان mathema سے اخذ کیا گیا ہے جس کے معنی ہے سیکھنا ہے، اس کو اس طرح سے بھی واضح کیا گیا ہے کہ ریاضی سیکھنے کا آرٹ یا discipline کے ساتھ آرٹ کا سیکھنا۔

لغت کے لحاظ سے mathematics کے معنی مقدار، اعداد، پیمائش کی سائنس ہے۔ یہ ایک ترتیب وار، منظم اور ایک درست سائنس کی شاخ ہے۔ یہ درحقیقت مقداروں کے حقائق اس کے رشتے اور فضا سے متعلق مسائل کو حل کرنے سے تعلق رکھتی ہے۔ یہ مختلف قسم کے اشکال، ترتیب، مقدار وغیرہ کے متعلق منطقی مطالعہ ہے۔ لفظ ریاضی کے لغوی معنی ہیں وہ سائنس جس میں حساب کو ترجیح دی جاتی ہے۔

ریاضی کی مختلف تعریف کو درج ذیل ماہرین نے اپنے اپنے انداز میں بیان کیا ہے

ریاضی مقدار کا مطالعہ ہے۔ *Aristotle, Mathematics is the science of quantity*
ریاضی تمام طبعی ماحذوں کا ناگزیر آلہ ہے۔

Kant: Mathematics is the indispensable adjunct of all physical sciences

ریاضی کا مضمون اعداد سے شروع ہوا ہے اور نمبر سسٹم اس کا خاص (علاقہ ہے، جس کی مدد سے ریاضی کی دوسری شاخیں تیار کی گئی ہیں۔
زمانہ قدیم سے ہی ریاضی کو تعلیم میں ہمیشہ اعلیٰ مقام حاصل رہا ہے۔ قدیم زمانہ میں سیاروں کی رفتار تعین کرنے کے لیے ریاضی کا استعمال کرنا پڑتا تھا۔ جیسے سورج، سمت اور وقت وغیرہ کی معلومات ریاضی کی مدد سے کی جاتی تھی۔

Napoleon: The progress of the country is closely related to the progress of Mathematics.

ملک کی ترقی کا ریاضی کی ترقی سے گہرا تعلق ہے۔

Plato, those euro do not understand geometry should of study in the school."

جیومیٹری نہ سمجھنے والوں کو اسکول میں نہیں پڑھنا چاہیے۔

Marshal H Stone, "Mathematics is the study of such an abstract system which is made up of abstract elements, these elements are defined correctly".

ریاضی ایک ایسے تجریدی نظام کا مطالعہ ہے جو تجریری عناصر سے بنا ہے۔ ان عناصر کو ٹھوس طریقے سے بیان کیا گیا۔

Galileo, Mathematics is the language in which you have written the universe of the whole world.

ریاضی وہ زبان ہے جس میں خدا نے پوری دنیا کی کائنات لکھی ہے۔

Locke, Mathematics is the way by which the habit of reasoning is established in the mind or Brain of children.

ریاضی وہ طریقہ ہے جس کے ذریعے بچوں کے ذہن یا دماغ میں استدلال کی عادت ڈالی جاتی ہے۔

Gauss, Mathematics is the queen of the sciences. ریاضی سائنس کی ملکہ ہے۔

Gibbs, Mathematics is a language. ریاضی ایک زبان ہے

Bacon, Mathematics is the main gate and key of all Sciences.

ریاضی تمام سائنسی علوم کا مرکزی دروازہ اور کلید ہے۔

Hagman, Mathematics is the mirror of civilization and culture.

ریاضی تہذیب و ثقافت کا آئینہ ہے۔

Descartes, "Mathematics is the science of order and measure"

ریاضی ترتیب اور پیمائش کی سائنس ہے۔

J.B. show, Mathematics is engaged, in fact, in the profound study of art & the expression of beauty.

ریاضی حقائق میں آرٹ فن کے مطالعہ اور خوبصورتی کے اظہار میں مشغول ہے۔

ریاضی کے معنی کے حوالے سے اہم نکات (Key points regarding meaning of mathematics)

- ریاضی مظاہر کی سائنس ہے۔
- ریاضی خلا اور اعداد کی سائنس ہے۔
- ریاضی پیمائش، وزن، مقدار اور سمت کی سائنس ہے۔
- ریاضی سائنس کی ایک منظم اور درست شاخ ہے۔
- ریاضی وہ سائنس ہے جس میں ضروری نتائج اخذ کئے جاتے ہیں۔
- ریاضی منطقی سوچ کی سائنس ہے۔
- ریاضی کی انگنت تعریفات ہیں ان میں کوئی بھی تعریف جامع اور مکمل نہیں جو کہ ریاضی کی مکمل معنی اور مفہوم کو بیان کر سکیں
- ریاضی نہ صرف اعداد کا علم، جمع، تفریق، ضرب، تقسیم ہی نہیں بلکہ عمومیت رشتوں کو قائم کرنا، منطقی فکر کو ابھارنا اور وجوہات کا پتہ لگانا بھی ہے۔
- ریاضی ایک ایسا عمل ہے جو دماغ میں استدلال کی عادت پیدا کرنے کا ایک طریقہ ہے۔

قومی پالیسی 2020 نے ریاضیاتی استدلال کی اہمیت کو تسلیم کیا اور ملک کو شوگر و کا درجہ حاصل کرنے کے لیے ضروری ہے کہ بچوں کو پہلے ہی مرحلے / سطح سے ہی ریاضی کی تدریس کو اہمیت دی جائے اور یہ بھی کہا ہے کہ استدلال بچوں کی غذا کی طرح ہیں جس کی انہیں ضرورت accuracy ہے۔ ریاضی میں استدلال کی اپنی اہمیت و افادیت ہے اور اس کی چند خصوصیات بھی ہیں، جیسا کہ سادگی، صحیح ہونا درست ہونا نتائج کا یقین زندگی کی معنویت سے متناہت اور تصدیق وغیرہ۔ اس طرح قومی پالیسی 2020 نے ریاضی کی اہمیت کو واضح کرتے ہوئے اس کے مقاصد کو بڑے ہی جامع انداز میں پیش کیے ہیں۔

1.2.2 ریاضی کی نوعیت (Nature of Mathematics)

ہر مضمون اور اس کی ساخت کو پڑھانے کا کوئی نہ کوئی مقصد ہوتا ہے جس کی بنیاد پر اس مضمون کی نوعیت کا فیصلہ کیا جاتا ہے ریاضی کے مضمون کی ساخت دیگر مضامین سے زیادہ ربط و رشتگی مضبوط اور طاقتور ہے، جس کی وجہ سے ریاضی دوسرے مضامین سے زیادہ اہمیت کا حامل ہیں۔ ہر مضمون کی نوعیت کا تعین ایک خاص ساخت کی بنیاد پر کیا جاتا ہے اور اُسے نصاب میں شامل کیا جاتا ہے ریاضی کے مضمون کی نوعیت ایک مختلف نوعیت کی ہے جس کی بنیاد پر ہم اُس کا دوسرے مضامین سے موازنہ کر سکتے ہیں۔ موازنہ کرنے سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ریاضی کی چند ایسی مختلف خصوصیات ہیں جو ہمیں دیگر مضامین میں بڑی مشکل سے ملتی ہیں۔ ریاضی کی اہم خصوصیات کا ذکر درج ذیل ہیں۔

1- ریاضی استدلال کا علم ہے (Science of Reasoning) ریاضی ایک عمل ہے جو دماغ میں استدلال کی عادت کو فروغ دینے کا ایک طریقہ ہے۔ ریاضی کو پڑھتے وقت ہمارے ذہن میں ریاضی کے ایک مسئلہ پر سوالیہ نشان ابھرتا ہے۔ ریاضی میں نتائج پر پہنچنے کے لیے استدلال کے طریقے سے گزرنا ہوتا ہے، ریاضی حقائق پر مبنی ہوتا ہے اور جسے ہم منطقی استدلال کی مدد سے اخذ کرتے ہیں ریاضی میں استدلال کی اپنی اہمیت و افادیت ہیں۔ ریاضی میں، استدلال میں ثبوت یا بیان کردہ مفروضوں کی بنیاد پر منطقی نتیجہ اخذ کرنا شامل ہے۔ احساس سازی کو کسی صورت حال، سیاق و سباق، یا تصور کو موجودہ علم یا سابقہ تجربے سے جوڑ کر اس کی افہام و تفہیم کے طور پر سمجھا جا سکتا ہے۔

2- ریاضی ایک ذہنی (مفکر) مفکرانہ کھیل ہے (Mathematics is an intellectual game) ریاضی کو اُس کے ذاتی اصول اور ماخوذ تصورات کے ساتھ مفکروں کا کھیل مانا جاتا ہے۔ اس میں پہلی، مسائل کا حل، دماغی مشق، دلچسپی پر مبنی کھیل کئی قسم کے کھیل وجود میں آتے ہیں، جو مفکروں کے لیے خوشگوار ماحول مشاغل فراہم کرتا ہے۔ ریاضی کے کھیل جو انہیں تخلیقی حل تلاش کرنے اور ان کی اپنی سیکھنے کو تیز کرنے میں فعال حصہ لینے کی ترغیب دیتے ہیں۔ جس سے، دماغ اور جسم کا رابطہ، ہر سطح پر طلباء تک پہنچنا، اساتذہ کے لیے پیشہ ورانہ ترقی، ریاضی کے لیے مثبت رویہ اور دلچسپی لگاؤ پیدا کرنا۔

3- ریاضی سائنس کی ایک ایجاد ہے (Mathematics is a science of Discovery) کارل ساگن کے مطابق 'ریاضی، سائنس اور آرٹ سبھی ایک کا ایک دوسرے سے گہرے طور پر جڑے ہوئے ہیں، جیسا کہ ہر ایک دوسرے کو اپنی طرف متوجہ کرتا ہے اور

اسے تقویت دیتا ہے۔ ریاضی نئی ٹیکنالوجی، ایجادات اور سائنس کی ترقی میں اہم کردار ادا کرتی ہے۔ نئی نئی، ایجادات کا موقع فراہم کرتا ہے ڈیٹا اور مشین لرننگ کا تجزیہ کرنے کے لیے ریاضی اہم ہے۔ دستیاب تمام اعداد و شمار اور جدید کمپیوٹر ٹیکنالوجی کے ساتھ، سائنسدانوں کو اس سب کو سمجھنے کے لیے ریاضی کی ضرورت ہے۔ ڈیٹا پر ریاضی کے ماڈلز کا استعمال پیٹرن تلاش کرنے، پیشین گوئیاں کرنے اور پیچیدہ نظاموں کو سمجھنے میں مدد کرتا ہے۔ یہ موسمیاتی سائنس، بیماریوں سے باخبر رہنے اور مالیات جیسے شعبوں میں بہت اہم ہے جہاں درست پیشین گوئیاں مناسب فیصلہ سازی کے لیے اہمیت کا حامل ہیں۔

4- ریاضی نتائج کو اخذ کرنے کا آرٹ سے تعلق (Mathematics deal with the art of drawing Conclusion) اسکول کی یہ اہم ذمہ داری ہے کہ بچوں میں صحیح نتائج اخذ کرنے کے خیال اور تصور کو ایسے طرز و فکر سے روشناس کرانا ہے جو نتائج کو اخذ کرنے میں ان کی مدد / معاونت کریں۔ ریاضی میں نتائج ٹھوس یقیناً ہوتے ہیں کیونکہ ریاضی ایک سائنس ہے جو ضروری نتائج اخذ کرتی ہیں۔ اس لیے متعلم اپنے نتائج کو چیک کر کے لے سکتا ہے کہ اس نے درست / صحیح نتائج کو اخذ کیا ہے کہ نہیں۔ متعلم کو اس بات کی اجازت ہونی چاہیے کہ ریاضی کے وسائل کو اولین مراحل میں آسان ترین نتائج اخذ کرے، جیسے جیسے متعلم کی ریاضی کی بنیادیں مضبوط ہونگی ویسے ویسے وہ دھیرے دھیرے مشکل اور پیچیدہ مسائل کو حل کرنے پر عبور حاصل کرے گا۔ اس سلسلہ میں متعلم کو رہنمائی کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس طرح ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ریاضی سے جو بھی نتائج حاصل ہوتے ہیں وہ ٹھوس اور درس ہوتے ہیں اس طرح متعلم اپنے آپ کو ریاضی سے مربوط کرتے ہوئے زندگی میں اس کا اطلاق کر کے بہتر نتائج اخذ کر سکتا ہے۔

5- ریاضی کی اپنی زبان اور علامات ہوتی ہیں (Mathematics has its own lang and symbols) ریاضی کو ایک زبان سمجھنا چاہیے جس میں تجریدی اور ترکیبی نشانات و علامات کا استعمال ہوتا ہے اس میں بہت سے ریاضیاتی مسئلوں اور ضابطوں کا آمیز ہوتا ہے، اس لیے ریاضی ایک زبان ہے جو خود مختار انہ علامات وغیرہ رکھتی ہے اس لیے ریاضی کی تدریس ایک ایسی کوشش ہونا چاہیے جو ضابطوں، ریاضیاتی مسئلوں وغیرہ کو مہارت سے نشانیوں اور علامتوں میں پیش کرنے کی قابلیت پیدا ہو کہ وہ کسی ریاضیاتی بیان کو ضابطے میں اور علامتوں میں تبدیل کرنے میں ماہر ہوں اور وہ ریاضیاتی نتائج کو سمجھ سکیں۔ ریاضی کی علامات سے جو زبان مرتب ہوتی ہے وہ طلباء میں دھیرے دھیرے فروغ پاتی ہے۔

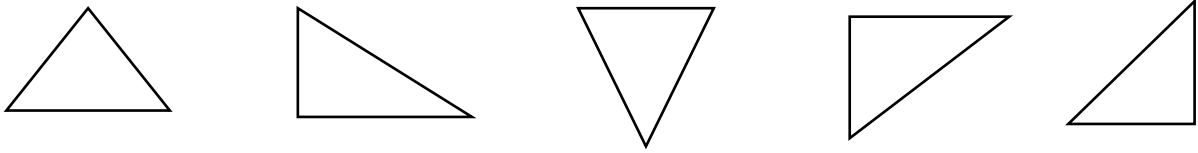
حساب اور الجبرا میں طلباء حقائق کے جملوں کو کم اور علامات کو زیادہ استعمال کرتے ہیں، جو طلباء ریاضی میں کمزور ہوتے ہیں انہیں یہ پتہ نہیں چلتا کہ کونسا تصور کس علامت سے ظاہر کرنا ہوتا ہے اور یہ کہاں سے اور کس طرح اخذ کیا گیا ہے؟ اس کے لیے کونسی علامت استعمال کی گئی ہے۔

علامات کا استعمال ریاضی کی زبان کو دوسری زبان سے زیادہ مختصر کر دیتی ہے یعنی ریاضی اپنے اظہار کے لیے مختلف علامتوں کا استعمال کرتی ہے اور یہ علامتوں اس کی ایک مخصوص شناخت ہوتی ہیں مثال کے طور پر،

356 یہ عدد بڑا ہے 196 سے ہم اسے علامت کی شکل میں $196 \leq 356$ اس طرح لکھتے ہیں۔ مزید ریاضی کے اعمال کو جملے، رشتے، ربط کو مختلف علامات سے ظاہر کرتے ہیں، $(\pm), \alpha, \neq, \div, \times, \infty, \pi, \Sigma, \epsilon, \Omega$ ایسا کہا جاتا ہے، کیونکہ کوئی بھی ریاضی کے علامات لکھ پڑھ سکتا ہیں وہ ریاضی کے جملوں کو آسانی سے سمجھ سکتا ہے۔

6- ریاضی ایک آلہ کار مضمون ہے: ریاضی کی خود اپنی خوبصورتی، ایک ساخت اور اس کی اپنی زبان اور کئی خوبیاں ہیں جو کبھی نہ ختم ہونے والی ہیں۔ ریاضی ایک بہت طاقتور آلہ کار مضمون ہے جو دوسرے مضامین میں وسیع طور پر استعمال ہوتی ہیں اور زندگی بھر ہمارا ساتھ دیتی ہے یہاں تک کہ اسکول سے فارغ ہونے کے بعد بھی ریاضی ہمارے ارد گرد کی دنیا کو سمجھنے میں ہماری مدد کرتی ہے۔

7- ریاضی ایک منظم استقرائی سائنس ہے: (Mathematics is a systematic Inductive Science) جب بیان یا قول عام مشاہدہ پر مبنی ہوتا ہے اسے استقرائی کہتے ہیں، استقرائی اس میں عام اصول، مشاہدات، تصورات اور رشتوں کی تفہیم سے حاصل ہوتا ہے، یہ بنیادی اصول پر قائم ہے اگر ایک ربط یا تصور دوسرے چند صورتوں میں بھی استعمال کرتے ہیں تو اسے ہم اس ربط رشتگی کو عمومیت دے سکتے ہیں۔ اس طرح کار ریاضی میں طرز عمل کو استقرائی کہا جاتا جہاں پر تعیم کی جاسکتی ہے یعنی اسے عام اصول کی شکل دی جاسکتی ہے۔ مثلاً: مثلث میں زاویوں کے مجموعہ کی خصوصیت یعنی کہ کسی مثلث کے تین زاویوں کا مجموعہ 1800 ڈگری ہوتا ہے۔



8- ریاضی ایک منظم استخری سائنس ہے: (Mathematics is a systematic deductive science) یہ استقرائی کا معکوس ہے، یہاں بیانات دماغ کی ارتقاء ہوتے ہیں جو یا تو پہلے فرض کئے جاتے ہیں یا قائم کیے جاتے ہیں یہ حقائق جو مفروضات کے لیے منطقی دلائل پیش کرتے ہیں۔ اس عمل میں ریاضیاتی مفروضات، تصورات، تعریفات اصولوں وغیرہ جنہیں حقیقت کے طور پر قبول کیے جاتے ہیں متعلم ان کی تصدیق تجربات سے اخذ کرتے ہیں جو صحیح ثابت کیے گئے ہیں۔ یعنی نتائج کو چند مخصوص بنیادی مفروضات سے اخذ کیا جاتا ہے جسے صحیح ثابت کیا گیا ہے۔ مثال کے طور پر سالانہ شرح سود مرکب معلوم کرنے کے لیے درجہ ذیل ضابطہ کا استعمال کریں گے۔

$$A = P(1 + r/100)^2$$

$$\Pi = \text{Circumference of circle} / \text{Diameter of circle} = 22/7$$

یعنی ریاضی اپنے وسیع نقطہ نظر میں تمام قسم کے استخری استدلال کا ارتقاء ہے۔

9- ریاضی باقاعدگی اور درستگی کی سائنس ہے: (Maths is a science of precision & Accuracy) ریاضی مضمون کو ایک درست اور صحیح سائنس مانا جاتا ہے کیونکہ ریاضی کے مسئلے کو حل باقاعدگی اور مختلف مراحل سے گزر کر ہوتا ہے اگر ایک بھی مرحلہ رہ جاتا ہے تو صحیح جواب حاصل نہیں ہوتے اور ریاضی میں صحیح اور غلط کے درمیان کوئی بیچ کا راستہ نہیں ہوتا ہے اس لیے ریاضی کے نتائج ایسے وقت میں درستگی پر زور دیا جاتا ہیں۔

10- ریاضی وجدائی طریقہ پر مبنی ہوتی ہے: (Mathematics involve an Intuitive Method) دراصل یہ ایک ایسا عمل ہے جس کے ذریعے ہم کسی مسئلے کے مفہوم، اہمیت یا ساخت کو اپنی تجزیاتی مہارت پر منحصر ہوئے بغیر خود اسے حاصل کر لیتے ہیں۔ ریاضی میں، وجدائی سے مراد عام طور پر ایسی سمجھ یا نقطہ نظر ہے جو فطری بصیرت یا عام سی پر انحصار کرتا ہے۔

دراصل یہ ایک ریاضیاتی سرگرمی ہے جس کا پہلا مرحلہ وجدانیت کو فروغ دینا ہوتا ہے کوئی بھی اصول، قانون کو عام بنیادی اعمال کو متعارف کروانے سے پہلے وجدانیت کا تصور لانا ضروری۔ مناسب طریقہ تدریس کو اپناتے ہوئے معلم کو چاہیے کہ طلباء میں ادراکی سوچ کو فروغ دیں۔ اس طریقہ میں طلباء کی توجہ، خیال فکر کی جانب راغب ہوتے جاتی ہے، اس سے معلم کو مدد ملتی ہے کہ آگے کا مرحلہ کس طرح حل کیا جانا چاہیے اور کیا ہونے والا ہے۔ یہ عمل اتنی تیزی سے ہوتا ہے کہ مسئلہ کا مفہوم، اہمیت، ساخت، نوعیت، سب کچھ فوری سمجھ میں آ جاتا اور مسئلہ کا حل پیش ہو جاتا ہے۔ اس طریقہ سے طلباء کے اندر خود اعتمادی بڑھ جاتی ہے۔ اور یہ معلم پر منحصر ہوتا ہے کہ وہ طلباء کے اندر جو ادراکی، وجدانی صلاحیت موجود ہیں اسے کس طرح بھارے اور انکی اس جانب حوصلہ افزائی کریں اور انکی اس صلاحیت کو فروغ دیں۔

11- ریاضی میں تعمیری تصور: (Constructivism in Mathematics) ریاضیاتی تصورات منطقی انداز سے پیدا ہوتے ہیں۔ ایک مشہور ماہر تعلیم کا ماننا ہے کہ بغیر اشاروں کے ریاضیاتی حقائق اخذ نہیں کیے جاسکتے۔ اس کے لیے درجہ ذیل منطقی استدلال کے اصول ہیں۔

(1) پہچان کا اصول

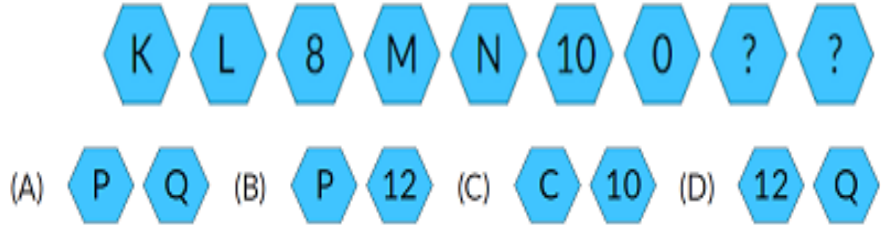
(2) منافی کا اصول

(3) چھوڑا ہوا درمیانی اصول

یہ تمام طلباء کے سوچ سے تعلق رکھتی ہے یہ وہ طریقہ ہوتا ہے جو انسانی تصور اور سوچ پر مبنی ہوتا ہے جس میں تصورات، تعریفیں، ضابطے اور ان کے مظاہرے ایک دوسرے جڑے ہوتے ہیں یہ بات ذہین نشین ہونی چاہیے کہ ریاضی کی کوئی بھی شے ایسی نہیں ہوتی جس کا انحصار اس طریقہ پر نہ ہو۔ اس لیے ریاضی کی تدریس کا مقصد طلباء میں وہ قابلیت پیدا کرنا ہے، جس کی بناء پر وہ تصور، ماڈل، ضابطے وغیرہ سمجھ کر اس کا استعمال ریاضی میں کریں۔

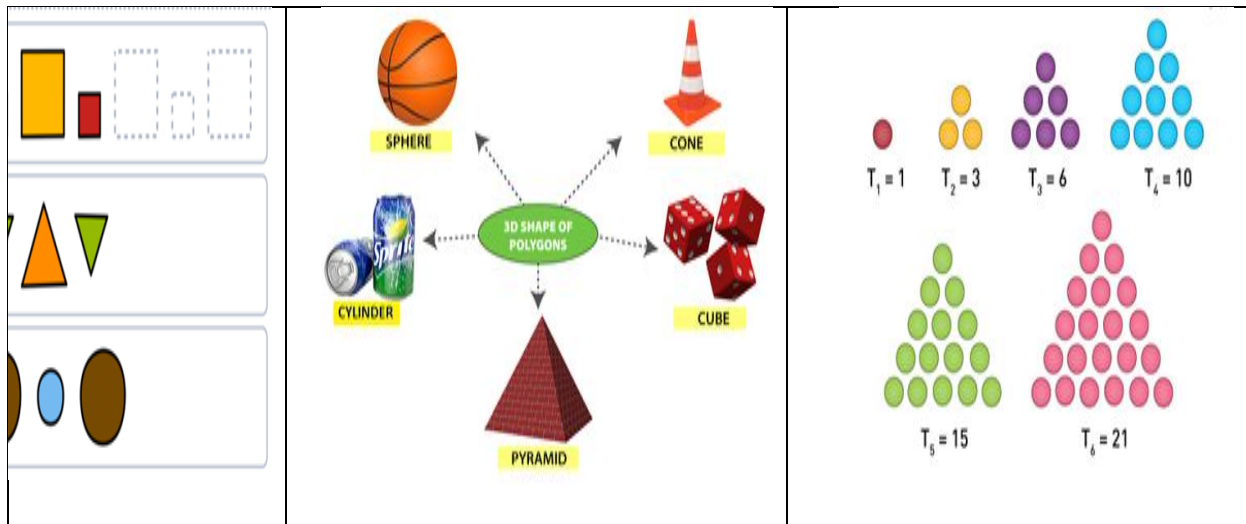
12- ریاضی منطقی تسلسل کا مضمون ہے: (Math is a subject of logical sequence) درس و تدریس کے عمل میں اس بات پر ہمیشہ توجہ مرکوز کی جاتی ہے کہ طلباء کے آموزشی عمل ہمیشہ آسان سے مشکل کی جانب معلوم Concrete to Abstract سے نا معلوم کی طرف اور مجرد سے ٹھوس کی جانب ہوتی ہیں جس میں نئی معلومات کا حصول ہمیشہ سابقہ معلومات پر منحصر ہوتا ہے مثلاً الجبرا

کی معلومات کا حصول حسابی معلومات پر منحصر ہے اسی طرح سے ریاضی کی دوسری شاخیں بھی ایک دوسرے پر منحصر ہوتی ہیں، یعنی کہ ریاضی کے کسی بھی عنوان میں ریاضی سے تعلق رکھنے والے دوسرے شاخوں کی ابتدائی معلومات ضرور موجود ہوتے ہیں۔ ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ ریاضی کے مختلف عنوانات میں ریاضی کا سلسلہ موجود ہوتا ہے اس لیے ریاضی منطقی تسلسل کا حامل مضمون ہے۔ اعداد، الفاظ، اشیاء وغیرہ کا ایک سیٹ، ایک ترتیب کے ساتھ دو لگاتار سیٹوں کے درمیان کسی قسم کے تعلق کے ساتھ ظاہر کیا جاتا ہے (شکل 1-1)



شکل 1-1

13- ریاضی میں تعلیم اور زمرہ بندی کی جاتی ہیں: (Mathematics deals with generation & classification) ریاضی کے مختلف تصورات، خیالات، مفروضات مختلف نتائج کو یکجا کرنے اور مختلف چیزوں کی تنظیم و ترکیب کے لیے ریاضی مشق کرواتی ہے۔ درجہ بندی کا عمل معلومات کو آسان اور منظم کرنے میں مدد کرتی ہے اور مسئلہ حل کرنے اور فیصلہ سازی میں بھی ریاضی مدد کرتا ہے، جس کا ذکر قومی تعلیمی پالیسی 2020ء میں بھی کیا گیا ہے کہ طلباء میں یہ فیصلہ سازی کی مہارت کو فروغ دینا ہے۔ یہاں اساتذہ کی یہ ذمہ داری ہے کہ جب تک طلباء خود اپنے آپ کسی مسئلہ کی تعلیم تک نہیں پہنچے، تب تک ان کے تعلیم کو سہارتے رہیں اور کسی بھی قسم کی عجلت کا مظاہرہ نہ کریں۔ جب طالب علم خود سے تعلیم کو اصول کا درجہ دیں تب کہیں جا کر اسے قبول کرے۔ مثال کے طور پر (شکل 1-2) ہندسی شکلوں کو ان کے اطراف کی تعداد کے لحاظ سے درجہ بندی کرنے سے پیش گوئیاں کرنے میں مدد ملتی ہے کہ وہ ہندسی شکلیں بعض حالات روزمرہ میں کیسا اس کا اطلاق کریں۔



شکل 1-2

اسی طرح تعیم مخصوص گروپوں میں اعداد کے فارمولے کی نشاندہی کرتا ہے۔

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$2^3 \times 2^5 = 2^3 + 2^5 = 2^8 \dots\dots\dots a^m \times a^n = a^{m+n}$$

14- ریاضی ایک تجریدی سائنس ہے (Mathematics is an abstract science of measure of number,)

abstraction not just mathematics): ریاضی کو بعض اوقات سائنسی شواہد کی تجریدی آرٹ کی شکل کے طور پر سوچا جاتا

ہے جو ہماری کائنات کی نوعیت کو ظاہر کرنے سے پہلے اس کی حقیقت کا مشاہدہ کر سکے۔ ریاضی کے تصورات ماخذ کا مطلب یہ ہے کہ وہ طبعی کائنات دنیا میں نظر نہیں آتی اور نہ ہی محسوس کیا جاسکتا ہے۔

(1) مثال کے طور پر کیا آپ جانتے ہیں کہ ہمارے نظام شمسی میں نیپچون وہ واحد سیارہ ہے جس کی وجود کی پیشین گوئی خالص ریاضی کی بنیاد پر کی گئی تھی نہ کہ دوربین سے۔

(2) اس طرح کوئی چیز طبعی دنیا میں منفی ہوتی ہی نہیں ہے۔ منفی اعداد طبعی چیز سے کوئی مطابقت نہیں رکھتے کیونکہ عمل طور پر نہیں سے کم مقدار ہوتی ہی نہیں ہے۔

(3) لامحدود ایک ایسا تصور ہے جو کسی ایسی چیز کو بیان کرتا ہے جو قدرتی نمبر سے بڑا ہے یہ عام طور پر کسی حد کے بغیر کسی بہتر سے مراد یہ تصور بنیادی طور پر فزکس اور ریاضی کے شعبے میں استعمال ہوتا ہے جس کا عمل زندگی میں کوئی تجربہ ہی نہیں ہوتا۔ تمام ریاضی کے تصورات کو ٹھوس اشیاء سے سیکھا نہیں جاسکتا ہے کچھ کو ان کی مفروضات اور تعریفات کی بنیاد پر اُس کے تصور کو اخذ کیا جاتا ہے۔ ریاضی میں عام طور پر تصورات کو ماخذ کئے جاتے ہیں مثال کے طور پر مفرد اعداد کا تصور۔ جو صرف تعریفات کی بنیاد پر اخذ کیے گئے ہیں۔ ایک شکل ہوتی ہیں Dimensionless نقطہ کا تصور ہے جس کا کوئی حصہ نہیں ہوتا یہ

15- ریاضی مختلف ساختوں کا مطالعہ ہے۔ (Mathematics is the study of structure) ساخت کے معنی کسی بھی قدرتی شے

کی ترتیب، بناوٹ یا آرٹ ہے۔ ریاضی کی ساخت بھی ایک خاص قسم کی ترتیب ہوتی ہے، جو نتائج کو ایک جگہ جمع کرتا ہے۔ ایک غیر خالی سیٹ میں اعداد کی ترتیب کو ہم بنیادی ساخت کے طور پر لے سکتے ہیں۔ ان ترتیب کو جمع اور ضرب کے بنیادی اعمال کی ساخت میں لکھے جاسکتے ہیں۔

$$a + (b + c) = (a + b) + c \text{ \& } a(bc) = (ab)c \text{ (are associative laws), \&}$$

$$a + b = b + a \text{ and } ab = ba \text{ (are commutative laws)}$$

اس طرح اعداد کا نظام، اس کو گروپ میں لکھتا، ریخ وغیرہ ریاضی کے ساخت کی مثالیں ہیں۔

16۔ ریاضی ایک منطق ہے (Mathematics is a subject of logic) ریاضی مضمون کو ہمیشہ ایک ترتیب وار اور منظم طرز پر پڑھا جاتا ہے قدیم دور سے ریاضی میں منطق کا استعمال ہو رہا ہے اور جدید دور میں بھی ریاضی کی ساختوں کی تحلیل میں منطقی اثر بہت زیادہ پایا گیا ہے۔ دنیا میں جہاں کہیں ساخت، باقاعدگی، ترتیب، منظم اور متغیر وغیرہ ہوں وہاں ضروری طور پر ریاضی موجود ہے۔

ریاضی کی نوعیت کی کچھ اہم خصوصیات (The Main-Features of the Nature of Mathematics)

کوٹھاری کمیشن (1964-66) نے اسکول کے نصاب میں ریاضی کی اہمیت پر زور دیا ہے اور اس بات پر بھی توجہ مرکوز کروائی کہ ریاضی کی بنیادی تعلیم بہتر انداز میں کی جائے کیونکہ ریاضی ایک ایسا مضمون ہے جس سے بچوں میں منطقی سوچ کی فروغ ہوتی، حقائق کو جاننا، نتائج کو اخذ کرنا، وجوہات کی تلاش کرنا وغیرہ میں مدد کرتا ہے۔ اس لیے آج کی نئی قومی تعلیمی پالیسی 2020ء نے اس بات کو اہمیت دی کہ اس جمہوری سماج میں ریاضی کی معلومات اچھے شہری اور ترتیب یافتہ، قابل بھروسہ مند، زندگی کے مہارتیں سے واقف ہونے کے لیے کارآمد ہوتی ہیں اور اس بات پر زور دیا کہ ملک کا ہر بچہ ریاضی سیکھیں کیونکہ

- 1۔ ریاضی کا مطالعہ روزمرہ زندگی کے مسائل سے نپٹنے کے لیے ریاضی کی مہارتوں کو فراہم کرتا۔
- 2۔ سائنس اور تکنالوجی کی ترقی میں ریاضی کی معلومات کے اطلاق کو ریاضی سرہاتی ہے۔
- 3۔ ریاضی کے مطالعہ سے بچوں میں فیصلہ کی صلاحیت پروان چڑھتی ہے۔
- 4۔ ریاضی کے مطالعہ سے منطقی سوچ و تجسس، تخلیقی صلاحیتوں، باریک بینی میں اضافہ ہوتا ہے اور ساتھ ہی ساتھ ریاضی کے تصورات اور خیالات کے اظہار کی صلاحیت کو بھی فروغ ملتا ہے۔
- 5۔ ریاضی ترسیل کا ایک اہم ضروری عنصر ہے۔
- 6۔ جدید تکنالوجی کے چیلنجز کا مقابلہ کرنے کے لیے ریاضی کی معلومات بہت اہمیت رکھتی ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ (Check Your Progress)
• ریاضی کی نوعیت کی وضاحت کریں۔ • ریاضی ایک ذہنی کھیل ہے مثالیں کی ذریعے واضح کریں۔

1.2.3 ریاضی کی وسعت (Scope of Mathematics)

ریاضی کی وسعت اس کے مواد اور اس کی شاخوں میں مضمر ہے۔ ریاضی کی وسعت کا اثر نہ صرف اسکولی دیگر مضامین پر ہے بلکہ انسان کی زندگی میں بھی ریاضی کے زیر اثر ہے۔ ہمارا مطلب ہے وسعت جامعہ اور سیکھنے کے تجربات، حقیقی زندگی میں افادیت جو ریاضی کی تعلیم کے ذریعے فراہم کی جاتی ہے۔

کوٹھاری کمیشن (1964-66) کے مطابق سائنس، تعلیم اور تحقیق کے مسئلے میں ریاضی کی اہمیت پر زور دیا گیا ہے۔ ہمیشہ سے ہی ریاضی کی اہمیت زیادہ رہی ہیں اور یہ ضروری ہے کہ ہندوستان کو مستقبل میں "وشوا گرو" کے روپ میں دیکھنے کے لیے ریاضی کے عالمی نقشے میں ہمارے ملک کو جگہ دینے کی کوشش جارہی ہیں ریاضی کی وسعت بہت (بڑا) ہے یہ پوری کائنات کو گھیرے ہوئے ہے۔ آئیے ہم ریاضی کی ایسی شاخوں کا مطالعہ کرتے ہیں جن کا استعمال مختلف علوم اور روزمرہ زندگی میں ہم ان شاخوں کا اطلاق ہم بڑے پیمانے پر کرتے ہیں۔

1- خالص اور بنیادی ریاضی (Pure & Basic Mathematics)

2- اطلاقی ریاضی (Applied)

1) خالص ریاضی: (Nun) کے مطابق ریاضیاتی سچائیوں کے ہمیشہ دو پہلو ہوتے ہیں ایک پہلو سے وہ زمین اور خلاء میں موجود خارجی حقیقتوں کا دنیا سے ربط رکھتی ہیں اور دوسرے سے ان کا سامنا کرتی ہیں۔ مثال کے طور پر ریاضی ہمیں یہ سیکھاتی ہے کہ تحسیب کے ذریعے 20 میل اونچے اسے پہاڑ کی چوٹی کی اونچائی معلوم کر سکتے، جس کسی پیمائش ممکن نہیں یہ خالص ریاضی ہے جو مکمل طور پر نظریاتی نظریات کا جائزہ لیتی ہے۔ اس میں طریقہ کار اور نتیجہ خیز سوچ شامل ہوتی ہے یہ ٹھوس چیزوں پر ان کا اطلاق کی پرواہ کئے بغیر صرف نظریات اور اصولوں کی بناء پر نتیجہ دیتی ہیں۔ یعنی پہاڑ کی اونچائی کی پیمائش ہم ریاضیاتی متماثل مثلثوں کی خصوصیات کا استعمال سے معلوم کر سکتے ہیں۔ خالص ریاضی کی شاخوں کو درج ذیل ٹیبل میں دیا گیا ہے۔

ٹیبل 1

متعلقہ فیلڈ	خالص ریاضی کی شاخیں
(Corresponding fields)	(Branches of Pure mathematics)
اریتھمیٹک، الجبرائی نظام، دو عشری الجبرا	الجبرا Algebra
اقلیدس اور غیر اقلیدس، علم مثلثات، الجبرک جیومیٹری	جیومیٹری Geometry
الجبرائی مقامات	علم مقامات Topology
ہندسی مقامات	Set Theory ٹھیوری سیٹ
بنیادی تصورات	Number System نمبر سسٹم

2) اطلاقی ریاضی ایک مخصوص مقصد کی تکمیل کے لیے خالص ریاضی کا اطلاق ہے۔ اس میں مسائل کے حل شدہ نظریات کو اپنایا جاتا ہے اور دوسرے شعبوں میں استعمال کیا جاتا ہے۔

کولسن (1952) Colson کے حوالے سے اطلاق شدہ ریاضی ایک دانشورانہ مہم ہے جس میں تخلیقی تخیل ریاضی کی خوبصورتی اس دنیا کی فطرت کے بارے میں بصیرت فراہم کرتے ہیں، صرف قلم اور کاغذ کا استعمال کرتے ہوئے ہم زمین کا وزن معلوم کر سکتے ہیں یہ اطلاقی ریاضی ہوتی ہے۔ ہم زیادہ تر اطلاقی ریاضی اس مفہوم میں پڑھاتے ہیں کہ اس کا تعلق سیدھا زندگی سے جڑی روزمرہ کی سرگرمیوں

جیسے خرید و فروخت تجارت اور ناپ تول وغیرہ سے ہے۔ ہم اپنی اطراف کی دنیا میں ریاضی کے اُن کے استعمالات کو ہم مزید تکنیکی بنا سکتے ہیں۔

ٹیبل 2

اطلاقی ریاضی کی شاخیں (Branches of Applied Mathematics)	متعلقہ فیلڈ (Corresponding fields)
Biomathematics حیاتیات میں ریاضیات کے اطلاق کا علم	ریاضی کے مختلف قوانین بایولوجی میں استعمال ہوتی ہے۔ محدود انسانی اور مادی وسائل کی پابندیوں کے تحت منافع کو زیادہ سے زیادہ یا نقصان کو کم کرنے کا طریقہ
Mathematics is social Science سماجی سائنس میں ریاضی	سیاسی نظریہ کے بارے میں نتائج اخذ کرنے کے لیے کمپیوٹر کے ذریعے انتخابی نتائج کا تجزیہ
Technology تکنالوجی	مختلف شعبوں کے لیے سافٹ ویئر تیار کرنا مثال کے طور پر تحقیقی عمل اور شماریاتی فیصلہ سازی میں۔
Space Mathematics خلائی ریاضی	زمین اور چاند کے گردشوں کی حرکت، ایک مدار سے دوسرے مدار کا جڑنا
Mathematics of commerce ریاضی کا مرس	انشورنس (بیمہ) پالیسی میں سود کی موثر شرح معلوم کرنا۔ انشورنس پر بیمہ کا حساب نکالنا۔
Continuum Mechanics	موسم کی پیش گوئی اور بحری سائنس کا مطالعہ

1.3 ریاضی کی تاریخ بحوالہ خصوصی تدریس ریاضی

(History of Mathematics with special Emphasis on Teaching of Mathematics)

اگر ہم انسانی ارتقاء پر نظر ثانی کریں تو ہمیں پتہ چلتا ہے کہ انسان قدیم زمانے سے شماریات میں دلچسپی رکھتا ہے، گنتی کرنا، پیمائش نکالنا، ناپنا، وزن کرنا، ان کا حساب رکھنا یہ اعمال وہ کرتا آ رہا ہے۔ قدیم دور میں میسوپوٹیمیا کی سمیری تہذیب، مصر اور پھر یونان میں ریاضی کو تقویت ملی مصر کے اہرام جس کے بارے میں یہ کہا جاتا ہے کہ 3000 سال سے بھی زیادہ قدیم ہے یہ ڈھانچہ ریاضی کے علم کا بہترین نمونہ ہے۔ یونان میں 546-624 ق م سے ہی تعداد، ساخت، فاصلہ، وزن، حجم، وغیرہ کا مطالعہ شروع ہو چکا تھا۔ سائنسی اور ریاضی علوم میں جیسے

جیسے ترقی ہوتی گئی نئے نئے تصورات وجود میں آتے گئے۔ عہد وسطیٰ کا دور آتے آتے سبھی سائنس دان اور ماہرین اس بات پر متفق ہو گئے کہ ریاضی کے علم کے بغیر سائنس کا مطالعہ ناممکن ہے۔

قدیم زمانے میں ریاضی کے تدریس:

(1) میسوپوٹیمیا کی سُمیری تہذیب میں ریاضی کا ارتقاء

جیسے کہ کہا گیا ہے انسان کے لیے اُسکی ضرورتیں پوری کرنے میں ریاضی کا اہم کردار رہتا ہے، ریاضی کے استعمال سے ہی انسان اپنی بنیادی ضرورتیں، ثانوی اور ثلاثی ضرورتیں مکمل کرتا ہے۔ اس وجہ سے قدیم دور سے ہی ریاضی کو ایک مضمون کے طور پر اہمیت حاصل رہی ہے۔

دنیا کی سب سے قدیم تہذیب میسوپوٹیمیا میں پائی جاتی ہے جو جدید دور کے عراق، شام، ترکیہ میں دریائے یوفرٹس اور نگرہس کے ارد گرد موجود تھی یہ تہذیب ق م 1750 تا 4100 کے درمیان ترقی پائی یہاں رہنے والے لوگوں کو سُمیر کہا جاتا تھا اور ان کے تہذیب کو سُمیری تہذیب کہا جاتا تھا، یہ تہذیب اپنے دور کی سب سے زیادہ ترقی یافتہ تہذیب مانی جاتی تھی، سبھی علوم پر ان کا گہرا مطالعہ تھا ان میں ریاضی سرفہرست تھی، سُمیری تہذیب میں پیمائش کے نہایت پیچیدہ نظام تیار کر لیے گئے تھے جس کو میٹرولوجی کے نام سے جانا جاتا تھا اور اسی میٹرولوجی کے تصور سے الجبرا، جیومیٹری، اور ریاضی وجود میں آئے۔

ایک اندازے کے مطابق 2300 سے 2700 ق م کے درمیان سُمیری تہذیب میں گنتی اور شماریات کے لیے ابیکس (abacus) کو بھی تیار کر لیا گیا تھا۔ سُمیریوں نے ایک سے 60 کے عدد تک ایک عددی نظام تیار کیا۔ اس نظام نے بعد کی تہذیبوں پر گہرا اثر ڈالا، بشمول بابلی اور یونانی۔ یہ اب بھی وقت کی ہماری جدید پیمائش میں جھلکتا ہے (ایک منٹ میں 60 سیکنڈ، ایک گھنٹے میں 60 منٹ)۔ سُمیریوں کو جیومیٹری کا عملی علم تھا، خاص طور پر زمین کی پیمائش اور تعمیر کے تناظر میں، انہوں نے کھیتوں اور عمارتوں کے سروے (survey) کے لیے ہندسی اصولوں کا استعمال کیا۔ انہوں نے اپنی زمینوں اور گھروں کو ہندسی شکلوں میں ترتیب دیا جیسے مربعوں، مستطیلوں، مثلثوں اور ٹرائیگراںڈز کی شکل کے گھروں کو تعمیر کرنے لگے۔ سُمیریوں نے ایک ایسا جدید ترین ریاضیاتی نظام تیار کیا جس کے نتیجے میں علم فلکیات کا گہرائی سے مطالعہ ممکن ہوا اور اس علم کے بنیاد پر سالانہ کیلنڈر بھی تیار کیا گیا۔

سُمیرین درست پیمائش کی تکنیک میں ماہر تھے۔ انہوں نے اوزار تیار کیے جیسے کیوبک راڈ (cubic rod)، یہ لمبائی کی ایک معیاری اکائی کرتی تھی اور اسے تعمیراتی منصوبوں کے لیے استعمال کیا جاتا تھا، جس سے آرکیٹیکچرل ڈیزائن میں درستگی کو یقینی بنانا ممکن ہوا۔ سُمیرین بھی ان اولین لوگوں میں سے ایک تھے جنہوں نے عدد کو ترتیب دیا، پوزیشن کے اصول کو سمجھا اور مربع فارمولہ تیار کیا۔ یہ تصورات آج بھی طلباء کو جیومیٹری میں پڑھانے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔ سُمیریوں نے 2600 قبل مسیح کے بعد سے مٹی سے بنے تختیوں (clay tablets) پر ضرب کے table لکھنا شروع کیا اور ہندسی مشقوں اور تقسیم کے مسائل سے نمٹا۔ دائرے کی 360 ڈگری کی پیمائش جسے ہم آج بھی ریاضی میں استعمال کرتے ہیں سُمیرین سے ماخوذ ہے۔ "فٹ" جو پیمائش میں 12 انچ کی نمائندگی کرتا ہے اور ایک "درجن" جو ایک یونٹ ہے جو 12 کی نمائندگی کرتا ہے سُمیری ریاضی کی کئی دوسری مثالیں ہیں جو ہماری روزمرہ کی زندگی میں اب بھی موجود ہیں۔

(2) قدیم مصری تہذیب میں ریاضی کا ارتقاء اور تدریس

قدیم مصری تہذیب میں ریاضی نے ایک اہم کردار ادا کیا ہے اور اُس دور کے ریاضی کے ماہرین نے مختلف ریاضیاتی تصورات میں قابل ذکر شراکت کی۔ ان کا ریاضی کا علم بنیادی طور پر عملی تھا اور روزمرہ کی زندگی کی ضروریات سے خاص طور پر زراعت، تعمیرات اور تجارت سے گہرا تعلق تھا۔

مصری ماہرین نے عملی جیومیٹری میں مہارت حاصل کر لی تھی، خاص طور پر زمین کے سروے اور تعمیر کے میدان میں۔ انہوں نے اہرام اور دیگر ڈھانچے کے ڈیزائن اور تعمیر میں جیومیٹری کا بڑے پیمانے پر استعمال کیا۔ صحیح زاویوں کا ہنرمند استعمال اور تناسب کی سمجھ ان کی تعمیراتی کامیابیوں میں اہم تھی اور اس بات کا ثبوت تین ہزار سال پہلے تعمیر کیا جانے والا اہرام مصر ہے جو اپنے درست پیمائش کے لیے آج بھی ایک معمر بنا ہوا ہے۔ قدیم مصری زندگی کے مختلف پہلوؤں میں پیمائش کی بہت زیادہ اہمیت تھی۔ انہوں نے لمبائی (ہاتھ، ہتھیلی اور انگلیاں)، رقبہ، حجم اور وزن کے لیے پیمائش کی معیاری اکائیاں تیار کیں۔ مثال کے طور پر مصری کیوبٹ (cubit) لمبائی کی ایک مشترکہ اکائی تھی اور عمارتوں اور یادگاروں کی تعمیر میں استعمال ہوتی تھی۔ قدیم مصر میں شمسی کیلنڈر تیار کر لیا گیا تھا جس کی بنیاد ستارے سیریس (Sirius) کے سالانہ عروج پر تھی۔ یہ کیلنڈر شمسی سال کی اصل طوالت کے حساب سے اضافی 5 یا 6 لپیٹگو مینل (Epagomenal days) دنوں کے ساتھ 30 دن کے 12 مہینے پر مشتمل تھا۔ ان کے کیلنڈر سسٹم کی درستی زریعی اور مذہبی مقاصد کے لیے استعمال کی جاتی تھی۔

اگرچہ قدیم مصریوں کے پاس بعد کی تہذیبوں میں پائے جانے والے نفیس ریاضی کے نظریات نہیں تھے، لیکن ریاضی کے ان کے عملی اطلاقات ان کے معاشرے کے کام کے لیے بہت اہم تھے۔ ان کے تیار کردہ ریاضی کے علم نے بعد کی ثقافتوں پر دیرپا اثر ڈالا اور ریاضی کی بنیادوں میں حصہ ڈالا۔

یونانی تہذیب میں ریاضی کا ارتقاء: قدیم یونانی تہذیب ریاضی کی ترقی میں اپنی اہم شراکت کے لیے مشہور ہے۔ یونانی ریاضی دانوں نے، چھٹی صدی قبل مسیح سے شروع ہو کر اور، ہیلینسٹک دور تک جاری رکھتے ہوئے، ریاضی کی مختلف شاخوں میں بنیادی ترقی کی۔ یونانی تہذیب میں ریاضی کی ترقی کے چند اہم پہلو یہ ہیں

جیومیٹری: یونانیوں نے، خاص طور پر یوکلڈ (تقریباً 300 قبل مسیح) نے جیومیٹری میں اہم کردار ادا کیا۔ یوکلڈ کا "عناصر" اس وقت کے علم کی ایک جامع تالیف ہے، جو جیومیٹری کے لیے ایک منظم اور نتیجہ خیز نقطہ نظر پیش کرتا ہے۔ اس میں بنیادی جیومیٹری، نمبر تھیوری، اور تناسب کا نظریہ جیسے موضوعات کا احاطہ کیا گیا تھا۔

تھیلیس اور فیثاغورث: تھیلیس آف ملیٹس اور فیثاغورث کو ابتدائی یونانی ریاضی دان سمجھا جاتا ہے۔ تھیلیس کو اکثر استنباطی استدلال اور بنیادی ہندسی اصولوں کو متعارف کرانے کا سہرا دیا جاتا ہے، جب کہ فیثاغورث (پاستھاگورس) مشہور پاستھاگورین تھیوریم کے لیے جانا جاتا ہے، جو ایک دائیں زاویہ مثلث کے اطراف سے متعلق ہے۔

ریاضی کا فلسفہ: افلاطون (428-348 BCE) اور ارسطو (384-322 BCE): اگرچہ بنیادی طور پر ریاضی دان نہیں تھے، ان فلسفیوں نے ریاضی کے فلسفے کو متاثر کیا۔ افلاطون ریاضی کی شکلوں سمیت شکلوں کی تجریدی دنیا کے وجود پر یقین رکھتا تھا، جبکہ ارسطو نے طبعی دنیا کے تجرباتی مطالعہ پر زور دیا۔

مکینیکل جیومیٹری: آرکیمیڈیز (c. 287-212 BCE): آرکیمیڈیز نے ریاضی، طبیعیات، اور انجینئرنگ میں اہم کردار ادا کیا۔ اس نے رقبہ اور حجم کا حساب لگانے کے طریقے تیار کیے، جن میں Method of exhaustion طریقہ بھی شامل ہے۔ آرکیمیڈیز نے لیور (lever) اور پلیوں (pulley) کے اصولوں کو سمجھنے میں بھی پیشرفت کی۔

مثلثیات: Hipparchus اکثر "مثلثیات کا باپ" کہا جاتا ہے، Hipparchus نے ایک جامع مثلثی جدول تیار کیا اور فلکیات میں مسائل کو حل کرنے کے لیے مثلثیات کا اطلاق کیا۔

(3) قدیم ہندوستانی تہذیب میں ریاضی کا ارتقاء:

قدیم ہندوستانی تہذیب میں ریاضی تقریباً 1200 قبل مسیح سے چھٹی صدی عیسوی تک پروان چڑھی، اور ہندوستانی ریاضی دانوں نے ریاضی کی مختلف شاخوں میں خاطر خواہ شراکت کی۔ ان کی کامیابیوں میں ریاضی، الجبرا، جیومیٹری اور نمبر تھیوری میں پیشرفت شامل ہے۔

آریہ بھٹ (476-550 عیسوی): آریہ بھٹ نے اپنی تصنیف "آریہ بھٹیہ" میں ریاضی، الجبرا اور مثلثیات میں قابل ذکر شراکت کی۔ اس نے صفر اور اعشاریہ نظام کے تصور کے ساتھ ساتھ خط اور مربعی مساوات کو حل کرنے کے طریقے بھی متعارف کروائے تھے۔

بھاسکر اول (600-680 عیسوی): بھاسکر اول، جسے بھاسکرادی ایلڈر کے نام سے بھی جانا جاتا ہے، نے اپنے کام "مہا بھاسکر" کے ذریعے ریاضی کے میدان میں حصہ لیا۔ اس نے مربعی مساوات کے حل پر تبادلہ خیال کیا، غیر متعین مساوات کو حل کرنے کے لیے الگورتھم فراہم کیے، اور مثبت اور منفی اعداد کا تصور متعارف کرایا۔

آریہ بھٹ دوم (920-1000 عیسوی): آریہ بھٹ دوم، جسے بھاسکر دوم کے نام سے بھی جانا جاتا ہے، نے اپنے پیشروؤں کے کام میں توسیع کی۔ اس کے مقالے "مہاسدانت" میں الجبرا میں پیشرفت، خاص طور پر غیر متعین مربعی مساوات کا حل شامل ہے۔

قدیم ہندوستانی تہذیب کی ریاضیاتی کامیابیاں متنوع تھیں اور اس میں وسیع موضوعات کا احاطہ کیا گیا تھا۔ صفر، اعشاریہ نظام، اور الجبری طریقوں جیسے تصورات کے تعارف نے ہندوستان میں ریاضی کی ترقی پر گہرا اثر ڈالا اور دنیا بھر میں بعد کی ریاضی کی روایات کو متاثر کیا۔

(14) اسلامی دور میں ریاضی کا ارتقاء:

آٹھویں سے چودھویں صدی کے درمیان اسلامی دنیا میں ریاضی میں کافی کام ہوا، اُس دور کے اسلامی اسکالرز نے یونانی ریاضی کے علم کو محفوظ رکھا اور آگے بڑھایا۔ الخوارزمی جیسے ریاضی دانوں نے الجبرا اور الگورتھم کے طریقوں کو متعارف کرانے میں اہم کردار ادا کیا۔ بغداد میں ہاؤس آف وزڈم ریاضی کی تعلیم اور ترجمے کا مرکز بن گیا۔ یہ دور ریاضی کا مطالعہ قابل ذکر ترقی اور جدت کا دور تھا۔ اسلامی

اسکالرز نے ریاضی کی مختلف شاخوں میں اہم شراکتیں کیں، اس سے پہلے کی تہذیبوں، خاص طور پر یونانیوں، ہندوستانیوں اور فارسیوں کے ریاضیاتی علم کے تحفظ اور اس میں توسیع کی۔

اسلامی دور میں ریاضی کے مطالعہ کے چند اہم پہلو مندرجہ ذیل ہیں:

ترجمے کی تحریک: اسلامی اسکالرز یونانی، فارسی، ہندوستانی اور دیگر ثقافتوں کے کاموں کا عربی میں ترجمہ کرنے میں سرگرم رہے تھے۔ اس سے ریاضی کے علم کی ایک تہذیب سے دوسری تہذیب میں منتقلی میں آسانی ہوئی۔ بغداد میں 9 ویں صدی میں قائم ہونے والا ہاؤس آف وزڈم ترجمہ اور علمی سرگرمیوں کا ایک بڑا مرکز بن گیا۔

الجبرا: "الجبرا" کی اصطلاح خود عربی لفظ "الجبر" سے ماخوذ ہے، جو 9 ویں صدی میں فارسی ریاضی دان الخوارزمی کی لکھی گئی کتاب کے عنوان کا حصہ ہے۔ الخوارزمی کے کام نے ریاضی کی ایک الگ شاخ کے طور پر الجبرا کی بنیاد رکھی جس میں عمودی (لکیری) اور مربعی مساوات کو حل کرنا بھی شامل ہے۔

مثلثیات: اسلامی ریاضی دانوں نے مثلثیات میں اہم شراکت کی۔ فارسی ریاضی دان ابو الوفاء البزجانی نے 10 ویں صدی میں مثلثی افعال متعارف کروائے اور sine کے جدول مرتب کیا۔ فارسی ریاضی دان اور ماہر فلکیات ناصر الدین الطوسی نے بھی مثلثیات میں نمایاں کام کیا۔ جیومیٹری: الہیثم جیسے اسکالرز (مغرب میں الہرن کے نام سے جانا جاتا ہے) نے جیومیٹری کو سمجھنے میں تعاون کیا، خاص طور پر آپٹکس کے میدان میں۔ اسلامی ریاضی دانوں نے Euclidean geometry کو مزید ترقی دی اور غیر Euclidean geometry کو دریافت کیا۔ نمبر تھیوری: الکندی اور عمر خیام جیسے ریاضی دانوں نے نمبر تھیوری میں تحقیق کی، جس میں ڈائیوفینٹائن مساوات کی تحقیقات بھی شامل ہیں۔ ہندوستانی عددی نظام، بشمول صفر کا تصور، اسلامی دنیا اور بعد میں یورپ میں منتقل ہوا، جس نے ریاضی کی ترقی کو نمایاں طور پر متاثر کیا۔ ریاضیاتی فلکیات: اسلامی ریاضی دان فلکیات کے مطالعہ میں گہرائی سے شامل تھے، جس میں اکثر نفیس ریاضیاتی حسابات شامل تھے۔ مثال کے طور پر البیرونی نے زمین کے طواف کی پیمائش پر تحقیق کی۔

اسلامی سنہری دور میں ریاضی کے مطالعہ نے نہ صرف قدیم علم کو محفوظ کیا بلکہ نئی ترقیوں کی راہ بھی ہموار کی جو بعد میں یورپی نشاۃ ثانیہ پر اثر انداز ہوں گی۔ اسلامی اسکالرز کی سیکھنے، ترجمہ اور تلاش کے لیے لگن نے ریاضیاتی روایت کی بنیاد رکھی جو اس دور میں ابھری۔ (5) عہد وسطی کے دور میں ریاضی کا ارتقاء:

عہد وسطی کے دور میں ریاضی کی تعلیم، جو تقریباً 5 ویں سے 15 ویں صدی رہی ہے، اس وقت کی فکری اور ثقافتی آب و ہوا نے تشکیل دی تھی۔ عہد وسطی کے دور میں قدیم تہذیبوں، خاص طور پر یونان اور روم سے ریاضی کے علم کے تحفظ اور ترسیل کا مشاہدہ کیا گیا، اور اسلامی ریاضیاتی شراکتوں کا بتدریج انضمام ہوا۔

عہد وسطی کے دور میں ریاضی کی تعلیم کی تاریخ کے اہم پہلو مندرجہ ذیل دئے گئے ہیں:

خانقاہی اور کیتھیڈرل اسکول: عہد وسطی کے ابتدائی دور میں تعلیم اکثر خانقاہی اور کیتھیڈرل اسکولوں میں مرکوز تھی۔ راہبوں نے قدیم مخطوطات کو محفوظ کرنے اور نقل کرنے میں اہم کردار ادا کیا، بشمول ریاضی کے متن۔ ان اسکولوں کے نصاب میں لبرل آرٹس کا احاطہ کیا گیا جس میں ریاضی، جیومیٹری، موسیقی اور فلکیات شامل تھے۔

یونیورسٹی کے قیام: عہد وسطی کے دور میں یونیورسٹیوں کے قیام اور ترقی نے ریاضی کی تعلیم کو باقاعدہ بنانے میں اہم کردار ادا کیا۔ یونیورسٹیاں، بشمول بولوگنا (Bologna) یونیورسٹی (1088 میں قائم ہوئی) اور یونیورسٹی آف پیرس (1150 میں قائم ہوئی)، نے اپنے نصاب کے حصے کے طور پر ریاضی کے اسٹرکچرڈ کورسز پیش کرنا شروع کر دیے۔

علمیت کا اثر: علمی فلسفہ، جو عہد وسطی کی یونیورسٹیوں میں غالب تھا، سخت منطقی تجزیہ اور استدلال پر زور دیا جاتا تھا۔ اس کی وجہ سے ریاضی کی تعلیم کے نقطہ نظر کو متاثر کیا، ماہرین کو ریاضی کے اصولوں کے لیے منطقی ثبوت فراہم کرنے کی ترغیب ملی۔

عہد وسطی کے دور کو اکثر منتقلی کا وقت سمجھا جاتا ہے، نشاۃ ثانیہ نے کلاسیکی تعلیم کے احیاء کو نشان زد کیا، اس نے ریاضی میں بعد میں ہونے والی پیش رفت کی بنیاد رکھی۔ اس دور میں ریاضی کی تعلیم میں قدیم، اسلامی اور ابھرتی ہوئی یورپی ریاضیاتی روایات کی ترکیب شامل تھی، جس نے نشاۃ ثانیہ اور اس سے آگے کی ریاضی کی ترقی کی منزلیں طے کیں۔

(6) نشاۃ ثانیہ کے دور میں ریاضی کا ارتقاء اور ریاضی کی تدریس:

نشاۃ ثانیہ، جو تقریباً 14 ویں سے 17 ویں صدی کے درمیان رہی ہے، یورپ میں اہم ثقافتی، فکری اور سائنسی احیاء کا دور رہا ہے۔ اس دوران، کلاسیکی تعلیم، بشمول ریاضی میں نئی دلچسپی پیدا ہوئی۔ نشاۃ ثانیہ کے دوران ریاضی کے کچھ اہم پہلوؤں درج ذیل ہیں:

ہیومنسٹ اسکالرز، جیسے فرانسکو پیٹرارکا (Francesco Petrarca) اور جیوانی پیکو ڈیلا مرانڈولا (Giovanni Picodella Mirandola) نے ریاضی کے مطالعہ پر ایک اچھی تعلیم کے لازمی حصے کے طور پر زور دیا۔ ریاضی کو قدرت میں موجود ترتیب اور خوبصورتی کو سمجھنے کے ایک ذریعہ کے طور پر دیکھا جانے لگا۔ نشاۃ ثانیہ نے الجبرا میں ترقی دیکھی، جو اسلامی ریاضی دانوں کی بنیادوں پر استوار ہوئی۔ اطالوی ریاضی دان Girolamo Cardano کا The Great Art الجبرا میں ایک بنیادی کام تھا، جس نے کیوبک اور کوارٹک مساوات کو حل کرنے کے طریقے متعارف کرائے۔ فرانسیسی ریاضی دان René Descartes، جسے اکثر جدید فلسفہ اور ریاضی کے بانیوں میں سے ایک سمجھا جاتا ہے، نے تجزیاتی جیومیٹری میں اہم شراکت کی۔ اس کے کام نے کارٹیشین کوآرڈینیٹ سسٹم کی بنیاد رکھی، جس نے جیومیٹری کے مطالعہ میں انقلاب برپا کر دیا۔ نشاۃ ثانیہ نے ریاضی اور فنون کے درمیان گہرا تعلق دیکھا۔ لیونارڈو ڈاونچی جیسے فنکاروں Filippo Brunelleschi جیسے آرکیٹیکٹس نے اپنے کاموں میں ریاضی کے اصولوں کو لاگو کیا، خاص طور پر تناظر، تناسب اور جیومیٹری کے شعبوں میں ان کا کام نمایاں طور پر نظر آیا۔

15 ویں صدی کے وسط میں جوہانس گٹن برگ (Guttenberg) کے ذریعہ پرنٹنگ پریس کی ایجاد نے ریاضی کے متن کو وسیع پیمانے پر پھیلانے میں سہولت فراہم کی۔ اس نے ریاضی کے علم کے پھیلاؤ اور ریاضیاتی اشارے کی معیاری کاری میں اہم کردار ادا کیا۔ 17 ویں صدی میں، ریاضی کے معاشرے ابھرنے لگے، جو ریاضی دانوں کو خیالات کے تبادلے اور تعاون کے لیے ایک پلیٹ فارم مہیا کرتے

تھے۔ مثال کے طور پر، اٹلی میں ایک سوسائٹی جس کا نام Accademia dei Lincei تھا اور برطانیہ کی رائل سوسائٹی نے ریاضی کی ترقی میں اہم کردار ادا کیا۔

نشہ ثانیہ نے اس کے بعد آنے والے سائنسی انقلاب کی بنیاد رکھی، اور اس فکری تبدیلی میں ریاضی نے مرکزی کردار ادا کیا۔ اس عرصے میں ریاضیاتی تحقیقات کے لیے ایک زیادہ منظم اور سخت نقطہ نظر کی طرف ایک تبدیلی دیکھنے میں آئی، جس نے بعد میں ریاضیاتی نظریات کی مزید ترقی کے لیے مرحلہ طے کیا۔

اپنی معلومات کی جانچ کریں (Check Your Progress)
سوال: عہد وسطی کے دور میں ریاضی کی تعلیم کی تاریخ کے اہم پہلوؤں پر روشنی دالیں۔

1.4 خلاصہ (Summary)

ریاضی ایک ایسا مضمون ہے جسے اسکولی نصاب میں خاص اہمیت حاصل ہے۔ اس کی ضرورت اور افادیت کے پیش نظر دسویں جماعت تک اسے ایک لازمی مضمون کے طور پر پڑھایا جاتا ہے۔ مختلف ریاضی دانوں نے ریاضی کی تعریف اور اس کی اہمیت کو اپنے اپنے انداز میں بیان کیا ہے اور اس بات پر زور دیا ہے کہ کسی بھی ملک کی ترقی، ریاضی کی ترقی سے گہرا تعلق رکھتی ہے۔ قومی تعلیمی پالیسی ۲۰۲۰ نے بھی ریاضیاتی استدلال کی اہمیت کو تسلیم کیا ہے اور اس پر توجہ مرکوز کی ہے کہ اگر ملک کو "وشوگرو" کا درجہ حاصل کرنا ہے تو ضروری ہے کہ بچوں کو اسکول کی ابتدائی سطح سے ہی ریاضی کی تعلیم پر خصوصی توجہ دی جائے۔

ریاضی کی مختلف خصوصیات کے مطالعے سے اس مضمون کی نوعیت، وسعت اور اس کے عملی پہلوؤں کو بہتر طور پر سمجھا جاسکتا ہے۔ انسان قدیم زمانے سے ہی اعداد و شمار اور حساب و کتاب میں دلچسپی رکھتا آیا ہے۔ گنتی کرنا، پیمائش نکالنا، ناپ تول اور وزن کا اندازہ لگانا، یہ تمام اعمال قدیم دور سے انسانی زندگی کا حصہ رہے ہیں۔ میسوپوٹیمیا کی سمیری تہذیب، مصر اور یونان میں ریاضی کو خاص تقویت ملی، جس کی بنیاد پر آج کا جدید ریاضی وجود میں آیا۔

1.5 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس سبق کے مطالعے کے بعد طلبہ:
- ریاضی کی اہمیت اور افادیت کو بیان کر سکیں گے۔
- سمجھ سکیں گے کہ ریاضی ملک کی ترقی میں کس طرح معاون ثابت ہوتی ہے۔
- قومی تعلیمی پالیسی ۲۰۲۰ میں ریاضیاتی استدلال کی اہمیت اور مقصد کو واضح کر سکیں گے۔

- ریاضی کی نوعیت، وسعت اور خصوصیات کو مثالوں کے ساتھ بیان کر سکیں گے۔
- قدیم تہذیبوں جیسے میسوپوٹیمیا، مصر اور یونان میں ریاضی کی ترقی کا تاریخی پس منظر جان سکیں گے۔
- یہ سمجھ سکیں گے کہ انسانی زندگی میں حساب و کتاب اور پیمائش کی ضرورت قدیم زمانے سے موجود رہی ہے۔
- جدید ریاضی کے ارتقاء اور بنیادوں سے واقفیت حاصل کریں گے۔

● 1.6 فرہنگ Glossary

- منطقی — (Logical) جو دلیل اور خیالات پر مبنی ہو، عام طور پر اندازے کے لحاظ سے سمجھا جاتا ہے۔
- استدلال — (Reasoning) کسی نتیجے کو تشکیل دینے کے لیے منطقی انداز میں کسی چیز کے بارے میں سوچنے کا عمل۔
- تعمیری تصور — (Constructivism) سیکھنے کا وہ عمل جس میں طلباء اپنے موجودہ علم کو بہتر طور پر سمجھتے ہیں اور نئے تصورات کو لاگو کرتے ہیں تاکہ ان کی بہتری اور ترقی ہو۔
- تجریدی — (Abstract) وہ چیز جو صرف محسوس یا سوچی جاسکتی ہے لیکن چھوئی نہیں جاسکتی۔
- ارتقاء — (Evolution) رفتہ رفتہ ترقی کرنا اور اپنی سوچ و فکر کو تبدیل کرنا۔
- آرکیڈیز — (Archimedes) ایک یونانی ریاضی دان جو اپنی ایجادات اور سائنسی دریافتوں کے لیے مشہور تھا۔
- عہدِ وسطیٰ — (Medieval Period) یورپ کی تاریخ کا وہ زمانہ جو مغرب میں رومی سلطنت کے زوال سے لے کر قسطنطنیہ کی فتح (1000 عیسوی سے 1453 عیسوی) تک پھیلا ہوا تھا۔
- نشاۃ ثانیہ — (Renaissance) تاریخ کا وہ دور جب یورپ میں علم، ادب اور فنونِ لطیفہ کے مختلف شعبوں میں نمایاں تبدیلیاں رونما ہوئیں۔

1.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

- 1- لفظ Mathematics "۔۔۔۔۔" زبان (لفظ) سے اخذ کیا گیا۔
 (A) یونانی (B) لاطینی (C) عربی (D) ان میں سے کوئی نہیں۔
- 2- "ریاضی وہ زبان ہے جس میں خدا نے پوری دنیا کی کائنات لکھی ہے" یہ کس نے کہا۔
 (A) Galileo (B) Locke (C) Gibbs (D) Bacon
- 3- ریاضی۔۔۔۔۔ کی ایک منظم اور درست شاخ ہے۔
 (A) تکنالوجی (B) سائنس (C) معاشیات (D) اور (A) اور (B)

- 4- ریاضی کی اپنی۔۔۔۔ اور۔۔۔۔ ہوتی ہیں۔
- 5- ریاضی ایک منظم۔۔ سائنس ہے جہاں نتائج کو چند مخصوص بنیادی مفروضات سے اخذ کیا جاتا ہے۔
(A) استقرائی (B) استخراجی (C) شواہد (DA) اور C
- 6- ریاضیاتی تصورات۔۔۔۔ انداز سے پیدا ہوتے ہیں۔
(A) ادراکی (B) منطقی (C) حقائق (D) تعمیری
- 7- ریاضی کی دو اہم شاخیں جس کا اطلاق روزمرہ زندگی میں بڑے پیمانے پر کرتے ہیں۔
(A) خالص اور اطلاقی (B) اطلاقی اور شماریاتی (C) خالص اور شماریاتی (D) خالص اور کیکولس
- 8- ریاضی مختلف۔۔۔۔ کا مطالعہ ہے۔
(A) علامات (B) کھیل (C) ساختوں (D) دریافت
- 9-۔۔۔۔ نے ریاضی طبیعیات اور انجینئرنگ میں اہم کردار ادا کیا۔
(A) آرکیمیڈیز (B) فیثاغورث (C) افلاطون (D) ارسطو
- 10-۔۔۔۔ اسلامی ریاضی داں نے الجبرا اور الگور تھم کے طریقوں کو متعارف کر دیا۔
(A) الحرانی (B) الخوارزمی (C) الخلیل (D) الحسن

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

- 1- قدیم ہندوستانی تہذیب میں ریاضی کی ارتقاء پر مختصر نوٹ لکھئے۔
- 2- ریاضی کی وسعت پر مختصر روشنی ڈالیں۔
- 3- ریاضی ایک منظم استقرائی سائنس ہے مثال کے ذریعے سمجھائیں۔
- 4- "ریاضی کی خود اپنی زبان اور علامات ہے" اس جملہ پر تبصرہ لکھئے۔
- 5- ثانوی سطح میں ریاضی کے اکتساب کی اہمیت اور ضرورت کو کوٹھاری کمیشن نے کیوں اہمیت دی ہے۔
- 6- ریاضی کے مفہوم اس کی نوعیت اور وسعت پر تفصیلی روشنی ڈالے۔

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

- 7- ریاضی کی تدریس میں ایک مسلم ریاضی کی تاریخی معلومات کو استعمال کرتے ہوئے طلباء کو کس طرح متحرک کر سکتا ہے اس کو تفصیل سے سمجھائیے۔
- 8- ریاضی کی کم از کم کوئی چار نوعیت ہر ایک موضوع کو مثالوں سے سمجھائیے۔
- 9- یونانی تہذیب میں ریاضی کا ارتقاء پر تفصیلی روشنی ڈالیں۔
- 10- ریاضی کی اہم خصوصیات کو بیان کریں۔

- Anice James, (2012), Methods of Teaching Mathematics, Neelkamal Publication PVT.LTD New Delhi India.
- Aggarwal, S.M, Teaching of Modern Mathematics.
- Chaman Lal Banga, (2015) Teaching Mathematics, Shipra Publications, New Delhi India.
- Madhu Sahani, (2019), Pedagogy of Mathematics, Vikas Publishing House PVT.LTD, Noida New Delhi India.
- Mangal, S. K. (1993), Teaching of Mathematics, New Delhi, Agra Book Depot.
- Rambabu & Others, (2019), Pedagogy of Maths Education, Neelkamal Publication PVT.LTD New Delhi India.
- Siddhu. K.S (1990), Teaching of Mathematics, Sterling Publications New Delhi.
- صدیقی محمد محمود، (2018)، تدریس ریاضی، اکائی 1- ریاضی کا تعارف، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد۔
- محمد عبدالمناف، طریقہ تدریس ریاضی، دکن پبلکیشن، حیدرآباد۔
- سہیل احمد خان، تدریس ریاضی زیر تربیت اساتذہ کے لئے، ایجوکیشن بک پبلکیشن اورنگ آباد۔
- <https://www.cuemath.com/learn/maths-olympiad-logical-sequence-and-ranking/>
- <https://byjus.com/maths/sequences/>
- <https://byjus.com/maths/geometric-shapes/>
- <https://www.ecteezy.com/vector-art/12595946-education-game-for-children-complete-the-pattern-from-square-triangle-circle-geometric-shapes-worksheet/>

اکائی-2

ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات

(Contributions of Indian Mathematicians)*

تمہید (Introduction)	2.0
مقاصد (Objectives)	2.1
ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات (Contribution of Indian Mathematicians)	2.2
2.2.1 آریہ بھٹ (Aryabhatta)	
2.2.2 بھاسکر اچاریہ (Bhaskaraacharya)	
2.2.3 سرینیواس رامانجن (Srinavas Ramanujan)	
2.2.4 برہمہ گپت (Brahmagupta)	
2.2.5 وراہا مہیرا (Varaha Mihira)	
2.2.6 شکنتلا دیوی (Shakuntala Devi)	
2.2.7 مختلف تعلیمی کمیٹیوں کی سفارشات	
خلاصہ (Summary)	2.3
اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)	2.4
فرہنگ (Glossary)	2.5
نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)	2.6
تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)	2.7

2.0 تمہید (Introduction)

ہندوستانی ریاضی کی ایک بھرپور اور وسیع تاریخ ہے جو ہزاروں سالوں پر محیط ہے، جس میں ریاضی کے مختلف شعبوں میں اہم اشتراک ہے۔ مختلف شعبوں میں اہم نظریات اور تصورات میں شراکت کی اس کی ایک طویل تاریخ ہے۔ عظیم ہندوستانی ریاضی دانوں نے دنیا

* Dr. Shaheen Parveen, Assistant Professor, MANUU CTE, Aurangabad

کو "صفر" کے تصور سے متعارف کرایا اور فریکشن (کسر) کے نظریہ کے ساتھ مساوات کو حل کرنے کے لیے جدید ترین تکنک (طریقہ) سے متعارف کرایا۔ ان باصلاحیت ریاضی دانوں کو خدمات کو اس اکائی میں پیش کیا گیا ہے۔

2.1 مقاصد (Objectives)

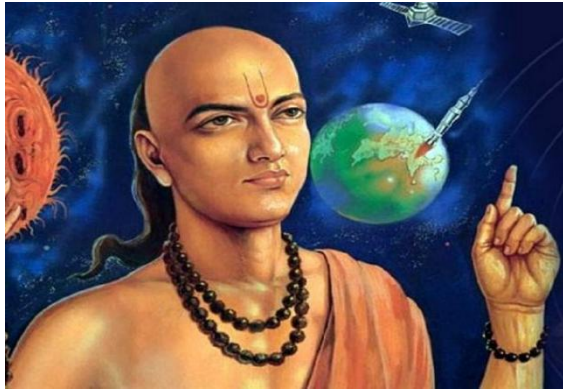
اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قدر قابل ہو جائیں گے کہ

- (1) ریاضی کے میدان میں ہندوستان کے مختلف ریاضی دانوں کی خدمات کا جائزہ پیش کر سکیں۔
- (2) ریاضی کے میدان میں ریاضی دانوں کے تعاون کی تعریف کر سکیں۔
- (3) ریاضی کی تاریخ میں ریاضی دانوں کے خدمات کو تدریس میں ضم کر سکیں۔

2.2 ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات (Contribution of Indian Mathematicians)

2.2.1 آریہ بھٹ (Aryabhatta) (476AD – 550AD)

Father of Indian Mathematics Value of π



بھارت کا پہلا مصنوعی سیارہ "آریہ بھٹ" کو، جس نام سے موسوم کیا گیا ہے وہ عظیم ریاضی داں اور ماہر فلکیات آریہ بھٹ (اول) ہے وہ ہندوستان کا پہلا ریاضی داں تھے۔ آریہ بھٹ کی پیدائش پاٹلی پترا کے قریب پٹنہ بہار میں ہوئی۔ 499 عیسوی میں محض 23 سال کی عمر میں آریہ بھٹ، نامی ایک کتاب تحریر کی۔ اپنی کتاب "آریہ بھٹا" میں گھٹھ اور وکرم دور کے متعلق بھی تحریر کیا۔ ان کے تحقیقی کام انکے پیش کردہ

نظریات اور انکی تصنیف کردہ کتابیں ان کے بے نظیر کارنامے ہیں۔ انکی خداداد صلاحیتیں، اعلیٰ ذہانت اور غیر معمولی علمیت، حیرت انگیز تجرباتی بصیرت، ماحولیات کا ہمہ گیر مطالعہ تحلیل افکار کی استعداد، نتیجہ اخذ کرنے کی قابلیت اور اعداد کو باقاعدہ ترتیب دینے کی صلاحیت جن سے انکی بلند مرتبہ شخصیت آراستہ تھی۔ انھوں نے اس کتاب میں ارتھمیتک کے علاوہ جیومیٹرک پروگریشن۔ مربعی مساوات اور مساوات کے متعلق لکھا ہے انھوں نے ارتھمیتک کا جدول بھی تیار کیا، جس میں مثلثی نسبت سائنس کا جدول بھی لکھا۔ آریہ بھٹ کا خاص طور سے سیریز، پرمیوٹیشن اور خطی اور دو خطی مساوات میں کافی کام ہے۔

آریہ بھٹا، نے علم فلکیات پر کتابیں لکھی اور چند نظمیں ریاضی سے متعلق لکھیں۔ ان میں سے صرف ایک کتاب شائع ہوئی، وہ کتاب آر بھٹیا تھی۔ آریہ بھٹیا کی علم فلکیات پر مشتمل کتاب تھی جو 118 نظموں پر مشتمل ہے، جس میں اس زمانے تک کہ ہندو ریاضی دانوں کے بارے میں احاطہ کیا گیا تھا۔ اس کتاب میں کل 33 حصے ریاضی کے نظموں پر مشتمل ہے، جس میں 66 ریاضی کے اصولوں کو بغیر ثبوت

کے پیش کیا گیا۔ آریابھٹیا میں 10 نظمیں تمہیدی ہیں جس کے بعد ریاضی کے 33 نظمیں اور اس کے بعد 25 نظمیں وقت کے حساب اور سیاروں کے نمونوں پر مشتمل ہیں اور آخری 50 نظمیں جو کرہ اور بیضوی پر مشتمل ہیں جسے نام دیا، The Set of Ten Giti Stanza آریابھٹیا میں ریاضی کے حصہ میں حساب، الجبرا، مستوی علم مثلث اور کروی علم مثلث شامل ہیں۔ اس کے علاوہ اس میں مسلسل کسر، سہ رکنی مساواتیں، سلسلوں کے حاصل جمع، اور علامتوں کا جدول وغیرہ شامل ہے۔ آریابھٹ نے اپنی کتاب میں 121 شلوک کو 4 حصہ میں تقسیم کیا جو درج ذیل ہیں۔ اس طرح آریہ بھٹ نے اپنی تصنیف "آریہ بھٹیا" میں ریاضی، الجبرا اور مثلثیات میں قابل ذکر شراکت کی۔ انھوں نے صفر اور اعشاریہ نظام کے تصور کے ساتھ ساتھ خط اور مربعی مساوات کو حل کرنے کے طریقے بھی متعارف کروائے تھے۔

1۔ گتی پدیکا (13 verses) Gitikapada

2۔ گنیت پدیکا (33 verses) Ganitapada

3۔ کال کرپدیکا (25 verses) Kalakriyapada

4۔ گولا پدا (50 verses): Golapada

ریاضی میں اشتراک (Contribution to Mathematics)

اعداد کا اظہار (Number Notation):

- آریہ بھٹ نے اعشاریہ کے استعمال کا طریقہ کار کو متعارف کروایا۔
- انھوں نے نامعلوم مقداروں کو حروف سے ظاہر کرنے کے تصور کو پیش کیا، اور اعداد 1 تا 25 کو ہندی حروف تہجی کے ذریعے ظاہر کیا۔ جو میں دیونہ گری طرز تحریر پر مبنی تھی۔

varga (square) consonants

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

कखघङ् चछजझणटठड

14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

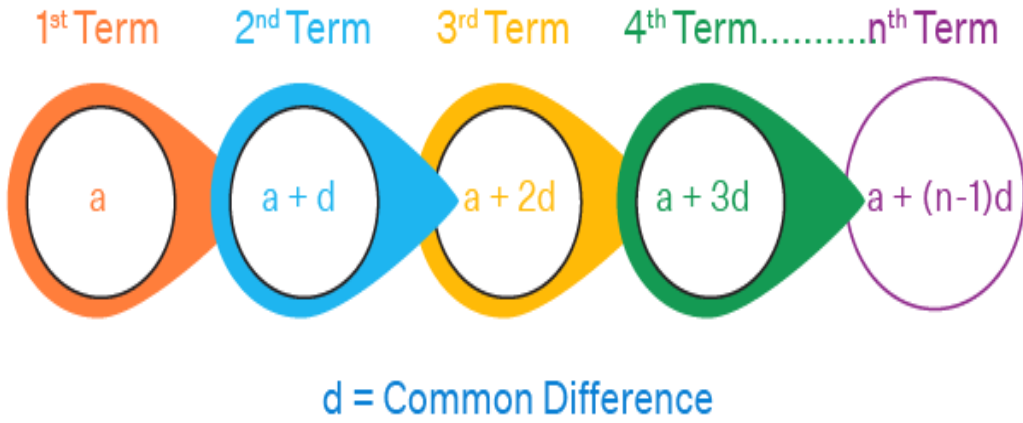
ढणतथदधनपफबभम

avarga (non-square) consonants

30 40 50 60 70 80 90 100

यरलवशषसह

- اعداد کے اظہار کے سسٹم کو ایجاد کیا جو حروف تہجی Varga اور حروف علت Avarga ہندسوں پر مشتمل تھے۔
- Arithmetic Progression آریہ بھٹ نے حسابی تعداد کا اصول بھی بتائے ہیں۔



شکل 1-2

$$\{a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots\} = \{1, 1 + 4, 1 + 2 \times 4, 1 + 3 \times 4, \dots\} = \{1, 5, 9, 13, \dots\}$$

● آریہ بھٹ نے مسلسل مربعی اعداد اور مسلسل مکعب اعداد کے جمع کا ضابطہ پیش کیے۔

$$n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, \dots$$

● آریہ بھٹ سے پہلے جذر المربع کے استعمال کو سب سے پہلے چینی ریاضی دان نے دیا تھا لیکن آریہ بھٹ نے اسے مختصر طریقہ سے متعارف کرایا۔ ہندسوں کی علامات اور صفر کی علامت اور صفر کے معلومات کے بغیر جذر المربع اور جزر المکعب معلوم کرنا ممکن نہیں تھا۔ وہ جزر المربع اور جزر المکعب معلوم کرنے کے طریقہ سے واقف کروایا اور اس کی تشریح بھی پیش کی۔

● ہندوستان میں پہلی مرتبہ سود کو معلوم کرنے کا ضابطہ، وقت اور دوسرے مقدا ریں سود میں معلوم کرنے کے ضوابط سے متعارف کروایا۔

(Algebra) الجبرا میں شراکت:

آریا بھٹا نے گنیت پدیکا میں عنوان کے تحت 133 بیانات دیے، ان میں علم حساب، الجبرا، مربع، جزر مربع، مساوات صحیح اعداد، مکعب، جزر مکعب، تناسب کا اصول، ریاضیاتی تحسین تناسب کے اصول کا حل، خطی غیر متعین مساواتوں کا عام حل، مسلسل، کسر کے طریقہ سے آریا بھٹا نے پیش کیا۔ اسی طرح الجبری مقدا روں کو جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے طریقوں سے واقف کروایا اور مزید الجبرا میں سلسلے، ترتیب و اجتماع اور خطی سہ رکنی مساواتوں، سلسلہ حسابیہ سے واقف کروایا۔

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$(x+y)^2 - (x^2 + y^2) = 2xy$$

آریہ بھٹ کی ذہانت کا اندازہ اس بات سے ہوتا ہے کہ انھوں نے خطی مساوات کو حل کرنے کی کوشش کی جو مسلسل کسری طریقہ پر مبنی تھا۔

(Geometry) جیومیٹری میں شراکت:

کیا کہ، اگر ایک دائرہ کا قطر 2000 اکائی ہو تو اس کا محیط 62832 ہو گا۔ اعشاریہ کا تخمینہ کیا جس کا طریقہ کار اس طرح پیش انھوں نے چار صحیح ایک سو میں 4 کو جمع کیا جائے اور 8 سے ضرب دیا جائے اس کے بعد 62000 کو جمع کیا جائے۔ نتیجہ، 20000 قطر والے دائرے کے محیط کے تقریباً مساوی ہوتا ہے۔ اس اصول سے دائرے کے محیط اور قطر میں رشتہ کو دیا گیا ہے، اس طرح

$$\pi = \text{Circumference} / \text{Diameter} = ((4 + 100) \times 8 + 62000) / 20000 = 62832 / 20000 = 3.1416$$

π کی درست قیمت 3،1416 ہے اور اس دریافت کو دنیا نے تسلیم کیا۔ پائی کی تخمینی قیمت معلوم کر کے انھوں نے بالواسطہ طور پر اس بات کی طرف اشارہ کیا کہ پائی ایک غیر ناطق عدد ہے۔ اسکی قدر بتانے والے وہ پہلے ریاضی داں تھے۔

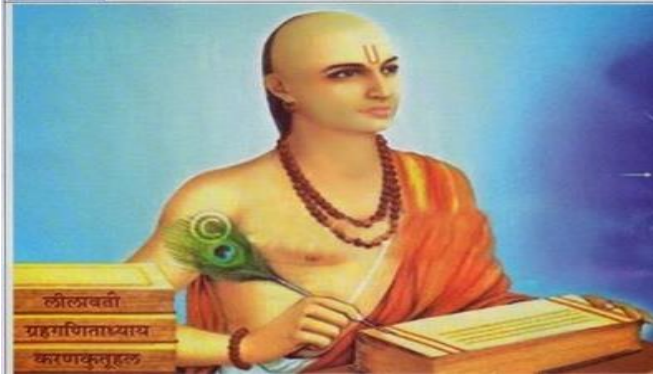
- انھوں نے تقریباً تمام تر ہندسی اشکال کے رقبوں کا ضابطہ دریافت کیا جیسے مربع، مثلث، دائرہ، مستطیل وغیرہ کا۔
- انھوں نے فیثاغورث مسئلہ کو وہ اپنے الفاظ میں بیان کیا اور تمام ہندسی شکلوں کے رقبوں کا ضابطہ (مستطیل، مثلث، دائرہ، مخروط، کرہ کا حجم، چار ضلعی شکل وغیرہ) کو بھی پیش کیا اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ انھیں علم ہندسہ میں کافی دلچسپی تھی۔

(میں شراکت: Astronomy) (علم فلکیات)

آریہ بھٹ ایک ماہر فلکیات تھے جس کا ذکر درج ذیل،

- آریہ بھٹ نے زمین کے محیط کو معلوم کیا اس طرح کہ زمین کا محیط 4967 ہے اور اس کا قطر 15811/24 ہے۔ چونکہ اس طرح زمین کا محیط 24،835 میل ہے، جو کہ آج کی تقریباً قیمت 24902 میل کے قریب ہے تسلیم کر لیا گیا۔
- آریہ بھٹ نے محوری ستاروں کا نصف قطر سورج / زمین کے نصف قطر کے لحاظ سے دیا تھا۔ جبکہ یہ ضروری تھا کہ سورج کے اطراف اس ستاروں کا گردش لگانے کا وقت معلوم ہو، وہ یقین رکھتے تھے کہ ستارے اور چاند، سورج کی روشنی کے منعکس ہونی کی وجہ سے چمکتے ہیں۔
- انھیں یقین تھا کہ ستارے کے محور بیضوی شکل میں ہیں وہ سورج کہیں اور چاند کہیں ہونے کی وجوہات کو درست طور پر سمجھایا تھا۔ ہندوستانیوں کا اس زمانے تک عقیدہ تھا کہ گہن جادو ٹوٹنے کا نتیجہ تھا۔ جس کو rahu کہتے تھے۔
- آریہ بھٹ کے لحاظ سے ایک سال کا وقت دوران 365 دن 6 گھنٹے، 12 منٹ اور 30 سیکنڈ کا تھا جو کہ تھوڑا زیادہ تھا دراصل ایک سال کی حقیقی قدر 365 دن اور 6 گھنٹے سے کم ہے۔

حکومت ہند نے اس عظیم ریاضی داں کے علمی اور تحقیقی خدمات کے اعتراف میں بھارتی مصنوعی سیارے کو ان کے نام سے موسوم کیا کیونکہ آریہ بھٹ قدیم ہندوستانیوں میں ایک اچھا ریاضی داں اور ماہر فلکیات تھا۔ ریاضی اور علم فلکیات میں ان کے خدمات کو مایہ ناز نظروں سے دیکھا جاتا ہے، بتاریخ 1975-4-19 کو فضاء میں چھوڑے گئے مصنوعی سیارہ کا نام ہندوستانی حکومت نے آریہ بھٹ ہی رکھا تھا۔



انھیں بھاسکر کے نام سے جانا جاتا ہے جس کا مفہوم عالم ہوتا ہے۔ بھاسکر اچاریہ 1144ء میں حیدرآباد کے کسی علاقے میں پیدا ہوئے تھے۔ لیکن بارہویں صدی عیسوی میں یہ اجیب (ریاست مدھیہ پردیش کا شہر جو مندروں کا شہر کہلاتا ہے) میں رہتے تھے۔ ان کے والد وید اور شاستروں کے عالم تھے۔ بھاسکر اچاریہ علم فلکیات میں بہت ہوشیار تھے۔ انھوں

نے ریاضی کے مختلف شاخوں پر مبنی کافی کتابیں تحریر کی۔ جس میں چند "سدھانت شرومنت" "کرم، کانٹوہال، سے سدھانت، شرومنی اور سورہ سدھانت وغیرہ ہیں۔ سدھانت شرومنی جو 4 حصوں میں تقسیم ہے اور ہر حصہ مختلف ابواب پر مشتمل ہے۔ پہلے حصے کا نام لیلیاوتی ہے جو بھاسکر اچاریہ کی بیٹی کے نام پر منسوب ہے۔ اس میں سوالات بہت دلچسپ طریقے سے بنائے گئے۔ بھاسکر اچاریہ اپنے وقت کے ماہر نجومی اور مصنف کی حیثیت سے معروف تھے۔

ایسا کہا جاتا ہے کہ مغل شہنشاہ اکبر اعظم نے اپنے وزیر فیضی کو لیلیاوتی کو فارسی میں ترجمہ کرنے کا کہا تھا۔ "لیلاوتی" لکھنے کے لیے بھاسکر اچاریہ کو ترغیب ملی اس پر ایک کہانی یوں ہے کہ نجومیوں (جو تیشوں) نے بھاسکر اچاریہ کی بیٹی جس کا نام "لیلاوتی" تھا ایسی پیشگوئی کی کہ لیلیاوتی کی کبھی شادی نہیں ہوگی لیکن اسے غلط ثابت کرنے کے لئے بھاسکر اچاریہ نے اس کا ایک حل اس طرح تلاش کیا کہ ایک سوراخ والے کپ کو پانی سے بھرے بالٹی میں رکھا انھیں یقین تھا کہ کچھ دیر بعد کپ میں پانی جمع ہو جائیگا۔ وہ یہ فرض کر رہے تھے کہ اگر کپ پانی میں نہیں ڈوبتا ہے تو شادی کے تعلق سے نجومی کی جو پیش گوئی ہیں وہ صحیح ہیں لیکن اس پانی کی گھڑی میں لیلیاوتی کے کپڑے سے ایک موتی گر جانے سے سوراخ بند ہو گیا اور کپ نہیں ڈوبا اس بات سے یہ تصدیق ہوئی کہ لیلیاوتی کی شادی نہیں ہوگی۔ بھاسکر اچاریہ کو بہت رنج ہوا اور پھر پھر لیلیاوتی کو دلاسا دینے کے لئے انھوں نے لیلیاوتی کی تصنیف شروع کی جو ایک لافانی شاہکار ثابت ہوئی۔ اس کتاب میں بعض بہت مشکل سوالات بھی ہیں جو تقریباً نا حل پذیر ہیں جس کی وجہ سے چند تعلیم یافتہ لوگوں کی رائے ان سوالات کے بارے میں یہ تھی کہ بھاسکر اچاریہ کے سوالات اور مسئلے صرف وہ سمجھ سکتا ہے یا پھر دیوی سرسوتی یا پھر برہما۔

بھاسکر اچاریہ کی کتاب سورہ سدھانت علم فلکیات پر ایک بہت اہم کتاب قرار دی گئی جس کا ترجمہ انگریزی میں بھی ہوا۔ اس میں الجبراء کے تمام اہم اصول منفی اور مثبت اعداد کی جمع اور مساوات کے حل کے اصول مرتب ہیں۔ رقبہ اور حجم کی پیمائش پر بھی بحث کی گئی۔

ریاضی کے حلقے میں بھاسکر اچاریہ کی بہت اہمیت ہے۔ رائل سوسائٹی کے ایک جزل میں ڈاکٹر اسٹاپ وڈ نے اس طرح خراج عقیدت پیش کی کہ ”ہمیں بھاسکر اچاریہ کی ذہانت و اندرونی صلاحیت کو تسلیم کرنا چاہیے“ ان کی تصنیف کردہ کتابوں کے نام نام درج ذیل ہیں:

Bhaskara Works:

- Lilavati: A treatise on Arithmetic, Geometry & the solution of Indeterminate equations.
- Bijaganita: A treatise on Algebra.
- Goladhyaya: Mathematics of Spheres.
- Grahaganita: Mathematics of the Planets.
- He also wrote another treatise named Karana Kautuhala.

بھاسکر اچاریہ کا ریاضی میں اشتراک (Contribution)

- بھاسکر اچاریہ منفی اعداد کو گہرائی یا نقصان کی حیثیت سے مانتا تھا اور وہ حساب اور پیمائشات کے تعلق سے بھی جانتے تھے۔
- تفریقی حسابان (Differential Calculus) کے میدان میں وہ پہلے ریاضی دان تھے جنہوں نے تفریقی ضرب سے متعلق مثالیں پیش کی۔
- ثقلی قوت (Gravitational force) نیوٹن سے بھی پہلے کشش ثقل کے قانون (Law of gravitational force) سے متعلق معلومات انہوں نے دی تھی۔ انہوں نے اسے ثقلی طاقت کا قانون کہا تھا۔
- اعداد کے نظریہ کی تفہیم تک وہ پہنچ چکے تھے اور مساواتوں کو حل کرنے کے طریقے ڈھونڈ نکالا تھا، جس کو حاصل کرنے کے لیے یورپ میں کئی صدیاں گزر گئے تھے۔
- بھاسکر اچاریہ، صفر کے بارے میں سمجھ چکے تھے اور منفی اعداد کو بھی جان چکے تھے انہوں نے مساوات کے دو حل بتائے تھے اور ان ضوابط کو دیا تھا۔ $n^2=9, n = \pm 3$
- انہوں نے پہلی مرتبہ لامتناہی کا تصور حاصل کیا جب کسی اعداد کو صفر سے تقسیم کر دیا جاتا۔
- برہما گیتا کی طرح، بھاسکر اچاریہ نے بھی کئی حسابی سوالات کو منفی اعداد کو شمار کرتے ہوئے حل کیا۔
- بھاسکر اچاریہ نے کئی Diophantine مسئلوں کا مطالعہ کیا۔
- بھاسکر اچاریہ کسی بھی اعداد میں اگر صفر کو شامل کرتے ہوئے جمع، تفریق اور ضرب کر کے سوالات کو بہتر طور پر حل کر سکتے تھے، لیکن انہوں نے برہما گیتا کے بتائے طریقہ کو ماننا اور صفر سے تسلیم کرنے کا مسئلہ ہے اسے تسلیم کیا۔
- بھاسکر اچاریہ نے $a \neq 0$ (ax0) جس کو لیاوتی میں دیا گیا تھا خوب بحث ہوئی تھی اور یہ تصور آج کے جدید تصور غیر صفر nonzero کے برابر ہے۔

- بھاسکر اچاریہ نے لیلاوتی میں ضرب کے عمل کے دو طریقوں سے متعارف کروایا۔
- بھاسکر اچاریہ اور کئی ہندوستانی ریاضی دانوں نے اعداد کے مربعوں کو معلوم کرنے کی مخصوص صورتیں ہوتی ہیں اسے تسلیم کئے اور مخصوص طریقہ بتلائے ہیں۔ لیلاوتی میں ایسے چار طریقے بتلائے گئے ہیں۔
- بھاسکر اچاریہ نے جن مسائل پر کام کیا ان کی بدولت بالآخر Indeterminant Equation کا حل نکالا اور یہ انکی سب سے معروف مساوات تھی جس کو متعارف کرایا اس ضمن میں مختلف مسائل کو اس ترتیب میں منظم کرنے کی کوشش کی جسے دور جدید میں استعمال کیا جا رہا ہے۔
- Bijaganita میں اس طرح کی مساوات کو حل کیا،

$$ax + c = by$$

$$ax + b = cy$$

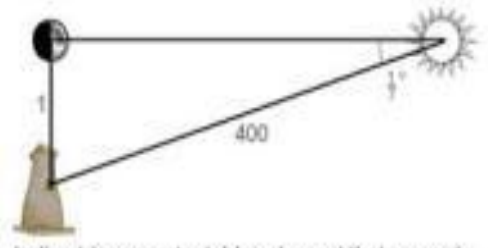
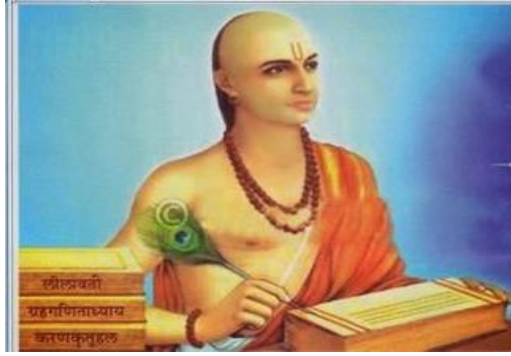
$$100x + 90 = 63y$$

For example, he considered the equation

$$61x^2 + 1 = y^2 \text{ and gave the values of } x = 22615398 \text{ and } y = 1766319049$$

- معکوس نسبت کے بارے میں وہ جانتے تھے اور تین نسبت کا قاعدہ بھی جانتے تھے۔
- تین نسبت کا قاعدہ کو اور بھاسکر اچاریہ مرکب نسبت کے قاعدہ کو بھی پیش کیا۔ اسی طرح پانچ کا قاعدہ Pancarasika سات کا قاعدہ Saptarasika اور نو کا قاعدہ Navarasika وغیرہ سے متعارف کروایا۔
- وہ حسابی تصاعد اور جیومیٹری تصاعد سے باخبر تھے اور ان کو مثالوں سے سمجھایا تھا۔
- زمین کی گولائی کے بارے میں بھاسکر اچاریہ نے لکھا ہے کہ ایک دائرے کے محیط (circumference of Circle) کا 100 واں حصہ ایک سیدھے خط کے مانند نظر آتا ہیں اور زمین ایک بڑے کرے کے مانند ہے اس کا ایک چھوٹا سا حصہ ہم دیکھ سکتے ہیں اس لئے زمین ہمیں ہموار نظر آتی ہے۔
- علم مثلث میں بھی بھاسکر اچاریہ نے بڑی خدمات دیے باب گولادھایا (Goladhaya) یہ بھاسکر کی آخری، تیرہ باب کی اشاعت تھی، گولادھیا تمام دائروں اور اسی طرح کی شکلوں کے بارے میں ہے۔ گولادھیا کے کچھ موضوعات میں کاسموگرافی، جغرافیہ اور موسم، سیاروں کی حرکات، چاند گرہن اور چاند کے ہلال شامل ہیں۔ وہ سیاروں کے ملاپ، سورج اور چاند کے مداروں کے ساتھ ساتھ روزمرہ کی گردشوں سے پیدا ہونے والے مسائل کا بھی جائزہ بھی اس میں پیش کیا۔
- انھوں نے قدروں کے لیے تخمینہ بھی لکھا جیسے سال کی طوالت، جو اتنی درست تھی کہ ہم صرف ایک منٹ کے حساب سے ان کی اصل قیمت کو معلوم کر سکتے تھے۔
- مساواتوں کے حل میں بھاسکر اچاریہ نے مساوات کے ایک سے زیادہ حل ہو سکتے ہیں بتلایا اور دونوں حل یکساں طور پر قابل قبول ہیں۔

- علم مثلثات : میں خدمات Trigonometry انھوں نے علم مثلثات کے دلچسپ نتائج کا ذکر اپنی تحریروں میں کیا ہے۔



Indian trigonometry tables showed that an angle of $1/7^\circ$ indicates triangle sides with a ratio of 400:1, meaning that the Sun is 400 times further away from the Earth than the Moon

شکل 2-2

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$$

- سدھانت شریونی (1150 میں لکھا گیا) بھاسکر کے مثلثیات کے علم کو ظاہر کرتا ہے، بشمول سائن ٹیبل اور مختلف مثلثی افعال کے درمیان تعلقات کو ظاہر کیا۔ انھوں نے دیگر دلچسپ مثلثی نتائج کے ساتھ کروی spherical مثلثیات بھی دریافت کی۔ انہوں نے اسے صرف حساب کے ایک آلے کے طور پر دیکھا۔ بھاسکر اچاریہ کی طرف سے دیے گئے بہت سے دلچسپ نتائج میں، سب سے پہلے ان کی تخلیقات میں دریافت ہونے والی دریافتوں میں 18 اور 36 ڈگری کے زاویوں کے سائنز کی گنتی، کے لیے معروف فارمولے شامل ہیں۔

- رولس کلیہ (Rolle's Theorem) اس کلیہ کو قدیم ہندوستان میں ممتاز ہندوستانی ماہر فلکیات اور ریاضی دان بھاسکار نے ایجاد کیا جو انکے باب گرھ گنیت (Grahgnit) میں انھوں نے جو الفاظ تحریر کیے انہیں ذیل کے مطابق بیان کیا،
- 1- سیارے کی حرکت جہاں اقل اعظم ترین ہوتی ہے وہاں حرکت کا نتیجہ غائب رہتا ہے۔
- 2- زوال پذیر حرکت کے آغاز و انجام میں سیارے کی ظاہری حرکت غائب ختم ہوتی ہے۔

If,

$$1- f(x) \text{ is continuous on } \{a, b\},$$

$$2- f(x) \text{ is differential on } (a, b)$$

$$3- f(a) = f(b), \text{ then there exists at least one } c \text{ in } (a, b)$$

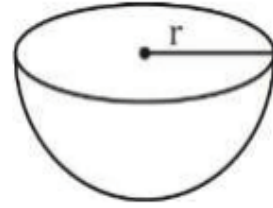
$$\text{Such that, } f'(c) = 0$$

(Rolle's Theorem)

- غیر متعین مساواتوں کو طریقے سے حل کرنے کے عمل کو تین متغیر والی مساواتوں کو حل کرنے میں استعمال کیا تھا مثلاً،

$$Ax + by + cz = d$$

- انھوں نے بتایا کہ اس طرح کے مساواتوں کا ایک ہی حل نہیں ہوتے۔
- وہ ترتیب اور اجتماع کے تصورات کو مثالوں سے سمجھایا تھا۔ آج بھی ایک ضابطہ استعمال میں ہے۔
- Bijaganita میں منفی اعداد کے اوپر نقاط کو لگا کر تعبیر کیا گیا ہے۔
- انھوں نے mensuration مساحت کے میدان میں کافی کام کیا ہیں جیسے کہ کرہ کارقبہ، حجم قطر، دائرہ کارقبہ، حجم اور قطر معلوم کرنے کا ضابطہ پیش کئے۔



- Volume of hemisphere = $\frac{2}{3}\pi r^3$
- Curved surface area = $2\pi r^2$
- Total surface Area = $3\pi r^2$

شکل 2-3

- علم احصاء کے تفریقی میں یہ پہلا ریاضی داں تھا، جس نے تفرقی عدد کی مثالیں پیش کیا۔
- مکعبی cubic equation اور چوگنی قوت Quadratic equation مساوات کو سد گانت شرومنی کے دوسرے باب میں بیان کیا۔
- Permutation and combination اس موضوع پر انھوں نے کئی ضابطے دیئے جو درج ذیل ہیں اور دور حاضر میں اس کا استعمال ہوتا ہیں

$$n \times n \times n \times \dots (r \text{ times}) = n^r$$

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- Bhaskaracharya Bijaganit Concept of Infinity

“zero results when multiplied by zero, a "khahara" (zero-divided, or infinity) results when a number is divided by zero”.

لامحدودیت کا تصور: بھاسکر اچاریہ نے اس تصور کو پیش کیا "کسی بھی عدد کو اگر صفر سے تقسیم کرتے ہیں تو حاصل جواب لامحدود ہوتا ہے $x/0 = \infty$ اس عدد میں کوئی تبدیلی نہیں کی جاسکتی اگرچہ اس عدد میں کوئی بھی عدد کو جوڑا یا گھٹایا جائے

- ریاضی کی تدریس کے لیے پہلی مرتبہ انہوں نے مناسب طریقہ تدریس پیش کیا۔
- نیوٹن سے پہلے، ان کو زمین کی قوت کشش کے بارے میں معلومات حاصل تھیں۔
- شاعرانہ زمان کا استعمال (Use of Poetic Language)

بھاسکر اچاریہ کو ریاضی کے مسئلے کو شاعرانہ انداز میں بیان کرنے میں مہارت حاصل تھی۔ ریاضی کی تدریس کی تدریس میں اس خوبصورتی سے پیش کرتے تھے مثال کے طور پر 'ایک ستون کے قاعدے کے قریب سانپ کا ایک بل ہیں ایک مورچوٹی پر کھڑا ہے۔ ستون کی لمبائی کے تین گنا فاصلے سے بل میں جاتے ہوئے پر وہ سیدھا وہی سے جھٹ پڑتا ہے۔ جلدی سے بتاؤ وہ سانپ کے بل سے کتنی دوری پر ملے گا، جبکہ دونوں مساوری فاصلہ برقرار رکھتے ہوئے آگے بڑھ رہے ہیں۔ اس طرح کے بیانات وہ پیش کرتے تھے۔

بھاسکر اچاریہ کے کارنامے ان کو قدیم ہندوستان میں ایک ہندو ریاضی داں کی حیثیت کا درجہ دلائی تھی۔ وہ 1185 عیسوی میں اجین میں چل بسے۔ 1207ء میں بھاسکر اچاریہ کے کام کے مطالعہ کے لیے ایک تعلیمی ادارہ قائم کیا گیا۔ بھاسکر اچاریہ کو اعزاز بخشنے کے لیے ہندوستانی حکومت کی جانب سے ایک مصنوعی سیارہ بھاسکر اکانام سے فضاء میں چھوڑا گیا۔

اس طرح سے ہم نے دیکھا کہ بھاسکر اچاریہ کی ریاضی کے نین خدمات میں ناقابل فراموش ہیں۔ وہ ایک نامور ماہر فلکیات اور ریاضی دان تھے۔ وہ اپنے نام بھاسکر یعنی سورج کی طرح ریاضی کی دنیا کو روشنی دیتے رہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check your Progress)

سوال: بھاسکر اچاریہ کی علم مشائست میں خدمات کو مثالیں کے ذریعے لکھئے۔

2.2.3 سرینواس رامنجن (Srinivasan Ramanujan) (1887AD – 1920 AD)

The Man Who Knew Infinity

سرینواس رامنجن ہندوستان کے بڑے ذہین ریاضی دانوں میں سے ایک تھے انکی پیدائش مدراس سے 400 کلومیٹر دور ایک چھوٹا سا قصبہ ایرودا میں 22 دسمبر 1887ء کو ہوئی۔ ان کے والد ایک کپڑے کی دکان میں جو کمبا کونم میں واقع تھی ایک اہلکار کی حیثیت سے کام کرتے تھے۔ جب وہ پانچ برس کا تھے تو کمبا کونم کے ایک تحتانوی اسکول میں شریک ہوئے۔ وہ کمبا کونم کے ہائی اسکول میں 1898 میں شریک ہونے سے پہلے کئی مدرسوں میں شریک ہو چکے تھے۔ 7 سال کی عمر سے ہی، رامنجن بہت غور و فکر کرنے والے اور تیز ذہین اور تیز حافظہ والے تھے وہ اپنے دوستوں کے تقریباً ریاضی کے مسئلے اور ضابطے بتاتے اور اعداد کے جزر و یاس سے ذہد عشری مقام تک زبانی بتا دیتے تھے۔



پڑھنے کے بعد انھیں ایک نئی راہ ملی انھوں نے میچ اسکولز
بنانے کے طریقے کو ترتیب دیا۔ Synopsis of pure

Mathematics

ہائی اسکول میں انھیں اسکالرشپ ملتی تھی لیکن انگریزی میں
کمزور ہونے کی وجہ سے وہ فیل ہو گئے تو اسکالرشپ بند ہو گئی لیکن اپنی
تعلیم جاری رکھی۔

1904ء میں رامنجن کمباکونم کے ایک گورنمنٹ کالج میں ان کے اچھے کام کی وجہ سے ان کو اسکالرشپ دی گئی۔ آئندہ تعلیمی سال
میں رامنجن کو اسکالرشپ نہیں ملی کیونکہ وہ اپنا سارا وقت صرف ریاضی سیکھنے میں گزارتے تھے اور دوسرے مضامین کو سیکھنے میں کوئی دلچسپی
نہیں لیتے تھے۔ معاشی تنگدستی کی وجہ سے وہ مدراس سے 650 کلومیٹر دوری پر واقع وشاکھا پٹنم ٹاؤن گھر چھوڑ کر بھاگ گئے تھے وہاں بھی وہ
اپنے ریاضی کے کام کو جاری رکھے ہوا تھے۔

1906ء میں رامنجن دوبارہ مدراس گئے اور وہاں ایک کالج میں داخلہ لے لیا۔ ان کا مقصد پہلے آرٹس کا امتحان کامیاب کرنا تھا تا کہ
وہ مدراس یونیورسٹی میں داخلہ لے سکے۔ وہ کالج میں لکچرس سننے جایا کرتے تھے لیکن تین مہینے میں ہی بیمار پڑ گئے اور وہ اپنا آرٹس کا امتحان کو
پاس نہیں کر پائے، اور صرف ریاضی میں ہی کامیاب رہے اور باقی مضامین میں پھر سے ناکام ہو گئے۔ اس سے یہ ہوا کہ وہ مدراس یونیورسٹی
میں داخلہ نہیں لے سکے۔ اگلے تعلیمی سال میں اسی طرح ریاضی میں اپنی دلچسپی کو برقرار رکھتے ہوئے کسی کی مدد لیے بغیر تحقیقی عنوانات پر
کام کرنا شروع کر دیا۔

Continuous & Divergent Series 1908ء میں اپنی ریاضی کے کام کو جاری رکھتے ہوئے رامنجن نے مسلسل کسر کا
مطالعہ کیا۔ لیکن دوبارہ وہ اپریل 1909ء میں شدید بیمار ہو گئے اور اپریشن کرنا پڑا تھا۔ وہ 14 جولائی 1909ء میں ان کی ماں کے اسرار پر
ایک دس سالہ لڑکی ایس جاکنی امال سے شادی کر ڈالی۔

غریب خاندان سے ہونے کی وجہ سے رامنجن کو کالج کی تعلیم ترک کرنی پڑی اور وہ قابل محتاج تھے۔ وہ اپنے دوستوں کے رحم و
کرم پر زندگی گزارتے تھے، اُن کی کاپیاں ریاضی کے ایجاد سے پُر کرتے تھے اور اپنے کام سے جڑے رہتے۔ آخر کار ان کو ایک معمولی
سہارا مل ہی گیا جب ہندوستانی ریاضی داں رام چندراراونے پہلے معمولی سہارا دیا اور بعد میں مدراس پورٹ ٹرسٹ میں کلرک کے لئے
مقرر کر دیا۔ 1911ء میں benouli ٹھیورم پر رامنجن نے 17 صفحات پر مشتمل ایک پیپر لکھا اسے Indian Mathematics Journal
میں شائع کیا۔

ابھی تک لوگوں کو یقین نہیں آیا کہ رامنجن ایک ذہین اسکالر تھے۔ ان کے دوستوں کی ہمت افزائی پر وہ اپنے اس کام کی صداقت
کے لیے کیمبرج یونیورسٹی کے ریاضی دانوں کو لکھ بھیجا۔ دو مرتبہ لکھ بھیجنے کے باوجود کوئی جواب نہیں لیکن تیسری مرتبہ لکھ بھیجنے پر ہارڈی
نے اس کا جواب دے دیا۔

ہارڈی، رامنجن کے اس کام کی صداقت کرتے ہوئے جواب دیا۔ تب رامنجن کے سماجی معیار میں اچانک اضافہ ہو گیا۔ مدراس یونیورسٹی میں ان کا نام ایک ریسرچ اسکالر کی حیثیت سے لیا جانے لگا اور کلرک کے کام کی تنخواہ دو گنی کر دی گئی اور صرف تین مہینے میں ایک مرتبہ ان کے کام کی رپورٹ پیش کرنے کے لیے کہا گیا۔ ہارڈی نے طے کر لیا کہ رامنجن کو انگلینڈ بلوایا جائے۔ شروع میں رامنجن کی ماں نے انکار کر دیا یہ سوچ کر کہ اعلیٰ ذات کے ہندو باہر کے ممالک کو سفر نہیں کر سکتے ہیں۔ لیکن آخر کار رامنجن کو انگلینڈ جانے کی اجازت ملی گئی۔ مارچ 1914ء کو رامنجن انگلینڈ کے جہاز میں سوار ہو گئے۔

کیمبرج یونیورسٹی میں رامنجن کی آمد اور ہارڈی کے ساتھ پانچ سال بہت ہی خوشگوار اور کامیاب رہے۔ دونوں مل کر ریاضی میں کام کیے۔ ہارڈی ریاضی کی تحلیل میں مہارت رکھتے تھے اور رامنجن کے نتائج جن کو ہارڈی نے منظر عام پر لایا۔ جس کو دونوں کی بحث و مباحث و جدانیت، اشتراکیت وغیرہ جس کا کوئی جواز نہیں تھا۔ رامنجن کی تعلیم میں جو خلاء پیدا ہوئی تھی اس کو ہارڈی نے بغیر کسی تامل کے ختم کر ڈالی۔ ہارڈی، رامنجن کی وجدانی صلاحیت سے جس جو وہ لامتناہی سلسلوں، مسلسل کسور میں استعمال کیا تھا بہت زیادہ متاثر ہوا تھا۔ اور کہتے تھے کہ "میں اس کے برابر کسی شخص سے کبھی نہیں ملا اور اس کا تقابل جیکوبی (Jacobian) سے کر سکتا ہوں، رامنجن کا انگلینڈ میں رہنا ریاضی کے لیے کارآمد ثابت ہوا۔ رامنجن کی تحقیقی مقالہ highly composite number جو ساتھ پرچوں پر مبنی تھا انگلینڈ میں شائع ہوا اس تحقیق میں پیچلر آف سائنس کی ڈگری عطا کی گئی 1916ء میں کیمبرج یونیورسٹی کی جانب سے۔

1918ء میں ان کو Follow of the Royal Society کی حیثیت سے منتخب کیا۔ وہ (پہلا ہندوستانی تھے جن کو یہ اعزاز حاصل ہوا)۔ 1917ء میں وہ دواخانے میں شریک ہوئے۔ ان کے ڈاکٹرس ان کی زندگی کے بارے میں تشویش رکھتے تھے۔ 1918ء میں انکی صحت میں بہتری ہوئی۔ 1919ء میں وہ ہندوستان واپس آ گئے۔ لیکن یہاں آنے کے بعد ان کی صحت پھر سے خراب ہو گئی اور آخر کار 1920ء میں وہ انتقال کر گئے۔ اس وقت ان کی عمر صرف 33 برس کی تھی۔

رامنجن کی ریاضی میں خدمات:

رامنجن کے متعلق پروفیسر ہارڈی کہتے ہیں کہ رامنجن ایسا ذہین شخص ہے جس نے ڈیولر مساوات پر کام کیا، کمپلیکس ضرب کے عمل، مسلسل کسروں کے متعلق اتنا کچھ نئے نظریات کو پیش کیا کہ دنیا کے کوئی بھی ریاضی داں نے نہیں لکھا۔ زیٹا فنکشن کی فنکشنل مساوات اور اعداد کے ترکیبی مسئلے Cauchy's Theorem & Analytic theory of Number کو پیش کیا۔

● رامنجن اعداد کے تحلیلی نظریات میں کافی تعاون کیا ہے اور بیضوی تفاعل، مسلسل کسور اور لامتناہی سلسلوں پر کام کیا ہے۔ 1900ء میں وہ خود اپنے سے حسابی اور جیومیٹری سلسلوں پر کام کیا ہے۔

● 1902ء میں رامنجن نے بتا دیا کہ مکعبی مساواتوں کو کس طرح حل کیا جاتا ہے۔ انہوں نے اپنے طرز سے ان مساواتوں کو حل کرنے کی کوشش کیا۔

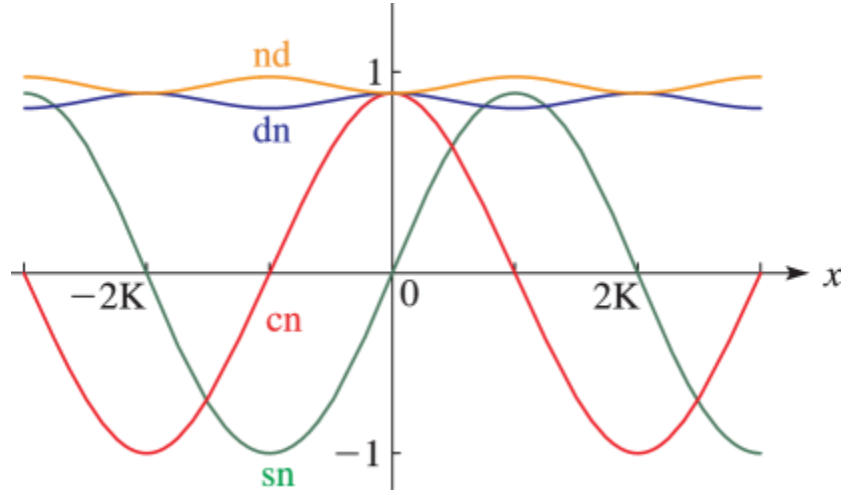
● رامنجن نے کئی مماثلات کو دریافت کیا جو کی تقسیمی خصوصیات کو ظاہر کرتی ہیں۔

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \pi x}{\Gamma^2(\alpha+x)\Gamma^2(\alpha-x)} dx = \frac{1}{4\Gamma(2\alpha-1)\Gamma^2(\alpha)},$$

- ان کی Divergent Series پہلی تحقیق تھی جو پروفیسر ہارڈی کو 120 ٹھیورم کی شکل میں 1913 میں بھیجی تھی۔
- انھوں نے مفرد اعداد سے متعلق Reimann's Zeta Series کی دریافت کی کوشش کی تھی۔

$$\zeta(s) = \frac{1}{s-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (k+1)^{1-s}$$

- Elliptic Fuction کو انھوں نے متعارف کروایا۔



Jacobian Elliptic Function

- چھوٹے حصوں میں تقسیم کرنے والے جدول کو پیش کیا ہے۔ رامنجن اس ہندسی معطیات کو استعمال کیا ہے۔ بیضوی تفاعل کو استعمال کر کے ان ہندسی معطیات کی خصوصیات پر تنقید کیا ہے۔ باقی رامنجن کے چل بسے کے بعد ثابت کیے گئے۔
- رامنجن نے مرکب، ساخت، تقسیم اور اشکال Composite number, Structure, Distribution کا مطالعہ کیا۔
- سری نواسارامانوج نے لامحدود سیریز، ریاضیاتی تجزیہ، نمبر تھیوری، اور مسلسل فریکشن میں اہم شراکت کی۔
- انھوں نے تھیوری آف پارٹیشنز میں اہم شراکت کی، جو کہ نمبر تھیوری کی ایک شاخ ہے جو ان طریقوں سے نمٹتی ہے جن سے اعداد کو چھوٹے حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔
- ان کی لامحدود پائی سیریز ان کی سب سے قیمتی دریافتوں میں سے ایک ہے۔ انہوں نے متعدد نئے طریقوں سے Pi کے ہندسوں کی گنتی کے لیے متعدد فارمولے فراہم کیے ہیں۔
- رسمی تعلیمی تربیت کی کمی کے باوجود، رامنوجن نے ریاضی میں اہم شراکت کی۔ آج انھوں نے جو شائستگی اور نئے نظریات دریافت کیے ہیں وہ بہت اہمیت کے حامل ہیں۔

- رامنجن نے ہارڈی کے ساتھ مل کر ایک مشترکہ پرچہ مقالہ میں Summation of divergent series کا ایک ضابطہ پیش کیا جو اس طرح ہے :

• ایک جملہ اس طرح ہے کہ دو سے بڑا ہر جفت صحیح عدد دو مفرد اعداد کا حامل جمع ہے۔

$$\frac{1}{2}f(0) + f(1) + \dots + f(n-1) + \frac{1}{2}f(n) = \frac{f(0) + f(n)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f(k) = \sum_{k=0}^n f(k) - \frac{f(0) + f(n)}{2}$$

$$= \int_0^n f(x) dx + \sum_{k=1}^p \frac{B_{2k}}{(2k)!} [f^{(2k-1)}(n) - f^{(2k-1)}(0)] + R_p$$

رامنجن اور اس کے ساتھیوں نے مل کر بتا دیا کہ ہر بڑا صحیح عدد، چار مفرد اعداد کو حاصل جمع ہوتا ہے۔ (دو مفرد اعداد) $127=5+$ جفت عدد ہوتا ہیں۔

رامانو جن کی کیمبرج سے ہندوستان واپسی کے دن، ہارڈی، جو کہ 20 ویں صدی کے ایک مشہور ریاضی دان اور رامنو جن کے ایک سرپرست اور دوست تھے، انھوں نے مذاق اڑاتے ہوئے کہا "ٹیکسی کیب نمبر، جو 1729، وہ بہت سست اور بد قسمت کا ایک نمبر ہیں جس کی وجہ سے مجھے دیری ہوئی۔" رامنو جن نے جواب دیا، "نہیں ہارڈی، یہ بہت دلچسپ نمبر ہے۔ یہ دو مختلف طریقوں سے دو مکعب کے مجموعے کے طور پر ظاہر کی جانے والی سب سے چھوٹی تعداد ہے جس کو مختلف اعداد کے مکعبوں کے حاصل جمع میں ظاہر کیا جاسکتا۔

1729 is the total sum of cubes of 10 and 9. Cube of 10 is 1000 and the cube of 9 is 729 for example $9^3 + 10^3 = 729 + 1,000 = 1,729$.

1729 is also the total sum of cubes of 12 and 1. Cube of 12 is 1728 and the cube of 1 is 1 for example $1^3 + 12^3 = 1 + 1,728 = 1,729$.

رامانجن اپنے اشاعت کے ساتھ ساتھ ایسے مسئلوں کا ثبوت پیش کیا ہے جس کو آنے والے ریاضی داں مطالعہ کر سکتے ہیں۔ واٹسن 1918-1951 میں رامنجن کے مسئلے پر تقریباً 14 تحقیقی مقالہ پیش کیا

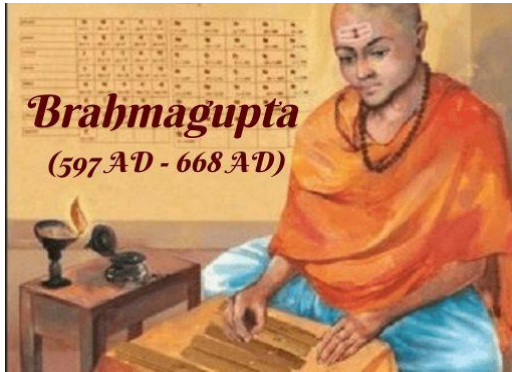
رامانو جن کے حاصل کردہ اعزاز (Honors Received by Ramanujan)

- انہیں ریاضی میں ان کی خدمات کے لئے انگلینڈ کے بادشاہ سے ایک باوقار ایوارڈ ملا۔
- ہندوستان میں قومی یوم ریاضی ہر سال 22 دسمبر کو سری نواسا رامنو جن کے یوم پیدائش پر منایا جاتا ہے۔
- "The Man Who Knew Infinity" رامنو جن پر ایک مشہور بیو پیک ہے۔
- سری نواسا رامنو جن میڈل، جسے ہندوستانی ریاضی دان سری نواسا رامنو جن کے نام سے منسوب کیا گیا ہے، ہندوستانی نیشنل سائنس اکیڈمی نے ریاضی کے علوم میں کام کرنے پر دیا ہے۔

- رمانوجن کی کامیابیاں اور انگلیٹڈ میں ملنے والا اعزاز: رائل سوسائٹی نے انہیں تیس سال کی عمر میں فیلو منتخب کیا (جو کہ ایک ریاضی دان کے لیے بھی بہت کم عمر ہے) ٹرنٹیٹی کالج نے انہیں فیلو منتخب کیا۔ رمانوجن پہلے ہندوستانی تھے جنہیں اس طرح کے ایوارڈ سے نوازا گیا تھا، اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ اپنی ذہنی صلاحیت اور استعداد کے لحاظ سے رمانوجن ایک عظیم ترین ریاضی دان تھے۔

2.2.4 برہمہ گپتا (598 AD – 668 AD) (Bharma Gupta)

Zero and Place Value System



زندگی اور پس منظر: برہما گپتا ایک قدیم ہندوستانی ریاضی دان اور ماہر فلکیات تھے جو 598 سے 668 عیسوی تک زندہ رہے۔ اجین میں پیدا ہوئے، جو اب مدھیہ پردیش، ہندوستان میں ہے۔ انہوں نے اپنی زندگی کا ایک اچھا حصہ وہاں گزارا اور کام کیا۔

انہیں اپنے وقت کے سب سے بااثر ریاضی دانوں میں شمار کیا جاتا ہے اور وہ ریاضی کے مختلف شعبوں بشمول الجبرا، ریاضی اور جیومیٹری میں اپنی خدمات کے لیے جانے جاتے ہیں۔ برہما گپتا اپنی فلسفیانہ کتاب "برہماس پھوتسدھانت" اور "کھنڈکھڈیکا" میں اپنے کام کے لیے مشہور ہیں، جو کہ ریاضی اور فلکیات پر ایک جامع مقالہ ہے۔

برہما گپتا ایک بااثر ریاضی دان اور ماہر فلکیات تھے جو ساتویں صدی عیسوی میں رہتے تھے۔ انہوں نے ریاضی کی مختلف شاخوں بشمول الجبرا، جیومیٹری اور نمبر تھیوری میں اور فلکیات کے شعبوں میں خاطر خواہ اہم شراکت کی۔ ان کی چند قابل ذکر خدمات میں شامل ہیں برہما گپتا کی زندگی اور شراکت کے بارے میں کچھ اہم نکات یہ ہیں۔

برہما گپتا کے کام: برہما گپتا وہ پہلے ریاضی دان تھے جنہوں نے ذرا بعتہ الاصلاح کا رقبہ کے لیے فارمولے تیار کیے تھے۔ برہما گپتا پہلے ہندوستانی ریاضی دان جنہوں نے صفر کا استعمال کر کے حساب کے بنیادی اعمال جمع، تفریق، اور ضرب کے اصولوں کو فراہم کیا۔

1۔ برہماس پھوتسدھانت: برہما گپتا کی سب سے قابل ذکر تصنیف "برہماس پھوتسدھانت" ہے، جو ایک جامع کتاب ہے جس میں مختلف ریاضیاتی اور فلکیاتی موضوعات شامل ہیں۔ صرف 31 سال کی عمر میں اسکی تصنیف کی تھی جس میں کل 21 ابواب شامل ہیں۔

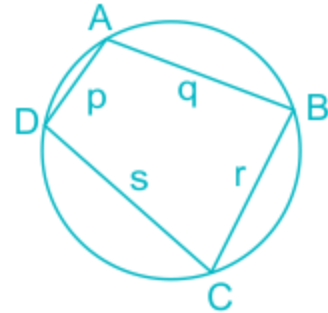
برہمس پھوتسدھانت"، اس کتاب میں فلکیات اور ریاضی کے میدان میں ایک اہم کام ہے۔ اس میں مختلف موضوعات جیسے ریاضی، الجبرا، جیومیٹری، مثلثیات اور فلکیات پر مطالعہ ہیں۔ اور اس میں اہم شراکت کی۔ انہوں نے سیاروں کی حرکت کے بارے میں لکھا اور آسمانی اجسام کی پوزیشنوں کا حساب لگانے کے طریقے بھی بتائے۔

2۔ کھنڈکھڈیکا"، یہ کام ریاضی کے بنیادی اصولوں، جیسے کسر، الجبری مساوات، اور مربع جڑوں پر ایک مختصر مقالہ ہے۔

3-Zero and Place Value System: برہا گپتانے صفر کو ایک عدد کے طور پر سمجھنے میں اہم شراکت کی ہیں۔ انھوں نے صفر کو ایک عدد کے طور پر سمجھا اور اس کی ریاضیاتی خصوصیات کو پیش کیا اور صفر پر مشتمل ریاضی کے تصورات ان کے قواعد کی بھی وضاحت کی۔

4- الجبرا: برہا گپت نے علم الحساب میں مساوات کو حل کر کے الجبرا کی کچھ اہم اصولوں کو بیان کیا ان میں کثر (fraction)، صحیح اعداد (natural number)، سود مفرد (simple interest) وغیرہ کے اصولوں کو بیان کیا۔

5- جیومیٹری: کے میدان میں، برہا گپتانے مختلف ہندسی اشکال کی خصوصیات پر کام کیا۔ برہا گپتانے ذواربعتہ الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنے کا ضابطہ بتایا یہ ضابطہ صرف مستقیم المحیط ذواربعتہ الاضلاع (Quadrilateral) کے لئے مخصوص ہے۔ اس کے ساتھ انھوں نے مثلث کے رقبہ کے لئے ایک قطعی ضابطہ پیش کے ہے اور مستوی اشکال کی مساحت، حجم سے متعلق اصول وضع کئے۔ برہا گپت نے کسی بھی چار رخی اعداد و شمار کے رقبہ کا حساب لگانے کے لیے ایک فارمولہ تلاش کیا جس کے کونے دائرے کے اندر سے چھوتے ہیں۔



$$\text{Area} = \sqrt{(S - p)(S - q)(S - r)(S - s)}$$

$$\text{Where } S = \frac{(p + q + r + s)}{2}$$

<https://testbook.com/maths/brahmagupta>

شکل 2-3

6- منفی اعداد کے عمومی اصول: برہا گپتانے الجبرا میں منفی اعداد کے اصول بیان کئے منفی اعداد سے منفی اعداد کا ضرب یا منفی اعداد کا منہی اعداد سے تقسیم کرنے پر حاصل ہونے والے اعداد مثبت ہوتا ہیں۔

$$\{-8 \times (-6)\} = +48$$

برہا گپت کا برہما سپو تسدھانت پہلی اشاعت تھی جس نے صفر اور منفی عدد کے ساتھ ریاضیاتی عمل کے اصول قائم کیے تھے۔ صفر ریاضی میں ایک لازمی تصور ہے اور ہمارے نمبر سسٹم کا بنیادی حصہ بن چکا ہے۔

یہاں کچھ وجوہات ہیں کہ صفر کیوں اہم ہے، صفر ریاضی کی اصولوں، قواعد میں سب سے اہم ہے۔ جب آپ کسی عدد میں صفر کو جوڑتے یا گھٹاتے ہیں، تو نمبر کی قدر وہی رہتی ہے۔ جب آپ کسی بھی عدد کو صفر سے ضرب دیتے ہیں تو نتیجہ ہمیشہ صفر ہوتا ہے، اور جب آپ کسی بھی عدد کو صفر سے تقسیم کرتے ہیں تو نتیجہ غیر متعین ہوتا ہے۔ صفر ہمارے نمبر سسٹم میں ایک پلیس ہولڈر کے طور پر کام کرتا ہے، جس سے ہمیں مختلف طول و عرض کی تعداد کی نمائندگی کرنے کی اجازت ملتی ہے۔ مثال کے طور پر، صفر کے بغیر، نمبر 102 لکھنا ناممکن ہوگا۔

لامحدودیت کے مطالعہ میں اہم ہے، کیونکہ یہ "صفر کے قریب پہنچنے" کے تصور کے نقطہ آغاز کے طور پر کام کرتا ہے۔ یہ تصور کیکلو لس میں اہم ہے، جہاں اسے حدود اور مشتقات کی وضاحت کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ صفر علامتی نمائندگی میں بھی ایک اہم کردار ادا کرتا ہے، جہاں اسے ایک پلیس ہولڈر، ایک عدد، اور مختلف ریاضیاتی افعال کے لیے نقطہ آغاز کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔

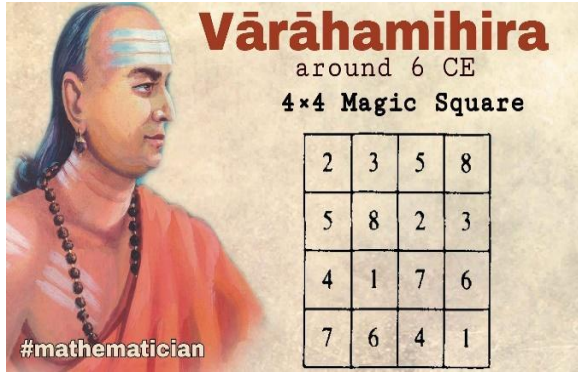
7۔ علم مثلثیات: برہما گپت نے علم مثلثیات میں کئی اہم فارمولے بھی تیار کیے، جن میں سائن، کوسائن فارمولے شامل ہیں۔

8۔ برہما گپتا وہ پہلا ریاضی دان تھے جس نے فلکیات کے مطالعہ کے لئے بڑے پیمانے پر الجبرا کا استعمال کیا۔ ریاضی میں برہما گپت کی اس غیر معمولی دلچسپی، لگن اور جدوجہد نے انھیں ہندوستانی سماج میں مینار نور بنا دیا۔

برہما گپتا کی صفر، منفی اعداد، اور الجبری حل کے بارے میں بصیرت ان کے وقت سے پہلے تھی، اور ان کے کام نے ریاضی میں مزید ترقی کی بنیاد رکھی۔ ان کی شراکتیں ہندوستانی ریاضی کی بھرپور تاریخ کا ایک لازمی حصہ ہیں۔ برہما گپت کے کام کا ہندوستان اور اس سے آگے کے ریاضیاتی نظریات کی ترقی پر دیرپا اثر پڑا۔ صفر اور نمبر کے نظام کو سمجھنے میں ان کی شراکت کے ساتھ ساتھ الجبرا اور جیومیٹری میں ان کی ترقی، اس کی میراث کے اہم پہلو ہیں۔ اگرچہ مغربی دنیا میں کچھ قدیم یونانی ریاضی دانوں کی طرح مشہور نہیں، برہما گپت کے کام کو ریاضی کے میدان میں ان کی تاریخی اہمیت کے لیے پہچان ملی ہے۔ برہما گپت کے کام کا ہندوستان اور پوری دنیا میں ریاضی اور فلکیات کے میدان پر نمایاں اثر پڑا۔ ان شعبوں میں ان کی شراکت نے ریاضی اور سائنس کے مطالعہ پر دیرپا اثر ڈالا ہے۔

2.2.5 وراہا مہیرا (Varaha Mihira) (505 AD – 587 AD)

Panchasiddhantika



وراہا مہیرا، جنہیں وراہا یا مہیرا بھی کہا جاتا ہے، ہندوستان سے تعلق رکھنے والا ایک فلسفی، ماہر فلکیات، اور ریاضی دان تھے جو چھٹی صدی کے پہلے نصف میں سے تھے۔ وہ مالوا کے بادشاہ یسودھر من وکرما دتیہ کے "نوجواہرات" (نوارتن) میں سے ایک تھے۔ وراہا مہیرا موجودہ مدھیہ پردیش کے اُتھین کے رہنے والے تھے اور یونانی، مصری، رومن اور ہندوستانی فلکیات کا مجموعہ پنچ سدا نکا (پانچ ٹریٹیز) تصنیف

کرنے کے لیے مشہور ہے۔ برہت سمہتا، برہت جتک، لاگو جاتکا، اور یوگیتر اوراہا مہیرا کے دیگر چار ادبی کام ہیں۔

Brihat Samhita, Brihat Jataka, Laghu Jataka, and Yogayatra are the other four literary works by Varahamihira

وراہا مہیرا کون تھے؟ چھٹی صدی عیسوی کے ایک ممتاز عالم تھے جنہوں نے فلکیات، ریاضی اور علم نجوم میں اہم شراکت کی ہیں۔ انھوں نے ان موضوعات پر کئی کتابیں لکھیں، جن میں معروف "پانچاسدھانیکا" بھی شامل ہے، جو پانچ فلکیاتی اصولوں سے متعلق ہے۔ انہوں نے ایک

وسیع مقالہ "برہت سمہتا" بھی لکھا، جس میں علم نجوم، فن تعمیر، سیاروں کی حرکات، بادلوں کی تشکیل، چاند گرہن، ٹائم کیپنگ، بارش، موسم، زراعت اور بہت سے دوسرے مضامین شامل ہیں۔

انھوں نے "برہاد سمہتا" اور "برہاد جنگ" میں اپنی کئیں جو جغرافیہ، علم حیوان، سائنس، نباتیات، اور حیوانی سائنس کے متعلق اپنی دریافتوں کا انکشاف کیا۔

انہوں نے یونانی زبان کا مطالعہ کیا اور اپنی تحریر میں یونانیوں کی تعریف کی کہ وہ "سائنس میں اعلیٰ تعلیم یافتہ" تھے۔ وراہامہیرا کی عظمت کا اس سے بڑھ کر کیا ثبوت ہو سکتا کہ ابن بطوطہ اور البیرونی، دو مشہور عرب متلاشی، ان سے علم نجوم کا مطالعہ کرنے کے لیے خاص طور پر ہندوستان آئے تھے۔ اسحاق نیوٹن سے تقریباً 11 سو برس پہلے انہوں نے ثقلی قوت کی وضاحت کی تھی۔

وراہامہیرا کا تاریخی پس منظر: گپتا سلطنت کے دوران، اُجین سکھنے کا مرکز تھا، جہاں فن، سائنس اور ثقافت کے کئی اسکول فروغ پذیر تھے۔ انھوں نے اُجین جانے کا فیصلہ کیا، جہاں علم نجوم اور ریاضی کا مطالعہ کرنے کے لیے دنیا بھر کے علماء اکٹھے ہوتے تھے۔ اور وہاں سے تعلیم حاصل کی۔ اور پھر چندر گپت دوم یا وکرما دتیہ نے علم نجوم کے لیے ان کی قابلیت کو تسلیم کیا، اور انہیں اپنے دربار کے نوجواہرات (نوارتن) میں سے ایک مقرر کیا۔ اپنی ایک تحریر میں، انھوں نے دعویٰ کیا ہے کہ انھوں نے اپنی تعلیم کپیٹھاکا میں حاصل کی تھی۔ ہندوستانی روایت کے مطابق، وراہامہیرا کو مالوا کے بادشاہ یشو دھر من وکرما دتیہ کے دربار میں نوجواہرات یا "نوارتن" کا حصہ مانا جاتا ہے۔

وراہامہیرا کے کارنامے: وراہامہیرا کے ادبی کاموں نے ہندوستانی ادب، فلکیات، اور علم نجوم کی ترقی پر نمایاں اثر ڈالا، اور آج بھی ان کا مطالعہ اور ماہرین علمائے کرام اور ماہرین کی طرف سے تعریف کی جاتی ہے۔ ان کی تحریروں میں فلکیات، ریاضی اور علم نجوم سمیت مختلف مضامین شامل ہیں۔ برہت سمہتا، برہت جنگ، لاگو جاتکا، پنچ سدھانتیکا، سور یہ سدھانت، اور یوگیتران کی چند اہم ادبی تصانیف ہیں۔

پنچ سدھانتیکا (Panch Sidhantika): پنچ سدھانتیکا جو، "پانچ فلکیاتی اصولوں پر مبنی ہیں"، ایک قدیم ہندوستانی ماہر فلکیات اور ریاضی دان، وراہامہیرا کے سب سے اہم کاموں میں سے ایک ہے۔ اسے ہندوستانی فلکیات کی سب سے اہم تحریروں میں سے ایک سمجھا جاتا ہے اور قدیم ہندوستانی سائنس کے میدان میں ایک قابل قدر شراکت ہے۔ اس کتاب میں فلکیات سے متعلق بہت سے موضوعات کا مجمع ہیں جس میں سیاروں کی حرکات، چاند گرہن، آسمانی پیمائش، اور دیگر فلکیاتی مظاہر شامل ہیں۔

برہت - سمہیتا: برہت - سمہیتا یہ فلکیات، علم نجوم، فن تعمیر، جیمولوجی، زراعت، ریاضی، خوشبوؤں، موسموں، بادلوں کی تشکیل، بارش اور دیگر موضوعات پر ایک جامع کام ہے۔ اسے قدیم ہندوستانی ادب کے اہم ترین کاموں میں شمار کیا جاتا ہے۔

برہت جاتکا: برہت جاتکا یہ ایک مشہور علم نجوم کا متن ہے جس میں سیاروں کے مختلف مقامات اور انسانی زندگی پر ان کے اثرات کے بارے میں گہرائی سے معلومات موجود ہیں۔ اس کا مختصر ورژن کے نام سے جانا جاتا ہے، جو ہیومن سائنس کا ایک جائزہ فراہم کرتا ہے۔

سور یہ سدھانت: 1000 قبل مسیح سے پہلے، ہندوستان میں لوگوں نے فلکیاتی آلات کے استعمال کا آغاز کیا، جو کہ فلکیاتی حسابات کے لیے معروف کتاب کی تخلیق کے ساتھ موافق ہے جسے 'سور یا سدھانت' کہا جاتا ہے۔ 'سورج تھیوری' کے طور پر ترجمہ کیا گیا، اس میں ستارے اور سیارے کی پوزیشنوں کی پیمائش شامل ہے۔ اس کے بعد، ہندوستانی ریاضی دانوں نے 'سور یا سدھانت' نظریہ کو سمجھنے کے لیے اپنے آلات اور

طریقہ کار تیار کیے۔ اس دور کی ایک قابل ذکر شراکت ریاضی میں صفر کا تعارف اور حساب کا اعشاریہ طریقہ ہے۔ وراہامہیرا نے اپنے دیگر بیچ سدھانتک مقالوں کے ساتھ ساتھ 'سوریہ سدھانت' کا تنقیدی تجزیہ کیا، جن میں پیتمہا سدھانتس، پالیشا سدھانتس، روماکا سدھانتس، اور وشیشٹ سدھانتس شامل ہیں۔ مزید برآں، آریہ بھٹہ کی تحریریں سوریہ سدھانت کا حوالہ دیتی ہیں۔

وراہامہیرا کی ریاضی میں شراکت: وراہامہیرا کو مثلثیات (ٹریکونامیٹری) فارمولے میں ان کی شراکت کے لیے بڑے پیمانے پر جانا جاتا ہے۔ انہوں نے سائن، cosine، افعال کے ساتھ cotangent اور versine کے افعال کا حساب لگانے کے لیے نئے طریقے ایجاد کیے۔ مزید، انہوں نے آریہ بھٹ کے سائن ٹیبلز کی درستگی کو بہتر کیا۔ انہوں نے صفر اور منفی نمبروں کی الجبری خصوصیات تیار کیں۔ وہ پہلے ریاضی دانوں میں سے ایک تھے جنہوں نے پاسکل کے مثلث کی ایک مختلف شکل دریافت کیا انہوں نے اس کا استعمال دور کنی ضریب معلوم کرنے کے لئے کیا۔

وراہامہیرا کی میراث: وراہامہیرا نے جیوتیشا کے سب سے بڑے مصنف کے طور پر اپنی موت کے بعد بھی شہرت حاصل کی، ان کے ان کاموں سے ریاضیاتی میدان میں تقریباً تمام پہلے ہندوستانی فلکیات سے جڑی تحریروں کو پیچھے چھوڑ دیا۔ بعد میں آنے والے بہت سے ہندوستانی نجومی۔ فلکیات دان اس کی تعریف کرتے ہیں اور ان کے کاموں کو بنیادی ماخذ سمجھتے ہیں۔ 11 ویں صدی کے مصنف البیرونی نے وراہامہیرا کو ایک غیر معمولی ماہر فلکیات کے طور پر بیان کرتے ہوئے اسے بہت زیادہ عزت و احترام دی ہے۔

اس طرح ہم نے دیکھا کہ وہ ایک قدیم ہندوستانی ماہر فلکیات، ریاضی دان، اور نجومی تھے۔ انہوں نے فلکیات، ریاضی اور علم نجوم میں اہم شراکت کی، اور ان کے کام بنیادی طور پر برہمت سمہتا، اور پنچسیدھانتکا میں پائے جاتے ہیں۔ انکی ریاضی کی اس خدمات سے اس زمانے میں ریاضی کو مالا مال کیا جس وقت دنیا کے باقی لوگوں نے اس میدان میں کوئی خاص توجہ نہیں کی تھی۔

اپنی معلومات کی جانچ کریں (Check Your Progress)
سوال: برہمہ گپتا کی تحریر کردہ کتابوں کے نام لکھئے۔
سوال: وراہامہیرا کی چند اہم ادبی تصانیف کے نام لکھئے۔

2.2.6 شکنتا دیوی (1939 – 2014) (Shakuntala Devi)

Human Computer

شکنتا دیوی ایک ریاضی داں تھی، جنہوں نے اپنے غیر معمولی صلاحیتوں کے ذریعے ریاضی کے حسابات کے جادو (Magic of Mathematics) کو آسان بنانے کی کوشش کی۔ ان کی حکمت اور باصلاحیت شخصیت نے پوری دنیا کے لاکھوں طلباء کو متاثر کیا ہے۔



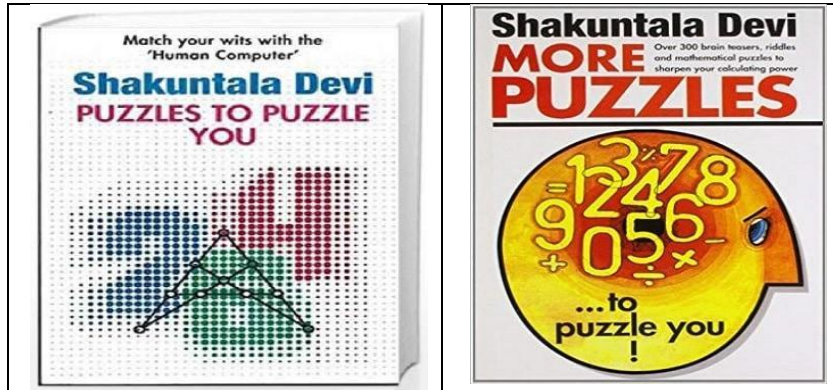
شکنتا دیوی کون تھی؟ 4 نومبر 1929ء کو مینگلورو، کرناٹکا میں پیدا ہوئی تھی، وہ مشکل سے مشکل ریاضیاتی اعداد شمار کرنے میں بے مثال ہنر اُن میں تھا۔ اُنہوں نے بہت ہی کم عمر میں دُنیا بھر میں اپنا ریاضی شوز کے ذریعے ریاضی میں اپنی غیر معمولی صلاحیتوں کو پیش کیا۔ اُن کی اس بہترین کارکردگی اور مہارت کی وجہ سے انسانی کمپیوٹر (Human Computer) کے نام سے مشہور ہوئیں۔

وہ ایک مصنفہ بھی تھی اور اُنہوں نے علم ریاضی میں بے شمار پہلیاں اور ریاضی کے گیمز پر کتابیں تحریر کیں اور اپنی حکمت کا مظاہرہ کیا، جس کا ذکر درج ذیل ہیں۔

- ہمارے پاس دوپانسے / مہرے ہیں بتائیے وہ کتنے طریقوں سے پھینکے جاسکتے ہیں۔
- حسابی سلسلے میں وہ تین صحیح اعداد کون سے ہیں جن کا حاصل ضرب مفرد عدد ہے۔
- خط استوا پر دو ایک جیسی ٹرینیں مخالف سمتوں میں پوری دنیا کا سفر شروع کرتی ہیں۔ وہ ایک ساتھ شروع کرتے ہیں، ایک ہی رفتار سے دوڑتے ہیں، اور مختلف پٹریوں پر ہیں۔ دونوں ٹرینیں ایک ہی وقت میں اپنے پیسے کو ختم کر دیں گی۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ٹرینوں کی رفتار اور یہ حقیقت ہے کہ وہ مخالف سمتوں میں سفر کر رہی ہیں اس شرح کو متاثر نہیں کرتی جس پر ان کے پیسے چلتے ہیں۔ پیسے پر ٹوٹ پھوٹ کا تعین سفر کی سمت یا رفتار سے نہیں بلکہ طے کیے گئے فاصلے سے ہوتا ہے۔

Shakuntala Devi has also written numerous books, some of which are –

1. Puzzles to Puzzle You,
2. Fun with Numbers,
3. Astrology for you &
4. Math ability.



ریاضی کے ماہر کی ابتدائی زندگی :

شکنتلادیوی کے والدین مینگورو میں رہتے تھے اور ان کا تعلق ایک اعلیٰ برہمن خاندان سے تھا۔ محض 3 سال کی چھوٹی سی عمر میں ہی ان کے والد سدھارا راجارو نے کارڈ کھیلنے کے دوران ان کی ریاضیاتی صلاحیتوں کو دریافت کیا۔ ان کی ریاضیاتی قابلیت کو پہچان لیا تھا اور بعد میں ان کے والد دیگر اسکولوں اور کالجوں میں میٹھرشوز (Mathematics shows) کرنے کے لئے ان کے ساتھ جاتے تھے۔

صرف 6 سال کی عمر میں شکنتلادیوی نے میسوریونیورسٹی میں ریاضی کے مشکل اور پیچیدہ علم حساب کے سوالات کو بغیر کیکیولیٹر کے انتہائی کم وقت میں حل کر لیا تھا۔ اس طرح انہوں نے اپنا پہلا عوامی مظاہرہ کیا تھا۔ انہوں نے بہت مشکل جزر المربع اور جزر المکعب، مرکب اعداد، ضرب، آٹھ سے دس عدد کے صرف چند سیکنڈ میں جواب دے کر وہاں موجود تمام لوگوں کو حیرت زدہ کر دیا تھا۔ انہوں نے یہ سب کچھ بغیر کسی رسمی تعلیم کے حاصل کیا تھا۔ بعد میں 8 سال کی عمر میں اناملائی یونیورسٹی میں اپنی غیر معمولی مہارت دکھائی جو لوگ ان کے شوز میں شریک ہوتے تھے وہ علم و حساب کی ان کی اس صلاحیت کو جانچنے کے لیے مختلف اعداد سے متعلق سوالات پوچھتے مثلاً (حال میں موجود کسی کی بھی سالگرہ کی تاریخ آج اتنے سال، مہینہ اور گھنٹے ہیں تو (x) سال بعد کتنی ہوگی تلاش کرنے کے لیے کہتے تھے)۔ شکنتلادیوی ان کے جوابات ان کے توقع سے زیادہ مکمل صحیح اور کم وقت میں دے دیا کرتی تھی۔ اس صلاحیت سے یونیورسٹی کے پروفیسرز بھی حیران ہوتے تھے کہ شکنتلادیوی کم وقت میں صحیح جوابات کیسے دیتی؟

شکنتلادیوی کا کہنا تھا "اعداد میں جان ہوتی ہے اور محض کاغذ پر علامات نہیں ہوتے ہیں۔"

اس طرح سے مزید چند مظاہرات کے بعد شکنتلادیوی نے 8 سال کی عمر میں اپنی غیر معمولی مہارت دکھائی اور ایک کمن child prodigy کے طور پر اپنی شناخت بنائی۔

شکنتلادیوی کے اعزازات: اپنی اس دانشورانہ ریاضی کی صلاحیتوں کے لیے انہیں دُنیا کے مختلف اعزازات سے نوازا گیا۔

1969 (1 Distinguish Women of the Year)ء میں یونیورسٹی آف فلپائن نے شکنتلادیوی کو سال کی ممتاز خاتون سے سرفراز کیا۔ Gold medal کے اعزاز سے نوازا۔ اور ایک طلائی تمغہ

1977 (2)ء میں ایک مظاہرہ کے دوران شکنتلادیوی کو دوسو ایک ہندسی عدد کا 23 واں جزر (201) معلوم کرنے کے لیے کہا گیا اور انہوں نے صرف 50 سیکنڈ میں بالکل صحیح جواب دیا۔

18 جون 1980ء میں امپریل کالج، لندن میں تیرا ہندسی اعداد کا حاصل ضرب کمپیوٹر سے زیادہ تیز وقت میں محض 28 سیکنڈ میں معلوم کرنے کے کارنامے پر ان کا نام گنیز بک آف ریکارڈ میں شامل کیا گیا۔ تیرا ہندسی اعداد جیسے 7، 686، 369، 774، 870 ضرب 2، 465، 099، 745، 779 یہ نمبر ترتیب طور پر دیئے گئے تھے اور انہوں نے صرف 28 سیکنڈ میں اُس کا صحیح جواب دے دیا۔ اُس سے ان کی دُنیاوی شہرت ہوئی۔ اعداد شمار کرنے کے لیے کبھی بھی کوئی کاغذ یا قلم کا استعمال نہیں کرتی تھیں، یہ ان کی ذہنی صلاحیت تھی کہ وہ اپنے ذہن میں اُس کا صحیح جواب کا تعین کرتی تھیں۔

1988 (4 Ramanujan Mathematical Genius Award)ء میں انہیں واشنگٹن ڈی سی میں نوازا گیا۔

1995ء میں دو تیرا ہندسی اعداد کا حاصل ضرب کمپیوٹر سے زیادہ تیز صحیح جواب معلوم کرنے کے اس کارنامے پر اُن کا گنیز بک آف ورلڈ ریکارڈ میں نام شامل کیا گیا۔

Life Time Achievement Award 2013ء میں سے نوازا گیا۔

شکنتلا دیوی، جسے اکثر "ہیومن کمپیوٹر" کہا جاتا ہے، ایک مشہور ہندوستانی ریاضی دان تھیں جو اپنی غیر معمولی ذہنی حساب کی صلاحیتوں کے لیے مشہور تھیں۔ اگرچہ وہ ریاضی کے مخصوص حوالوں کے لیے اتنی مشہور نہیں ہیں، لیکن ان کی زندگی اور کام ریاضی کی اہمیت اور دماغی حساب کتاب کی مہارت کو فروغ دینے کے لیے وقف تھے۔ ان سے متعلق کہا گیا،

"ریاضی کے بغیر، آپ کچھ بھی نہیں کر سکتے۔ آپ کے آس پاس کی ہر چیز ریاضی ہے۔ آپ کے آس پاس کی ہر چیز نمبر ہے۔"

"Without mathematics, there's nothing you can do. Everything around you is mathematics.

Everything around you is numbers."

شکنتلا دیوی کا زندگی کا سفر 21 اپریل 2013ء کو ختم ہوا۔ اُن کے ساتھ ہندوستان کے ریاضی کے ماہرین جس میں اُن کو ریاضیاتی مہارت، قابل احترام نجومی، متاثر کن، مصنف کار ریاضیاتی دُنیا سے خاتمہ ہو گیا۔ اُن کی اپنی سوچ اور کاموں کے ذریعہ مستقبل میں بھی یاد کی جاتی رہے گی۔ یہ شکنتلا دیوی کی لاجواب صلاحیتوں کو جاننا شاید کبھی کافی نہ ہو، ان جیسی ذہین، فطین شخصیات روز پیدا نہیں ہوتی۔ ریاضی کے تئیں اُن کے والہانہ عشق اور جدوجہد نے اُن کو ایک مثالی شخصیت کے طور پر ابھارا، اور وہ ہمارے لیے باعث فخر بن گئیں۔

2.2.7 مختلف تعلیمی کمیٹیوں کی سفارشات

1. راڈھا کرشنن کمیشن (Radhakrishnan Commission, 1948-49)

اعلیٰ تعلیم میں ریاضی کو سائنس، انجینئرنگ اور ٹیکنالوجی کی بنیاد قرار دیا۔
بنیادی سطح پر ریاضی کی مضبوط تعلیم کی ضرورت پر زور دیا۔

2. سیکنڈری ایجوکیشن کمیشن (Mudaliar Commission, 1952-53)

ریاضی کو ثانوی سطح پر لازمی مضمون قرار دیا۔
طلبہ کی ذہنی نشوونما اور منطقی سوچ کے فروغ کے لیے ریاضی پر زور۔
تدریس کو عملی زندگی اور سائنس و ٹیکنالوجی کے تقاضوں سے جوڑنے کی سفارش۔

3. کوٹھاری کمیشن (Kothari Commission, 1964-66)

$3+2+10$ تعلیمی ڈھانچہ تجویز کیا، جس میں ریاضی کو نمایاں مقام دیا گیا۔
ریاضی کو سائنسی اور تکنیکی ترقی کا بنیادی ذریعہ قرار دیا۔
طلبہ کی استعداد اور دلچسپی کے مطابق نصاب کو یکدم بنانے پر زور۔

ریاضی کی تعلیم میں جدید تدریسی طریقوں (مثلاً آڈیو-ویڈیو، لیبارٹری ایڈز، لیبارٹری ایڈز) کی سفارش۔
4. نیشنل کرکیمولم فریم ورک (NCF, 1975, 1988, 2000, 2005)

ریاضی کو ذہنی نشوونما اور مسئلہ حل کرنے کا آلہ قرار دیا۔

ریاضی کو زندگی سے جوڑنے پر زور (Mathematics for life, not just for examination)۔

تحلیقی اور سرگرمی پر مبنی تدریس (Activity-based learning) کی سفارش۔

2005 کے NCF نے ریاضی کے خوف کو کم کرنے اور اسے خوشگوار بنانے پر زور دیا۔

5. یشرپال کمیٹی (Yash Pal Committee, 1993) – “Learning Without Burden”

طلبہ پر ریاضی کے غیر ضروری دباؤ کو کم کرنے کی سفارش۔

نصاب کو آسان اور بامعنی بنانے پر زور۔

6. نیشنل نالج کمیشن (NKC, 2005-08)

ریاضی کو قومی ترقی اور تحقیق کا بنیادی ذریعہ قرار دیا۔

ریاضی کی تعلیم میں ICT (Information and Communication Technology) کے استعمال کی سفارش۔

7. راممورتھی کمیٹی (Ramamurti Committee, 1990)

تعلیمی نظام میں مساوات اور معیار کے فروغ کے لیے ریاضی کو کلیدی مضمون قرار دیا۔

ثانوی سطح پر ریاضی کے نصاب میں عملی اطلاقات (Applications) شامل کرنے کی سفارش۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

سوال: رامانجن کی ریاضی میں دلچسپی کو بیان کریں۔

سوال: شکنتلادیوی کو جو اعزازات سے نوازا گیا اس کے نام تحریر کریں۔

2.3 خلاصہ (Summary)

ریاضیاتی علم کی ترقی میں مختلف ریاضی دانوں کی گرانقدر خدمات شامل ہیں جنہوں نے اپنے علم و تحقیق سے اس میدان کو نئی سمت دی۔ ان میں نمایاں ہندوستانی ریاضی دان آریہ بھٹ، برہماگپت، وراہمہیرا، بھاسکر اچاریہ، سری نواسا رامانجن اور شکنتلادیوی شامل ہیں۔ بھارت کے

پہلے مصنوعی سیارے کو ”آریہ بھٹ“ کا نام دیا گیا، جو عظیم ریاضی دان اور ماہر فلکیات آریہ بھٹ (اول) کے اعزاز میں رکھا گیا تھا۔ بھاسکر اچاریہ نے ریاضی کی تدریس کے لیے مؤثر اور منظم طریقہ تدریس پیش کیا، جسے ایک نمایاں کارنامہ سمجھا جاتا ہے۔ ہر سال 22 دسمبر کو قومی یوم ریاضی سری نواس رامنجن کی یاد میں منایا جاتا ہے، تاکہ ان کی خدمات کو خراج عقیدت پیش کیا جاسکے۔ برہماگپت نے ذوالربعۃ الاضلاع کے رقبے کے فارمولے وضع کیے اور وہ پہلے ہندوستانی ریاضی دان تھے جنہوں نے صفر کے استعمال کو متعارف کروا کر حساب کے بنیادی اصول—جمع، تفریق اور ضرب—کو واضح کیا۔ یہ تمام کارنامے اس بات کا ثبوت ہیں کہ ہندوستان نے ریاضی کے میدان میں دنیا کو انمول علمی ورثہ عطا کیا ہے۔

2.4 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- ریاضی کے میدان میں ہندوستان کے مختلف ریاضی دانوں کی خدمات اور ان کے نظریات سے واقف ہو سکیں گے۔
- ریاضی کے میدان میں ریاضی دانوں کے تعاون کی تعریف کر سکیں گے۔
- ریاضی کی تاریخ میں ریاضی دانوں کے خدمات کو تدریس میں ضم کر کے عمل آواری کر سکیں گے۔

2.5 فرہنگ (Glossary)

ثقلی قوت	Gravitational Force
تفریقی حسابات	Differential Calculus
دائرہ کا محیط	Circumference of Circle
مساحت	Mensuration
ماہر فلکیات	Astronomy اس شخص کو کہا جاتا ہے جو فلکیات کی تعلیم رکھتا ہو۔
دیوناگری	لاٹینی زبان : ایک خطاط یا حروف تہجی کی ایک قسم ہے جس میں دنیا کی بہت سے زبانیں (مثلاً ہندی، مراٹھی، نیپالی، Devanagari وغیرہ) اِرقام کی جاتی ہیں۔

2.6 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

- 1- ریاضی میں صفر کی کھوج کس ریاضی دان نے کی۔
(A) آریہ بھٹ (B) برہماگپت (C) بھاسکر اچاریہ (D) رامنجن
- 2- لامحدود (Infinity) کا تصور کس ریاضی دان نے دی۔

- 3- Lilavati "کتاب کی تصنیف کس ریاضی دان نے کی۔
(A) بھاسکر آچاریہ (B) آریہ بھٹ (C) رامانجن (D) برہمہ گپت
- 4- ---- کو انسانی کمپیوٹر اعزاز سے نوازا گیا۔
(A) آریہ بھٹ (B) بھاسکر آچاریہ (C) فیتا غورث (D) شکنتا دیوی
- 5- پہلے ہندوستانی خلائی سیارے (Satellite) کا نام ---- ریاضی دان کے نام سے منسوب ہے۔
(A) برہمہ گپت (B) وراہما مہیرا (C) رامانجن (D) شکنتا دیوی
- 6- ---- ریاضی دان کا تعلق اجین ریاست مدھیہ پردیش سے تھا۔
(A) آریہ بھٹ (B) بھاسکر آچاریہ (C) برہمہ گپت (D) رامانجن
- 7- Ganita pada کو ---- کس ریاضی دان نے تصنیف کی۔
(A) برہمہ گپت (B) شکنتا دیوی (C) آریہ بھٹ (D) رامانجن
- 8- Puzzles to puzzle you "یہ کتاب ---- نے لکھی ہے۔
(A) آریہ بھٹ (B) وراہما مہیرا (C) رامانجن (D) ان میں سے کوئی نہیں۔
- 9- The man who knew Infinity "کس ریاضی دان پر باپوک ہے۔
(A) شکنتا دیوی (B) ایوکلڈ (C) رامانجن (D) رینے ریکارٹ
- 10- ---- میں منفی اعداد کے اوپر کے نقاط کو لگا کر تعبیر کیا گیا ہے۔
(A) رامانجن (B) فیتا غورث (C) ہارڈی (D) ان میں سے کوئی نہیں۔
- (A) Graph gaint (B) Bijaganita (C) Ganitapada (D) Goladh yaya

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

- 1- ریاضی کے تین بھاسکر آچاریہ کی خدمات کو مختصر لکھئے۔
- 2- آریہ بھٹ کا جیومیٹری میں اشتراک کو مثال کے ذریعے لکھئے۔
- 3- وراہما مہیرا کا جیومیٹری میں اشتراک کو مثال کے ذریعے لکھئے۔
- 4- شکنتا دیوی کو انسانی دماغ کیوں کہا جاتا تھا، مختصر انوٹ لکھئے۔
- 5- برہمہ گپت کی زندگی اور پس منظر پر روشنی ڈالیں۔

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

- 1- اعداد کے نظریہ کے فروغ میں رامانجن کے تعاون کی فہرست بنائیے اور اسے مثالوں کے ذریعے سمجھائیے۔

- 2- ریاضی کے شعبہ میں بھاسکر اچاریہ کی لیاوتی میں جملہ 13 یونٹس کو تفصیل سے لکھئے۔
 - 3- "Father of Indian Mathematics" آریہ بھٹ کو کیوں کہا جاتا ہے، اس پر تفصیلی روشنی ڈالیں۔
 - 4- برہمہ گپت کے علم الحساب (الجبرا) میں جو اہم شراکت کی اسے مثالوں کے ذریعے وضاحت کریں۔
 - 5- میدان ریاضی میں ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات کا تفصیلی جائزہ پیش کریں۔
- جوابات: برہمہ گپت، آریہ بھٹ، بھاسکر اچاریہ، شکتیادوی، آریہ بھٹ، شکتیادوی، رامانجن، Bijaganita

2.7 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Materials)

- صدیقی محمد محمود، (2018)، تدریس ریاضی، اکائی 1- ریاضی کا تعارف، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد۔
- محمد عبدالمناف، طریقہ تدریس ریاضی، دکن پبلیکیشن، حیدرآباد۔
- سہیل احمد خان، تدریس ریاضی زیر تربیت اساتذہ کے لئے، ایجوکیشن بک پبلیکیشن اورنگ آباد۔
- Anice James, (2012), Methods of Teaching Mathematics, Neelkamal Publication PVT.LTD New Delhi India.
- Aggarwal, S.M, Teaching of Modern Mathematics.
- Chaman Lal Banga, (2015) Teaching Mathematics, Shipra Publications, New Delhi India.
- Madhu Sahani, (2019), Pedagogy of Mathematics, Vikas Publishing House PVT.LTD, Noida New Delhi India.
- Mangal, S. K. (1993), Teaching of Mathematics, New Delhi, Agra Book Depot.
- Rambabu & Others, (2019), Pedagogy of Maths Education, Neelkamal Publication PVT.LTD New Delhi India.
- Siddhu. K.S (1990), Teaching of Mathematics, Sterling Publications New Delhi.
- https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Aryabhata-5_%281%29.jpg
- <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Strick/bhaskara.pdf>
- <https://www.pinterest.com/pin/791296597009582218/>
- <https://ar.inspiredpencil.com/pictures-2023/brahmagupta-mathematician>
- <https://vedicmathschool.org/bhaskara-1/>
- <https://hrj.episciences.org/7429/pdf>

- <https://vedicmathschool.org/story-of-hardy-ramanujan-number-1729>
- <https://testbook.com/ias-preparation/varahamihira/>
- <https://vedicmathschool.org/shakuntala-devi/>
- <https://www.cuemath.com/learn/bhaskara-ii/>
- <https://vajiramandravi.com/quest-upsc-notes/srinivasa-ramanujan/>
- <https://en.wikipedia.org/wiki/Aryabhata>
- <https://vagartham.blogspot.com/2008/09/aryabhattachas-numerical-encoding.html/>

اکائی-3

مغربی ریاضی دانوں کی خدمات

(Contributions of Western Mathematicians)*

3.0	تمہید (Introduction)
3.1	مقاصد (Objectives)
3.2	مغربی ریاضی دانوں کی خدمات (Contributions of Western Mathematicians)
3.2.1	اقلیدس (Euclid)
3.2.2	فیثاغورث (Pythagoras)
3.2.3	رینے ڈسکارٹس (Rene Descartes)
3.2.4	جارج کینٹر (George Cantor)
3.3	خلاصہ (Summary)
3.4	اكتسابی نتائج (Learning Outcomes)
3.5	فرہنگ (Glossary)
3.6	نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)
3.7	تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

3.0 تمہید (Introduction)

دنیا بھر میں آج ریاضی نے جو مقام حاصل کیا اور ریاضی علم نے جو ترقی کی، وہ ریاضی دانوں کی انتھک محنت اور دریافتوں کا نتیجہ ہیں۔ کئی ریاضی دانوں کی خدمات سے یہ ترقی حاصل کی ہیں۔ انکی بیش بہا اور قیمتی خدمات کی وجہ ہیں جو ان میں سے اکثر کو ہمیشہ یاد رہنے والے ریاضی دان اور لافانی بنادیا۔ نسل انسان ان کے کارنامے ہمیشہ یاد رکھے گی ان مشہور و معروف ریاضی دانوں کی سوانح حیات آنے والے طلباء

* Dr. Shaheen Parveen, Assistant Professor, MANUU CTE, Aurangabad

اور اسکالران کے کاموں سے متاثر ہوتے ہوئے ریاضی کی تئیں اپنی دلچسپیوں کو برقرار رکھیں گے۔ اس یونٹ میں ایسے چند ریاضی دانوں کے خدمات کے بارے میں بحث کی گئی ہے۔

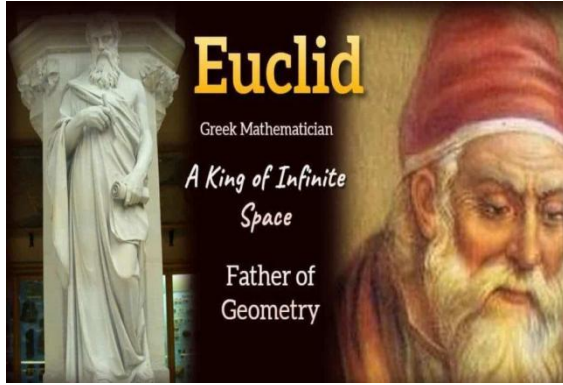
3.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ،
- (1) ریاضی کے میدان میں مغربی ریاضی دانوں کے مختلف ریاضی دانوں کی خدمات کا جائزہ پیش کر سکیں۔
- (2) ریاضی کے میدان میں ریاضی دانوں کے تعاون کی تعریف کر سکیں۔
- (3) ریاضی کی تاریخ میں مغربی ریاضی دانوں کی خدمات کو ضم کر سکیں۔

3.2 مغربی ریاضی دانوں کی خدمات (Contribution of Western Mathematician)

3.2.1 اقلیدس (Euclid) (325 BC to 265 BC)

Elements of Euclid: The Father of Geometry



بے بی لون میں (323 BC) 334 قبل مسیح میں سکندر اعظم نے پرشیا (ایران) کو فتح کرنا شروع کیا جب وہ وفات پایا اس وقت تک تقریباً مشرق یونان کی سلطنت میں آچکا تھا۔ سکندر اعظم کی پوری سلطنت اس کے جزلوں میں بٹ گئی۔ اور 3 بڑی بڑی سلطنتیں وجود میں آئیں۔ مصر، پٹولومیس کے تحت، میسوپولومیا اور سائریا، سیلوسڈس کے تحت اور میکیدونیا نئی جونس اور اس کے ماتحت، مصر اور اسکندریہ جو نیا پایہ تخت تھا اسے سمندر کے کنارے پر آباد کیا گیا جو ملینسٹک دنیا کا ذہنی اور معاشی مرکز بنا۔

اس زمانے میں پروفیشنل سائنس دان متعارف ہوئے جنہوں نے علم کی خاطر اپنی زندگی وقف کر دی جو اپنے حلقے کے لوگوں کے نمائندے سکندریہ میں رہے جہاں پر پٹولومحانے ایک جامعہ بنایا تھا جسے میوزیم کا نام دیا گیا جس کی لائبریری بہت مشہور تھی۔ یہاں یونانی سائنس اور ادب کے ورثے کی حفاظت اور اس کی نشوونما اور ترقی کا کام کیا جاتا تھا۔ اس جامعہ کی ترقی بہت بہتر تھی۔ اسی مدرسے کے پہلے اسکالر جو اسکندریہ سے متعلق تھے اُن کا نام اقلیدس (Euclid) تھا انھوں نے جیومیٹری کی تعلیم حاصل کی اور اس میں وہ مشہور بھی ہوئے انھوں نے ریاضی کے معلم کی حیثیت سے کام کیا۔ اقلیدس جنہیں تمام وقتوں کا بہت ہی پر اثر ریاضی داں کہا جاتا ہے۔ وہ ایک ممتاز ریاضی داں تھے جنھوں نے اپنے وقت کے تمام ریاضیاتی علم کا خلاصہ تیار کیا تھا۔ اقلیدس کا کہنا تھا "جیومیٹری کے لئے شاہی راستہ نہیں ہیں" انھوں نے ریاضیاتی علم کو منظم کیا اور جیومیٹری کے مواد کو منطقی بنیاد پر یکجا کر کے اسے کتاب کی شکل دی وہ کتاب دنیا بھر میں جیومیٹری کی ایک

مستند کتاب مانی جاتی تھی اس کتاب کی 13 جلدیں تھیں۔ اس کے علاوہ انھوں نے دیگر کتابیں لکھیں ان کتابوں میں ایک کتاب ڈاٹا (Data) کے نام سے لکھی گئی جس میں الجبراء کا استعمال جیومیٹری میں کیا گیا مگر زبان جیومیٹری کی استعمال ہوئی ایسی بہت سی کتابیں تھیں مگر کتنی کتابیں اقلیدس کی تھیں اور کتنی کتابوں کو انھوں نے ترتیب دیا تھا یہ پہلی ریاضی کی کتابیں تھیں جنہیں یونانی علم سے محفوظ کیا گیا۔

اقلیدس کی کتاب ایلیمینٹ مغربی دنیا میں بائبل کے بعد بہت زیادہ پڑھی جانے والی کتاب کے طور پر مشہور ہے۔ پرنٹنگ کی ایجاد کے بعد تقریباً اس کے 1000 ایڈیشن شائع ہو چکی تھیں بہت سے اسکولوں میں جیومیٹری کی تقریباً ایلیمینٹ 13 میں سے 8، 9 کتابیں استعمال ہوتی رہیں اور ہماری بنیادی تعلیم میں اقلیدس جیومیٹری کا بڑا حصہ ہے۔ پیشہ ور ریاضی دانوں کے لیے ان کتابوں سے لا تعلقی ممکن نہیں استدلالی ڈھانچہ نے ان کی سائنسی سوچ پر اتنا اثر ڈالا کہ ایسا دنیا کی کسی کتاب نے نہ ڈالا ہو گا۔

اقلیدس کی پیش کش زیادہ تر منطقی استخراجی طریقے پر منحصر تھی "ایلیمینٹ" کی جملہ 13 کتابوں میں ہر ایک کتاب تعریفوں مفروضات مشترکہ رائے اور مشوروں پر مشتمل تھیں۔ ہر جملہ statement کو مکمل ثبوت کے ساتھ پیش کیا گیا تھا۔ ہر کتاب کے ابتدا میں ہر شکل کی تعریف کو بیان کیا گیا تھا کتاب میں ہر ایک مسئلہ کا ثبوت معیاری طور پر سمجھایا گیا تھا۔ مسائل کی وضاحت عام اصطلاحات میں کی گئی تھی جہاں کہیں بھی عمل کی ضرورت تھی وہاں ثبوت اور نتائج پیش کئے گئے۔

کتاب ایلیمینٹ، تعریفات اور پانچ مفروضات سے شروع ہوتی ہیں شروع کے تین مفروضات عملی کام پر منحصر ہیں، چوتھے مفروضہ میں زاوے قائمہ مساوی ہوتے ہیں اس تصور پر مبنی ہیں پانچواں جو متوازی خطوط پر ہیں جس میں یہ بتایا گیا کہ کسی نقطہ سے صرف ایک non Euclidian ہی متوازی خط کھینچی جاسکتی ہے۔ 19 ویں صدی کے مفروضات رو بہ عمل رہیں۔

Element 1-4)) - اقلیدس کی پہلی چار کتابیں پلین جیومیٹری (Plane geometry) پر لکھی گئیں اس میں یہ پس کیا گیا کہ، کسی خط کے دو حصے اس طرح ہیں کہ بڑے اور چھوٹے کی نسبت برابر ہوتی ہے، زاویے کی بنیادی خصوصیات سے مثلثوں کی مماثلت پر بحث کی گئی ہیں، رقبوں کی مساویت فیثاغورث کا مسئلہ کی عمومیت کو ظاہر کرتی، مربع کو دیئے ہوئے مستطیل کے برابر بنانا دائرہ کی خصوصیات کی تفصیلات اور منتظم کثیر ضلعی اشکال کی بناوٹ، متوازی الاضلاع مثلثات کے تعلق وغیرہ پر اس کتاب میں تذکرہ کیا گیا ہیں۔

(Element 5) پانچویں کتاب میں یوڈوکرس کا نسبت کا کلیہ جیومیٹرک شکل صورت میں دیا گیا ہے۔

(Element 6) چھٹی کتاب میں پلین جیومیٹری کا تذکرہ کیا گیا جو اہم مستوی شکلوں کی مشابہت میں استعمال کیا گیا، یہاں ہم دوبارہ فیثاغورث کے مسئلہ کا اعادہ کرتے ہیں (کتاب 6 بیان 30، 31) لیکن نسبت پر مشتمل ضابطے، مشابہت کی تعریف، اس نے بعد کے اسٹیج پر ایک بڑے فرق کو جو اقلیدس کی پلین جیومیٹری کی پیش کش تھی اور مزید اس کتاب میں موجود اقلیدس نے یوڈوکرس کے کلیہ پر زیادہ زور دیا ہے۔ اس حصہ میں نسبت کے نظریات کو جیومیٹری میں استعمال کئے گئے، خاص کر کے مثلثات متوازی اضلاع، رقبہ معلوم کرنے کے اطلاقی جیومیٹری کے ذریعے سہ رکنی جملوں کو حل کرنے کے طریقے سے متعارف کروایا۔

اس جیومیٹرک بحث کو اقلیدس نے اپنی دسویں کتاب میں بھی پیش کیا لیکن اسے مشکل ترین اقلیدس کا کلیہ کہا جاتا ہے جس میں ہندسی جماعت بندی مربع غیرہ ناطق اور ان کے مربعی جزر کا ذکر ہے۔ جذری مقداروں کی صورت میں حل کرتے ہیں۔

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

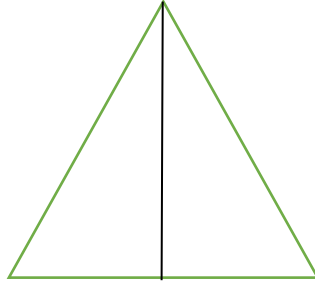
(Element 7-9) میں Number theory عددی نظام پر بحث کی گئی لیکن اس میں تحسیمی تکنیک کے بجائے فیثاغورثی مضامین جیسے صحیح اعداد کی تقسیم پذیری جیومیٹرکل سیریز کا اجتماع اور مفرد اعداد کی چند خصوصیات کا تذکرہ ہے ساتھ ہی ساتھ مسلسل نسبت و تناسب اور 9 ویں کتاب اس بات کو ثابت کرتی ہے کہ لامتناہی اعداد موجود ہیں۔

$$1,960 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7 \text{ (Fundamental theorem of Arithmetic)}$$

$$N = 2^k (1 + 2 + 4 + \dots + 2^k)$$

(Element 10) دسویں کتاب کا ایک چوتھائی حصہ جو خطوط اور رقبے کی درجہ بندی، خط تقاطع کی اہمیت اور غیر متناسب طریقے پر مبنی ہے۔ جو اس طرح ثابت کی گئی، دی گئی محدود خط مستقیم کو خط تقاطع کو دو طرفہ کرنے کے متعلق،

To bisect a given finite straight line



(Element 11-13) آخر کی 3 کتابیں (خالص) جیومیٹری کی ہیں جس میں سولڈ زاویے کا ذکر ہے، مستطیلی استوانہ، دائرے کا رقبہ، کرہ کے حجم، متوازی الاضلاع کے ٹھوس سہ ابعادی اشیاء کا تقاطع اور مکعب، آٹھ ضلعی، دس ضلعی، ہشت ضلعی کی بناوٹ اور 5 منتظم شکلوں پر بحث اور اس کے ثبوت کہ وہ شکلیں وجود رکھتی ہیں کے تعلق سے بحث کی گئی ہے۔

Books 1-6 covers the topics of plane geometry,

Books 7-9 covers the topics of number theory,

Book 10 covers the topics of Eudoxus's theory of irrational numbers,

Books 11-13 covers the topics of a solid geometry.

Euclid: 13 Elements

Book I	Triangles, parallels, and area

Book II	Geometric algebra
Book III	Circles
Book IV	Constructions for inscribed and circumscribed figures
Book V	Theory of proportions
Book VI	Similar figures and proportions
BOOK VII	Fundamentals of number theory
Book VIII	Continued proportions in number theory
Book IX	Number theory
Book X	Classification of incommensurables
Book XI	Solid geometry
Book XII	Measurement of figures
Book XIII	Regular solids

ایلیمنٹ لکھنے کا اقلیدس کا مقصد تھا، کہ وہ تین انکشاف کو ایک ساتھ لانا چاہتا تھا، لیوڈوکرس کی تناسب کا مسئلہ، تھیکسٹس (Theaetetus) کا غیر ناطق اعداد کا مسئلہ اور 5 منتظم اجسام کا مسئلہ جو پلوٹو کی (Cosmology) میں ایک اہم مقام رکھتی ہے اور یہ تینوں یونانیوں کے نمایاں کارنامے ہیں،

19 ویں صدی میں اقلیدس کی عقل و فہم کو سراہا گیا، اقلیدس نے منطقی کی بنیاد پر پانچ عام تصورات تجویز کیے، جیسے کہ "ایک ہی چیز کے برابر چیزیں برابر ہیں"

Things which are equal to the same thing are also equal.

اور پانچ ناقابل ثابت لیکن فطری اصول جنہیں محور کے نام سے جانا جاتا ہے۔ جدید فقروں میں بیان کردہ محورات درج ذیل ہیں،

1- ایک خط محدود، ایک مسلسل خط مستقیم پر کھینچا جاسکتا ہے۔ A straight line segment can be prolonged indefinitely

2- سبھی قائمہ زاویے ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔ All right angles are equal

3- کسی مرکز سے ایک متعین فاصلے پر ایک دائرہ کھینچا جاسکتا ہے۔

4- کسی بھی نقطہ سے کسی بھی دوسرے نقطے تک ایک خط مستقیم پر کھینچا جاسکتا ہے۔

5- اگر دو خط مستقیم اس طرح قطع کرے کہ ایک ہی جانب کے دونوں اندرونی زاویوں کا مجموعہ دو قائمہ زاویوں سے کم ہو تب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کریں گے۔

اقلیدس کی خدمات: اقلیدس کے اقوال بھی قابل توجہ ہیں۔

“The laws of nature are but the mathematical thoughts of God”

جیومیٹری کے لیے کوئی شاہی راستہ نہیں ہے۔ “There is no Royal Road to Geometry.”

Euclid Books

1. Euclid's Elements
2. Euclid's Optics
3. Data (Euclid)
4. The Thirteen Books of Euclid's Elements
5. Euclid's Phaenomena
6. Les Oeuvres d'Euclide
7. Papyrus Oxyrhynchus 29
8. Euclid's Elements of Geometry

• ایک زاویہ کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرنا۔

• کسی ملعب کا دو گنا کرنا

• مفرد اعداد لا محدود ہوتے ہیں۔

• غیر ناطق اعداد سے متعلق ایسے مسائل حل کرنا

• مفرد اعداد لا محدود ہوتے ہیں۔ Concept of prime number

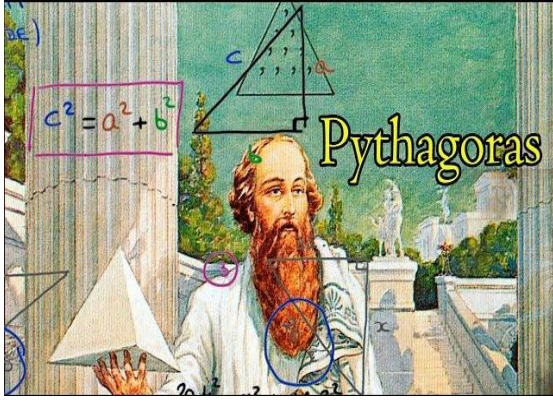
• اقلیدس نے دو اعداد کا مشترک عدا اعظم معلوم کرنے کے لئے ایک طریقہ متعارف کروایا۔

اقلیدس ایک یونانی ریاضی دان تھے جسے جیومیٹری کا باب (فاڈر آف جیومیٹری) بھی کہا جاتا ہے کیونکہ جیومیٹری پر ان کے کام ریاضی کے میدان میں پچھلے 2000 سالوں سے استعمال ہوتے رہے ہیں، اور جن کی ریاضی، جیومیٹری، خاص طور پر، جدید ریاضی کو متاثر کیا ہے۔

3.2.2 فیثاغورث (569BC to 475 BC) (Pythagoras)

Best for the proof of the important Pythagorean theorem

فیثاغورث کی پیدائش یونان کے سیماس میں 569 BC میں ہوئی۔ ان کے والدین کے بارے میں مختلف کہانیاں ہیں لیکن یہ غیر یقینی صورتحال ہے کہ ان کے والد تاجر تھے یا ان کا پیشہ کچھ اور تھا ایسا کہا جاتا ہے کہ وہ ماموس کے جزیرہ سے آئے تھے۔ جو میلیمس کے اہم



شہر کے نزدیک تھا۔ وہ یونان کے رہنے والے تھے اور اس زمانے کا تھے جب یونان ایک سنہری دور سے گذر رہا تھا۔ اس دور میں فیثاغورث یونان میں تھے اور اپنے دور کے تہذیبی ورثے میں ان کا کافی کام ہے۔

اس زمانہ میں اپنے وقت کی بڑے بڑے فلاسفر بڑے کاموں میں مصروف تھے۔ جس وقت گوتم بدھ اپنے فلسفہ کو ہندوستان میں پیش کر رہے تھے۔ اسی زمانے میں کنفیوشس (Confucius) لاس ٹز اپنے فلسفے کی

بنیاد چین میں رکھ رہے تھے۔ اسی زمانے میں فیثاغورث اپنے علاقے میں مصروف تھے اس طرح پوری دنیا بڑی بڑی تحریکوں میں مصروف عمل تھی۔ فیثاغورث تھیلیس کے شاگرد تھے ایسی معلومات ملتی ہے کہ اپنے عظیم استادوں سے پڑھنے کے بعد انہوں نے مصر کا سفر کیا اور شاید وہ ہندوستان بھی آئے ہوں۔

فیثاغورث کروٹونا جوائلی کا یونانی شہر تھا وہاں بس گئے وہاں انہوں نے دولت مند آدمیوں کو ملا کر ایک فیثاغورث سوسائٹی بنائی وہ اس سوسائٹی کا صدر تھے۔ اس سوسائٹی میں رہنے والے ان کے اصول پر چلتے تھے فیثاغورث خود ان کو تعلیم دیتے تھے، یہ سوسائٹی بہت خفیہ تھی باہر کے لوگوں کو اس کے راز کا پتہ بھی نہ ہوتا تھا اس سوسائٹی کا نشان 5 ستاروں والا تھا اور فیثاغورث کا علم ان 5 پر منحصر تھا ریاضی، موسیقی، علم ہندسہ، فلسفہ اور علم فلکیات پر۔

ان کا فلسفہ روحوں کی تبدیلی کے اصولوں کو سکھاتا تھا۔ ان کے پاس فلکیات کے علم کی روشنی میں زمین ایک کرہ تھا۔ خود فیثاغورث نے اپنے فلسفہ کی بنیاد اس موضوع پر رکھی کہ عدد مادہ کی مختلف خصوصیات کی وجہ سے بنے، اسے ارتھمیٹک کی طرف لے گیا۔ جو منطق سے مختلف ہے۔ انہوں نے اعداد کو عجیب و غریب خصوصیات کی طرف لے گیا جس کی رو سے ارتھمیٹک عقل و دانش کے چار درجوں ارتھمیٹک، موسیقی، علم ہندسہ، اور علم فلکیات میں سے ایک ہے۔ انہوں نے فلسفہ، طبیعیات اور فلکیات کا مطالعہ کیا۔

فیثاغورث نے یہ نتیجہ نکالا کہ اتحاد، اعداد کا نچوڑ ہے ہر شے کا منبع ہے اور اسے محدود اور لامحدود کے تصور سے وقت، خلاء اور حرکت کے تصورات ذہن میں آتے ہیں اسے مختلف اعداد کو جمع کر کے طبعی اجزاء بتایا۔ فیثاغورث کے حقیقی کام کو کوئی نہیں جانتا لیکن ریاضی میں انکی خدمات کا سراہا گیا انہوں نے ریاضی کے اصولوں، اعداد کے تصورات، مثلثات کے تصورات اور ہندسی اشکال میں انکی دلچسپی تھی اور انکے ٹھوس ثبوت بھی پیش کئے۔

عام طور سے فیثاغورث کو علم موسیقی کا موجد کہا جاتا ہے ان کی پسند اعداد اور موسیقی دونوں تھے اور اس بات پر انہیں فخر بھی محسوس ہوتا تھا کہ انہوں نے ان دونوں کو مناسب تناسب میں جوڑا۔ فیثاغورث نے فلکیاتی اجسام کی دوری کو موسیقی کے اصولوں سے جوڑا۔ فیثاغورث نے کونسا کام کیا اور ان کے طلباء نے کونسا یہ کہنا مشکل ہے کیونکہ ان کے شاگرد بھی اپنے انکشافات کو اپنے استاد کے نام سے موسوم کرتے تھے۔ اس بات کے شواہد موجود ہیں کہ فیثاغورث کو اعداد کی خصوصیات میں گہری دلچسپی تھی اور اسے اپنی تحقیقات میں بیشتر وقت منظم اشکال کے رقبہ، حجم، تناسب وغیرہ پر صرف کیا۔

ریاضی میں فیثاغورث کی خدمات :

فیثاغورث پہلے شخص تھے جنہوں نے اعداد کی خصوصیات اور اعداد کی شخصیتیں تلاش کیں۔ انکا کہنا تھا،

”Each number had a unique personality.”

ہر نمبر ایک منفرد شخصیت کا حامل ہوتا ہیں۔

- انکا ماننا تھا کہ روزمرہ زندگی کے تمام تعلقات کو اعداد کے تعلقات سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔
- Aristotle کا کہنا تھا کہ فیثاغورث کے مطابق ’ریاضی کے مطالعہ میں یہ خیال لایا تھا کہ تمام اشیاء اعداد ہیں اور تمام کائنات پیمانہ اور اعداد ہیں۔

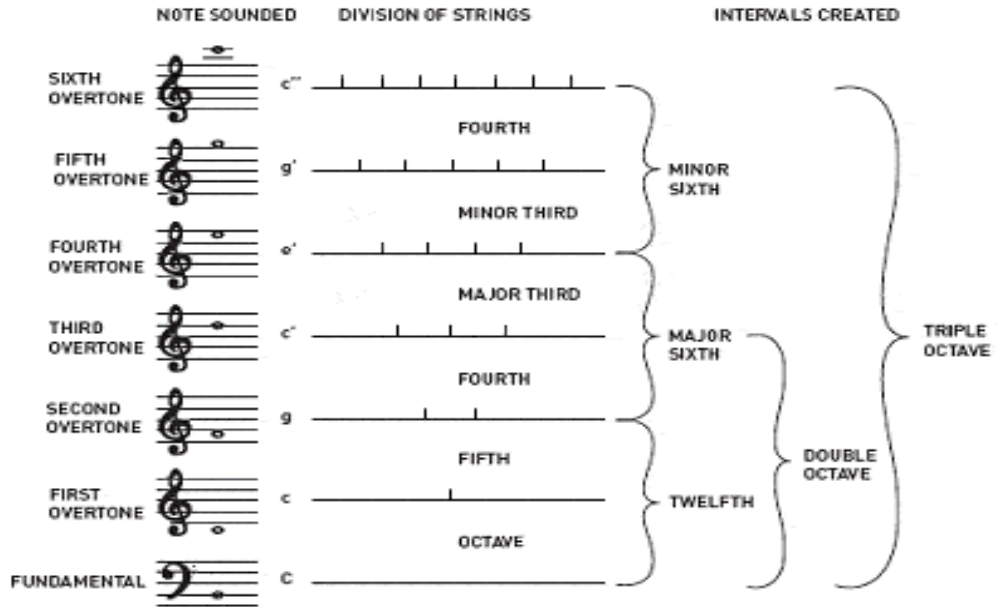
- مثلث کے زاویوں کا مجموعہ دو زاویے اور قائمہ ہوتا ہیں۔ فیثاغورث کے ماننے والے اس عمومیت سے واقف تھے کہ n اضلاع والی بند ہندسی شکل کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ $(4-n)2$ زاویے قائمہ ہوتا ہے۔ اور بیرونی زاویوں کا مجموعہ چار زاویے قائمہ کے برابر ہوتا ہے۔

- انہوں نے اعداد کی ان خصوصیات کا مطالعہ کیا جن سے دور حاضر کے ریاضی دان واقف ہوئے ہیں جسے کہ جفت اور طاق اعداد اور مثلثی اعداد، مکمل اعداد وغیرہ انکے نظر میں ہر عدد کی اپنی ایک شخصیت ہوتی ہے۔
- انہوں نے دریافت کیا کہ کسی بھی طاق عدد $(2n+1)$ کو دو مربعوں کے فرق کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(2n+1) = (n+1)^2 - n^2$$

n ایک کامل عدد ہے۔

- دئے گئے رقبہ اور ہندسی الجبرا کے لحاظ سے اشکال بنانا مثال کے طور پر انہوں نے $a(a-x)$ کو جیومیٹری کے طریقے سے حل کیا۔
- فیثاغورث کو اس دریافت کا سہرا بھی دیا جاتا ہے کہ ہم آہنگ موسیقی کے دھن کے درمیان وقفوں میں ہمیشہ مکمل نمبر کا تناسب ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، گٹار کی تار کی نصف لمبائی، بجانے سے وہی ٹون ملتا ہے جو کھلی سٹرنگ کا ہوتا ہے، فیثاغورث نے موسیقی میں ریاضی کو دریافت کیا اس سے اتنا پر جوش ہوا کہ، اسے یقین ہو گیا کہ پوری کائنات اعداد پر مبنی ہے، اور یہ کہ سیارے اور ستارے ریاضی کی مساوات کے مطابق حرکت کرتے ہیں، جو کہ میوزیکل ٹونوں کے مطابق ہے، اور اس طرح ایک قسم کی symphony پیدا ہوئی، ”میوزیکل یونیورسالیس“ یا ”میوزک آف دی اسفیرز“ ہے اس طرح انہوں نے ریاضی کی بنیاد پر موسیقی کا نظریہ پیش کیا۔



➤ فیثاغورث نے رقبہ اور حجم کی خصوصیات کا مطالعہ کیا اور وہ پہلے ریاضی دان تھے جنہوں نے ثابت کیا کہ مساوی محیط کے شکل میں دائرہ وہ شکل ہے جو سب سے زیادہ رقبہ گھیرتی ہیں۔

● فلکیات میں فیثاغورث نے یہ بات سمجھائی کہ زمین ایک ایسا کرہ ہے جو کائنات کے مرکز میں واقع ہے اور اس بات کی بھی شناخت کی کہ چاند کا مدار (orbit of moon) زمین کے خط استواء کی طرف جھکا ہوا تھا۔ وہ پہلے فلکیات ماہرین تھا جس نے اس بات کا احساس کیا کہ شام اور صبح میں نظر آنے والا چمکدار ستارہ ایک ہی ہیں جسے ہم زہرہ (Venus) کہتے ہیں۔

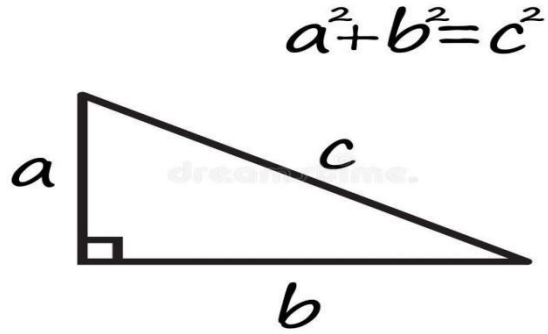
● غیر ناطق اعداد اعداد کی دریافت کا اعزاز بھی فیثاغورث کو جاتا ہیں۔

● فیثاغورث نے سہ ابعادی علم ہندسہ solid Geometry میں کرہ کو سب سے زیادہ perfect شکل کہا۔ اور بہت ساری ریاضیاتی اصلاحات جیسے Ellipse اور Parabola وغیرہ کو بھی متعارف کروایا۔

● فیثاغورث نے ریاضی کا جو مطالعہ کیا اس میں خاص طور پر مجرد علم، علم حساب، اطلاقی علم، علم ہندسہ اور علم نجومی شامل تھے۔ کثیر پہلو اعداد، نسبت تناسب اعداد کے اجزائے ضربی اور عددوں کے سلسلے سے متعلق مسائل پر انہوں نے منطقی طور پر غور و خوض کیا۔ ان مسائل کو حل کرنے کے لئے انہوں نے علم ہندسہ کی مدد لی۔ علم ہندسہ کے مطالعہ میں انہوں نے استخراجی طریقہ رائج کیا۔

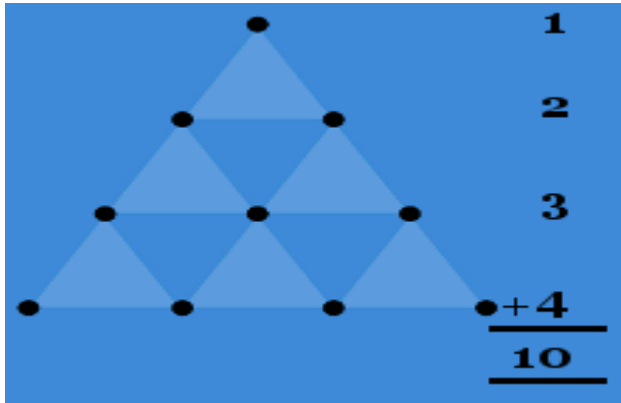
● فیثاغورث نے سائنس، فلکیات اور فلسفہ کے میدان میں بہت سی پہلی کامیابیاں حاصل کیں۔ لیکن ان کے نام سے ریاضی کے میدان میں بھی کچھ کارنامے ہیں۔ وہ پہلے شخص تھے جنہوں نے نمبر کی خصوصیات تلاش کیں۔ وہ اپنے فارمولے فیثاغورث کے مسئلہ (شکل 3.2) کے لیے مشہور ہیں۔

شکل 3.2



اقلیدس نے ان کے مثلث، متوازی خطوط اور متوازی الاضلاع سے متعلق مسئلوں سے استفادہ کر کے علم ہندسہ کو فروغ دی۔ اس بات کا کہیں بھی تذکرہ نہیں ملتا کہ انھوں نے خود کوئی کتاب لکھی ہے، البتہ ان کی نظریات کی بنا پر ان کے پیروکاروں نے کثیر تعداد میں کتابیں لکھی ہیں۔

شکل 3.3



ریاضی اور فلسفہ کے شعبوں میں فیثاغورث کو ہمیشہ بصد احترام یاد کیا جائے گا کہ وہ قدیم ریاضی دانوں میں ایک ریاضی داں تھے۔ ریاضی میں ان کے خدمات ترقی کی راہ میں بہت بڑا ہیں، نہ صرف ریاضی میں بلکہ قدیم یونان مفکروں کے زندگیوں میں فیثاغورث نے اپنی چھاپ چھوڑی ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)
سوال: اقلیدس کے 13 ایلیمینٹ اہم پہلو پر روشنی دالیں: سوال: فیثاغورث کی زندگی پر اہم نکات لکھئے

3.2.3 رینے ڈیسکارٹ (1596AD – 1650AD) (Rene Descartes)

Father of Analytic Geometry & Modern Philosopher



رینے ڈیسکارٹ فرانس کے گاؤں 'لاہایا' میں 1596 میں پیدا ہوئے۔ کم عمری میں ہی وہ بہت نازک طبیعت اور بیمار رہتے تھے۔ روایتی تعلیم جو اس نے ریاضی، طبیعیات، مذہبی اور زبانیں وغیرہ کی تعلیم حاصل کی وہ ایک عام طالب کی طرح تھے۔ 1607 میں داخلہ لیا تھا۔ Royal Henry Legrand Jesuit College میں انھوں نے 1612 میں پیرس کے لئے روانہ ہوا یہاں انکی دوستی Mersenne سے ہوئی اور دونوں نے ریاضی کے سیکھنے میں وقت گزارا۔

پھر 1617 میں فوج میں ملازمت کی۔ انکے ذہن میں فلسفہ کو اصلاح کرنے کا خیال پیدا ہوا انھیں ریاضی سے معمولی دلچسپی تھی اپنی اس دلچسپی کو دکھاتے ہوئے جیومیٹری کے مسئلوں کا حل ڈھونڈ نکالا جو ساری دنیا کے لئے چیلنج تھا، فوج کی شرطیہ زندگی سے بیزار ہو کر 1621 میں انھوں نے فوج سے استعفیٰ دے دیا تھا۔ 1626 میں انہوں نے پیرس میں سکونت اختیار کر لی۔ 10 سال بعد ہالینڈ واپس لوٹا تاکہ اپنے خیالات کو یکجا کر سکے، انہوں نے اپنا زیادہ وقت فلسفہ اور ریاضی سیکھنے میں صرف کیا۔ انھوں نے زندگی کے تین اہم شاخوں سے جڑے فلسفہ بتائے ان میں سے Mechanics, Medicine & Moral ہیں۔

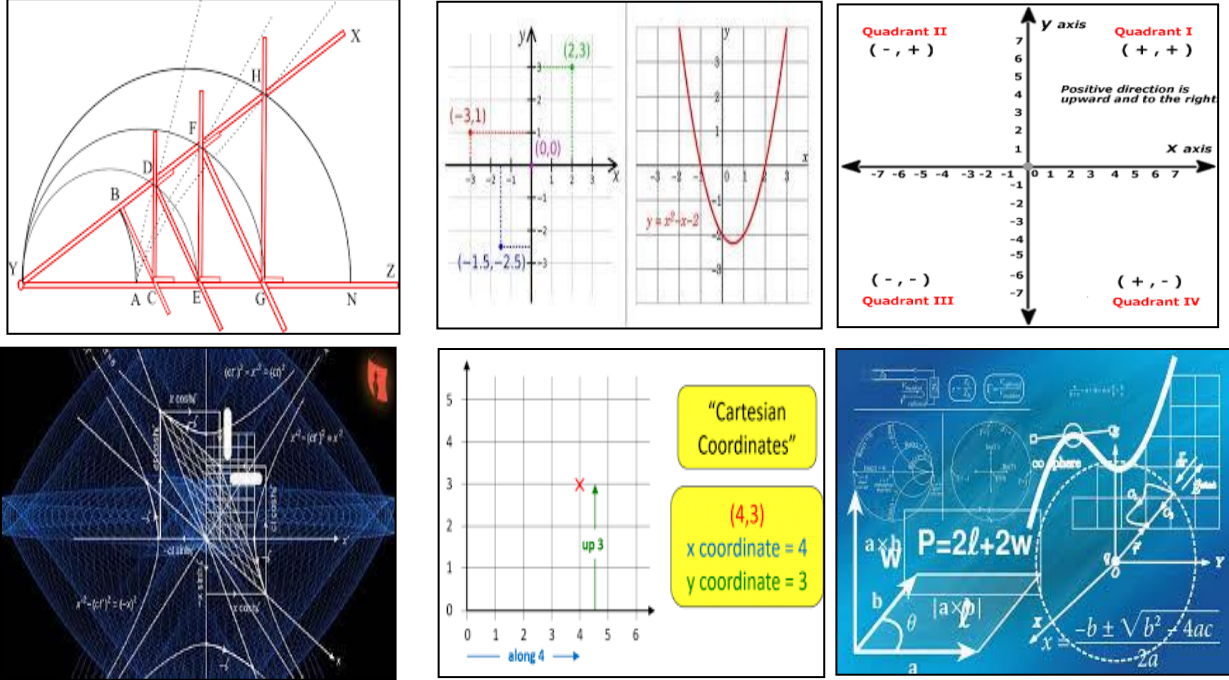
اور یہ ہماری معلومات کی تین اخلاق ہیں جو باہر کی دنیا، انسان کا جسم اور زندگی کے اصول ہیں اس طرح وہ اپنے خیالات کو پیش کرنے لگے۔ 1638 میں انھوں نے اپنا عمل اور ارتکاز کا طریقہ شائع کیا جو دنیا کی طبعی نظریات کو سمجھاتی تھی۔ جس کی وجہ سے ایک تہلکہ مچ گیا کیونکہ انکا عمل ایک ریاضیاتی کام پر مبنی تھا اسکی وجہ سے رینے ڈیسکارٹ پورے یورپ میں مشہور ہو گئے، 1949 میں سویڈن کی رانی کے بلانے پر وہ وہاں چلے گئے، لیکن موسم اور آب و ہوا انکی صحت کو راس نہ آئی پھیپڑوں کی سوجن کی بیماری میں مبتلا ہو گئے، 11 فروری 1650 میں انتقال کر گئے۔ اس طرح 17 ویں صدی کے ریاضی کی دنیا میں انقلاب برپا کرنے اور فلسفہ جدید اور علم ہندسہ کے بانی کا خاتمہ ہو گیا۔

رینے دی سکارٹ کا ریاضی میں خدمات :

رینے دیسکارٹ نے 17 ویں صدی میں جیومیٹری کو یونیورسٹی کا مضمون بنایا اور اورڈر نشیل کیلکولس کو نیوٹن کے کام کے طور پر دنیا کو روشناس کروایا اور تجرباتی جیومیٹری کو پیشوں سے جوڑا۔ انھوں نے کارٹیشیشن محور، خط مستقیم کی مساوات اور مخروطی اجزاء کو مخصوص مساوات کے ذریعے ظاہر کیا۔ انھوں نے الجبرائی مساوات کے مسائل پر نظریات کو پیش کیا، علم ہندسہ میں کسی بھی perpendicular اور عماد tangent نقطہ پر کسی منحنی کے مماس کو معلوم کرنے کے لئے جو طریقہ استعمال کیا ہے۔ وہ دائرہ کے مرکز اور نصف قطر سے معلوم کیا جو دی ہوئی منحنی کے دو متصلہ نقاط پر قطع کرتا ہے اس نقطہ تقاطع پر دائرے کا مماس مطلوبہ منحنی کا مماس ہوتا ہے۔

دسکارٹس نے، الجبر اسے جیومیٹری کو ریاضی کی ایک نئی شاخ یعنی الجبر اسے جیومیٹری کے اطلاق شامل ہیں جسے LaGeometrie، جو تحلیلی جیومیٹری کہلاتی ہے۔ انکی کتاب Cartesian Geometry بنی ہے۔

Providing a foundation for the Cartesian coordinate system, which relies on the use of x-, y-, and z-axes to graphically portray a 3-dimensional shape.



<https://www.houseofmaths.co.uk/2017/04/superstars-of-maths-rene-descartes/>

رینے ڈیسکارٹ ایک ریاضی دان اور جدید فلسفی بھی تھے انکے اقوال کا ذکر درج ذیل کیا ہیں،

“It is not enough to have a good mind; the main thing is to use it well.”

”اچھا دماغ ہونا کافی نہیں ہے۔ اہم چیز یہ ہے کہ اسے اچھی طرح سے استعمال کرنا ہے“

“The greatest minds are capable of the greatest vices and as well as of the greatest virtues.”

”اعلیٰ دماغ سب سے بڑی برائیوں کے ساتھ ساتھ سب سے بڑی خوبیوں کے قابل ہوتے ہیں“

“I think therefor I am” ”میں سوچتا ہوں اسلئے میں ہوں“

“With me every things turn into mathematics”

”میرے پاس آکر ہر چیز ریاضی میں بدل جاتی ہے۔“

“Expect our own thoughts, there is nothing absolutely in our power.”

”ہمارے اپنے خیالات کی توقع کریں، ہمارے اختیار میں کوئی چیز نہیں ہے۔“

“Everything is self-evident.” ”سب کچھ خود واضح ہے۔“

ان اقوال سے رینے ڈیسکارٹ کی عظمت سے واقفیت ہوئی اور اس بات کا بھی ہمیں اندازہ ہوتا ہے کہ واقعی وہ ایک ریاضی دان اور اعلیٰ فلسفی بھی تھے اور اس زمانے کے اعتبار سے کافی آگے / ترقی یافتہ تھے۔
رینے دیکارٹ کی لکھی ہوئی مشہور کتابیں:

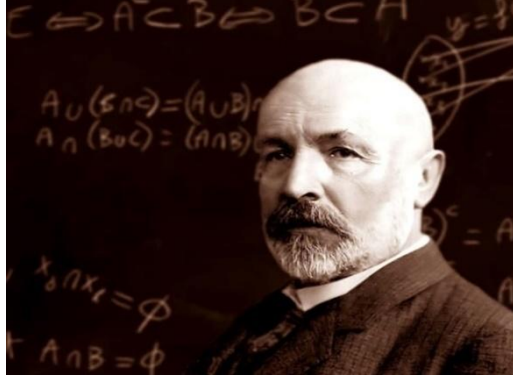
- Discourse on method
- Principles of philosophy
- Passions of the soul
- Rules for the direction of the mind
- The world
- La Geometrie
- Meditations and other metaphysical writings
- The philosophical writings of Descartes: Volume 3, the correspondence
- Philosophical writings
- Descartes: a meditation on first philosophy: with selections from the objections and replies
- Oeuvres philosophiques
- Treatise of man
- Meditations, objections, and replies
- Dioptrique
- The rationalists
- Philosophical essays and correspondence
- Descartes: the essential collection

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

سوال: رینے دیکارٹ کو فلسفہ جدید کا بانی کیوں سمجھا جاتا ہے۔

3.2.4 جارج کینٹر (George Cantor) (1845AD – 1918AD)

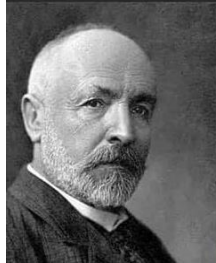
Set Theory – Father of Infinity



جارج کینٹر 1845 میں روس کے سینٹ پیٹرز برگ کی مغربی مرچنٹ کالونی میں پیدا ہوئے تھے۔ وہ وہیں پیدا ہوئے اور وہیں گیارہ سال کی عمر تک وہیں رہے۔ وہ اپنے بہن بھائیوں میں سب سے بڑے تھے۔ ان کے دادا ایک روسی سامراجی آرکسٹرا میں موسیقار تھے۔ والد سینٹ پیٹرز برگ اسٹاک ایکسچینج کے رکن تھے۔ انہوں نے اپنی زندگی کا بیشتر حصہ تنگدستی اور غربت میں گزارا، لیکن انہوں نے ریاضی کے لیے اپنے شوق اور محبت کو کبھی ترک نہیں کیا۔

جارج کینٹر کا تعلیمی پس منظر: وہ اپنا تعلیمی کیریئر شروع کرنے کے لیے 1856 میں جرمنی چلے گئے، ویزباڈن اور فرینکفرٹ جیسے مقامات پر۔ 1860 میں فرسٹ کلاس کے ساتھ گریجویشن مکمل کیا۔ 1862 میں، کنٹر نے سوئس فیڈرل پولی ٹیکنک میں شمولیت اختیار کیجوں 1863 میں برلن یونیورسٹی میں داخلہ لیا۔ انہوں نے لیوپولڈ کروٹیکر (leopold kronecker) اور کارل ویرسٹر اس (karl weierstrass) جیسے عظیم ریاضی دانوں سے سیکھا۔ 1866 میں گوٹنگن یونیورسٹی میں پروفیسر کے طور پر شمولیت اختیار کی، 1886 میں ریاضی کی تحقیقی مرکز میں شمولیت کی اور 1867 میں ریاضی میں ڈاکٹریٹ کی ڈگری حاصل کی۔ وہ ہالے یونیورسٹی میں ریاضی کے پروفیسر کے طور پر شامل ہوئے۔ انہوں نے اپنا پورا کیریئر وہیں گزارا۔

Contributions of Georg Cantor in Mathematics

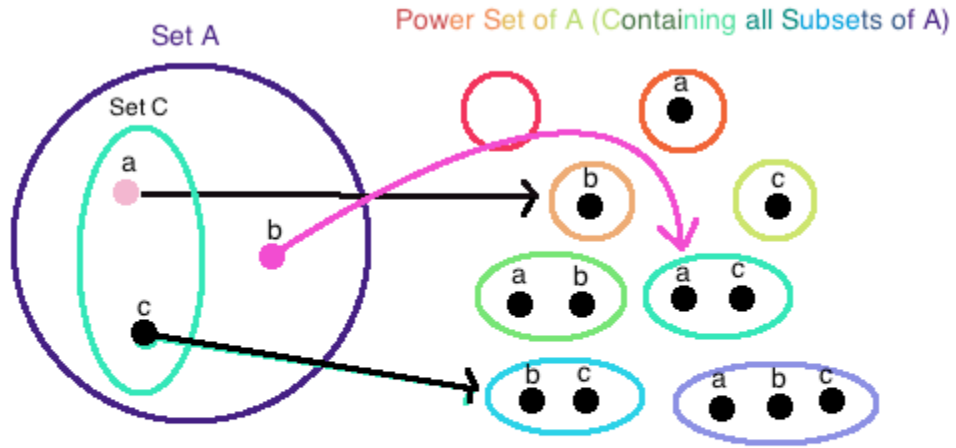


1. He was the first who has defined finite and infinite sets.
2. George laid fundamental steps in set theory.
3. He introduced the Continuum hypothesis.
4. He formed the Cantor's theorem.
5. He explained the Cantor set.

ریاضی میں جارج کینٹر کی خدمات: انہیں سیٹ تھوری Set Theory کی حیثیت سے زیادہ جانا جاتا ہے، سیٹ تھیوری نے علم ریاضی میں ایک بنیادی حیثیت حاصل کی، 1867 میں برلن یونیورسٹی میں، کینٹر نے نمبر تھیوری پر اپنا مقالہ پیش کیا۔

انہوں نے ثابت کیا کہ لامحدود سیٹوں کے لیے لامحدود ممکنہ سائز ہیں۔ اور یہ بھی ثابت کیا کہ اعداد کے دو سیٹ کے ارکان کے درمیان ایک سے ایک مطابقت قائم کی۔ اس سے یہ ثابت ہوا کہ حقیقی اعداد طبعی اعداد سے زیادہ کثیر ہیں جارج کینٹر نے Ordinal & Cardinal Number Theory، لامحدود اعداد کی لامحدودیت کے وجود پر مبنی ہے یہ کلیہ ان کی حسابی تعریفیں بیان کی۔

کینٹر کا نظریہ ریاضی کے فلسفے کے لیے فوری اور اہم مضمرات رکھتا تھا۔ مثال کے طور پر، لامحدود سیٹ کے پاور سیٹ کو تکراری طور پر لینے اور کینٹر کے تھیورم کو لاگو کرنے سے لامحدود کارڈینلز کا ایک لامحدود درجہ بندی حاصل ہوتا ہے، ہر ایک اس سے پہلے والے سے بڑا ہوتا ہے اسے درج ذیل تصویر سے ظاہر کیا گیا ہے۔



In our example we defined $C = \{a, b\}$ (which is a subset of A).

If f is a surjection, then there is some element a_0 in A that maps to C , namely $f(a_0) = C$.

In our example, suppose that b maps to C , that is $f(b) = C$.

Cantor's theorem

شکل 3-4

- جارج کینٹر اپنی ابتدائی دور میں ریاضی کی انجمنوں میں کافی سرگرم رہتے تھے۔
- 1865 میں The Dutche Mathematika Vereinigung Society کے وہ پہلے صدر بنے۔
- University of Halle میں انہوں نے علم مثلث میں مزید تحقیق کی اور علم مثلثیاتی سلسلہ کی نمائندگی کی۔
- ناطق اعداد قابل شمار ہوتے ہیں اور طبعی اعداد کی مطابقت میں رکھے جاسکتے ہیں۔ اس پر بھی اپنا تحقیقی مقالہ پیش کیا۔
- Uncountable Set, Infinite set, Convergent series, Continuum Hypothesis, The Cantor Set کے علاوہ بھی بہت ساری غیر معمولی ریاضی کی خدمات انجام دی ہیں۔

جارج کینٹر کی تدریسی پیشہ وارانہ زندگی: 1867 میں جارج کینٹر نے یونیورسٹی آف برلن سے عددی نظریہ پر اپنا تحقیقی مضمون مکمل کیا ساتھ ہی ساتھ اپنی تدریسی خدمات بھی انجام دیتے رہے۔ 1872 میں انھیں پارٹ ٹائم پروفیسر کی حیثیت پر فائز کیا گیا اور پھر 1879 میں وہ ایک مکمل پروفیسر کے عہدہ پر فائز کیا گیا صرف 34 سال کی عمر میں ان کے لئے ایک بڑی حصولیابی تھی۔

جارج کینٹر کو رائل سوسائٹی نے سلویٹر میڈل سے نوازا تھا۔ یہ اعزاز سب سے بڑا اعزاز ہے جو ریاضی دانوں کو ریاضی پر ان کے عظیم کام کے لیے دیا جاتا ہے۔ خود انکی حیات اور خدمات پر بہت ساری کتابیں تحریر کی گئی۔ انہوں نے دور جدید کی ریاضی کی بنیاد رکھی اور انکے ریاضی کے بہت سارے کاموں سے آج بھی پوری دنیا اس سے استفادہ حاصل کر رہی ہیں۔

3.3 خلاصہ (Summary)

ریاضیاتی علم کی ترقی میں مختلف ریاضی دانوں نے گراں قدر خدمات انجام دی ہیں، جنہوں نے اپنے علم، تحقیق اور مشاہدے سے ریاضی کے دائرہ کار کو وسعت دی۔ ان میں نمایاں مغربی ریاضی دان اقلیدس، فیثاغورث، رینے ڈیکارٹ اور جارج کینٹر شامل ہیں جن کے کارناموں نے ریاضی کو منظم، منطقی اور سائنسی بنیاد فراہم کی۔

اقلیدس نے ریاضیاتی علم کو منظم انداز میں پیش کیا اور جیومیٹری کے اصولوں کو منطقی بنیاد پر مرتب کر کے انہیں ایک جامع کتابی شکل دی۔ ان کی مشہور تصنیف "ایلیمنٹس" (Elements) تیرہ جلدوں پر مشتمل تھی، جو طویل عرصے تک دنیا بھر میں جیومیٹری کی مستند ترین کتاب مانی جاتی رہی۔

فیثاغورث نے اشکال کے رقبے اور حجم کی خصوصیات کا مطالعہ کیا اور یہ ثابت کیا کہ مساوی محیط رکھنے والی تمام اشکال میں دائرہ وہ شکل ہے جو سب سے زیادہ رقبہ گھیرتی ہے۔ ان کے اصول آج بھی جیومیٹری میں بنیادی اہمیت رکھتے ہیں۔

جارج کینٹر، جو 1845 میں روس کے شہر سینٹ پیٹرز برگ کی مغربی مرچنٹ کالونی میں پیدا ہوئے، جدید ریاضی میں نظریہ مجموعات (Set Theory) کے بانی مانے جاتے ہیں۔ ان کی تحقیقات نے لامحدودیت (Infinity) کے تصور کو ریاضیاتی بنیاد فراہم کی، جو آج کے جدید ریاضیاتی نظریات کی اساس ہے۔

3.4 اکتسابی مواد (Learning Outcomes)

- اس سبق کے مطالعے کے بعد طلبہ:
- ریاضی کی ترقی میں مغربی ریاضی دانوں کی خدمات کو بیان کر سکیں گے۔
- اقلیدس، فیثاغورث، رینے ڈیکارٹ اور جارج کینٹر جیسے عظیم ریاضی دانوں کی نمایاں کارکردگی سے واقف ہوں گے۔

- یہ وضاحت کر سکیں گے کہ اقلیدس نے جیومیٹری کو منظم اور منطقی بنیاد پر کیسے پیش کیا۔
- کتاب "ایلیمنٹس" (Elements) کی اہمیت اور اس کے ریاضی پر اثرات کو بیان کر سکیں گے۔
- سمجھ سکیں گے کہ فیثاغورث نے اشکال کے رقبے اور محیط کے اصولوں میں کیا اہم دریافت کی۔
- یہ واضح کر سکیں گے کہ جارج کینٹر نے نظریہ مجموعات (Set Theory) اور لامحدودیت (Infinity) کے تصورات کو کس طرح سائنسی بنیاد فراہم کی۔
- جدید ریاضی کی ترقی میں ان ریاضی دانوں کے تحقیقی و فکری کردار کو تسلیم کر سکیں گے۔
- ریاضی کو ایک منطقی اور سائنسی علم کے طور پر سمجھنے کی صلاحیت پیدا کریں گے۔

3.5 فرہنگ (Glossary)

- ٹھوس سہ ابعادی — (Three-Dimensional Solid Figure) وہ شکل جو لمبائی، چوڑائی اور اونچائی تینوں ابعاد رکھتی ہو۔
- تقاطع — (Intersection) وہ نکتہ یا جگہ جہاں دو یا زیادہ لکیریں یا اشکال آپس میں ملتی ہیں۔
- متوازی الاضلاع — (Parallel Line) وہ لکیریں جو ایک دوسرے کے برابر فاصلہ پر چلتی ہیں اور کبھی آپس میں نہیں ملتیں۔
- خط مستقیم — (Straight Line) وہ لکیر جو بغیر کسی مڑاؤ یا خم کے سیدھی ہو۔
- مستوی — (Plane) ہموار اور برابر سطح جو لامحدود لمبائی اور چوڑائی رکھتی ہو لیکن موٹائی نہ ہو۔
- مکعب — (Cube) وہ ٹھوس شکل جس کے چھ برابر مربع رخ ہوں۔

3.6 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

- 1- "Father of Geometry" کس ریاضی دان کو کہا جاتا ہے۔
 (A) امانجن (B) اقلیدس (C) فیثاغورث (D) برہمہ گپت
- 2- اقلیدس کی پیش کش زیادہ تر ---- طریقہ پر منحصر تھی۔
 (A) منطقی استخراجی (B) منطقی استقرائی (C) استخراجی (D) منطقی سوچ
- 3- اقلیدس کی کتاب Element کا تیسرا باب ---- پر مشتمل تھا۔
 (A) اعداد (B) دائرہ (C) ٹھوس جیومیٹری (D) مسلسل نسبت
- 4- "Phaeomena" اس کتاب کی تصنیف کس ریاضی دان نے کی۔

- (A) شکنتا دیوی (B) فیتا غورث (C) جارج کینٹر (D) اقلیدس
- 5- "ہر نمبر کی ایک منفرد شخصیت کا حامل ہوتا ہیں" یہ کس ریاضی دان نے کہا ہے۔
- (A) فیتا غورث (B) اقلیدس (C) شکنتا دیوی (D) راما انجن
- 6- "زمین ایک ایسا کرہ ہے جو کائنات کے مرکز میں واقع ہے" یہ بات نے کس نے کہی۔
- (A) جارج کینٹر (B) اقلیدس (C) فیتا غورث (D) راما انجن
- 7- Cartesian Geometry کے----- بانی ہیں۔
- (A) رینے ڈیکارٹ (B) جارج کینٹر (C) اقلیدس (D) فیتا غورث
- 8- جارج کینٹر کی پیدائش۔۔ سال میں ہوئی تھی۔
- (A1745 (B1810 (C1825 (D1845
- 9- ----- کو رائل سوسائٹی نے۔۔۔۔ میڈل سے نوازا تھا۔
- (A) رینے ڈیکارٹ (B) فیتا غورث (C) جارج کینٹر (D) راما انجن
- 10- فوج میں ملازمت۔۔۔۔۔۔۔۔ ریاضی دان نے کی تھی۔
- (A) رینے ڈیکارٹ (B) جارج کینٹر (C) اقلیدس (D) برہمہ گپت

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

- 1- ریاضی کے سین جارج کینٹر کی خدمات کو مختصر لکھئے۔
- 2- رینے ڈیکارٹ کی زندگی اور پس منظر پر روشنی ڈالیں۔
- 3- فیتا غورث کے مسئلہ کو مثال کے ذریعے بیان کریں۔
- 4- ریاضی کے شعبہ میں فیتا غورث شراکت کی فہرست بنائیں۔
- 5- ریاضی کے شعبہ میں فیتا غورث کی شراکت کی فہرست بنائیں۔
- 6- "Father of Infinity" جارج کینٹر کو کیوں کہا جاتا ہیں، اس پر مختصر نوٹ لکھئے۔

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. میدان ریاضی میں مغربی ریاضی دانوں کی خدمات کا تفصیلی جائزہ پیش کریں۔
2. اقلیدس کی Element 13 پر تفصیلی روشنی ڈالیں۔
3. اپنے ڈیکارٹ کی ریاضی کے میدان میں جو اہم شراکت کی اُسے مثالوں کے ذریعے وضاحت کریں۔

4. فیثاغورث کو علم موسیقی کا موجد کیوں کہا جاتا ہے اس کی وضاحت کریں۔

3.7 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

- صدیقی محمد محمود، (2018)، تدریس ریاضی، اکائی 1-ریاضی کا تعارف، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد۔
- محمد عبدالمناف، طریقہ تدریس ریاضی، دکن پبلیکیشن، حیدرآباد۔
- سہیل احمد خان، تدریس ریاضی زیر تربیت اساتذہ کے لئے، ایجوکیشن بک پبلیکیشن اورنگ آباد۔
- Anice James, (2012), Methods of Teaching Mathematics, Neelkamal Publication PVT.LTD New Delhi India.
- Aggarwal, S.M, Teaching of Modern Mathematics.
- Chaman Lal Banga, (2015) Teaching Mathematics, Shipra Publications, New Delhi India.
- Madhu Sahani, (2019), Pedagogy of Mathematics, Vikas Publishing House PVT.LTD, Noida New Delhi India.
- Mangal, S. K. (1993), Teaching of Mathematics, New Delhi, Agra Book Depot.
- Rambabu & Others, (2019), Pedagogy of Maths Education, Neelkamal Publication PVT.LTD New Delhi India.
- Siddhu. K.S (1990), Teaching of Mathematics, Sterling Publications New Delhi.
- <https://vedicmathschool.org/euclid>
- <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Pythagoras/>
- <https://vedicmathschool.org/rene-descartes/>
- <https://vedicmathschool.org/georg-cantor/>
- <https://www.vedantu.com/maths/cantors-theorem>
- <https://www.ancienthistorylists.com/people/top-contributions-pythagoras/>
- <https://www.britannica.com/biography/Georg-Ferdinand-Ludwig-Philipp-Cantor>
- https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=_kSaQbK7Eks

- <https://www.dreamstime.com/pythagoras-theorem-white-background-pythagorean-theorem-equation-sign-theory-pythagoras-symbol-flat-style-pythagoras-theorem-image229730865>
- <https://facts.net/history/people/8-captivating-facts-about-georg-cantor/>

اکائی-4

ریاضی کی اسکول کے دوسرے مضامین سے ہم رشتگی

(Correlation of Mathematics with other School Subjects)*

4.0	تمہید (Introduction)
4.1	مقاصد (Objectives)
4.2	ہم رشتگی کی قسمیں (Types of Correlation)
4.2.1	ریاضی میں ہم رشتگی (Correlation of Mathematics)
4.2.2	ریاضی کا تعلق دوسرے مضامین کے ساتھ ہم رشتگی
(Correlation of Mathematics with other school Subjects)	
4.2	خلاصہ (Summary)
4.3	اكتسابی نتائج (Learning Outcomes)
4.4	فرہنگ (Glossary)
4.5	نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)
4.6	تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

4.0 تمہید (Introduction)

راجربکن کے مطابق "ریاضی تمام علوم کا دروازہ اور کلید ہے۔" ریاضی کو نظر انداز کرنا یعنی تمام علوم کو نقصان پہنچانا ہے کیونکہ جو کوئی ریاضی سے واقف نہیں وہ دوسرے علوم یا دنیا کی چیزوں کو نہیں جان سکتا اور یہ ایک معیوب کی بات ہے کہ وہ لوگ جاہل کہلاتے ہیں۔ وہ اپنی جہالت کو محسوس نہیں کر پاتے کیونکہ انسان کی زندگی میں ریاضی ایک اہم کردار ادا کرتی ہیں اور ہماری روزمرہ کی زندگی میں رونما ہونے والے مسائل اور معاملات کو کامیاب طریقے سے حل کرنا ہی یہ تعلیم کا اصل مقصد ہے۔ کسی مضمون کو سیکھنے یا پڑھانے سے جو معلومات اور

* Dr. Shaheen Parveen, Assistant Professor, MANUU CTE, Aurangabad

مہارتیں حاصل ہوتی ہیں اگر ان کو دوسرے مضامین کے سیکھنے سے مربوط کیا جائے تو وہ با معنی سیکھنا ہو گا۔ کسی بھی مضمون کے مطالعہ سے معلومات کے ذخیرہ میں اضافہ ہوتا ہے، کسی مضمون کی درس و تدریس میں ایک معلم مختلف مثالوں اور واقعات کو پیش کرتا ہے اور مختلف کورس جیسے کہ ریاضی، طبیعیات، کیمیا، بیالوجی سائنس، سماجی علوم، ادبی زبان، آرٹ اور دوسرے مختلف مضامین سے ہم رشتگی سے طلباء کی ذہنی وسعت بڑھ جاتی ہے اسی ہم رشتگی کی وجہ سے کسی مضمون کو سیکھنا مزید با اثر ہو جاتا ہے جب معلم اس مضمون کے عنوان کو مختلف حالات اور مختلف زاویوں سے طلباء کو سیکھائیں۔ اس اکائی میں اساتذہ تدریس ریاضی کی تعلیم و تربیت میں ریاضی مضمون کی خود اپنی دیگر شاخوں اور دیگر مضامین کے ساتھ ہم رشتگی پر بحث کی گئی ہے۔

4.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قدر قابل ہو جائیں گے کہ
- ریاضی کے دیگر مضامین کے ساتھ ہم رشتگی کو سمجھ کر بیان کر سکیں۔
- ریاضی کی اہمیت دیگر مضامین کے ساتھ کو سمجھ سکیں گے۔
- ریاضی کا خود اپنی شاخوں کے ساتھ ہم رشتگی کو بیان کر سکیں۔

4.2 ہم رشتگی کی قسمیں (Types of Correlation)

4.2.1 ریاضی میں ہم رشتگی (Correlation of Mathematics)

دو یا دو سے زائد اشیاء یا چیزوں کا باہمی تعلق ہم رشتگی کہلاتا ہے دوسرے مضامین کا ریاضی سے تعلق کو ریاضی سے ہم رشتگی کہتے ہیں۔ ہم رشتگی کے مختلف قسمیں ہیں، جس کا ذکر درج ذیل کیا گیا ہے۔ ریاضی کی اپنی ظاہری اور باطنی خوبیوں کے ساتھ ریاضی کا روزمرہ زندگی اور دیگر مضامین سے گہرا تعلق ہے۔ ریاضی کی ہم رشتگی سے واقفیت رکھنے والا معلم اپنی تدریس کو موثر بنا سکتا ہے۔ ریاضی کو نہ صرف اس کے عملی فوائد کی وجہ سے اہمیت دی جاتی ہے بلکہ طالب علم کے ذہن کو فروغ دینے کے لیے بھی۔

ہم رشتگی کی اہمیت: کوئی بھی مضمون تنہا نہیں پڑھایا جاسکتا اور خاص طور سے ریاضی اکتساب کو حسب خواہش اختتام پذیر کرنے کے لئے ہم آپسی ربط اور ریاضی کے انطباق سے استفادہ حاصل کرتے ہیں۔ ماضی میں ایک طویل عرصے تک ریاضی کی تعلیم اس لئے دی جاتی تھی کہ طالب علم کے ذہن کی ترتیب کر سکے۔ اور انکا ریاضی کی تدریس کے متعلق مثبت رجحان ہو اس رجحان کے تحت ریاضی کے تمام شعبوں و شاخوں کو یکجا کر کے کل کا تصور دینے پر زور دیا جاتا ہے اور ریاضی کی تدریس میں اس بات کا دھیان رکھنا ہے کہ تمام مضامین کے لئے ریاضی لازم و ملزوم مضمون ہے۔ ریاضی کا باہمی تعلق ہونے کی درج ذیل قسمیں ہیں،

- 1- روزمرہ کی زندگی اور ریاضی میں ہم رشتگی
- 2- ریاضی کے مختلف شاخوں سے خود ریاضی کی ہم رشتگی

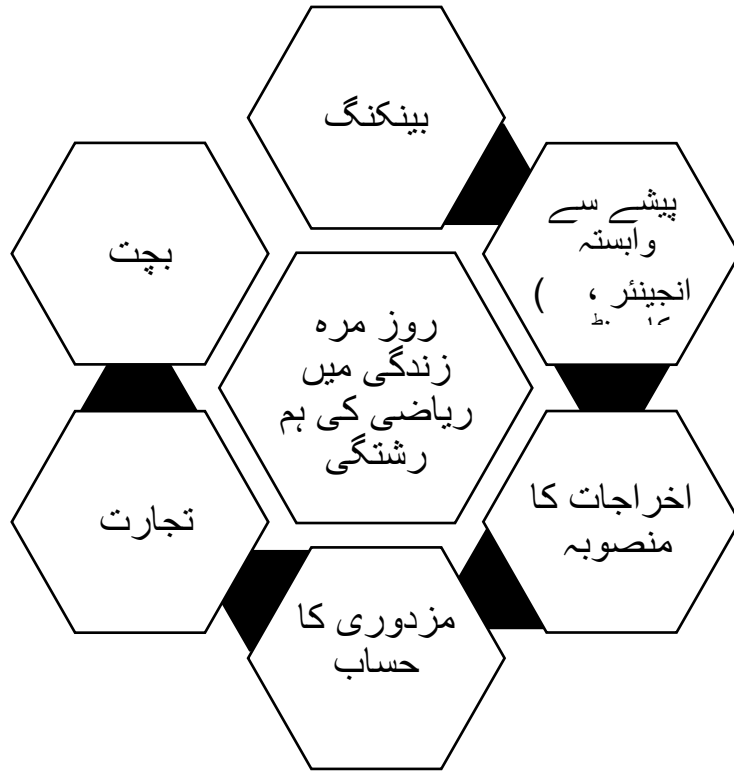
- 3- ریاضی کی ایک ہی شاخ کے مختلف عنوانات میں ہم رشتگی
4- ریاضی اور دیگر مضامین سے ہم رشتگی

1- روزمرہ زندگی اور ریاضی میں ہم رشتگی :

ریاضی ایک ایسا مضمون ہے جس کا ہماری روزمرہ زندگی کے حالات پر خصوصی اطلاق ہوتا ہے۔ ہر ایک کو ریاضی کو کچھ نہ کچھ علم درکار ہوتا ہے۔ ہر ایک کی زندگی کے ہر لمحے کا ریاضی سے گہرا تعلق ہے کیونکہ ریاضی ایک آلہ ہے جس سے مقدار اور وقت کی پیمائش کی جاتی ہے۔

ریاضی کے بنیادی تصورات کا استعمال ایک نااہل شخص کے نزدیک بھی ہوتی ہے۔ ہر ایک کو اپنی آمدنی کا حساب رکھنا پڑتا ہے اور گھریلو بجٹ کو متوازن کرنا پڑتا ہے ان میں سے شاید چند ہی ہونگے جو یونیورسٹی کے کسی کورس کو حاصل کیا ہونگے۔
روزمرہ زندگی میں ریاضی کی ہم رشتگی کے مثالیں۔

شکل 4.1



- اس طرح ریاضی کا استعمال روزمرہ کی زندگی میں ناگزیر ہے اور ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ریاضی اور روزمرہ کی زندگی کا آپس میں گہرا تعلق ہیں۔ زمین پر جب سے انسانی وجود آیا ہے تب سے ریاضی ہماری زندگی کا ایک حصہ رہی ہے۔
2- ریاضی کے مختلف شاخوں کا آپسی (باہمی تعلق) ہم رشتگی :

ریاضی کی مختلف شاخیں ہیں ریاضی مقدار، تعداد، نظریاتی سائنس اور تجریدی تصورات کے طور پر استعمال ہوتی ہیں۔ اپنی ساخت، ترتیب اور ربط (تعلق) جو کسی اشیاء کی مختلف شکلوں کو گننے، پیمائش کرنے بنیادی طریقوں پر مبنی ہوتی ہے۔ ریاضی میں بنیادی طور پر منطقی استدلال اور مقداری حساب پر منحصر ہیں۔

الجبرا Algebra

جیومیٹری Geometry

مساحت Mensuration

علم مثلثیات Trigonometry

کیکولس Calculus

حساب / ارتھمیٹک Arithmetic

شماریات Statistic وغیرہ ہیں۔

یہ تمام شاخیں آپسی تعلق رکھتی ہیں۔ ان کا اندرونی طور پر ایک دوسرے سے تعلق ہوتا ہے جن کی چند مثالیں درج ذیل ہیں۔ بعض مرتبہ ارتھمیٹکس کے مشکل سوالات الجبرا کے اصولوں کی مدد سے حل کیے جاتے ہیں تو علم ہندسہ میں الجبرائی ثبوت کا استعمال کیا جاتا ہے، اس طرح ریاضی کی بہت ساری شاخیں میں ایک دوسرے کا استعمال ہوتا ہے جس کی چند مثالیں درج ذیل ہیں۔

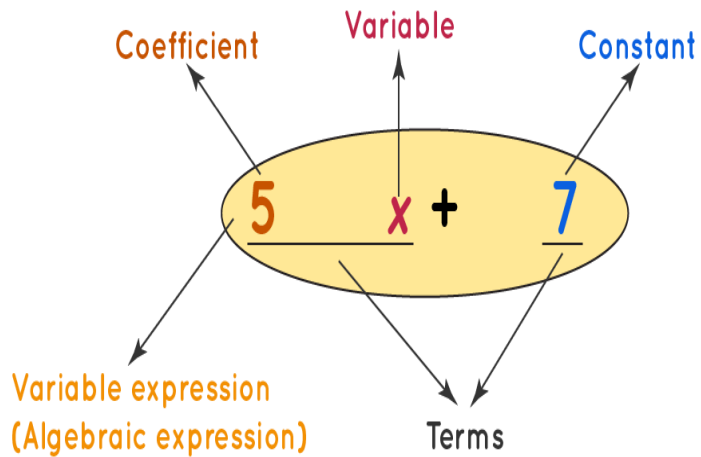
1. الجبرا Algebra: الجبرا ریاضی کی وہ شاخ ہے جس میں اعداد کے بجائے تجریدی علامتوں کو ریاضی کے ساتھ حل کیا جاتا ہے۔

$$5x + 4y + 10$$

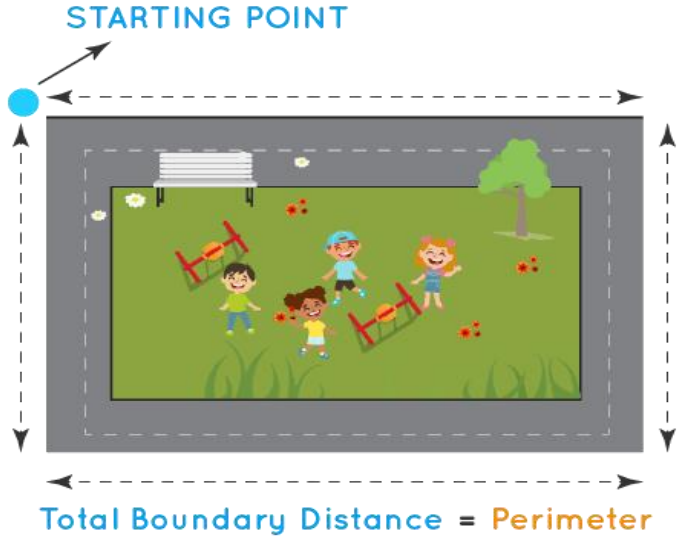
$$2x^2y - 3xy^2$$

$$(-a + 4b)^2 + 6ab$$

شکل 4.2



2. علم ہندسہ (جیومیٹری) وہ ریاضی کی شاخ ہے جو ہم روزمرہ کی زندگی میں مختلف چیزوں کی شکلوں، زاویوں، اور سائز سے متعلق پڑھتے ہیں اس میں الجبرائی ثبوت کا استعمال کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر مستطیل کا رقبہ معلوم کرنا، دائرہ کا احاطہ وغیرہ۔
مستطیل کا احاطہ (شکل 3-4)

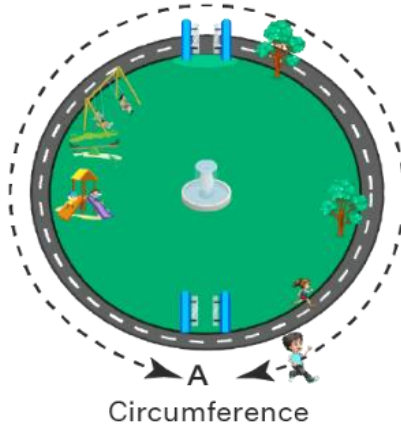


$$\text{Perimeter} = 2(l + w) = 2(120 + 85) = 2 \times 205 = 410$$

3. اریٹھمیٹکس (Arithmetic) (کے بنیادی اعمال جمع، تفریق وغیرہ کو ریاضی کی تمام شاخوں میں استعمال کیا جاتا ہے اگر کوئی طالب علم اریٹھمیٹکس کے ان بنیادی اصولوں کی معلومات نہیں ہیں تو وہ ریاضی کی اعلیٰ سطح کے سوالات کو حل کرنے سے قاصر ہیں۔

4. مساحت (Mensuration) (ریاضی کی وہ شاخ ہے جو ہندسی اعداد و شمار کی پیمائش اور ان کے پیرامیٹر جیسے لمبائی، حجم، سطح کا رقبہ وغیرہ کا مطالعہ کرتی ہے۔ مثال کے طور پر دائرہ کا محیط معلوم کریں جس کا وتر 28 سم ہے۔

شکل 4.4



$$\begin{aligned} \text{وتر} &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 28 \\ &= 176 \text{ cm} \end{aligned}$$

5. علم مثلثیات: مثلثیاتی مساواتیں الجبری مساوات سے ملتی جلتی ہیں مثلث مساوات میں sine & Cosine کے مثلثی تناسب کو متغیرات کی جگہ پر رکھا جاتا ہے

$$2(\tan x + 3) = 5 + \tan x, 0 \leq x < 2\pi$$

6. کیلیکولس (Calculus): یہ ریاضیاتی تجزیہ کی شاخ ہے جو ان شرح ہے جس میں جمع کرنے، تجزیہ کرنے، نتائج اخذ کرنا شامل ہیں، شماریات کو ڈاٹا کی درجہ بندی اور تنظیم کار کی سائنس کہا جاتا ہے۔

derivatives: $(x^n)' = n x^{(n-1)}$, the product rule for derivatives:

derivatives: $(f(x) * g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$, and the chain rule: $[f(g(x))]' = f'(g(x)) * g'(x)$.

(3) ریاضی کی ایک ہی شاخ کے مختلف عنوانات میں ہم رشتگی:

Correlation of Topics in the same Branch of Mathematics

ریاضی میں، ریاضی کے کوئی بھی عنوان میں آپس میں ربط ہوتا ہے مثلاً رکنی مساوات کو اگر حل کیا جائے تو اس میں کثیر رکنی کا استعمال ہوتا ہے، مکمل اعداد میں کسر، غیر مساوی سیٹ میں مساوی سیٹ یک متغیر میں کثیر رکنی اسی طرح مساواتوں کو حل کرنے میں اجزائے ضربی اس کی مدد کرتی ہے۔ جیومیٹری میں فیثاغورث کے مثلث کے حل میں مثلث کا رقبہ کا ضابطہ، چار ضلعی ہندسی شکل میں متوازی الاضلاع، مربع معین وغیرہ کے رقبہ معلوم کرنے میں ایک دوسرے کے ضابطہ کا استعمال، فیصد میں شرح سود وغیرہ۔ اس طرح ریاضی کے ایک ہی شاخ کے مختلف عنوانات کے معلومات ایک دوسرے میں استعمال ہوتے رہتے ہیں۔ اس لئے طلباء کو ریاضی کی مہارتیں میں فروغ دینے اور عملی زندگی میں اسکا اطلاق بہتر کر سکے اس کے لئے ریاضی کے ہر شعبہ اور ہر عنوانات کی معلومات رکھنا معلم کو اور طلباء کو بھی اشد ضروری ہیں۔

4.2.2 ریاضی کا تعلق دوسرے مضامین کے ساتھ (Correlation of Mathematics with other Subjects)

ریاضی ایک بنیادی اور باہم مربوط مضمون ہے جو مختلف شعبوں میں اہم کردار ادا کرتا ہے۔ دوسرے مضامین کے ساتھ اس کا باہمی تعلق متعدد طریقوں سے ظاہر ہوتا ہے، جو علم کی گہری سمجھ اور اطلاق میں معاون ہے۔ ریاضی نے تمام علوم کو مکمل کر کے جدید تہذیب کی تعمیر و ترویج کے لئے نہایت اہم رول ادا کیا ہے۔ لیکن عام لوگوں کا یہ خیال ہے کہ انسان کی اس ترقی کے پیچھے سائنسی علوم کی ترقی کے نتیجہ میں ہے مثلاً علم طبعیات، علم کیمیا، علم حیاتیات، طب اور انجینئرنگ کو دیتے ہیں اور ریاضی جو ایک سائنس ہے ہر لحاظ سے ان علوم کے زمرے میں آتا ہے اور اس کے بغیر ترقی ممکن نہیں یہ تمام فنون اور سائنس کا مرکز ہے۔ یہاں کچھ مثالیں ہیں کہ ریاضی دوسرے مضامین کے ساتھ کس طرح منسلک ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

سوال: ریاضی کو ایک لازمی مضمون کی حیثیت سے اسکولوں میں کیوں پڑھایا جانا چاہیے۔

1۔ ریاضی کی علم طبیعیات سے رشتگی (Physics)

ریاضیئے تمام علوم کو مکمل کر کے جدید تہذیب و ترویج کے لئے نہایت اہم رول ادا کیا ہیں۔ ریاضی اور علم طبیعیات سے کافی گہرا تعلق ہیں کانٹ کے مطابق "ایک طبعی سائنس کا علم اس وقت سائنسی علم ہوتا ہے جب وہ ریاضیاتی بھی ہو" اسی طرح کوٹ کا قول ہے "تمام سائنسی تعلیم جو ریاضی سے شروع نہیں ہوتی اس کی بنیاد میں ضرور نقص پایا جاتا ہے"۔

علم طبیعیات کے تمام مسائل، اصول ریاضی پر مبنی ہوتے ہیں۔ علم طبیعیات کا ہر اصول تمام قوانین، مساواتوں کی شکل میں اور ضوابط میں ریاضیاتی علامتوں اور زبان میں لکھا جاتا ہے جس کی چند مثالیں،

نیوٹن کے حرکت کے قوانین میں کسی چیز کی حرکت اور اس پر عمل کرنے والی قوتوں کے درمیان تعلق کو بیان کرنے کے لیے ریاضیاتی مساوات شامل ہیں۔ کیکولس بڑے پیمانے پر طبیعیات میں متحرک نظاموں کے ماڈل اور تجزیہ کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

$$F = ma$$

$$V = 4 + at$$

ان ضابطوں میں ریاضی کے بنیادی اعمال کا مطلب ہوتا ہے جو ریاضی میں استعمال کرتے ہیں۔

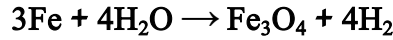
مصنوعی سیارہ کو خلا میں بھیجنے کے لئے راکٹ کو ایک مخصوص توانائی کی ضرورت ہوتی ہے اس کے علاوہ وقت کا صحیح تعین، رفتار، راکٹ کا صعودی زاویہ اسکی رگڑ وغیرہ کے لئے درکار شدہ ہیئت اور دیگر اجزاء کی صحیح تحسیب کرنے کے لئے ریاضی کی ضرورت ہوتی ہے۔ جس طرح (ہندوستان نے 2023 July 14 کو چندریان-3 کی کامیاب لینڈنگ چاند کی سطح پر کر کے خلا کی دنیا میں ایک نئی تاریخ رقم کی) لیور کے اصول میں جو طبیعیات کی سادہ (Simple machine) مشین کا اصول ہے اسکا انحصار ریاضی کے مساوات کے اصول پر مبنی ہے۔ طبیعیات میں پیمائش کی اکائیاں اکثر و بیشتر استعمال ہوتا ہے کثافت یہ سب تبھی ممکن ہوتا ہے جب ریاضی کے ضابطوں کا اس پر اطلاق ہو۔

شکل 4.5



2۔ ریاضی کی علم کیمیا سے رشتگی (Chemistry)

طبعی کیمیا کے جدید ترقی کو عالمی ریاضی کے معلومات کے بغیر سمجھنا ممکن ہے۔ جے ڈبلیو کا کہنا ہے کہ، "طبعی علم کیمیا کا ارتقاء ریاضی کی اعلیٰ معلومات کے بغیر ناممکن ہے" انکے یہ الفاظوں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ریاضی اور علم کیمیا میں باہمی تعلق ہیں۔ تمام کیمیائی تعاملات اور مساوات ریاضی کے ضابطوں پر مبنی ہیں۔ کسی کیمیائی مرکب (کمپاؤنڈ) کا بننا ایک مخصوص تحسیب کی وجہ سے ہوتا ہے۔ کیمیائی رد عمل اکثر ریاضیاتی مساوات کا استعمال کرتے ہوئے بیان کیے جاتے ہیں۔ جو میٹری پر مشتمل حسابات، کیمیائی مساوات کو متوازن کرنا، کیمیائی تعاملات، کیمیائی مساواتوں کے جوہروں کے جوہری عدد کو مساواتوں کے دونوں جانب متوازن کرنا، کیمیائی تعاملات کے دوران خارج ہونے والی توانائی کی مقدار، کیمیائی شے کا سالماتی وزن اور رد عمل کی شرح کا تعین ان سب کے لیے ریاضی کے اصولوں اور بنیادی معلومات کے ذریعے سے ہی ہوتا ہے۔ اس طرح دیکھا جائے تو ریاضی اور علم کیمیا کا باہمی تعلق کافی گہرا ہے۔



شکل 4.6

Element	Atomic number	Electronic configuration
P	9	2, 7
Q	17	2, 8, 7
R	10	2, 8
S	12	2, 8, 2



3۔ ریاضی کی علم حیاتیات سے رشتگی (Biology)

ماہر حیاتیات کا ماننا ہے کہ ریاضی کا استعمال علم حیاتیات کے شاخوں حیاتیاتی کیمیا اور حیاتیاتی طبعیات کے مطالعہ کے لئے ریاضی کا علم بہت ضروری ہے۔ حیاتیاتی تحقیق میں واقعات مشاہدہ کی بنیاد پر، واقعات کو بیان کرنا درجہ بندی کرنا اور موازنہ کرنے کے بعد کوئی نتیجہ اخذ کرنا پھر کوئی حیاتیاتی اصول اخذ کرتے ہیں اس طریقہ کار کے ہر مرحلہ کا تجزیہ کرنا اور اسے سادہ زبان میں بیان کرنا اس تمام طریقہ کار میں ریاضی کا استعمال ہوتا ہے، اس طرح طبعی سائنس کے فروغ سے ہٹ کر ریاضی کا کردار حیاتیاتی سائنس کی ترقی میں بھی اہمیت کا حامل ہے۔ قدیم زمانہ سے ہی میڈیکل سائنس میں ریاضی کا اثر پایا گیا ہے۔ میڈیکل کے نئے آلات اور ایجادات بھی ریاضی پر منحصر ہیں۔ ریاضی کی شاخ شریات کا حاصل کئے ہوئے ڈاٹا سے عمومیت حاصل کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔ ریاضی کا حیاتیات سے تعلق کے چند مثالیں درج ذیل ہیں:

بیکٹریا کے بڑھنے کی شرح کو قوت نما کے تفاعل میں ظاہر کیا جا رہا ہے، آبادی میں اضافے کے ماڈل، بیماریوں کے پھیلاؤ، اور

genetics, Heredity, Metabolism, Biostatics جینیاتی اعداد و شمار کا تجزیہ ان سب میں ریاضیاتی تصورات شامل ہیں۔

شاریاتی طریقے تجرباتی نتائج کی تشریح اور با معنی نتائج اخذ کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔ علم حیاتیات سے ریاضی کی ہم رشتگی کو ختم نہیں کیا جاسکتا، ریاضی کی بدولت میڈیکل سائنس میں بے شمار تبدیلیاں آئی ہیں۔

شکل 4.7



4- ریاضی کی علم انجینئرنگ سے رشتگی (Engineering)

ریاضی انجینئرنگ کی بنیاد سمجھا جاتا ہے انجینئرنگ کورس کے کسی بھی شعبے میں سروے، ڈرائنگ، تعمیری کام میں نقشہ بنانا، کمپیوٹر کی کوڈنگ پڑھنے کے لئے ریاضی کی معلومات اور فہم ہونا لازمی ہوتا ہے۔ کیونکہ ان شعبوں میں ریاضی کے اصولوں کا استعمال ہوتا ہے خاص طور سے ریاضی کے اہم شعبہ اور شاخیں جیسے کیلکیولس (Calculus)، جیومیٹری، شماریات وغیرہ کا انجینئرنگ کورس میں بہت زیادہ استعمال ہوتا ہے۔ ریاضی کی معلومات انجینئرنگ میں نتیجہ کی تصدیق کے لئے بھی استعمال کرتے ہیں۔ انجینئرنگ میں ساختی تجزیہ اور استحکام کا تعین کرنے کے لیے ریاضیاتی اور حسابات شامل ہوتے ہیں۔ الیکٹریکل انجینئرنگ (Circuit) کے ربط اور سگنل پروسسنگ کو بیان کرنے کے لیے یہ ریاضیاتی مساوات پر انحصار کرتی ہے۔ ان تمام باتوں سے پتہ چلتا ہے کہ انجینئرنگ کے کسی بھی شعبے کا کام ریاضی کے بغیر ممکن نہیں اسلئے ریاضی اور انجینئرنگ میں ایک گہرا ربط ہے۔

5- ریاضی کی ماحولیاتی سائنس سے رشتگی (Environmental Science)

مثال۔ موسمیاتی تبدیلی کی، ماحولیاتی ڈیٹا کا تجزیہ اور ماحولیاتی نظام کا مطالعہ کرنے میں اکثر ریاضی کے مختلف شعبے اور ریاضی کے اصولوں شامل ہوتے ہیں جیسے کہ شماریات اور تفریق مساوات۔

6- ریاضی کی علم معاشیات سے رشتگی (Economics)

کسی بھی معاشی حقائق کو بیان کرنے کے لئے ریاضیاتی زبان کا استعمال ناگزیر ہے۔ معاشیات کی فہم کے لئے ریاضی بہت اہم مضمون ہے۔ دنیا کی کوئی بھی یونیورسٹی میں معاشیات کی تعلیم ڈگری حاصل کرنے کے لئے ریاضی مضمون کو لازمی قرار دیا گیا ہے علم شماریات معاشیات کے علم میں ایک اہم کردار ادا کرتی ہیں معاشیات میں پیشین گوئی کے لئے شماریات بہت ضروری ہیں۔ ٹریڈنگ، ٹریڈ سائیکل آمد در

آمد، ممکنہ (Probability) کا اصول، کسی بھی کاروبار میں سود مفرد، سود مرکب اور اکاؤنٹنگ وغیرہ کے مسائل کا حل کے لئے شماریاتی اور ریاضیاتی طریقہ کا استعمال ہوتا ہیں۔

معاشیات میں اکثر ریاضی کی زبان اور طریقے، معاشی پالیسی بنانے، معاشی قوانین مرتب کرنے اور معاشی ترقی کا جائزہ لینے ریاضی تکنیکوں کو استعمال کیا جاتا ہے جس کی اصلاح، شماریات اور کیلوکولس سے کی جاتی (شکل 4-7) گراف اور مساوات معاشی تعلقات کی نمائندگی کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں، اور ریاضی معاشی رجحانات کا تجزیہ کرنے میں مدد کرتی ہیں۔ معاشیات کے کئی مسائل اور نتائج کو اخذ کرنے میں امکان کا نظریہ کا استعمال ہوتا ہیں اس طرح معاشیات اور ریاضی کا باہمی تعلق ہیں۔

شکل 4.8



$$\text{Simple Interest} = \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$\text{Compound Interest} = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n - P$$

Interest Rate Formula

7- ریاضی کی نفسیات سے رشتگی (Psychology)

ریاضی اور نفسیات کے تعلق کو ہر بارٹ نے اپنے اس قول سے ظاہر کیا "یہ صرف ممکن ہی نہیں بلکہ یہ بہت ضروری ہے کہ نفسیات میں ریاضی کا استعمال ہو" مختلف شماریاتی طریقے نفسیاتی معلومات کے ڈاٹا کے تجزیہ کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں۔ خاص طور سے تجرباتی نفسیات میں ریاضیاتی ہوتی ہی ہیں۔

نفسیاتی تحقیق اکثر اعداد و شمار کے تجزیہ کے لیے شماریاتی طریقے استعمال کرتی ہے۔ ذہنی عمل اور طرز عمل کی نمائندگی کرنے کے لیے علمی سائنس میں ریاضیاتی طریقہ کا استعمال کرتے ہیں۔

$$IQ = MA / CA \times 100$$

8- ریاضی کی جغرافیہ سے رشتگی (Geography)

پہاڑ، سمندر، نہریں، آبادی وغیرہ کے متعلق معلومات فراہم کرنے، بلندی اور گہرائی کی پیمائش، جغرافیائی چاٹ اور ترسمات، عرض البلد، طول البلد، وقت کی تحسیب مختلف مقامات پر دن اور رات کی طوالت، جیوگرافک انفارمیشن سسٹمز مقامی تجزیہ، نقشہ سازی، فاصلہ، رقبہ موسم کی تبدیلیاں، پیش قیاسی اور آمدورفت کی منصوبہ بندی ان تمام جغرافیائی مطالعات میں ریاضی کا ایک اہم کردار ہوتا ہے۔ اس وجہ سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ ریاضی اور جغرافیہ میں ایک مضبوط باہمی تعلق ہے۔

9۔ ریاضی کی تاریخ سے روشنی (History)

تاریخی اعداد و شمار اور رجحانات کا تجزیہ کرنے میں اکثر شماریاتی طریقے شامل ہوتے ہیں، اور ٹائم لائنز اور تاریخ کو سمجھنے کے لیے ریاضیاتی تصورات کی بنیادی سمجھ کی ضرورت ہوتی ہے۔ تاریخ ریاضی کے علم کا منبع اور اسے ارتقاء کی معلومات بھی فراہم کرتا ہے جبکہ ریاضی علم تاریخ کے کسی واقعات، دن اور تاریخ کی معلومات فراہم کرنے میں اور مستقبل کو ماضی کی بنیاد پر تعمیر کرنے میں بھی مدد فراہم کرتا ہے۔ اس طرح ان کے آپسی تعلقات کو سمجھا جاسکتا ہے۔

10۔ ریاضی کی فائن آرٹ سے روشنی (Fine Arts)

ریاضی صرف حقیقت پر مبنی نہیں ہوتی بلکہ اس میں خوبصورتی بھی ہوتی ہے "برٹرینڈ رسل کسی بھی حقیقت کو واضح اور خوبصورت انداز میں بیان کرنے کے لئے ریاضیاتی طریقہ اپنانا ضروری ہوتا ہے" جان ٹھورد۔ یعنی کسی بھی آرٹ کی خوبصورتی کا انحصار اس کے حقیقت کے اظہار پر ہے اور ریاضی حقیقت اور سچائی کا علم ہے۔ ہر کوئی آرکیٹیکٹ کے کسی خوبصورت بلڈنگ، پینٹنگ اور موسیقی کی دھن کا معترف نہیں ہوتا جب تک اس کا دماغ ریاضی کی سمجھ بوجھ نہ رکھتا ہو۔ ریاضی ہی اس کو بنیاد فراہم کرتا ہے۔ وہ جمالیاتی طور پر کسی شے کی خوبصورتی کا لطف اٹھا سکے۔ کمپیوٹر گرافکس اور ڈیجیٹل آرٹ میں، ریاضیاتی تصورات جیسے جیومیٹری اور ارتھمیٹک الجبرا کو حقیقت پسندانہ اور بصری طور پر دلکش تصاویر بنانے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ جیومیٹری کے تشاکل، متشابہت وغیرہ کو اکثر پیچیدہ اور پیچیدہ پیٹرن بنانے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

11۔ ریاضی کی موسیقی سے روشنی (Music)

میوزیکل اشارے، تال، اور تعدد وہ تمام شعبے ہیں جہاں ریاضی کے تصورات عمل میں آتے ہیں۔ مثال کے طور پر، موسیقی کے دھنوں کے درمیان تعلقات کو ریاضیاتی طور پر بیان کیا جاتا ہے۔

12۔ ریاضی کی جسمانی تعلیم سے روشنی (Physical Education)

صحت سے متعلق ڈیٹا کا تجزیہ کرنے کے لیے، جیسے باڈی ماس انڈیکس یا منشیات کی خوراک کا حساب، ریاضی کی مہارت کی ضرورت ہوتی ہے۔

$$BMI = \frac{\text{Weight in Kg}}{[\text{Height in meters}]^2}$$

13۔ ریاضی کا سماجی علوم سے رشتگی (Social Science)

کیا ریاضی سماجی علوم کے لیے مفید ہے؟

چونکہ سماجی سائنس کی تحقیق کے بہت سے پیرامیٹرز کی مقدار درست کرنا مشکل ہے، اس لیے سماجی علوم کے لیے ریاضیاتی ماڈل بنانا مشکل ہو سکتا ہے۔ تاہم، سماجی علوم باقاعدگی سے اس طرح کے ماڈلز کو حقیقی دنیا کے واقعات کی نمائندگی کرنے اور ان سوالات کے جوابات کے لیے استعمال کرتے ہیں کہ ہم ایک ساتھ کیسے رہتے ہیں۔

ریاضی کا سماجی سائنس کے مطالعہ سے کیا تعلق ہے؟

سماجی سائنسدان حقیقی دنیا کے واقعات کی نمائندگی کے لیے ریاضیاتی ماڈل استعمال کرتے ہیں۔ ان ماڈلز میں نیٹ ورک تجزیہ، ریگریشن ماڈل، ارتباط کے ماڈل، اور گیم تھیوری ماڈل شامل ہیں لیکن ان تک محدود نہیں ہیں۔ ماہرین معاشیات مستقبل کے معاشی امکانات کی پیشین گوئی کے لیے، سیاست دانوں ووٹرز کے خیالات کو بیان کرنے کے لیے، اور سماجی تعلقات کو سمجھنے کے لیے ماہرین عمرانیات استعمال کرتے ہیں۔

14۔ ریاضی کا کمپیوٹر سائنس سے رشتگی (Computer)

کمپیوٹر سائنس کمپیوٹیشن، پروگرامنگ لینگویجز، الگورتھم، اور ڈیٹا ڈھانچے کے مطالعہ پر توجہ مرکوز کرتی ہے، جبکہ ریاضی اعداد، مقدار اور شکلوں کی کھوج کے ارد گرد مرکوز ہے۔ کمپیوٹر سائنس اور ریاضی دونوں تصورات اور خیالات کے اظہار کے لیے علامتوں اور منطق کا استعمال کرتے ہیں۔ کمپیوٹر سائنس اور ریاضی کے باہمی تعامل کی مثالیں۔

1۔ خفیہ نگاری Cryptography: خفیہ نگاری ایک مثال ہے کہ کس طرح کمپیوٹر سائنس اور ریاضی ایک ساتھ کام کرتے ہیں۔ کرپٹوگرافی سے مراد ایسے حالات میں محفوظ مواصلاتی چینلز قائم کرنے کا عمل ہے جہاں فریق ثالث کے مخالف موجود ہو سکتے ہیں۔ کرپٹوگرافی ریاضی کے تصورات پر انحصار کرتی ہے جیسے پرائم نمبرز، ماڈیولر ریاضی، اور بیضوی منحنی خطوط۔

2۔ گراف تھیوری Graph Theory: گراف تھیوری ایک ریاضیاتی تصور ہے جس کے کمپیوٹر سائنس میں بہت سے اطلاقات ہیں۔ گراف تھیوری گراف کا مطالعہ ہے، گراف کا استعمال نیٹ ورکس، سماجی رابطوں، اور نقل و حمل کے نظام کو ماڈل کرنے کے لیے کیا جاسکتا ہے۔

3- کمپیوٹر سائنس اور ریاضی کس طرح ایک دوسرے کا آپسی تعلق ہیں اسکی ایک اور مثال مصنوعی ذہانت ((Artificial Intelligence اے آئی میں ڈیٹا سے پیش گوئیاں کرنے کے لئے ریاضی کے ماڈلز کا استعمال کرتے ہیں۔ مصنوعی ذہانت مشین لرننگ جیسی تکنیکیں، سیکولس اور امکانی نظریہ پر بہت زیادہ انحصار کرتی ہیں۔

مندرجہ بالا تمام مثالوں سے پتہ چلتا ہے کہ ریاضی کا استعمال زندگی کے ہر شعبے میں ہر جگہ ہر لمحہ ہوتا ہے یہ مثالیں ریاضی کی بین الضابطہ نوعیت کی وضاحت کرتی ہیں، مطالعہ کے مختلف شعبوں میں مسائل کو سمجھنے، حل کرنے اور طریقے فراہم کرنے میں ریاضی نمایاں کردار ادا کرتی ہے۔ ریاضی ایک عالمگیر زبان کے طور پر کام کرتی ہے جو محققین اور پیشہ ور افراد کو پیچیدہ خیالات کا اظہار کرنے اور باخبر فیصلے کرنے میں مدد کرتی ہے۔ معلم ریاضی کو چاہیے کہ ریاضی کے عنوانات پڑھاتے وقت ہر عنوان کا زندگی کے کس شعبے میں اس کا اطلاق ہوتا ہے اور دوسرے مضامین سے اس کا ربط اور ریاضی کی اہمیت سے واقفیت کرائے اور اسکی معلومات فراہم کرائیں۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)
سوال: ریاضی کی معاشیات اور سماجی علوم سے ہم رشتگی کو واضح کریں۔

4.3 خلاصہ (Summary)

ریاضی ایک ایسا مضمون ہے جس کا ہماری روزمرہ زندگی کے حالات سے گہرا تعلق ہے۔ زندگی کے ہر مرحلے پر انسان کو ریاضی کے کسی نہ کسی علم کی ضرورت پیش آتی ہے، کیونکہ ریاضی ایک ایسا آلہ ہے جس کے ذریعے مقدار، وقت، فاصلے اور دیگر پیمائشوں کا اندازہ لگایا جاتا ہے۔ یہ ہماری عملی زندگی کا ایک لازمی جزو ہے جو ہمیں منظم، درست اور منطقی سوچ کی تربیت دیتا ہے۔

ریاضی کی مختلف شاخیں ہیں، جیسے الجبرا، جیومیٹری، مساحت، علم مثلثیات، سیکولس، ارتھمیٹک اور شماریات۔ ہر شاخ کی اپنی نوعیت اور استعمال ہے، مگر ان تمام شاخوں کے درمیان ایک باہمی ربط پایا جاتا ہے جو ریاضی کو ایک مربوط علم بناتا ہے۔

مزید یہ کہ ریاضی کا تعلق صرف اپنے دائرے تک محدود نہیں بلکہ دوسرے مضامین سے بھی گہرا تعلق رکھتا ہے۔ سائنس، معاشیات، انجینئرنگ، جغرافیہ اور حتیٰ کہ زبان و ادب میں بھی ریاضی کے اصول کسی نہ کسی صورت میں استعمال ہوتے ہیں۔ اس طرح ریاضی ایک بنیادی اور ہمہ گیر مضمون ہے جو مختلف شعبہ ہائے زندگی میں اہم کردار ادا کرتا ہے۔

4.4 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس سبق کے مطالعے کے بعد طلبہ:
- یہ وضاحت کر سکیں گے کہ ریاضی کا انسانی زندگی سے گہرا تعلق کیوں ہے۔
- یہ سمجھ سکیں گے کہ روزمرہ زندگی کے مسائل کے حل میں ریاضی کا کیا کردار ہے۔
- ریاضی کی مختلف شاخوں جیسے الجبرا، جیومیٹری، مساحت، علم مثلثیات، سیکلو لس، ارتھمیٹک اور شماریات کی بنیادی معلومات حاصل کریں گے۔
- یہ جان سکیں گے کہ ریاضی کی مختلف شاخیں آپس میں کس طرح مربوط ہیں۔
- ریاضی کے بین العلومی تعلق (Interdisciplinary Linkage) کو سمجھ سکیں گے، یعنی ریاضی کا دیگر مضامین جیسے سائنس، معاشیات، انجینئرنگ اور جغرافیہ سے تعلق۔
- ریاضی کو ایک منظم، منطقی اور عملی علم کے طور پر دیکھنے کی صلاحیت پیدا کریں گے۔
- اپنی روزمرہ زندگی میں ریاضی کے عملی استعمالات (Practical Applications) کی مثالیں دے سکیں گے۔
- ریاضی کے ذریعے سوچنے، تجزیہ کرنے اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کو فروغ دیں گے۔

4.5 فرہنگ (Glossary)

ہم رشتگی Correlation	دو یا دو سے ذائد چیزوں کے درمیان باہمی تعلق
معاشیات Economics	جس کا تعلق ملک کی دولت، پیداوار، استعمال اور منتقلی سے ہیں جو ملک کی مادی خوشحالی سے وابستگی رکھتی ہے۔
کیمیائی مرکب Compound	جو دو یا دو سے ذائد مختلف کیمیائی عناصر سے مل کر ایک مقررہ تناسب میں ملا ہو اسے کیمیائی مرکب کہتے۔
مستطیل کا رقبہ Area of Rectangle	ایسی ہندسی شکل شکل جس کے چاروں اطراف یا حدود کے اندر زیر قبضہ احاطہ۔
سطح کا رقبہ Surface	کسی چیز کی سطح کے زیر قبضہ علاقہ۔
حجم Volume	حجم ایک پیمانہ ہے جو کسی شے کے پاس ہے مثال ایک گلاس میں 100 ملی لیٹر پانی۔

4.6 انمونه امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

- (1) ریاضی کا باہمی تعلق ہونے کے۔۔۔۔۔ تقسیم ہیں۔
 - (2) اخراجات کا منصوبہ ایک کرنا یہ۔۔۔ قسم کی رشتنگی میں سے ہیں۔
 - (3) کانٹ کے مطابق، ریاضی اور۔۔۔۔۔ میں گہرا تعلق ہیں۔
 - (4) ریاضی کی شاخ۔۔۔۔۔ کا علم حیاتیات میں حاصل کیے ہوئے ڈاٹا سے عمومیت حاصل کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔
 - (5) ۔۔۔۔۔ اور۔۔۔۔۔ کا معاشی تعلقات کی نمائندگی کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔
 - (6) "ریاضی صرف حقیقت پر مبنی نہیں ہوتی بلکہ اس میں خوبصورتی بھی ہوتی ہے" یہ قول کس کا ہے۔
 - (7) صحت سے متعلق ڈیٹا کا تجزیہ کرنے کے لیے۔۔۔۔۔ فارمولہ کا استعمال کیا جاتا ہے۔
 - (8) ۔۔۔۔۔ ریاضی کی وہ شاخ ہے جس میں اعداد کے بجائے تجربی علاماتوں کا استعمال کرتے ہیں۔
 - (9) کیکولوس یہ ریاضیاتی۔۔۔۔۔ کی شاخ ہے۔
 - (10) ہندوستان کا مصنوعی سیارہ نے خلاء میں۔۔۔۔۔ لینڈنگ کی۔

(A) BMI (B) IBM (C) COBS (D) DNHS

(A) علمِ طبیعیات (B) علمِ حیاتیات (C) علمِ انجینئرنگ (D) علمِ انجینئرنگ

(A) شماریات (B) کیکولوس (C) الجبراء (D) ارتھمیٹک

(A) ڈاٹا اور مساوات (B) گراف اور مساوات (C) گراف اور ڈاٹا (D) شماریات اور گراف

(A) جان ٹھوروڈ (B) برنر لینڈرسل (C) پلٹیو (D) کانٹ

(A) BMI (B) IBM (C) COBS (D) DNHS

(A) ارتھمیٹک (B) الجبراء (C) شماریات (D) کیکولوس

(A) تجزیہ (B) علامات (C) مثلثیات (D) الجبراء کی مساوات

(A) 14 جولائی 2023 (B) 14 اگست 2023 (C) 14 جولائی 2022 (D) 14 اگست 2022

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

- (1) ریاضی کی تدریس کی ہم رشتگی کی اہمیت کو واضح کیجئے۔
(2) ریاضی کی علم طبعیات سے ربط کو مثالوں کے ذریعے لکھئے۔

- (3) ریاضی کی آرٹ اور آر کیٹکچر سے ہم رشتگی کو بیان کریں۔
- (4) ریاضی کی ماحولیاتی سائنس سے رشتگی کو وضاحت کریں۔
- (5) کمپیوٹر سائنس اور ریاضی کے باہمی تعامل کو مثالیں کے ذریعے بیان کریں۔

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

- (1) ریاضی کے ہماری روزمرہ زندگی میں ہم رشتگی کو مثالوں کے ذریعے تفصیل سے بیان کریں۔
- (2) ریاضی کے مختلف شاخوں کا آپسی باہمی تعلق کو آپ بطور معلم اسکول میں کس طرح اس پر عمل آوری کریں گے وضاحت کریں۔
- (3) ریاضی کے تعلق دوسرے مضامین کے ساتھ ہیں کم سے 4 چار مضامین کے ساتھ تعلق کو مثالوں کے ذریعے بیان کریں۔

4.7 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

- Anice James, (2012), Methods of Teaching Mathematics, Neelkamal Publication PVT.LTD New Delhi India.
- Aggarwal, S.M, Teaching of Modern Mathematics.
- Chaman Lal Banga, (2015) Teaching Mathematics, Shipra Publications, New Delhi India.
- Madhu Sahani, (2019), Pedagogy of Mathematics, Vikas Publishing House PVT.LTD, Noida New Delhi India.
- Mangal, S. K. (1993), Teaching of Mathematics, New Delhi, Agra Book Depot.
- Rambabu & Others, (2019), Pedagogy of Maths Education, Neelkamal Publication PVT.LTD New Delhi India.
- Siddhu. K.S (1990), Teaching of Mathematics, Sterling Publications New Delhi.
- صدیقی محمد محمود، (2018)، تدریس ریاضی، اکائی 1-ریاضی کا تعارف، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد۔
- محمد عبدالمناف، طریقہ تدریس ریاضی، دکن پبلکیشن، حیدرآباد۔
- سہیل احمد خان، تدریس ریاضی زیر تربیت اساتذہ کے لئے، ایجوکیشن بک پبلکیشن اورنگ آباد۔

Images:

- https://d138zd1ktt9iqe.cloudfront.net/media/seo_landing_files/what-is-an-algebraic-expression-1613058992.png
- https://d138zd1ktt9iqe.cloudfront.net/media/seo_landing_files/what-is-an-algebraic-expression-1613058992.png

- <https://www.cuemath.com/geometry/>
- <https://eduinput.com/relationship-between-computer-science-and-mathematics/>
- <https://www.cuemath.com/geometry/circumference-of-a-circle/>
- <https://en.wikipedia.org/wiki/Chandrayaan-3>
- https://www.google.com/search?q=chandrayaan3&rlz=1C1JZAP_enIN992IN992&oq=chan&gs_lcrp=EgZjaHJvbWUqDQgDEAAygwEYsQMYgAQyBggAEEUYOTIGCAEQIxgnMgAhAjGCcyDQgDEAAygwEYsQMYgAQyDQgEEAAygwEYsQMYgAQyDQgFEC4YgwEYsQMYgAQyBggGEEUYPDIGCAcQRRg90gEINTY0OGowajeoAgCwAgA&sourceid=chrome&ie=UTF-8
- <https://www.vecteezy.com/video/20255526-weighing-chemicals-in-the-laboratory-close-up-of-powder-weighing>
- <https://github.com/mikeroyal/Biostatistics-Guide>
- <https://studiousguy.com/statistics-examples/>
- <https://www.geeksforgeeks.org/interest-rate-formula/>
- <https://www.teachoo.com/21479/4462/Body-Mass-Index-BMI/category/Concepts/>

اکائی-5

ریاضی کی تدریس کے مقاصد اور اقدار

(Objectives and Values of Teaching Mathematics)*

- 5.1 تمہید (Introduction)
- 5.2 مقاصد (Objectives)
- 5.3 عمومی مقاصد کی تفہیم (Understanding the General Objectives)
 - 5.3.1 تدریس اور اکتساب کے عمل میں مقاصد کی اہمیت
- (Importance of Objectives in Guiding Teaching and Learning Processes)
 - 5.3.2 تدریس کی منصوبہ بندی، تدریس اور احتساب میں مقاصد کا کردار
- (Role of Objectives in Planning, Teaching, and Assessment)
 - 5.4 ریاضی کی تدریس کے لئے عمومی مقاصد قائم کرنے کی ضرورت
- (Need for Establishing General Objectives for Teaching Mathematics)
 - 5.5 تعلیم میں اغراض کی تفہیم (Understanding the Aims in Education)
 - 5.5.1 تدریس ریاضی کے اغراض (Aims of Teaching Mathematics)
 - 5.6 تدریس ریاضی کے اقدار (Values of Teaching Mathematics)
 - 5.7 تدریس ریاضی کے عمومی مقاصد (General Objectives of Teaching Mathematics)
 - 5.8 مخصوص مقاصد اور تدریسی نکات برائے مختلف موضوعات
- (Specific Objectives and Teaching Points of Various Content Areas)
 - 5.8.1 حساب (Arithmetic)
 - 5.8.2 الجبرا (Algebra)
 - 5.8.3 جیومیٹری (Geometry)
 - 5.8.4 مثلثیات (Trigonometry)
 - 5.8.5 پیمائش (Mensuration)

* Dr. Farhath Ali, Associate Professor, Dept. of Education & Training. MANUU

5.8.6 شماریات (Statistics)

5.8.7 ہم آہنگ ہندسہ (Coordinate Geometry)

5.9 خلاصہ (Summary)

5.10 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

5.11 فرہنگ (Glossary)

5.12 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

5.13 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

5.1 تمہید (Introduction)

ریاضی ایک بنیادی اور لازمی مضمون ہے جو اسکول کے نصاب میں اس کی فکری، عملی اور ثقافتی اہمیت کی وجہ سے شامل ہے۔ یہ محض اعداد، فارمولوں اور نشانات کا مطالعہ نہیں ہے بلکہ سوچنے کا ایک منظم طریقہ ہے جو طلبہ میں منطقی استدلال، تجزیاتی صلاحیت، تخلیقی سوچ، مسائل کو حل کرنے کی قابلیت اور فیصلہ سازی کی طاقت پیدا کرتا ہے۔ آج کی دنیا میں، جو سائنس، ٹیکنالوجی اور اعداد و شمار پر مبنی فیصلوں سے چل رہی ہے، ریاضی ذاتی ترقی، سماجی ترقی اور قومی ترقی میں اہم کردار ادا کرتا ہے۔ یہ سیکھنے والوں کو پیٹرن (Patterns)، تعلقات اور تجربی تصورات سمجھنے کی صلاحیت دیتا ہے جو اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ کامیابی کے لیے ضروری ہیں۔

ریاضی کی تدریس کو با مقصد بنانے کے لیے واضح مقاصد اور قدریں مقرر کرنا ضروری ہے۔ مقاصد یہ طے کرتے ہیں کہ طلبہ سے کیا سیکھنے کی توقع ہے، اور یہ اساتذہ کو سبق کی منصوبہ بندی، درست تدریسی طریقے منتخب کرنے اور منصفانہ و با مقصد جائزہ تیار کرنے میں مدد دیتے ہیں۔ یہ مختلف اسکولوں میں یکساں نتائج کو یقینی بناتے ہیں اور طلبہ کی تعلیم کے لیے مضبوط بنیاد فراہم کرتے ہیں۔

مزید برآں، ریاضی کی تدریس صرف ذہنی نشوونما تک محدود نہیں بلکہ عملی مہارتیں، اخلاقی قدریں، سماجی شعور اور جمالیاتی ذوق بھی پیدا کرتی ہے۔ اس یونٹ میں ریاضی کی تدریس کے عمومی اور خاص مقاصد کے ساتھ ساتھ ان قدروں پر بھی روشنی ڈالی گئی ہے جو یہ مضمون فروغ دیتا ہے۔ ساتھ ہی حساب (Arithmetic)، الجبرا (Algebra)، جیومیٹری (Geometry)، مثلثیات (Trigonometry)، محیط (Mensuration)، شماریات (Statistics) اور مختصاتی جیومیٹری (Coordinate Geometry) جیسے موضوعات کے تدریسی نکات بیان کیے گئے ہیں، تاکہ واضح ہو کہ یہ طلبہ کی ہمہ جہت ترقی میں کیسے مددگار ہیں۔

5.2 مقاصد (Objectives)

اس اکائی کے مطالعے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- تعلیمی مقاصد کے تصور اور تدریس و اکتساب میں ان کی اہمیت کو سمجھ سکیں۔

- تدریس کی منصوبہ بندی، تدریس اور احتساب میں مقاصد کے کردار کو واضح کر سکیں۔
- سبق کی تیاری میں مقاصد کے کردار کی نشاندہی کر سکیں۔
- تعین قدر اور احتساب میں مقاصد کی اہمیت کو پہچان سکیں۔
- ریاضی کی تدریس کے لیے عمومی مقاصد قائم کرنے کی ضرورت کو اجاگر کر سکیں۔
- تعلیم کے عمومی اغراض کو سمجھ سکیں اور ان کا اطلاق ریاضی کی تدریس پر کر سکیں۔
- ریاضی کی تدریس کے اغراض و اقدار کو جان سکیں۔
- ریاضی کی تدریس کے عمومی مقاصد بیان کر سکیں۔
- ریاضی کے مختلف شعبوں (حساب، الجبرا، جیومیٹری، مثلثیات، پیمائش، شماریات اور ہم آہنگ ہندسہ) کے لیے مخصوص مقاصد مرتب کر سکیں۔

5.3 عمومی مقاصد کی تفہیم (Understanding the General Objectives)

تعلیم میں ”عمومی مقاصد“ سے مراد وہ بڑے اور ہمہ گیر بیانات ہیں جو طویل المدتی طور پر نصاب یا مضمون کے بنیادی مقاصد کی وضاحت کرتے ہیں۔ یہ کسی ایک سبق یا موضوع تک محدود نہیں ہوتے بلکہ تدریس و تعلیم کے مجموعی مقصد کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہ اساتذہ کو نصاب اور تدریسی حکمت عملی کی منصوبہ بندی میں رہنمائی فراہم کرتے ہیں اور اس بات کا فریم ورک تیار کرتے ہیں کہ طلبہ کو علمی، جذباتی اور سماجی طور پر کیا حاصل کرنا چاہیے۔ مثال کے طور پر ریاضی میں ایک عمومی مقصد یہ ہو سکتا ہے کہ ”طلبہ منطقی استدلال اور مسائل حل کرنے کی صلاحیت پیدا کریں اور ریاضیاتی تصورات کو عملی زندگی میں استعمال کر سکیں۔“

عمومی مقاصد سمت متعین کرتے ہیں، یہ کسی ایک خاص نتیجے یا پیمائش تک محدود نہیں ہوتے۔ ان کا تعلق وسیع صلاحیتوں اور قدروں سے ہوتا ہے، جیسے تنقیدی سوچ، تجزیاتی صلاحیت، تخلیقی سوچ اور علم کی قدر و قیمت کو سمجھنا۔ یہ تدریس کو با مقصد اور مربوط بناتے ہیں اور تعلیمی فلسفے و اہداف کے مطابق رکھتے ہیں۔

یہ مقاصد اس بنیاد کا کام کرتے ہیں جس سے خاص مقاصد اخذ کیے جاتے ہیں اور وسیع اہداف کو عملی نتائج سے جوڑا جاتا ہے۔ دوسرے الفاظ میں، عمومی مقاصد یہ سوال کا جواب دیتے ہیں کہ: ”ہم چاہتے ہیں کہ طلبہ مجموعی طور پر اس مضمون یا نصاب سے کیا حاصل کریں؟“

5.3.1 تدریس اور اکتساب کے عمل میں مقاصد کی اہمیت

(Importance of Objectives in Guiding Teaching and Learning Processes)

تعلیم کے مقاصد تدریس اور سیکھنے کے عمل کی رہنمائی میں نہایت اہم کردار ادا کرتے ہیں کیونکہ یہ تعلیم کو وضاحت، سمت اور مقصد فراہم کرتے ہیں۔ مقاصد اساتذہ کے لیے ایک رہنما نقشے کے طور پر کام کرتے ہیں، جس سے وہ اسباق کی منصوبہ بندی، مناسب تدریسی طریقے

منتخب کرنے، اور سیکھنے کے تجربات کو منظم کرنے میں مدد حاصل کرتے ہیں جو معنی خیز اور مؤثر ہوں۔ بغیر واضح مقاصد کے، تدریس غیر مرکوز ہو سکتی ہے اور طلباء مطلوبہ سیکھنے کے نتائج حاصل نہیں کر پاتے۔

سیکھنے کے نقطہ نظر سے، مقاصد طلباء کو یہ سمجھنے میں مدد دیتے ہیں کہ ان سے کیا توقع کی جاتی ہے، انہیں کیا سیکھنا ہے، اور کون سی مہارتیں حاصل کرنی ہیں۔ یہ ایک محرک کے طور پر کام کرتے ہیں، طلباء کو مقصد کا احساس دیتے ہیں اور ان کی کوششوں کو مرکوز کرنے میں مدد کرتے ہیں۔ مقاصد تشخیص اور جائزہ کو بھی آسان بناتے ہیں، جس سے اساتذہ یہ ناپ سکتے ہیں کہ آیا طلباء نے علم حاصل کیا، مہارتیں پیدا کیں، یا مطلوبہ صلاحیتیں حاصل کیں۔

مزید برآں، واضح مقاصد تعلیم میں ہم آہنگی اور تسلسل کو یقینی بناتے ہیں۔ یہ نصاب کے مواد، تدریسی حکمت عملیوں، اور جائزہ کے طریقوں کو ہم آہنگ کرتے ہیں، اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ ہر تدریسی سرگرمی سیکھنے کے وسیع مقاصد میں حصہ ڈالتی ہے۔ مثال کے طور پر، ریاضی میں ایک مقصد جیسے "طلباء مربع مساوات حل کرنے کے قابل ہوں گے" استاد کو رہنمائی فراہم کرتا ہے کہ متعلقہ تصورات، مثالیں، اور مشقیں متعارف کروائیں، اور ساتھ ہی طلباء کی مہارت کی جانچ بھی ممکن بناتا ہے۔

مختصراً، مقاصد مؤثر تدریس اور سیکھنے کی بنیاد کے طور پر کام کرتے ہیں، اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ تعلیم مقصد پر مبنی، منظم، اور نتائج پر مرکوز ہو۔

5.3.2 تدریس کی منصوبہ بندی، تدریس اور احتساب میں مقاصد کا کردار

(Role of Objectives in Planning, Teaching, and Assessment)

مقاصد تدریس و تعلم کے عمل میں انتہائی اہم کردار ادا کرتے ہیں کیونکہ یہ تدریس کو واضح سمت اور مقصدیت فراہم کرتے ہیں۔ یہ اساتذہ کو نصاب کی منصوبہ بندی، سبق کی تیاری اور طلبہ کی سیکھنے کی کارکردگی کے جائزے میں مدد دیتے ہیں۔ جب مقاصد واضح ہوں تو تدریس مرکوز، منظم اور نتائج پر مبنی ہو جاتی ہے۔

1. نصاب کی منصوبہ بندی میں کردار (Role in Curriculum Planning): مقاصد نصاب کی تیاری کی بنیاد ہوتے ہیں۔ جب نصاب بنایا جاتا ہے تو اساتذہ مقاصد کو دیکھ کر یہ طے کرتے ہیں کہ طلبہ کو ایک خاص مدت میں کیا سیکھنا چاہیے۔ اس طرح یہ یقینی بنایا جاتا ہے کہ نصاب میں شامل مواد، مہارتیں اور سرگرمیاں مطلوبہ نتائج سے ہم آہنگ ہوں۔ واضح مقاصد صحیح موضوعات کے انتخاب، ان کی ترتیب اور اہم تصورات کو ترجیح دینے میں مدد دیتے ہیں۔ مثال کے طور پر، ثانوی سطح کے ریاضی میں اگر عمومی مقصد یہ ہو کہ "طلبہ میں مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت پیدا کی جائے"، تو نصاب میں الجبرا، جیومیٹری اور لفظی مسائل کو اس انداز سے شامل کیا جائے گا کہ یہ صلاحیت آہستہ آہستہ مضبوط ہو۔ مقاصد نصاب کو مربوط، با مقصد اور ہدف پر مبنی بناتے ہیں۔

2. سبق کی تیاری میں کردار (Role in Lesson Preparation): سبق کی تیاری کے دوران مقاصد استاد کو یہ فیصلہ کرنے میں رہنمائی دیتے ہیں کہ کیا پڑھانا ہے، کس طریقے سے پڑھانا ہے اور کون سی سرگرمیاں شامل کرنی ہیں۔ یہ تدریسی طریقے، تعلیمی مواد اور کلاس روم کی

سرگرمیوں کے انتخاب میں مدد دیتے ہیں تاکہ وہ براہِ راست مطلوبہ نتائج حاصل کرنے میں معاون ہوں۔ مثال کے طور پر اگر ایک خاص مقصد یہ ہو کہ "طلبہ فیثاغورث کے قضیہ کو عملی مسائل میں استعمال کر سکیں"، تو استاد اس مقصد کے تحت مظاہرے، مشقیں اور مسائل حل کرنے کی سرگرمیاں تیار کرے گا۔ مقاصد استاد کو اہم نکات پر توجہ مرکوز رکھنے، غیر ضروری مواد سے بچنے اور سبق کو مؤثر اور با مقصد بنانے میں مدد دیتے ہیں۔

3. **تعیین قدر اور احتساب میں کردار (Role in Evaluation and Assessment):** مقاصد طلبہ کی سیکھنے کی سطح جانچنے اور تعلیم کی مؤثریت کا اندازہ لگانے کے لیے نہایت اہم ہیں۔ یہ واضح معیار فراہم کرتے ہیں جن کی بنیاد پر طلبہ کی کارکردگی کو پرکھا جاسکتا ہے۔ ٹیسٹ، کویز، منصوبے اور اسائنمنٹ سب مقاصد کو سامنے رکھ کر تیار کیے جاتے ہیں تاکہ یہ جانچا جاسکے کہ طلبہ نے مطلوبہ علم، مہارتیں اور صلاحیتیں حاصل کی ہیں یا نہیں۔ مثال کے طور پر اگر مقصد یہ ہو کہ "طلبہ اوسط (Mean)، درمیانی قدر (Median) اور موڈ (Mode) نکال سکیں"، تو استاد اس مقصد کو جانچنے کے لیے مشقوں یا حقیقی اعداد و شمار کے تجزیے پر مبنی سوالات دے سکتا ہے۔ مقاصد کے ساتھ احتساب کو ہم آہنگ کرنے سے استاد طلبہ کی کمزوریاں پہچان سکتا ہے، انہیں بروقت رائے دے سکتا ہے اور اپنی تدریسی حکمت عملی بہتر بنا سکتا ہے۔ مختصر یہ کہ مقاصد تدریس، سیکھنے اور جانچ کے درمیان ایک مضبوط ربط قائم کرتے ہیں اور تعلیم کے ہر مرحلے کو منظم، با مقصد اور قابلِ پیمائش بناتے ہیں۔

5.4 ریاضی کی تدریس کے لئے عمومی مقاصد قائم کرنے کی ضرورت

(Need for Establishing General Objectives for Teaching Mathematics)

ریاضی کی تدریس کو محض اتفاق یا روایتی طریقہ کار پر نہیں چھوڑا جاسکتا۔ واضح اور متعین عمومی مقاصد ضروری ہیں تاکہ سیکھنے کا عمل مؤثر اور با مقصد ہو۔ عمومی مقاصد قائم کرنے کی ضرورت کو درج ذیل نکات میں سمجھایا جاسکتا ہے:

1- **تدریس کو سمت فراہم کرنا (To Provide Direction to Teaching):** مقاصد ریاضی کی تدریس میں رہنمائی کا کردار ادا کرتے ہیں۔ یہ اساتذہ کو یہ واضح کرتے ہیں کہ کسی سبق، یونٹ یا کورس میں کیا حاصل کرنا ہے۔ اگر مقاصد نہ ہوں تو تدریس ایک روٹین عمل بن جاتی ہے جہاں استاد تو مواد پڑھاتا ہے لیکن طلبہ کوئی بامعنی فہم یا مہارت حاصل نہیں کرتے۔ واضح مقاصد کی موجودگی میں اساتذہ منصوبہ بندی کرتے ہیں، مناسب تدریسی طریقے اپناتے ہیں اور ایسے سیکھنے کے کاموں کو شامل کرتے ہیں جو متعین نتائج تک پہنچائیں۔ مثلاً اگر مقصد مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا ہے تو استاد یاد کرنے کے بجائے عملی مثالوں اور حکمت عملیوں پر زور دے گا۔

2- **تسلسل اور یکسانیت کو یقینی بنانا (To Ensure Consistency and Uniformity):** مقاصد ایک ایسا معیار فراہم کرتے ہیں جو مختلف اسکولوں اور کلاس رومز میں ریاضی کی تدریس کو یکساں اور ہم آہنگ بناتا ہے۔ جب مقاصد واضح ہوں تو اساتذہ چاہے کسی بھی علاقے یا

انداز کے ہوں، سب ایک جیسے بنیادی نتائج پر توجہ دیتے ہیں۔ مثلاً اگر مقصد طلبہ کو فیصد میں مہارت دلانا ہے تو ہر طالب علم چاہے دیہی ہو یا شہری، ایک ہی معیار پر سکھایا جائے گا۔ اس طرح کتابیں، تدریسی طریقے اور جائزے سب ہم آہنگ رہتے ہیں۔

3- ذہنی صلاحیتوں کی ترقی (To Develop Intellectual Abilities): ریاضی صرف حساب کتاب نہیں بلکہ اعلیٰ ذہنی صلاحیتوں کو پروان چڑھاتی ہے۔ مقاصد اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ تدریس صرف مشقوں تک محدود نہ رہے بلکہ طلبہ میں استدلال، منطقی سوچ، تجزیاتی صلاحیت اور مسئلہ حل کرنے کی عادت پیدا کرے۔ مثلاً جیومیٹری میں قضیے ثابت کرنا یا الجبرا کے سوالات حل کرنا طلبہ کے ذہنی معیار کو بلند کرتا ہے۔

4- سیکھنے کو حقیقی زندگی سے جوڑنا (To Connect Learning with Real Life): ریاضی کی اہمیت اس کے روزمرہ زندگی میں استعمال کی وجہ سے ہے۔ مقاصد اساتذہ کو سبق کو عملی مثالوں سے جوڑنے میں مدد دیتے ہیں۔ مثلاً فیصد کو دکان میں رعایت، بینک کے سود یا گھریلو بجٹ کے حساب سے جوڑا جاسکتا ہے۔ اسی طرح اعداد و شمار کو کرکٹ میچز، موسمی یا سروے سے جوڑنے سے طلبہ کی دلچسپی بڑھتی ہے۔

5- اعلیٰ تعلیم اور کیریئر کی تیاری (To Prepare for Higher Studies and Careers): ریاضی سائنس، انجینئرنگ، ٹیکنالوجی، تجارت اور معاشیات کی بنیاد ہے۔ واضح مقاصد طلبہ کو آئندہ تعلیم اور پیشہ ورانہ زندگی کے لئے تیار کرتے ہیں۔ مثلاً الجبرا اور مثلثیات کے مقاصد آگے چل کر کیلکولس اور فزکس کے لئے بنیاد فراہم کرتے ہیں۔ اس طرح طلبہ کو مسابقتی امتحانات اور کیریئر کے تقاضوں کے لئے بھی تیار کیا جاتا ہے۔

6- تخلیقی صلاحیت اور سائنسی رویہ پیدا کرنا (To Foster Creativity and Scientific Attitude): مقاصد کی رہنمائی میں ریاضی تخلیقی سوچ اور سائنسی رویہ پیدا کرتی ہے۔ جب طلبہ کو مختلف طریقوں سے مسائل حل کرنے کی ترغیب دی جاتی ہے تو ان میں جدت اور نئی راہیں تلاش کرنے کا حوصلہ پیدا ہوتا ہے۔ اسی کے ساتھ وہ سائنسی ذہنیت یعنی دلیل پر مبنی سوچ، غیر جانب داری اور ثبوت پر مبنی نتائج کی عادت اپناتے ہیں۔

7- ہمہ جہتی شخصیت کی تعمیر (To Support Holistic Development): ریاضی کی تدریس طلبہ کی مجموعی شخصیت سازی میں بھی کردار ادا کرتی ہے۔ مقاصد اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ طلبہ میں درستگی، محنت، صبر اور اعتماد جیسی عادات پروان چڑھیں۔ الجبرا کے مشکل سوالات صبر سکھاتے ہیں جبکہ جیومیٹری میں اشکال بنانا درستگی کی عادت پیدا کرتا ہے۔ یہ خصوصیات زندگی کے دوسرے پہلوؤں میں بھی فائدہ مند ثابت ہوتی ہیں۔

8- احتساب اور تعین قدر کے لئے معیار فراہم کرنا

(To Provide a Framework for Assessment and Evaluation)

جانچ بامعنی اسی وقت ہوتی ہے جب وہ واضح مقاصد پر مبنی ہو۔ مقاصد اس بات کے معیار فراہم کرتے ہیں کہ طلبہ کی کامیابی کس طرح پرکھی جائے۔ مثلاً اگر مقصد مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت ہے تو امتحان میں صرف جواب نہیں بلکہ پورا طریقہ دیکھا جائے گا۔ اس طرح جائزہ شفاف اور منصفانہ بنتا ہے۔

ریاضی کی تدریس میں واضح مقاصد کا ہونا لازمی ہے۔ یہ تدریس کو سمت دیتے ہیں، یکسانیت قائم کرتے ہیں، ذہنی صلاحیتوں اور عملی اطلاق کو فروغ دیتے ہیں، طلبہ کو اعلیٰ تعلیم اور مستقبل کے کیریئر کے لئے تیار کرتے ہیں، ان کی شخصیت کو نکھارتے ہیں اور جائزے کے لئے معیار فراہم کرتے ہیں۔ یوں مقاصد ایک نقشہ راہ کا کام کرتے ہیں جو تدریس کو با مقصد بناتے ہیں اور ریاضی کو زندگی کا کارآمد علم ثابت کرتے ہیں۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. تعلیم میں ”عمومی مقاصد“ سے کیا مراد ہے؟ ایک مثال کے ساتھ وضاحت کریں۔
2. تدریس اور اکتساب کے عمل میں مقاصد کیوں اہم ہیں؟ دو نکات بیان کریں۔
3. سبق کی تیاری کے دوران مقاصد استاد کو کس طرح رہنمائی فراہم کرتے ہیں؟
4. ریاضی کی تدریس میں عمومی مقاصد قائم کرنے کی ضرورت کو مختصر بیان کریں۔

5.5 تعلیم میں اغراض کی تفہیم (Understanding the Aims in Education)

تعلیم میں ”اغراض“ وہ وسیع اور عمومی بیانات ہوتے ہیں جو تعلیم کے مجموعی مقصد یا ارادے کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہ طویل المدتی اہداف ہیں جنہیں اسکول، اساتذہ اور تعلیمی نظام طلبہ کی علم، مہارتوں، رویوں اور اقدار کی تشکیل میں حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ مقاصد تدریس اور سیکھنے کے لئے سمت فراہم کرتے ہیں، نصاب میں کیا شامل کیا جائے، سیکھنے کے تجربات کو کیسے منظم کیا جائے اور کن نتائج کی طرف بڑھا جائے، اس کا فیصلہ کرنے میں مدد دیتے ہیں۔

مثال کے طور پر، ثانوی سطح پر ریاضی پڑھانے کا ایک مقصد یہ ہو سکتا ہے کہ طلبہ میں منطقی سوچ، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت اور ریاضیاتی علم کو حقیقی زندگی میں استعمال کرنے کی قابلیت پیدا کی جائے۔ مقاصد، مخصوص تعلیمی اہداف کی طرح قابل پیمائش نہیں ہوتے بلکہ یہ عمومی اور تجریدی ہوتے ہیں اور مزید واضح اہداف کے لئے بنیاد فراہم کرتے ہیں۔

5.5.1 تدریس ریاضی کے اغراض (Aims of Teaching Mathematics)

ریاضی محض اعداد اور فارمولوں کا علم نہیں ہے بلکہ یہ ایک ایسا علم ہے جو سوچ کو ڈھالتا ہے، اقدار کو پروان چڑھاتا ہے اور زندگی کے لئے طلبہ کو تیار کرتا ہے۔ ریاضی کی تدریس کے مقاصد وسیع اور طویل المدتی ہوتے ہیں جو تدریس کو سمت دیتے ہیں اور اساتذہ و طلبہ کی رہنمائی کرتے ہیں۔ مقاصد، مخصوص اہداف کی طرح وقتی یا محدود نہیں ہوتے بلکہ وسیع تر وزن کو ظاہر کرتے ہیں، جیسے کہ استدلال کی صلاحیت پیدا کرنا، پیشہ ورانہ زندگی کے لئے تیار کرنا یا ثقافتی پہلوؤں کی قدر دانی کرنا۔

1- ذہنی غرض (Intellectual Aim): ریاضی پڑھانے کا ایک بڑا مقصد طلبہ کے ذہن کو منطقی، منظم اور تنقیدی طور پر سوچنے کی تربیت دینا ہے۔ مساوات حل کرنے یا قضیہ ثابت کرنے میں طلبہ مرحلہ وار سوچتے ہیں، جس سے ان کی استدلالی اور تجرباتی صلاحیت بڑھتی ہے۔ یہ صلاحیت نہ صرف تعلیمی کامیابی بلکہ روزمرہ زندگی میں فیصلے کرنے میں بھی مددگار ہے۔

2- عملی غرض (Practical Aim): ریاضی ہماری روزمرہ زندگی سے گہرا تعلق رکھتا ہے۔ اخراجات کا بجٹ، رعایت کا حساب، زمین ناپنا، یابینک کے سود کو سمجھنا سب ریاضی سے جڑا ہے۔ اس مقصد کے ذریعے طلبہ ریاضی کو کلاس روم کے باہر بھی مفید سمجھتے ہیں اور اسے عملی زندگی میں استعمال کر سکتے ہیں۔

3- پیشہ ورانہ غرض (Vocational Aim): ریاضی مستقبل کی تعلیم اور پیشہ ورانہ زندگی کے لئے بنیاد فراہم کرتا ہے۔ انجینئرنگ، فنانس، ڈیٹا سائنس، آئی ٹی اور تحقیق جیسے شعبوں میں ریاضی ناگزیر ہے۔ الجبرا، مثلثیات اور شماریات طلبہ کو ان شعبوں کے لئے تیار کرتے ہیں اور ان میں درستگی، منطق اور مسئلہ حل کرنے کی عادات پیدا کرتے ہیں۔

4- ثقافتی غرض (Cultural Aim): ریاضی انسانی تہذیب کا ایک لازمی حصہ ہے۔ ہندوستانی علمائے صفر کا تصور دیا، مصریوں نے اہرام بنانے میں جیومیٹری استعمال کی، اور یونانیوں نے منطق اور ثبوت میں حصہ ڈالا۔ طلبہ جب یہ پہلو سیکھتے ہیں تو ریاضی کو ایک عالمی زبان اور ثقافتی ورثہ کے طور پر سمجھتے ہیں۔

5- اخلاقی غرض (Moral Aim): ریاضی پڑھانے کا ایک اہم مقصد طلبہ میں ایمانداری، درستگی، صبر اور مستقل مزاجی جیسی اقدار پیدا کرنا ہے۔ ریاضی میں غلطی کی گنجائش نہیں، جواب ہمیشہ منطقی طریقے سے درست ہونا چاہیے۔ یہ عادت طلبہ کو سچائی، نظم و ضبط اور ذمہ داری کا عادی بناتی ہے۔

6- جمالیاتی غرض (Aesthetic Aim): ریاضی حسن اور ترتیب سے بھر اہوا ہے۔ فونانکی سلسلہ، گولڈن ریشو، جیومیٹری کی اشکال اور توازن انسانی تخلیقی ذوق کو متاثر کرتے ہیں۔ جب طلبہ ان پہلوؤں کو دیکھتے ہیں تو ریاضی کو دلچسپ، تخلیقی اور خوشگوار محسوس کرتے ہیں۔

7- سماجی غرض (Social Aim): ریاضی طلبہ کو ایک ساتھ کام کرنے، خیالات بانٹنے اور مشترکہ طور پر مسائل حل کرنے کی تربیت دیتا ہے۔ گروپ ورک، منصوبوں اور مباحثوں کے ذریعے وہ تعاون، تنقیدی گفتگو اور دوسروں کی رائے کا احترام سیکھتے ہیں۔ اس طرح ریاضی سماجی مہارتوں اور ٹیم ورک کو فروغ دیتا ہے۔

8- اعلیٰ تعلیم کی تیاری (Preparation for Higher Studies): ریاضی اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ مضامین جیسے فزکس، انجینئرنگ، کمپیوٹر سائنس، اکنامکس اور ٹیکنالوجی کی بنیاد ہے۔ اگر طلبہ اسکول کی سطح پر مضبوط بنیاد حاصل کر لیں تو وہ آگے چل کر پیچیدہ موضوعات کو بہتر انداز میں سمجھ سکتے ہیں۔

ریاضی کی تدریس کے مقاصد محض فارمولے اور اعداد سکھانے تک محدود نہیں ہیں بلکہ یہ طلبہ میں ذہنی صلاحیتیں، عملی مہارتیں، پیشہ ورانہ تیاری، ثقافتی شعور، اخلاقی اقدار، جمالیاتی ذوق اور سماجی تعاون جیسی خصوصیات پیدا کرتے ہیں۔ یہ تمام مقاصد مل کر ریاضی کو ایک ایسا مضمون بناتے ہیں جو علمی ترقی کے ساتھ ساتھ شخصی، سماجی اور ثقافتی ترقی کا بھی ذریعہ بنتا ہے۔

5.6 تدریس ریاضی کے اقدار (Values of Teaching Mathematics)

ریاضی صرف مسائل حل کرنے اور فارمولے یاد کرنے کا نام نہیں، بلکہ یہ سیکھنے والے کی شخصیت، سوچنے کے انداز اور سماجی رویوں کو بھی تشکیل دیتا ہے۔ ریاضی کی تدریس کی اقدار صرف تعلیمی حد تک محدود نہیں رہتیں بلکہ ذہنی ترقی، اخلاقی مضبوطی، ثقافتی قدردانی اور ذاتی نظم و ضبط میں بھی کردار ادا کرتی ہیں۔ یہ طلبہ کو یہ سکھاتی ہیں کہ کس طرح سوچنا ہے، عمل کرنا ہے اور دوسروں کے ساتھ تعلق قائم رکھنا ہے۔ ریاضی کے ذریعے طلبہ میں سوچ کی وضاحت، کام میں درستگی، مسائل حل کرنے میں صبر اور دنیا میں موجود نمونوں اور حسن کی قدردانی پیدا ہوتی ہے۔ یہ اقدار ریاضی کو زندگی سنوارنے والا مضمون بنادیتی ہیں، جو شخصیت کی ہمہ جہتی نشوونما اور ساری عمر سیکھنے کا ذریعہ بنتا ہے۔

1- ذہنی اقدار (Intellectual Values): ریاضی طلباء کی ذہانت کو تیز کرنے میں اہم کردار ادا کرتی ہے۔ یہ سوچ کی وضاحت پیدا کرتی ہے کیونکہ طلباء کو قدم بہ قدم سوچنے کی ترغیب دیتی ہے بجائے اس کے کہ وہ فوراً نتیجہ اخذ کر لیں۔ طلباء کو منظم طریقہ اپنانے کی تربیت دی جاتی ہے، جس سے منطقی سوچ اور تجزیاتی صلاحیت پیدا ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر، کسی مساوات کو حل کرنے کے لیے یہ ضروری ہے کہ دیا گیا معلوم کیا ہے، طریقہ کار منتخب کیا جائے، اور اسے ترتیب سے لاگو کیا جائے۔ یہ عمل مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کو بہتر بناتا ہے اور فیصلہ کرنے کی مہارت میں اضافہ کرتا ہے۔

مزید برآں، ریاضی تخلیقی صلاحیت کو بھی فروغ دیتی ہے کیونکہ طلباء مسائل حل کرتے وقت نئے طریقے، شارٹ کٹ، یا پیٹرن دریافت کرتے ہیں۔ یہ تجسس پیدا کرتی ہے کہ سوال کریں، تحقیق کریں، اور متبادل حل تلاش کریں۔ یہ ذہنی اقدار صرف ریاضی تک محدود نہیں ہیں بلکہ روزمرہ زندگی میں بھی کام آتی ہیں، جہاں منطقی سوچ، تنظیم، اور جدت کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس طرح، ریاضی طلباء کے ذہنی صلاحیتوں کو مضبوط کرتی ہے اور انہیں تعلیمی اور عملی مسائل کو منطقی اور مؤثر انداز میں حل کرنے کے لیے تیار کرتی ہے۔

2- عملی اقدار (Practical Values): ریاضی کی عملی اقدار روزمرہ زندگی کے تقریباً ہر پہلو میں نظر آتی ہیں۔ چاہے یہ آسان کام ہوں جیسے گھر کا بجٹ سنبھالنا، کھانے کی اشیاء کی مقدار ناپنا، یا وقت کا حساب لگانا، یا کاروبار، ٹیکنالوجی اور سائنس میں پیچیدہ اطلاقات، ریاضی ہر جگہ ضروری ہے۔ مثال کے طور پر، فیصدی (percentages) کی سمجھ خریداری میں چھوٹ، بینک میں سود کی شرح کے حساب کے لیے استعمال ہوتی ہے، جبکہ جیومیٹری تعمیرات اور ڈیزائن میں کام آتی ہے۔ ریاضی کو حقیقی زندگی کے مسائل میں استعمال کرنے کی صلاحیت طلباء کے لیے سیکھنے کو زیادہ معنی خیز بناتی ہے۔ وہ اس مضمون کی اہمیت اور افادیت کو سمجھ پاتے ہیں۔ روزمرہ سرگرمیوں سے آگے، عملی اقدار طلباء کو سماج میں حصہ لینے کے لیے تیار کرتی ہیں، جہاں باخبر فیصلے اعداد و شمار، شماریات، اور حساب کتاب پر منحصر ہوتے ہیں۔ ریاضی ابھرتی ہوئی فیلڈز جیسے مصنوعی ذہانت، ڈیٹا سائنس، اور ٹیکنالوجی پر مبنی صنعتوں میں بھی اہم کردار ادا کرتی ہے۔ اس طرح، ریاضی کی عملی اقدار یہ یقینی بناتی ہیں کہ طلباء صرف علم حاصل نہ کریں بلکہ اسے اپنی ذاتی اور پیشہ ورانہ زندگی میں مؤثر طریقے سے استعمال بھی کریں۔

3- اخلاقی اقدار (Moral Values): ریاضی اہم اخلاقی خصوصیات پیدا کرتی ہے جیسے ایمانداری، نظم و ضبط، اور مستقل مزاجی۔ کسی مسئلے کو حل کرتے وقت غلط انداز سے نتیجہ بدلنا یا اندازہ لگانا ممکن نہیں — صحیح اور درست نتائج کی ضرورت ہوتی ہے، جو ایمانداری کو فروغ

دیتی ہے۔ ریاضی کی باقاعدہ مشق صبر سکھاتی ہے، کیونکہ بہت سے مسائل فوراً حل نہیں ہو سکتے، جو مستقل مزاجی اور محنت کی اہمیت سکھاتے ہیں۔ نظم و ضبط بھی سیکھنے کا حصہ ہے کیونکہ ریاضی کا کام قدم بہ قدم ترتیب اور صاف پیشکش کا مطالبہ کرتا ہے۔ مثال کے طور پر، کسی حساب میں ایک چھوٹی سی غلطی یا علامت کی جگہ بدلنا پورے جواب کو بدل سکتی ہے، جو محتاط رہنے اور ذمہ داری کا احساس دلاتا ہے۔ ریاضی انصاف پسندی اور حقیقت پسندی بھی سکھاتی ہے کیونکہ اس کے نتائج منطق اور حقائق پر مبنی ہوتے ہیں، مفروضوں پر نہیں۔ یہ اخلاقی اقدار کلاس روم سے باہر بھی اثر ڈالتی ہیں، طلباء کے کردار کو تشکیل دیتی ہیں اور زندگی میں ان کے رویے کو ہدایت دیتی ہیں۔

4- سماجی اقدار (Social Values): ریاضی کی تعلیم طلباء میں اہم سماجی اقدار کو بھی فروغ دیتی ہے۔ گروپ سرگرمیاں جیسے پزل حل کرنا، پروجیکٹ کرنا، یا شماراتی ڈیٹا کا تجزیہ کرنا ٹیم ورک، تعاون، اور باہمی احترام کو بڑھاوا دیتی ہیں۔ طلباء سیکھتے ہیں کہ کسی مسئلے کو حل کرنے کے کئی طریقے ہو سکتے ہیں، جس سے مختلف نقطہ نظر کا احترام پیدا ہوتا ہے۔ ریاضی کی جماعتی تعلیم مواصلاتی مہارتوں کو فروغ دیتی ہے، کیونکہ طلباء اپنے دلائل پر بات کرتے اور اپنے حل کی وضاحت کرتے ہیں۔ یہ مسئلہ حل کرنے کو مشترکہ ذمہ داری کے طور پر بھی فروغ دیتی ہے، ایک دوسرے کی مدد کرنے اور سیکھنے کا جذبہ پیدا کرتی ہے۔ مزید برآں، ریاضی معروضیت اور انصاف پسندی بھی سکھاتی ہے، جو مضبوط سماجی تعلقات بنانے کے لیے ضروری ہیں۔ اس طرح، ریاضی سے حاصل شدہ سماجی اقدار طلباء کو با احترام، تعاون کرنے والا، اور ذمہ دار شہری بننے کے لیے تیار کرتی ہیں۔

5- ثقافتی اقدار (Cultural Values): ریاضی انسانی تہذیب کے ثقافتی ورثے کی عکاسی کرتی ہے۔ مصر کی جیومیٹری سے لے کر بھارتی تصورات جیسے صفر اور اعشاریہ نظام، اور یونانی منطق اور جیومیٹری کی ترقی، ریاضی نے ثقافتی ترقی میں گہرا کردار ادا کیا ہے۔ ریاضی کی تعلیم طلباء کو یہ سمجھنے کا موقع فراہم کرتی ہے کہ مختلف تہذیبوں نے اس مضمون کو کس طرح مالا مال کیا۔ یہ انہیں فن، موسیقی، اور فن تعمیر جیسے شعبوں میں ریاضی کے کردار سے بھی روشناس کراتی ہے۔ مثلاً اسلامی فن میں توازن یا رینیسانس کی تصویروں میں گولڈن ریشو۔ ثقافتی پہلوؤں کو سیکھ کر طلباء علم حاصل کرنے کے ساتھ ساتھ انسانی کامیابیوں کی تنوع کا احترام بھی سیکھتے ہیں۔ اس طرح، ریاضی ثقافتی ورثے پر فخر اور عالمی سمجھ بوجھ کو فروغ دیتی ہے۔

6- جمالیاتی اقدار (Aesthetic Values): ریاضی نہ صرف منطقی اور عملی بلکہ خوبصورت بھی ہے۔ اس کی جمالیاتی اقدار پیٹرن، توازن، اور ہم آہنگی میں ظاہر ہوتی ہیں۔ جیسے فونانکی سلسلہ، گولڈن ریشو، یا فیکٹلز قدرتی خوبصورتی سے جڑے ہوتے ہیں۔ پھولوں، شیلز، اور کہکشاؤں میں نظر آتے ہیں۔ طلباء جو ان خیالات کی تحقیق کرتے ہیں، وہ ریاضی کے ڈھانچوں میں موجود خوبصورتی اور ترتیب کی قدر سیکھتے ہیں۔ ایک پیچیدہ مسئلہ حل کرنا یا تھیورم ثابت کرنا بھی وضاحت اور سادگی حاصل کرنے میں خوشی اور جمالیاتی اطمینان دیتا ہے۔ جمالیاتی اقدار ریاضی کو خوشگوار بناتی ہیں، خوف اور پریشانی کو کم کرتی ہیں اور اسے ایک حیرت انگیز مضمون کے طور پر پیش کرتی ہیں۔ یہ تخلیقی صلاحیت، تخیل، اور جذباتی تسکین کو فروغ دیتی ہیں۔

ریاضی کی تعلیم کی اقدار کلاس روم کی تعلیم سے کہیں آگے جاتی ہیں۔ یہ ذہانت کو فروغ دیتی ہیں، اخلاقی نظم و ضبط پیدا کرتی ہیں، سماجی تعاون بڑھاتی ہیں، اور طلباء کو ثقافتی ورثے اور خوبصورتی سے جوڑتی ہیں۔ ریاضی صرف مسائل حل کرنے کا عملی ذریعہ نہیں بلکہ ایک ایسا مضمون

ہے جو ایمانداری، صبر، اور ترتیب و حسن کی قدر سکھاتا ہے۔ ذہنی، عملی، اخلاقی، سماجی، ثقافتی، اور جمالیاتی اقدار کو یکجا کر کے، ریاضی کی تعلیم طلباء کی مجموعی ترقی میں مدد دیتی ہے، انہیں ذاتی کردار، سماجی ہم آہنگی، اور ثقافتی سمجھ بوجھ میں مضبوط بناتی ہے، اور بالآخر متوازن اور بامعنی زندگی کے لیے تیار کرتی ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. تعلیم میں ”اغراض“ سے کیا مراد ہے؟ ریاضی کی تدریس کے تناظر میں وضاحت کریں۔
2. ریاضی پڑھانے کا ذہنی غرض (Intellectual Aim) کیا ہے اور یہ طلبہ کے لئے کیوں اہم ہے؟
3. ریاضی کی تدریس میں عملی اقدار (Practical Values) کس طرح طلبہ کی روزمرہ زندگی میں مددگار ثابت ہوتی ہیں؟
4. ریاضی کی تعلیم سے حاصل ہونے والی جمالیاتی اقدار (Aesthetic Values) کی وضاحت کریں۔

5.7 تدریس ریاضی کے عمومی مقاصد (General Objectives of Teaching Mathematics)

ثانوی سطح پر ریاضی طلبہ کی ذہنی اور شخصی نشوونما میں اہم کردار ادا کرتی ہے۔ تدریس کو مؤثر اور بامقصد بنانے کے لیے عمومی مقاصد ترتیب دیے جاتے ہیں۔ یہ مقاصد اساتذہ کے لیے رہنما اصول کا کام کرتے ہیں تاکہ ریاضی کو محض فارمولوں کا مجموعہ سمجھ کر نہ پڑھایا جائے بلکہ ایک ایسا مضمون بنایا جائے جو طلبہ میں استدلال، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، تخلیقی سوچ اور اعتماد پیدا کرے۔ اس کے علاوہ یہ اس بات کو بھی یقینی بناتے ہیں کہ تعلیم حقیقی زندگی کے حالات سے جڑی ہو اور طلبہ کو اعلیٰ تعلیم اور مستقبل کے پیشوں کے لیے تیار کرے۔

ذیل میں ثانوی سطح پر ریاضی کی تدریس کے عمومی مقاصد تفصیل کے ساتھ بیان کیے جا رہے ہیں۔

1- استدلال، منطقی سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا

(To Develop the Power of Reasoning, Logical Thinking, and Problem-Solving)

ریاضی کی تعلیم کا ایک اہم مقصد طلبہ کو منطقی طور پر سوچنے اور مؤثر انداز میں استدلال کرنے کی تربیت دینا ہے۔ ریاضی مسائل کا تجزیہ کرنے، پیٹرن یا نمونوں کی شناخت کرنے، اور درست نتائج اخذ کرنے کا منظم طریقہ فراہم کرتی ہے۔ مثال کے طور پر، جب طلبہ مساوات حل کرتے ہیں یا تھیورمز ثابت کرتے ہیں تو وہ منطقی مراحل کی پیروی کرتے ہیں، جو ان کی استدلالی صلاحیت کو مضبوط بناتی ہے۔ مسئلہ حل کرنے کی مشقیں طلبہ میں ثابت قدمی، تخلیقی صلاحیت اور چیلنجز کا مقابلہ کرنے کا اعتماد بھی پیدا کرتی ہیں۔ یہ مہارتیں صرف ریاضی تک

محدود نہیں بلکہ روزمرہ کے فیصلوں میں بھی مفید ہیں، جیسے منصوبہ بندی کرنا، کاموں کو منظم کرنا، یا معلومات کا تجزیہ کرنا۔ استدلال اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیتیں بڑھانے سے ریاضی اعلیٰ سطح کی سوچ کو فروغ دیتی ہے، جو تعلیمی کامیابی اور عملی زندگی کے مسائل دونوں کے لیے ضروری ہے۔

2- طلبہ کو درستگی اور تیزی کے ساتھ حسابی مہارتیں سیکھنے کے قابل بنانا

(To Enable Learners to Acquire Computational Skills with Accuracy and Speed)

ریاضی کی تعلیم کا ایک اور مقصد یہ ہے کہ طلبہ حسابی مہارتیں ماہرانہ طور پر سیکھیں۔ درستگی اس بات کو یقینی بناتی ہے کہ طلبہ صحیح نتائج تک پہنچیں، جبکہ تیزی انہیں مسائل کو مؤثر انداز میں حل کرنے کی صلاحیت دیتی ہے۔ یہ دونوں خصوصیات روزمرہ کی زندگی میں ضروری ہیں، چاہے اخراجات کا حساب لگانا ہو، بجٹ بنانا ہو، یا وقت کا انتظام کرنا ہو۔ ریاضی میں طلبہ عددی عملیات، الجبری اظہار، اور پیمائشوں کی مشق کرتے ہیں، جو بتدریج ان کی کارکردگی کو بہتر بناتی ہیں۔ حسابی مہارتیں طلبہ کو مقابلہ جاتی امتحانات اور پیشہ ورانہ کاموں کے لیے بھی تیار کرتی ہیں، جہاں درستگی اور تیزی کی قدر کی جاتی ہے۔ مزید برآں، تیزی اور درستگی کے ساتھ کام کرنے کی عادت غلطیوں کو کم کرتی ہے اور اعتماد پیدا کرتی ہے۔ اس لیے اساتذہ کو چاہیے کہ وہ مستقل مشق، ذہنی حساب کی تکنیکیں، اور منطقی شارٹ کٹس کی حوصلہ افزائی کریں، بغیر درستگی کو نقصان پہنچائے۔ یہ مقصد طلبہ کو مضبوط عددی مہارتیں فراہم کرتا ہے، جو اعلیٰ سطح کی ریاضی اور عملی زندگی کے استعمال کے لیے بنیاد فراہم کرتی ہیں۔

3- تصورات کو عمومی کرنے اور نئے حالات میں لاگو کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا

(To Develop the Ability to Generalize and Apply Concepts to New Situations)

ریاضی صرف نصابی مسائل حل کرنے کے بارے میں نہیں بلکہ علم کو نئے سیاق و سباق میں استعمال کرنے کے بارے میں بھی ہے۔ ایک اہم مقصد یہ ہے کہ طلبہ کو اصولوں کو عمومی کرنے اور غیر مانوس حالات میں استعمال کرنے کی تربیت دی جائے۔ مثال کے طور پر، مثلث کے رقبے کا فارمولا تعمیر یا زمین کی پیمائش کے حقیقی مسائل میں استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح، الجبرا کے اصول اور ہندسائی خصوصیات عملی چیلنجز حل کرنے میں مددگار ثابت ہوتی ہیں۔ عمومی کرنے کی حوصلہ افزائی سے طلبہ مخصوص مثالوں سے وسیع تصورات کی طرف منتقل ہونا سیکھتے ہیں، جو ان کی تخلیقی صلاحیت اور سوچ میں لچک بڑھاتا ہے۔ یہ مہارت نہ صرف ریاضی بلکہ سائنس، معیشت، اور دیگر مضامین میں بھی قیمتی ہے، جہاں ریاضیاتی استدلال استعمال ہوتا ہے۔ جب طلبہ کلاس روم کے علم کو حقیقی زندگی میں لاگو کر سکتے ہیں، تو ان کی سمجھ بہتر ہوتی ہے اور وہ پیچیدہ اور عملی مسائل کو اعتماد کے ساتھ حل کرنے کی صلاحیت پیدا کر لیتے ہیں۔

4- منظم، ترتیب وار اور درست کام کرنے کی عادت کو فروغ دینا

(To Promote the Habit of Systematic, Orderly, and Precise Work)

ریاضی میں محتاط تنظیم، صفائی اور درستگی کی ضرورت ہوتی ہے۔ علامتوں یا مراحل میں چھوٹی سی غلطی بھی نتیجہ بدل سکتی ہے، جو طلبہ کو منظم کام کی اہمیت سکھاتی ہے۔ اس عادت کو فروغ دینا ریاضی کی تعلیم کا ایک اہم مقصد ہے۔ طلبہ کو تربیت دی جاتی ہے کہ وہ اپنا کام واضح، قدم بہ

قدم انداز میں پیش کریں اور منطقی ترتیب پر عمل کریں۔ یہ عمل صبر، نظم و ضبط، اور ذمہ داری پیدا کرتا ہے۔ ریاضی سے باہر بھی یہ عادات دیگر مضامین اور روزمرہ زندگی میں کام آتی ہیں۔ مثلاً رپورٹ لکھنے، کاموں کا انتظام کرنے، یا روزانہ کے مسائل حل کرنے میں۔ ریاضی میں درستگی طلبہ کو تفصیل پر توجہ دینے اور صحیح کام کرنے کی قدر سکھاتی ہے، جو اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ زندگی میں قدر کی نگاہ سے دیکھی جاتی ہے۔ اس طرح، ریاضی نہ صرف علمی مہارتیں مضبوط کرتی ہے بلکہ طلبہ کی کام کرنے کی عادات بھی وضع کرتی ہے، انہیں مستقبل کے چیلنجز کے لیے تیار کرتی ہے جو محتاط اور منظم رویے کا تقاضا کرتے ہیں۔

5- طلبہ کو اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ کیریئر کے لیے تیار کرنا

(To Prepare Students for Higher Education and Professional Careers)

ریاضی کی تعلیم کا ایک اہم مقصد یہ ہے کہ طلبہ کے لیے اعلیٰ تعلیم کی مضبوط بنیاد تیار کی جائے۔ ریاضی سائنس، انجینئرنگ، کامرس، معیشت، ٹیکنالوجی، اور تحقیق کے شعبوں میں لازمی ہے۔ اگر ثانوی سطح پر مناسب تیاری نہ کی جائے تو طلبہ اعلیٰ تعلیم میں مشکلات کا سامنا کر سکتے ہیں۔ ریاضی تجزیاتی مہارتیں بھی فروغ دیتی ہے، جو پیشہ ورانہ زندگی میں کارآمد ہیں، چاہے ڈیٹا تجزیہ ہو، کاروباری فیصلے، یا تکنیکی جدت۔ اس لیے اساتذہ کو یہ یقینی بنانا چاہیے کہ طلبہ صرف بنیادی علم ہی نہیں بلکہ اعلیٰ مسائل حل کرنے کا اعتماد اور صلاحیت بھی حاصل کریں۔ یہ تیاری طلبہ کے کیریئر کے مواقع بڑھاتی ہے اور مستقبل کے مواقع میں اضافہ کرتی ہے۔ ریاضی کی تعلیم کو اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ ضروریات کے مطابق ہم آہنگ کر کے، اسکول طلبہ کو کامیاب تعلیمی اور پیشہ ورانہ راستے اختیار کرنے کے قابل بناتے ہیں۔

6- تخلیقی صلاحیت، اصالت، اور خود مختار سوچ کی حوصلہ افزائی کرنا

(To Encourage Creativity, Originality, and Independent Thinking)

ریاضی اکثر سخت تصور کی جاتی ہے، لیکن حقیقت میں یہ تخلیقیت اور اصالت کی حوصلہ افزائی کرتی ہے۔ طلبہ کو اکثر یہی چیلنج دیا جاتا ہے کہ وہ ایک ہی مسئلے کو مختلف طریقوں سے حل کریں، جو جدت اور خود مختار سوچ کو فروغ دیتا ہے۔ مثال کے طور پر، ایک quadratic مساوات کو عامل سازی، مربع مکمل کرنے، یا quadratic فارمولا استعمال کر کے حل کیا جاسکتا ہے۔ ان مختلف طریقوں کی تلاش لچکدار سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی تخلیقی صلاحیت کو فروغ دیتی ہے۔ ریاضی میں خود مختار سوچ اعتماد بھی پیدا کرتی ہے، کیونکہ طلبہ سمجھتے ہیں کہ وہ بغیر یادداشت یا استاد کی رہنمائی پر مکمل انحصار کیے حل تلاش کر سکتے ہیں۔ تخلیقیت اور اصالت کو فروغ دے کر، ریاضی خوشگوار اور کم مشینی محسوس ہوتی ہے، جس سے طلبہ اپنی تعلیم پر قابو پانے کی ترغیب پاتے ہیں۔ یہ مقصد یقینی بناتا ہے کہ طلبہ ریاضی کو صرف قواعد کا مضمون نہیں بلکہ دریافت اور جدت کا میدان سمجھیں۔

7- ریاضیاتی علم کو روزمرہ زندگی اور عملی حالات سے جوڑنا

(To Link Mathematical Knowledge with Daily Life and Practical Situations)

ریاضی کی تعلیم کا ایک اہم مقصد یہ ہے کہ کلاس روم کی تعلیم کو حقیقی زندگی کے استعمال سے جوڑا جائے۔ طلبہ کو یہ دیکھنے کے قابل ہونا چاہیے کہ ریاضیاتی تصورات بجٹ بنانے، خریداری، کھانا پکانے، سفر، کھیل یا ٹیکنالوجی کو سمجھنے میں کیسے لاگو ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر، فیصدی

چھوٹ میں، اوسط کرکٹ کے سکور میں، اور ہندسہ سازی میں استعمال ہوتی ہے۔ جب طلبہ ان تعلقات کو پہچانتے ہیں، تو ریاضی معنی خیز اور دلچسپ بن جاتی ہے، خوف کم ہوتا ہے اور حوصلہ بڑھتا ہے۔ یہ مقصد طلبہ کو روزمرہ کے کام مؤثر طریقے سے انجام دینے کے لیے بھی تیار کرتا ہے، چاہے مالی انتظام ہو یا اخبارات یا ڈیجیٹل پلیٹ فارمز میں ڈیٹا کی تشریح۔ اساتذہ کو عملی مثالیں اور سرگرمیاں استعمال کر کے ریاضی کی اہمیت دکھانی چاہیے۔ علم کو زندگی سے جوڑنا یقینی بناتا ہے کہ ریاضی الگ تھلگ نہیں سیکھا جاتا بلکہ ایسا مضمون ہے جو طلبہ کو ذہن اور مؤثر انداز میں معاشرتی زندگی گزارنے کے قابل بناتا ہے۔

8- اعتماد پیدا کرنا اور ریاضی کے خوف یا اضطراب کو دور کرنا

(To Build Confidence and Remove Fear or Anxiety towards Mathematics)

بہت سے طلبہ ریاضی کے خوف یا اضطراب کا شکار ہوتے ہیں، اکثر منفی تجربات یا دباؤ کی وجہ سے۔ ریاضی کی تعلیم کا ایک عمومی مقصد یہ ہے کہ طلبہ کا اعتماد بڑھایا جائے اور یہ خوف دور کیا جائے۔ اساتذہ سادہ وضاحتیں، حقیقی زندگی کی مثالیں، اور حوصلہ افزا الفاظ استعمال کر کے تعلیم کو خوشگوار بنا سکتے ہیں۔ بتدریج ترقی، باقاعدہ مشق، اور چھوٹی کامیابیوں کی شناخت طلبہ کو یہ محسوس کراتی ہے کہ وہ ریاضی سنبھال سکتے ہیں۔ جیسے جیسے اعتماد بڑھتا ہے، خوف کم ہوتا ہے اور طلبہ ریاضی کو تحقیق اور دریافت کا مضمون سمجھنے لگتے ہیں، نہ کہ مشکل۔ یہ مقصد اہم ہے کیونکہ اعتماد نہ صرف کارکردگی کو بہتر بناتا ہے بلکہ طلبہ کو مستقبل میں ریاضی سے متعلق شعبوں میں جانے کی ترغیب بھی دیتا ہے۔ خوف دور کر کے اور مثبت رویہ فروغ دے کر، تعلیم یقینی بناتی ہے کہ ریاضی ایک طاقتور مضمون بنے نہ کہ تناؤ کا ذریعہ۔

9- سائنسی مزاج، معروضیت، اور عقلی فیصلہ سازی کو فروغ دینا

(To Promote Scientific Temper, Objectivity, and Rational Decision-Making)

ریاضی طلبہ میں سائنسی مزاج پیدا کرتی ہے، انہیں یہ سکھا کر کہ منطق، حقائق اور شواہد پر انحصار کریں نہ کہ قیاس یا توہم پرستی پر۔ ریاضی کی تعلیم کا ایک مقصد معروضیت پیدا کرنا ہے۔ موقف کو بغیر ذاتی تعصب کے پرکھنے کی صلاحیت۔ مثال کے طور پر، شماریاتی مسائل حل کرنا یا ڈیٹا کا تجزیہ طلبہ کو شواہد کی بنیاد پر عقلی فیصلے کرنے کی تربیت دیتا ہے۔ یہ صلاحیت نہ صرف تعلیمی زندگی بلکہ روزمرہ زندگی میں بھی اہم ہے، جہاں افراد کو فیصلے کرنے سے پہلے اختیارات کا منطقی جائزہ لینا پڑتا ہے۔ ریاضی عقلی سوچ کو بھی فروغ دیتی ہے، جو معاشرے میں سائنسی مزاج پیدا کرنے کے لیے ضروری ہے۔ ان خصوصیات کو فروغ دے کر، ریاضی ایسے افراد کی تشکیل میں مدد کرتی ہے جو زندگی کے چیلنجز کا تجزیاتی، منصفانہ، اور شواہد پر مبنی رویے کے ساتھ مقابلہ کر سکیں۔

10- ریاضی کی خوبصورتی اور ثقافتی اہمیت کی قدر پیدا کرنا

(To Foster Appreciation of the Beauty and Cultural Significance of Mathematics)

ریاضی کو صرف مسائل حل کرنے کے آلے کے طور پر نہیں بلکہ خوبصورتی اور ثقافتی اہمیت کے حامل مضمون کے طور پر پڑھایا جانا چاہیے۔ ہندوستانی اشکال میں توازن، فطرت میں پیٹرنز جیسے Fibonacci سلسلہ، اور ثبوتوں کی نفاست ریاضی کے جمالیاتی پہلو کو اجاگر کرتی ہیں۔ طلبہ جو ان پہلوؤں کو سراہتے ہیں، وہ ریاضی کو خوشگوار اور متاثر کن سمجھنے لگتے ہیں۔ اس کے علاوہ، ریاضی کی تعلیم طلبہ کو انسانی تہذیب میں

اس کے کردار کو سمجھنے میں مدد دیتی ہے۔ مثال کے طور پر، بھارتی ریاضی دانوں جیسے آریہ بھٹا اور رامنجن کی شراکت، یا یونانی اور مصری ثقافتوں میں ہندسہ سازی کی اہمیت۔ ان ثقافتی شراکتوں کو پہچان کر طلبہ میں فخر اور انسانی کامیابیوں کے لیے احترام پیدا ہوتا ہے۔ خوبصورتی اور ثقافت کی قدر پیدا کر کے، ریاضی محض تکنیکی مضمون نہیں بلکہ تاریخ، فن، اور قدرتی دنیا سے رابطے کا ذریعہ بن جاتی ہے۔

ثانوی سطح پر ریاضی کی تعلیم کے عمومی مقاصد سیکھنے کو با معنی، خوشگوار، اور متعلقہ بنانے کے لیے ہیں۔ یہ صرف ذہنی ترقی پر مرکوز نہیں بلکہ تخلیقی صلاحیت، اعتماد، عملی اطلاقات، اور خوبصورتی اور ثقافت کی قدر پر بھی توجہ دیتے ہیں۔ استدلال، درستگی، منظم کام، اور خود مختار سوچ کو فروغ دے کر، ریاضی کی تعلیم طلبہ کو اعلیٰ تعلیم، کیریئر، اور روزمرہ زندگی کے لیے تیار کرتی ہے۔ یہ مقاصد یقینی بناتے ہیں کہ ریاضی ذاتی ترقی، ثقافتی شعور، اور عقلی زندگی کے لیے ایک طاقتور ذریعہ بنے، جو آخر کار طلبہ کو حقیقی دنیا کے چیلنجز کا مقابلہ کرنے کے قابل بنائے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. ریاضی کی تدریس کا بنیادی مقصد طلبہ میں کس قسم کی سوچ پیدا کرنا ہے؟
2. ریاضی میں درستگی اور تیزی کی مہارت طلبہ کو کن چیزوں کے لیے تیار کرتی ہے؟
3. ریاضی کی تدریس کے ذریعے طلبہ میں خوف دور کرنے کے لیے کیا فروغ دینا ضروری ہے؟

5.8 مخصوص مقاصد اور تدریسی نکات برائے مختلف موضوعات

(Specific Objectives and Teaching Points of Various Content Areas)

ثانوی سطح پر، ریاضی کو مختلف شاخوں میں تقسیم کیا گیا ہے جیسے حساب (Arithmetic)، الجبرا (Algebra)، جیومیٹری (Geometry)، مثلثیات (Trigonometry)، ماپ تول (Mensuration)، شماریات (Statistics)، اور ہم آہنگی جیومیٹری (Coordinate Geometry)۔ ہر شاخ کے اپنے مخصوص مقاصد ہوتے ہیں جو واضح کرتے ہیں کہ طلباء کو کیا حاصل کرنا چاہیے، اور تدریسی نکات اساتذہ کو سبق ترتیب دینے میں رہنمائی فراہم کرتے ہیں۔ یہ سب مل کر یہ یقینی بناتے ہیں کہ طلباء نہ صرف علم حاصل کریں بلکہ عملی مہارتیں اور منطقی فہم بھی پیدا کریں۔

5.8.1 حساب (Arithmetic)

خصوصی مقاصد (Specific Objectives): حساب کا مقصد بنیادی عددی عملیات میں درستگی اور اعتماد پیدا کرنا ہے۔ طلباء سیکھتے ہیں کہ پورے اعداد، کسور، اعشاریہ اور فیصد کے ساتھ حساب کتاب کریں۔ یہ انہیں روزمرہ زندگی میں حساب استعمال کرنے کی تربیت دیتا ہے، جیسے خریداری، بینکنگ، بجٹ بندی، اور ٹیکس کے مسائل۔ تناسب اور نسبت جیسے تصورات پر زور دیا جاتا ہے تاکہ طلباء مقداروں کا موازنہ کر سکیں اور روزمرہ مسائل کو مؤثر طریقے سے حل کر سکیں۔

تدریسی نکات (Teaching Points): حساب کی تدریس میں پورے اعداد، عدد صحیح، منطقی اور حقیقی اعداد پر عملیات شامل ہیں۔ طلباء کسور، اعشاریہ، فیصد اور ان کی تبدیلیوں کی مشق بھی کرتے ہیں۔ عملی اطلاقات جیسے سادہ اور مرکب سود، منافع اور نقصان، رعایت، اور ٹیکس سیکھنے کو مزید متعلقہ اور مفید بناتے ہیں۔ حساب میں مہارت حاصل کرنے سے طلباء بنیادی زندگی کی ضروری مہارتیں حاصل کرتے ہیں اور اعلیٰ ریاضی کے لیے مضبوط بنیاد تیار کرتے ہیں۔

5.8.2 الجبرا (Algebra)

خصوصی مقاصد (Specific Objectives): الجبرا ریاضی کی ایک بنیادی شاخ ہے جو طلباء کو اعداد اور تعلقات کی نمائندگی کے لیے علامات اور حروف کے استعمال سے متعارف کراتی ہے۔ اس کا بنیادی مقصد منطقی استدلال، تجزیاتی سوچ، اور مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کو فروغ دینا ہے، جس کے لیے طلباء کو یہ سکھایا جاتا ہے کہ اظہار کو کس طرح منظم کریں، مساوات حل کریں، اور پیٹرنز کو عمومی شکل میں سمجھیں۔ الجبرا طلباء کو حسابی عملیات سے اعلیٰ سطح کے ریاضیاتی تصورات تک لے جانے میں مدد دیتا ہے اور تجریدی سوچ کو فروغ دیتا ہے۔ یہ طلباء کو حقیقی زندگی کے مسائل کو ریاضیاتی طور پر ماڈل کرنے کی بھی صلاحیت فراہم کرتا ہے، جیسے اخراجات کا حساب لگانا، ترقی کی پیش گوئی کرنا، یا رجحانات کا تجزیہ کرنا۔ الجبرا سیکھنے سے طلباء منظم انداز میں سوچنے اور مسائل کو مرحلہ وار حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرتے ہیں، جو ریاضی اور متعلقہ مضامین جیسے طبیعیات، معاشیات، اور انجینئرنگ میں کامیابی کے لیے ضروری ہے۔

تدریسی نکات (Teaching Points): الجبرا کی تدریس میں الجبری اظہارات، شناختیں (Identities)، اور کثیر رکنی (Polynomials) کے موضوعات شامل ہیں، ساتھ ہی فیکٹر ایزیشن کی تکنیکیں بھی سکھائی جاتی ہیں۔ طلباء خطی (Linear) اور دو درجی (Quadratic) مساوات حل کرنا سیکھتے ہیں اور ان طریقوں کو نظریاتی اور عملی مسائل پر لاگو کرتے ہیں۔ مشق کے ذریعے، وہ درستگی، منطقی استدلال، اور تجزیاتی صلاحیت پیدا کرتے ہیں۔ الجبرا حساب اور اعلیٰ ریاضی کے درمیان ایک پل کا کام دیتا ہے اور طلباء کو پیچیدہ ریاضیاتی چیلنجز سے نمٹنے کی مہارتیں فراہم کرتا ہے۔

5.8.3 جیومیٹری (Geometry)

خصوصی مقاصد (Specific Objectives): جیومیٹری ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے جو شکلوں، سائز، مقامات اور اعداد و شمار کی خصوصیات کے مطالعے سے متعلق ہے۔ جیومیٹری کی تعلیم کا بنیادی مقصد طلباء میں مکانی استدلال (Spatial Reasoning) اور تصوراتی صلاحیتیں (Visualization Skills) پیدا کرنا ہے، تاکہ وہ اپنے ارد گرد کی دنیا کو سمجھ سکیں اور تجزیہ کر سکیں۔ جیومیٹری منطقی سوچ کو بھی فروغ دیتی ہے، کیونکہ یہ طلباء کو سکھاتی ہے کہ مسائل کو منظم انداز میں حل کریں اور نظریات (Theorems) کو مرحلہ وار ثابت کریں۔ اس عمل سے صبر، درستگی، اور استدلال کی صلاحیت پیدا ہوتی ہے۔ مزید برآں، جیومیٹری اعلیٰ ریاضی، فن تعمیر، انجینئرنگ، اور ڈیزائن کی بنیاد فراہم کرتی ہے، جس سے یہ تعلیمی اور عملی دونوں شعبوں میں ایک ضروری حصہ بن جاتی ہے۔

تدریسی نکات (Teaching Points): جیومیٹری کی تدریس میں بنیادی تصورات جیسے خطوط، زاویے، مثلثیں، چوکور اور ان کی خصوصیات شامل ہیں۔ اس میں ہمواری اور مماثلت (Congruence and Similarity) کی تعلیم، دائرے، ٹینجنٹ، اور کمپاس اور حکمران جیسے اوزار استعمال کرتے ہوئے بنیادی تعمیرات بھی شامل ہیں۔ طلباء شکلوں کا تصور کرنا سیکھتے ہیں، مسائل کو منطقی طور پر حل کرتے ہیں، اور نظریات کو ثبوت میں لاگو کرتے ہیں۔ عملی زندگی میں استعمالات، جیسے فن تعمیر کا ڈیزائن، انجینئرنگ کے منصوبے، اور تکنیکی ڈرائنگ، پر زور دیا جاتا ہے۔ جیومیٹری نہ صرف قیاسی استدلال کو مضبوط کرتی ہے بلکہ کلاس روم کی تعلیم کو روزمرہ کے عملی مسائل کے حل سے جوڑتی ہے۔

5.8.4 مثلثیات (Trigonometry)

خصوصی مقاصد (Specific Objectives): مثلثیات ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے جو مثلثوں کے اطراف اور زاویوں کے تعلقات سے متعلق ہے۔ ثانوی سطح پر اس کا بنیادی مقصد طلباء کو مثلثاتی تناسب (Trigonometric Ratios) جیسے سائن (Sine)، کوسائن (Cosine)، اور ٹینجنٹ (Tangent) سے متعارف کروانا اور انہیں ریاضی اور عملی زندگی کے مسائل حل کرنے میں ان کا استعمال سکھانا ہے۔ مثلثیات کے ذریعے طلباء ایسی اونچائیوں، فاصلات، اور زاویوں کا حساب سیکھتے ہیں جو براہ راست ناپے نہیں جاسکتے۔ یہ منطقی استدلال، تجزیاتی صلاحیت، اور مسئلہ حل کرنے کی مہارت کو تیز کرتی ہے۔ مزید برآں، مثلثیات اعلیٰ تعلیم میں ریاضی، طبیعیات، فلکیات، انجینئرنگ، فن تعمیر، اور دیگر سائنسی شعبوں میں بنیاد فراہم کرتی ہے جہاں درست ناپ اور حسابات ضروری ہیں۔

تدریسی نکات (Teaching Points): طلباء کو مثلثاتی تناسب، ان کی معیاری قدریں، اور بنیادی شناختیں سکھائی جاتی ہیں۔ وہ اونچائیوں اور فاصلوں کے مسائل حل کرنے کی مشق کرتے ہیں تاکہ عملی استعمال کو سمجھ سکیں۔ نیویگیشن، فلکیات، سروے، اور تعمیرات میں بھی عملی اطلاقات متعارف کروائی جاتی ہیں۔ نظریہ اور عمل کو جوڑ کر مثلثیات نہ صرف ایک ریاضیاتی آلہ بنتی ہے بلکہ کلاس روم کی تعلیم اور عملی زندگی کے درمیان ایک پل بھی فراہم کرتی ہے۔

5.8.5 پیمائش (Mensuration)

خصوصی مقاصد (Specific Objectives): پیمائش ریاضی کی وہ شاخ ہے جو مختلف جیومیٹریائی اشکال کے رقبے، محیط، سطحی رقبے، اور حجم کی پیمائش سے متعلق ہے۔ پیمائش کی تعلیم کا بنیادی مقصد طلباء کو درست حساب لگانے کے قابل بنانا اور اسے روزمرہ کی زندگی میں استعمال کرنا سکھانا ہے۔ یہ طلباء میں درستگی، منطقی سوچ، اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرتا ہے جبکہ وہ اشکال اور ٹھوس اشیاء پر کام کرتے ہیں۔ طلباء فارمولے استعمال کرنے اور پیمائش سے متعلق مسائل کا تجزیہ کرنے میں اعتماد حاصل کرتے ہیں۔ پیمائش سیکھ کر وہ تعمیرات، ڈیزائننگ، فن تعمیر، اور روزمرہ کے عملی کام جیسے زمین کا رقبہ نکالنا، دیوار رنگنا، یا برتن کی گنجائش معلوم کرنا انجام دینے کے قابل ہو جاتے ہیں۔

تدریسی نکات (Teaching Points): پیمائش میں طلباء پہلے دو بعدی اشکال جیسے مثلث، چوکور، اور دائرے کا رقبہ اور محیط نکالنا سیکھتے ہیں۔ بعد میں وہ تین بعدی ٹھوس اشیاء جیسے مکعب، مستطیل خانہ، سلنڈر، مخروط، کرہ، اور نصف کرہ کا سطحی رقبہ اور حجم معلوم کرتے ہیں۔ عملی

زندگی کی مثالیں استعمال کی جاتی ہیں تاکہ اطلاعات دکھائی جاسکیں، جیسے کھیتوں کی پیمائش، کمروں کا ڈیزائن، ڈبوں کی پیکنگ، یاپانی کے ذخائر کا حساب لگانا۔ پیمائش اس طرح تعلیمی ترقی اور عملی زندگی دونوں کے لیے بہت اہم ہے۔

5.8.6 شماریات (Statistics)

خصوصی مقاصد (Specific Objectives): ثانوی سطح پر شماریات کی تعلیم کا مقصد طلباء کو یہ سکھانا ہے کہ وہ ڈیٹا کو جمع، منظم اور معنی خیز انداز میں تشریح کر سکیں۔ یہ بڑی مقدار میں عددی معلومات کا تجزیہ کرنے اور منطقی نتائج اخذ کرنے کی صلاحیت پیدا کرتا ہے۔ طلباء اہم پیمائشیں جیسے اوسط (Mean)، درمیانی قدر (Median)، اور غالب قدر (Mode) نکالنا سیکھتے ہیں، جو ڈیٹا کو خلاصہ فراہم کرتی ہیں اور رجحانات یا نمونوں کی وضاحت کرتی ہیں۔ اعداد و شمار کے ذریعے طلباء گرافیکل پیشکش کی مہارت بھی حاصل کرتے ہیں، جس سے وہ معلومات کو واضح اور بصری طور پر قابل فہم شکل میں پیش کر سکتے ہیں۔ مجموعی مقصد یہ ہے کہ طلباء کو حقیقی زندگی کے مسائل میں فیصلہ سازی اور مسئلہ حل کرنے کے قابل بنایا جائے، جہاں اعداد و شمار اکثر فیصلوں کی بنیاد ہوتے ہیں۔

تدریسی نکات (Teaching Points): شماریات کی تعلیم ڈیٹا جمع کرنے، درجہ بندی کرنے، اور جدول بندی کرنے کے طریقوں سے شروع ہوتی ہے۔ طلباء کو مرکزی رجحان کی پیمائشیں — اوسط، درمیانی قدر، اور غالب قدر — حقیقی زندگی کی مثالوں کے ذریعے سکھائی جاتی ہیں تاکہ بہتر سمجھ حاصل ہو۔ وہ بار گراف، ہسٹاگرام، فریکوئنسی پولیگون، اور پائی چارٹ جیسی گرافیکل تکنیکیں بھی سیکھتے ہیں تاکہ ڈیٹا موثر طریقے سے پیش کیا جاسکے۔ شماریات کے عملی اطلاعات جیسے کاروبار، معیشت، صحت، ماحول، اور سماجی علوم میں بھی دکھائے جاتے ہیں۔ اس سے طلباء یہ سمجھتے ہیں کہ شماریات صرف ریاضیاتی آلہ نہیں بلکہ باخبر فیصلہ سازی کے لیے ایک ضروری زندگی کی مہارت بھی ہیں۔

5.8.7 ہم آہنگ ہندسہ (Coordinate Geometry)

خصوصی مقاصد (Specific Objectives): ہم آہنگ ہندسہ (Coordinate Geometry) الجبرا اور جیومیٹری کو ملا کر نقطوں، خطوط، اور اشکال کی سطح پر پوزیشن کا مطالعہ کرتا ہے۔ اس شاخ کی تعلیم کا بنیادی مقصد طلباء کو ہم آہنگ نظام (Coordinate System) اور جیومیٹرک مسائل کو تجزیاتی طور پر حل کرنے میں اس کے اطلاعات سمجھانا ہے۔ یہ استدلال، تجسم، اور مساوات کے ذریعے جیومیٹرک شکلوں کو ظاہر کرنے کی صلاحیت پیدا کرتا ہے۔ ہم آہنگ ہندسہ سیکھ کر طلباء فاصلے، وسط نقطہ، ڈھلوان (Slope) معلوم کرنے اور خطوط اور اشکال کی خصوصیات کو درستگی کے ساتھ تجزیہ کرنے کے قابل ہو جاتے ہیں۔ یہ انہیں ریاضی، سائنس، انجینئرنگ، اور کمپیوٹر گرافکس میں اعلیٰ تعلیم کے لیے بھی تیار کرتا ہے، جہاں یہ تصور بڑے پیمانے پر استعمال ہوتا ہے۔

تدریسی نکات (Teaching Points): طلباء سب سے پہلے کارٹیسائی طیارہ (Cartesian Plane)، آرڈرڈ جوڑوں (Ordered Pairs) کے ذریعے نقاط کی نشاندہی، اور کوارڈینٹس (Quadrants) کو سیکھتے ہیں۔ پھر انہیں فاصلے کا فارمولا (Distance Formula)، سیکشن فارمولا (Section Formula)، اور وسط نقطہ فارمولا (Midpoint Formula) متعارف کروایا جاتا ہے۔ بعد میں وہ ڈھلوان کے تصور اور کسی خط کی مساوات کی مختلف صورتیں سیکھتے ہیں۔ عملی زندگی کی اطلاعات جیسے نیویگیشن، نقشہ پڑھنا، فن تعمیر،

اور طبیعیات کے مسائل سیکھنے کو معنی خیز بناتے ہیں۔ ہم آہنگ ہندسہ اس طرح الجبرا کے طریقوں اور جیومیٹرک سمجھ بوجھ کے درمیان ایک طاقتور رابطہ فراہم کرتا ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. بلوم کی ٹیکسونومی نصاب کے نتائج تیار کرنے میں اساتذہ کی کس طرح مدد کرتی ہے؟
2. بلوم کی درجہ بندی ہر سطح کے لیے مناسب تشخیصی حکمت عملی کے انتخاب میں کیسے رہنمائی فراہم کرتی ہے؟
3. بلوم کی اعلیٰ سطحیں (Analyse, Evaluate, Create) طلبہ میں کونسی مہارتوں کی نشوونما میں اہم کردار ادا کرتی ہیں؟

5.9 خلاصہ (Summary)

ریاضی محض فارمولوں اور حساب کتاب کا نام نہیں بلکہ یہ منطقی استدلال، تجزیہ اور تخلیقی سوچ پیدا کرنے والا مضمون ہے۔ جب تدریس کے مقاصد واضح اور متعین ہوں تو تدریس با مقصد اور نتائج خیز بنتی ہے۔ عمومی مقاصد نصاب اور تدریسی حکمت عملی کی سمت متعین کرتے ہیں جبکہ مخصوص مقاصد سبق اور موضوعات سے براہ راست جڑے ہوتے ہیں۔ سبق کی تیاری، تدریس اور احتساب کے تمام مراحل میں مقاصد رہنما کردار ادا کرتے ہیں۔ ریاضی کی تعلیم طلبہ میں ذہنی، عملی، اخلاقی، سماجی، جمالیاتی اور ثقافتی اقدار کو فروغ دیتی ہے اور اسے حقیقی زندگی سے جوڑنے سے طلبہ کی دلچسپی بڑھتی ہے اور علم با معنی بن جاتا ہے۔ تدریس ریاضی کا ایک اہم مقصد طلبہ کو اعلیٰ تعلیم اور مستقبل کے کیریئر کے لیے تیار کرنا بھی ہے۔ جانچ اور احتساب ہمیشہ واضح اور متعین مقاصد پر مبنی ہونا چاہیے تاکہ شفافیت اور منصفانہ پن یقینی بنایا جاسکے۔ ریاضی کے مختلف شعبوں جیسے حساب، الجبرا، جیومیٹری، مثلثیات، پیمائش، شماریات اور ہم آہنگ ہندسہ کے مخصوص مقاصد تدریس کو مربوط اور منظم بناتے ہیں۔ مزید یہ کہ ریاضی کے ذریعے پیدا ہونے والی عادات جیسے درستگی، محنت، صبر اور منظم طریقے سے کام کرنا طلبہ کی شخصیت سازی میں مدد دیتی ہیں۔

5.10 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

اس یونٹ کے مطالعے کے بعد آپ قابل ہوں گے کہ:

- ◀ تعلیمی مقاصد کے تصور اور تدریس و اکتساب میں ان کی اہمیت کو واضح کر سکیں۔
- ◀ عمومی اور مخصوص مقاصد میں فرق کر سکیں اور ان کے کردار کو سمجھ سکیں۔
- ◀ سبق کی تیاری، تدریس اور احتساب میں مقاصد کی عملی اہمیت بیان کر سکیں۔
- ◀ ریاضی کی تدریس کے لئے عمومی مقاصد قائم کرنے کی ضرورت کو اجاگر کر سکیں۔

- ۴ تعلیم کے عمومی اغراض اور ان کے ریاضی پر اطلاق کو سمجھ سکیں۔
- ۴ ریاضی کی تدریس کے اغراض اور اقدار (ذہنی، عملی، اخلاقی، سماجی، جمالیاتی اور ثقافتی) کو بیان کر سکیں۔
- ۴ ریاضی کی تدریس کے عمومی مقاصد کی وضاحت کر سکیں۔
- ۴ ریاضی کی مختلف شاخوں (حساب، الجبرا، جیومیٹری، مثلثیات، پیمائش، شماریات اور ہم آہنگ ہندسہ) کے مخصوص مقاصد اور تدریسی نکات مرتب کر سکیں۔
- ۴ تدریسی عمل میں یاد رکھنے کے نکات پر عمل کر سکیں تاکہ تدریس بامقصد اور مؤثر ہو۔
- ۴ عمومی اور مخصوص مقاصد کی بنیاد پر طلبہ کی کارکردگی اور سیکھنے کے نتائج کا تجزیہ کر سکیں۔

5.11 فرہنگ (Glossary)

الفاظ	معنی
منظم	ترتیب اور اصول کے مطابق، باقاعدہ۔ (Systematic)
تجریدی	جو نظر نہ آئے مگر سوچ اور تصور میں موجود ہو۔ (Abstract)
استدلال	دلائل کے ساتھ سوچنا یا نتیجہ اخذ کرنا۔ (Reasoning)
تشخیص	جانچ پڑتال یا پرکھنے کا عمل۔ (Evaluation/Assessment)
منطقی	عقل اور دلیل کے مطابق۔ (Logical)
ہمہ گیر	ہر پہلو کو شامل کرنے والا، مکمل۔ (Comprehensive/All-encompassing)
ہم آہنگی	توازن یا مطابقت۔ (Harmony/Coherence)
تجزیہ	کسی چیز کو حصوں میں بانٹ کر اس کو سمجھنا۔ (Analysis)
معروضیت	غیر جانب داری، حقیقت پسندی۔ (Objectivity)
ابتکار	نئی چیز ایجاد کرنے یا نیا طریقہ سوچنے کی صلاحیت۔ (Creativity/Innovation)
مستقل مزاجی	لگاتار محنت کرتے رہنے کی عادت۔ (Consistency/Persistence)

5.12 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

1. ریاضی کی تدریس کا ایک اہم مقصد کیا ہے؟

الف) محض فارمولے یاد کرنا
ب) منطقی سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا
ج) کہانیاں سننا
د) کھیل کھیلنا

2. ”عمومی مقاصد“ کس کو ظاہر کرتے ہیں؟

الف) ایک سبق کے خاص نتائج
ب) طویل المدتی تعلیمی مقاصد
ج) صرف عملی سرگرمیاں
د) امتحانی نتائج

3. تدریس کی منصوبہ بندی کے لیے مقاصد کس طرح مدد دیتے ہیں؟

الف) سبق کو با مقصد بناتے ہیں
ب) سبق کو غیر منظم کر دیتے ہیں
ج) سبق کو یاد کرنے پر مجبور کرتے ہیں
د) سبق کو ادھورا چھوڑتے ہیں

4. ”معروضیت“ کا مطلب کیا ہے؟

الف) تخلیق
ب) غیر جانب داری
ج) تجزیہ
د) فیصلہ سازی

5. ریاضی کی جمالیاتی قدر کس چیز کو ظاہر کرتی ہے؟

الف) فارمولوں کی مشکل
ب) پیٹرن، توازن اور ہم آہنگی
ج) کھیلوں میں دلچسپی
د) عملی کاموں سے بچاؤ

6. ریاضی کی عملی قدر کا تعلق کس سے ہے؟

الف) روزمرہ زندگی کے استعمال
ب) صرف نظری مطالعہ
ج) کھیل اور مشاغل
د) کہانی لکھنے سے

7. ریاضی کی سماجی قدر کیا سکھاتی ہے؟

الف) تعاون اور گروپ ورک
ب) انفرادی مقابلہ
ج) فارمولے یاد کرنا
د) لڑنے لگانا

8. ”استدلال“ کا مطلب ہے:

الف) دلائل کے ساتھ سوچنا
ب) فارمولے دہرانا
ج) کھیل کھیلنا
د) کہانیاں سننا

9. ریاضی کا ایک اخلاقی مقصد ہے:

الف) محنت اور صبر
ب) کہانی پڑھنا
ج) کھیلوں میں جیتنا
د) موسیقی سننا

10. ریاضی کو زندگی سے جوڑنے کا مطلب ہے:

- (الف) ریاضی کو صرف امتحان کے لیے پڑھنا
(ب) ریاضی کے تصورات کو روزمرہ مسائل پر لاگو کرنا
(ج) ریاضی کو مشکل بنانا
(د) ریاضی کو چھوڑ دینا

11. ریاضی کی تدریس کے عمومی مقاصد کیا فراہم کرتے ہیں؟

- (الف) سمت اور رہنمائی
(ب) کھیل
(ج) فارمولوں کا بوجھ
(د) غیر منظم تعلیم

12. ریاضی کی تدریس طلبہ میں کون سی صلاحیت بڑھاتی ہے؟

- (الف) فیصلہ سازی
(ب) کہانی لکھنا
(ج) کھیل کھیلنا
(د) گانے سننا

13. ”بامقصد“ کا مطلب کیا ہے؟

- (الف) مقصد کے بغیر
(ب) نتیجہ خیز
(ج) غیر سنجیدہ
(د) کھیل کود

14. ”تجربیدی“ تصور کس کو کہتے ہیں؟

- (الف) جو نظر نہ آئے لیکن سوچ میں موجود ہو
(ب) کھیل کا میدان
(ج) روزمرہ کی چیز
(د) عملی کام

15. ریاضی کا ایک ثقافتی مقصد کیا ہے؟

- (الف) انسانی تہذیب اور ورثہ سمجھنا
(ب) کھیل کھیلنا
(ج) یادداشت بڑھانا
(د) کہانی سننا

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. تعلیمی مقاصد کی وضاحت کریں۔
2. عمومی اور خصوصی مقاصد میں فرق بیان کریں۔
3. سبق کی تیاری میں مقاصد کا کردار بتائیں۔
4. احتساب میں مقاصد کیوں ضروری ہیں؟
5. ریاضی کی جمالیاتی قدر کا ایک پہلو بیان کریں۔
6. ریاضی کی تدریس میں ثقافتی مقصد کیا ہے؟
7. ریاضی کی سماجی قدر طلبہ میں کون سی عادتیں پیدا کرتی ہے؟

8. تدریس اور سیکھنے میں مقاصد کیوں رہنمائی فراہم کرتے ہیں؟
9. ریاضی کے عمومی مقاصد تدریس کو کس طرح با مقصد بناتے ہیں؟
10. ریاضی کو روزمرہ زندگی سے جوڑنے کی اہمیت بیان کریں۔

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. تعلیمی مقاصد کی اہمیت اور تدریس و اکتساب کے عمل میں ان کا کردار تفصیل سے بیان کریں۔
2. سبق کی منصوبہ بندی، تدریس اور احتساب میں مقاصد کی اہمیت پر جامع نوٹ لکھیں۔
3. ریاضی کی تدریس کے اغراض و اقدار کی وضاحت کریں اور مثالیں دیں۔
4. عمومی اور مخصوص مقاصد میں فرق بیان کریں اور ان کی تدریسی اہمیت پر روشنی ڈالیں۔
5. ریاضی کی عملی، اخلاقی، سماجی اور جمالیاتی اقدار کو تفصیل سے بیان کریں۔
6. ریاضی کی مختلف شاخوں (حساب، الجبرا، جیومیٹری، مثلثیات، پیمائش، شماریات، ہم آہنگ ہندسہ) کے مخصوص مقاصد بیان کریں۔
7. ریاضی کی تدریس کو حقیقی زندگی سے جوڑنے کے فوائد پر ایک تفصیلی مضمون لکھیں۔
8. تدریس ریاضی کس طرح طلبہ کو اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ زندگی کے لیے تیار کرتی ہے؟ وضاحت کریں۔

5.13 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

1. Sahni, M. (2019). Teaching of mathematics. New Delhi: Vikas Publishing House.
2. Sowariparani, T. (2020). Modern methods of teaching mathematics. Chennai: Vijay Nicole Imprints.
3. Ohri, J. P. S. (2018). Indian mathematics: Integration of ancient and modern. Delhi: Knowledge World.
4. Pandey, M. K. (2017). Teaching of mathematics in India. New Delhi: Shipra Publications.
5. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

6. Krantz, S. G. (2005). How to teach mathematics. Providence, RI: American Mathematical Society.
7. Bishop, A. (1988). Mathematics curriculum: Issues, trends, and development. London: Falmer Press.

اکائی-6

ریاضی کی تدریس کے اغراض و مقاصد کے حوالے سے مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات

(Recommendations of Various Educational Committees and Commissions as Regards to Aims and Objectives of Teaching Mathematics)*

- 6.1 تمہید (Introduction)
- 6.2 مقاصد (Objectives)
- 6.3 تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی اہمیت
- (Importance of Educational Committees and Commissions)
- 6.4 ریاضی کی تدریس پر اثرات (Influence on Mathematics Teaching)
- 6.5 ریاضی کی تدریس سے متعلق تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات
- (Recommendations of Educational Committees and Commissions Related to Mathematics Teaching)
- 6.5.1 یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49)
- 6.5.2 سینڈری ایجوکیشن کمیشن (1952-53)
- 6.5.3 کوٹھاری کمیشن (ایجوکیشن کمیشن، 1964-66)
- 6.5.4 قومی تعلیمی پالیسی (1968 اور 1986)
- 6.5.5 یشپال کمیٹی (2009)
- 6.5.6 نیشنل کرکلم فریم ورک (NCF)، 2005
- 6.5.7 نیشنل ایجوکیشن پالیسی (NEP)، 2020
- 6.5.8 خلاصہ جدول (Summary Table)
- 6.6 مختلف پہلوؤں پر کمیٹی اور کمیشنوں کا اثر
- (Impact of Committees and Commissions on Different Aspects)
- 6.6.1 ریاضی کی تدریس اور سیکھنے پر اثرات
- (Impact on Teaching and Learning Mathematics)

* Dr. Farhath Ali, Associate Professor, Dept. of Education & Training. MANUU

- 6.6.2 نصاب کی تیاری پر اثرات (Impact on Curriculum Design)
- 6.6.3 کلاس روم میں تدریسی حکمت عملی پر اثرات (Impact on Classroom Teaching Strategies)
- 6.6.4 اساتذہ کی تربیتی پروگراموں پر اثرات (Impact on Teacher Training Programs)
- 6.6.5 مقاصد، تدریس، اور تشخیص کے امتزاج پر زور

(Emphasis on Linking Objectives, Pedagogy, and Assessment)

- 6.7 خلاصہ (Summary)
- 6.8 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)
- 6.9 فرہنگ (Glossary)
- 6.10 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)
- 6.11 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

6.1 تمہید (Introduction)

تعلیمی کمیٹیاں اور کمیشن کسی بھی ملک میں نصاب، تدریسی طریقوں اور مجموعی تعلیمی معیار کو بہتر بنانے میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ انہیں یہ ذمہ داری دی جاتی ہے کہ وہ موجودہ تعلیمی پالیسیوں کا جائزہ لیں، ان میں موجود خامیوں اور مسائل کی نشاندہی کریں، اور تدریس و تعلم کے عمل کو بہتر بنانے کے لیے سفارشات پیش کریں۔ ریاضی کے حوالے سے یہ کمیٹیاں یہ دیکھتی ہیں کہ مضمون کس طرح پڑھایا جا رہا ہے، اس کا مواد کتنا موزوں ہے، تدریسی طریقے کتنے مؤثر ہیں، اور اہداف کس حد تک طلبہ کی ذہنی اور عملی ضروریات سے ہم آہنگ ہیں۔ ان کی سفارشات نصاب کی تیاری، تدریس اور امتحانی نظام کے لیے ایک مربوط ڈھانچہ قائم کرنے میں مدد دیتی ہیں، تاکہ ریاضی کی تعلیم صرف علمی نہیں بلکہ طلبہ کی مجموعی نشوونما کے لیے بھی مفید ثابت ہو۔

ریاضی کی تدریس کو قومی تعلیمی مقاصد سے ہم آہنگ کرنا نہایت ضروری ہے۔ ریاضی صرف اعداد اور فارمولوں کا مجموعہ نہیں، بلکہ یہ منطقی سوچ، تجزیاتی صلاحیت، مسئلہ حل کرنے کی قابلیت اور تخلیقی سوچ کو فروغ دینے کا ایک ذریعہ ہے۔ قومی تعلیمی مقاصد اکثر ہمہ جہتی ترقی، سائنسی ذہن، تنقیدی سوچ اور اعلیٰ تعلیم یا پیشہ ورانہ راستوں کی تیاری پر زور دیتے ہیں۔ کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات پر عمل کر کے ریاضی کی تعلیم کو زیادہ با معنی، طلبہ کے لیے دلچسپ اور عملی زندگی سے جڑا ہوا بنایا جاسکتا ہے، تاکہ طلبہ نظریاتی علم کے ساتھ ساتھ عملی مہارتیں بھی حاصل کر سکیں۔

6.2 مقاصد (Objectives)

اس یونٹ کے مطالعے کے بعد آپ اس قابل ہوں گے کہ:

- (1) مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی اہمیت اور ان کے کردار کو تعلیم خصوصاً ریاضی کی تدریس کے تناظر میں واضح کر سکیں۔
- (2) 1948 سے 2020 تک مختلف تعلیمی کمیشنوں، پالیسیوں اور کمیٹیوں کی سفارشات کا تاریخی و ارتقائی جائزہ پیش کر سکیں۔
- (3) ریاضی کی تدریس اور سیکھنے پر ان سفارشات کے اثرات کا تجزیہ کر سکیں۔
- (4) نصاب کی تیاری، تدریسی حکمت عملی اور اساتذہ کی تربیت میں ان سفارشات کے عملی اطلاق کو بیان کر سکیں۔
- (5) ریاضی کی تدریس میں مقاصد، تدریس اور تشخیص کے باہمی ربط کو وضاحت کے ساتھ سمجھا سکیں۔
- (6) مختلف کمیشنوں اور پالیسیوں کی سفارشات کو تقابلی انداز میں پرکھ سکیں اور ان کی مشابہت و اختلافات کو اجاگر کر سکیں۔
- (7) ریاضی کی تعلیم میں قومی پالیسیوں اور کمیشنوں کی سفارشات پر تنقیدی رائے قائم کر سکیں اور مستقبل کی بہتری کے لیے سفارشات مرتب کر سکیں۔

6.3 تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی اہمیت

(Importance of Educational Committees and Commissions)

تعلیمی کمیٹیاں اور کمیشن خصوصی طور پر بنائے گئے ادارے ہوتے ہیں جنہیں حکومت یا تعلیمی حکام تعلیمی نظام کا جائزہ لینے، اس کی جانچ کرنے اور بہتری کے لیے سفارشات دینے کے مقصد سے تشکیل دیتے ہیں۔ ان میں عام طور پر تدریسی ماہرین، مضمون کے ماہرین، منتظمین اور پالیسی ساز شامل ہوتے ہیں۔ ان اداروں کی ذمہ داری یہ ہوتی ہے کہ وہ تعلیم کی موجودہ حالت کا تجزیہ کریں، خامیوں کی نشاندہی کریں اور ایسے اصلاحی اقدامات تجویز کریں جن سے تعلیم کے معیار، موزونیت اور موثریت کو بہتر بنایا جاسکے۔ یہ کمیٹیاں اور کمیشن نصاب کی تیاری، تدریسی حکمت عملیوں، امتحانی طریقوں اور اساتذہ کی تربیت کے لیے منظم، تحقیقی اور طویل مدتی رہنمائی فراہم کرتے ہیں۔

ان کمیٹیوں اور کمیشنوں کا کردار کئی جہتوں پر مشتمل ہوتا ہے:

1- موجودہ نصاب اور فن تدریس کا جائزہ لینا (Reviewing Existing Curriculum and Pedagogy):

تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی ایک بڑی ذمہ داری یہ ہے کہ وہ موجودہ نصاب اور تدریسی طریقوں کا تجزیہ کریں۔ وہ دیکھتے ہیں کہ نصاب کا مواد طلبہ کی ذہنی نشوونما، سماجی ضروریات اور مستقبل کے پیشہ ورانہ مواقع کے مطابق ہے یا نہیں۔ ساتھ ہی یہ بھی پرکھتے ہیں کہ تدریسی

طریقہ مطلوبہ نتائج دینے کے قابل ہیں یا نہیں۔ ریاضی کے لیے یہ جائزہ اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ موضوعات، تدریسی ترتیب اور طریقہ محض رٹے بازی کے بجائے تصوری فہم (conceptual understanding)، منطقی سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کو فروغ دیں۔ نصاب یا تدریسی طریقوں میں موجود کمزوریوں کی نشاندہی کر کے یہ کمیٹیاں اصلاحات کے لیے واضح سمت فراہم کرتی ہیں۔

2- تدریسی طریقوں میں اصلاحات تجویز کرنا

(Suggesting Reforms in Teaching Methods): تعلیمی کمیٹیاں اور کمیشن جدید اور طلبہ مرکوز (student-centred) تدریسی حکمت عملیوں کی سفارش کرتے ہیں جو سیکھنے کے عمل کو مزید مؤثر اور دلچسپ بنائیں۔ وہ سرگرمیوں پر مبنی تعلیم، مسئلہ حل کرنے کے طریقہ، ٹیکنالوجی کے انضمام اور حقیقی زندگی کے اطلاقات کو شامل کرنے کی تجویز دیتے ہیں تاکہ مضامین زیادہ بامعنی ہوں۔ ریاضی میں ایسی سفارشات اساتذہ کو روایتی چاک اور بورڈ طریقہ تدریس سے آگے بڑھنے اور تصوری وضاحت (conceptual clarity)، عملی مشقوں اور تجزیاتی سوچ پر زور دینے کی ترغیب دیتی ہیں۔ مثال کے طور پر، کمیشن ہمیشہ ایسے طریقے اپنانے پر زور دیتے رہے ہیں جو تنقیدی سوچ، تحقیق کی صلاحیت اور سائنسی دروزمرہ مسائل میں ریاضی کے اطلاقات کی قابلیت کو فروغ دیں۔

3- تعلیمی معیارات اور مقاصد مقرر کرنا

(Setting Educational Standards and Objectives): کمیٹیاں اور کمیشن واضح تعلیمی مقاصد اور معیارات طے کرنے میں اہم کردار ادا کرتے ہیں، جو نصاب، تدریس اور امتحانی نظام کی سمت متعین کرتے ہیں۔ یہ اس بات میں مدد کرتے ہیں کہ مختلف تعلیمی سطحوں پر طلبہ سے کیا توقع کی جاتی ہے، وہ کیا جانیں، کیا سمجھیں اور کون سی صلاحیتیں حاصل کریں۔ ریاضی کے لیے یہ معیارات اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ تدریس مقصد پر مبنی، منظم اور قابلِ پیمائش ہو، جو بنیادی مہارتوں سے لے کر اعلیٰ درجے کی سوچنے کی صلاحیتوں تک کو شامل کرے۔ ان سفارشات سے اخذ کیے گئے واضح مقاصد اساتذہ کو مؤثر طریقے سے سبق تیار کرنے اور طلبہ کی پیش رفت کا درست اندازہ لگانے کے قابل بناتے ہیں۔

6.4 ریاضی کی تدریس پر اثرات (Influence on Mathematics Teaching)

تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات ریاضی کی تدریس پر گہرا اثر ڈالتی ہیں۔ منطق، استدلالی سوچ، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت اور عملی اطلاقات پر زور دے کر یہ اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ ریاضی کی تعلیم محض نظری نہ ہو بلکہ طلبہ کے لیے موزوں، دلچسپ اور کارآمد بھی ہو۔ یہ سفارشات نصاب کے انتخاب، تدریسی طریقوں اور جانچ کے طریقہ کار کی رہنمائی کرتی ہیں تاکہ طلبہ کی ہمہ جہتی نشوونما ممکن ہو سکے اور وہ اعلیٰ تعلیم، پیشہ ورانہ میدانوں اور روزمرہ مسائل کو حل کرنے کے قابل بن سکیں۔ مثال کے طور پر، کوٹھاری کمیشن (1964-1966) نے رٹے کے بجائے تصورات کو سمجھنے پر زور دیا، جبکہ قومی نصاب فریم ورک (2005 اور 2023 کا مسودہ) سرگرمی پر مبنی اور ٹیکنالوجی کے امتزاج سے ریاضی سیکھنے کی حمایت کرتا ہے۔

خلاصہ یہ ہے کہ تعلیمی کمیٹیاں اور کمیشن منظم تعلیمی اصلاحات کی ریڑھ کی ہڈی کا کردار ادا کرتے ہیں۔ یہ اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ ریاضی کی تدریس قومی تعلیمی مقاصد سے ہم آہنگ، سائنسی بنیادوں پر تیار کردہ اور طلبہ کی ذہنی، عملی اور تجرباتی صلاحیتوں کو پروان چڑھانے والی ہو۔ ان کی سفارشات نصاب تیار کرنے والوں، اساتذہ اور پالیسی سازوں کے لیے واضح سمت فراہم کرتی ہیں، جس سے ریاضی کی تعلیم زیادہ بامقصد، مؤثر اور سماجی ضروریات کے مطابق بن جاتی ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کا بنیادی مقصد کیا ہوتا ہے؟
2. ریاضی کی تدریس کے تناظر میں نصاب کے جائزے کا اہم مقصد کیا ہے؟

6.5 ریاضی کی تدریس سے متعلق تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات

(Recommendations of Educational Committees and Commissions Related to Mathematics Teaching)

سالوں کے دوران، بھارت میں مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں نے ریاضی کی تدریس کے مقاصد اور اہداف کے بارے میں منظم رہنمائی فراہم کی ہے۔ ان اداروں نے نصاب کا جائزہ لیا، تدریسی طریقوں میں اصلاحات تجویز کیں، اور استدلال، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت اور عملی اطلاقات کی اہمیت پر زور دیا۔ ذیل میں مختلف کمیشنز اور تعلیمی پالیسیوں کا ذکر کیا گیا ہے:

آزادی کے بعد بھارت میں مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں نے ریاضی کی تدریس کے مقاصد اور اہداف کے بارے میں منظم رہنمائی فراہم کی ہے۔ ان اداروں نے نصاب کا جائزہ لیا، تدریسی طریقوں میں اصلاحات تجویز کیں اور استدلال، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت اور عملی اطلاقات کی ترقی پر زور دیا۔ ذیل میں بڑے کمیشنز اور تعلیمی پالیسیاں درج ہیں:

6.5.1 یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49)

یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49) ڈاکٹر رادھا کرشنن کی سربراہی میں قائم کیا گیا تاکہ بھارت میں اعلیٰ تعلیم کا جائزہ لیا جائے اور یونیورسٹی واسکول کی تعلیم کو مضبوط بنانے کے لیے اصلاحات تجویز کی جائیں۔ اس کمیشن کی ایک بڑی تشویش ریاضی کی تعلیم کے معیار کو بہتر بنانا تھا، کیونکہ ریاضی کو ذہنی نشوونما، سائنسی رجحان اور ٹیکنالوجی کی ترقی کے لیے بنیادی سمجھا گیا۔

کمیشن نے واضح کیا کہ ریاضی محض اعداد اور فارمولوں کا مضمون نہیں بلکہ ایک ایسا علم ہے جو استدلال، منطقی سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کو فروغ دیتا ہے، جو اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ کام کے لیے ضروری ہیں۔

کمیشن نے سفارش کی کہ اسکول اور کالج کی سطح پر ریاضی کی تدریس کو رٹے پر نہیں بلکہ تجزیاتی اور تنقیدی سوچ کی نشوونما پر توجہ دینی چاہیے۔ طلبہ کو چاہیے کہ وہ تصورات کو گہرائی سے سمجھیں، مسائل کو منظم طریقے سے حل کریں اور ریاضیاتی علم کو عملی زندگی میں استعمال کریں۔ اس میں طبیعیات، انجینئرنگ، معاشیات اور شماریات میں عملی اطلاقات بھی شامل ہیں، جو سائنسی اور تکنیکی ترقی کے لیے نہایت اہم ہیں۔

مزید برآں، کمیشن نے اس بات پر زور دیا کہ اسکول کی ریاضی کو یونیورسٹی کی تعلیم سے جوڑا جائے تاکہ طلبہ اعلیٰ تعلیم کے لیے بہتر تیاری کر سکیں۔ اس نے تدریسی طریقوں میں جدت لانے، تخلیقی صلاحیت کو فروغ دینے اور طلبہ میں آزادانہ سوچ پیدا کرنے کی سفارش کی۔ اس طرح ریاضی کی تعلیم نہ صرف ذہنی نشوونما میں مدد دے گی بلکہ سائنسی سوچ، نظم و ضبط، درستگی اور منطقی فیصلے کی صلاحیت بھی پیدا کرے گی۔

مختصراً، یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن نے اس بات پر زور دیا کہ ریاضی کو ایک زندہ اور متحرک مضمون کے طور پر پڑھایا جائے جو نظریاتی سمجھ بوجھ اور عملی مہارت دونوں کو پروان چڑھائے، اور طلبہ کو اعلیٰ تعلیم، پیشہ ورانہ کیریئر اور قومی ترقی میں مؤثر حصہ لینے کے لیے تیار کرے۔

6.5.2 سیکنڈری ایجوکیشن کمیشن (1952-53)

سیکنڈری ایجوکیشن کمیشن (1952-53)، جسے مدالیار کمیشن بھی کہا جاتا ہے، حکومت ہند نے اس مقصد کے لیے قائم کیا کہ ملک میں ثانوی تعلیم کے نظام کا جائزہ لیا جائے اور اسے بہتر بنایا جائے۔ اس کمیشن کا بنیادی مقصد یہ تھا کہ ثانوی تعلیم کو عملی، با مقصد اور ہندوستانی معاشرے کی ضروریات سے ہم آہنگ بنایا جائے، تاکہ یہ صرف ذہنی نشوونما تک محدود نہ رہے بلکہ طلبہ کو زندگی اور کام کے لیے بھی تیار کرے۔

ریاضی کے حوالے سے کمیشن نے زور دیا کہ اسے ثانوی سطح تک لازمی قرار دیا جائے تاکہ ہر طالب علم بنیادی ریاضیاتی علم اور مہارتیں حاصل کر سکے۔ کمیشن کی سفارش تھی کہ ریاضی کی تدریس کا مقصد طلبہ میں منطقی سوچ، استدلال اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا ہونا چاہیے، نہ کہ محض فارمولے یاد کرنا یا مجرد طریقوں پر عمل کروانا۔ اس نے عملی اور اطلاقی ریاضی کی اہمیت پر زور دیا، جو طلبہ کو کمرہ جماعت کی تعلیم کو حقیقی زندگی سے جوڑنے میں مدد دیتی ہے۔ مثال کے طور پر ناپ تول، بینکاری، تجارت، بجٹ سازی اور روزمرہ حساب کتاب۔

کمیشن نے یہ بھی سفارش کی کہ ریاضی کے اسباق کو طلبہ کے تجربات اور روزمرہ زندگی سے جوڑا جائے تاکہ یہ مضمون با مقصد، دلچسپ اور کارآمد بنے۔ اس طرح طلبہ نہ صرف حسابی مہارتیں حاصل کریں گے بلکہ اعتماد، سوچ میں وضاحت اور معقول فیصلے کرنے کی صلاحیت بھی پیدا کریں گے۔

کمیشن کا مرکزی پیغام واضح تھا: ریاضی کو مجرد اصولوں اور نشانات کا مجموعہ نہ سمجھا جائے، بلکہ اسے ایک زندہ اور عملی اہمیت رکھنے والا مضمون پیش کیا جائے، جو طلبہ کو اعلیٰ تعلیم، پیشہ ورانہ میدان اور روزمرہ زندگی کے لیے تیار کرے۔ یہ طریقہ کار اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ ریاضی کی تعلیم ذہنی نشوونما کے ساتھ ساتھ عملی مہارت میں بھی حصہ ڈالے۔

6.5.3 کوٹھاری کمیشن (ایجوکیشن کمیشن، 1964-66)

کوٹھاری کمیشن (1964-66)، جسے باضابطہ طور پر ایجوکیشن کمیشن کہا جاتا ہے، بھارت میں ایک قومی تعلیمی ڈھانچہ تجویز کرنے اور نصاب کو جدید تقاضوں سے ہم آہنگ کرنے کے مقصد سے قائم کیا گیا تھا۔ اس کمیشن کا ایک اہم ہدف ریاضی کی تعلیم کو اسکولی سطح پر مضبوط بنانا تھا، کیونکہ ریاضی کو سائنسی، تکنیکی اور فکری ترقی کی بنیاد سمجھا گیا۔ کمیشن نے زور دیا کہ ریاضی کو دسویں جماعت تک تمام طلبہ کے لیے لازمی قرار دیا جائے تاکہ ہر بچہ بنیادی عددی، منطقی اور تجزیاتی مہارتیں حاصل کر سکے۔

کمیشن نے یہ سفارش کی کہ ریاضی کی تدریس صرف حسابی مہارتوں تک محدود نہ ہو بلکہ اس کا مقصد طلبہ میں سائنسی رویہ، استدلال کی صلاحیت اور مسئلہ حل کرنے کی مہارت پیدا کرنا ہونا چاہیے۔ رٹن (rote memorization) کے بجائے سمجھ بوجھ پر زور دینے کے ذریعے نصاب کو اس طرح ڈیزائن کرنے کی تجویز دی گئی کہ یہ طلبہ کو اعلیٰ تعلیم خصوصاً سائنس، ٹیکنالوجی اور انجینئرنگ کے شعبوں کے لیے تیار کرے۔ اس کے ساتھ ہی کمیشن نے ایک مشترکہ اسکول سسٹم (Common School System) کی وکالت کی، جس میں ہر بچے کو بلا امتیاز ریاضی کی تعلیم فراہم کی جائے تاکہ پورے ملک میں تعلیمی نتائج میں مساوات اور ہم آہنگی پیدا ہو۔

مزید برآں، کمیشن نے ریاضی کے عملی اطلاقات پر زور دیا تاکہ طلبہ کمرہ جماعت میں سیکھے گئے تصورات کو حقیقی زندگی سے جوڑ سکیں، جیسے کہ پیمائش، تجارت، شماریات اور اعداد و شمار کا تجزیہ۔ کمیشن کا بنیادی پیغام یہ تھا کہ ریاضی جدید سائنسی اور تکنیکی ترقی کی بنیاد ہے، جو فکری نشوونما، منطقی سوچ اور اختراع (innovation) کو پروان چڑھاتی ہے۔ ان سفارشات کے نفاذ سے ریاضی کی تعلیم نہ صرف انفرادی ترقی کے لیے بلکہ قومی تعمیر اور تیزی سے جدید ہوتے ہوئے معاشرے کے چیلنجز سے نمٹنے کے لیے بھی ایک ناگزیر آلہ کے طور پر ابھری۔

6.5.4 قومی تعلیمی پالیسی (1968 اور 1986)

قومی تعلیمی پالیسی (NPE 1968) اور اس کا نظر ثانی شدہ نسخہ (1986) بھارت میں ہر سطح پر تعلیم کو بہتر بنانے کے لیے ایک جامع خاکہ فراہم کرنے کے مقصد سے مرتب کی گئی۔ ان پالیسیوں نے ریاضی کو ایک بنیادی مضمون کے طور پر اہمیت دی، جو نہ صرف ذہنی نشوونما بلکہ قومی ترقی، پیشہ ورانہ تربیت اور روزمرہ زندگی کے اطلاقات کے لیے بھی لازمی ہے۔ NPE نے واضح کیا کہ ریاضی کی تعلیم کو رٹن اور محض طریقہ کار سیکھنے تک محدود نہیں ہونا چاہیے بلکہ اس کے ذریعے طلبہ میں منطقی استدلال، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، تجزیاتی سوچ اور تخلیقی صلاحیتوں کو فروغ دینا چاہیے۔

پالیسیوں نے سفارش کی کہ ریاضی کی تدریس عملی اطلاقات پر مبنی ہو اور کمرہ جماعت میں سیکھے گئے تصورات کو حقیقی زندگی کی صورت حال سے جوڑا جائے، جیسے بجٹ بنانا، پیمائشیں، تجارت اور سائنسی تحقیقات۔ جب سیکھنے کو بامعنی اور سیاق و سباق سے جڑا ہوا بنایا جائے تو طلبہ ریاضی کی

اہمیت کو اپنی روزمرہ زندگی اور مستقبل کے کیریئر میں بہتر طور پر سمجھ سکتے ہیں۔ مزید برآں، ان پالیسیوں نے طلبہ کو اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ مواقع مثلاً سائنس، ٹیکنالوجی، انجینئرنگ اور اکنامکس جیسے شعبوں کے لیے تیار کرنے پر زور دیا۔

NPE نے نصاب میں اصلاحات اور تدریس کے جدید طریقے اپنانے کی بھی وکالت کی، جن میں سرگرمی پر مبنی تعلیم (activity-based learning)، مسئلہ حل کرنے کے طریقے، اور تدریسی وسائل کا استعمال شامل تھا تاکہ فہم اور یادداشت کو بہتر بنایا جاسکے۔ خاص زور اس بات پر دیا گیا کہ ریاضی سے جڑے خوف اور گھبراہٹ کو کم کیا جائے اور طلبہ میں اعتماد، درستگی اور تنقیدی سوچ پیدا کی جائے۔

مختصر یہ کہ قومی تعلیمی پالیسی نے ریاضی کو ایک ایسے مضمون کے طور پر تصور کیا جو ہمہ جہتی ترقی میں کردار ادا کرتا ہے، جہاں ذہنی نشوونما عملی قابلیت، اخلاقی اقدار اور سماجی ذمہ داری کے ساتھ جڑی ہو۔ اس کی سفارشات نے معلمین کو اس بات کی سمت دی کہ وہ ریاضی کو با معنی، دلچسپ اور قابل عمل بنائیں تاکہ طلبہ زندگی، اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ کامیابی کے لیے بہتر طور پر تیار ہو سکیں۔

6.5.5 پیشاپال کمیٹی (2009)

پیشاپال کمیٹی، جسے 2009 میں بھارت کے تعلیمی نظام کا جائزہ لینے کے لیے مقرر کیا گیا تھا، نے تمام مضامین بشمول ریاضی میں تعلیم کے معیار، مطابقت اور مؤثریت کو بہتر بنانے پر توجہ مرکوز کی۔ کمیٹی نے مشاہدہ کیا کہ اسکولوں میں ریاضی کی تعلیم حد سے زیادہ نظریاتی، تجریدی اور امتحان پر مبنی ہو گئی ہے، جس کے نتیجے میں طلبہ میں خوف، گھبراہٹ اور دلچسپی کی کمی پیدا ہو گئی۔ اس نے زور دیا کہ ریاضی کو با معنی، خوشگوار اور حقیقی زندگی سے جڑا ہوا بنانے کے لیے تدریسی طریقوں، نصاب کی تشکیل اور جانچ کے طریقہ کار میں نظر ثانی کی ضرورت ہے۔

کمیٹی کے مطابق، ریاضی پڑھانے کا بنیادی مقصد طلبہ میں تصورات کی بہتر سمجھ، منطقی استدلال، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت اور تخلیقی صلاحیت کو فروغ دینا ہونا چاہیے۔ طلبہ کو یہ موقع دیا جانا چاہیے کہ وہ فارمولے رٹنے اور محض مشینی حسابات کرنے کے بجائے پیٹرنز، رشتوں اور اطلاقات کو تلاش کریں۔ کمیٹی نے اس بات پر بھی زور دیا کہ ریاضی کی تعلیم کو روزمرہ تجربات سے جوڑا جائے، جیسے خریداری، پیمائشیں، ڈیٹا کی تشریح اور عملی مسائل کا حل، تاکہ طلبہ اس کی افادیت کو اپنی روزمرہ زندگی میں محسوس کر سکیں۔

پیشاپال کمیٹی نے سرگرمی پر مبنی تعلیم، اجتماعی مسئلہ حل کرنے، اور سمجھ اور دلچسپی بڑھانے کے لیے ٹیکنالوجی اور بصری ذرائع (visual aids) کے استعمال کی سفارش کی۔ اساتذہ کو ترغیب دی گئی کہ وہ ایسا ماحول پیدا کریں جہاں طلبہ آزادانہ سوچ سکیں، سوالات کر سکیں اور سائنسی رویہ (scientific temperament) پیدا کر سکیں۔

خلاصہ یہ کہ کمیٹی نے ریاضی کی تعلیم کے لیے ایک ہمہ جہتی اور طلبہ مرکوز طریقہ کار کی وکالت کی۔ اس کی سفارشات نے اس بات پر زور دیا کہ ریاضی کو ذہنی نشوونما اور زندگی کی مہارتوں دونوں کو پروان چڑھانا چاہیے، تاکہ طلبہ اعلیٰ تعلیم، پیشہ ورانہ کیریئر اور معاشرے میں ذمہ

دارانہ کردار کے لیے تیار ہو سکیں۔ ریاضی کو با معنی، دلچسپ اور عملی بنا کر، پیشال کمیٹی نے اسے ایک زندہ، اطلاقی اور تخلیقی مضمون میں تبدیل کرنے کا ہدف رکھا۔

6.5.6 نیشنل کرکلم فریم ورک (NCF)، 2005

نیشنل کرکلم فریم ورک (NCF)، 2005 کو بھارت میں اسکول کے نصاب اور تدریسی طریقوں کے لیے جامع رہنما خطوط فراہم کرنے کے مقصد سے تیار کیا گیا تھا۔ اس کا مرکزی زور تعلیم کو زیادہ سے زیادہ طلبہ مرکوز (child-centred)، سرگرمی پر مبنی (activity-based) اور با معنی بنانے پر تھا، خصوصاً بنیادی مضامین جیسے ریاضی پر۔ اس فریم ورک نے زور دیا کہ ریاضی کو محض رٹنے اور بار بار مشق کرنے کے ذریعے نہیں بلکہ ایک ایسے مضمون کے طور پر پڑھایا جانا چاہیے جو جستجو، مسئلہ حل کرنے اور دریافت کے عمل کو فروغ دیتا ہو۔

NCF کے مطابق، ریاضی کی تعلیم دلچسپ، عملی اور طلبہ کی روزمرہ زندگی سے متعلق ہونی چاہیے۔ نصاب کو اس طرح ترتیب دیا گیا کہ ریاضی کے تصورات کو حقیقی زندگی کی عملی اطلاقات سے جوڑا جاسکے، جیسے معیشت، تجارت، سائنس، پیمائش اور روزمرہ مسائل کا حل۔ طلبہ کو اس بات کی ترغیب دی گئی کہ وہ پیٹرنز کا مشاہدہ کریں، تعلقات کا تجزیہ کریں اور دنیا کو سمجھنے کے لیے استدلالی صلاحیتوں کا استعمال کریں۔

فریم ورک نے اساتذہ کے کردار پر بھی زور دیا کہ وہ ایسا معاون اور حوصلہ افزا ماحول فراہم کریں جہاں طلبہ اعتماد کے ساتھ سوالات کر سکیں، غلطیاں کرنے سے نہ گھبرائیں اور ریاضی کے بارے میں مثبت رویہ پیدا کریں۔ اس نے ریاضی سے وابستہ خوف اور گھبراہٹ کی حوصلہ شکنی کی اور سیکھنے کو ایک تخلیقی اور خوشگوار عمل کے طور پر پیش کیا۔

NCF 2005 کا بنیادی پیغام یہ ہے کہ ریاضی کی تعلیم طلبہ مرکوز، سرگرمی پر مبنی اور با معنی ہونی چاہیے، جو تصورات کی بہتر سمجھ اور عملی صلاحیت دونوں کو پروان چڑھائے۔ مسئلہ حل کرنے، دریافت پر مبنی سیکھنے اور حقیقی زندگی کی اطلاقات کو شامل کر کے یہ فریم ورک ریاضی کو نہ صرف ایک اہم تعلیمی مضمون بناتا ہے بلکہ تنقیدی سوچ، منطقی استدلال اور زندگی بھر سیکھنے کی صلاحیتوں کو فروغ دینے کا ذریعہ بھی قرار دیتا ہے۔

6.5.7 نیشنل ایجوکیشن پالیسی (NEP)، 2020

نیشنل ایجوکیشن پالیسی (NEP)، 2020 کو 21 ویں صدی کی ضروریات کے مطابق بھارت کے تعلیمی نظام کو تبدیل کرنے کے لیے مرتب کیا گیا۔ اس کا مقصد تعلیم کو زیادہ لچکدار (flexible)، جامع (holistic) اور عالمی ترقیات کے ہم آہنگ بنانا تھا۔ چونکہ ریاضی ایک بنیادی مضمون ہے، اس لیے اس پالیسی میں اس پر خاص توجہ دی گئی۔ NEP نے زور دیا کہ ریاضی کی تعلیم کو تنقیدی سوچ (critical thinking)، منطقی استدلال (logical reasoning)، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت (problem-solving) اور حسابی مہارتوں

(computational skills) کو فروغ دینا چاہیے تاکہ طلبہ تیزی سے بدلتی ہوئی ڈیجیٹل اور علم پر مبنی دنیا کے لیے ضروری صلاحیتیں حاصل کر سکیں۔

NEP کی ایک بڑی سفارش یہ ہے کہ "ریاضیاتی اور حسابی سوچ (Mathematical and Computational Thinking)" کو تمام طلبہ کے لیے ایک بنیادی مہارت کے طور پر شامل کیا جائے۔ یہ نقطہ نظر روایتی حساب اور الجبرا سے آگے بڑھ کر طلبہ کو پیٹرنز کو سمجھنے، ڈیٹا کا تجزیہ کرنے اور اگلوں تھمک سوچ پیدا کرنے کی ترغیب دیتا ہے۔ اس کے ساتھ ساتھ پالیسی نے مضامین کے انتخاب میں لچک فراہم کی ہے تاکہ طلبہ ریاضی کو سائنس، ٹیکنالوجی، انجینئرنگ، آرٹس یا سماجی علوم کے ساتھ ملا کر پڑھ سکیں، اور اس طرح بین المذاہبی تعلیم (interdisciplinary learning) کو فروغ دیا جاسکے۔

مزید یہ کہ NEP نے ریاضی کی تعلیم کو زیادہ دلچسپ، متعامل (interactive) اور قابل رسائی بنانے کے لیے ٹیکنالوجی، ڈیجیٹل ٹولز اور ای-لرننگ پلیٹ فارمز کے زیادہ استعمال کی حمایت کی ہے۔ اس نے سرگرمی پر مبنی سیکھنے (activity-based learning)، حقیقی دنیا کے مسائل کو حل کرنے اور تجسمی طریقوں (visualization techniques) کے ذریعے طلبہ کو پیچیدہ تصورات سمجھانے پر زور دیا ہے۔

NEP 2020 کا بنیادی پیغام یہ ہے کہ ریاضی کی تعلیم کو طلبہ کو 21 ویں صدی کے چیلنجز اور مواقع کے لیے تیار کرنا چاہیے۔ اس کے ذریعے تخلیقی صلاحیت، تجزیاتی سوچ اور حسابی مہارتوں کو فروغ دیا جائے۔ عملی اطلاقات، استدلال اور ٹیکنالوجی پر مبنی سیکھنے پر توجہ دے کر یہ پالیسی ریاضی کو ایک ایسا مضمون بنانے کی کوشش کرتی ہے جو طلبہ کی ذاتی، تعلیمی اور پیشہ ورانہ ترقی کے لیے با معنی اور متعلقہ ہو۔

یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49) سے لے کر نیشنل ایجوکیشن پالیسی (NEP)، 2020 تک مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنز کی سفارشات اس بات پر متفق ہیں کہ بھارت میں ریاضی کی تعلیم با معنی، عملی اور ذہنی طور پر متحرک ہونی چاہیے۔ وقت کے ساتھ ساتھ ریاضی کی تدریس کا زور محض رٹے (rote memorization) سے ہٹ کر تصوراتی سمجھ (conceptual understanding)، منطقی استدلال (logical reasoning)، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت (problem-solving) اور حقیقی زندگی میں اطلاق (application) پر منتقل ہوا ہے۔

ثانوی تعلیم کمیشن اور کوٹھاری کمیشن نے ریاضی کی اہمیت کو اعلیٰ تعلیم، سائنسی سوچ اور قومی ترقی کے لیے اجاگر کیا۔ بعد کے فریم ورکس، جیسے نیشنل کریکولم فریم ورک (2005)، پشپال کمیٹی اور نیشنل ایجوکیشن پالیسی (2020)، نے بچے پر مرکوز (child-centred)، سرگرمی پر مبنی (activity-based) اور ٹیکنالوجی پر مبنی (technology-enabled) سیکھنے پر زور دیا اور ریاضی کو بین المذاہبی علم (interdisciplinary knowledge) اور حسابی سوچ (computational thinking) کے ساتھ مربوط کیا۔

ان تمام سفارشات کا بنیادی مقصد طلبہ میں تخلیقی صلاحیت (creativity)، تنقیدی سوچ (critical thinking)، اعتماد (confidence) اور عملی مہارتیں (practical competence) پیدا کرنا ہے تاکہ وہ نہ صرف تعلیمی اور پیشہ ورانہ کامیابی حاصل کر سکیں بلکہ باشعور اور ذمہ دار شہری کے طور پر بھی معاشرے میں مثبت کردار ادا کر سکیں۔ اس طرح یہ سفارشات ریاضی کی موثر تدریس کے لیے ایک جامع رہنما نقشہ فراہم کرتی ہیں۔

6.5.8 خلاصہ جدول (Summary Table)

کمیٹی / پالیسی	مقصد	ریاضی کے لیے اہم سفارشات	اہم پیغام
یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49)	اعلیٰ تعلیم کے معیار کو بہتر بنانا	تجزیاتی سوچ، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، عملی زندگی میں اطلاق؛ اسکول اور یونیورسٹی کے ریاضی کو جوڑنا	ریاضی ایک زندہ، متحرک مضمون ہے
سیکنڈری ایجوکیشن کمیشن (1952-53)	ثانوی تعلیم کو عملی اور متعلقہ بنانا	ریاضی کو لازمی بنانا، استدلال پیدا کرنا، اطلاقی ریاضی، روزمرہ زندگی سے تعلق جوڑنا	ریاضی فائدہ مند ہونا چاہیے، محض نظری نہیں
کوٹھاری کمیشن (1964-66)	نصاب کو جدید بنانا اور قومی ڈھانچہ قائم کرنا	دسویں جماعت تک سب کے لیے ریاضی پڑھانا، سائنسی رویہ، مسئلہ حل کرنا، عام اسکول نظام	ریاضی سائنسی اور تکنیکی ترقی کی بنیاد ہے
قومی تعلیمی پالیسی (1968 & 1986)	قومی تعلیم کے لیے جامع فریم ورک	عملی اطلاقات، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، ریاضی کا خوف کم کرنا، تدریس کے نئے طریقے	ریاضی ہمہ جہتی ترقی میں مددگار ہے

پیشال کمیٹی (2009)	تعلیم کے معیار اور مطابقت کو بہتر بنانا	تصوری فہم، سرگرمی پر مبنی تدریس، عملی زندگی سے تعلق، باہمی تعاون سے مسئلہ حل کرنا	ریاضی بطور اطلاقی، تخلیقی اور طالب علم پر مبنی مضمون
این سی ایف (2005)	نصاب اور تدریسی رہنمائی کے لیے رہنما خطوط	بچے پر مبنی، سرگرمی پر مبنی، دریافت کے ذریعے سیکھنا، عملی زندگی سے تعلق، معاون ماحول	ریاضی خوشگوار، بامعنی اور عملی ہونا چاہیے
قومی تعلیمی پالیسی (2020)	21 ویں صدی کی تعلیم کو بدلنا	تقیدی سوچ، حسابی سوچ، بین المذاہبی تعلیم، ٹیکنالوجی کا استعمال	ریاضی طلبہ کو ڈیجیٹل اور علم پر مبنی دنیا کے لیے تیار کرتی ہے

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49) نے ریاضی کی تدریس کے بارے میں کیا سفارشات دیں؟
2. سینڈری ایجوکیشن کمیشن (1952-53) کے مطابق ریاضی کو ثانوی سطح پر لازمی قرار دینے کی کیا وجہ تھی؟
3. کوٹھاری کمیشن (1964-66) نے ریاضی کی تعلیم کو قومی ترقی کے ساتھ کس طرح جوڑا؟
4. نیشنل ایجوکیشن پالیسی (2020) کے مطابق ریاضی کی تعلیم میں ٹیکنالوجی کا کردار کیوں اہم ہے؟

6.6 مختلف پہلوؤں پر کمیٹی اور کمیشنوں کا اثر

(Impact of Committees and Commissions on Different Aspects)

6.6.1 ریاضی کی تدریس اور سیکھنے پر اثرات (Impact on Teaching and Learning Mathematics)

بھارت میں مختلف تعلیمی کمیشنوں اور کمیٹیوں کی سفارشات، جیسے یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49)، سینڈری ایجوکیشن کمیشن (1952-53)، نیشنل کریکولم فریم ورک (2005) اور دیگر، نے ریاضی کی تدریس اور سیکھنے کے طریقوں پر نمایاں اثر ڈالا ہے۔ یہ اثرات

نصاب کی تیاری، جماعت میں تدریسی حکمت عملی، اساتذہ کی تربیت، اور مقاصد، تدریس کے طریقوں اور جانچ (Assessment) کے باہمی ربط میں واضح طور پر دیکھے جاسکتے ہیں۔

6.6.2 نصاب کی تیاری پر اثرات (Impact on Curriculum Design)

ریاضی کے نصاب کی تیاری پر ان سفارشات نے گہرا اثر ڈالا ہے۔ کمیشنوں نے زور دیا کہ ریاضی کی تعلیم صرف طریقہ کار (Procedural Knowledge) پر نہ ہو بلکہ تنقیدی سوچ (Critical Thinking)، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، اور تصورات کے عملی استعمال کو بھی فروغ دے۔ مثال کے طور پر:

- 1- عملی موضوعات کا انضمام (Integration of Application-Oriented Topics): نصاب میں ایسے موضوعات شامل کیے گئے جو براہ راست روزمرہ زندگی سے جڑے ہیں، جیسے اعداد و شمار (Statistics)، امکانات (Probability)، اور مالیاتی ریاضی (Financial Mathematics)۔ اس تبدیلی کا مقصد سیکھنے کو طلبہ کے لیے زیادہ دلچسپ اور با مقصد بنانا تھا۔
- 2- ترتیبی اور تدریجی سیکھنا (Spiral and Sequential Learning): نصاب کو اس طرح منظم کیا گیا کہ تصورات کو مرحلہ وار سکھایا جائے۔ بنیادی موضوعات جیسے حساب (Arithmetic) اور الجبرا (Algebra) کو بنیاد بنایا گیا، جبکہ زیادہ پیچیدہ مضامین جیسے کیکولس (Calculus) اور ویکٹرز (Vectors) کو اعلیٰ جماعتوں میں شامل کیا گیا۔
- 3- جدید ترقیات کا اضافہ (Inclusion of Modern Developments): سفارشات میں زور دیا گیا کہ جدید ریاضیاتی تصورات جیسے سیٹ تھیوری (Set Theory)، میٹرکس (Matrices)، اور ڈسکریٹ میٹھمٹکس (Discrete Mathematics) کو بھی شامل کیا جائے تاکہ سائنس، ٹیکنالوجی اور سماج کی بڑھتی ہوئی ضروریات کو پورا کیا جاسکے۔
- 4- تصوراتی سمجھ اور مہارت دونوں پر زور

(Balanced Emphasis on Conceptual Understanding and Skill Development):

نصابی خاکوں میں اس بات پر زور دیا گیا کہ صرف فارمولے رٹوانے کے بجائے طلبہ کی سوچنے اور استدلال کرنے کی صلاحیت کو بھی فروغ دیا جائے۔

مجموعی طور پر، نصاب کی تیاری زیادہ طلبہ مرکوز (Student-Centred)، عملی (Application-Based)، اور سماجی و تکنیکی ترقیات سے ہم آہنگ بنائی گئی۔

6.6.3 کلاس روم میں تدریسی حکمت عملی پر اثرات (Impact on Classroom Teaching Strategies)

ریاضی کی کلاسوں میں پڑھانے اور سیکھنے کے عمل کو بھی کمیشنوں کی رہنمائی سے بدل دیا گیا:

- 1- فعال سیکھنے اور دریافت کرنے کے طریقے (Active Learning and Discovery Methods): اساتذہ کو ایسے تدریسی طریقے اپنانے کی ترغیب دی گئی جن سے طلبہ خود کھوج کے ذریعے اصول، تعلقات اور ریاضی کے نمونے دریافت کریں۔

2- مسئلہ حل کرنے کا طریقہ (Problem-Solving Approach): کلاس روم صرف لیکچر پر مبنی نہیں رہا بلکہ مسئلہ حل کرنے والے سیشنز شامل کیے گئے، جن میں طلبہ مشقوں کے ذریعے اپنی منطقی اور تجرباتی سوچ کو بہتر بناتے ہیں۔

3- تدریسی وسائل اور ٹیکنالوجی کا استعمال (Use of Teaching Aids and Technology): سفارشات میں بصری مواد (Visual Aids)، ماڈلز، کیلکولیٹرز، اور حالیہ دور میں کمپیوٹر اور تعلیمی سافٹ ویئر کے استعمال پر زور دیا گیا تاکہ طلبہ مشکل اور مجرد (Abstract) تصورات کو آسانی سے سمجھ سکیں۔

4- اشتراکی سیکھنا (Collaborative Learning): گروپ ڈسکشن، ہم جماعتوں کو پڑھانا (Peer Teaching) اور تعاون پر مبنی سیکھنے کے طریقے شامل کیے گئے تاکہ طلبہ کی ابلاغی صلاحیتیں (Communication Skills) اور مل جل کر مسائل حل کرنے کی مہارتیں بہتر ہوں۔

نتیجتاً، تدریسی حکمت عملی استاد مرکوز ہونے والے طریقوں سے ہٹ کر طلبہ مرکوز اور انٹریکٹیو طریقوں میں بدل گئی، جس سے طلبہ کی دلچسپی اور سمجھ دونوں میں اضافہ ہوا۔

6.6.4 اساتذہ کی تربیتی پروگراموں پر اثرات (Impact on Teacher Training Programs)

ان نصاب اور تدریسی اصلاحات کو مؤثر طریقے سے نافذ کرنے کے لیے اساتذہ کی تربیت میں بڑی تبدیلی ضروری تھی:

1- فن تدریس پر توجہ (Focus on Pedagogical Knowledge): اساتذہ کی تربیتی پروگراموں کو دوبارہ ڈیزائن کیا گیا تاکہ صرف ریاضی کے مواد پر نہیں بلکہ تدریسی طریقہ کار، کلاس روم کا انتظام، اور تشخیصی حکمت عملیوں پر بھی توجہ دی جائے۔

2- مسلسل پیشہ ورانہ ترقی (Continuous Professional Development): سفارشات میں سروس کے دوران تربیت، ورکشاپس، اور ریفریشر کورسز پر زور دیا گیا تاکہ اساتذہ ریاضی کی تدریس میں جدید طریقوں اور ٹیکنالوجی سے باخبر رہیں۔

3- ریسرچ کو تربیت میں شامل کرنا (Integration of Research in Teacher Education): اساتذہ کو تعلیمی تحقیق اور تشخیصی ڈیٹا استعمال کرنے کی تربیت دی گئی تاکہ وہ تدریس کو بہتر بناسکیں اور طلبہ کی سیکھنے میں موجود کمزوریوں کی نشاندہی کر سکیں۔

4- عملی تدریسی تجربہ (Practical Teaching Experience): عملی تربیت پر زور دیا گیا، جیسے کہ مائیکرو ٹیچنگ، تدریسی انٹرنشپس، اور جدید کلاس روم تکنیکوں کا تجربہ۔

اساتذہ کی تربیتی پروگرام زیادہ جامع، عملی، اور تحقیق پر مبنی بن گئے، جس سے ایسے معلم پیدا ہوئے جو طلبہ میں گہری سمجھ اور تنقیدی سوچ پیدا کرنے کے قابل ہوں۔

6.6.5 مقاصد، تدریس، اور تشخیص کے امتزاج پر زور

(Emphasis on Linking Objectives, Pedagogy, and Assessment)

کمپیوٹوں نے اس بات پر زور دیا کہ تدریسی مقاصد، تدریسی طریقے، اور تشخیص آپس میں مربوط ہوں:

1- واضح سیکھنے کے مقاصد (Clear Learning Objectives): نصاب اور تدریسی حکمت عملیاں اب واضح طور پر متعین مقاصد کی رہنمائی میں ترتیب دی جاتی ہیں، جو علمی (cognitive)، جذباتی (affective)، اور عملی (psychomotor) سطحوں پر ہوں، جیسے کہ بلوم کی ٹیکسونومی کے ماڈل میں بتایا گیا ہے۔

2- اکتساب کا احتساب (Assessment for Learning): تشکیلی اور تلخیصی (formative and summative) تشخیصات اب سیکھنے کے مقاصد کی عکاسی کرتی ہیں۔ یہ تشخیصات صرف عملی مہارتیں نہیں بلکہ تصوری سمجھ، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، اور اطلاقی مہارتیں بھی ناپتی ہیں۔

3- تدریسی ڈیزائن (Instructional Design): تدریسی طریقے سیکھنے کے مطلوبہ نتائج کے مطابق منتخب کیے جاتے ہیں۔ مثال کے طور پر، مواصلاتی اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کے لیے مشترکہ سیکھنے (collaborative learning) یا تصوری سمجھ کے لیے عملی تجربات (hands-on experiments)۔

4- فیڈبیک کے ذریعے بہتری (Feedback-Driven Improvement): مسلسل فیڈبیک کے نظام سے اساتذہ اپنی تدریس کو طلبہ کی ضروریات کے مطابق ڈھال سکتے ہیں اور سیکھنے کے نتائج بہتر بنا سکتے ہیں۔ یہ امتزاج اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ نصاب، تدریسی حکمت عملیاں، اور تشخیص باہم ہم آہنگ ہوں، جس سے ایک مربوط نظام بنتا ہے جو مؤثر ریاضی کی تعلیم کو فروغ دیتا ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. ریاضی کے نصاب کی تیاری میں کمیشنوں نے کن دواہم پہلوؤں پر زور دیا؟
2. کلاس روم تدریس میں کمیٹیوں نے کن جدید طریقوں کی سفارش کی؟
3. کمیٹیوں نے تدریسی مقاصد، تدریسی طریقے اور تشخیص کے درمیان کس چیز پر زور دیا؟

6.7 خلاصہ (Summary)

تعلیمی کمیٹیاں اور کمیشن تعلیمی نظام کی خامیوں کی نشاندہی کر کے نصاب، تدریسی طریقوں اور امتحانی نظام میں اصلاحات تجویز کرتے ہیں۔ ریاضی کی تعلیم کا مقصد محض رٹنے کے بجائے تصوراتی سمجھ، منطقی استدلال اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کو فروغ دینا ہے۔ یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49) نے ریاضی کو ذہنی نشوونما اور سائنسی سوچ کے لیے بنیادی مضمون قرار دیا، جبکہ سیکنڈری ایجوکیشن کمیشن (1952-53) نے اسے ثانوی سطح تک لازمی قرار دینے اور عملی زندگی سے جوڑنے کی سفارش کی۔ کوٹھاری کمیشن (1964-66) نے ریاضی کو دسویں جماعت تک سب کے لیے لازمی قرار دیا اور سائنسی رویہ و عملی اطلاقات پر زور دیا۔ قومی تعلیمی پالیسی (1968 اور 1986) نے

ریاضی کے خوف کو کم کرنے، عملی استعمال کو بڑھانے اور سرگرمی پر مبنی تدریس کی وکالت کی۔ یشپال کمیٹی (2009) نے ریاضی کو خوشگوار، بامعنی اور روزمرہ زندگی سے جڑا ہوا بنانے پر زور دیا، جبکہ نیشنل کریکولم فریم ورک (2005) نے طلبہ مرکوز، سرگرمی پر مبنی اور دریافت پر مبنی سیکھنے کی حمایت کی۔ نیشنل ایجوکیشن پالیسی (2020) نے ریاضی میں تنقیدی سوچ، حسابی مہارت اور ٹیکنالوجی کے استعمال پر زور دیا۔ ان سفارشات کے نتیجے میں ریاضی کے نصاب میں عملی موضوعات جیسے شماریات، امکانات اور مالیاتی ریاضی شامل کیے گئے اور تدریسی حکمت عملی استاد مرکوز لیکچر سسٹم سے ہٹ کر طلبہ مرکوز، مسئلہ حل کرنے اور اشتراکی سیکھنے پر منتقل ہوئیں۔ مزید برآں، اساتذہ کی تربیت کو جدید خطوط پر استوار کیا گیا تاکہ تدریس، تحقیق اور تشخیص کے باہمی ربط کو مؤثر بنایا جاسکے۔

6.8 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس پونٹ کے مطالعے کے بعد آپ قابل ہوں گے کہ:
- ◀ تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کے کردار اور ان کی تعلیمی اہمیت کو وضاحت سے بیان کر سکیں۔
 - ◀ 1948 سے 2020 تک مختلف تعلیمی کمیشنوں اور پالیسیوں کی سفارشات کو تاریخی تسلسل میں بیان کر سکیں۔
 - ◀ ریاضی کی تدریس اور سیکھنے پر کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات کے اثرات کو واضح کر سکیں۔
 - ◀ ریاضی کے نصاب میں تصوراتی سمجھ، تنقیدی سوچ، اور عملی اطلاقات کے انضمام کی وضاحت کر سکیں۔
 - ◀ مختلف تدریسی حکمت عملیوں جیسے سرگرمی پر مبنی تعلیم، مسئلہ حل کرنے کے طریقے اور اشتراکی سیکھنے کو مثالوں کے ساتھ بیان کر سکیں۔
 - ◀ اساتذہ کی تربیتی پروگراموں میں جدید اصلاحات اور ان کے اثرات کو سمجھا سکیں۔
 - ◀ تدریسی مقاصد، تدریسی حکمت عملی اور تشخیص (Assessment) کے باہمی ربط کو واضح کر سکیں۔
 - ◀ مختلف تعلیمی کمیشنوں اور پالیسیوں کی سفارشات کا تقابلی تجزیہ پیش کر سکیں۔
 - ◀ ریاضی کی تعلیم کو قومی ترقی، سائنسی سوچ اور 21 ویں صدی کے تقاضوں کے ساتھ مربوط کر سکیں۔
 - ◀ ریاضی کی تدریس سے متعلق پالیسیوں پر تنقیدی رائے قائم کر سکیں اور عملی بہتری کے لیے تجاویز مرتب کر سکیں۔

6.9 فرہنگ (Glossary)

معنی	الفاظ
تعلیمی منصوبہ یا کورس جس کے مطابق طلبہ کو پڑھایا جاتا ہے (Curriculum)	نصاب
وہ طریقے اور طریقہ کار جو استاد تعلیم دینے کے لیے استعمال کرتا ہے (Teaching Strategy)	تدریسی حکمت عملی
کسی موضوع کو گہرائی سے اور معنی خیز انداز میں سمجھنا (Conceptual Understanding)	تصوراتی فہم

منطقی استدلال	دلیل اور عقل کے ذریعے نتائج اخذ کرنے کی صلاحیت (Logical Reasoning)
مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت	مسائل کو مؤثر طریقے سے حل کرنے کی قابلیت (Problem-Solving Skill)
اطلاقی ریاضی	ریاضی کا عملی زندگی، سائنس اور ٹیکنالوجی میں استعمال (Applied Mathematics)
مشینی حسابات	بغیر سمجھے محض فارمولوں یا طریقوں سے حساب لگانا (Mechanical Calculations)
بین المذاہبی تعلیم	مختلف مضامین کو آپس میں جوڑ کر سیکھنے کا طریقہ (Interdisciplinary Learning)
ریاضیاتی و حسابی سوچ	پیٹرنز، الگورتھمز اور ڈیٹا کے ذریعے سوچنے اور مسئلے حل کرنے کی صلاحیت (Mathematical and Computational Thinking)
اشتراکی سیکھنا	گروپ میں مل کر پڑھنے اور سیکھنے کا طریقہ (Collaborative Learning)
تشخیص	طلبہ کی کارکردگی کو جانچنے کا عمل (Assessment)
تشکیلی اور تلخیصی تشخیص	سیکھنے کے دوران جاری جانچ (تشکیلی) اور آخر میں نتیجہ اخذ کرنے والی جانچ (تلخیصی) (Formative and Summative Assessment)
فیڈبیک	استاد یا ماہر کی جانب سے کارکردگی بہتر بنانے کے لیے دی گئی رائے (Feedback)
سائنسی رویہ	سائنسی سوچ، تحقیق اور شواہد پر مبنی طرز فکر (Scientific Temperament)

6.10 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Type Questions)

1- یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (1948-49) کی سربراہی کس نے کی؟

الف) ڈاکٹر راجو رام شنکر

ب) ڈاکٹر رادھا کرشنن

ج) ڈاکٹر ذاکر حسین

د) ڈاکٹر ایس۔ رادھا

2- سیکنڈری ایجوکیشن کمیشن (1952-53) کو کس نام سے بھی جانا جاتا ہے؟

الف) یشپال کمیٹی

ب) مدالیار کمییشن

ج) کوٹھاری کمییشن

د) نیشنل پالیسی کمییشن

3- کوٹھاری کمییشن (1964-66) نے ریاضی کو کس جماعت تک لازمی قرار دینے کی سفارش کی؟

الف) 8 ویں جماعت تک

ب) 9 ویں جماعت تک

ج) 10 ویں جماعت تک

د) 12 ویں جماعت تک

- 4- نیشنل ایجوکیشن پالیسی (1968 اور 1986) نے ریاضی کی تدریس میں کس چیز پر زور دیا؟
 (الف) محض رٹنے پر
 (ب) عملی اطلاقات اور سرگرمی پر مبنی تدریس پر
 (ج) صرف فارمولوں کی یادداشت پر
 (د) مشینی حسابات پر
- 5- یشپال کمیٹی (2009) کے مطابق ریاضی میں سب سے بڑی خرابی کیا تھی؟
 (الف) یہ بہت آسان پڑھائی جاتی ہے
 (ب) یہ بہت زیادہ نظریاتی اور امتحان پر مبنی ہو گئی تھی
 (ج) اس میں عملی مثالوں کی بھرمار تھی
 (د) یہ صرف کھیلوں پر مرکوز تھی
- 6- نیشنل کریکولم فریم ورک (2005) نے ریاضی کو کس بنیاد پر سیکھنے کی سفارش کی؟
 (الف) رٹے بازی پر
 (ب) مشینی حساب پر
 (ج) سرگرمی اور دریافت پر
 (د) فارمولوں کی تکرار پر
- 7- نیشنل ایجوکیشن پالیسی (2020) نے ریاضی میں کس نئی مہارت پر زور دیا؟
 (الف) کمپیوٹیشنل اور ریاضیاتی سوچ
 (ب) صرف فارمولوں کی یادداشت
 (ج) امتحان پر مبنی تیاری
 (د) محض اعداد کا حساب
- 8- کس کمیشن نے مشترکہ اسکول سسٹم (Common School System) کی وکالت کی؟
 (الف) یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن
 (ب) کوٹھاری کمیشن
 (ج) یشپال کمیٹی
 (د) NCF 2005
- 9- کمیٹیوں کی سفارشات کے نتیجے میں ریاضی کے نصاب میں کون سے موضوعات شامل کیے گئے؟
 (الف) ادب اور تاریخ
 (ب) شماریات، امکانات اور مالیاتی ریاضی
 (ج) جغرافیہ اور سیاسیات
 (د) صرف الجبرا اور جیومیٹری
- 10- ”منطقی استدلال“ کا مطلب ہے:
 (الف) بغیر سوچے رٹنا
 (ب) دلیل اور عقل کے ذریعے نتائج اخذ کرنا
 (ج) امتحان میں زیادہ نمبر لانا
 (د) محض فارمولوں کا استعمال
- 11- ”Collaborative Learning“ سے کیا مراد ہے؟
 (الف) انفرادی سیکھنا
 (ب) رٹے بازی
 (ج) گروپ میں مل کر سیکھنا
 (د) صرف استاد کا لیکچر
- 12- ریاضی کی تدریس میں ٹیکنالوجی کے استعمال پر کس پالیسی نے زور دیا؟
 (الف) یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن
 (ب) مدالیار کمیشن

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

- (1) یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (49-1948) نے ریاضی کی تدریس کے حوالے سے کیا سفارشات پیش کیں؟
- (2) سیکنڈری ایجوکیشن کمیشن (53-1952) نے ریاضی کو لازمی کیوں قرار دیا؟
- (3) کوٹھاری کمیشن (66-1964) کے مطابق ریاضی کو لازمی قرار دینے کی کیا وجوہات تھیں؟
- (4) NPE 1968 اور 1986 نے ریاضی کی تدریس کے لیے کون سے عملی پہلوؤں پر زور دیا؟
- (5) یشپال کمیٹی (2009) نے ریاضی کی تدریس میں کون سی خامیوں کی نشاندہی کی؟
- (6) NCF 2005 کے مطابق ریاضی کی تدریس کو بامعنی کیسے بنایا جاسکتا ہے؟
- (7) NEP 2020 نے ریاضی کے نصاب کو کس طرح 21 ویں صدی کے تقاضوں سے ہم آہنگ کیا؟
- (8) کمیشنوں نے نصاب کی تیاری میں عملی موضوعات کے انضمام پر کیوں زور دیا؟
- (9) تدریسی حکمت عملی میں ”Problem-Solving Approach“ سے کیا مراد ہے؟
- (10) Collaborative Learning کے ریاضی کی تدریس پر کیا اثرات ہیں؟
- (11) کمیشنوں نے تدریسی مقاصد اور تشخیص کو آپس میں جوڑنے پر کیوں زور دیا؟
- (12) ریاضی کی تدریس میں ٹیکنالوجی کا استعمال کیوں اہم ہے؟
- (13) نیشنل کرکلم فریم ورک (2005) نے ریاضی میں کس تدریسی ماحول پر زور دیا؟
- (14) کمیٹیوں کی سفارشات کے نتیجے میں ریاضی کی تعلیم کس طرح طلبہ کے لیے دلچسپ بن گئی؟

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی ریاضی کی تدریس کے حوالے سے مجموعی اہمیت بیان کریں۔
2. یونیورسٹی ایجوکیشن کمیشن (49-1948) اور سیکنڈری ایجوکیشن کمیشن (53-1952) کی سفارشات کا تقابلی مطالعہ کریں۔
3. کوٹھاری کمیشن (66-1964) کی سفارشات کا تفصیلی جائزہ لیں اور ان کی موجودہ دور میں اہمیت بیان کریں۔
4. قومی تعلیمی پالیسی (1968 اور 1986) نے ریاضی کی تعلیم کے حوالے سے کون سے اصلاحی اقدامات تجویز کیے؟
5. یشپال کمیٹی (2009) کی سفارشات کا تنقیدی جائزہ پیش کریں۔
6. نیشنل کرکلم فریم ورک (2005) کی سفارشات کو تفصیل سے بیان کریں۔
7. نیشنل ایجوکیشن پالیسی (2020) نے ریاضی کی تعلیم کو جدید تقاضوں کے ساتھ کس طرح ہم آہنگ کیا؟
8. کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات نے نصاب کی تیاری پر کیا اثر ڈالا؟ وضاحت کریں۔

9. تدریسی حکمتِ عملی، اساتذہ کی تربیت اور تشخیص کے باہمی ربط کو وضاحت سے بیان کریں۔
10. مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور پالیسیوں کی سفارشات کا تنقیدی و تقابلی جائزہ پیش کریں۔

6.11 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

1. National Council of Educational Research and Training. (2005). *National curriculum framework 2005*. New Delhi: NCERT.
1. Government of India, Ministry of Education. (2020). *National education policy 2020*. New Delhi: Government of India.
2. Sharma, R. A. (2014). *Fundamentals of mathematics teaching*. Meerut: R. Lal Book Depot.
3. Butler, C. H., & Wren, F. L. (1995). *The teaching of secondary mathematics*. New York: McGraw-Hill.
4. Sidhu, K. S. (2006). *The teaching of mathematics*. New Delhi: Sterling Publishers.

اکائی-7

سی سی ای میں استعداد اور تعلیمی معیار کا مفہوم اور تصور

(Meaning and Concept of Competencies and Academic Standard of CCE)*

7.1	تمہید (Introduction)
7.2	مقاصد (Objectives)
7.3	استعداد (Competency)
7.3.1	استعداد کا مفہوم (Meaning of Competency)
7.3.2	استعداد کی تعریف (Definition of Competency)
7.3.3	مہارت، سیکھنے کے نتائج اور استعداد میں فرق
	(Differences in Skills, Learning Outcomes, and Competencies)
7.3.4	روزمرہ زندگی میں استعداد (Competency in Daily Life)
7.3.5	استعداد کی نمایاں خصوصیات (Key Features of Competencies)
7.3.6	استعداد کی اقسام (Types of Competencies)
7.3.7	تعلیم میں استعداد (Competencies in Education)
7.3.8	مختلف مضامین میں استعداد کی مثالیں (Examples of Competencies Across Subjects)
7.4	تعلیمی معیار (Academic Standards)
7.4.1	تعلیمی معیار کا مفہوم (Meaning of Academic Standards)
7.4.2	تعلیمی معیار کے مقاصد (Purpose of Academic Standards)
7.4.3	استعداد اور تعلیمی معیار میں فرق
	(Difference between Competencies and Academic Standard)
7.4.4	تعلیمی معیار کی خصوصیات (Features of Academic Standards)
7.5	سی سی ای (CCE) میں استعداد اور تعلیمی معیارات (Competencies and Academic Standards in CCE)

* Dr. Farhath Ali, Associate Professor, Dept. of Education & Training. MANUU

7.5.1	سی سی ای میں استعداد اور تعلیمی معیارات کے درمیان تعلق
	(Relationship between Competencies and Academic Standards in CCE)
7.5.2	تعلیمی معیارات بطور قابل پیمائش معیار
	(Academic Standards as Measurable Benchmarks for Competencies)
7.5.3	سی سی ای میں استعداد اور تعلیمی معیارات کا کردار
	(Role of Competencies and Academic Standards in CCE)
7.6	شناخت اور وضاحت کے اقدامات (Steps in Identifying and Defining)
7.6.1	استعداد کی شناخت اور وضاحت کے اقدامات
	(Steps in Identifying and Defining Competencies)
7.6.2	تعلیمی معیارات کی شناخت اور وضاحت کے اقدامات
	(Steps in Identifying and Defining Academic Standards)
7.7	تعلیمی معیارات کا ڈیزائن اور نفاذ (Designing and Implementation of Academic Standard)
7.7.1	تعلیمی معیارات کا ڈیزائن کرنا (Designing Academic Standards)
7.7.2	استعداد اور تعلیمی معیارات کو نافذ کرنے میں چیلنجز
	(Challenges in Implementing Competencies and Academic standards)
7.7.3	سی سی ای میں بہترین طریقے (Best Practices for Effective Use in CCE)
7.8	خلاصہ (Summary)
7.9	اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)
7.10	فرہنگ (Glossary)
7.11	نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)
7.12	تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

7.1 تمہید (Introduction)

مسلل اور جامع جانچ (Continuous and Comprehensive Evaluation - CCE) ایک جدید تشخیصی نظام ہے جسے طلبہ کی ہمہ جہت نشوونما کو یقینی بنانے کے لیے متعارف کروایا گیا۔ روایتی امتحانی طریقوں کے برعکس، جو صرف تعلیمی کارکردگی پر توجہ دیتے ہیں، سی

سی ای تعلیمی (Scholastic) اور غیر تعلیمی (Co-Scholastic) دونوں پہلوؤں پر زور دیتا ہے۔ اس میں رویے، اقدار، مہارتیں اور مجموعی شخصیت کی نشوونما بھی شامل ہیں۔ اس کا مقصد ایک متوازن اور بغیر دباؤ کے سیکھنے کا ماحول پیدا کرنا ہے، جہاں طلبہ کی جانچ مسلسل مختلف طریقوں سے کی جاتی ہے جیسے کہ کونز، پراجیکٹ، زبانی امتحان، اسائنمنٹ اور جماعتی سرگرمیوں میں حصہ لینا۔ سی ای کے ڈھانچے میں ”استعداد“ اور ”تعلیمی معیار“ بہت اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ استعداد یہ واضح کرتی ہیں کہ طالب علم کو کیا جاننا چاہیے، کیا سمجھنا چاہیے اور کیا کرنے کے قابل ہونا چاہیے۔ اس میں علم، مہارتیں اور رویے ایک با معنی انداز میں شامل کیے جاتے ہیں جبکہ تعلیمی معیار یہ وہ قابل پیمائش معیار ہیں جو یہ بتاتے ہیں کہ یہ استعداد کس سطح پر حاصل ہونی چاہئیں۔

7.2 مقاصد (Objectives)

اس پونٹ کے مطالعے کے بعد طلبہ:

1. استعداد (Competency) کے مفہوم اور تعریف کو سمجھ سکیں گے۔
2. مہارت، سیکھنے کے نتائج اور استعداد میں فرق کو واضح طور پر بیان کر سکیں گے۔
3. روزمرہ زندگی میں استعداد کے کردار کو سمجھ سکیں گے۔
4. استعداد کی نمایاں خصوصیات اور اقسام (موضوعی، عمومی، زندگی سے متعلق) کی وضاحت کر سکیں گے۔
5. علمی، جذباتی اور نفسی حرکی استعداد کے بارے میں جان سکیں گے۔
6. مختلف مضامین میں استعداد کی مثالوں کو پہچان سکیں گے۔
7. تعلیمی معیار (Academic Standards) کے مفہوم اور مقاصد کو بیان کر سکیں گے۔
8. استعداد اور تعلیمی معیار کے درمیان فرق اور تعلق کو واضح کر سکیں گے۔
9. تعلیمی معیار کی خصوصیات کو سمجھ سکیں گے۔
10. CCE میں استعداد اور تعلیمی معیارات کے کردار اور تعلق کو بیان کر سکیں گے۔
11. تعلیمی معیارات کے ڈیزائن کرنے کے طریقے سے واقف ہو سکیں گے۔
12. استعداد اور تعلیمی معیارات کو نافذ کرنے میں پیش آنے والے چیلنجز کو سمجھ سکیں گے۔

7.3 استعداد (Competency)

7.3.1 استعداد کا مفہوم (Meaning of Competency)

آج کی تعلیم صرف حقائق یاد کرنے یا نصابی مشقیں مکمل کرنے کا نام نہیں ہے۔ اس کا اصل مقصد یہ ہے کہ طلبہ جو کچھ سیکھیں، اُسے حقیقی زندگی کے حالات میں استعمال کر سکیں۔ اس تناظر میں ”استعداد“ کا تصور مرکزی حیثیت رکھتا ہے۔ لفظ ”استعداد“ کا مطلب ہے قابل،

مؤثر اور کارآمد ہونا۔ تعلیم میں استعداد سے مراد یہ ہے کہ طالب علم اپنی علم، مہارتیں، اقدار اور رویے استعمال کرتے ہوئے کامیابی سے کوئی کام انجام دے سکے یا مسئلہ حل کر سکے۔ اس سے یہ یقینی بنتا ہے کہ تعلیم صرف نظریاتی نہ ہو بلکہ عملی، بامعنی اور قابل عمل ہو۔

7.3.2 استعداد کی تعریف (Definition of Competency)

استعداد کو اس طرح سمجھا جاسکتا ہے:

یہ علم (Knowledge)، مہارتیں (Skills) اور رویوں (Attitudes) کا ایک مجموعہ ہے جو طالب علم کو کسی مخصوص حالات میں مؤثر اور کامیابی سے کام کرنے کے قابل بناتا ہے۔

- محض علم صرف نظریاتی سمجھ بوجھ کو ظاہر کرتا ہے۔
- محض مہارتیں کسی خاص کام کرنے کی استعداد دکھاتی ہیں۔
- لیکن ”استعداد“ ان سب پہلوؤں — ذہنی (Cognitive)، عملی (Psychomotor) اور جذباتی / رویے سے متعلق (Affective) — کو ملا کر بامعنی عمل میں بدل دیتی ہے۔

سادہ الفاظ میں، استعداد تب ظاہر ہوتی ہے جب طالب علم کو یہ پتہ ہو کہ کیا کرنا ہے، یہ بھی آتا ہو کہ کیسے کرنا ہے، اسے درست طریقے سے انجام دے، اور اس سب کے ساتھ صحیح رویہ بھی رکھے۔ مثال:

اگر ایک طالب علم کسر (Fractions) کے تصور کو سمجھتا ہے (علم)، کسر کے سوال درست طور پر حل کر لیتا ہے (مہارت)، اور سوال حل کرتے وقت ثابت قدمی اور منطقی سوچ دکھاتا ہے (رویہ)، تو وہ ریاضی میں ”کسر سے متعلق استعداد“ کا مظاہرہ کرتا ہے۔ یہ دونوں مل کر سی سی ای کی بنیاد بنتے ہیں۔ یہ اساتذہ کو سبق تیار کرنے، جانچ کرنے اور مختلف مضامین اور جماعتی سطحوں پر یکساں تعلیمی نتائج یقینی بنانے میں مدد دیتے ہیں۔

اس یونٹ کا مقصد یہ ہے کہ اساتذہ اور ماہرین تعلیم استعداد اور تعلیمی معیار کے تصور کو سمجھ سکیں، انہیں واضح طور پر بیان کرنا سیکھیں، نصاب میں ان کی پہچان کر سکیں اور مؤثر طریقے سے ان کی پیمائش کر سکیں۔ اس یونٹ کے اختتام پر اساتذہ کے پاس وہ علم اور حکمت عملی ہوگی جس کے ذریعے وہ اپنی کلاس میں سی سی ای کو مؤثر طریقے سے نافذ کر سکیں گے۔ اس طرح طلبہ نہ صرف تعلیمی لحاظ سے ماہر ہوں گے بلکہ اپنی مجموعی شخصیت میں بھی متوازن نشوونما حاصل کریں گے۔

7.3.3 مہارت، سیکھنے کے نتائج اور استعداد میں فرق

(Difference Between Skills, Learning Outcomes, and Competencies)

پہلو (Aspects)	مہارتیں (Skills)	سیکھنے کے نتائج (Learning Outcomes)	استعداد (Competencies)

تعریف (Definition)	کسی کام کو کرنے کی مخصوص استعداد	وہ بیانات جو یہ بتاتے ہیں کہ طالب علم، مہارت اور رویوں کو مؤثر طریقے سے استعمال کرنے کی ہم آہنگ استعداد
توجہ (Focus)	کام کرنے کی استعداد	حقیقی زندگی میں جامع اطلاق
دائرہ کار (Step)	محدود اور کسی خاص کام سے متعلق	درمیانہ، کسی سبق یا سرگرمی سے وسیع، جس میں علم، مہارتیں اور اقدار شامل ہوں
مثال (Example)	ایک پیرا گراف لکھنا	طلبہ اپنے خیالات کو صاف اور مؤثر طریقے سے تحریر میں بیان کریں، درست گرامر، منطقی ربط اور مناسب انداز کے ساتھ

مختصر یہ کہ، مہارتیں اور سیکھنے کے نتائج بنیادی اینٹوں کی طرح ہیں، جبکہ استعداد اس پوری عمارت کی نمائندگی کرتی ہیں جو سیکھے ہوئے علم کو مؤثر اور با معنی طریقے سے انجام دینے اور استعمال کرنے کی مکمل قابلیت فراہم کرتی ہیں۔ یہ اساتذہ کو ایک فریم ورک فراہم کرتی ہیں تاکہ وہ تدریسی حکمت عملی، جانچ اور سرگرمیوں کو اس طرح ڈیزائن کریں جو گہرا سیکھنے، عملی سمجھ بوجھ اور طلبہ کی ہمہ جہت نشوونما کو فروغ دے۔

7.3.4 روزمرہ زندگی میں استعداد (Competency in Daily Life)

اکثر ایسا ہوتا ہے کہ ایک طالب علم کلاس میں کئی تصورات سمجھ لیتا ہے، لیکن اگر وہ اس علم کو کلاس روم کے باہر استعمال نہ کر سکے تو یہ سیکھنا نامکمل رہتا ہے۔ استعداد اس خلا کو پُر کرتی ہے جو نصابی تعلیم اور عملی زندگی کے اطلاق کے درمیان موجود ہے۔

مثال کے طور پر ریاضی میں ”فیصد“ (Percentage) کے تصور کو دیکھیں:

- ایک قابل طالب علم صرف فارمولے یاد نہیں کرتا،
- بلکہ خریداری کرتے وقت رعایت (Discount) نکال سکتا ہے،
- بینک میں سود (Interest) کا حساب لگا سکتا ہے،
- اور امتحانات میں نمبروں کا فیصد معلوم کر سکتا ہے۔

یہ ظاہر کرتا ہے کہ تعلیم کی عملی اہمیت ہے اور یہ طلبہ کو روزمرہ مسائل پر اعتماد انداز میں حل کرنے کے قابل بناتی ہے۔

7.3.5 استعداد کی نمایاں خصوصیات (Key Features of Competencies)

1- علم، مہارتیں، اقدار اور رویوں کا انضمام (Integration of Knowledge, Skills, Values, and Attitudes): تعلیم میں استعداد علم، مہارتیں، اقدار اور رویوں کا ایک جامع امتزاج ہے۔ علم طلبہ کو تصورات اور اصولوں کی واضح سمجھ فراہم کرتا ہے۔ مہارتیں انہیں یہ قابل بناتی ہیں کہ وہ اس علم کو مؤثر طریقے سے استعمال کرتے ہوئے کام انجام دے سکیں، مسائل حل کر سکیں یا منصوبے مکمل کر سکیں۔ اقدار طلبہ کی رہنمائی کرتی ہیں کہ وہ اپنے علم اور مہارتوں کو استعمال کرتے وقت اخلاقی، ذمہ دار اور دیانتدار رویہ اپنائیں۔ رویے طلبہ کی حوصلہ افزائی، استقامت اور سیکھنے کی خواہش پر اثر انداز ہوتے ہیں اور یہ بات یقینی بناتے ہیں کہ وہ مختلف حالات میں مثبت انداز کے ساتھ اپنے علم کو بروئے کار لائیں۔ یہ چاروں عناصر مل کر ایک متوازن استعداد تشکیل دیتے ہیں جو طلبہ کو تعلیمی چیلنجز اور حقیقی زندگی کے مسائل دونوں کو کامیابی کے ساتھ حل کرنے کے لیے تیار کرتی ہے۔

2- مشاہدہ اور پیمائش کے قابل (Observable and Measurable): استعداد نظر آنے والی اور پیمائش کے قابل ہوتی ہیں، یعنی ان کا اندازہ اس بات سے لگایا جاسکتا ہے کہ طالب علم حقیقت میں کیا کرتا ہے نہ کہ وہ صرف کیا یاد رکھتا ہے۔ رٹنے کے برعکس، جو صرف حقائق دہرانے پر زور دیتا ہے، استعداد کو عملی کارکردگی، مسئلہ حل کرنے والے کاموں، منصوبوں یا حقیقی زندگی کے اطلاق کے ذریعے پرکھا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر کسی طالب علم کی رعایت کا حساب لگانے، اعداد و شمار کی تشریح کرنے یا عملی ریاضی کے مسائل حل کرنے کی استعداد ایک قابل پیمائش استعداد ہے۔ یہ طریقہ اساتذہ کو یہ موقع فراہم کرتا ہے کہ وہ معروضی طور پر طلبہ کی تعلیم کا مشاہدہ اور احتساب کریں، ان کی طاقت اور کمزوریاں پہچانیں اور انہیں با معنی فیڈبیک دیں۔ مشاہدہ کرنے کے قابل نتائج پر توجہ مرکوز کرنے سے تعلیم زیادہ مؤثر، جواب دہ اور حقیقی زندگی سے قریب ہو جاتی ہے۔

3- اطلاق پر زور (Focus on Application): استعداد کی ایک اہم خصوصیت یہ ہے کہ یہ محض یاد کرنے کے بجائے عملی اطلاق پر زور دیتی ہے۔ سیکھنے کو اس وقت مکمل سمجھا جاتا ہے جب طلبہ اپنے علم اور مہارتوں کو حقیقی زندگی کے حالات میں مؤثر طریقے سے استعمال کر سکیں۔ مثال کے طور پر، صرف فیصد کے تصور کو سمجھنا کافی نہیں ہے، طلبہ کو یہ بھی آنا چاہیے کہ وہ روزمرہ زندگی میں رعایت، سود یا نمبروں کا حساب درست طور پر نکال سکیں۔ یہ پہلو طلبہ کو تنقیدی طور پر سوچنے، مسائل حل کرنے اور اپنی سمجھ بوجھ کی بنیاد پر فیصلے کرنے کی ترغیب دیتا ہے۔ یہ تعلیم کو غیر فعال یاد کرنے کے عمل سے فعال شمولیت میں بدل دیتا ہے، جس سے طلبہ نصابی تعلیم کو عملی ضروریات سے جوڑنے کے قابل ہو جاتے ہیں۔ اطلاق کو ترجیح دینے سے استعداد طلبہ کو اس قابل بناتی ہیں کہ وہ حقیقی دنیا کے چیلنجز کو پُر اعتماد اور مؤثر طریقے سے حل کر سکیں اور تعلیم کو با معنی اور متعلقہ بنا سکیں۔

4- زندگی اور سیکھنے کی تیاری (Preparation for Life and Learning): استعداد اس لیے تیار کی گئی ہیں تاکہ طلبہ کو تعلیمی کامیابی اور عملی زندگی کے چیلنجز دونوں کے لیے تیار کیا جاسکے۔ یہ محض نظریاتی علم سے آگے بڑھ کر طلبہ کو یہ استعداد دیتی ہیں کہ وہ تصورات کو لاگو کر سکیں، درست فیصلے کر سکیں اور روزمرہ زندگی میں عملی مسائل حل کر سکیں۔ مثال کے طور پر، ریاضی میں ماہر طالب علم بجٹ سنبھال

سکتا ہے، پیمائشیں کر سکتا ہے، اعداد و شمار کی تشریح کر سکتا ہے اور منطقی استدلال کر سکتا ہے، جبکہ سائنس میں ماہر طالب علم تجرباتی طریقوں کو استعمال کر سکتا ہے اور نتائج کا مؤثر تجزیہ کر سکتا ہے۔ یہ جامع تیاری یقینی بناتی ہے کہ طلبہ اعلیٰ تعلیم، پیشہ ورانہ کام اور ذاتی زندگی کے لیے تیار ہوں، ان میں خود اعتمادی اور خود مختاری پیدا ہو۔ علم، مہارتیں، اقدار اور رویوں کے امتزاج کے ذریعے استعداد زندگی بھر سیکھنے کی بنیاد تیار کرتی ہیں، جو طلبہ کو بدلتی ہوئی دنیا میں ڈھلنے، جدت لانے اور کامیاب ہونے کے قابل بناتی ہیں۔

مختصر یہ کہ استعداد تعلیم کو محض یاد کرنے کے عمل سے نکال کر فعال اور عملی سیکھنے میں تبدیل کر دیتی ہیں۔ یہ اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ طلبہ نہ صرف علم رکھتے ہوں بلکہ قابل، پُر اعتماد اور ذمہ دار بھی ہوں۔ استعداد کی نشوونما کے ذریعے تعلیم ہمہ جہت، عملی اور با معنی بن جاتی ہے، جو طلبہ کو تعلیمی مقاصد، پیشہ ورانہ زندگی اور روزمرہ مسائل کو حل کرنے کے لیے تیار کرتی ہے۔ اسی طرح استعداد پر مبنی تعلیم جدید اور مؤثر تعلیمی نظام کی بنیاد ہے۔

7.3.6 استعداد کی اقسام (Types of Competencies)

استعداد کی تین بنیادی اقسام ہیں:

a- موضوعی استعداد (Subject Competencies): موضوعی استعداد وہ قابلیتیں اور مہارتیں ہیں جو طلبہ کسی مخصوص تعلیمی مضمون کے حوالے سے حاصل کرتے ہیں۔ یہ استعداد اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ طلبہ نہ صرف کسی مضمون کے مواد کو سمجھیں بلکہ اسے متعلقہ حالات میں مؤثر طریقے سے استعمال بھی کر سکیں۔ مثال کے طور پر، ریاضی میں موضوعی استعداد میں الجبرا کے سوالات حل کرنا، فیصد کا حساب لگانا، گراف کو سمجھنا شامل ہے۔ سائنس میں اس میں پانی کے چکر کی وضاحت کرنا، تجربات کرنا یا تجربات کے اعداد و شمار کا تجزیہ کرنا شامل ہو سکتا ہے۔ زبانوں میں طلبہ مضمون، کہانیاں یا خلاصے درست گرائمر اور مربوط انداز میں لکھ کر اپنی موضوعی استعداد کا مظاہرہ کرتے ہیں۔

موضوعی استعداد کی ترقی کے لیے تصورات کی سمجھ، مشق اور اطلاق ضروری ہے۔ طلبہ کو محض رٹنے سے آگے بڑھ کر کام درست اور پُر اعتماد انداز میں کرنے کے قابل ہونا چاہیے۔ موضوعی استعداد کسی بھی مضمون میں اعلیٰ سطح کی تعلیم کے لیے بنیاد فراہم کرتی ہیں اور طلبہ کو اعلیٰ تعلیم اور پیشہ ورانہ مواقع کے لیے تیار کرتی ہیں۔ ان استعداد پر عبور حاصل کرنے سے طلبہ میں خود اعتمادی بڑھتی ہے، مسئلہ حل کرنے کی استعداد بہتر ہوتی ہے اور وہ نظری علم کو عملی استعمال سے جوڑنے کے قابل بن جاتے ہیں۔ مجموعی طور پر، موضوعی استعداد تعلیمی کامیابی، مہارت کے حصول اور ذہنی نشوونما کے لیے نہایت اہم ہیں۔

b- عمومی استعداد (Generic Competencies): عمومی استعداد ایسی منتقلی پذیر قابلیتیں ہیں جو تمام مضامین اور روزمرہ زندگی میں کارآمد ہوتی ہیں۔ ان کا مقصد سوچنے کی استعداد، مسئلہ حل کرنے کی قابلیت، تخلیقی استعداد، ابلاغ اور منطقی استدلال کو فروغ دینا ہے۔ موضوعی استعداد کے برعکس، جو کسی خاص مواد تک محدود ہوتی ہیں، عمومی استعداد طلبہ کو مختلف قسم کے کاموں اور چیلنجز سے نمٹنے کے قابل بناتی ہیں۔ مثال کے طور پر، منطقی استدلال استعمال کرنے والا طالب علم ریاضی کا سوال حل کر سکتا ہے، سائنسی تجربے کا تجزیہ کر سکتا ہے

یامعاشرتی علوم میں تاریخی شواہد کا جائزہ لے سکتا ہے۔ تخلیقی استعداد طلبہ کو مسائل کو نئے انداز میں حل کرنے میں مدد دیتی ہے جبکہ ابلاغ کی استعداد یہ یقینی بناتی ہے کہ وہ اپنے خیالات کو تحریر یا تقریر کے ذریعے مؤثر طریقے سے پیش کر سکیں۔

عمومی استعداد میں تنقیدی سوچ بھی شامل ہے، جو طلبہ کو معلومات کا معروضی تجزیہ کرنے، درست فیصلے لینے اور پیچیدہ مسائل کو حل کرنے کے قابل بناتی ہے۔ یہ استعداد زندگی بھر سیکھنے اور پیشہ ورانہ و ذاتی کامیابی کے لیے ضروری ہیں۔ یہ طلبہ کو آزادانہ طور پر سیکھنے، تعاون کے ساتھ کام کرنے اور نئے حالات سے مطابقت اختیار کرنے کی استعداد دیتی ہیں۔ عمومی استعداد کے فروغ کے ذریعے تعلیم ہمہ جہت ہو جاتی ہے اور طلبہ کو ایسے ہنر فراہم کرتی ہے جو انہیں کلاس روم سے باہر بھی کامیاب ہونے اور تیزی سے بدلتی دنیا میں آگے بڑھنے کے قابل بناتے ہیں۔

c- زندگی سے متعلق استعداد (Life Competencies): زندگی سے متعلق استعداد ذاتی اور سماجی نشوونما پر مرکوز ہوتی ہیں، جو طلبہ کو دوسروں کے ساتھ مؤثر تعلق قائم کرنے اور زندگی کے چیلنجز کو سنبھالنے کے قابل بناتی ہیں۔ ان میں قیادت، ٹیم ورک، موافقت، ہمدردی، فیصلہ سازی اور تنازعات کا حل شامل ہیں۔ مثال کے طور پر، قیادت کی استعداد ایک طالب علم کو گروپ پروجیکٹس میں دوسروں کی رہنمائی کرنے کے قابل بناتی ہے، جبکہ ٹیم ورک باہمی تعاون سے مشترکہ مقاصد حاصل کرنے میں مدد دیتا ہے۔ موافقت یہ یقینی بناتی ہے کہ طلبہ اچانک تبدیلیوں یا چیلنجز کا مقابلہ کر سکیں، اور ہمدردی انہیں دوسروں کے نقطہ نظر کو سمجھنے اور ان کا احترام کرنے کی ترغیب دیتی ہے۔ فیصلہ سازی اور تنازعات کا حل روزمرہ زندگی میں مسائل کو سوچ سمجھ کر اور اخلاقی انداز میں حل کرنے کے لیے نہایت اہم ہیں۔

زندگی سے متعلق استعداد جذباتی ذہانت، سماجی ذمہ داری اور ذاتی ترقی کو فروغ دے کر تعلیمی اور عمومی استعداد کی تکمیل کرتی ہیں۔ یہ طلبہ کو حقیقی زندگی کی صورت حال کو پُر اعتماد طریقے سے سنبھالنے، معاشرے میں مثبت کردار ادا کرنے اور صحت مند تعلقات قائم رکھنے کے قابل بناتی ہیں۔ اسکول ان استعداد کو گروپ سرگرمیوں، مباحثوں، کردار نگاری اور کمیونٹی سروس کے ذریعے فروغ دے سکتے ہیں، جس سے طلبہ ذمہ دار، خود آگاہ اور سماجی طور پر حساس فرد بن سکیں۔ زندگی سے متعلق استعداد ایک متوازن شخصیت بنانے کے لیے نہایت ضروری ہیں، جو ذاتی، پیشہ ورانہ اور سماجی ذمہ داریوں میں توازن قائم کر سکے۔

آخر میں، استعداد کی تین اقسام — موضوعی، عمومی اور زندگی سے متعلق استعداد — طلبہ کی ہمہ جہت ترقی کو یقینی بناتی ہیں۔ موضوعی استعداد علمی مہارتوں کو فروغ دیتی ہیں، عمومی استعداد منتقلی پذیر سوچنے اور مسئلہ حل کرنے کی استعداد پیدا کرتی ہیں، اور زندگی سے متعلق استعداد ذاتی اور سماجی ترقی پر توجہ دیتی ہیں۔ ان تینوں کو یکجا کرنے سے تعلیم بامقصد، عملی اور متعلقہ ہو جاتی ہے، جو طلبہ کو اعلیٰ تعلیم، پیشہ ورانہ کامیابی اور حقیقی زندگی کے چیلنجز کے لیے تیار کرتی ہے۔ استعداد پر مبنی تعلیم طلبہ کو ڈھلنے، جدت لانے اور مختلف حالات میں کامیاب ہونے کے قابل بناتی ہے اور انہیں ذمہ دار، پُر اعتماد اور قابل فرد بننے میں مدد دیتی ہے۔

7.3.7 تعلیم میں استعداد (Competencies in Education)

تعلیم میں استعداد کو عام طور پر تین بڑی اقسام میں تقسیم کیا جاتا ہے: علمی (Cognitive)، جذباتی (Affective)، اور حرکی (Psychomotor)۔ ہر قسم سیکھنے کے ایک الگ پہلو پر توجہ دیتی ہے اور تینوں مل کر طلبہ کی ہمہ جہت ترقی کو یقینی بناتی ہیں۔ ان اقسام کو

سمجھنے سے اساتذہ کو مناسب تدریسی حکمت عملیاں، جائزے اور تعلیمی سرگرمیاں ترتیب دینے میں مدد ملتی ہے، خاص طور پر CCE کے فریم ورک کے تحت۔

a- علمی استعداد (Cognitive Competencies): علمی استعداد ذہنی مہارتوں، علم کے حصول اور فکری استعداد سے متعلق ہوتی ہیں۔ ان میں تصورات کو سمجھنا، مسائل حل کرنا، معلومات کا تجزیہ کرنا اور علم کو عملی حالات میں استعمال کرنا شامل ہے۔ علمی استعداد عام طور پر سوچنے کے درجوں پر مبنی ہوتی ہیں، جیسے بلوم کی درجہ بندی (Bloom's Taxonomy) میں شامل ہیں:

1. علم (Knowledge): حقائق، تعریفیں اور بنیادی معلومات کو یاد رکھنے کی استعداد۔
مثال: ریاضی میں مستطیل کے رقبے کا فارمولہ یاد رکھنا۔
2. فہم (Comprehension): معلومات کے مطلب کو سمجھنا اور اسے درست انداز میں بیان کرنا۔
مثال: حیاتیات میں عمل ضیائی تالیف (Photosynthesis) کو اپنے الفاظ میں سمجھنا۔
3. اطلاق (Application): علم کو مسائل حل کرنے یا عملی کام کرنے میں استعمال کرنا۔
مثال: کسریا فیصد پر مبنی مسائل کو حل کرنا۔
4. تجزیہ (Analysis): معلومات کو حصوں میں تقسیم کرنا، تعلقات کا جائزہ لینا اور نتائج اخذ کرنا۔
مثال: دو تاریخی واقعات کا موازنہ کر کے ان کے اسباب اور اثرات کو سمجھنا۔

مضامین میں مثالیں (Examples in School Subjects):

- ریاضی: مساوات حل کرنا، گراف کو سمجھنا، فارمولوں کو استعمال کرنا۔
- سائنس: تجربات کرنا، نتائج کا تجزیہ کرنا، سائنسی اصولوں کا اطلاق کرنا۔
- انگریزی: عبارتوں کو سمجھنا، مطلب اخذ کرنا، استنباط کرنا۔
- سماجی علوم: نقشوں کا تجزیہ، تاریخی واقعات کو سمجھنا، ثقافتوں کا موازنہ۔

b- جذباتی استعداد (Affective Competencies): جذباتی استعداد رویوں، اقدار، جذبات، محرکات اور باہمی تعلقات کی مہارتوں سے متعلق ہوتی ہیں۔ یہ اس بات پر زور دیتی ہیں کہ طلبہ مختلف حالات میں کس طرح محسوس کرتے ہیں، رد عمل دیتے ہیں اور رویہ اختیار کرتے ہیں۔ یہ اخلاقی، سماجی اور جذباتی نشوونما کے لیے نہایت اہم ہیں تاکہ طلبہ ذمہ دار، اخلاقی اور جذباتی طور پر سمجھدار افراد بن سکیں۔ اس کے اہم اجزاء ذیل میں دیئے جا رہے ہیں:

1. رویہ (Attitudes): سیکھنے، مضامین یا سماجی حالات کے بارے میں مثبت یا منفی احساسات۔
مثال: ماحولیاتی تحفظ کی سرگرمیوں میں دلچسپی دکھانا۔
2. اقدار (Values): اخلاقی اور اصولی رہنما اصول جو رویے کی رہنمائی کرتے ہیں۔

مثال: جماعتی مباحثوں کے دوران دوسروں کی رائے کا احترام کرنا۔

3. حوصلہ افزائی (Motivation): سیکھنے، کامیاب ہونے اور بہتر کارکردگی دکھانے کی جستجو۔

مثال: سائنسی نمائش یا کھیلوں کے مقابلوں میں جوش و خروش سے حصہ لینا۔

4. جذباتی ذہانت (Emotional Intelligence): جذبات کو قابو میں رکھنے، دوسروں کے جذبات کو سمجھنے اور صحت مند

تعلقات قائم کرنے کی استعداد۔

مثال: گروپ پروجیکٹس میں مؤثر طریقے سے تعاون کرنا اور تنازعات کو پرسکون انداز میں حل کرنا۔

مضامین میں مثالیں (Examples in School Subjects):

- انگریزی: مباحثوں یا گفتگو میں فعال حصہ لینا۔
- سماجی علوم: سماجی مسائل پر کردار نگاری کی سرگرمیوں میں ہمدردی کا اظہار کرنا۔
- فنون لطیفہ و موسیقی: فن یا پرفارمنس کے ذریعے جذبات اور تخلیقی استعداد کا اظہار۔
- جسمانی تعلیم: ٹیم ورک، کھیلوں کی روح اور نظم و ضبط کا مظاہرہ۔

c- نفسی حرکی استعداد (Psychomotor Competencies)

حرکی استعداد جسمانی استعداد، ہم آہنگی اور عملی مہارتوں کے اطلاق سے متعلق ہیں۔ یہ اس بات پر توجہ دیتی ہیں کہ کوئی طالب علم جسمانی حرکت، درستگی اور قابو کے ساتھ کام کس حد تک انجام دے سکتا ہے۔ یہ استعداد خاص طور پر ان مضامین اور سرگرمیوں کے لیے نہایت اہم ہیں جن میں ہاتھ سے کام کرنے کی مہارت، آنکھ اور ہاتھ کی ہم آہنگی اور عملی نفاذ کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس کے اہم پہلو درج ذیل ہیں:

1. باریک مہارتیں (Fine Motor Skills): چھوٹی اور درست حرکات جیسے لکھائی، ڈرائنگ یا آلات کو سنبھالنا۔

مثال: ریاضی میں جیومیٹری کی اشکال کو درستگی سے بنانا۔

2. بڑی جسمانی حرکات (Gross Motor Skills): پورے جسم یا اعضا کی بڑی حرکات۔

مثال: جمناسٹک کی مشق کرنا یا فٹبال کھیلنا۔

3. دستی اور عملی مہارتیں (Manual and Manipulative Skills): آلات کو مؤثر طریقے سے استعمال کرنے کی استعداد۔

مثال: کیمسٹری کا تجربہ محفوظ طریقے سے لیبارٹری کے آلات کے ذریعے کرنا۔

مضامین میں مثالیں (Examples in School Subjects):

- سائنس: تجربات کرنا، لیبارٹری کے آلات کو سنبھالنا، نمونوں کا مطالعہ کرنا۔
- فنون: پینٹنگ، مجسمہ سازی یا ہنرمندی۔
- جسمانی تعلیم: دوڑنا، چھلانگ لگانا، توازن قائم رکھنا اور کھیل کھیلنا۔

- کمپیوٹر تعلیم: ٹائپنگ کرنا، پروگرامنگ یا سافٹ ویئر ایپلیکیشنز کو مؤثر طریقے سے استعمال کرنا۔

7.3.8 مختلف مضامین میں استعداد کی مثالیں (Examples of Competencies Across Subjects)

مضمون	علمی استعداد (Cognitive Competency)	جذباتی استعداد (Affective Competency)	نفسی حرکی استعداد (Psychomotor Competency)
ریاضی	الجبرا کے مساوات حل کرنا	مسئلہ حل کرنے میں صبر اور مستقل مزاجی دکھانا	جیومیٹری کی اشکال درستگی سے بنانا
سائنس	تجربات کرنا اور ان کی تشریح کرنا	تجسس اور اخلاقی ذمہ داری کا اظہار کرنا	لیبارٹری کے آلات کو محفوظ طریقے سے استعمال کرنا
انگریزی	ادبی متون کا تجزیہ کرنا	مباحثوں میں فعال حصہ لینا	صاف لکھائی کرنا اور اسائنمنٹس کو پیش کرنا
معاشرتی علوم	تاریخی واقعات کا موازنہ کرنا	ہمدردی اور ثقافتی تنوع کا احترام دکھانا	نقشے اور چارٹ تیار کرنا
جسمانی تعلیم	کھیل کے قواعد کو سمجھنا	ٹیم ورک اور کھیلوں کی روح کا مظاہرہ کرنا	جسمانی مشقیں اور مہارتیں انجام دینا
فنون و دستکاری	فنون کی تکنیکوں کو سمجھنا	تخلیقی استعداد اور فن کی قدردانی کا اظہار کرنا	پینٹنگ، مجسمہ سازی یا ہنرمندی کرنا

علمی، جذباتی اور حرکی استعداد مل کر یہ یقینی بناتی ہیں کہ طلبہ نہ صرف علمی اعتبار سے ماہر ہوں بلکہ جذباتی طور پر پختہ، سماجی طور پر ذمہ دار اور عملی طور پر ہنرمند بھی ہوں۔ ان تینوں اقسام کی استعداد کو تسلیم کرنا اور فروغ دینا اسکولوں میں مؤثر ”جامع اور مسلسل جائزہ“ (CCE) نافذ کرنے کے لیے نہایت ضروری ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. ”استعداد“ کی تعریف اپنے الفاظ میں لکھیں۔

2. مہارت (Skill)، سیکھنے کا نتیجہ (Learning Outcome) اور استعداد (Competency) میں ایک بنیادی فرق بیان کریں۔
3. علمی یاوقتی، جذباتی اور نفسی حرکی استعداد میں سے کسی ایک کی ایک مثال لکھیں۔

7.4 تعلیمی معیار (Academic Standards)

7.4.1 تعلیمی معیار کا مفہوم (Meaning of Academic Standards)

تعلیمی معیار سے مراد وہ کارکردگی یا کامیابی کی سطح ہے جس کی توقع طلبہ سے ہر مضمون میں کسی مخصوص جماعت یا تعلیمی مرحلے پر کی جاتی ہے۔ جہاں استعداد (Competencies) اس بات کی وضاحت کرتی ہیں کہ طلبہ کو کون سی مہارتیں، استعداد اور رویے اپنانے چاہئیں، وہیں تعلیمی معیار ایسے مخصوص پیمانے فراہم کرتے ہیں جن کے ذریعے یہ ناپا جاسکتا ہے کہ یہ استعداد کس حد تک حاصل کی گئی ہیں۔ یہ اساتذہ، طلبہ اور تعلیمی اداروں کو یہ سمجھنے میں مدد دیتے ہیں کہ سیکھنے والے ایک مقررہ وقت میں کیا کچھ حاصل کرنے کے قابل ہوں۔

تعلیمی معیار اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ سیکھنے کے نتائج واضح، قابل پیمائش اور مختلف اسکولوں اور علاقوں میں یکساں ہوں۔ یہ اسباق کی منصوبہ بندی، نصاب کی تیاری، تدریسی حکمت عملیوں اور جائزہ (Assessment) کے لیے ایک حوالہ نقطہ فراہم کرتے ہیں۔ متوقع نتائج کو بیان کر کے، تعلیمی معیار اساتذہ کو یہ سہولت دیتے ہیں کہ وہ تدریس کو تعلیمی مقاصد سے ہم آہنگ کریں اور طلبہ کی سمجھ میں موجود خلا کو پہچان سکیں۔

مثال کے طور پر، ریاضی میں جماعت نہم کے لیے ایک تعلیمی معیار یہ ہو سکتا ہے:

”طالب علم کو فارمولے کے طریقے سے دو درجی مساوات (Quadratic Equations) حل کرنے کے قابل ہونا چاہیے۔“

یہ صرف موضوع ہی نہیں بلکہ مہارت کی اس سطح کو بھی متعین کرتا ہے جس کی توقع کی جا رہی ہے، یعنی طلبہ فارمولے کو درست اور خود مختار طریقے سے استعمال کر سکیں۔ اسی طرح، سائنس میں جماعت ہشتم کے لیے ایک معیار یہ ہو سکتا ہے:

”طالب علم کو ضیائی تالیف (Photosynthesis) کے عمل کو موزوں مثالوں کے ساتھ سمجھانے کے قابل ہونا چاہیے۔“

یہ معیار اس بات کی وضاحت کرتا ہے کہ طلبہ نہ صرف سمجھ بوجھ دکھائیں بلکہ مناسب مثالوں کے ذریعے اسے عملی اطلاق کے ساتھ بھی واضح کر سکیں۔

تعلیمی معیار سیکھنے کے نتائج کا جائزہ لینے میں بھی مددگار ہوتے ہیں، جس سے اساتذہ طلبہ کی پیش رفت کو ناپ سکتے ہیں اور جہاں ضرورت ہو وہاں خصوصی مدد فراہم کر سکتے ہیں۔ طلبہ کو کیا حاصل کرنا چاہیے، اس کی واضح تعریف کر کے تعلیمی معیار اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ تعلیم مرکوز، منظم اور نتائج پر مبنی ہو، اور یہ طلبہ کو اعلیٰ تعلیم، پیشہ ورانہ کیریئر اور حقیقی زندگی کے چیلنجز کے لیے تیار کرتی ہے۔

خلاصہ یہ کہ تعلیمی معیار سیکھنے اور جائزے کا ایک نقشہ راہ فراہم کرتے ہیں جو تعلیمی عمل میں وضاحت، یکسانیت اور جواب دہی کو یقینی بناتا ہے۔

7.4.2 تعلیمی معیار کے مقاصد (Purpose of Academic Standards)

1- سیکھنے کے نتائج میں یکسانیت کو یقینی بنانا

(Ensures Uniformity in Learning Outcomes): تعلیمی معیار طلبہ سے متوقع کامیابی کے لیے ایک یکساں ڈھانچہ فراہم کرتے ہیں، جس سے یہ یقینی بنایا جاتا ہے کہ تمام طلبہ، چاہے ان کا اسکول یا استاد کوئی بھی ہو، ایک جیسے پیمانوں پر پرکھے جائیں۔ اس طرح تعلیمی توقعات میں فرق نہیں رہتا اور تعلیمی مساوات (Equity) کو فروغ ملتا ہے۔

2- اساتذہ کی رہنمائی نصاب اور جائزے کی تیاری میں

(Guides Teachers in Designing Curriculum and Assessment): تعلیمی معیار اساتذہ کو سبق کی منصوبہ بندی، تدریسی حکمت عملیوں کے انتخاب، اور ایسے جائزے (Assessments) تیار کرنے میں مدد دیتے ہیں جو متوقع سیکھنے کے نتائج سے ہم آہنگ ہوں۔ مثال کے طور پر، اگر سائنس کے کسی تجربے کا معیار واضح ہو تو استاد ایسی سرگرمیاں، سوالات اور جائزے ترتیب دے سکتا ہے جو مطلوبہ سطح کی استعداد کو جانچ سکیں۔

3- مسلسل اور جامع جائزے کی معاونت

(Supports Continuous and Comprehensive Evaluation -CCE)

سی سی ای کے فریم ورک میں تعلیمی معیار طلبہ کی استعداد کو پرکھنے کے لیے قابل پیمائش معیار فراہم کرتے ہیں۔ یہ اساتذہ کو طلبہ کی پیش رفت کی نگرانی، بروقت رائے (Feedback) دینے، اور بہتری کی ضرورت والے پہلوؤں کو شناخت کرنے میں مدد دیتے ہیں۔ اس طرح تعلیمی جائزہ محض اختتامی امتحانات تک محدود نہیں رہتا بلکہ ہمہ جہتی اور مسلسل عمل بنتا ہے۔

نصاب کی بہتری اور جواب دہی کو فروغ دینا

(Facilitates Curriculum Improvement and Accountability): طلبہ کو کیا حاصل کرنا چاہیے، اس کی واضح تعریف کر کے، تعلیمی معیار نصاب کے جائزے اور اس میں بہتری کا بنیادی ذریعہ بنتے ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ یہ اساتذہ، اسکولوں اور تعلیمی اداروں کے درمیان معیار تعلیم کو برقرار رکھنے میں جواب دہی (Accountability) کو بھی فروغ دیتے ہیں۔

7.4.3 استعداد اور تعلیمی معیار میں فرق

(Difference Between Competencies and Academic Standards)

تعلیمی معیار (Academic Standards)	استعداد (Competencies)	پہلو (Aspect)
وہ سطح جس پر ایک طالب علم سے کارکردگی دکھانے کی توقع کی جاتی ہے	وہ جو ایک طالب علم سے جاننے، سمجھنے اور کرنے کی توقع کی جاتی ہے	تعریف (Definition)
کارکردگی کے مخصوص اور قابل پیمائش معیار	علم، مہارتوں اور رویوں کا ہمہ جہتی انضمام	مرکز (Focus)
محدود تر اور مقداری یا معیاری	وسیع تر اور وضاحتی	نوعیت (Nature)
طلبہ کو 5-7 جملوں پر مشتمل پیراگراف درست گرامر، رموز اور قاف اور ربط کے ساتھ لکھنا چاہیے	طلبہ ایک دیے گئے موضوع پر درست ساخت کے ساتھ ایک پیراگراف لکھ سکتے ہیں	مثال (Example)
جائزے، تشخیص اور جواب دہی کی رہنمائی کرتا ہے	تدریس، سیکھنے اور مجموعی نشوونما کی رہنمائی کرتا ہے	کردار (Function)

استعداد طلبہ کی قابلیت کو وسیع معنوں میں بیان کرتی ہیں، جبکہ تعلیمی معیار اس قابلیت کے مطلوبہ درجے کو واضح کرتے ہیں۔ دونوں مل کر تدریس، سیکھنے اور تشخیص کے لیے ایک جامع فریم ورک فراہم کرتے ہیں، جو اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ طلبہ نہ صرف کام کرنے کے قابل ہوں بلکہ اسے مطلوبہ معیار کے مطابق انجام بھی دیں۔

7.4.4 تعلیمی معیار کی خصوصیات (Features of Academic Standards)

a- مضمون سے متعلق (Subject-Specific): تعلیمی معیار ہر مضمون کی منفرد ضروریات کو ظاہر کرنے کے لیے تیار کیے جاتے ہیں تاکہ طلبہ مختلف مضامین میں بنیادی علم اور مہارت حاصل کر سکیں۔ مثال کے طور پر، ریاضی میں معیار یہ طے کر سکتا ہے کہ طلبہ الجبری مساوات حل کرنے، جیومیٹری کے تصورات کو سمجھنے یا گراف کے اعداد و شمار کی تشریح کرنے کے قابل ہوں۔ سائنس میں یہ تجربات کرنا، قدرتی مظاہر کی وضاحت یا سائنسی اعداد و شمار کا درست تجزیہ شامل کر سکتا ہے۔ زبانوں میں یہ مضامین لکھنے، متون کو سمجھنے یا خیالات کو واضح

طور پر زبانی اظہار کرنے پر زور دیتا ہے۔ مضمون سے متعلق معیار سیکھنے کو منظم اور مربوط بناتے ہیں، طلبہ کو اعلیٰ تعلیم اور عملی زندگی کے لیے تیار کرتے ہیں۔

b- جماعت کے لحاظ سے مخصوص (Grade-Level Specific): تعلیمی معیار طلبہ کی جماعت کے مطابق ترتیب دیے جاتے ہیں تاکہ سیکھنے کی سطح اور پیچیدگی عمر کے لحاظ سے مناسب ہو۔ مثلاً، ششم جماعت میں طلبہ سے توقع کی جاتی ہے کہ وہ کسر، اعشاریہ اور بنیادی جیومیٹری سمجھیں، جبکہ نہم جماعت میں وہ زیادہ پیچیدہ موضوعات جیسے ٹرگنومیٹری، دوجی مساوات اور احتمال پر کام کرتے ہیں۔ جماعت کے لحاظ سے معیار طے کرنے سے بتدریج اور ہموار سیکھنے کا موقع ملتا ہے، بنیادی علم کو مضبوط کیا جاتا ہے اور آئندہ کی تعلیم میں رکاوٹیں کم ہوتی ہیں۔

c- قابل پیمائش اور قابل مشاہدہ (Measurable and Observable): تعلیمی معیار کی ایک اہم خصوصیت یہ ہے کہ انہیں ناپا اور دیکھا جاسکتا ہے۔ اس سے اساتذہ کو طلبہ کی کارکردگی کا مؤثر انداز میں جائزہ لینے کا موقع ملتا ہے۔ طلبہ کے معیار پر پورا اترنے کو امتحانات، منصوبوں، عملی مظاہروں، زبانی پریزنٹیشنز یا کارکردگی پر مبنی کاموں کے ذریعے پرکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً، ریاضی میں دوجی مساوات حل کرنے کے معیار کو تحریری سوالات کے ذریعے پرکھا جاسکتا ہے، جبکہ سائنس میں کیمیائی رد عمل کے معیار کو تجربہ گاہ کے تجربے سے جانچا جاسکتا ہے۔ اس سے تشخیص میں معروضیت برقرار رہتی ہے اور کمزوریوں کو دور کرنے کے لیے ہدفی رہنمائی فراہم کی جاسکتی ہے۔

d- استعداد سے منسلک (Linked with Competencies): تعلیمی معیار استعداد سے قریبی تعلق رکھتے ہیں اور یہ واضح کرتے ہیں کہ طلبہ سے کس سطح کی مہارت، فہم اور عملی اطلاق کی توقع ہے۔ مثلاً، ریاضی میں مسئلہ حل کرنے کی استعداد کو ان معیارات سے جانچا جاتا ہے جو درست اور منطقی فارمولوں کے استعمال کی توقع رکھتے ہیں۔ اسی طرح، سائنسی استدلال کی استعداد کو ان معیارات سے پرکھا جاتا ہے جو اعداد و شمار کے تجربے اور نتائج اخذ کرنے کی وضاحت کرتے ہیں۔ اس تعلق سے یہ یقینی بنتا ہے کہ سیکھنا صرف نظری نہ ہو بلکہ عملی بھی ہو، تاکہ طلبہ اپنی استعداد کو تعلیم، ذاتی اور حقیقی زندگی میں استعمال کر سکیں۔

e- واضح اور مستقل معیار (Clear and Consistent Benchmarks): معیار مختلف اسکولوں اور علاقوں میں سیکھنے کی توقعات میں وضاحت اور یکسانیت فراہم کرتے ہیں۔ یہ ایسے معیار فراہم کرتے ہیں جو یہ طے کرتے ہیں کہ طلبہ کو ایک تعلیمی مرحلے کے اختتام تک کیا حاصل کرنا چاہیے، تاکہ تعلیم میں مساوات قائم رہے۔

تعلیمی معیار کی خصوصیات اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ سیکھنا منظم، قابل پیمائش اور بامعنی ہو۔ یہ مضمون سے متعلق، جماعت کے لحاظ سے مناسب، قابل مشاہدہ اور استعداد سے منسلک ہوتے ہیں۔ یہ واضح معیار فراہم کرتے ہیں جو تدریس اور تشخیص دونوں کے لیے رہنمائی کا ذریعہ ہیں۔ ان معیارات کے ذریعے طلبہ نہ صرف بنیادی علم اور مہارتیں حاصل کرتے ہیں بلکہ انصاف اور یکسانیت پر مبنی معیاری تعلیم بھی حاصل کرتے ہیں۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. تعلیمی معیار (Academic Standards) سے کیا مراد ہے؟ ایک مناسب مثال کے ساتھ وضاحت کریں۔

2. استعداد (Competencies) اور تعلیمی معیار (Academic Standards) میں دو بنیادی فرق بیان کریں۔

3. تعلیمی معیار کی دو اہم خصوصیات لکھیں جو سیکھنے کے عمل کو مؤثر بناتی ہیں۔

7.5 سی سی ای (CCE) میں استعداد اور تعلیمی معیارات

(Competencies and Academic Standards in CCE)

اسکولوں میں متعارف کرایا گیا مسلسل اور جامع جانچ (CCE) کا ڈھانچہ تعلیم کو زیادہ با معنی، ہمہ جہت اور طالب علم مرکوز بنانے کے لیے ہے۔ اس نظام کی ایک اہم خصوصیت یہ ہے کہ اس میں استعداد (Competencies) اور تعلیمی معیارات (Academic Standards) کو یکجا کیا گیا ہے جو تدریس، سیکھنے اور جانچ کے عمل کی رہنمائی کرتے ہیں۔

استعداد ان مہارتوں کو ظاہر کرتی ہیں جو کسی طالب علم کو ترقی دینی چاہیے، جن میں علم، ہنر، اقدار اور رویے شامل ہیں، اور جنہیں حقیقی زندگی کی صورتحال میں استعمال کیا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر، ریاضی میں ایک استعداد یہ ہو سکتی ہے کہ طالب علم مثلثیات کے تناسبات (Trigonometric Ratios) کو استعمال کرتے ہوئے بلندی اور فاصلے سے متعلق مسائل حل کرے۔ استعداد اس بات پر زور دیتی ہیں کہ طالب علم کیا کر سکتا ہے، نہ کہ صرف وہ کیا یاد رکھتا ہے۔ اس سے تعلیم محض نظری معلومات تک محدود نہیں رہتی بلکہ عملی اطلاق، مسئلہ حل کرنے اور تنقیدی سوچ پر زور دیتی ہے۔

تعلیمی معیار دوسری طرف یہ واضح کرتے ہیں کہ کسی مخصوص جماعت میں طالب علم سے کس سطح کی کارکردگی کی توقع ہے۔ یہ طے کرتے ہیں کہ طالب علم کو کس حد تک کوئی کام انجام دینا چاہیے یا کسی استعداد کو ظاہر کرنا چاہیے۔ مثال کے طور پر، نہم جماعت میں مثلثیات کے مسائل حل کرتے وقت ایک تعلیمی معیار یہ ہو سکتا ہے کہ طالب علم درست فارمولے استعمال کرے، مناسب تناسب لگائے اور درست استدلال کے ساتھ صحیح حل تک پہنچے۔ گویا استعداد مہارت یا اہلیت کو ظاہر کرتی ہیں، جبکہ تعلیمی معیار اس اہلیت کو جانچنے کے لیے قابل پیمائش معیار فراہم کرتے ہیں۔

سی سی ای میں استعداد اور تعلیمی معیارات کے یکجا ہونے کے فوائد یہ ہیں:

1- عملی اور با معنی تعلیم (Practical and Meaningful Learning): تعلیم صرف کتابیں یاد کرنے یا معمولی مشقیں کرنے تک محدود نہیں رہتی۔ طلبہ کو اپنی معلومات کو حقیقی زندگی کی صورتحال میں استعمال کرنے کی ترغیب دی جاتی ہے، جیسے تعمیراتی منصوبوں میں زاویے نکالنا، شاریاتی اعداد و شمار کی تشریح کرنا یا مالی منصوبہ بندی میں فیصد کا حساب لگانا۔ اس سے تعلیم حقیقی زندگی سے جڑتی ہے اور طلبہ روزمرہ کے چیلنجز کا سامنا کرنے کے لیے تیار ہوتے ہیں۔

2- مسلسل اور ترقیاتی احتساب (Continuous and Developmental Assessment): روایتی امتحانی نظام کے برعکس، سی سی ای میں صرف حتمی امتحان پر انحصار نہیں کیا جاتا بلکہ مختلف سرگرمیوں، منصوبوں، اسائنمنٹس اور کمرہٴ جماعت کی شمولیت کے ذریعے باقاعدہ جانچ کی جاتی ہے۔ یہ مسلسل جانچ اساتذہ کو طلبہ کی پیش رفت پر نظر رکھنے، سیکھنے کی خامیوں کی نشاندہی کرنے اور بروقت رہنمائی فراہم کرنے میں مدد دیتی ہے۔

3- ہمہ جہت نشوونما (Holistic Development): سی سی ای میں نصابی شعبے (جیسے ریاضی، سائنس اور زبانیں) اور غیر نصابی شعبے (جیسے زندگی کی مہارتیں، اقدار، رویے، ٹیم ورک اور تخلیقی استعداد) دونوں پر غور کیا جاتا ہے۔ یہ طریقہ کار اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ طلبہ علمی، سماجی اور جذباتی استعداد پیدا کریں، اور مجموعی شخصیت کی نشوونما ہو۔

4- نتائج پر مبنی تعلیم (Outcome-Oriented Learning): استعداد اور تعلیمی معیارات کو واضح طور پر بیان کرنے سے سی سی ای مخصوص سیکھنے کے نتائج طے کرتا ہے۔ اساتذہ اس کے مطابق اسباق، سرگرمیاں اور جانچ کے طریقے ترتیب دیتے ہیں تاکہ طلبہ مطلوبہ علم اور مہارتیں حاصل کر سکیں۔ مثلاً، ریاضی میں ایک طالب علم مشنات کے تناسب استعمال کرتے ہوئے عملی مسائل حل کرنے کی استعداد دکھا سکتا ہے، اور ساتھ ہی درست طریقہ کار اور درستگی کے معیار پر بھی پورا اترتا ہے۔

سی سی ای اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ تعلیم طالب علم مرکز، عملی اور قابلِ پیمائش ہو۔ استعداد اور تعلیمی معیارات کے امتزاج سے تدریس اور سیکھنے کا عمل با مقصد بنتا ہے، طلبہ کو فعال شمولیت کی ترغیب ملتی ہے اور وہ اپنی معلومات کو مؤثر طریقے سے استعمال کرنے کے قابل ہوتے ہیں۔ استعداد (Abilities) اور کارکردگی کی سطح (Performance Levels) دونوں پر توجہ دے کر، سی سی ای تعلیم کو ایک جامع، مسلسل اور با معنی عمل میں بدل دیتا ہے، جو طلبہ کو تعلیمی کامیابی اور حقیقی زندگی کے چیلنجز کے لیے تیار کرتا ہے۔

1.5.7 CCE میں استعداد اور تعلیمی معیارات کے درمیان تعلق

(Relationship Between Competencies and Academic Standards in CCE)

مسلسل اور جامع جانچ (CCE) کے فریم ورک میں، استعداد (Competencies) اور تعلیمی معیارات (Academic Standards) دونوں نہایت اہم عناصر ہیں جو مل کر تدریس، سیکھنے اور جانچ کو تشکیل دیتے ہیں۔ یہ آپس میں جڑے ہوئے ہیں، لیکن ہر ایک کا اپنا الگ مقصد ہے۔ استعداد اس وسیع اہلیت اور مہارت کو بیان کرتی ہیں جو طلبہ کو حاصل کرنی چاہیے، جبکہ تعلیمی معیارات ان خاص پیمانوں یا سطحوں کو واضح کرتے ہیں جن پر ان استعداد کو ظاہر کیا جانا ہے۔ دونوں مل کر یہ یقینی بناتے ہیں کہ تعلیمی عمل جامع بھی ہو اور قابلِ پیمائش بھی۔

کس طرح استعداد سیکھنے کے نتائج کو بیان کرتی ہیں؟

استعداد یہ بتاتی ہیں کہ سیکھنے کے عمل کے آخر تک طلبہ کو کیا جاننا چاہیے، کیا سمجھنا چاہیے، اور وہ کیا کرنے کے قابل ہونے چاہئیں۔ یہ علم، مہارت اور رویے کو عملی حالات میں مربوط کرنے پر زور دیتی ہیں۔ مثال کے طور پر:

- انگریزی میں: ”طلبہ اپنے خیالات کو صاف اور واضح طور پر تحریر میں بیان کر سکیں۔“
 - ریاضی میں: ”طلبہ الجبر کے فارمولے استعمال کر کے حقیقی زندگی کے مسائل حل کر سکیں۔“
 - سائنس میں: ”طلبہ سادہ تجربات کر سکیں اور نتائج کو درست طور پر بیان کر سکیں۔“
- یہ استعداد سیکھنے کے نتائج کے طور پر کام کرتی ہیں، جو اساتذہ کو تدریسی منصوبہ بندی میں رہنمائی دیتی ہیں اور طلبہ کو یہ سمجھنے میں مدد دیتی ہیں کہ ان سے کیا توقع کی جا رہی ہے۔

3.5.2 تعلیمی معیارات بطور قابلِ پیمائش معیار

(Academic Standards as Measurable Benchmarks for Competencies)

جہاں استعداد یہ بیان کرتی ہیں کہ طلبہ کو کیا حاصل کرنا چاہیے، وہاں تعلیمی معیارات یہ واضح کرتے ہیں کہ وہ اسے کس حد تک اور کس معیار پر حاصل کریں۔ یہ واضح اور قابلِ پیمائش معیار فراہم کرتے ہیں جن کے ذریعے اندازہ لگایا جاسکتا ہے کہ کوئی استعداد کامیابی سے حاصل ہوئی یا نہیں۔ مثال کے طور پر:

- استعداد: ”طلبہ لکیری مساواتیں حل کر سکیں۔“
 - تعلیمی معیار: ”طلبہ ایک متغیر میں لکیری مساواتیں کم از کم 80٪ درستگی کے ساتھ حل کر سکیں۔“
- یوں تعلیمی معیارات استعداد کو قابلِ مشاہدہ، قابلِ جانچ اور قابلِ موازنہ بناتے ہیں، اور کلاس رومز میں جانچ میں یکسانیت کو یقینی بناتے ہیں۔ مثالیں جو استعداد اور تعلیمی معیارات کے تعلق کو واضح کرتی ہیں:

1- انگریزی

استعداد: طلبہ کسی دیے گئے موضوع پر ایک پیرا لکھ سکیں۔

معیار: طلبہ 5-7 جملوں پر مشتمل ایک مربوط پیرا لکھ سکیں جس میں درست گرامر، املاء اور خیالات کا منطقی بہاؤ ہو۔

2- ریاضی

استعداد: طلبہ بارگراف میں دیے گئے اعداد و شمار کو سمجھ سکیں۔

معیار: طلبہ بارگراف کو درست طور پر پڑھ سکیں اور کم از کم 5 میں سے 4 سوالوں کے درست جواب دے سکیں۔

3- سائنس

استعداد: طلبہ پتے میں نشاستہ کی موجودگی کو جانچنے کا تجربہ کر سکیں۔

معیار: طلبہ آئیوڈین ٹیسٹ مرحلہ وار بغیر غلطی کے کر سکیں، مشاہدات کو درست طریقے سے نوٹ کر سکیں، اور ثبوت کی بنیاد پر نتیجہ اخذ کر سکیں۔

4- سماجی علوم

استعداد: طلبہ 1857 کی بغاوت کے اسباب بیان کر سکیں۔

معیار: طلبہ کم از کم تین بڑے اسباب درج کر سکیں اور انہیں تاریخی درستگی کے ساتھ تحریری یا زبانی طور پر بیان کر سکیں۔

CCE 3.5.3 میں استعداد اور تعلیمی معیارات کا کردار

(Role of Competencies and Academic Standards in CCE)

مسلسل اور جامع جانچ (CCE) کے نفاذ نے تعلیم کی توجہ محض حقائق یاد کرنے سے ہٹا کر استعداد کی ترقی اور تعلیمی معیارات کے حصول کی طرف مبذول کر دی ہے۔ یہ دونوں عناصر جانچ کے عمل کو جامع، طالب علم پر مرکوز، اور با معنی بنانے میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ استعداد یہ بیان کرتی ہیں کہ طلبہ کو کیا سیکھنا چاہیے اور وہ کیا کرنے کے قابل ہوں، جبکہ تعلیمی معیارات یہ طے کرتے ہیں کہ طلبہ کو کس درجے کی مہارت حاصل کرنی چاہیے۔ دونوں مل کر اساتذہ، طلبہ اور والدین کو سیکھنے کے عمل کو زیادہ واضح طور پر سمجھنے میں مدد دیتے ہیں، اور اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ CCE کے مقاصد موثر طریقے سے پورے ہوں۔

تفکیک اور تخلیقی جانچ میں مدد (Helps in Formative and Summative Assessment): استعداد (Competencies) فارمیوٹو (جاری کلاس روم سرگرمیاں، پراجیکٹس، کونٹریکٹس) اور سمریٹو (اختتامی امتحانات) دونوں طرح کی جانچ کے لیے بنیاد فراہم کرتی ہیں۔ تعلیمی معیارات (Academic Standards) اس بات کو یقینی بناتے ہیں کہ یہ جانچ منصفانہ، قابل پیمائش اور طلبہ میں یکساں ہو۔

مثال کے طور پر: اگر استعداد یہ ہے کہ ”طلبہ کسی پیراگراف کا خلاصہ اپنی زبان میں بیان کر سکیں“، تو معیار یہ وضاحت کرتا ہے کہ ”خلاصہ مرکزی خیال اور کم از کم تین مددگار نکات کو شامل کرے۔“ یہ اساتذہ کو موضوعی طور پر جانچ کرنے میں مدد دیتا ہے۔

طلبہ کی جامع نشوونما کو فروغ دینا (Promotes Holistic Development of Students):

CCE کا مقصد صرف ذہنی مہارتوں کی ترقی نہیں بلکہ جذباتی (Affective) اور جسمانی مہارتوں (Psychomotor) کی ترقی بھی ہے۔ استعداد اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ طلبہ علم، اقدار، ہنر، اور رویوں میں تربیت پائیں، جبکہ تعلیمی معیارات یہ تسلیم شدہ اور قابل قبول سطح پر ترقی کو یقینی بناتے ہیں۔

مثال کے طور پر: جسمانی تعلیم میں، استعداد ہو سکتی ہے ”طلبہ کسی ٹیم کھیل میں تعاون کر سکیں“، اور معیار وضاحت کر سکتا ہے ”طلبہ فٹ بال کے میچ کے دوران تعاون، ٹیم ورک، اور قواعد کی پابندی ظاہر کریں۔“

نصاب کی منصوبہ بندی اور تدریسی حکمت عملی کی رہنمائی

(Guides Curriculum Planning and Teaching Strategies)

اساتذہ استعداد کو یہ فیصلہ کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں کہ کیا پڑھانا ہے، اور تعلیمی معیارات یہ طے کرنے کے لیے کہ کیسے پڑھانا اور جانچنا ہے۔ اس سے نصاب، تدریس، جانچ میں ہم آہنگی قائم ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر: ریاضی میں اگر استعداد یہ ہو کہ ”طلبہ حقیقی زندگی کے حالات میں فیصد کا اطلاق کر سکیں“، تو استاد سرگرمیاں ڈیزائن کر سکتا ہے جیسے ڈسکاؤنٹ کا حساب لگانا، اور تعلیمی معیار یہ وضاحت کر سکتا ہے کہ ”طلبہ کم از کم 5 میں سے 4 دیے گئے مثالوں میں ڈسکاؤنٹ درست طریقے سے حساب کریں۔“

شخصی اور شمولیتی تعلیم کو ممکن بنانا (Enables Personalized and Inclusive Learning): استعداد اساتذہ کو فرداً فرداً طلبہ کی طاقت اور کمزوری کی نشاندہی کرنے کی اجازت دیتی ہیں۔ تعلیمی معیارات واضح توقعات فراہم کرتے ہیں، جس سے اساتذہ اپنی تدریسی حکمت عملی کو مختلف سیکھنے کی ضروریات (سست سیکھنے والے، اوسط درجے کے طلبہ، اور اعلیٰ درجے کے طلبہ) کے مطابق ڈھال سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر: سائنس میں ایک استعداد ہو سکتی ہے ”طلبہ جانوروں کو خصوصیات کی بنیاد پر درجہ بندی کر سکیں“، اور معیار یہ طے کر سکتا ہے کہ ”طلبہ دی گئی ورک شیٹ میں کم از کم 10 میں سے 8 جانور درست طور پر درجہ بندی کریں۔“ یہ مختلف تدریسی طریقوں کے لیے گنجائش فراہم کرتا ہے۔

منصفانہ جانچ اور شفافیت کو یقینی بنانا (Ensures Fair Evaluation and Transparency): تعلیمی معیارات واضح پیمانے قائم کرتے ہیں، جو جانچ میں موضوعیت اور تعصب کو کم کرتے ہیں۔ استعداد اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ جانچ صرف یادداشت پر مبنی امتحانات تک محدود نہ رہے بلکہ عملی کارکردگی، رویے، اور اقدار کو بھی شامل کرے۔

مثال کے طور پر: انگلش میں بولنے کی مہارت کے لیے، استعداد ہو سکتی ہے ”طلبہ گروپ ڈسکشن میں حصہ لیں“، جبکہ معیار یہ وضاحت کرے کہ ”طلبہ کم از کم دو متعلقہ خیالات پیش کریں اور ساتھیوں کے رد عمل کا مناسب جواب دیں۔“ یہ منصفانہ اور شفاف جانچ کا معیار فراہم کرتا ہے۔

اساتذہ کی جواب دہی اور پیشہ ورانہ ترقی کو مضبوط بنانا

(Strengthens Teacher Accountability and Professional Growth)

استعداد اساتذہ کو رہنمائی فراہم کرتی ہیں کہ کس قسم کے سیکھنے کے تجربات طلبہ کو فراہم کیے جائیں، جبکہ تعلیمی معیارات یہ یقینی بناتے ہیں کہ طلبہ متوقع سطح تک کامیابی حاصل کر رہے ہیں۔ اس کے نتیجے میں اساتذہ اپنی تدریسی سرگرمیوں پر زیادہ غور و فکر کرنے لگتے ہیں اور اس بات کی ذمہ داری لیتے ہیں کہ سیکھنے کے نتائج حاصل ہوں۔

مثال کے طور پر: اگر بہت سے طلبہ مساوات حل کرنے میں تعلیمی معیار پر پورا نہیں اتر رہے، تو استاد کو ترغیب ملتی ہے کہ وہ اپنی تدریسی طریقوں کا از سر نو جائزہ لے اور طلبہ کو اضافی معاونت فراہم کرے۔

CCE کے فریم ورک میں، استعداد اور تعلیمی معیارات مل کر ایک متوازن تدریسی اور جانچ کا نظام تشکیل دیتے ہیں۔ استعداد اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ طلبہ علم، ہنر، اور اقدار حاصل کریں، جبکہ تعلیمی معیارات واضح پیمانہ فراہم کرتے ہیں کہ یہ استعداد کس حد تک حاصل ہوئی ہیں۔ ان کا کردار صرف علمی ترقی تک محدود نہیں بلکہ اعتماد، ذمہ داری، ٹیم ورک، تخلیقی استعداد، اور جذباتی ذہانت کی ترقی میں بھی مددگار ہوتا ہے، جس کی وجہ سے یہ جامع تعلیم کے اہم ستون بن جاتے ہیں۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. استعداد اور تعلیمی معیار میں بنیادی فرق کیا ہے؟
2. ”طلبہ دو اعداد کو جمع کرنا جان سکیں“ کس رُمرے میں آتا ہے؟
3. ”طلبہ پیراگراف کو 5-7 جملوں میں مربوط انداز میں لکھ سکیں“ کس کا مثال ہے؟
4. ”طلبہ سائنس میں تجربہ کر کے نتیجہ اخذ کر سکیں“ کس قسم کی صلاحیت کی نشاندہی کرتا ہے؟

7.6 شناخت اور وضاحت کے اقدامات (Steps in Identifying and Defining)

7.6.1 استعداد کی شناخت اور وضاحت کے اقدامات

(Steps in Identifying and Defining Competencies)

استعداد (Competencies) مؤثر نصاب کی تشکیل، تدریس، اور جانچ کا بنیادی ستون ہیں۔ یہ اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ تعلیم صرف نظریاتی علم تک محدود نہ رہے بلکہ اس میں وہ ہنر، اقدار، اور رویے بھی شامل ہوں جو عملی زندگی میں لاگو کیے جاسکیں۔ مسلسل اور جامع جانچ (CCE) کے فریم ورک میں، استعداد کی شناخت اور وضاحت ایک اہم قدم ہے جو سیکھنے کے نتائج کو تعلیمی معیارات کے ساتھ مربوط کرتا ہے۔ درج ذیل اقدامات استعداد کی شناخت اور وضاحت کے لیے ایک منظم عمل فراہم کرتے ہیں:

تعلیمی اہداف اور مقاصد کا تجزیہ کرنا (Analysing Educational Goals and Objectives): سب سے پہلا قدم یہ ہے کہ تعلیم کے مجموعی اہداف کو سمجھا جائے، جیسے کہ تنقیدی سوچ، مواصلاتی مہارتیں، مسئلہ حل کرنے کی استعداد، اور سماجی ذمہ داری کی ترقی۔ قومی پالیسیاں (جیسے NEP 2020 اور نصابی فریم ورک) جیسے NCF تعلیم کے وسیع اہداف فراہم کرتے ہیں جو حوالہ کے نقطہ نظر کے طور پر کام کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر: سائنس کی تعلیم کا مقصد ہو سکتا ہے ”سائنسی مزاج اور مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کو فروغ دینا۔“ اس مقصد سے ایک استعداد نکالی جاسکتی ہے: ”طلبہ سادہ تجربات ڈیزائن اور انجام دے کر مفروضات کی جانچ کر سکیں۔“

مضمون سے متعلق سیکھنے کی ضروریات کی شناخت

(Identifying Subject-Specific Learning Needs): ہر مضمون میں علم اور ہنر کی بنیادی پہلوؤں کی نشاندہی کرنا ضروری

ہے تاکہ متعلقہ استعداد پر توجہ مرکوز کی جاسکے۔ اساتذہ اور نصاب کے منصوبہ ساز تجزیہ کرتے ہیں کہ طلبہ ہر مضمون میں کیا کر سکیں۔ مثال:

- ریاضی میں: استعداد۔ ”طلبہ حقیقی زندگی کے مسائل حل کرنے کے لیے فیثاغورس کا تھیورم استعمال کر سکیں۔“

• انگریزی میں: استعداد۔ ”طلبہ درست گرامر اور رموز استعمال کرتے ہوئے ایک پیرا گراف لکھ سکیں۔“

سیکھنے کے نتائج کو قابل مشاہدہ رویوں میں توڑنا

(Breaking Down Learning Outcomes into Observable Behaviours): استعداد مخصوص، قابل پیمائش، اور قابل مشاہدہ ہونی چاہئیں۔ غیر واضح نتائج جیسے ”طلبہ کسر کو سمجھتے ہیں“ کو درست اعمال میں تقسیم کرنا چاہیے، جیسے ”طلبہ مختلف مخرج کے ساتھ کسریں جمع اور تفریق کر سکیں۔“ یہ اساتذہ کو طلبہ کی جانچ میں موضوعیت فراہم کرتا ہے۔ مثال کے طور پر: ”طلبہ شاعری کی قدر کرتے ہیں“ کے بجائے، استعداد یہ ہونی چاہیے: طلبہ شاعری میں گز آف ایچ کی نشاندہی کر سکیں اور اس کے اثر کی وضاحت کر سکیں۔

علم، ہنر اور رویوں کے انضمام کو یقینی بنانا

(Ensuring Integration of Knowledge, Skills, and Attitudes): ایک اچھی استعداد سیکھنے کے تین شعبوں — علمی (Knowledge)، جذباتی / رویوں (Affective)، اور عملی / جسمانی ہنر — (Psychomotor) کو مربوط کرتی ہے۔ یہ صرف حفظ کرنے کی تعلیم کی بجائے طلبہ کی جامع ترقی کو یقینی بناتی ہے۔ مثال، سماجی علوم میں:

• علم۔ ”طلبہ جمہوریت کی خصوصیات جانتے ہیں۔“

• ہنر۔ ”طلبہ جمہوری اور غیر جمہوری نظاموں کا موازنہ کر سکتے ہیں۔“

• رویہ۔ ”طلبہ جمہوری اقدار جیسے مساوات اور آزادی کا احترام کرتے ہیں۔“

نصاب کے فریم ورک اور تعلیمی معیارات سے مشاورت

(Consulting Curriculum Frameworks and Academic Standards): استعداد قومی / ریاستی نصاب، درسی کتابیں، اور تعلیمی معیارات کے مطابق ہونی چاہئیں۔ اس سے اسکولوں میں یکسانیت اور موازنہ ممکن ہوتا ہے۔

مثال: اگر تعلیمی معیار یہ مانگتا ہے کہ ”طلبہ 150 الفاظ کا مضمون واضح تمہید، جسم اور نتیجہ کے ساتھ لکھیں“، تو استعداد کو اس کے مطابق ہونا چاہیے: ”طلبہ تحریر کے دوران خیالات کو منطقی انداز میں ترتیب دے سکیں۔“

استعداد کو واضح اور طلبہ مرکوز زبان میں بیان کرنا

(Defining Competencies in Clear and Student-Centred Language): استعداد طلبہ کے نقطہ نظر سے لکھی جانی چاہئیں، تاکہ یہ واضح ہو کہ تدریس کے بعد وہ کیا کر سکیں گے۔ بلوم کے ٹیکسونومی کے ایکشن وربز، (Identify, Explain, Apply, Analyse, Create) استعمال کرنے سے استعداد واضح اور قابل پیمائش بنتی ہیں۔

مثال: ”طلبہ فوٹو سنتھیسز کے بارے میں جانتے ہیں“ کے بجائے لکھیں ”طلبہ فوٹو سنتھیسز کے عمل کو ایک خاکے کی مدد سے وضاحت کر سکیں۔“

استعداد کی توثیق اور بہتر کرنا (Validating and Refining Competencies): اساتذہ، مضمون کے ماہرین، اور نصاب کے منصوبہ ساز استعداد کا جائزہ لیں تاکہ یہ یقینی بنایا جاسکے کہ وہ متعلقہ، قابل حصول اور عملی زندگی کی ضروریات کے مطابق ہوں۔ کلاس روم کے تجربات سے فیڈبیک حاصل کر کے استعداد کو عملی اور معنی خیز بنایا جاسکتا ہے۔

مثال: اگر اساتذہ محسوس کریں کہ ”طلبہ تین متغیرات تک الجبرا مساوات حل کر سکتے ہیں“ نویں کلاس کے لیے بہت مشکل ہے، تو اسے تبدیل کر کے کہا جاسکتا ہے: ”طلبہ دو متغیرات والی لکیری مساوات حل کر سکتے ہیں۔“

استعداد کی شناخت اور وضاحت کا عمل محتاط غور، تعاون، اور نصاب کے اہداف و تعلیمی معیارات کے مطابق ہونا چاہیے۔ ان اقدامات پر عمل کر کے، اساتذہ یہ یقینی بنا سکتے ہیں کہ استعداد واضح، قابل پیمائش، حقیقت پسندانہ، اور جامع ہوں۔ اچھی طرح سے وضاحت شدہ استعداد نہ صرف تدریس اور جانچ میں رہنمائی کرتی ہیں بلکہ طلبہ کو کلاس روم کے سیکھنے کو عملی زندگی سے جوڑنے میں بھی مدد دیتی ہیں، جو کہ CCE کی حقیقی روح ہے۔

7.6.2 تعلیمی معیارات کی شناخت اور وضاحت کے اقدامات

(Steps in Identifying and Defining Academic Standards)

تعلیمی معیارات (Academic Standards) وہ معیار یا کارکردگی کی توقعات ہیں جو یہ طے کرتی ہیں کہ طلبہ کو کسی خاص استعداد کے لیے کس سطح تک مہارت حاصل کرنی چاہیے۔ جہاں استعداد بتاتی ہیں کہ طلبہ کیا کر سکیں، تعلیمی معیارات یہ وضاحت کرتے ہیں کہ وہ یہ کام کتنی اچھی طرح انجام دیں۔

مسلسل اور جامع جانچ (CCE) کے تناظر میں، تعلیمی معیارات کی شناخت اور وضاحت یہ یقینی بناتی ہے کہ سیکھنے کے نتائج مختلف کلاسوں، اسکولوں، اور علاقوں میں مستقل، قابل پیمائش، اور قابل موازنہ ہوں۔ درج ذیل اقدامات اس منظم عمل کی وضاحت کرتے ہیں:

قومی اور ریاستی نصابی فریم ورک کا جائزہ لینا

(Reviewing National and State Curriculum Frameworks): تعلیمی معیارات کو طے کرنے کے لیے ابتدائی قدم پالیسی دستاویزات، نصابی فریم ورک، اور سلیبس جیسے کہ قومی تعلیمی پالیسی (NEP 2020) یا نیشنل کرکولم فریم ورک (NCF) کا تجزیہ کرنا ہے۔

- یہ دستاویزات ہر مضمون اور کلاس کی سطح کے لیے وسیع تعلیمی توقعات فراہم کرتی ہیں۔
- مثال NCF: میں ”ریاضی میں مسئلہ حل کرنے کی استعداد“ پر زور دیا گیا ہے۔ اس بنیاد پر تعلیمی معیار یہ ہو سکتا ہے: ”طلبہ دو مرحلوں والے ریاضی کے مسائل درستگی کے ساتھ حل کریں۔“

تعلیمی معیارات کو استعداد سے منسلک کرنا (Linking Academic Standards to Competencies):

- تعلیمی معیارات کو ہر مضمون کے لیے شناخت شدہ استعداد کی عکاسی کرنی چاہیے۔

- استعداد بتاتی ہیں کہ طلبہ کیا کر سکتے ہیں، جبکہ معیارات کارکردگی کی سطح یا معیار بتاتے ہیں۔
 - مثال: استعداد: ”طلبہ دیے گئے موضوع پر پیرا گراف لکھ سکتے ہیں۔“
 - تعلیمی معیار: ”طلبہ کم از کم پانچ جملوں پر مشتمل مربوط پیرا گراف لکھیں، درست گرامر، رموز، اور منطقی ترتیب کے ساتھ۔“
- معیارات کو قابل پیمائش اشاریوں میں توڑنا

(Breaking Down Standards into Measurable Indicators):

- تعلیمی معیارات کو مخصوص، قابل مشاہدہ، اور قابل پیمائش اشاریوں میں تقسیم کرنا چاہیے تاکہ جانچ میں وضاحت ہو۔
- یہ اشاریے اساتذہ کو مدد دیتے ہیں کہ وہ طے کریں کہ طلبہ متوقع سطح تک پہنچے ہیں یا نہیں۔
- مثال (سائنس میں):
- معیار: ”طلبہ فوٹو سنتھیسز کی وضاحت کر سکتے ہیں۔“
- اشاریے:

- طلبہ فوٹو سنتھیسز کے لیے الفاظ میں مساوات لکھ سکتے ہیں۔
- طلبہ اس عمل کا خاکہ بنا کر لیبل لگا سکتے ہیں۔
- طلبہ سورج کی روشنی اور کلوروفل کا کردار بیان کر سکتے ہیں۔

معیارات کو کلاس کی سطح کی توقعات سے ہم آہنگ کرنا

- (Aligning Standards with Grade-Level Expectations): معیارات حقیقی اور تعلیمی سطح کے مطابق ہونے چاہئیں۔
- یہ اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ اہداف بہت آسان یا بہت مشکل نہ ہوں، جو کہ ناکامی یا مایوسی کا باعث بن سکتے ہیں۔
- مثال (ریاضی میں):

- کلاس 6 کا معیار: ”طلبہ کسریں اور اعشاریے درستگی کے ساتھ ضرب و تقسیم کر سکتے ہیں۔“
- کلاس 9 کا معیار: ”طلبہ دو متغیرات والی لکیری مساوات الجبری طریقوں سے حل کر سکتے ہیں۔“

معیارات میں سیکھنے کے تمام شعبوں کو شامل کرنا

(Ensuring Standards Cover All Domains of Learning)

- جیسے استعداد، تعلیمی معیارات بھی علمی (Cognitive)، جذباتی/رویوں (Affective)، اور عملی/جسمانی ہنر (Psychomotor) کے شعبوں کو شامل کریں تاکہ جامع تعلیم ممکن ہو۔
- مثالیں:
- علمی: ”طلبہ فرانسیسی انقلاب کے اسباب اور نتائج کا تجزیہ کر سکتے ہیں۔“

- جذباتی / رویوں: ”طلبہ گروہی مباحثوں میں ثقافتی تنوع کا احترام ظاہر کرتے ہیں۔“
- عملی / جسمانی ہنر: ”طلبہ لیبارٹری کے آلات اور تکنیکوں کا استعمال کرتے ہوئے تجربہ انجام دے سکتے ہیں۔“

صاف، واضح، اور طلبہ مرکوز زبان استعمال کرنا

(Using Clear, Precise, and Student-Centred Language)

- معیارات سادہ اور واضح زبان میں لکھے جائیں، اس بات پر توجہ مرکوز ہو کہ طلبہ کیا حاصل کریں گے نہ کہ اساتذہ کیا پڑھائیں گے۔
- ایکشن وربز (Demonstrate, Construct, Analyse, Evaluate, Create) استعمال کرنے سے معیارات واضح اور قابل پیمائش بنتے ہیں۔

- مثال: ”طلبہ گرامر کے قواعد جانتے ہیں“ کے بجائے لکھیں ”طلبہ گرامر کے قواعد استعمال کر کے درست جملے بنا سکتے ہیں۔“

اسکولوں میں معیارات کی توثیق اور یکسانیت

(Validating and Standardizing Across Schools)

- تعلیمی معیارات کی توثیق مضمون کے ماہرین، اساتذہ، اور پالیسی ساز کریں تاکہ یہ حقیقی، متعلقہ اور قومی اہداف کے مطابق ہوں۔
- یکساں معیارات اسکولوں میں موازنہ ممکن بناتے ہیں، جبکہ حالات کے مطابق چک بھی فراہم کرتے ہیں۔
- مثال: انگریزی میں ریاستی سطح کا معیار: ”طلبہ 500 الفاظ کے متن کو پڑھ کر مفہومی سوالات کا 70٪ درست جواب دیں۔“

معیارات کو احتسابی کے آلات سے جوڑنا (Linking Standards with Assessment Tools):

- آخر میں، تعلیمی معیارات کو احتساب کے طریقوں کے ساتھ براہ راست منسلک ہونا چاہیے تاکہ احتساب مطلوبہ کارکردگی کی سطح کی عکاسی کرے۔
- اساتذہ ٹیسٹ، پراجیکٹس، روبریکس، اور مشاہداتی چیک لسٹس ان معیارات کی بنیاد پر تیار کریں۔
- مثال (سماجی علوم میں):

- معیار: ”طلبہ نقشوں کی مدد سے اہم تاریخی مقامات تلاش کر سکتے ہیں۔“

- احتساب کا آلات: نقشے کی بنیاد پر ٹیسٹ جہاں طلبہ تاریخی مقامات کی نشاندہی کریں۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. استعداد کی وضاحت کرتے وقت بلوم کے ٹیکسٹنومی (Bloom's Taxonomy) کے ایکشن وربز استعمال کرنے کا مقصد کیا ہے؟
2. تعلیمی معیار کو قابل پیمائش بنانے کے لیے کس چیز میں تقسیم کیا جاتا ہے؟

3. استعداد اور معیارات کی وضاحت کے دوران تینوں شعبے (علمی، جذباتی/روپوں، نفسی حرکی) کیوں شامل کیے جاتے ہیں؟

7.7 تعلیمی معیارات کا ڈیزائن اور نفاذ (Designing and Implementation of Academic Standard)

7.7.1 تعلیمی معیارات کی ڈیزائن (Designing Academic Standards)

تعلیمی معیارات کا ڈیزائن ایک منظم عمل ہے جو طلبہ کی کارکردگی کے لیے واضح، قابل پیمائش، اور مستقل توقعات کو یقینی بناتا ہے۔ یہ نہ صرف اساتذہ کے لیے تدریسی منصوبہ بندی کا راستہ فراہم کرتا ہے بلکہ CCE میں استعداد اور احتساب کے درمیان پُل کا کام بھی دیتا ہے۔ اچھی طرح ڈیزائن کیے گئے معیارات سیکھنے کے نتائج کو قابل مشاہدہ، قابل حصول، اور طلبہ کی جامع ترقی کے مطابق بناتے ہیں۔ تعلیمی معیارات کو ڈیزائن کرنے کے لیے درج ذیل اہم اقدامات ہیں:

1- کارکردگی کے لیے بیچ مارکس مقرر کرنا

(Setting Benchmarks for Student Performance)

- بیچ مارکس طلبہ کی مختلف مراحل میں کم از کم اور اعلیٰ سطح کی کامیابی کی وضاحت کرتے ہیں۔
- یہ اساتذہ کو بنیادی استعداد، مہارت، اور اعلیٰ معیار کے درمیان فرق کرنے میں مدد دیتے ہیں۔
- مثال (انگریزی میں):

- بنیادی سطح (کلاس 6): طلبہ 4-5 جملوں کا سادہ پیرا گراف لکھ سکیں۔
- ماہر سطح (کلاس 8): طلبہ موضوعی جملہ، معاون تفصیلات، اور نتیجہ کے ساتھ منظم پیرا گراف لکھ سکیں۔
- اعلیٰ سطح (کلاس 10): طلبہ تجزیاتی مضمون لکھ سکیں جس میں ہم آہنگی، ربط اور درست حوالہ شامل ہو۔

2- علمی استعداد کے لیے بلوم کی ٹیکسونومی کا استعمال

(Using Bloom's Taxonomy for Cognitive Competencies)

- بلوم کی ٹیکسونومی علمی شعبے میں معیارات ڈیزائن کرنے کے لیے ہیرارکل فریم ورک فراہم کرتی ہے۔
- معیارات پُختی سطح کی سوچ سے (یاد کرنا، سمجھنا) اعلیٰ سطح کی سوچ (تجزیہ، تشخیص، تخلیق) کی طرف ترقی کریں۔
- مثال (سائنس، فوٹو سنٹھیسز):

- یاد کرنا: طلبہ فوٹو سنٹھیسز کے خام مواد یاد کریں۔
- سمجھنا: عمل کی وضاحت اپنے الفاظ میں کریں۔
- استعمال کرنا: پتے پر سورج کی روشنی کے اثر کا تجربہ دکھائیں۔

- تجزیہ کرنا: فوٹو سنسٹھیسز اور تنفس میں فرق کریں۔
- تشخیص کرنا: فوٹو سنسٹھیسز کی اہمیت جانچیں۔
- تخلیق کرنا: فوٹو سنسٹھیسز کے چکر کا سادہ ماڈل یا خاکہ تیار کریں۔

3- جذباتی اور عملی استعداد کے لیے روبریکس تیار کرنا

(Creating Rubrics for Affective and Psychomotor Competencies)

- معیارات رویوں، اقدار، اور جسمانی ہنر کو بھی شامل کریں، جنہیں ہمیشہ تحریری ٹیسٹ سے نہیں ناپا جاسکتا۔
- روبریکس کارکردگی کے مختلف درجات (عمدہ، اچھا، تسلی بخش، بہتری کی ضرورت) فراہم کرتے ہیں۔
- مثال (جذباتی، گروہی پراجیکٹس میں ٹیم ورک):
 - عمدہ: مسلسل خیالات پیش کرنا، ساتھیوں کی بات سننا، مختلف آراء کا احترام کرنا۔
 - اچھا: عموماً خیالات پیش کرنا اور تعاون کرنا۔
 - تسلی بخش: جب پوچھا جائے حصہ لینا مگر محدود پہل۔
 - بہتری کی ضرورت: کم حصہ لینا یا ٹیم ورک میں خلل ڈالنا۔
- مثال (عملی، سائنس لیب):
 - عمدہ: آلات درستگی سے استعمال کرنا، حفاظت کے اصول ماننا، نتائج درست درج کرنا۔
 - اچھا: آلات درست استعمال مگر ریکارڈ میں معمولی غلطیاں۔
 - تسلی بخش: رہنمائی کے ساتھ استعمال مگر درستگی کم۔
 - بہتری کی ضرورت: آلات استعمال میں مشکل اور حفاظت کی پرواہ نہیں۔

4-CCE میں معیارات کو احتساب کے آلات سے ہم آہنگ کرنا

(Aligning Standards with Assessment Tools in CCE)

- تعلیمی معیارات کو CCE میں استعمال ہونے والے احتساب کے طریقوں سے قریب سے منسلک ہونا چاہیے۔
- اساتذہ ایسے آلات منتخب کریں جو معیارات کے مطابق ہوں:
 - علمی: تحریری ٹیسٹ
 - جذباتی: مشاہداتی چیک لسٹ اور ریٹنگ اسکیل
 - عملی: کارکردگی، مظاہرے، پراجیکٹس

مثال:

- علمی معیار: طلبہ فیکٹورائزیشن سے quadratic equations حل کریں۔ (تحریری ٹیسٹ)

- جذباتی معیار: طلبہ ماحولیاتی اقدار کا احترام کریں۔ (مشاہدہ، ڈی بیٹ)
 - عملی معیار: طلبہ لیب تجربہ درست تکنیک سے کریں۔ (عملی جانچ، چیک لسٹ)
- تعلیمی معیارات کا ڈیزائن صرف اہداف مقرر کرنے کا نام نہیں، بلکہ طلبہ کی ترقی کے لیے واضح راستے بنانے کا عمل ہے۔ بیچ مار کس مقرر کرنا، بلوم کی ٹیکسونومی استعمال کرنا، روبریکس تیار کرنا، اور CCE کے آلات سے ہم آہنگ کرنا اساتذہ کو مؤثر تدریس میں مدد دیتا ہے اور طلبہ کی علمی مہارتوں کے ساتھ عملی زندگی کی استعداد کی ترقی کو یقینی بناتا ہے۔
- 7.7.2 استعداد اور تعلیمی معیارات کو نافذ کرنے میں چیلنجز

(Challenges in Implementing Competencies and Academic Standards)

تعلیمی استعداد (Competencies) اور تعلیمی معیارات (Academic Standards) CCE کے مؤثر نفاذ کے لیے لازمی ہیں، لیکن اسکولوں کو انہیں عملی طور پر لاگو کرنے میں کئی چیلنجز کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ ان مسائل کو تسلیم کرنا اور ان کا حل نکالنا ضروری ہے تاکہ تعلیمی عمل یکساں اور مؤثر ہو۔

1- اساتذہ کی استعداد میں وضاحت کی کمی

(Teachers' Lack of Clarity in Defining Competencies)

- کئی اساتذہ کے لیے یہ فرق کرنا مشکل ہوتا ہے کہ Competencies، Skills، اور Learning Outcomes میں کیا فرق ہے۔

• نتیجتاً، Competencies اکثر غیر واضح بیان کیے جاتے ہیں، جیسے ”طلبہ گرامر سمجھیں“، بجائے اس کے کہ ”طلبہ گرامر کے قواعد استعمال کر کے غلطی سے پاک جملے لکھ سکیں۔“

- یہ غیر وضاحت تدریس اور احتساب میں غیر یکسانیت پیدا کرتی ہے۔

2- جذباتی اور عملی شعبوں کی پیمائش میں دشواری

(Difficulty in Measuring Affective and Psychomotor Domains)

- علمی Competencies کو ٹیسٹ اور اسائنمنٹس کے ذریعے ناپا جاسکتا ہے، لیکن اقدار، رویے، ٹیم ورک یا جسمانی مہارت کی احتساب زیادہ پیچیدہ ہے۔

- اساتذہ کے پاس قابل اعتماد آلات (Rubrics) یا (Observation Checklists) نہ ہونا بھی ایک رکاوٹ ہے۔

- احتساب میں سبجیکٹیوٹی تعصب یا غیر منصفانہ گریڈنگ کا باعث بن سکتی ہے۔

3- مسلسل پیشہ ورانہ تربیت کی ضرورت

(Need for Continuous Professional Development)

- Competencies اور Standards کو نافذ کرنے کے لیے اساتذہ کو نئے تدریسی اور احتساب کے طریقے اپنانے کی ضرورت ہوتی ہے۔

- بہت سے اساتذہ Outcome-based Education، Rubric-making، یا Activity-based Assessment میں تربیت یافتہ نہیں ہیں۔

- بغیر مسلسل تربیت، ورکشاپس، اور رہنمائی کے معیاری نفاذ مشکل ہے۔

4- اسکول سطح کے معیارات کو قومی یار یا سستی توقعات سے ہم آہنگ کرنا

(Aligning School-Level Standards with State/National Expectations)

- اسکول اپنے معیارات بنا سکتے ہیں، لیکن یہ لازمی ہے کہ وہ قومی یار یا سستی نصابی فریم ورک سے مطابقت رکھیں۔
- اسکولوں کے درمیان اختلافات غیر مساوی سیکھنے کے نتائج پیدا کر سکتے ہیں، خاص طور پر دیہی اور شہری علاقوں میں۔

5- انتظامی اور وسائل کی کمی (Administrative and Resource Constraints):

- بڑی کلاسیں، ڈیجیٹل آلات کی کمی، اور Competencies یا Rubrics تیار کرنے کے لیے وقت کی کمی مؤثر نفاذ میں رکاوٹ ہے۔

- ہر بچے کی Competencies کا ریکارڈ رکھنا بھی مشکل ہو سکتا ہے، جو کہ CCE کا اہم جزو ہے۔

7.7.3 CCE میں بہترین طریقے (Best Practices for Effective Use in CCE)

1- روزمرہ کلاس روم سرگرمیوں میں استعداد کو شامل کرنا

(Integrating Competencies into Daily Classroom Activities)

- استعداد کو اضافی سرگرمی سمجھنے کے بجائے نصاب، کلاس روم ڈسکشن، پراجیکٹس اور ہوم ورک میں شامل کریں۔
- مثال: سائنس میں "واٹر سائیکل" پڑھاتے ہوئے، اساتذہ ایک استعداد ڈیزائن کر سکتے ہیں جیسے کہ "طلبہ واٹر سائیکل کا خاکہ بنا سکتے ہیں اور اسے اپنے الفاظ میں بیان کر سکتے ہیں۔"

2- مسلسل احتساب کے آلات استعمال کرنا (Using Continuous Assessment Tools):

- CCE میں روایتی امتحانات سے آگے احتساب کی ضرورت ہوتی ہے۔
- مثال: کوئز، گروپ پراجیکٹس، زبانی پریزنٹیشن، رول پلے، لیب سرگرمیاں، اور مباحثے۔
- یہ طلبہ کی مجموعی کارکردگی کی جامع تصویر پیش کرتے ہیں۔

3- طلبہ کو بروقت فیڈبیک دینا (Providing Timely Feedback to Students):

- فیڈبیک طلبہ کو اپنی طاقت اور کمزوریوں کی شناخت میں مدد دیتا ہے۔

- صرف نمبر دینے کے بجائے تعمیری رائے دینا: ”آپ کے مضمون میں خیالات مضبوط ہیں، مگر گرامر اور تنظیم پر کام کرنے کی ضرورت ہے۔“

- یہ طلبہ کی بہتری اور خود نظم سیکھنے کو فروغ دیتا ہے۔

4- ترقی کی نگرانی کے لیے ریکارڈ برقرار رکھنا (Maintaining Records for Monitoring Progress)

- ہر طالب علم کی تمام شعبوں میں ترقی کا باقاعدہ ریکارڈ رکھنا ضروری ہے۔
- پورٹ فولیو، کہانی نماریکارڈز، اور چیک لسٹس کا استعمال کریں۔
- LMS جیسے ڈیجیٹل ٹولز اس عمل کو آسان بنا سکتے ہیں۔

5- تعاون اور ہم عمر سیکھنا (Collaboration and Peer Learning):

- اساتذہ ایک دوسرے کے ساتھ مل کر Competencies ڈیزائن کریں، Rubrics شیئر کریں، اور احتساب کے طریقے یکساں کریں۔
- Peer Assessment اور Self-assessment طلبہ کو اپنے سیکھنے پر غور کرنے میں مدد دیتے ہیں۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. تعلیمی معیارات کو ڈیزائن کرنے کے دو اہم اقدامات بیان کریں۔
2. تعلیمی معیارات کو نافذ کرنے میں اساتذہ کو درپیش دو بڑی مشکلات کیا ہیں؟
3. CCE کے مؤثر استعمال کے لیے کوئی دو بہترین طریقے (Best Practices) لکھیں۔

7.8 خلاصہ (Summary)

مسلل اور جامع جانچ (CCE) ایک جدید تشخیصی نظام ہے جو طلبہ کی ہمہ جہت نشوونما پر زور دیتا ہے۔ اس نظام میں صرف یاد کرنے پر نہیں بلکہ عملی اطلاق، مسئلہ حل کرنے، اور تنقیدی سوچ کو فروغ دینے پر توجہ دی جاتی ہے۔ استعداد (Competency) اس بات کی عکاسی کرتی ہے کہ طالب علم کیا جان سکتا ہے، سمجھ سکتا ہے اور کیا کر سکتا ہے، جبکہ معیار (Standard) کارکردگی کی مخصوص سطح متعین کرتا ہے۔ استعداد علم، مہارت، اقدار اور رویوں کے اس امتزاج کو ظاہر کرتی ہے جسے عملی زندگی میں بروئے کار لایا جاسکتا ہے۔ تعلیمی معیارات تعلیمی نتائج کو واضح، قابل پیمائش اور با معنی بناتے ہیں تاکہ تدریس اور جانچ زیادہ مؤثر ہو۔ استعداد اور معیار کا تعلق اس طرح ہے کہ استعداد تعلیمی اہداف کو بیان کرتی ہے جبکہ معیارات ان اہداف کے حصول کی سطح طے کرتے ہیں۔ استعداد کی تین بڑی اقسام — علمی یا وقوفی (Cognitive)، جذباتی (Affective)، اور نفسی حرکی (Psychomotor) — ہیں، جو سیکھنے کے مختلف پہلوؤں کو ظاہر کرتی

ہیں۔ تعلیمی معیارات کے ذریعے اساتذہ کو نصاب کے جائزے، احتساب، اور تعلیم کے معیار کو برقرار رکھنے میں سہولت ملتی ہے۔ معیار اور استعداد کی وضاحت کے لیے Rubrics، Bloom's Taxonomy اور Continuous Assessment Tools استعمال کیے جاتے ہیں۔ تاہم، ان کے مؤثر نفاذ میں بعض چیلنجز بھی درپیش ہوتے ہیں، جیسے اساتذہ میں وضاحت کی کمی، جذباتی اور حرکی پہلوؤں کی پیمائش میں دشواری، اور وسائل کی کمی۔

7.9 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

اس یونٹ کے مطالعے کے بعد آپ قابل ہوں گے کہ:

- ◀ استعداد (Competency) کے مفہوم اور تعریف کو واضح طور پر بیان کر سکیں گے۔
- ◀ مہارت، سیکھنے کے نتائج اور استعداد میں فرق بتا سکیں گے۔
- ◀ روزمرہ زندگی میں استعداد کے عملی کردار کو سمجھ سکیں گے۔
- ◀ استعداد کی خصوصیات اور اقسام (موضوعی، عمومی، زندگی سے متعلق) کی وضاحت کر سکیں گے۔
- ◀ تعلیم میں علمی (Cognitive)، جذباتی (Affective)، اور نفسی حرکی (Psychomotor) استعداد کو مثالوں کے ساتھ بیان کر سکیں گے۔
- ◀ مختلف مضامین (ریاضی، سائنس، زبان، سماجی علوم وغیرہ) میں استعداد کی مثالیں دے سکیں گے۔
- ◀ تعلیمی معیار (Academic Standards) کا مفہوم اور مقاصد بیان کر سکیں گے۔
- ◀ استعداد اور تعلیمی معیار کے درمیان فرق اور تعلق واضح کر سکیں گے۔
- ◀ تعلیمی معیار کی اہم خصوصیات (مضمون سے متعلق، جماعت کے لحاظ سے، قابل پیمائش، واضح) کو بیان کر سکیں گے۔
- ◀ CCE میں استعداد اور تعلیمی معیارات کے کردار اور ان کے امتزاج کی وضاحت کر سکیں گے۔
- ◀ استعداد اور تعلیمی معیارات کی شناخت اور وضاحت کے اقدامات کو بیان کر سکیں گے۔
- ◀ تعلیمی معیارات کے ڈیزائن اور نفاذ کے عمل کو سمجھ سکیں گے۔
- ◀ استعداد اور تعلیمی معیارات کو نافذ کرنے میں پیش آنے والے چیلنجز کی نشاندہی اور وضاحت کر سکیں گے۔

7.10 فرہنگ (Glossary)

الفاظ	معنی
استعداد	کسی کام کو مؤثر اور کامیابی سے انجام دینے کی قابلیت (Competency)
تشخیصی نظام	سیکھنے اور کارکردگی کو جانچنے کا نظام (Evaluation System)
ہمہ جہت نشوونما	طلبہ کی مجموعی ترقی: علمی، جذباتی، سماجی اور جسمانی پہلوؤں کے ساتھ (Holistic Development)

نظریاتی	صرف خیال یا تصور پر مبنی، عملی اطلاق کے بغیر (Theoretical)
مشاہدہ	دیکھنا یا پرکھنا (Observable)
تنقیدی سوچ	کسی بات کا گہرا اور معروضی تجزیہ کرنے کی صلاحیت (Critical Thinking)
فریم ورک	کوئی منظم ڈھانچہ یا خاکہ (Framework)
جذباتی ذہانت	اپنے اور دوسروں کے جذبات کو سمجھنے اور قابو میں رکھنے کی صلاحیت (Emotional Intelligence)
روبریکس	جانچ کے لیے معیاری رہنما اصول یا معیار (Rubrics)
بینچ مارکس	کامیابی یا کارکردگی کا مقررہ پیمانہ (Benchmarks)
نفسی حرکی استعداد	جسمانی حرکات اور عملی ہنر سے متعلق صلاحیتیں (Psychomotor Competency)

7.11 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

1. CCE کا بنیادی مقصد کیا ہے؟
 (الف) صرف امتحان کے ذریعے طلبہ کی جانچ
 (ب) ہمہ جہت نشوونما اور مسلسل جائزہ
 (ج) صرف نصاب مکمل کروانا
 (د) صرف نتائج پر مبنی جانچ
2. "استعداد (Competency)" کی صحیح تعریف کون سی ہے؟
 (الف) محض علم کو یاد رکھنا
 (ب) محض ہنر کا استعمال
 (ج) علم، مہارت اور رویے کا امتزاج
 (د) صرف امتحانی کارکردگی
3. تعلیمی معیارات کیا ظاہر کرتے ہیں؟
 (الف) تدریسی حکمت عملی
 (ب) طلبہ کی کارکردگی کی متوقع سطح
 (ج) صرف نصاب کے مقاصد
 (د) طلبہ کا رویہ
4. Cognitive Competency کا تعلق کس سے ہے؟
 (الف) جسمانی حرکات
 (ب) جذباتی رویے
 (ج) ذہنی صلاحیت اور علم
 (د) سماجی تعلقات
5. نفسی حرکی استعداد کس صلاحیت سے متعلق ہے؟
 (الف) سوچ اور تجزیہ
 (ب) جسمانی اور عملی ہنر
 (ج) اقدار اور رویے
 (د) اخلاقیات

6. CCE میں تشکیلی جانچ کا مطلب کیا ہے؟

الف) حتمی امتحان

ب) جاری تدریسی عمل کے دوران جانچ

ج) صرف سالانہ امتحان

د) داخلہ امتحان

7. استعداد اور تعلیمی معیارات کا بنیادی فرق کیا ہے؟

الف) استعداد کارکردگی کی سطح بتاتے ہیں، معیارات اہداف بتاتے ہیں

ب) استعداد اہداف بتاتے ہیں، معیارات کارکردگی کی سطح

ج) دونوں ایک ہی ہیں

د) دونوں صرف رویے پر زور دیتے ہیں

8. Bloom's Taxonomy کس کے لیے استعمال ہوتی ہے؟

الف) استعداد اور مہارت میں فرق

ب) تعلیمی معیار ڈیزائن کرنے کے لیے

ج) صرف امتحانی سوالات تیار کرنے کے لیے

د) نصاب کا انتخاب کرنے کے لیے

9. "Generic Competencies" کیا ہیں؟

الف) صرف ریاضی کے مسائل حل کرنے کی صلاحیت

ب) منتقلی پذیر ہنر جو سب مضامین اور زندگی میں کام آئیں

ج) کھیلوں سے متعلق صلاحیت

د) صرف زبان سیکھنے کی صلاحیت

10. تعلیمی معیارات کی ایک نمایاں خصوصیت کیا ہے؟

الف) صرف نظریاتی علم پر زور دینا

ب) قابل پیمائش اور قابل مشاہدہ ہونا

ج) غیر واضح ہونا

د) صرف امتحانی نمبر دینا

11. CCE میں استعداد کا کردار کیا ہے؟

الف) صرف نصاب تیار کرنا

ب) طلبہ کے رویے پر زور دینا

ج) سیکھنے کے نتائج اور تدریسی حکمت عملی کی رہنمائی

د) صرف نصاب کا خلاصہ کرنا

12. Life Competencies کی مثال کون سی ہے؟

الف) الجبر حل کرنا

ب) ٹیم ورک اور قیادت

ج) بار گراف پڑھنا

د) ضیائی تالیف سمجھنا

13. استعداد کو نافذ کرنے میں ایک بڑا چیلنج کیا ہے؟

الف) طلبہ کی دلچسپی

ب) اساتذہ کی وضاحت کی کمی

ج) نصاب کا فقدان

د) زیادہ امتحان دینا

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. CCE کا بنیادی مقصد کیا ہے؟
2. استعداد کی تعریف بیان کریں۔
3. استعداد اور مہارت میں فرق بیان کریں۔
4. تعلیمی معیارات کا مطلب کیا ہے؟
5. علمی استعداد کو مثالوں کے ساتھ واضح کریں۔
6. جذباتی استعداد کا مطلب اور ایک مثال لکھیں۔
7. نفسی حرکی استعداد کو وضاحت کریں۔
8. زندگی سے متعلق استعداد کی کوئی دو مثالیں دیں۔
9. تعلیمی معیارات کی کوئی تین خصوصیات لکھیں۔
10. تشکیلی اور تلخیصی جانچ میں فرق بیان کریں۔
11. CCE میں استعداد اور تعلیمی معیارات کا باہمی تعلق کیا ہے؟
12. Bloom's Taxonomy کا استعمال تعلیمی معیار کے ڈیزائن میں کیسے کیا جاتا ہے؟
13. استعداد کی شناخت اور وضاحت کے دو اہم اقدامات لکھیں۔
14. استعداد اور تعلیمی معیارات کو نافذ کرنے میں ایک بڑا چیلنج لکھیں۔

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. CCE کی اہمیت اور اس کے مقاصد بیان کریں۔
2. استعداد کا مفہوم، تعریف اور خصوصیات وضاحت کریں۔
3. استعداد، مہارت اور سیکھنے کے نتائج میں فرق واضح کریں۔
4. استعداد کی مختلف اقسام کو مثالوں کے ساتھ بیان کریں۔
5. مختلف مضامین میں استعداد کی مثالیں دیں۔
6. تعلیمی معیار کا مفہوم، خصوصیات اور مقاصد بیان کریں۔
7. استعداد اور تعلیمی معیارات میں فرق اور تعلق کو تفصیل سے بیان کریں۔
8. CCE میں استعداد اور تعلیمی معیارات کا کردار واضح کریں۔
9. استعداد اور تعلیمی معیارات کو نافذ کرنے میں پیش آنے والے چیلنجز اور ان کے حل بیان کریں۔

3.12 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

1. Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. Longmans.
2. Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.
3. NCERT. (2005). *National curriculum framework (NCF)*. National Council of Educational Research and Training.
4. NCERT. (2014). *Continuous and comprehensive evaluation: Teachers' manual*. National Council of Educational Research and Training.
5. Ministry of Education, Government of India. (2020). *National education policy (NEP 2020)*.
6. Stiggins, R. J. (2005). *Student-involved assessment for learning*. Merrill/Prentice Hall.
7. Popham, W. J. (2013). *Classroom assessment: What teachers need to know*. Pearson Higher Ed.
8. OECD. (2005). *Definition and selection of key competencies (DeSeCo)*. Organisation for Economic Co-operation and Development.
9. MHRD. (2009). *Continuous and comprehensive evaluation: Evaluation reforms*. Ministry of Human Resource Development, Government of India.
10. Tyler, R. W. (1949). *Basic principles of curriculum and instruction*. University of Chicago Press.

اکائی-8

بلوم کی درجہ بندی برائے تعلیمی مقاصد

(Bloom's Taxonomy of Educational Objectives)*

- 8.1 تمہید (Introduction)
- 8.2 مقاصد (Objectives)
- 8.3 بوم کی ٹیکسونومی 1956 کا مختصر پس منظر (Brief Background of Bloom's Taxonomy-1956)
 - 8.3.1 مقصد: تعلیمی مقاصد کو منظم کرنا (Purpose: Systematizing Educational Objectives)
 - 8.3.2 اساتذہ، نصاب سازوں، اور پالیسی سازوں کے لیے اہمیت (Importance for Teachers, Curriculum Designers, and Policymakers)
 - 8.3.3 مقاصد، تدریس، اور جانچ کو جوڑنے میں کردار (Role in Linking Objectives, Teaching, and Assessment)
- 8.4 بوم کی اصل ٹیکسونومی (Bloom's Original Taxonomy - 1956)
 - 8.4.1 معنی اور مقصد (Meaning and Purpose)
 - 8.4.2 ٹیکسونومی کو درجہ بندی کے نظام کے طور پر وضاحت (Explanation of Taxonomy as a Classification System)
 - 8.4.3 بوم کا وزن: محض یادداشت سے آگے اعلیٰ سطح کی سوچ کی ترقی (Bloom's Vision: Promoting Higher-Order Thinking Beyond Rote Memorization)
- 8.5 سیکھنے کے تین علاقے (Three Domains of Learning)
 - 8.5.1 علمی یا دوقونی علاقہ (Cognitive Domain)
 - 8.5.2 جذباتی علاقہ (Affective Domain)
 - 8.5.3 نفسی حرکی علاقہ (Psychomotor Domain)
- 8.6 بوم کی ٹیکسونومی پر تنقید (Critique of Bloom's Taxonomy)
 - 8.6.1 فوائد (Strengths)

* Dr. Farhath Ali, Associate Professor, Dept. of Education & Training. MANUU

- 8.6.2 حدود و نقائص (Limitations)
- 8.6.3 نقادوں کے نظریات (Views of Critics)
- 8.7 نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی - اینڈرسن اور کراٹھول، 2001
- (Revised Bloom's Taxonomy - Anderson & Krathwohl, 2001)
- 8.7.1 نظر ثانی کی ضرورت (Need for Revision)
- 8.7.2 نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی میں اہم تبدیلیاں (Major Changes in the Revised Taxonomy)
- 8.7.3 علمی یاوقوفی عمل کے ابعاد (Cognitive Process Dimension)
- 8.7.4 علم کا پہلو (Knowledge Dimension)
- 8.7.5 بلوم کی اصل ٹیکسونومی 1956 اور نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی 2001 میں اہم فرق
- (Key differences between Bloom's original taxonomy 1956 and revised taxonomy-2001)
- 8.8 بلوم کی ٹیکسونومی کو تعلیمی معیاروں کے ساتھ جوڑنا
- (Linking Bloom's Taxonomy with Academic Standards)
- 8.8.1 تعلیمی معیاروں کا مطلب (Meaning of Academic Standards)
- 8.8.2 تعریف (Definition)
- 8.8.3 تعلیمی معیار کی اقسام (Types of Academic Standards)
- 8.8.4 بلوم کے ٹیکسونومی کا معیار کے قیام میں کردار
- (Role of Bloom's Taxonomy in Setting Standards)
- 8.9 کلاس روم میں عملی اطلاق (Applications in Classroom Practice)
- 8.9.1 مثال: بلوم کے ٹیکسونومی کو معیارات سے جوڑنا
- (Example: Linking Bloom's Taxonomy to Standards)
- 8.9.2 اساتذہ اور معلمین کے لیے مضمرات (Implications for Teachers and Educators)
- 8.9.3 سبق کی منصوبہ بندی کے لیے ٹیکسونومی کا استعمال (Using Taxonomy for Lesson Planning)
- 8.9.4 احتساب میں درجہ بندی کا استعمال (Using Taxonomy in Assessments)
- 8.9.5 مہارت پر مبنی تعلیم اور CCE کی اہمیت
- (Importance for Competency-Based Education and CCE)
- 8.9.6 طلباء مرکز تعلیم کی معاونت (Supporting Learner-Centred Education)

8.10	خلاصہ (Summary)
8.11	اكتسابي نتائج (Learning Outcomes)
8.12	فرہنگ (Glossary)
8.13	نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)
8.14	تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Readings Materials)

8.1 تمہید (Introduction)

تعلیم صرف معلومات کی منتقلی نہیں بلکہ ایک منصوبہ بند اور مقصدی سرگرمی ہے جس کا مقصد طلباء کے علم، مہارتوں، رویوں اور اقدار میں مثبت تبدیلی لانا ہے۔ تعلیم کو مؤثر اور معنی خیز بنانے کے لیے ضروری ہے کہ سیکھنے کے مقاصد واضح طور پر بیان کیے جائیں، منظم انداز میں ترتیب دیے جائیں، اور مناسب طریقے سے پرکھے جائیں۔ تاہم، بیسویں صدی کے وسط تک تعلیمی مقاصد کو منظم کرنے کے لیے کوئی عالمی معیار موجود نہیں تھا اور اساتذہ اکثر غیر واضح یا مختلف انداز میں مقاصد بیان کرتے تھے۔ اس مسئلے کو حل کرنے کے لیے، بینجمن ایس۔ بلوم اور ان کے ساتھیوں نے 1956 میں ”تعلیمی مقاصد کی ٹیکسونومی“ متعارف کروائی، جو بعد ازاں تعلیمی منصوبہ بندی، تدریس، اور جانچ میں سب سے مؤثر اور اہم آلہ بن گئی۔

8.2 مقاصد (Objectives)

- اس پونٹ کے مطالعے کے بعد طلبہ یہ صلاحیت حاصل کریں گے کہ وہ:
1. بلوم کی ٹیکسونومی (1956) کے پس منظر اور مقصد کو سمجھ سکیں۔
 2. بلوم کی اصل درجہ بندی کی تعریف اور ساخت کو بیان کر سکیں۔
 3. سیکھنے کے تین اہم شعبوں (علمی یاوقنی، جذباتی اور نفسی حرکی) کی وضاحت کر سکیں۔
 4. بلوم کی ٹیکسونومی کی خوبیوں اور خامیوں کا تنقیدی جائزہ لے سکیں۔
 5. اینڈرسن اور کراتھول (2001) کی نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی کی خصوصیات کو بیان کر سکیں۔
 6. اصل اور نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی کے درمیان فرق واضح کر سکیں۔
 7. بلوم کی ٹیکسونومی اور تعلیمی معیارات (Academic Standards) کے باہمی تعلق کو سمجھ سکیں۔
 8. تدریس، نصاب سازی اور جانچ کے عمل میں بلوم کی ٹیکسونومی کے عملی اطلاق کو جان سکیں۔

8.3 بلوم کی ٹیکسونومی 1956 کا مختصر پس منظر (Brief Background of Bloom's Taxonomy-1956)

1950 کی دہائی کے اوائل میں، دنیا بھر کے ماہرین تعلیم نے سیکھنے کے نتائج کو منظم انداز میں درجہ بندی کرنے کے لیے ایک ساختی نظام کی ضرورت کو تسلیم کیا۔ اس سے پہلے، اسباق اور نصاب میں مقاصد اکثر غیر معیاری انداز میں لکھے جاتے تھے۔ مثال کے طور پر، ایک استاد مقصد کو یوں بیان کر سکتا تھا: ”طلباء کو Photosynthesis کے بارے میں معلوم ہونا چاہیے“، جبکہ دوسرا استاد کہہ سکتا تھا: ”طلباء کو یہ سمجھنا چاہیے کہ پودے اپنی خوراک خود کیسے تیار کرتے ہیں۔“ اس قسم کی عدم ہم آہنگی سے تدریسی طریقوں اور جانچ کے عمل میں الجھن پیدا ہوتی تھی۔

اس مسئلے کے حل کے لیے، بلوم نے شکاگو یونیورسٹی کے تعلیمی ماہرین نفسیات کی ٹیم کے ساتھ مل کر سیکھنے کے مقاصد کی ٹیکسونومی تیار کی۔ ان کا بنیادی توجہ علمی یا وقوفی (Cognitive) شعبے پر تھی، جو علم اور ذہنی مہارتوں سے متعلق ہے۔ 1956 میں ان کا کام کتاب “Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals, Handbook I: Cognitive Domain کے عنوان سے شائع ہوا۔

اس ٹیکسونومی نے چھ سطحوں پر مشتمل ایک درجہ بندی پیش کی، جو سب سے آسان علم (Knowledge) سے لے کر سب سے پیچیدہ تعین قدر (Evaluation) تک تھی۔ ہر سطح علمی یا وقوفی عمل کی مختلف گہرائی کی نمائندگی کرتی تھی، اور یہ تجویز کرتی تھی کہ سیکھنے والے بنیادی حقائق یاد کرنے سے لے کر اعلیٰ سطح کی سوچ جیسے تنقیدی تجزیہ اور تخلیق تک ترقی کرتے ہیں۔ اس فریم ورک نے تیزی سے عالمی سطح پر مقبولیت حاصل کی اور اس کے بعد اساتذہ، نصاب ساز، اور امتحان ساز اس بات کی رہنمائی کے لیے استعمال کرتے رہے کہ سیکھنے کے نتائج واضح اور درست ہوں۔

8.3.1 مقصد: تعلیمی مقاصد کو منظم کرنا (Purpose: Systematizing Educational Objectives)

بلوم کی ٹیکسونومی کا بنیادی مقصد تعلیمی مقاصد کو منطقی اور ترتیب وار انداز میں منظم کرنا تھا۔ غیر واضح یا کھلے مقاصد کے بجائے، بلوم کا فریم ورک واضح ڈھانچہ فراہم کرتا ہے کہ سیکھنے والے سے کیا توقع کی جاتی ہے۔ اہم مقاصد میں شامل ہیں:

1- سیکھنے کے مقاصد کی درجہ بندی (Classification of Learning Goals): ٹیکسونومی نے سیکھنے کے مقاصد کو مختلف زمروں میں منظم کیا، جس سے اساتذہ کے لیے یہ پہچاننا آسان ہوا کہ کوئی مقصد معلومات یاد کرنے، تصورات کو استعمال کرنے، یا تعلقات کا تجزیہ کرنے سے متعلق ہے۔

2- سوچ کی سطحوں میں فرق (Differentiation of Thinking Levels): یہ کم سطح کی سوچ (LOTS) جیسے یاد کرنا اور سمجھنا، اور اعلیٰ سطح کی سوچ (HOTS) جیسے تجزیہ، تشخیص، اور تخلیق کے درمیان فرق کو واضح کرتا ہے۔ یہ فرق متوازن تعلیمی پروگراموں کے ڈیزائن میں مدد دیتا ہے۔

3- عالمی معیار فراہم کرنا (Providing a Universal Framework): ٹیکسونومی نے ایک مشترکہ زبان فراہم کی جو مضامین اور علوم میں استعمال کی جاسکتی تھی۔ چاہے ریاضی، سائنس یا ادب ہو، اساتذہ مقاصد کو ایک جیسے انداز میں مرتب کر سکتے تھے، جس سے یکسانیت کو فروغ ملا۔

4- مقاصد، تدریس، اور جانچ کے درمیان ہم آہنگی کی رہنمائی

(Guiding Alignment of Objectives, Teaching, and Assessment): مقاصد کو تدریسی حکمت عملیوں اور جانچ کے اوزاروں سے جوڑ کر، بلوم کی ٹیکسونومی نے تعلیم کو زیادہ منظم اور نتائج پر مبنی بنایا۔

مختصر یہ کہ اس کا مقصد یہ تھا کہ اساتذہ اور نصاب سازوں کو تعلیمی مقاصد کے تعین، تدریس، اور جانچ کے لیے ایک سائنسی اور معیاری طریقہ فراہم کیا جائے۔

8.3.2 اساتذہ، نصاب سازوں، اور پالیسی سازوں کے لیے اہمیت

(Importance for Teachers, Curriculum Designers, and Policymakers)

(a) اساتذہ کے لیے اہمیت (Importance for Teachers): اساتذہ کے لیے، بلوم کی ٹیکسونومی کلاس روم کی موثر منصوبہ بندی اور تدریس کے لیے عملی رہنمائی فراہم کرتی ہے۔ اس سے وہ واضح اور قابل پیمائش مقاصد کے ساتھ سبق کے منصوبے بنا سکتے ہیں اور آسان یادداشت سے لے کر اعلیٰ سطح کی سوچ تک منظم انداز میں تدریس کر سکتے ہیں۔ ٹیکسونومی کے استعمال سے، اساتذہ ہر سطح کے لیے مناسب تدریسی طریقے منتخب کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر، بنیادی علم حاصل کرنے کے لیے لیکچرز اور مظاہرے موثر ہیں، جبکہ اطلاق کے لیے مسئلہ حل کرنے کی سرگرمیاں بہتر ہیں، اور تجزیہ یا تشخیص کے لیے مباحثے اور بحثیں مددگار ہیں۔

مزید برآں، تشخیصی آلات براہ راست مقاصد کے ساتھ ہم آہنگ کیے جاسکتے ہیں: یادداشت جانچنے کے لیے MCQs، تجزیہ کے لیے کیس اسٹڈیز، اور تخلیق کے لیے پروجیکٹس استعمال کیے جاسکتے ہیں۔ اس سے سیکھنے کا عمل مکمل اور جامع بنتا ہے۔ بلوم کا فریم ورک اساتذہ کو بنیادی علم اور اعلیٰ سطح کی سوچ کے درمیان توازن قائم کرنے میں مدد دیتا ہے، جس سے طلباء کی مجموعی ترقی کو فروغ ملتا ہے۔

(b) نصاب سازوں کے لیے اہمیت (Importance for Curriculum Designers): نصاب ساز بھی بلوم کے فریم ورک سے بڑی حد تک فائدہ اٹھا سکتے ہیں کیونکہ یہ مواد کو سادہ سے پیچیدہ ترتیب میں منظم کرنے کے لیے منطقی ڈھانچہ فراہم کرتا ہے۔ اس طرح، طلباء

مرحلہ وار بنیادی علم سے اعلیٰ سطح کی مہارتیں سیکھتے ہیں۔ ٹیکسونومی نصاب میں کم اور زیادہ سطح کے مقاصد کو شامل کرنے میں مدد دیتی ہے، جس سے نصاب صرف یادداشت یا سطحی سمجھ تک محدود نہیں رہتا۔ اس کے علاوہ، بلوم کی ایکشن پر مبنی سطحیں سیکھنے کے نتائج کو نہ صرف معنی خیز بلکہ قابل پیمائش بناتی ہیں، اور نصاب کو قومی یا ریاستی تعلیمی مقاصد کے مطابق ہم آہنگ رکھتی ہیں۔

(c) پالیسی سازوں کے لیے اہمیت (Importance for Policymakers): پالیسی سازوں کے لیے، بلوم کی ٹیکسونومی تعلیمی پالیسی اور معیارات کی تشکیل میں اہم اوزار ہے۔ یہ فریم ورک بتاتا ہے کہ ہر گریڈ میں طلباء کو کیا علم اور مہارت حاصل ہونی چاہیے، جس سے پورے نظام تعلیم میں یکسانیت پیدا ہوتی ہے۔ بلوم کے فریم ورک کے استعمال سے، معیارات صرف حقائق کی یادداشت تک محدود نہیں رہتے بلکہ مسئلہ حل کرنے، تنقیدی سوچ، اور تخلیقیت پر بھی زور دیتے ہیں۔ اس سے تعلیمی نتائج میں مساوات پیدا ہوتی ہے اور بڑے پیمانے پر امتحانات اور معیاری جانچ کے طریقے طلباء کی حقیقی صلاحیتوں کو جانچنے کے قابل بن جاتے ہیں۔

اس طرح، بلوم کی ٹیکسونومی ایک رہنما فریم ورک کے طور پر کام کرتی ہے جو کلاس روم کے عملی عمل، نصاب کی ترقی، اور تعلیمی پالیسی سازی کو بیک وقت سپورٹ کرتی ہے۔

8.3.3 مقاصد، تدریس، اور جانچ کو جوڑنے میں کردار

(Role in Linking Objectives, Teaching, and Assessment)

بلوم کی ٹیکسونومی کا سب سے بڑا حصہ یہ ہے کہ یہ مقاصد، تدریس، اور جانچ کو ایک متحد نظام میں جوڑتی ہے۔

- مقاصد: ٹیکسونومی اساتذہ کو Action Verbs جیسے create، evaluate، analyse، apply، explain، list کے ذریعے واضح مقاصد طے کرنے میں مدد دیتی ہے، جس سے غیر واضح مقاصد ختم ہو جاتے ہیں۔
- تدریس: ایک بار مقاصد طے ہونے کے بعد، اساتذہ تدریسی حکمت عملی مرتب کر سکتے ہیں جو سیکھنے کی سطح کے مطابق ہو، جیسے:

- علم (Knowledge): لیکچر یا نوٹس

- اطلاق (Application): مسئلہ حل کرنے کی مشقیں

- تجزیہ یا تعین قدر (Analysis/Evaluation): مباحثے، کیس اسٹڈیز

- تخلیق (Creation): پروجیکٹس یا تحقیقی کام

- احتساب: ٹیکسونومی یہ یقینی بناتی ہے کہ جانچ کے طریقے مقاصد کے مطابق ہوں، جیسے:

- Knowledge کے لیے MCQs

• Application کے لیے مسئلہ حل کرنے کی مشقیں

• Creation یا Evaluation کے لیے اسائنمنٹس اور پروجیکٹس

یہ ہم آہنگی، جسے تعلیم کا ”Golden Triangle“ بھی کہا جاتا ہے، اس بات کو یقینی بناتی ہے کہ طلباء کو اسی چیز کی جانچ کی جائے جو انہیں سکھائی گئی اور جسے وہ سیکھنے والے تھے۔ بغیر اس ہم آہنگی کے، تدریس غیر منظم ہو سکتی ہے اور جانچ حقیقی سیکھنے کے نتائج کی عکاسی نہیں کر سکتی۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. بلوم کی ٹیکسونومی 1956 کا بنیادی مقصد کیا تھا؟
2. علمی یاوقتی علاقے (Cognitive Domain) کی چھ سطحوں میں سب سے آسان اور سب سے پیچیدہ سطح کون سی ہیں؟
3. بلوم کی ٹیکسونومی اساتذہ، نصاب ساز، اور پالیسی سازوں کے لیے کیوں اہم ہے؟
4. تعلیم میں ”Golden Triangle“ سے کیا مراد ہے؟

8.4 بلوم کی اصل ٹیکسونومی (Bloom's Original Taxonomy - 1956)

بلوم کی ٹیکسونومی، جو 1956 میں تیار کی گئی، تعلیمی نفسیات اور تدریس کے شعبے میں سب سے اہم خدمات میں سے ایک ہے۔ اس نے اساتذہ، نصاب سازوں، اور امتحان سازوں کو ایک منظم فریم ورک فراہم کیا تاکہ وہ تعلیمی مقاصد کو درجہ بندی کر سکیں اور سیکھنے کے تجربات کو منظم طریقے سے ڈیزائن کر سکیں۔ یہ ٹیکسونومی پینجن ایس۔ بلوم اور ان کے ساتھیوں کے طویل المدتی پروجیکٹ کا نتیجہ تھی، جنہوں نے یہ سمجھا کہ تعلیم صرف یادداشت پر مبنی نہیں ہونی چاہیے بلکہ اعلیٰ سطح کی علمی یاوقتی مہارتوں کی ترقی پر بھی توجہ دینی چاہیے۔

8.4.1 معنی اور مقصد (Meaning and Purpose)

لفظ ٹیکسونومی کا مطلب ہے درجہ بندی کا نظام۔ جس طرح حیاتیات کے ماہرین جانداروں کو مشترکہ خصوصیات کی بنیاد پر گروپوں میں تقسیم کرتے ہیں، بلوم اور ان کی ٹیم نے تعلیمی مقاصد کو مختلف سیکھنے کے زمروں میں تقسیم کرنے کی کوشش کی۔

8.4.2 ٹیکسونومی کو درجہ بندی کے نظام کے طور پر وضاحت

(Explanation of Taxonomy as a Classification System)

بلوم کی ٹیکسونومی بنیادی طور پر ایک درجہ بندی شدہ ماڈل ہے جو سیکھنے کے مقاصد کو پیچیدگی کے لحاظ سے ترتیب دیتا ہے، سب سے آسان حقائق یاد کرنے سے لے کر اعلیٰ سطح کے علمی یا قوفی عمل جیسے تجزیہ اور تخلیق تک۔ یہ ترتیب یہ ظاہر کرتی ہے کہ:

- سیکھنے والے پہلے بنیادی علم حاصل کرتے ہیں۔
 - پھر وہ اس علم کو سمجھنے اور استعمال کرنے کی طرف بڑھتے ہیں۔
 - آخر میں، وہ معلومات کا تجزیہ، ترکیب، اور تنقیدی جائزہ لینے کی طرف بڑھتے ہیں۔
- یہ درجہ بندی سطحی اور گہری سیکھنے میں فرق کو واضح کرتی ہے۔ مثال کے طور پر، ”سیل کے حصوں کی فہرست بنانا“ بنیادی علم کی نمائندگی کرتا ہے، جبکہ ”سیل کی ساخت کس طرح اس کے افعال کی حمایت کرتی ہے“ کا جائزہ لینا اعلیٰ سطح کی سوچ کا تقاضا کرتا ہے۔

8.4.3 بلوم کا وژن: محض یادداشت سے آگے اعلیٰ سطح کی سوچ کی ترقی

(Bloom's Vision: Promoting Higher-Order Thinking Beyond Rote Memorization)

بلوم کے کام سے پہلے، تعلیم میں زیادہ تر توجہ صرف یادداشت پر تھی۔ بلوم کا ماننا تھا کہ حقیقی تعلیم یادداشت سے آگے بڑھتی ہے اور طلباء میں تنقیدی سوچ، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، اور تخلیقیت پیدا کرنا چاہیے۔ ان کا وژن یہ تھا کہ:

- تعلیم ذہن کو سوچنے کی تربیت دے، نہ کہ صرف یاد رکھنے کی۔
- طلباء کو حقیقی زندگی کے مسائل میں علم استعمال کرنے کی ترغیب دی جائے۔
- سیکھنے کے مقاصد آسان سے پیچیدہ کی طرف بتدریج بڑھیں تاکہ فکری ترقی ہو۔

اس طرح، بلوم کی ٹیکسونومی نے تعلیم کا مرکز صرف علم حاصل کرنے سے لے کر اسے عملی طور پر استعمال کرنے کی طرف منتقل کر دیا۔

8.5 سیکھنے کے تین علاقے (Three Domains of Learning)

بلوم اور ان کے ساتھیوں نے تسلیم کیا کہ انسانی سیکھنا صرف علمی یا قوفی صلاحیت تک محدود نہیں ہے۔ انہوں نے تین علاقے تجویز کیے، جو تعلیمی ترقی کے مختلف پہلوؤں پر توجہ دیتے ہیں:

8.5.1 علمی یا قوفی علاقہ (Cognitive Domain)

علمی یا قوفی شعبہ سب سے زیادہ معروف اور وسیع پیمانے پر استعمال ہونے والا حصہ ہے۔ یہ ذہنی مہارتوں جیسے یاد کرنا، سمجھنا، استعمال کرنا، اور تجزیہ کرنے پر توجہ دیتا ہے۔ اس علاقے میں بلوم نے چھ سطحوں پر مشتمل درجہ بندی تیار کی، جو بنیادی یادداشت سے لے کر اعلیٰ سطح کی

سوچ جیسے تجزیہ اور تخلیق تک جاتی ہے۔ مثال کے طور پر، تاریخ میں اہم تاریخیں یاد کرنا بنیادی علم ہے، جبکہ کسی انقلاب کی وجوہات اور نتائج کا تجزیہ کرنا اعلیٰ سطح کی علمی یاوقوفی عمل کی نمائندگی کرتا ہے۔

8.5.2 جذباتی علاقہ (Affective Domain)

جذباتی شعبہ سیکھنے کے جذباتی اور اقداری پہلوؤں پر توجہ دیتا ہے۔ یہ دکھاتا ہے کہ طلباء کس طرح رویے، جذبات، اور ذاتی اقدار پیدا کرتے ہیں۔ یہ شعبہ ہمدردی، اخلاقی فیصلہ سازی، احترام، اور تنوع کی قدر پیدا کرنے کی اہمیت کو اجاگر کرتا ہے۔ مثال کے طور پر، فن کی قدر کرنا، ماحول کے لیے ذمہ داری کا احساس پیدا کرنا، یا ثقافتی تنوع کا احترام کرنا۔

8.5.3 نفسی حرکی علاقہ (Psychomotor Domain)

عملی شعبہ جسمانی مہارتوں، ہم آہنگی، اور عملی کارکردگی کے لیے ضروری حرکی صلاحیتوں سے متعلق ہے۔ یہ شعبہ ہنر، تکنیک، اور حرکت کے ماہر ہونے پر توجہ دیتا ہے، جیسے موسیقی، بجانا، سائنس تجربہ کرنا، یا جراحی کرنا۔ یہ شعبہ اساتذہ کو یہ یقینی بنانے میں مدد دیتا ہے کہ طلباء نہ صرف علم اور اقدار حاصل کریں بلکہ عملی مہارتیں بھی سیکھیں۔

یہ تینوں علاقے اس بات پر زور دیتے ہیں کہ تعلیم مکمل ہونی چاہیے — دماغ (علمی یاوقوفی)، دل (جذباتی)، اور ہاتھ (عملی) کی نشوونما کو فروغ دینا ضروری ہے۔

علمی یاوقوفی شعبہ: چھ سطحیں (The Cognitive Domain: Six Levels)

- علمی یاوقوفی شعبہ بلوم کی اصل ٹیکسونومی کا بنیادی محور تھا۔ اس میں چھ سطحیں ہیں، جو آسان سے پیچیدہ تک ترتیب دی گئی ہیں:
- 1- علم (Knowledge): یہ بنیادی سطح ہے، جس میں حقائق، اصطلاحات، تصورات، اور بنیادی معلومات کو یاد کرنے کی صلاحیت شامل ہے۔ مثال: یورپی ممالک کے دارالحکومتوں کی فہرست بنانا یا دائرے کے رقبہ کا فارمولا یاد کرنا۔
 - 2- فہم (Comprehension): یہ سطح صرف یادداشت سے آگے جاتی ہے، اور طلباء سے معلومات کا مطلب سمجھنے اور اپنے الفاظ میں بیان کرنے کی توقع ہوتی ہے۔ مثال: Photosynthesis کا عمل سمجھا کر بیان کرنا یا کہانی کا خلاصہ دینا۔
 - 3- اطلاق (Application): یہ سطح علم کو نئے یا عملی حالات میں استعمال کرنے کی صلاحیت دیتی ہے۔ مثال: نیوٹن کے قوانین کو مسئلہ حل کرنے میں استعمال کرنا یا گرامر کے اصولوں کے مطابق جملے بنانا۔
 - 4- تجزیہ (Analysis): اس سطح میں معلومات کو حصوں میں توڑ کر تعلقات اور نمونوں کا تجزیہ کرنا شامل ہے۔ مثال: دوسری عالمی جنگ کے اسباب کا تجزیہ یا دو شاعری کے موضوعات کا موازنہ کرنا۔
 - 5- ترکیب (Synthesis): یہ سطح مختلف معلومات کو یکجا کر کے کچھ نیا بنانے کی صلاحیت پر زور دیتی ہے، جیسے کہ کہانی لکھنا یا سائنسی تجربہ ڈیزائن کرنا۔

6- **تشخیص (Evaluation):** یہ سب سے اعلیٰ سطح ہے، جس میں کسی معلومات یا عمل کی درستگی، معیار، یا افادیت کا جائزہ لینا شامل ہے۔

مثال: حکومت کی کسی پالیسی کی افادیت کا تجزیہ یا کسی ادبی یا فن پارے پر تنقیدی تبصرہ کرنا۔

درجہ بندی کی وضاحت: یہ چھ سطحیں اس طرح ترتیب دی گئی ہیں کہ ہر اعلیٰ سطح پچھلی سطح کی صلاحیتوں پر مبنی ہے، جیسے:

- معلومات جاننے کے بعد ہی سمجھا جاسکتا ہے۔

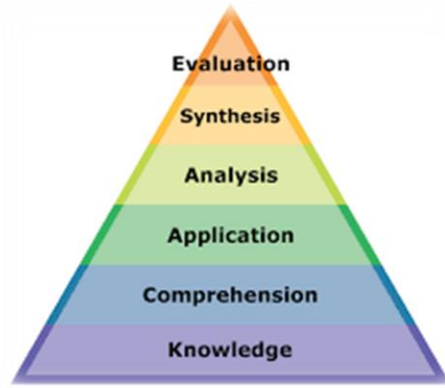
- سمجھنے کے بعد ہی اطلاق ممکن ہے۔

- اطلاق کے بعد تجزیہ اور نمونوں کا مشاہدہ کیا جاسکتا ہے۔

- تجزیہ کے بعد نئے خیالات تخلیق کیے جاسکتے ہیں۔

- آخر میں خیالات کا تنقیدی جائزہ لیا جاسکتا ہے۔

یہ ترقی اعلیٰ سطح کی سوچ کی نمائندگی کرتی ہے، جو جدید سیکھنے اور مسئلہ حل کرنے کے لیے ضروری ہے۔



بلوم کی ٹیکسونومی کو ایک پیرامیڈ کے طور پر دکھائی جاتی ہے تاکہ سطحوں کی ترتیب واضح ہو:

- بنیادی سطحیں جیسے علم (Knowledge) اور فہم (Comprehension) کم سطح کی سوچ (Lower-Order)

Thinking Skills-LOTS کی نمائندگی کرتی ہے۔

- اعلیٰ سطحیں جیسے تجزیہ، ترکیب اور تعین قدر (Analysis, Synthesis, Evaluation) اعلیٰ سطح کی سوچ (Higher-Order)

Order Thinking Skills- HOTS کی نمائندگی کرتی ہیں۔

- یہ پیرامیڈ دکھاتا ہے کہ اعلیٰ سطح کی سوچ نیچے کی سطح کی مہارتوں پر مبنی ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. بлум کی ٹیکسونومی کا بنیادی مقصد کیا تھا اور اس نے تعلیم میں کیا تبدیلی پیدا کی؟

2. بلوم کے مطابق سیکھنے کے تین علاقے کون سے ہیں؟ ہر ایک کی مختصر وضاحت کریں۔
3. علمی یا تو فی شعبے (Cognitive Domain) کی چھ سطحوں میں سے کسی دو کی وضاحت مثالوں کے ساتھ کریں۔

8.6 بلوم کی ٹیکسونومی پر تنقید (Critique of Bloom's Taxonomy)

بلوم کی ٹیکسونومی (1956) تعلیم کے علاقے میں چھ دہائیوں سے زیادہ عرصے سے سب سے مؤثر فریم ورک میں سے ایک رہی ہے۔ تاہم، ہر نظریاتی ماڈل کی طرح، اس کے بھی فوائد اور حدود ہیں۔ بہت سے محققین نے اس کی وضاحت اور عملی اطلاق کی تعریف کی ہے، جبکہ کچھ نے اس کی سختی، محدود دائرہ، اور ثقافتی مفروضات پر تنقید کی ہے۔ یہ سیکشن ٹیکسونومی کی متوازن تنقید پیش کرتا ہے، جس میں اس کی خدمات اور محدودیتیں دونوں بیان کی گئی ہیں، نیز تعلیمی ماہرین اور محققین کے نقطہ نظر شامل ہیں۔

8.6.1 فوائد (Strengths)

(a) اساتذہ کے لیے واضح ڈھانچہ (Clear Structure for Teachers): بلوم کی ٹیکسونومی کا ایک بڑا فائدہ یہ ہے کہ یہ اساتذہ کو تعلیمی مقاصد لکھنے کے لیے ایک واضح اور منظم فریم ورک فراہم کرتی ہے۔ سیکھنے کے نتائج کو درجہ بندی میں تقسیم کر کے، یہ اساتذہ کے لیے سبق کی ترتیب کو منطقی انداز میں ڈیزائن کرنا آسان بناتی ہے۔ اساتذہ بہتر منصوبہ بندی کر سکتے ہیں تاکہ طلباء بنیادی معلومات یاد کرنے سے لے کر زیادہ پیچیدہ مہارتوں جیسے تجزیہ اور تشخیص تک بڑھ سکیں۔ اس ٹیکسونومی میں دی گئی فہرست، وضاحت، موازنہ، تجزیہ، اور تشخیص جیسے عمل والے الفاظ ایک مشترکہ زبان فراہم کرتے ہیں، جو قابل پیمائش اور دیکھنے کے قابل مقاصد بیان کرنے میں مدد دیتے ہیں۔

(b) اعلیٰ سطح کی سوچ کی ترغیب (Encourages Higher-Order Thinking): بلوم کے فریم ورک کی ایک اور اہم خوبی یہ ہے کہ یہ طلباء میں اعلیٰ سطح کی سوچ کو فروغ دیتا ہے۔ تعلیم کو صرف حفظ کرنے تک محدود رکھنے کے بجائے، یہ ٹیکسونومی تنقیدی سوچ، مسئلہ حل کرنے، فیصلہ سازی اور تخلیقی صلاحیت پر زور دیتی ہے۔ اساتذہ کو ایسے سرگرمیاں ڈیزائن کرنے کی رہنمائی فراہم کی جاتی ہے جو صرف یادداشت سے آگے ہوں، اس طرح طلباء مواد کے ساتھ فعال انداز میں مشغول ہوتے ہیں۔ مزید برآں، یہ ٹیکسونومی اساتذہ کو مدد دیتی ہے کہ وہ کم سطحی سوچ کی مہارتیں (LOTS) جیسے یاد کرنا اور سمجھنا، اور اعلیٰ سطحی سوچ کی مہارتیں (HOTS) جیسے تجزیہ کرنا، تشخیص کرنا، اور تخلیق کرنا، کے درمیان توازن قائم کریں۔ یہ توازن طلباء کو نہ صرف تعلیمی کامیابی کے لیے تیار کرتا ہے بلکہ حقیقی دنیا کے چیلنجز کے لیے بھی، جہاں دلیل، مطابقت پذیری، اور جدت کی ضرورت ہوتی ہے۔

(c) مختلف مضامین میں وسیع اطلاق (Widely Applicable Across Disciplines): بلوم کی ٹیکسونومی اپنی عالمی اطلاق پذیری کی وجہ سے بھی نمایاں ہے۔ یہ تمام مضامین میں استعمال کی جاسکتی ہے—چاہے سائنس، انسانی علوم، زبانیں، فنون، یا فنی و پیشہ ورانہ تربیت ہو۔

ہائیرارکل ماڈل اساتذہ کو مختلف مضامین میں ایسے مقاصد بنانے کی اجازت دیتا ہے جو ان کے مضمون سے متعلق ہوں، لیکن سیکھنے کے بنیادی اصولوں کے ساتھ ہم آہنگ رہیں۔ مثال کے طور پر، ایک سائنس کے استاد تجرباتی ڈیٹا کے تجزیے سے متعلق مقاصد تیار کر سکتا ہے، جبکہ ادب کے استاد کسی ناول میں موضوعات کی تشخیص پر توجہ مرکوز کر سکتا ہے۔ دونوں ہی ٹیکسونومی پر مبنی ہیں۔ اس کے علاوہ، یہ ماڈل مختلف تعلیمی سطحوں پر مفید ہے، اسکول اور کالج سے لے کر پیشہ ورانہ تربیتی پروگراموں تک۔ اس کی چمک نصاب کے ڈیزائنرز، اساتذہ، اور تشخیصی ماہرین کو نصاب کی ترقی، تدریسی حکمت عملیوں، اور جائزہ لینے کے عمل کے لیے رہنما فریم ورک کے طور پر استعمال کرنے کی اجازت دیتی ہے۔

(d) مقاصد، تدریس، اور تشخیص کا ہم آہنگ ہونا

(Alignment of Objectives, Teaching, and Assessment): بلوم کی ٹیکسونومی کا سب سے بڑا کارنامہ شاید یہ ہے کہ یہ تعلیمی مقاصد، تدریسی حکمت عملیوں، اور تشخیصی طریقوں کے درمیان ہم آہنگی کو فروغ دیتی ہے۔ سیکھنے کے نتائج کو پیچیدگی کی سطحوں میں ترتیب دے کر، یہ اس بات کو یقینی بناتی ہے کہ جو کچھ تعلیم کا مقصد ہے، وہی سکھایا جائے اور مناسب تشخیصی آلات کے ذریعے ناپا جائے۔ اساتذہ اس بات کو یقینی بنا سکتے ہیں کہ سبق یا یونٹ کے آغاز میں بیان کیے گئے مقاصد براہ راست تدریسی طریقوں کے ذریعے پورے کیے جائیں اور بعد میں مناسب جائزہ کے ذریعے ان کا اندازہ لگایا جائے۔ اس سے کلاس روم میں تدریس اور امتحانی طریقوں کے درمیان عام عدم مطابقت کم ہو جاتی ہے، اور طلباء نہ صرف یادداشت کی بنیاد پر بلکہ تنقیدی سوچ اور علم کے اطلاق کی صلاحیت کی بنیاد پر بھی پرکھے جاتے ہیں۔ نتیجتاً، بلوم کا فریم ورک زیادہ معنی خیز اور مؤثر سیکھنے کے تجربات فراہم کرنے میں مدد دیتا ہے۔

8.6.2 حدود و نقائص (Limitations)

(a) بہت سخت اور درجہ بندی شدہ (Too Rigid and Hierarchical): بلوم کی ٹیکسونومی پر ایک بڑا تنقیدی نقطہ یہ ہے کہ یہ سیکھنے کو ایک سخت اور درجہ بندی شدہ عمل کے طور پر پیش کرتی ہے۔ ماڈل کے مطابق، طلباء کو پہلے کم درجے کے ہنر جیسے یاد کرنا اور سمجھنا مکمل کرنا چاہیے، اس کے بعد وہ تجزیہ، تشخیص یا تخلیق جیسے اعلیٰ درجے کی صلاحیتوں کی طرف بڑھ سکتے ہیں۔ تاہم عملی طور پر سیکھنا عموماً اتنا خطی نہیں ہوتا۔ طلباء اکثر بغیر کسی سخت مرحلہ وار عمل کے پیچیدہ سیکھنے کے مراحل میں شامل ہو جاتے ہیں۔ مثال کے طور پر، کوئی طالب علم کسی تاریخی واقعے کا تجزیہ کر سکتا ہے بغیر اس کے تمام متعلقہ حقائق یاد کیے، یا کوئی منصوبہ تخلیق کر سکتا ہے بغیر دستیاب معلومات کی مکمل تشخیص کے۔ انسانی ذہن کی یہ سادہ کاری ٹیکسونومی کی صلاحیت کو محدود کر دیتی ہے کہ وہ سیکھنے کی روانی اور متحرک نوعیت کو مکمل طور پر بیان کر سکے۔

(b) علمی یا وقوفی علاقے پر زیادہ زور (Overemphasis on Cognitive Domain): بلوم کی اصل ٹیکسونومی کی ایک اور کمی یہ ہے کہ اس نے علمی یا وقوفی علاقے (Cognitive Domain) پر حد سے زیادہ توجہ دی۔ اگرچہ اس ٹیکسونومی نے تین شعبوں — علمی یا وقوفی، جذباتی اور جسمانی — کا تعارف کرایا، لیکن علمی یا وقوفی مہارتوں پر زیادہ زور دیا گیا۔ جذباتی شعبہ (Affective Domain) جو اقدار، رویوں اور احساسات سے متعلق ہے، اور جسمانی شعبہ (Psychomotor Domain) جو عملی اور جسمانی ہنروں پر مرکوز ہے، کم ترقی یافتہ تھے۔ نتیجتاً، تعلیمی پہلو جیسے جذباتی ذہانت، اخلاقی اقدار، فنون کے ذریعے تخلیقی صلاحیت، اور عملی ہنر اکثر عملی طور پر نظر انداز کیے جاتے تھے۔ آج کے ہولسٹک تعلیم کے دور میں، یہ محدود توجہ ٹیکسونومی کی مجموعی افادیت کو کم کر دیتی ہے۔

(c) تعریفوں میں ابہام (Ambiguity in Definitions): بلوم کی ٹیکسونومی کا ایک عملی چیلنج اس کے شعبوں اور تعریفوں میں ابہام ہے۔ بعض سیکھنے کی سرگرمیاں اور عمل کرنے والے افعال (action verbs) مختلف سطحوں کے درمیان اوورلیپ کر جاتے ہیں، جس سے اساتذہ کے لیے انہیں مسلسل درجہ بندی کرنا مشکل ہو جاتا ہے۔ مثال کے طور پر، ”وضاحت کرنا“ (explaining) بعض اوقات فہم (Comprehension) کے تحت آتا ہے، مگر بعض مواقع پر یہ اطلاق (Application) کی بھی نمائندگی کر سکتا ہے۔ اسی طرح، verbs جیسے describe, demonstrate, یا interpret کئی شعبوں میں فٹ ہو سکتے ہیں، اس پر منحصر ہے کہ وہ کس سیاق و سباق میں استعمال ہوئے ہیں۔ اس عدم وضاحت کی وجہ سے اساتذہ کو مقاصد تیار کرتے وقت الجھن کا سامنا کرنا پڑتا ہے، جس سے سبق کی منصوبہ بندی، تشخیص، اور نصاب کی ہم آہنگی میں تضاد پیدا ہوتا ہے۔

(d) عملی کلاس روم میں چیلنجز (Practical Classroom Challenges): اگرچہ بلوم کی ٹیکسونومی نظریاتی طور پر مفید ہے، لیکن اسے حقیقی کلاس روم میں نافذ کرنا کئی چیلنجز پیش کرتا ہے۔ اساتذہ کو اکثر مشکل لگتا ہے کہ وہ تمام چھ علمی یا وقوفی سطحوں کے مطابق سبق تیار کریں، خاص طور پر وقت کی پابندی اور نصاب کی ضروریات کی وجہ سے۔ اس طرح کی منظم سرگرمیوں کی منصوبہ بندی وقت طلب ہوتی ہے، اور ہر استاد کو ٹیکسونومی کے موثر استعمال کی تربیت بھی نہیں ملتی۔ مزید برآں، کئی تعلیمی نظاموں میں معیاری امتحانات اب بھی یادداشت اور رٹ پر زور دیتے ہیں، جس کی وجہ سے اساتذہ کے لیے تجزیہ، تشخیص، اور تخلیق جیسے اعلیٰ مقاصد کو ترجیح دینا مشکل ہو جاتا ہے۔ یہ چیلنجز روزمرہ کی کلاس روم پریکٹس میں ٹیکسونومی کی عملی افادیت کو کم کر دیتے ہیں۔

(e) سیاق و ثقافت اور تناظر کی حدود (Contextual and Cultural Limitations): آخر کار، بلوم کی ٹیکسونومی کو اس کی ثقافتی اور تناظری حدود کی وجہ سے بھی تنقید کا سامنا ہے۔ یہ ماڈل 20 ویں صدی کے وسط میں امریکہ میں تیار ہوا اور مغربی تعلیمی فلسفوں کی عکاسی کرتا ہے جو تنقیدی سوچ، مسئلہ حل کرنے، اور تخلیقی صلاحیت پر زور دیتے ہیں۔ تاہم، دیگر ثقافتی سیاق و سباق میں سیکھنے کے مختلف طریقے اہم سمجھے جاتے ہیں۔ مثال کے طور پر، کئی ایشیائی روایات میں یادداشت اور دہرائی کو کم تر نہیں سمجھا جاتا بلکہ مہارت کے حصول کے لیے ضروری تصور کیا جاتا ہے۔ بلوم کا ماڈل ان روایات کو کم تر سمجھتا ہے، جس سے یہ عالمی سطح پر اتنا قابل اطلاق نہیں رہتا۔ مزید یہ کہ مختلف ممالک میں لسانی

اور سیاق و سباق کے فرق کی وجہ سے ٹیکسونومی کے کچھ علاقے اور افعال آسانی سے ترجمہ نہیں ہو پاتے، جس سے اس کی عالمی تطبیق پذیری کم ہو جاتی ہے۔

8.6.3 نقادوں کے نظریات (Views of Critics)

(a) **تعلیمی ماہرین کی تنقید (Educationalists' Criticisms):** کئی تعلیمی ماہرین نے بلوم کی اصل ٹیکسونومی پر اہم تنقیدات کی ہیں۔ آئزنر (Eisner, 2000) نے کہا کہ بلوم کی کینٹیکریز مکمل طور پر الگ نہیں ہیں اور اکثر اور لیپ کر جاتی ہیں، جس سے ایک سطح کو دوسری سے واضح طور پر الگ کرنا مشکل ہو جاتا ہے۔ اسی طرح شلمن (Shulman, 1987) نے نشاندہی کی کہ ٹیکسونومی تعلیم اور سیکھنے کی پیچیدہ اور باریک نوعیت کو بہت حد تک سادہ بنا دیتی ہے، کیونکہ یہ فکری کاموں کو صرف ایک ترتیب شدہ درجہ بندی میں محدود کر دیتی ہے۔ کراٹھول (Kratwohl, 2002)، جو بلوم کے ساتھیوں میں شامل تھے، نے بھی اصل ٹیکسونومی کی افادیت اور اس کی کمیوں دونوں کو تسلیم کیا۔ ان کی حدود کو تسلیم کرنے نے اینڈرسن اور کراٹھول (2001) کے ذریعہ تیار کردہ نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی کی ترقی میں مدد دی، جس نے بہت سے ان مسائل کو حل کرنے کی کوشش کی۔

(b) **ثقافتی جانبداری کے بارے میں خدشات (Concerns about Cultural Bias):** ایک اور بڑی تنقید بلوم کے فریم ورک کے ثقافتی پس منظر سے متعلق ہے۔ یہ ٹیکسونومی 20 ویں صدی کے وسط میں امریکہ میں تیار ہوئی، اور اس میں مغربی اقدار کی عکاسی ہوتی ہے جو انفرادی سوچ، منطقی تجزیہ، اور خود مختار تشخیص پر زور دیتی ہیں۔ تاہم، کئی غیر مغربی سیاق و سباق میں متبادل طریقے جیسے مشترکہ سیکھنا، زبانی روایات، یا یادداشت پر مبنی تعلیم مرکزی کردار ادا کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، بعض ثقافتوں میں یادداشت کو کم درجے کی مہارت نہیں بلکہ ایک معزز اور قیمتی سیکھنے کے طریقے کے طور پر دیکھا جاتا ہے۔ نقادوں کا کہنا ہے کہ بلوم کا ماڈل ایسی روایات کو کم تر سمجھتا ہے، جس سے یہ مختلف ثقافتی نقطہ نظر اور سیکھنے کے طریقوں کے لیے کم جامع رہ جاتا ہے۔

(c) **مختلف سیاق و سباق میں اطلاقیات (Applicability in Diverse Contexts):** بلوم کی ٹیکسونومی سب سے زیادہ منظم اور رسمی تعلیمی ماحول میں مؤثر ہے، لیکن غیر رسمی، تجرباتی، یا پیشہ ورانہ سیکھنے کے ماحول میں اسے آسانی سے لاگو نہیں کیا جاسکتا۔ مثال کے طور پر، تربیتی پروگرام، کمیونٹی سیکھنے، اور ورک پلیس ٹریننگ میں اکثر ابتدائی مرحلے سے ہی پیچیدہ مسئلہ حل کرنے اور تخلیقی صلاحیتیں شامل ہوتی ہیں، بغیر کسی سخت درجہ بندی کے سلسلے کے۔ نقادوں نے نشاندہی کی کہ تخلیقی صلاحیت اور مسئلہ حل کرنے کی مہارت کسی بھی مرحلے پر سامنے آسکتی ہے اور ہمیشہ بلوم کے خطی ماڈل کے مطابق نہیں ہوتی۔ اس سے سوال پیدا ہوتا ہے کہ کیا ٹیکسونومی انسانی سیکھنے کے مکمل تجربات کو، خاص طور پر وہ جو روایتی کلاس روم کے باہر ہوتے ہیں، کافی حد تک شامل کر پاتی ہے۔

(d) تنقید کے باوجود دیرپا اہمیت (Enduring Relevance Despite Criticism): ان تنقیدات کے باوجود، بلوم کی ٹیکسونومی اب بھی تعلیمی میدان میں ایک بنیادی فریم ورک کے طور پر مانی جاتی ہے۔ زیادہ تر محققین اس بات سے متفق ہیں کہ اگرچہ یہ کامل نہیں ہے، لیکن سیکھنے کے مقاصد کو منظم کرنے، نصاب تیار کرنے، اور تشخیص کی منصوبہ بندی کے لیے یہ ایک قیمتی نقطہ آغاز فراہم کرتی ہے۔ اس کا اثر استاد تربیتی پروگراموں، نصاب کی ترقی، اور دنیا بھر میں بڑے پیمانے پر تعلیمی اصلاحات میں دیکھا جاسکتا ہے۔ اہم بات یہ ہے کہ اینڈرسن اور کراٹھول (2001) کے ذریعہ متعارف کرائی گئی نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی ظاہر کرتی ہے کہ یہ فریم ورک قابل تغیر اور نئے تعلیمی تقاضوں کے مطابق ڈھلنے کے قابل ہے۔ اس طرح، بلوم کی ٹیکسونومی نے 21 ویں صدی میں سیکھنے کے بارے میں اساتذہ کے نقطہ نظر کو شکل دیتے ہوئے اپنی دیرپا اہمیت برقرار رکھی ہے۔

بلوم کی ٹیکسونومی نے تعلیمی میدان میں اپنی وضاحت اور عملی افادیت کی وجہ سے دیرپا شہرت حاصل کی ہے۔ اس کا منظم فریم ورک اساتذہ کو اسباق ڈیزائن کرنے، تشخیص کی منصوبہ بندی کرنے، اور طلباء کو محض یادداشت سے آگے بڑھ کر اعلیٰ سطح کی فکری مہارتیں جیسے تجزیہ، تشخیص، اور تخلیقیت اپنانے کی ترغیب دینے میں مدد دیتا ہے۔ عمل کی وضاحت کرنے والے افعال (action verbs) اور سیکھنے کے اہداف کی منظم ترتیب کے ذریعے، اس نے مختلف مضامین اور تعلیمی سطحوں پر معلمین کے کام کو آسان بنایا ہے۔

اسی دوران، اس ٹیکسونومی میں کچھ کمیوں کی بھی نشاندہی کی گئی ہے۔ نقاد کہتے ہیں کہ یہ اکثر سخت اور خطی (linear) نظر آتی ہے، جبکہ حقیقت میں طلباء مختلف سطحوں کے درمیان بہاؤ کی طرح حرکت کرتے ہیں۔ اس کا زیادہ زور صرف علمی یا قونی (cognitive) شعبے پر ہے، جس سے جذباتی (affective) اور عملی / مہارتی (psychomotor) پہلو کمزور رہ جاتے ہیں، اور سیکھنے کے سماجی، جذباتی اور عملی جہتوں کو نظر انداز کر دیتا ہے۔ مزید برآں، ثقافتی تعصب کی بھی نشاندہی کی گئی ہے، کیونکہ یہ فریم ورک مغربی اقدار جیسے انفرادی استدلال اور مسئلہ حل کرنے پر زور دیتا ہے، جبکہ دیگر ثقافتوں میں رائج مشترکہ اور یادداشت پر مبنی روایات کو کم اہمیت دیتا ہے۔

ان تنقیدات کے باوجود، زیادہ تر تعلیمی ماہرین اس بات پر متفق ہیں کہ بلوم کی ٹیکسونومی سیکھنے کے اہداف کی ساخت اور تعلیمی عمل کی تشکیل کے لیے ایک انتہائی مفید نقطہ آغاز ہے۔ نصاب کی تیاری، اساتذہ کی تربیت، اور تشخیصی پالیسیوں پر اس کا اثر ناقابل انکار ہے۔ اہم بات یہ ہے کہ اینڈرسن اور کراٹھول (2001) کی جانب سے تیار شدہ نظر ثانی شدہ ورژن نے اصل ماڈل کی کئی تشویشات کو دور کیا، جس سے اس کی جدید تعلیم میں بھی اہمیت برقرار رہی۔ اس طرح، بلوم کی ٹیکسونومی — اگرچہ مکمل نہیں — تعلیم کے میدان میں سب سے اہم اور دیرپا فریم ورک میں سے ایک ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. بلوم کی ٹیکسونومی کے دو اہم فوائد بیان کریں جو اسے تدریس میں مفید بناتے ہیں۔

2. بلوم کی ٹیکسونومی پر کی جانے والی دو عام تنقیدات کیا ہیں؟
3. ثقافتی تناظر میں بلوم کی ٹیکسونومی پر کیا اعتراض کیا گیا ہے؟

8.7 نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی - اینڈرسن اور کراٹھول، 2001

(Revised Bloom's Taxonomy - Anderson & Krathwohl, 2001)

اگرچہ بلوم کی اصل ٹیکسونومی (1956) بہت مؤثر ثابت ہوئی، تعلیمی فلسفے میں تبدیلیوں، ٹیکنالوجی کی ترقی، اور 21 ویں صدی کی سیکھنے کی ضروریات نے اس میں ترمیم کی ضرورت پیدا کی۔ 2001 میں، لرن اینڈرسن (بلوم کے سابق شاگرد) اور ڈیوڈ کراٹھول (اصل ٹیم کے رکن) نے نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی شائع کی۔ اس نے فریم ورک کو جدید، عملی، اور موجودہ تعلیم کے لیے زیادہ موزوں بنایا۔

8.7.1 نظر ثانی کی ضرورت (Need for Revision)

نظر ثانی کی ضرورت اس بات سے پیدا ہوئی کہ 1950 کی دہائی کے بعد سے تعلیمی اہداف کافی حد تک تبدیل ہو چکے تھے۔

(a) 21 ویں صدی میں تعلیمی اہداف میں تبدیلی

(Changing Educational Goals in the 21st Century): آج کے تعلیمی منظر نامے میں طلباء کو صرف معلومات یاد رکھنے سے آگے کی مہارتیں سکھانے پر زور دیا جا رہا ہے۔ جدید معاشرے اور معیشت ایسے افراد چاہتے ہیں جو تنقیدی سوچ رکھتے ہوں، مسائل کو تخلیقی انداز میں حل کر سکیں، مؤثر طریقے سے تعاون کر سکیں، اور ٹیکنالوجی کے اس دور میں ڈیجیٹل لٹریری رکھتے ہوں۔ لہذا تعلیم محض معلومات منتقل کرنے تک محدود نہیں رہی بلکہ طلباء کو حقیقی زندگی کے حالات میں علم کے اطلاق کے قابل بنانا ضروری ہے۔ اس مقصد کے لیے اساتذہ کو ایسے فریم ورک اور اوزار درکار ہیں جو پیچیدہ سیکھنے کے نتائج کو یقینی طور پر حاصل کرنے میں مدد کریں اور اعلیٰ سطحی مہارتیں جیسے مطابقت، جدت، اور ٹیم ورک فروغ دیں۔ بلوم کی اصل ٹیکسونومی اس وقت کے لیے قیمتی تھی، لیکن موجودہ اہداف کے لیے مکمل طور پر موزوں نہیں تھی، جس سے تجدید کی ضرورت پیدا ہوئی۔

(b) یادداشت سے تنقیدی سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی طرف منتقلی

(Shift from Rote Learning to Critical Thinking and Problem-Solving): روایتی تعلیمی ماڈل میں زیادہ زور حقائق کی یادداشت اور دوبارہ دہرانے پر تھا، جبکہ جدید تعلیم میں "سیکھنے کے طریقے سیکھنا" اہمیت رکھتا ہے۔ آج کے تعلیمی نظام میں طلباء کو تجزیہ، تشخیص، اور نئے خیالات پیدا کرنے کی تربیت دی جاتی ہے۔ اس تبدیلی سے ذہنی لچک پیدا ہوتی ہے اور طلباء پیچیدہ اور غیر متوقع چیلنجز کے لیے تیار ہوتے ہیں۔ بلوم کی ٹیکسونومی کی تجدید میں علمی یا قونی سطحوں کو دوبارہ ترتیب دیا گیا اور تخلیقیت و تنقیدی سوچ کو سیکھنے کے اہم اہداف کے طور پر مرکزی حیثیت دی گئی، تاکہ تعلیمی عمل 21 ویں صدی کی ضروریات سے ہم آہنگ ہو۔

تجدید شدہ ٹیکسونومی زیادہ طلباء مرکوز، مہارت پر مبنی، اور عالمی تناظر میں قابل اطلاق بنانے کے لیے ڈیزائن کی گئی۔

8.7.2 نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی میں اہم تبدیلیاں (Major Changes in the Revised Taxonomy)

نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی نے کئی اہم تبدیلیاں متعارف کروائیں:

(a) اصطلاحات میں تبدیلی (Change in Terminology): نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی میں سب سے نمایاں تبدیلی اصطلاحات کو اسموں سے افعال کی طرف منتقل کرنا ہے۔ بلوم کے اصل ورژن میں درجات کو اسموں کی صورت میں بیان کیا گیا تھا، جیسے علم (Knowledge)، فہم (Comprehension)، اور اطلاق (Application)۔ اس کے برعکس، نظر ثانی شدہ ماڈل نے ان درجات کو افعال کی صورت میں پیش کیا یا یاد رکھنا (Remember)، سمجھنا (Understand)، اطلاق کرنا (Apply) — تاکہ یہ زیادہ عملی اور قابل استعمال ہو کر تعلیمی مقاصد کی ترتیب میں مددگار ثابت ہوں۔ یہ تبدیلی اس بات پر زور دیتی ہے کہ سیکھنا ایک فعال عمل ہے، نہ کہ محض معلومات حاصل کرنے کا غیر فعال عمل۔

اب ہر سطح ایک علمی یاوقوفی فعل کی نمائندگی کرتی ہے جسے سیکھنے والا ظاہر کر سکتا ہے:

- Remembering سے Knowledge (یاد رکھنا)
 - Understanding سے Comprehension (سمجھنا)
 - Applying سے Application (اطلاق کرنا)
 - Creating سے Synthesis (تخلیق کرنا)
 - Evaluating سے Evaluation (تعیین قدر)
- یہ فعل پر مبنی فریم ورک اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ استاد قابل پیمائش اور قابل مشاہدہ تعلیمی مقاصد تیار کر سکیں۔ اس کے علاوہ، یہ اس بات کو بھی یقینی بناتا ہے کہ تدریسی مقاصد طلبہ کی عملی کارکردگی کے ساتھ ہم آہنگ ہوں، اور سیکھنے والے محض یادداشت تک محدود نہ رہیں بلکہ معلومات کو فعال طریقے سے استعمال اور عملی شکل میں لاسکیں۔

(b) درجات کی دوبارہ ترتیب (Reordering of Levels): نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی میں ایک اور اہم تبدیلی اعلیٰ درجات کی دوبارہ ترتیب ہے۔ بلوم کی اصل درجہ بندی میں تخلیق جو پہلے ترکیب تھا، تعین قدر (Evaluation) کے نیچے رکھا گیا تھا، جس کا مطلب یہ تھا کہ فیصلے کرنا کسی نئی چیز پیدا کرنے کے مقابلے میں زیادہ پیچیدہ علمی یاوقوفی کام سمجھا جاتا تھا۔

تاہم، نظر ثانی شدہ ورژن میں تخلیق (Creating) سابقہ ترکیب (Synthesis) کو پرامڈ کے سب سے اوپر، یعنی تعین قدر (Evaluating) کے اوپر رکھا گیا۔ یہ دوبارہ ترتیب اس یقین کی عکاسی کرتی ہے کہ نئی چیزیں ڈیزائن کرنے، بنانے، اور جدت پیدا کرنے کی صلاحیت سب سے پیچیدہ اور اعلیٰ سطح کی علمی یا وقوفی مصروفیت کی نمائندگی کرتی ہے۔

نئی ترتیب یہ تسلیم کرتی ہے کہ جو سیکھنے والے نئے خیالات، حل، یا مصنوعات پیدا کر سکتے ہیں، وہ علمی یا وقوفی کامیابی کی بلند ترین سطح تک پہنچ چکے ہیں۔ یہ تبدیلی خاص طور پر جدید تعلیمی سیاق و سباق میں اہم ہے، جہاں تخلیقی صلاحیت اور جدت کو 21 ویں صدی کی بنیادی مہارتوں کے طور پر اہمیت دی جاتی ہے۔

(c) دو جہتی ماڈل (Dual Dimension Model): نظر ثانی شدہ درجہ بندی کا شاید سب سے گہرا حصہ ایک دو جہتی فریم ورک کا تعارف ہے جو علمی یا وقوفی عمل کی جہت (Cognitive Process Dimension) اور علم کی جہت (Knowledge Dimension) دونوں کو یکجا کرتا ہے۔ علمی یا وقوفی عمل کی جہت چھ سطحوں پر مشتمل ہے جو سب سے نچلی سطح پر یاد رکھنے (Remembering) سے شروع ہو کر سب سے اوپر تخلیق کرنے (Creating) تک جاتی ہے۔ اسی دوران، علم کی جہت علم کی چار مختلف اقسام کی نشاندہی کرتی ہے: حقائق پر مبنی (Factual) — وہ بنیادی عناصر جو طلباء کو لازماً معلوم ہونے چاہئیں، تصوراتی (Conceptual) — حقائق اور خیالات کے مابین تعلقات، عملی (Procedural) — طریقہ کار اور عمل، اور مابعد علمی یا وقوفی (Metacognitive) — اپنے سیکھنے کی حکمت عملیوں سے آگاہی۔ یہ دونوں جہتیں مل کر اساتذہ کو تعلیمی مقاصد کی درجہ بندی زیادہ درستگی کے ساتھ کرنے کے قابل بناتی ہیں۔ مثال کے طور پر، ایک مقصد ”تجزیہ کرنے“ (Analysing) کا ہو سکتا ہے (علمی عمل کی جہت میں) جو ”تصوراتی علم“ (Knowledge Dimension) کے تحت آتا ہے۔

یہ میٹرکس طریقہ کار اساتذہ کو زیادہ ہدفی تدریس، جانچ اور سیکھنے کے تجربات مرتب کرنے میں مدد دیتا ہے، جو طلباء کی سیکھنے کی گہری اور جامع تفہیم کو یقینی بناتا ہے۔ یہ میٹرکس اپروچ اساتذہ کو زیادہ ہدف شدہ ہدایت، تشخیصات، اور سیکھنے کے تجربات ڈیزائن کرنے کے قابل بناتی ہے، جس سے طلباء کے سیکھنے کی گہری اور جامع سمجھ یقینی بنتی ہے۔

8.7.3 علمی یا وقوفی عمل کے ابعاد (Cognitive Process Dimension)

علمی یا وقوفی عمل کا بعد چھ قسم کی سوچ کی مہارتوں کو بیان کرتا ہے، جو سب سے سادہ سے سب سے پیچیدہ تک ترتیب دی گئی ہیں۔ ہر سطح کو کلاس روم کی مثالوں کے ساتھ سمجھایا گیا ہے:

1- یاد کرنا (Remember): نظر ثانی شدہ ٹیکسٹوں کی پہلی سطح یاد کرنا ہے، جو طلباء کی کسی مخصوص حقائق، اصطلاحات، تعریفوں، اور بنیادی تصورات کو یاد رکھنے یا پہچاننے کی صلاحیت کو ظاہر کرتی ہے۔ اس مرحلے میں توجہ اس بات پر ہے کہ پہلے سے سیکھی گئی معلومات کو

بازیافت کیا جائے، بغیر یہ سمجھنے یا لاگو کرنے کے کہ وہ کیسے استعمال ہو سکتی ہیں۔ یہ سطح اعلیٰ سطح کی سوچ کی بنیاد فراہم کرتی ہے، کیونکہ طلباء کو پہلے علم تک رسائی حاصل کرنی ہوتی ہے تاکہ وہ اس پر مزید پیچیدہ سیکھنے کی مہارتیں تعمیر کر سکیں۔

مثال: ایک طالب علم سے سورج کے نظام کے سیاروں کی فہرست بنانے کو کہا جاسکتا ہے۔ ایسے کام حفظ اور پہچان پر زور دیتے ہیں، لیکن یہ پیچیدہ سیکھنے کے نتائج کی تشکیل کے لیے ضروری ہیں۔

2- سمجھنا (Understand): دوسری سطح سمجھنا یاد رکھنے سے آگے جاتی ہے اور طلباء کی صلاحیت پر زور دیتی ہے کہ وہ مفہوم کو پکڑیں، معلومات کی تشریح کریں، اور خیالات کو اپنی زبان میں بیان کریں۔ اس مرحلے میں طلباء سمجھ بوجھ کا مظاہرہ کرتے ہیں، جیسے کہ کسی تصور کو خلاصہ کرنا، پیرایہ میں بیان کرنا، درجہ بندی کرنا، یا وضاحت کرنا۔

مثال: ایک طالب علم سے کہا جاسکتا ہے کہ وہ فرانسیسی انقلاب کے اسباب کا خلاصہ پیش کرے۔ یہاں سمجھنا ظاہر کرتا ہے کہ طلباء معلومات کو عملی طور پر پروسیس اور اندرونی شکل میں منتقل کر سکتے ہیں، جس سے یہ محض حفظ شدہ علم نہیں رہتا بلکہ بامعنی ہو جاتا ہے۔

3- اطلاق کرنا (Apply): تیسری سطح اطلاق کرنا اس صلاحیت پر مرکوز ہے کہ طلباء حاصل شدہ علم کو نئی صورتحال میں استعمال کریں یا عملی مسائل حل کریں۔ اس مرحلے میں طلباء سیکھے گئے تصورات کو ناواقف یا مختلف سیاق و سباق میں منتقل کرتے ہیں، اس بات کا مظاہرہ کرتے ہیں کہ وہ نہ صرف کسی تصور کو سمجھتے ہیں بلکہ اسے مؤثر طریقے سے استعمال بھی کر سکتے ہیں۔

مثال: ایک طالب علم کو کہا جاسکتا ہے کہ وہ رقبے کے فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے ایک مستطیل باغ کا رقبہ حساب کرے۔ اطلاق نظریہ اور عملی زندگی کے درمیان رابطہ قائم کرتا ہے، جس سے کلاس روم کے علم اور روزمرہ زندگی کے مسائل کے درمیان فرق کم ہوتا ہے۔

4- تجزیہ کرنا (Analyse): چوتھی سطح تجزیہ کرنا طلباء سے توقع کرتی ہے کہ وہ معلومات کو چھوٹے حصوں میں تقسیم کریں تاکہ پیٹرن، تعلقات، یا بنیادی وجوہات کی شناخت کی جاسکے۔ یہ مرحلہ تنقیدی سوچ پر زور دیتا ہے، کیونکہ طلباء یہ جانچتے ہیں کہ حصے کس طرح مل کر ایک مکمل تصویر یا مجموعہ بناتے ہیں۔

تجزیہ سے متعلق مہارتیں: موازنہ کرنا، تضاد تلاش کرنا، ترتیب دینا، اور محرکات یا مفروضات کی شناخت کرنا۔

مثال: ایک طالب علم سے کہا جاسکتا ہے کہ وہ ایک مختصر کہانی میں تنازعہ کے موضوع کا تجزیہ کرے۔

اس عمل کے ذریعے، طلباء پیچیدہ مواد کو توڑ کر گہری معانی دریافت کرنے کی صلاحیت کا مظاہرہ کرتے ہیں۔

5- تعین قدر (Evaluate): پانچویں سطح، تعین قدر (Evaluate)، معلومات پر مبنی فیصلے کرنے، معیار اور اصولوں کے مطابق معیار کا اندازہ لگانے، یا کسی موقف کا دفاع کرنے پر مرکوز ہے۔ اس مرحلے میں، طلباء عکاسانہ سوچ میں مشغول ہوتے ہیں، خیالات پر تنقید کرتے ہیں، اور اپنے موقف کے جواز فراہم کرتے ہیں۔ تعین قدر کے لیے علم اور دلیل دونوں درکار ہیں، جس سے یہ ایک اعلیٰ سطحی علمی یا دوقنی سرگرمی بن جاتی ہے۔

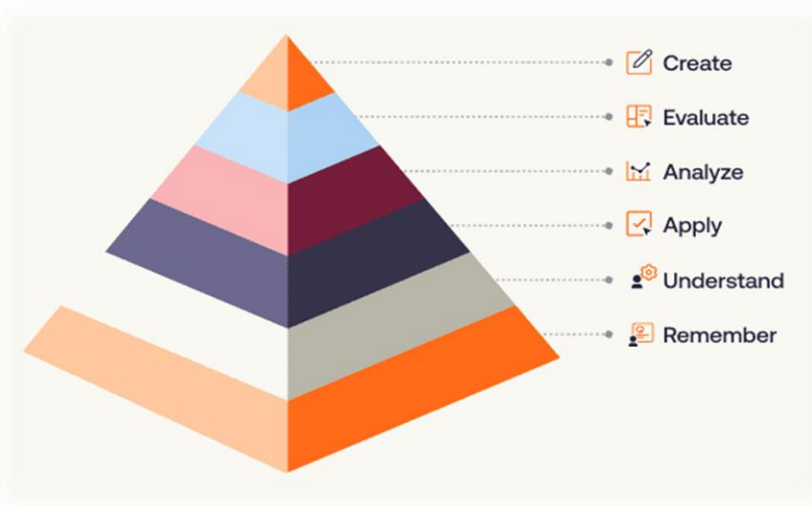
مثال: طلباء سے کہا جاسکتا ہے کہ وہ کسی حکومت کی ماحولیاتی پالیسی کی تاثیر کا جائزہ لیں۔

ایسے کام طلباء کو ثبوت پر غور کرنے، متبادلات پر وزن ڈالنے، اور منطقی اور معقول نتائج بیان کرنے کی ترغیب دیتے ہیں۔

6- **تخلیق کرنا (Create):** ترمیم شدہ ٹیکسونومی کی سب سے اعلیٰ سطح تخلیق کرنا (Create) ہے، جو یہ صلاحیت ظاہر کرتی ہے کہ عناصر کو جدید طریقوں سے جوڑ کر ایک نیا مجموعہ تشکیل دیا جائے۔ یہ مرحلہ اصلیت، تخیل، اور نئے علم یا حل کی تخلیق کو اجاگر کرتا ہے۔ طلباء اس میں ڈیزائن کرنا، ایجاد کرنا، منصوبہ بندی کرنا، یا کوئی ایسا چیز تیار کرنا شامل ہے جو پہلے موجود نہ ہو۔

مثال: طلباء سے کہا جاسکتا ہے کہ وہ ایک سائنس پر وجیکٹ ڈیزائن کریں تاکہ پودوں کی نشوونما پر کھاد کے اثرات کا تجربہ کیا جاسکے۔

تخلیق (Create) کو سب سے اوپر رکھنے سے، ترمیم شدہ ٹیکسونومی جدت اور اصالت کو 21 ویں صدی کے تعلیمی مقاصد کے طور پر اجاگر کرتی ہے۔



نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی - 2001

8.7.4 علم کا پہلو (Knowledge Dimension)

ترمیم شدہ ٹیکسونومی نے علم کے دائرہ کار کو چار واضح زمروں میں تقسیم کیا ہے:

1- **حقائق پر مبنی علم (Factual Knowledge):** حقائق پر مبنی علم سے مراد وہ بنیادی عناصر ہیں جو طلباء کو کسی مضمون یا مسئلہ حل کرنے کے لیے جاننا ضروری ہیں۔ اس میں مخصوص تفصیلات، اصطلاحات، اور معلومات شامل ہیں جو تعلیم کی بنیاد فراہم کرتی ہیں۔ اس سطح پر، طلباء سے توقع کی جاتی ہے کہ وہ الفاظ، تاریخیں، سائنسی علامات، اور دیگر ضروری حقائق کو یاد رکھیں۔ مثال کے طور پر، ممالک کے دارالحکومت یا کیمیائی عناصر کے علامات کو یاد کرنا حقائق پر مبنی علم میں آتا ہے۔ اگرچہ یہ سطح سادہ لگ سکتی ہے، لیکن حقائق پر مبنی علم اہم ہے کیونکہ یہ وہ بنیادی مواد فراہم کرتا ہے جس پر اعلیٰ سطح کی سمجھ اور مہارتیں قائم کی جاتی ہیں۔

2- **تصوراتی علم (Conceptual Knowledge):** تصوراتی علم صرف حقائق کو یاد رکھنے سے آگے بڑھتا ہے اور بنیادی عناصر کے درمیان باہمی تعلقات پر توجہ مرکوز کرتا ہے، تاکہ طلباء یہ سمجھ سکیں کہ یہ عناصر بڑے ڈھانچے کے اندر کس طرح ایک ساتھ کام کرتے ہیں۔ اس قسم کے علم میں اصول، درجہ بندی، نظریات، اور عمومی خیالات شامل ہوتے ہیں جو طلباء کو وسیع تر تصویر دیکھنے میں مدد دیتے ہیں۔ مثال کے طور پر، جمہوریت کا تصور سمجھنا، معاشیات میں طلب اور رسد کے اصول، یا ڈارون کے نظریہ ارتقا کو سمجھنا تصوراتی علم کی مثالیں ہیں۔ یہ سطح طلباء کو خیالات کو جوڑنے، معنی خیز ڈھانچے بنانے، اور مضامین کی گہری تفہیم حاصل کرنے کی ترغیب دیتی ہے۔

3- **طریقہ کار کا علم (Procedural Knowledge):** طریقہ کار کا علم ان طریقوں، عمل، تکنیکوں، اور مہارتوں سے متعلق ہوتا ہے جو کام کو موثر طریقے سے انجام دینے کے لیے استعمال ہوتے ہیں۔ اس میں طلباء کو یہ جاننا ضروری ہوتا ہے کہ کسی مخصوص عمل کو کس طرح انجام دیا جائے، مسائل کو حل کیا جائے، یا مرحلہ وار طریقہ کار پر عمل کیا جائے۔ مثال کے طور پر، الجبرا کے مساوات حل کرنا، لیبارٹری میں تجربہ کرنا، یا تحریر میں گرائمر کے قواعد کا اطلاق کرنا اس زمرے میں آتا ہے۔ طریقہ کار کا علم عملی مشق اور اطلاق پر زور دیتا ہے، جس سے طلباء نظریاتی تفہیم کو عملی کارکردگی میں منتقل کر سکتے ہیں۔ یہ مہارت پر مبنی، پیشہ ورانہ اور فنی تعلیم میں خاص اہمیت رکھتا ہے۔

4- **فرا علمی علم (Metacognitive Knowledge):** فرا علمی علم، نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی میں علم کی سب سے اعلیٰ اور پیچیدہ شکل ہے، کیونکہ یہ طلباء کی اپنے سوچنے اور سیکھنے کے عمل سے آگاہی کو ظاہر کرتا ہے۔ اس میں یہ جاننا شامل ہے کہ کون سی حکمت عملی کب اور کیسے استعمال کی جائے اور اپنے ترقی کے بارے میں غور و فکر کرنا۔ مثال کے طور پر، یہ پہچاننا کہ کسی متن کو جلدی پڑھنا (skimming) بہتر ہے یا گہرائی سے مطالعہ کرنا (deep reading)، یا یہ جائزہ لینا کہ آیا مطالعے کی عادات موثر ہیں، فرا علمی علم کی نمائندگی کرتا ہے۔ یہ زمرہ خود ضابطہ سیکھنے (self-regulated learning) پر زور دیتا ہے، جس سے طلباء اپنی تعلیم کی منصوبہ بندی، نگرانی اور تشخیص کر سکتے ہیں۔ فرا علمی مہارتوں کی ترقی سے، معلم طلباء کو آزاد اور خود مختار سیکھنے والا بننے میں مدد دیتا ہے جو زندگی بھر نئے چیلنجز کے مطابق اپنے آپ کو ڈھال سکتا ہے۔

8.7.5 بلوم کی اصل ٹیکسونومی-1956 اور نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی-2001 میں اہم فرق

(Key differences between Bloom's original taxonomy-1956 and revised taxonomy- 2001)

(a) اصطلاحات کا تبدیل ہونا Nouns سے Verbs کی طرف

(Terminology Shift from Nouns to Verbs): نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی میں سب سے اہم تبدیلی اصطلاحات میں ہوئی ہے، جہاں علم کی سطحوں کو ناموں (nouns) کے بجائے افعال (verbs) کے طور پر بیان کیا گیا ہے۔ اصل ٹیکسونومی میں Knowledge، Application، Comprehension جیسے nouns استعمال کیے گئے، جبکہ نظر ثانی شدہ ورژن میں انہیں افعال میں تبدیل کیا گیا ہے:

Remember, Understand, Apply, Analyse, Evaluate, Create۔ یہ تبدیلی اس بات پر زور دیتی ہے کہ سیکھنے کا عمل سرگرم ہونا چاہیے اور طلباء سے متوقع کاموں کو ظاہر کرتی ہے، نہ کہ صرف معلومات یاد رکھنے کو۔

(b) تخلیق کو سب سے اوپر رکھنا (Create at the Top of the Hierarchy): ایک اور اہم فرق اعلیٰ سطحوں کے ترتیب میں ہے۔ اصل ٹیکسونومی میں Synthesis، Evaluation کے نیچے تھی، جو اس بات کو ظاہر کرتی تھی کہ معلومات کی تشخیص نئے خیالات پیدا کرنے سے زیادہ اعلیٰ سطح کا عمل ہے۔ نظر ثانی شدہ ماڈل میں تخلیق (Create) سابق ترکیب (Synthesis) کو سب سے اوپر رکھا گیا ہے۔ یہ تبدیلی اس یقین کو ظاہر کرتی ہے کہ نئے خیالات پیدا کرنا، حل ڈیزائن کرنا یا اصل کام تخلیق کرنا سب سے پیچیدہ اور اعلیٰ علمی عمل ہے۔ تخلیقیت کو سب سے اوپر رکھ کر، یہ ماڈل 21 ویں صدی کے تعلیمی مقاصد جیسے اختراع اور مسئلہ حل کرنے کی ضروریات کے مطابق ہے۔

(c) علم کی جہت کا اضافہ (Addition of the Knowledge Dimension): نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی میں ایک دوسرا طول (dimension) بھی شامل کیا گیا ہے، جس سے فریم ورک دو جہتی (two-dimensional) ہو گیا ہے۔ Cognitive Process کے چھ سطحوں کے علاوہ، Knowledge Dimension بھی شامل ہے، جو چار اقسام پر مشتمل ہے: Conceptual، Factual، Procedural، اور Metacognitive knowledge۔ اس دو جہتی ڈھانچے سے سیکھنے کے مقاصد کو زیادہ تفصیل اور درستگی سے بیان کیا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر، اساتذہ اس بات کی وضاحت کر سکتے ہیں کہ ایک سیکھنے والے کو تصوراتی علم (علمی جہت) کے اندر تجزیہ (علمی عمل) کرنا چاہیے۔ اس جہت کا اضافہ ہدایات، تشخیصات، اور نصاب کو ڈیزائن کرنے کے لیے ایک بھرپور فریم ورک فراہم کرتا ہے جو اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ طالب علم کیا جانتے ہیں اور وہ اس کے بارے میں کیسے سوچتے ہیں۔

یہ موازنہ ظاہر کرتا ہے کہ نظر ثانی شدہ ماڈل زیادہ متحرک، عملی، اور جدید تعلیمی ترجیحات کے مطابق ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی میں علم یا قوفی کی سطحوں کو کس شکل میں پیش کیا گیا ہے؟
2. تخلیق (Create) کو نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی میں کس مقام پر رکھا گیا ہے اور اس کی اہمیت کیا ہے؟
3. Knowledge Dimension کے چار اقسام کون سی ہیں؟
4. Cognitive Process Dimension کی سب سے پہلی اور سب سے اعلیٰ سطح کون سی ہیں؟

8.8 بلوم کی ٹیکسونومی کو تعلیمی معیاروں کے ساتھ جوڑنا

(Linking Bloom's Taxonomy with Academic Standards)

بلوم کی ٹیکسونومی صرف تعلیمی مقاصد کو درجہ بندی کرنے کا فریم ورک نہیں ہے بلکہ یہ ایک قیمتی آلہ بھی ہے جو اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ تعلیمی معیار (Academic Standards) منظم طور پر واضح کیے جائیں اور حاصل کیے جائیں۔ تعلیمی معیار وہ متوقع نتائج ہیں جو طلباء کو مختلف کلاسوں یا سطحوں پر حاصل کرنے چاہئیں۔ بلوم کے ہیرارکل فریم ورک کو تعلیمی معیاروں کے ساتھ جوڑ کر، معلمین یہ یقینی بنا سکتے ہیں کہ تدریس اور تشخیص کے طریقے مربوط، مستحکم اور طلباء کی جامع نشوونما پر مرکوز ہوں۔

یہ ربط اس بات کو بھی یقینی بناتا ہے کہ کلاس روم میں بیان کیے گئے مقاصد، سیکھنے کی سرگرمیاں، اور تشخیصی طریقے ایک دوسرے کے مطابق ہوں، جس سے طلباء کو نہ صرف علم یاد رکھنے بلکہ تجزیہ کرنے، سمجھنے، اطلاق کرنے، اور تخلیق کرنے کے مواقع بھی فراہم ہوں۔ اس طرح، بلوم کی ٹیکسونومی تعلیمی معیاروں کے حصول کے لیے ایک عملی اور منظم راہ فراہم کرتی ہے۔

8.8.1 تعلیمی معیاروں کا مطلب (Meaning of Academic Standards)

تعلیمی معیاروں سے مراد وہ مقررہ پیمانے یا اصول ہیں جن کے ذریعے طلبہ کی تعلیمی کارکردگی، علم، مہارت اور سمجھ بوجھ کا اندازہ لگایا جاتا ہے۔ یہ معیار تعلیمی نظام میں یکسانیت، معیارِ تعلیم اور طلبہ کی ترقی کو یقینی بنانے میں مدد دیتے ہیں۔

8.8.2 تعریف (Definition)

تعلیمی معیار واضح طور پر بیان کیے گئے جملے ہیں جو بتاتے ہیں کہ طلباء کو مختلف تعلیمی مراحل میں کیا جاننا، سمجھنا اور کرنے کے قابل ہونا چاہیے۔ یہ تدریس و تعلم کے عمل میں معیار اور کامیابی کے لیے ایک معیار کے طور پر کام کرتے ہیں۔

- مثال: نویں جماعت کے آخر تک، طلباء کو یہ قابل ہونا چاہیے کہ وہ ”ادبی متون کا تجزیہ کریں تاکہ موضوعات کی نشاندہی کی جاسکے اور مصنف کے مقصد کا جائزہ لیا جاسکے۔“

8.8.3 تعلیمی معیار کی اقسام (Types of Academic Standards)

1- مواد کے معیار (Content Standards): مواد کے معیار وہ مخصوص علم اور مضمون کی معلومات بیان کرتے ہیں جو طلباء کو سیکھنے کی توقع ہوتی ہے۔ یہ واضح کرتے ہیں کہ طلباء کو کسی مخصوص مضمون میں کیا جاننا چاہیے اور نصاب کی تیاری اور تدریس کے لیے رہنما فراہم کرتے ہیں۔ مواد کے معیار معلمین کے لیے ایک نقشہ فراہم کرتے ہیں تاکہ اہم تصورات، حقائق، اور اصول منظم انداز میں شامل کیے جائیں۔ مثال کے طور پر، تاریخ میں ایک مواد کا معیار یہ ہو سکتا ہے کہ طلباء دوسری جنگ عظیم کے اسباب اور اثرات کو سمجھیں، تاکہ وہ مطلوبہ علمی معلومات حاصل کر سکیں۔

2- کارکردگی کے معیار (Performance Standards): کارکردگی کے معیار وہ سطح یا معیار بیان کرتے ہیں جو طلباء کو علم میں مہارت ظاہر کرنے کے لیے دکھانا ہوتا ہے۔ یہ معیار صرف یہ نہیں بتاتے کہ طلباء کو کیا جاننا چاہیے بلکہ اس بات پر بھی توجہ دیتے ہیں کہ وہ اپنی معلومات کو کس حد تک مؤثر طریقے سے استعمال کر سکتے ہیں۔ کارکردگی کے معیار قابل پیمائش اصول فراہم کرتے ہیں جو تدریس اور تشخیص دونوں کے لیے رہنمائی کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، انگریزی میں ایک کارکردگی کا معیار یہ ہو سکتا ہے کہ طلباء ایک تنقیدی مضمون لکھ سکیں جس میں واضح تھیس اور حمایتی شواہد شامل ہوں، تاکہ طلباء نہ صرف مواد کو سمجھیں بلکہ اسے مؤثر طریقے سے پیش بھی کر سکیں۔

3- عمل کے معیار (Process Standards): عمل کے معیار ان مہارتوں، حکمت عملیوں، اور طریقوں پر زور دیتے ہیں جو طلباء کو اپنے سیکھنے کے عمل میں ترقی دینے چاہیے۔ مواد یا کارکردگی کے معیار کے برعکس، جو علم یا مہارت پر توجہ دیتے ہیں، عمل کے معیار اس بات پر توجہ دیتے ہیں کہ طلباء کس طرح سوچتے ہیں، مسائل حل کرتے ہیں، اور کاموں کا سامنا کرتے ہیں۔ یہ معیار تنقیدی سوچ، مسئلہ حل کرنے کی مہارت، تحقیق، اور دیگر منتقل ہونے والی مہارتوں کی ترقی کی حوصلہ افزائی کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، ریاضی میں ایک عمل کا معیار یہ ہو سکتا ہے کہ طلباء حقیقی دنیا کے ریاضیاتی مسائل حل کرنے کے لیے مسئلہ حل کرنے کی حکمت عملیوں کا اطلاق کریں، جس سے مہارت کے مؤثر استعمال اور استدلال کی اہمیت واضح ہوتی ہے۔

یہ تینوں معیار مل کر یہ یقینی بناتے ہیں کہ سیکھنے کا عمل علم پر مبنی، مہارت پر مرکوز، اور قابل پیمائش ہو۔

8.8.4 بلوم کے ٹیکسونومی کا معیار کے قیام میں کردار

(Role of Bloom's Taxonomy in Setting Standards)

بلوم کا ٹیکسونومی سیکھنے کے مقاصد کو تعلیمی معیارات کے ساتھ ہم آہنگ کرنے کے لیے ایک منظم فریم ورک فراہم کرتا ہے۔

(a) پیچیدگی کے لحاظ سے سیکھنے کے نتائج کی درجہ بندی

(Classifying Learning Outcomes by Complexity): بلوم کا ٹیکسونومی تعلیمی معیارات کی حمایت کرنے کے اہم طریقوں میں سے ایک یہ ہے کہ یہ سیکھنے کے نتائج کو ان کی پیچیدگی کے لحاظ سے واضح درجہ بندی فراہم کرتا ہے۔ ٹیکسونومی کی سطحیں—یاد رکھنا (Remember) اور سمجھنا (Understand) سے لے کر لگانا (Apply)، تجزیہ کرنا (Analyse)، جائزہ لینا (Evaluate)، اور تخلیق کرنا (Create) اساتذہ کو بنیادی علم کے حصول اور اعلیٰ درجے کی علمی مہارتوں میں تمیز کرنے کی اجازت دیتی ہیں۔ یہ درجہ بندی یہ یقینی بناتی ہے کہ معیارات محض حفظِ ماضی تک محدود نہ ہوں بلکہ تنقیدی سوچ، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، اور تخلیقی صلاحیتوں کو بھی شامل کریں۔ مثال کے طور پر:

- ایک کم سطح کا معیار طلباء سے مثلث کے رقبے کا فارمولا یاد کرنے کو کہتا ہے، جو یاد رکھنا (Remember) کی سطح سے ہم آہنگ ہے۔
- ایک اعلیٰ سطح کا معیار طلباء سے جیومیٹری کے اصولوں کے استعمال سے پارک کا نقشہ تیار کرنے کو کہتا ہے، جو تخلیق (Create) کی سطح سے مطابقت رکھتا ہے۔

معیارات کو علمی سطحوں سے منسلک کر کے، اساتذہ نصاب اور تعلیم کو اس طرح ترتیب دے سکتے ہیں کہ طلباء کی علمی صلاحیتیں مرحلہ وار ترقی کریں۔

(b) مقاصد، تدریس، اور تشخیص کی ہم آہنگی کو یقینی بنانا

(Ensuring Alignment of Objectives, Teaching, and Assessment): بلوم کا ٹیکسونومی سیکھنے کے مقاصد، تدریسی حکمت عملیوں، اور تشخیصی طریقوں کے درمیان ہم آہنگی کو فروغ دیتا ہے۔ سیکھنے کے مقاصد یہ بیان کرتے ہیں کہ طلباء سے کیا حاصل کرنے کی توقع ہے، تدریسی طریقے یہ طے کرتے ہیں کہ علم اور مہارتیں کس طرح فراہم کی جائیں گی، اور تشخیص یہ ماپتی ہے کہ مقاصد کس حد تک پورے ہوئے ہیں۔

بلوم کا فریم ورک عمل پر مبنی افعال (action verbs) اور درجہ بندی شدہ زمرے فراہم کرتا ہے جو براہِ راست معیارات سے منسلک کیے جاسکتے ہیں، اس طرح تعلیم کے تمام اجزاء میں ہم آہنگی ممکن ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر:

- اگر کوئی معیار طلباء سے مختلف توانائی کے ذرائع کے پائیداری کے لحاظ سے جائزہ (Evaluate) لینے کا کہتا ہے، تو تدریسی حکمت عملیوں میں تنقیدی تجزیہ، مباحثہ یا بحث شامل ہونی چاہیے۔
- تشخیص میں طلباء کی صلاحیت کو ثبوت کی بنیاد پر معقول فیصلے کرنے کی پیمائش کی جانی چاہیے۔

یہ ہم آہنگی پالیسی کی سطح کے معیارات اور کلاس روم کی سطح پر تعلیم کے درمیان خلا کو پر کرتی ہے اور تعلیمی سرگرمیوں کو مقصدی اور مؤثر بناتی ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. تعلیمی معیار (Academic Standards) سے کیا مراد ہے؟ ایک مثال کے ساتھ وضاحت کریں۔
2. بلوم کی ٹیکسونومی تعلیمی معیاروں کے قیام میں کس طرح مدد فراہم کرتی ہے؟
3. بلوم کی ٹیکسونومی کے مطابق تدریسی مقاصد، تدریس، اور تشخیص کے درمیان ہم آہنگی کیوں ضروری ہے؟

8.9 کلاس روم میں عملی اطلاق (Applications in Classroom Practice)

(a) نصاب کے نتائج کی تیاری (Designing Curriculum Outcomes): بلوم کا ٹیکسونومی اساتذہ کو مختلف علمی سطحوں پر نصاب کے نتائج تیار کرنے کے لیے منظم فریم ورک فراہم کرتا ہے، جس سے کم درجے اور اعلیٰ درجے کی مہارتوں کی متوازن ترقی یقینی بنتی ہے۔ سیکھنے کے مقاصد کی علمی پیچیدگی کو مد نظر رکھتے ہوئے، اساتذہ ایسی سرگرمیاں تخلیق کر سکتے ہیں جو طلباء کو بنیادی علم کے حصول سے لے کر تنقیدی سوچ اور تخلیق تک مرحلہ وار لے جائیں۔

مثال کے طور پر، سائنس کے کلاس روم میں:

- طلباء سب سے پہلے قابل تجدید توانائی (Remember) کی تعریف کریں گے،
- پھر ماڈل استعمال کرتے ہوئے شمسی توانائی کی تبدیلی کو ظاہر کریں گے (Apply)،
- اور آخر میں دیہی علاقوں میں ہوا سے توانائی کے فوائد اور محدودیتوں کا جائزہ لیں گے (Evaluate)۔

اس طرح کی منظم نصاب کی منصوبہ بندی یہ یقینی بناتی ہے کہ سیکھنے کے تجربات جامع، ترتیب وار، اور مطلوبہ تعلیمی معیارات کے مطابق ہوں۔

(b) سیکھنے کے مقاصد کو عمل پر مبنی افعال کے ذریعے ترتیب دینا

(Framing Learning Objectives Using Action Verbs): بلوم کی درجہ بندی کے عمل افعال (Action Verbs) تعلیمی مقاصد لکھتے وقت وضاحت اور تخصیص فراہم کرتے ہیں۔ یہ طلباء کے قابل مشاہدہ اور قابل پیمائش رویوں کی نشاندہی کرتے ہیں، جس سے اساتذہ کے لیے تدریس اور جانچ کا ڈیزائن بنانا آسان ہو جاتا ہے جو براہ راست علمی یا وقوفی مقاصد کے مطابق ہو۔ مثال کے طور پر، یاد

رکھنے (Remembering) کی سطح پر مقاصد میں ایسے افعال شامل ہو سکتے ہیں جیسے فہرست بنانا (list)، یاد کرنا (recall)، یا شناخت کرنا (identify)، جبکہ سمجھنے (Understanding) کے مقاصد میں افعال استعمال کیے جاسکتے ہیں جیسے وضاحت کرنا (explain)، خلاصہ کرنا (summarize)، یا تشریح کرنا (interpret)۔ اطلاق (Applying) کے مقاصد میں مظاہرہ کرنا (demonstrate)، حل کرنا (solve)، یا نافذ کرنا (implement) شامل ہو سکتا ہے، جبکہ تجزیہ (Analysing) کے مقاصد میں موازنہ کرنا (compare)، امتیاز کرنا (differentiate)، یا جانچنا (examine) جیسے افعال استعمال ہو سکتے ہیں۔ اعلیٰ سطحی مقاصد جیسے جانچنا (Evaluating) میں افعال شامل ہوتے ہیں جیسے تنقید کرنا (critique)، جواز پیش کرنا (justify)، یا جانچنا / پرکھنا (assess)، اور تخلیق (Creating) کے مقاصد میں ڈیزائن کرنا (design)، تیار کرنا (develop)، یا تعمیر کرنا (construct) شامل ہیں۔ ان افعال کا استعمال تدریس اور جانچ دونوں میں درستگی کو یقینی بناتا ہے۔

(c) ہر سطح سے منسلک احتسابی حکمت عملی

(Assessment Strategies Linked to Each Level): بلوم کی درجہ بندی ہر سطح کے لیے مناسب تشخیصی حکمت عملی کے انتخاب میں بھی رہنمائی کرتی ہے:

- Remember: کثیر الانتخاب (MCQs) یا حقائق یاد کرنے کی مشقیں۔
- Understand: مختصر جوابی وضاحت یا تلخیص کے کام۔
- Apply: عملی مشقیں، مسئلہ حل کرنے کے کام، یا مظاہرے۔
- Analyse: کیس اسٹڈی تجزیہ یا موازنہ کی مشقیں۔
- Evaluate: مباحثے، مضامین، یا تنقیدی جائزے۔
- Create: پروجیکٹ کی بنیاد پر سیکھنا، اختراعی کام، یا پیش کش۔

یہ ہم آہنگی یہ یقینی بناتی ہے کہ تشخیص مطلوبہ سیکھنے کے نتائج کی صحیح عکاسی کرے اور گہری، معنی خیز سیکھنے کو فروغ دے۔

8.9.1 مثال: بلوم کے ٹیکسونومی کو معیارات سے جوڑنا

(Example: Linking Bloom's Taxonomy to Standards)

اس رابطے کو عملی بنانے کے لیے، درج ذیل جدول یہ ظاہر کرتا ہے کہ کس طرح ایک سیکھنے کا مقصد بلوم کی سطحوں، تدریسی حکمت عملیوں، تشخیصی آلات، اور حاصل کیے جانے والے معیار سے منسلک کیا جاسکتا ہے:

پورا کیا گیا معیار (Standard Met)	احتسابی آلہ (Assessment Tool)	تدریسی طریقہ (Teaching Method)	بلوم کی سطح (Bloom's Level)	سیکھنے کا مقصد (Learning Objectives)
مواد کا معیار (Content Standard)	MCQs، زبانی سوال جواب	لیکچر، فلیش کارڈز	یاد رکھنا (Remember)	بھارت کی آزادی کی تحریک کے اہم واقعات یاد کریں
مواد کا معیار (Content Standard)	مختصر تحریری وضاحت	گروپ ڈسکشن، بصری آلات	سمجھنا (Understand)	جمہوریت کا تصور آسان الفاظ میں بیان کریں
عمل کا معیار (Process Standard)	لفظی مسائل (Word problems)	مسئلہ حل کرنے کے کام	اطلاق (Apply)	رفتار = فاصلہ / وقت کے فارمولے کو عملی زندگی میں استعمال کریں
مواد اور عمل کا معیار (Content & Process Standard)	مضمون، تصوراتی نقشے (Concept maps)	ادبی تجزیہ، ساتھیوں سے بحث	تجزیہ کرنا (Analyse)	شیکسپیر کے کسی ڈرامہ کے کرداروں کے محرکات کا تجزیہ کریں
کارکردگی کا معیار (Performance Standard)	تنقیدی مضمون، روبریک کے مطابق فیصلہ	مباحثہ، کیس اسٹڈی	جائزہ لینا (Evaluate)	تعلیم پر کسی سرکاری پالیسی کی افادیت کا جائزہ لیں
کارکردگی اور عمل کا معیار (Performance & Process Standard)	پریزنٹیشن، پروٹو ٹائپ مظاہرہ	پروجیکٹ کی بنیاد پر سیکھنا، لیبارٹری تجربات	تخلیق کرنا (Create)	پانی صاف کرنے کے طریقوں پر سائنسی پروجیکٹ ڈیزائن کریں

یہ جدول واضح کرتا ہے کہ بوم کا ٹیکسونومی کس طرح تعلیمی عمل اور تعلیمی معیارات کے درمیان برتج کا کردار ادا کرتا ہے۔

8.9.2 اساتذہ اور معلمین کے لیے مضمرات (Implications for Teachers and Educators)

بلوم کا ٹیکسونومی، چاہے اپنی اصل شکل میں ہو یا نظر ثانی شدہ (Revised) شکل میں، صرف ایک نظریاتی ماڈل نہیں بلکہ ایک عملی رہنما کے طور پر بھی کام کرتا ہے جو اساتذہ کو تدریسی مقاصد ترتیب دینے، تدریسی حکمت عملی ڈیزائن کرنے، اور سیکھنے کے نتائج کی تشخیص کرنے میں

مدد دیتا ہے۔ اساتذہ کے لیے یہ ایک نقشہ ہے جو انہیں محض حفظِ ماضی سے آگے بڑھ کر طلباء میں اعلیٰ درجے کی سوچ کی مہارتیں فروغ دینے میں رہنمائی فراہم کرتا ہے۔

8.9.3 سبق کی منصوبہ بندی کے لیے ٹیکسونومی کا استعمال (Using Taxonomy for Lesson Planning)

بلوم کے ٹیکسونومی کے سب سے اہم عملی مضمرات میں سے ایک سبق کی منصوبہ بندی میں اس کا استعمال ہے۔

(a) واضح سیکھنے کے مقاصد کا تعین (Setting Clear Learning Objectives): بلوم کے عمل پر مبنی افعال (Action Verbs) اساتذہ کو درست اور قابلِ پیمائش سیکھنے کے مقاصد وضع کرنے کی اجازت دیتے ہیں، جو واضح کرتے ہیں کہ طلباء سے کیا حاصل کرنے کی توقع ہے۔

مثال کے طور پر، مبہم جملے جیسے ”طلباء فوتو سنتھیسز کو سمجھیں گے“ کی بجائے، اساتذہ ایسے مقاصد وضع کر سکتے ہیں جو براہِ راست علمی یاوقوفی سطحوں سے ہم آہنگ ہوں۔

• تفصیلی مقصد: ”طلباء فوتو سنتھیسز کے عمل کی وضاحت کر سکیں گے (Understand) اور اس علم کو استعمال کرتے ہوئے ماڈل تجربہ تیار کر سکیں گے (Apply/Create)۔“

یہ طریقہ کار مقاصد کو قابلِ مشاہدہ اور قابلِ تشخیص بناتا ہے، جس سے طلباء کی سیکھنے کی کارکردگی کا جائزہ لینا آسان ہو جاتا ہے اور تدریسی سرگرمیاں مطلوبہ نتائج کے مطابق ترتیب دی جاسکتی ہیں۔ واضح مقاصد طلباء کو توقعات سمجھنے اور اپنے سیکھنے کی ذمہ داری لینے میں بھی مدد دیتے ہیں۔

(b) سیکھنے کی سرگرمیوں کی ترتیب (Sequencing Learning Activities): بلوم کے ٹیکسونومی کا ایک اور عملی استعمال سبق کی سرگرمیوں کو کم درجے سے اعلیٰ درجے کی علمی یاوقوفی مہارتوں کی طرف ترتیب دینے میں ہے۔ مرحلہ وار سبق ترتیب دے کر، اساتذہ طلباء کو بنیادی علم کے حصول سے لے کر تنقیدی سوچ اور تخلیقی مسئلہ حل کرنے کی صلاحیتوں تک رہنمائی فراہم کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر، ایک ریاضی کے سبق میں:

1. ٹیبل یاد کرنا (Remember)

2. ٹیبل کو بار بار جمع کے طور پر سمجھانا (Understand)

3. ٹیبل کو لفظی مسائل میں استعمال کرنا (Apply)

4. کسی مسئلے کو حل کرنے کے مختلف طریقوں کا تجزیہ کرنا (Analyse)

5. سب سے مؤثر طریقہ کا جائزہ لینا (Evaluate)

6. ساتھیوں کے لیے نیا مسئلہ تخلیق کرنا (Create)

یہ مرحلہ وار ترتیب طلباء کو پیچیدہ علمی یاوقوفی کاموں میں شامل ہونے سے پہلے مضبوط بنیاد فراہم کرتی ہے۔

(c) تفریق شدہ تدریس (Differentiated Instruction): بلوم کا فریم ورک اساتذہ کو متنوع طلباء کی ضروریات کے مطابق مختلف علمی یاوقوفی سطحوں پر سرگرمیاں ڈیزائن کرنے کی اجازت دیتا ہے۔

- کمزور طلباء کم درجے کے کاموں پر توجہ دے سکتے ہیں، جیسے یاد رکھنا اور سمجھنا۔
- زیادہ پیش رفتہ طلباء کو اعلیٰ درجے کے کاموں، جیسے تجزیہ، جائزہ اور تخلیق، کے ذریعے چیلنج کیا جاسکتا ہے۔

یہ لچک یہ یقینی بناتی ہے کہ تمام طلباء مناسب مشکل کی سطح پر شامل ہوں، جس سے اعتماد اور نشوونما دونوں کو فروغ ملتا ہے۔ تفریق شدہ سرگرمیوں کے ذریعے، اساتذہ شامل تعلیمی تجربات فراہم کر سکتے ہیں جو طلباء کی مکمل صلاحیتوں کو فروغ دیتے ہیں اور گہری، اعلیٰ سطح کی سیکھنے کی مہارتیں پیدا کرتے ہیں۔

8.9.4 احتساب میں درجہ بندی کا استعمال (Using Taxonomy in Assessments)

احتساب (Assessment) تدریس کا ایک اہم جز ہے، اور بلوم کی درجہ بندی (Bloom's Taxonomy) اس بات کی رہنمائی فراہم کرتی ہے کہ اسے سیکھنے کے مقاصد کے ساتھ کس طرح ہم آہنگ کیا جائے۔

(a) **تشکیلی تشخیص (Formative Assessments):** تشکیلی تشخیص سیکھنے کے عمل کے دوران کی جاتی ہے اور اس کا بنیادی مقصد ایسا فیڈبک فراہم کرنا ہے جو تدریس اور طلبہ کی سیکھنے کی حکمت عملی کو بہتر بنائے۔ یہ تشخیص اساتذہ کو یہ پہچاننے میں مدد دیتی ہے کہ طلبہ کہاں مشکلات کا شکار ہیں اور طلبہ کو اپنی فہم اور طریقہ کار کو درست کرنے کا موقع فراہم کرتی ہے۔ تشکیلی تشخیص کی مثالوں میں کونز، گروپ مباحثے، ہم جماعتوں کی نظر ثانی (Peer Review) اور مختصر عکاس مشقیں شامل ہیں۔ بلوم کی درجہ بندی کو براہ راست استعمال کرتے ہوئے ان تشخیصات کو مختلف ذہنی سطحوں کے مطابق ڈیزائن کیا جاسکتا ہے۔ مثلاً، ”یاد رکھنے“ (Remember) کی سطح پر استاد زبانی سوالات کے ذریعے طلبہ کی یادداشت کو پرکھ سکتے ہیں، جب کہ ”سمجھنے“ (Understand) کی سطح پر طلبہ مختصر خلاصے لکھ کر اپنی فہم کا اظہار کر سکتے ہیں۔ ”عملی اطلاق“ (Apply) کی سطح پر، کلاس روم میں دی گئی مشقیں یا مسئلہ حل کرنے کے کام طلبہ کو یہ موقع دیتے ہیں کہ وہ اپنے علم کو حقیقی تناظر میں استعمال کر سکیں، تاکہ اعلیٰ سطحی سوچ کی طرف بڑھنے سے پہلے ان کی بنیاد مضبوط ہو۔

(b) **تلخیصی تشخیص (Summative Assessments):** اختتامی تشخیصی یونٹ، سمسٹر یا کورس کے اختتام پر کی جاتی ہے تاکہ طلبہ کی مجموعی کامیابی اور مواد پر عبور کا جائزہ لیا جاسکے۔ اس میں عموماً معیاری ٹیسٹ، حتمی امتحانات، منصوبے یا پورٹ فولیو شامل ہوتے ہیں۔ بلوم کی درجہ بندی اساتذہ کو ایسی اختتامی تشخیصات بنانے میں رہنمائی دیتی ہے جو صرف یادداشت ہی نہیں بلکہ اعلیٰ سطحی سوچ کو بھی پرکھیں۔ مثلاً ”تجزیہ“ (Analyze) کی سطح پر طلبہ کو کیس اسٹڈی پر مبنی سوالات دیے جاسکتے ہیں جو انہیں تعلقات اور پیٹرنز کا جائزہ لینے پر مجبور کریں۔ ”جائچ“ (Evaluate) کی سطح پر، دلائل پر مبنی مضامین طلبہ کی اس صلاحیت کو پرکھ سکتے ہیں کہ وہ دلائل کو ثبوت کی بنیاد پر کس طرح پرکھتے اور جواز پیش کرتے ہیں۔ ”تخلیق“ (Create) کی سطح پر، طلبہ ایسا منصوبہ یا پورٹ فولیو تیار کر سکتے ہیں جو ان کی تخلیقی صلاحیت، علم کے اطلاق اور اصل پن کو ظاہر کرے، اور ان کی اعلیٰ علمی یا قونی مہارت کی عکاسی کرے۔

(c) **متوازن تشخیصی طریقہ کار (Balanced Assessment Approach):** ایک مؤثر تشخیصی حکمت عملی کو بلوم کی درجہ بندی کے تمام مراحل کا احاطہ کرنا چاہیے، تاکہ طلبہ کو صرف نچلی سطح کی مہارتوں جیسے حفظ پر نہیں پرکھا جائے بلکہ تنقیدی سوچ، مسئلہ حل کرنے اور تخلیقی صلاحیتوں پر بھی جانچا جاسکے۔ مثال کے طور پر، تاریخ کے امتحان میں کثیر الانتخابی سوالات (Multiple Choice Questions) ”یاد رکھنے“ (Remember) کی سطح کو پرکھنے کے لیے، مختصر جوابات ”سمجھنے“ (Understand) کے لیے، ماخذ کا تجزیہ ”تجزیہ“ (Analyze) کے لیے، اور مضامین یا منصوبہ جاتی کام ”جائچ اور تخلیق“ (Evaluate/Create) کی سطح پر طلبہ کی صلاحیت کو پرکھ سکتے ہیں۔ اس طرح، تمام علمی یا قونی سطحوں پر تشخیص کو شامل کر کے، اساتذہ طلبہ کی سیکھنے کا جامع انداز میں جائزہ لے سکتے ہیں، اعلیٰ سطحی سوچ کو فروغ دے سکتے ہیں اور اکیسویں صدی کی مہارتوں کی ترقی کی حمایت کر سکتے ہیں۔

8.9.5 مہارت پر مبنی تعلیم اور CCE کی اہمیت

(Importance for Competency-Based Education and CCE)

(a) **مہارت پر مبنی تعلیم (Competency-Based Education - CBE):** قابلیت پر مبنی تعلیم (Competency-Based Education - CBE) سیکھنے کے عمل کی توجہ کو محض مواد کے احاطے سے ہٹا کر اس بات کو یقینی بنانے پر مرکوز کرتی ہے کہ طلباء مخصوص صلاحیتیں یا مہارتیں حاصل کریں۔ اس طریقہ کار میں حتمی مقصد یہ ہوتا ہے کہ سیکھنے والے محض معلومات یاد کرنے کے بجائے متعین صلاحیتوں پر عبور کا مظاہرہ کریں۔ بلوم کی درجہ بندی (Bloom's Taxonomy) ان صلاحیتوں کو مختلف علمی یا قونی سطحوں پر متعین کرنے اور منظم کرنے کے لیے ایک نہایت قیمتی فریم ورک فراہم کرتی ہے۔ صلاحیتوں کو سوچ کے درجہ وار مراحل یاد رکھنے (Remember) سے لے کر تخلیق (Create) تک کے ساتھ ہم آہنگ کر کے، اساتذہ ایسے سیکھنے کے تجربات ڈیزائن کر سکتے ہیں جو بتدریج اعلیٰ درجے کی مہارتوں کی طرف بڑھتے ہیں۔ مثال کے طور پر، انگریزی کے ایک کلاس روم میں ایک صلاحیت اس طرح بیان کی جا سکتی ہے: ”طالب علم ایک قائل کرنے والے متن کی افادیت کا جائزہ لے سکتا ہے (Evaluate)“، جو تنقیدی تجزیے کی صلاحیتوں کی

عکاسی کرتی ہے، یا ”طالب علم ایک نیا قائل کرنے والا مضمون لکھ سکتا ہے (Create)“، جو تخلیقی صلاحیت اور اصل کام کی تیاری پر زور دیتی ہے۔ بلوم کے فریم ورک کو استعمال کرتے ہوئے اساتذہ واضح طور پر بیان کر سکتے ہیں کہ طلباء کو کیا کرنا آنا چاہیے، جس سے تدریس اور جانچ با مقصد تعلیمی نتائج کی طرف مرکوز رہتی ہے۔

(b) ہمہ جہتی اور مسلسل جانچ (Continuous and Comprehensive Evaluation - CCE): ہمہ جہتی اور مسلسل جانچ (CCE) طلبہ کی ہمہ گیر تشخیص پر زور دیتی ہے، جس میں تدریسی (اکیڈمک) اور غیر تدریسی (زندگی کی مہارتیں، اقدار، اور رویے) دونوں پہلوؤں کو شامل کیا جاتا ہے۔ بلوم کی درجہ بندی CCE کی مدد کرتی ہے کیونکہ یہ علمی یا قونی (Cognitive)، جذباتی (Affective)، اور عملی (Psychomotor) شعبوں میں قابلِ پیمائش مقاصد کے ڈیزائن کے لیے ایک منظم طریقہ فراہم کرتی ہے۔ اس کی بدولت اساتذہ مختلف قسم کے تشخیصی اوزار تیار کر سکتے ہیں۔ جیسے منصوبے، کردار ادا کرنا (Role Plays)، مباحثے، اور پورٹ فولیو جو سیکھنے کے نتائج کے وسیع دائرے کو اجاگر کرتے ہیں۔ اس طرح CCE روایتی یادداشت پر مبنی جانچ سے آگے بڑھ کر سمجھ، اطلاق، تنقیدی سوچ اور تخلیقی صلاحیتوں کا جائزہ لیتی ہے۔ مثلاً، طلبہ کا جائزہ صرف اس بات پر نہ لیا جائے کہ وہ کسی تاریخی واقعے کے حقائق یاد کر سکتے ہیں یا نہیں، بلکہ اس پر بھی لیا جائے کہ وہ اس کے اسباب کا تجزیہ کر سکتے ہیں، نتائج کا اندازہ لگا سکتے ہیں، اور ایسی پریزنٹیشنز یا ماڈلز تیار کر سکتے ہیں جو گہری فہم کو ظاہر کریں۔ بلوم کا فریم ورک اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ CCE منظم، متوازن، اور طلبہ میں اکیسویں صدی کی مہارتوں کی نشوونما کے لیے موزوں ہو۔

8.9.6 طلباء مرکوز تعلیم کی معاونت (Supporting Learner-Centred Education)

جدید تدریسی طریقے اساتذہ پر مرکوز تعلیم (Teacher-Centred) سے طلباء مرکوز تعلیم (Learner-Centred) کی طرف منتقلی پر زور دیتے ہیں۔ بلوم کی درجہ بندی (Bloom's Taxonomy) اس تبدیلی میں ایک اہم کردار ادا کرتی ہے۔

(a) سرگرم سیکھنے کو فروغ دینا (Promoting Active Learning): بلوم کی درجہ بندی طلبہ کو محض معلومات وصول کرنے کے بجائے سیکھنے میں سرگرم شرکت پر ابھارتی ہے۔ علمی یا قونی عمل (Cognitive Processes) کے گرد سیکھنے کی سرگرمیوں کو ترتیب دے کر، اساتذہ طلبہ کو سوال کرنے، دریافت کرنے اور خود سے علم تخلیق کرنے کی ترغیب دے سکتے ہیں۔ مثلاً ماحولیاتی مسائل پر صرف لیکچر دینے کے بجائے، استاد طلبہ سے یہ کہہ سکتا ہے کہ وہ پلاسٹک کے استعمال میں کمی کے حل ڈیزائن کریں (Create)۔ ایسی سرگرمیاں تجسس، شمولیت اور گہری سمجھ بوجھ کو فروغ دیتی ہیں، جس سے سیکھنا بامعنی اور طلبہ پر مبنی بن جاتا ہے۔ سرگرم سیکھنا تعاون، مباحثے اور عملی تجربات کو بھی فروغ دیتا ہے، جو اعلیٰ سطحی سوچ کی مہارتیں پیدا کرنے کے لیے نہایت ضروری ہیں۔

(b) تنقیدی اور تخلیقی سوچ کی نشوونما (Developing Critical and Creative Thinking): بلوم کی درجہ بندی کی اعلیٰ سطحیں: تجزیہ (Analyse)، جانچ (Evaluate) اور تخلیق (Create) خاص طور پر تنقیدی اور تخلیقی سوچ کی پرورش کے لیے اہم ہیں۔ یہ علمی یاوقنی عمل طلبہ کو مسئلہ حل کرنے، درست فیصلے کرنے اور نئے اور مؤثر حل تیار کرنے پر ابھارتے ہیں، جو اکیسویں صدی میں کامیابی کے لیے بنیادی حیثیت رکھتے ہیں۔ مثلاً کسی سماجی مسئلے کے اسباب کا تجزیہ کرنا، ممکنہ مداخلتوں کی مؤثریت کا جائزہ لینا، اور عملی منصوبہ تیار کرنا، طلبہ کو ایسے ہنر فراہم کرتا ہے جن کے ذریعے وہ حقیقی دنیا کے پیچیدہ مسائل کا مقابلہ کر سکیں۔ نصاب اور تشخیص میں ان سطحوں کو منظم طریقے سے شامل کر کے، اساتذہ ایسے طلبہ تیار کر سکتے ہیں جو نہ صرف علم رکھتے ہیں بلکہ آزاد اور تخلیقی سوچنے کی صلاحیت بھی رکھتے ہیں۔

(c) خود منظم سیکھنے والوں کو با اختیار بنانا (Empowering Self-Regulated Learners): بلوم کا فریم ورک، خاص طور پر اس کا میٹا لگنیٹو علم (Metacognitive Knowledge) پر زور، طلبہ کو خود منظم سیکھنے والا بننے کے قابل بناتا ہے۔ اپنی سوچ اور سیکھنے کی حکمت عملی پر غور کر کے، طلبہ یہ صلاحیت پیدا کرتے ہیں کہ وہ اپنی سیکھنے کی روش کو جانچ سکیں، اس پر نظر رکھ سکیں اور اس میں بہتری لاسکیں۔ اساتذہ طلبہ کی رہنمائی ایسے سوالات کے ذریعے کر سکتے ہیں: ”کون سی حکمت عملی میرے لیے کارآمد رہی؟ میں کس طرح بہتری لاسکتا ہوں؟“ یہ عکاس عمل خود آگاہی، ذمہ داری اور مؤثر سیکھنے کی عادات کو فروغ دیتا ہے۔ وقت کے ساتھ ساتھ طلبہ اپنی تعلیم کی ذمہ داری لینا سیکھ لیتے ہیں، اہداف مقرر کرتے ہیں، پیشرفت پر نظر رکھتے ہیں، اور وسائل کو خود سے تلاش کرتے ہیں۔

(d) تاعمر سیکھنے کی حوصلہ افزائی (Encouraging Lifelong Learning): آخر میں، بلوم کی درجہ بندی طلبہ کو عمر بھر سیکھنے کے لیے تیار کرتی ہے، تاکہ وہ رسمی تعلیم سے آگے بڑھ کر علمی یاوقنی اور ذاتی نشوونما کا سلسلہ جاری رکھ سکیں۔ اعلیٰ سطحی سوچ، تخلیقی صلاحیت، مسئلہ حل کرنے اور خود عکاسی پر زور دے کر، یہ فریم ورک طلبہ کو لچکدار، جستجو رکھنے والے اور خود متحرک بناتا ہے۔ یہ مہارتیں انہیں ایک بدلتی ہوئی دنیا میں رہنمائی کرنے، نئے چیلنجز قبول کرنے اور آزادانہ طور پر علم حاصل کرنے کے قابل بناتی ہیں۔ امتحانات پر صرف توجہ دینے کے بجائے، بلوم کی درجہ بندی ایسے سیکھنے والوں کی پرورش کرتی ہے جو زندگی بھر ترقی کرنے اور کامیاب رہنے کے اہل ہوں، یوں تعلیم ایک پائیدار اثر چھوڑتی ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. بلوم کی ٹیکسونومی نصاب کے نتائج تیار کرنے میں اساتذہ کی کس طرح مدد کرتی ہے؟
2. بلوم کی درجہ بندی ہر سطح کے لیے مناسب تشخیصی حکمت عملی کے انتخاب میں کیسے رہنمائی فراہم کرتی ہے؟
3. CCE میں بلوم کی ٹیکسونومی کس طرح مددگار ثابت ہوتی ہے؟
4. بلوم کی اعلیٰ سطحیں (Analyse, Evaluate, Create) طلبہ میں کونسی مہارتوں کی نشوونما میں اہم کردار ادا کرتی ہیں؟

بلوم کی ٹیکسونومی (1956) تعلیمی مقاصد کو منظم کرنے کا ایک عالمی فریم ورک ہے جو تدریس و تعلم کے عمل کو منظم، مؤثر اور مقصدی بنانے میں مدد دیتا ہے۔ اس کے مطابق سیکھنے کے عمل کو تین بنیادی شعبوں میں تقسیم کیا گیا ہے: علمی یا وقوفی (Cognitive)، جذباتی (Affective)، اور نفسی حرکی (Psychomotor)۔ علمی یا وقوفی شعبہ چھ سطحوں پر مشتمل ہے، جن میں یاد رکھنا، سمجھنا، اطلاق، تجزیہ، تعین قدر، اور تخلیق شامل ہیں۔ یہ درجہ بندی کم سطحی سوچ (LOTS) اور اعلیٰ سطحی سوچ (HOTS) کے درمیان فرق کو واضح کرتی ہے، جس سے طلباء کی سوچنے، سمجھنے اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیتوں میں تدریجی ترقی ممکن ہوتی ہے۔ بلوم کی ٹیکسونومی تدریس، تعلیمی مقاصد، اور جانچ کے درمیان ہم آہنگی پیدا کرنے کے اصول (Golden Triangle) پر زور دیتی ہے، تاکہ تدریسی سرگرمیاں اور تشخیص ایک دوسرے کے مطابق ہوں۔ 2001ء میں اس ٹیکسونومی کی نظر ثانی کی گئی جس میں اصطلاحات کو افعال کی شکل میں بدلا گیا اور ”Create“ کو سب سے اعلیٰ سطح پر رکھا گیا۔ نئے ماڈل میں چار اقسام کے علم—حقائق پر مبنی (Factual)، تصوری (Conceptual)، عملی (Procedural)، اور ماورائے ادراک—(Metacognitive) کو شامل کیا گیا۔ جدید تعلیم میں بلوم کی ٹیکسونومی تنقیدی سوچ، مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت، اور تخلیقی صلاحیتوں کو فروغ دینے کے لیے نہایت اہم کردار ادا کرتی ہے۔

8.11 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

اس یونٹ کے مطالعے کے بعد آپ قابل ہوں گے کہ:

- ◀ بلوم کی ٹیکسونومی (1956) کے بنیادی پس منظر اور مقصد کی وضاحت کر سکیں۔
- ◀ سیکھنے کے تین شعبوں (علمی، جذباتی، نفسی حرکی) کی خصوصیات اور مثالیں بیان کر سکیں۔
- ◀ کم سطحی سوچ (LOTS) اور اعلیٰ سطحی سوچ (HOTS) کے درمیان فرق کر سکیں۔
- ◀ بلوم کی ٹیکسونومی کی طاقتوں اور حدود کا تنقیدی تجزیہ کر سکیں۔
- ◀ اینڈرسن اور کراٹھول (2001) کی نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی کی اہم تبدیلیوں کو بیان کر سکیں۔
- ◀ اصل (1956) اور نظر ثانی شدہ (2001) ٹیکسونومی کا تقابلی جائزہ پیش کر سکیں۔
- ◀ بلوم کی ٹیکسونومی کو تعلیمی معیارات (Academic Standards) کے ساتھ جوڑنے کی وضاحت کر سکیں۔
- ◀ تدریس، نصاب سازی اور تشخیص کے عمل میں بلوم کی ٹیکسونومی کا عملی اطلاق بیان کر سکیں۔
- ◀ Competency-Based Education اور Learner-Centred Education میں بلوم کی ٹیکسونومی کے کردار کو وضاحت کے ساتھ بیان کر سکیں۔

8.12 فرہنگ (Glossary)

الفاظ	معنی
ٹیکسونومی	درجہ بندی کا منظم نظام، چیزوں یا خیالات کو ترتیب سے بیان کرنے کا طریقہ۔ (Taxonomy)
مقاصد	وہ تعلیمی ہدف یا مقصد جو طلبہ سے حاصل کروانا مقصود ہو۔ (Objectives)
علمی	ذہنی یا دماغی صلاحیتوں سے متعلق۔ (Cognitive)
جذباتی	احساسات، رویوں اور اقدار سے متعلق۔ (Affective)
نفسی حرکی	جسمانی حرکات، مہارتوں اور عملی کارکردگی سے متعلق۔ (Psychomotor)
فہم	معلومات کو سمجھنے اور اپنے الفاظ میں بیان کرنے کی صلاحیت۔ (Comprehension)
اطلاق	سیکھی ہوئی معلومات کو نئے حالات میں استعمال کرنے کی صلاحیت۔ (Application)
تجزیہ	معلومات کو حصوں میں بانٹ کر ان کے باہمی تعلق کو سمجھنے کی صلاحیت۔ (Analysis)
ترکیب / تخلیق	مختلف خیالات یا معلومات کو ملا کر کچھ نیا بنانا۔ (Synthesis/Creation)
طریقہ کار کا علم	وہ معلومات جو کسی عمل یا طریقہ کار کو کرنے کے لیے ضروری ہو۔ (Procedural Knowledge)
فرا علمی علم	اپنے سیکھنے اور سوچنے کے عمل کو جاننے اور قابو کرنے کی صلاحیت۔ (Metacognitive Knowledge)

8.13 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی جوابات کے حامل سوالات (Objective Questions)

1. بلوم کی ٹیکسونومی سب سے پہلے کس سال شائع ہوئی؟
 (الف) 1945 (ب) 1956 (ج) 1965 (د) 2001
2. بلوم کی ٹیکسونومی کا بنیادی مقصد کیا تھا؟
 (الف) نصاب تیار کرنا (ب) تدریسی طریقہ بدلنا (ج) تعلیمی مقاصد کو منظم کرنا (د) پالیسی سازی

3. علمی یا وقوفی شعبے کی سب سے پہلی سطح کون سی ہے؟
 (الف) فہم (ب) اطلاق (ج) علم (د) تجزیہ
4. ”تشخیص (Evaluation)“ کس درجے کی نمائندگی کرتا ہے؟
 (الف) سب سے نچلا درجہ (ب) درمیانی درجہ
 (ج) اعلیٰ سطح کی سوچ (د) نفسی حرکی عمل
5. نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی کس نے پیش کی؟
 (الف) بلوم اور آئزرنر (ب) اینڈرسن اور کراٹھول
 (ج) شلمن اور بروئر (د) جان ڈیوی اور پیاجے
6. 2001 کی ترمیم شدہ ٹیکسونومی میں ”Synthesis“ کو کس نام سے بدلا گیا؟
 (الف) Comprehension (ب) Creation
 (ج) Application (د) Evaluation
7. علمی یا وقوفی شعبے میں فہم (Comprehension) کے بعد کون سا مرحلہ آتا ہے؟
 (الف) اطلاق (ب) تجزیہ (ج) ترکیب (د) تشخیص
8. بلوم کی ٹیکسونومی کو اکثر کس شکل میں دکھایا جاتا ہے؟
 (الف) دائرہ (ب) ہرم (Pyramid) (ج) چوکور (د) مثلث
9. ”یاد رکھنا (Remember)“ کس درجہ بندی کا حصہ ہے؟
 (الف) نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی (ب) اصل ٹیکسونومی (ج) دونوں (د) کوئی نہیں
10. ”Analyse“ کس سطح کو ظاہر کرتا ہے؟
 (الف) کم سطحی سوچ (LOTS) (ب) اعلیٰ سطحی سوچ (HOTS)
 (ج) نفسی حرکی سطح (د) جذباتی سطح
11. نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی میں کتنی جہتیں (Dimensions) شامل کی گئیں؟
 (الف) ایک (ب) دو (ج) تین (د) چار
12. ”Procedural Knowledge“ کس چیز کی نمائندگی کرتا ہے؟
 (الف) حقائق (ب) تصورات (ج) طریقہ کار (د) اقدار
13. ”Golden Triangle“ کس چیز کو ظاہر کرتا ہے؟
 (الف) نصاب، استاد اور طلبہ (ب) مقاصد، تدریس اور جانچ

(د) نظریہ، عمل اور تحقیق

(ج) علم، فہم اور اطلاق

14. Competency-Based Education (CBE) میں بلوم کی ٹیکسونومی کا کیا کردار ہے؟

(ب) اعلیٰ سطح کی مہارتوں پر زور دینا

(الف) صرف یادداشت بڑھانا

(د) صرف امتحانات بنانا

(ج) صرف جذباتی تعلیم دینا

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Questions)

1. بلوم کی ٹیکسونومی کے تعلیمی میدان میں کیا مقاصد ہیں؟
2. علمی یا دقونی (Cognitive) شعبے کی پہلی سطح کی وضاحت کریں۔
3. جذباتی (Affective) شعبہ کس پہلو پر زور دیتا ہے؟
4. نفسی حرکی (Psychomotor) شعبے کی ایک مثال دیں۔
5. ”فہم“ اور ”اطلاق“ میں بنیادی فرق بیان کریں۔
6. نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی میں ”Create“ کی اہمیت کیا ہے؟
7. ”Metacognitive Knowledge“ سے کیا مراد ہے؟
8. اصل اور نظر ثانی شدہ ٹیکسونومی میں ایک فرق بیان کریں۔
9. بلوم کی ٹیکسونومی اساتذہ کے لیے کس طرح معاون ہے؟
10. نصاب سازوں کے لیے بلوم کی ٹیکسونومی کی اہمیت کیا ہے؟
11. تعلیمی پالیسی ساز بلوم کی ٹیکسونومی سے کیسے فائدہ اٹھاتے ہیں؟
12. ”Golden Triangle“ کس چیز کو ظاہر کرتا ہے؟
13. Competency-Based Education کے لیے بلوم کی ٹیکسونومی کیوں ضروری ہے؟

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Questions)

1. بلوم کی اصل ٹیکسونومی (1956) کی وضاحت کریں اور اس کے چھ مراحل کو مثالوں کے ساتھ بیان کریں۔
2. سیکھنے کے تین شعبوں (علمی یا دقونی، جذباتی، نفسی حرکی) کی وضاحت کریں۔

3. بلوم کی ٹیکسونومی کی خوبیوں اور خامیوں کا تنقیدی جائزہ لیں۔
4. نظر ثانی شدہ بلوم کی ٹیکسونومی (2001) کی اہم تبدیلیوں کو بیان کریں۔
5. اصل (1956) اور نظر ثانی شدہ (2001) ٹیکسونومی کے درمیان فرق لکھیں۔
6. بلوم کی ٹیکسونومی کو تعلیمی معیارات (Academic Standards) سے کیسے جوڑا جاسکتا ہے؟
7. تدریس اور جانچ کے عمل میں بلوم کی ٹیکسونومی کے کردار پر تفصیلی نوٹ لکھیں۔
8. ”Golden Triangle (Objectives, Teaching, Assessment)“ کی وضاحت کریں۔
9. کلاس روم میں بلوم کی ٹیکسونومی کا عملی اطلاق مثالوں کے ساتھ بیان کریں۔
10. Competency-Based Education اور Learner-Centred Education میں بلوم کی ٹیکسونومی کے کردار پر روشنی ڈالیں۔

8.14 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

1. Bloom, B. S. (Ed.). (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain*. Longmans, Green.
2. Krathwohl, D. R., Bloom, B. S., & Masia, B. B. (1964). *Taxonomy of educational objectives: Handbook II, affective domain*. David McKay.
3. Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.
4. Marzano, R. J., & Kendall, J. S. (2007). *The new taxonomy of educational objectives* (2nd ed.). Corwin Press.
5. Armstrong, P. (2010). *Bloom's taxonomy*. Vanderbilt University Center for Teaching. <https://cft.vanderbilt.edu/guides-sub-pages/blooms-taxonomy/>

6. Suskie, L. (2018). *Assessing student learning: A common-sense guide* (3rd ed.). Jossey-Bass.
7. Orlich, D. C., Harder, R. J., Callahan, R. C., Trevisan, M. S., & Brown, A. H. (2012). *Teaching strategies: A guide to effective instruction* (10th ed.). Cengage Learning.
8. Pohl, M. (2000). *Learning to think, thinking to learn: Models and strategies to develop a classroom culture of thinking*. Hawker Brownlow Education.
9. Wilson, L. O. (2016). *Anderson and Krathwohl – Understanding the revised version of Bloom’s taxonomy*. https://quincycollege.edu/wp-content/uploads/Anderson-and-Krathwohl_Revised-Blooms-Taxonomy.pdf

اکائی-9

تصور کی نوعیت

(Nature of Concept)*

تمہید (Introduction)	9.0
مقاصد (Objectives)	9.1
تصورات کی نوعیت (Nature of Concepts)	9.2
تصورات کی اقسام (Types of Concepts)	9.3
9.3.1 تصور کی تشکیل اور تصور کا انضمام (Concept Formation and Concept Assimilation)	
9.3.2 تصورات کی تدریس کے عمل میں ضروری اور کافی شرائط کی تمیز اور بیان کرنا	
(Distinguishing and stating Necessary and Sufficient conditions in the process of teaching concepts)	
9.3.3 موازنہ اور تضاد (Comparing and Contrasting)	
9.3.4 تدریسی تصورات میں جوابی مثالیں اور غیر مثالیں دینا	
(Giving Counter-Examples and Non-Examples in teaching concepts)	
9.3.5 تدریسی تصورات میں منصوبہ بندی اور ان پر عمل درآمد	
(Planning and Implementing strategies in teaching concepts)	
9.3.6 چیرم ہرونز کا تصور حاصل کرنے کا ماڈل اور ریاضی کی تدریس میں اس کا اطلاق	
(Concept Attainment Model of Jerome Bruner and its Application in Teaching Mathematics)	
خلاصہ (Summary)	9.4
اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)	9.5
فرہنگ (Glossary)	9.6
نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)	9.7

* Prof. Najma Begum, Professor, Dept. of Education & Training, MANUU

9.0 تمہید (Introduction)

اگلے حصے میں، ہم تصورات کی اہمیت کو اپنے ذہنی ڈھانچے کے تعمیراتی بلاکس کے طور پر تسلیم کرتے ہیں اور ان کی تعریفوں میں جاتے ہیں۔ ہم سیکھتے ہیں کہ کس طرح تصورات طلباء کو تعلیم کے دائرے میں ان کی اہمیت کو تسلیم کرتے ہوئے ان کی تنقیدی سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی صلاحیتوں کو بہتر بنانے میں مدد کرتے ہیں۔ مندرجہ ذیل تصورات کو ان کے متعلقہ زمروں میں تقسیم کیا گیا ہے: قدرتی اور مصنوعی، رسمی اور غیر رسمی، اور ٹھوس اور تجربی۔

تجربیدی نظریات کی تعلیم کے لیے ماضی میں مؤثر ثابت ہونے والے طریقہ تدریس تصورات کا مرکز ہے۔ ہم یہ ظاہر کرتے ہیں کہ یہ تقاضے کافی اور مطلوبہ حالات کے درمیان فرق کرنے کی مطابقت کی جانچ کر کے اور مختلف شعبوں سے مثالیں فراہم کر کے بہت سے سیاق و سباق میں لاگو ہوتے ہیں۔ موازنہ اور تضاد کے مختلف طریقوں کی کھوج کی جاتی ہے، جو مختلف تصورات کو بہتر طور پر سمجھنے کے لیے مددگار اوزار فراہم کرتے ہیں۔ اساتذہ کو دلچسپ اسباق تیار کرنے میں مدد کرنے کے لیے ذیلی یونٹ، غیر مثالیں اور جوابی مثالیں استعمال کرنے کی اہمیت پر زور دیتا ہے۔

تصوراتی ہدایات کو تیار کرنے اور ان پر عمل درآمد کرنے کے اہم اقدامات منصوبہ بندی اور عمل درآمد کی حکمت عملیوں میں بیان کیے گئے ہیں۔ ہم سبق کی تیاری کی اہمیت پر زور دیتے ہیں اور خیالات کو بغیر کسی رکاوٹ کے منصوبوں میں شامل کرنے کے لیے مددگار اشارے فراہم کرتے ہیں۔ اساتذہ کو تکنیکوں کا ایک ٹول باکس فراہم کر کے، ہم انہیں اپنے طلباء کو مشغول کرنے اور کمرہ جماعت میں ان کی انفرادی ضروریات کو پورا کرنے میں مدد کر سکتے ہیں، جس سے ایک ایسا ماحول پیدا ہوتا ہے جو تمام بچوں کا خیر مقدم کرتا ہے۔

ہمارا آخری موضوع جیروم برونر (Jerome Bruner) کا تیار کردہ کانسیپٹ لٹینینٹ ماڈل (Concept Attainment Model- CAM) تھا۔ ہم میدان کا ایک جائزہ تلاش کر کے اور برونر کے خیالات پر غور کر کے سی اے ایم کے لیے نظریاتی بنیاد فراہم کرتے ہیں۔ ہم دریافت کرتے ہیں کہ ریاضی کی کلاسوں میں سی اے ایم کو کس طرح استعمال کیا جاسکتا ہے۔ مثال اور حقیقی دنیا کے چیلنجز فراہم کرتے ہوئے یہ ظاہر کرتے ہیں کہ یہ طلباء کو ریاضیاتی مسائل کو بہتر طریقے سے سمجھنے اور حل کرنے میں کس طرح مدد کر سکتا ہے۔

9.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کے مطالعہ کے بعد طلباء اس قدر قابل ہو جائیں گے کہ
- "تصور" کی اصطلاح کی وضاحت اور ریاضی میں اس کی اہمیت کو واضح کر سکیں۔
- ریاضیاتی سیاق و سباق میں ٹھوس اور تجربیدی تصورات کے درمیان فرق کر سکیں۔
- ریاضی میں رائج تصورات کی اقسام کو پہچانیں اور ان کی وضاحت کر سکیں۔

- ریاضیاتی سوچ میں تصور کی تشکیل کے عمل کو سمجھیں۔
- ریاضیاتی بیانات میں ضروری اور کافی حالات کے تصورات کا تجزیہ اور وضاحت کر سکیں۔
- ریاضیاتی تصورات کا موازنہ اور تضاد کرنے کے لیے تکنیکوں کا استعمال کر سکیں۔
- ریاضیاتی بیانات کی سمجھ کو بڑھانے کے لیے جوابی مثالوں اور غیر مثالوں کا استعمال کر سکیں۔
- اسباق کے منصوبے تیار کریں جو ریاضیاتی تصورات کی تعلیم کے لیے واضح مقاصد کو شامل کر سکیں۔
- سی۔ اے۔ ایم کے تصور اور تدریس میں اس کے اطلاق کو سمجھیں۔
- پیچیدہ ریاضیاتی تصورات سیکھانے کے لیے سی۔ اے۔ ایم کے اصولوں کا اطلاق کریں۔

9.2 تصورات کی نوعیت (Nature of Concepts)

تصورات کی تخلیق ایک دلچسپ نفسیاتی عمل ہے جہاں ہمارے خیالات دنیا کو منظم اور درجہ بند کرتے ہیں۔ تجربات، ادراک اور علم سے پیچیدہ ذہنی نقشے بنانا نئی تفہیم پیدا کرتا ہے۔ یہاں کئی اہم پہلو ہیں جو اس عمل کو متاثر کرتے ہیں :

1. حسی اور ادراکی ان پٹ ((Sensory and Perceptual Inputs)) ہم اپنے حواس کے ذریعے معلومات حاصل کرتے ہیں۔ تصورات بصری ((Visual))، سمعی ((Auditory))، لمسی ((Tactile)) اور دیگر حسی تجربات کے ذریعے تشکیل پاتے ہیں۔ بلاکس کے ساتھ کھیلنے والا بچہ ان کی شکلوں، سائز اور بناوٹ کے بارے میں سیکھتا ہے، جس سے مقامی رابطوں اور ہندسی خیالات کی بنیاد قائم ہوتی ہے۔

2. توجہ اور انتخابی عمل ((Attention and Selective Processing)) معلومات پر یکساں توجہ نہیں دی جاتی ہے۔ ہمارا دماغ ضروریات، موجودہ علم اور سیاق و سباق کے لحاظ سے فعال طور پر مناسب معلومات کا انتخاب کرتا ہے۔ بلاک ٹاور بناتے وقت، بچہ رنگ یا نمونے کے بجائے شکلوں اور سائز پر توجہ مرکوز کر سکتا ہے۔

3. موجودہ علم اور اسکیمہ ((Existing Knowledge and Schemas)) ہم خالی سلیٹ سے شروعات نہیں کرتے ہیں۔ اسکیمہ ہمیں نئے واقعات کو سمجھنے میں مدد کرتے ہیں۔ "کپ" سے واقف ایک نوجوان آسانی سے ایک نئے پیالے کو ان کی مماثل خصوصیات اور فنکشن کی بنیاد پر پہچان سکتا ہے۔

4. نمونے کی پہچان اور تجرید ((Pattern Recognition and Abstraction)) ہمارا دماغ نمونوں اور مماثلتوں کو پہچاننے میں مہارت رکھتا ہے۔ بار بار ہونے والی ملاقاتیں یا مشترکہ خصوصیات والی اشیاء تجریدی اور عمومی شکل کا باعث بنتی ہیں۔ یہ ہمیں ہر زمرے میں فرق کے باوجود "پھل"، "گاڑی"، اور "احساس" کی درجہ بندی کرنے کی اجازت دیتا ہے۔

5. مضبوطی اور استحکام ((Reinforcement and Consolidation)) تعریف اور کامیابی نئے خیالات میں اضافہ کرتی ہے۔ پہیلیاں اور بلاک تجربات ذہن میں ان تصورات کو مستحکم کرنے میں مدد کرتے ہیں۔

6. انفرادی تفاوت اور سیکھنے کے انداز (Individual Differences and Learning Styles): تصور کی نشوونما ایک عالمگیر عمل نہیں ہے۔ مختلف علمی مہارتیں، سیکھنے کے انداز اور ثقافتیں اس بات کو متاثر کرتی ہیں کہ افراد کس طرح سیکھتے ہیں اور خیالات کی تعمیر کرتے ہیں۔ کچھ لوگ ہاتھ سے سیکھنے کو ترجیح دیتے ہیں، جبکہ دیگر بصری پر انحصار کرتے ہیں۔

7. جذبات اور تحریک کی اہمیت (The Role of Emotion and Motivation): مؤثر سیکھنے کے لیے جذبات اور تحریک ضروری ہیں۔ تجسس، جوش و خروش اور کامیابی ہمیں نئے خیالات کو آزمانے اور مضبوط کرنے کی ترغیب دے سکتی ہے۔ اس کے برعکس، فکر اور چڑچڑاپن سیکھنے اور خیالات کی تخلیق کو متاثر کر سکتا ہے۔

مندرجہ بالا نکات سے یہ واضح ہوتا ہے کہ نفسیاتی عناصر کس طرح تعامل کرتے ہیں۔ اس سے ہمیں ذاتی سیکھنے کا ماحول اور تدریسی طریقے بنانے میں مدد ملتی ہے جو طلباء کے خیالات کی تخلیق کو زیادہ سے زیادہ کرتے ہیں۔

تصور ایک ذہنی تجرید ہے جو چیزوں، واقعات یا نمونوں کی اہم خصوصیات کی نمائندگی اور درجہ بندی کرتا ہے۔ تصور کی تعریف: ریاضیاتی تصورات ذہنی تعمیرات ہیں جو ایک جیسی چیزوں یا نظریات کی ایک کلاس کی نمائندگی کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، ایک "مثلث" کے تین رخ اور تین زاویے ہوتے ہیں۔ ریاضیاتی اصول مسائل کے حل اور منطق کے لیے ضروری ہیں۔ الجبرہ مساوات کو حل کرنے کے لیے "متغیرات" کو سمجھنے کی ضرورت ہے۔ ریاضی اور استدلال تصورات پر مبنی ہیں۔ تصورات حقائق کے برعکس قابل نقل ہوتے ہیں۔ تجریدی تصورات کا کوئی جسمانی مظہر نہیں ہوتا، لیکن ٹھوس تصورات ہوتے ہیں۔ خیالات کی درجہ بندی اور علیحدگی کا ہر نقطہ نظر ان کی نوعیت اور روابط کو مختلف طریقے سے ظاہر کرتا ہے۔

9.3 تصورات کی اقسام (Types of Concepts)

ٹھوس بمقابلہ تجرید (Concrete vs Abstract): ٹھوس تصورات جسمانی یا حسی تجربات (مثال کے طور پر۔ علاقے کی گنتی کرنے والی اشیاء لمبائی اور دائرے کو سمجھنے کے لیے اپنی میز کے دائرے کی پیمائش کرنا) پر مبنی ہوتے ہیں، جبکہ تجریدی تصورات زیادہ پیچیدہ ہوتے ہیں اور اعلیٰ ترتیب کی سوچ کی ضرورت ہوتی ہے۔ (مثال کے طور پر۔ 2 کا مربع، امکان، بغیر کسی جسمانی نمائندگی کے لامحدود کے تصور کو پکڑنا)۔

رشتہ دار بمقابلہ غیر رشتہ دار (Relational Vs Non Relational): رشتہ دار تصورات میں دوسرے تصورات کے درمیان رابطے شامل ہیں (مثال کے طور پر۔ ضرب کو بار بار اضافے کے طور پر سمجھنا اور اس کا تقسیم سے الٹا عمل کے طور پر موازنہ کرنا۔ ترتیب میں نمونوں کی شناخت کرنا) جبکہ غیر رشتہ دار تصورات اکیلے کھڑے ہوتے ہیں (مثال کے طور پر۔ مخصوص حسابات سے منسلک کیے بغیر آرڈر آف آپریشنز (BODMAS) کو یاد رکھنا۔ ضرب کے پہاڑے tables یاد رکھنا)۔

درجہ بندی (Hierarchical): درجہ بندی میں سادہ سے پیچیدہ تک ترتیب دیا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر۔ فریکشن سے پہلے قدرتی اعداد کو سمجھنا۔ حصوں، اعشاریہ اور فیصد کو سمجھنے سے پہلے بنیادی گنتی سیکھنا۔ مکمل اعداد، فریکشن، اعشاریہ، اور حقیقی اعداد کو سمجھنا۔ الجبر متغیرات مساوات عدم مساوات کثیر الجہتی

جیومیٹری: پوائنٹس، لائنیں اور طیارے۔ زاویے اور مثلث حلقے اور سلنڈر
 شماریات اور امکان: وضاحتی شماریات، امکان کی تقسیم، مفروضے کی جانچ، رجعت کا تجربہ۔
 رسمی بمقابلہ۔ غیر رسمی تصورات (Formal Vs In Formal): رسمی تصورات جیسے۔ جیومیٹری کی شکلیں اور غیر رسمی تصورات جیسے۔
 تقسیم کے قواعد کے درمیان ریاضیاتی علم کو منظم کرنے میں مدد ملتی ہے۔

9.3.1 تصور کی تشکیل اور تصور کا انضمام (Concept Formation and Concept Assimilation)

تصور تخلیق:

تصور کی تشکیل کا عمل: نمونے اور ارتباط ریاضیاتی تصور کی تشکیل کی وضاحت میں مدد کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، "ضرب" وہ اعداد ہوتے ہیں جو کسی خاص عدد اور اضافی عدد کی پیداوار ہوتے ہیں۔ دوستوں کے ساتھ کینڈی بانٹنے جیسے حقیقی دنیا کے تجربات "تقسیم" جیسے تصورات قائم کرنے میں مدد کرتے ہیں۔ سوچنے کا عمل دلچسپ ہے! ہم اپنے ارد گرد چیزوں، خیالات اور رابطوں کی ذہنی تصاویر بناتے ہیں۔ یہاں اہم اقدامات ہیں:

- 1- تجربات-حواس، رشتوں، یا سیکھنے کے مواد کے ذریعے۔ یہ سب شروع کرتے ہیں۔ یہ ایک نئی شکل دیکھنا، ایک نیا فقرہ سننا، یا کچھ نیا کرنا ہو سکتا ہے۔
- 2- خصوصیات کی شناخت: جیسے جیسے ہم محرکات کے ساتھ تعامل کرتے ہیں، ہم اس کی تفصیلات کو دیکھتے ہیں۔ اس کی خوبیاں؟ کون سی چیز اسے دوسروں سے ممتاز کرتی ہے؟ ہم ایک نئی شکل میں اطراف، منحنی خطوط یا زاویوں کی مقدار کا مشاہدہ کر سکتے ہیں۔
- 3- موازنہ اور تضاد: ہم خلا میں نہیں رہتے، اس لیے ہم نئے محرکات کا موازنہ پرانے محرکات سے کرتے ہیں۔ ہم نئی شکل کا موازنہ حلقوں یا چوکوں سے کر سکتے ہیں اور مماثلتوں اور اختلافات کو نوٹ کر سکتے ہیں۔ اس سے ہمیں نئی معلومات کی درجہ بندی کرنے اور اسے موجودہ علم سے جوڑنے میں مدد ملتی ہے۔
- 4- خلاصہ اور عمومی کاری: دریافت شدہ خصوصیات اور مشابہت سے، ہم نئے تصور کی بنیادی خصوصیات کو نکالتے ہیں۔ انفرادی واقعے سے پرے، ہم ایک وسیع علم حاصل کرتے ہیں جو تقابلی چیزوں پر لاگو ہوتا ہے۔ نیا تصور اس تجریدی پر مرکوز ہے۔
- 5- لیبلنگ اور علامت: لیبل اور علامتیں تصورات کو بات چیت کرنے میں مدد کرتی ہیں۔ یہ "مثلث" جیسا لفظ، ریاضیاتی علامت جیسے "+"، یا عمل کا اشارہ ہو سکتا ہے۔
- 6- جانچ اور اصلاح: لیبلنگ سے خیال کی تشکیل ختم نہیں ہوتی۔ ہم مسلسل موازنہ یا مخالف مثالوں کے ساتھ اپنی سوچ کا جائزہ لیتے ہیں اور اسے ترقی دیتے ہیں۔ اس سے ہمیں تصور کو بہتر بنانے اور زیادہ حقیقت پسندانہ تصویر کشی کرنے میں مدد ملتی ہے۔

تصور تخلیق کے عوامل:

سابقہ علم: نئی معلومات کو سمجھنے کے لیے علم ضروری ہے۔ پیٹرن اور کنکشن مزید معلومات کے ساتھ تلاش کرنا آسان ہے۔ محرک کے ساتھ فعال طور پر جڑنا اور اس کی اہم خصوصیات پر توجہ مرکوز کرنا خیالات کی تخلیق کو بہتر بناتا ہے۔ بصری، ہیرا پھیری اور وضاحتیں تصور کو واضح کرنے اور قائم کرنے میں مدد کر سکتی ہیں۔

رد عمل اور کمک: مناسب درجہ بندی کے لیے ہماری فہم اور مثبت کمک پر رد عمل ہمیں موضوع کو سیکھنے اور مربوط کرنے میں مدد کرتا ہے۔ ریاضیاتی تصورات کو یکجا کرنے کے لیے نئے خیالات کو موجودہ علم سے جوڑنا ضروری ہے۔ مثال: حصوں سے "تناسب" کا موازنہ کرنے سے نئے تصور کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔

حکمت عملی: بصری نمائندگی اور حقیقی دنیا کے حالات ریاضی کو تصور کرنے میں مدد کرتے ہیں۔ طلباء تجربات، تفتیش، اور نئے مواد کے ساتھ مشغولیت کے ذریعے خیالات کی تعمیر کرتے ہیں۔ نئے خیالات کو موجودہ علمی نظاموں میں ضم کیا جاتا ہے اور فہم کے مطابق تبدیل کیا جاتا ہے۔

ایک سیکھنے والا جو مکمل تعداد کے اضافے کو جانتا ہے، وہ حصص کے اضافے کو مجموعی کے حصوں کو شامل کرنے کی اپنی سمجھ سے جوڑ کر بتدریج سیکھ سکتا ہے۔

تصور تخلیق اور ہم آہنگی: تشکیل "فارم" کی پلے ڈف ایکسپلوریشن۔ ہم آہنگی: حصوں کا پیزا کے مساوی حصوں سے موازنہ کرنا۔ خیالات کو جذب کرنے کے دلچسپ عمل کو دریافت کریں! یہ وہ جگہ ہے جہاں ہم اپنے نئے خیالات کو اپنے علمی فریم ورک میں شامل کرتے ہیں، انہیں اپنا بناتے ہیں۔ یہ کیسے کام کرتا ہے:

1- اسکیم کنیکٹیوٹیو۔ نئے خیالات کو ہمارے علم کی درجہ بندی میں اینکر پوائنٹس کی ضرورت ہوتی ہے۔ ہم فعال طور پر نئی سوچ اور جو ہم جانتے ہیں اس کے درمیان روابط تلاش کرتے ہیں۔

2- ایڈجسٹ کرنا اور موافقت کرنا: ہمیں نئے تصور کو شامل کرنے کے لیے اپنے اسکیم کو تبدیل کرنے کی ضرورت پڑ سکتی ہے۔ اس میں زمروں کو بڑھانا، خیالات کو جوڑنا، یا پہلے کی تفہیموں میں ترمیم کرنا شامل ہو سکتا ہے۔

3- وضاحت اور استدلال: جذب کو مستحکم کرنے کے لیے، ہم نئے تصور کی وضاحت اور استدلال کے لیے اپنے سابقہ علم کا استعمال کرتے ہیں۔ اس میں معلومات کو نئے سیاق و سباق پر لاگو کرنا، پیش گوئیاں تیار کرنا، یا قائم شدہ تصورات کے ساتھ روابط بنانا شامل ہو سکتا ہے۔

4- پالش کرنا اور مضبوط کرنا: تصور کی ترقی کی طرح ہم آہنگی بھی جاری ہے۔ ہم استعمال اور اطلاق کے ذریعے نئے تصور اور اپنے پچھلے علم کے درمیان روابط کو مضبوط اور تیار کرتے ہیں۔ ہم آہنگی کو فروغ دیتا ہے۔

معنی کے ساتھ سیکھنا فعال طور پر ایک نئے تصور کی تعمیر اور سمجھنے سے موجودہ علمی ڈھانچے میں ضم ہونا آسان ہو جاتا ہے۔ سابقہ علم اسی طرح کے خیالات میں ایک ٹھوس بنیاد بننے کو مربوط کرنے میں مدد کرتی ہے۔ متعدد عکاسی روابط بنانے اور علم کو بہتر بنانے کے لیے خاکے، عکاسی اور استعاروں کا استعمال کریں۔ اطلاق اور عمل متعدد حالات میں ایک نئے خیال پر عمل کرنے سے ہم آہنگی اور سیکھنے میں بہتری آتی ہے۔

ان ایشن آپلیکیشنز بلاکس طلباء کو اضافے کو سمجھنے میں مدد کرتے ہیں۔ وہ چیزوں کو ملا کر الفاظ کے مسائل کا جواب دے کر یہ سیکھتے ہیں۔ ایک طالب علم کسی شے کو برابر حصوں میں تقسیم کر کے حصوں کو سیکھتا ہے۔ وہ پیزا سلائسز اور وقت جیسی حقیقی دنیا کی مقدار کی نمائندگی کرنے کے لیے حصوں کا استعمال کر کے یہ سیکھتے ہیں۔ ایک نو عمر سائنسدان کشش ثقل کو دریافت کرتا ہے۔ وہ یہ اس بات کی وضاحت کر کے سیکھتے ہیں کہ چیزیں کیوں گرتی ہیں اور اسے قوت اور حرکت سے جوڑتے ہیں۔

کلیدی نکات

ہم آہنگی وقت کے ساتھ ہماری سمجھ کو بہتر بناتی ہے۔ نئے اور پرانے خیالات کے درمیان با معنی روابط بنانا بہت ضروری ہے۔ اطلاق اور شرکت جذب کرنے میں مدد کرتی ہے۔ ریاضی میں تصور کی تشکیل اور انضمام کی مثالیں یہ ہیں :
تصور کی تشکیل :

- 1۔ نمبر سینس : تشکیل : بچے اپنے ماحول میں مقدار کا سامنا کرتے ہیں e.g. کھلونے، انگلیاں، اقدامات مثال : اشیاء کی گنتی، زیادہ / کم پہچانا، مقداروں کا موازنہ کرنا، اشیاء کو سیٹوں میں گروپ کرنا۔
- 2۔ شکلیں : تشکیل : بچے مختلف شکلوں اور خصوصیات والی جسمانی اشیاء کا مشاہدہ کرتے ہیں۔ مثال : اشیاء کو شکل کے لحاظ سے ترتیب دینا، شکل کے پہیلیوں کے ساتھ کھیلنا، شکلیں کھینچنا اور تلاش کرنا، خصوصیات کی بنیاد پر شکلوں کی درجہ بندی کرنا (sides, angles, symmetry)۔

- 3۔ نمونے : تشکیل : بچے نمبروں، شکلوں، آوازوں یا اعمال میں دہرائے جانے والے نمونوں کو دیکھتے ہیں۔ مثال : بلاکس یا موتیوں کے ساتھ پیٹرن کاپی کرنا اور بنانا، نمبروں یا شکلوں میں پیٹرن کی شناخت کرنا، پیٹرن میں اگلے عنصر کی پیش گوئی کرنا۔
- 4۔ آپریشن : تشکیل : بچے اشیاء کو جوڑنے، بانٹنے، جوڑنے اور لے جانے جیسے اعمال کا تجربہ کرتے ہیں۔ مثال : اضافے اور گھٹاؤ کے ماڈل کے لیے ہیرا پھیری کا استعمال، گروپوں میں شامل ہونے یا الگ کرنے والے سادہ الفاظ کے مسائل کو حل کرنا، اضافے اور گھٹاؤ کے درمیان الٹا تعلق کو سمجھنا۔

تصور کی ہم آہنگی : 1. عدد کی علامتیں : ہم آہنگی :

- 1۔ بچے عددی علامتوں (1، 2، 3) کو ان مقداروں سے جوڑتے ہیں جو وہ پہلے ہی سمجھ چکے ہوتے ہیں۔
مثال : عدد الفاظ کے ساتھ اشیاء کی گنتی، تحریری اعداد کو پہچانا، عدد ترتیب کو سمجھنا، علامتوں سے مقداروں کا ملاپ۔
- 2۔ ہندسی اصطلاحات : ہم آہنگی : بچے شکلوں (دائرہ، مثلث، مربع) اور ان کی خصوصیات کے لیے اصطلاحات سیکھتے ہیں۔
مثالیں : شکلوں کو صحیح طریقے سے نام دینا، صفات کا استعمال کرتے ہوئے شکلیں بیان کرنا e.g.، ایک مثلث کے تین اطراف ہوتے ہیں، جو عام خصوصیات کی بنیاد پر شکلوں کی درجہ بندی کرتے ہیں۔
- 3۔ ضرب : ہم آہنگی : طلباء ضرب کو بار بار اضافے اور صفوں سے جوڑتے ہیں۔

مثال: ضرب کو بار بار اضافے کے لیے شارٹ کٹ کے طور پر سمجھنا، ضرب کو دیکھنے کے لیے صفوں کا استعمال کرنا، ٹائم ٹیبل میں ضرب کے نمونوں کو پہچاننا۔

4- جگہ کی قدر: ہم آہنگی: طلباء سمجھتے ہیں کہ ہندسوں کی پوزیشن ان کی قدر کو کس طرح متاثر کرتی ہیں۔

مثال: کثیر ہندسوں کے نمبروں کو جگہ کی اقدار (سینکڑوں، دسیوں، ایک) میں تقسیم کرنا، جگہ کی قیمت کی بنیاد پر نمبروں کا موازنہ کرنا، جگہ کی قیمت کو ماڈل کے اضافے اور گھٹاؤ کے لیے استعمال کرنا۔

5- فریکشن: سیمیلیشن: طلباء فریکشن کو کل کو مساوی حصوں میں تقسیم کرنے سے جوڑتے ہیں۔

مثال: ہیرا پھیری یا ڈرائنگ کے ساتھ حصوں کی نمائندگی کرنا، حصوں کا موازنہ کرنا، مساوی حصوں کو سمجھنا، حقیقی دنیا کی مقداروں کو ماڈل بنانے کے لیے حصوں کا استعمال کرنا۔

6- الجبرائی تاثرات: ہم آہنگی: طلباء متغیرات اور تاثرات کو ریاضیاتی تعلقات سے جوڑتے ہیں۔

مثال: مساوات کے ساتھ حالات کا نمونہ بنانا، نامعلوم کے لیے حل کرنا، متغیرات کا استعمال کرتے ہوئے نمونوں کو عام کرنا، تاثرات کے ساتھ افعال کی نمائندگی کرنا۔

9.3.2 تصورات کی تدریس کے عمل میں ضروری اور کافی شرائط کی تمیز اور بیان کرنا

(Distinguishing and stating Necessary and Sufficient conditions in the process of teaching concepts)

ضروری شرائط: ایک جائز تصور میں یہ خصوصیات ہونی چاہئیں۔ ریاضی دانوں کو ضروری اور کافی حالات کو سمجھنا چاہیے۔

کافی حالات: یہ تصور کے وجود کو یقینی بناتے ہیں لیکن اس کی شناخت کے لیے کافی نہیں ہو سکتے۔ مثال: "مستطیل" سکھانے کے لیے، آپ کو چار اطراف، متوازی اطراف کے دو سیٹ، اور کونوں پر صحیح زاویوں کی ضرورت ہے۔ مربع کھینچنا کافی ہے، لیکن تمام دائیں زاویہ والے کواڈری لیٹرل مستطیل نہیں ہوتے۔

مثلث کی ضروریات: تین اطراف، تین زاویہ، 180 ڈگری کل۔ تین سیدھے کناروں کا ہونا کسی شکل کو مثلث بناتا ہے، حالانکہ تمام مثلثوں کی نمائندگی اس طرح نہیں کی جاسکتی۔ ایک ضروری شرط ایک ایسی خاصیت ہے جو کسی خیال کے سچ ہونے کے لیے ضروری ہے۔ یہ ضروری ہے لیکن تصور کو ثابت کرنے کے لیے کافی نہیں ہے۔ اسے لازمی سمجھیں۔ کافی شرط ایک ایسا معیار ہے جو اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ تصور درست ہے۔ یہ صرف بنیاد کو ثابت کرتا ہے۔ اسے ایک خاص علامت سمجھیں۔

ریاضی میں مثالیں نمبر زپر ائم: مطلوب: 1 سے بڑا عدد۔ 1 سے بڑے کچھ عدد پرائم نہیں ہوتے۔

مناسب حالت: ایک عدد میں دو عناصر ہوتے ہیں (1 and itself)۔ یہ اولیت کو یقینی بناتا ہے۔

یہاں تک کہ عدد: ایک عدد کو 2 سے تقسیم کرنا ضروری ہے۔ 2 سے تقسیم کرنے پر، تمام اعداد یکساں نہیں ہوتے۔

مناسب شرط : یونٹس کا ہندسہ 0، 2، 4، 6، یا 8 ہے۔ یہ انصاف کو یقینی بناتا ہے۔ کوآرڈینیٹس : ضروری شرط : شکلیں چار رخا ہونی چاہئیں۔ تمام چار رخا شکلیں چو طرفہ نہیں ہوتیں۔ ایک شکل جس کے چار سیدھے اطراف اور چار اندرونی زاویے ہیں جن کا کل حجم 360 ڈگری ہے، کافی ہے۔ یہ چو طرفہ ثابت ہوتا ہے۔ اگر چاروں اطراف برابر ہوں اور تمام زاویے صحیح زاویہ ہوں تو ایک چوتھا ہی مربع ہوتا ہے۔ درکار : برابر اطراف۔ کافی : برابر اطراف، سیدھے زاویہ۔

متوازی لائنیں : حالت : دو لائنیں کبھی اوور لیپ نہیں ہونی چاہئیں۔ تمام غیر چھیدنے والی لکیریں متوازی نہیں ہوتیں۔ کافی : دو لائنیں ایک ہی ڈھلوان رکھتی ہیں۔ یہ متوازی پن کو یقینی بناتا ہے۔ تعلیمی اثرات : تعریفوں کو واضح کیا گیا : طلباء کو ضروری اور کافی حالات میں فرق کرنے میں مدد کریں۔

9.3.3 موازنہ اور تضاد (Comparing and Contrasting)

متضاد تصورات ریاضی میں ایک قیمتی تدریسی طریقہ ہے، کیونکہ اس سے طلباء کو مدد ملتی ہے :

- 1- تفہیم کو گہرا کریں : خیالات کے درمیان متوازی اور فرق کو اجاگر کرنے سے طلباء کو انہیں بہتر طور پر سمجھنے اور حد سے زیادہ آسان بنانے سے روکنے میں مدد ملتی ہے۔ اس سے بچوں کو ان خصلتوں کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے جو ہر تصور میں فرق کرتی ہیں۔
- 2- کنکشن تلاش کریں : موازنہ کرنے اور موازنہ کرنے سے طلباء کو خیالات کو جوڑنے اور کنکشن تلاش کرنے میں مدد ملتی ہے۔ ان کے خیالات میں معلومات کا مربوط نیٹ ورک سیکھنے کو زیادہ اہم اور مربوط بناتا ہے۔
- 3- تنقیدی سوچ کی حوصلہ افزائی کریں : تصورات کا موازنہ کرنا طلباء کو اپنی کلیدی خصوصیات کے بارے میں تنقیدی سوچنے کے لیے چیلنج کرتا ہے۔ یہ فعال شرکت فہم کو بہتر بناتی ہے اور حفظ کرنے کے بجائے سوال و جواب اور استدلال کو فروغ دیتی ہے۔
- 4- غلط فہمیوں کو واضح کریں : اختلافات پر زور دینے سے طلباء کو اسی طرح کے موضوعات کو غلط سمجھنے سے بچنے میں مدد مل سکتی ہے۔ اس سے بچوں کو ہر موضوع کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔

موازنہ کی ریاضیاتی مثالیں :

ضرب اکائیوں کے مساوی گروپوں میں شامل ہوتی ہے، جبکہ اضافہ انفرادی اکائیوں کو جوڑتا ہے۔ جب کہ دونوں مکمل اعداد ہیں، یکساں اعداد بقیہ کے بغیر 2 سے تقسیم ہوتے ہیں، جبکہ عجیب اعداد 1 کا بقیہ چھوڑتے ہیں۔ مستطیل اور مربع چار صحیح زاویوں کے ساتھ چو طرفہ ہوتے ہیں، لیکن مستطیل کے دو جوڑے مختلف رخ کی لمبائی کے ہوتے ہیں جبکہ مربع کے چار برابر رخ ہوتے ہیں۔ مساوات اور عدم مساوات دونوں علامتوں اور اعداد کا استعمال کرتے ہیں، لیکن مساوات مساوات کا اظہار کرتی ہیں، جبکہ عدم مساوات <، >، یا $\geq$ جیسی علامتوں کا استعمال کرتے ہوئے اقدار کا موازنہ کرتی ہیں۔

موازنہ اور تضاد کے لیے موثر تدریسی طریقے :

وین خاکے : اوور لیپنگ اور غیر اوور لیپنگ حصوں میں مماثلت اور تضادات دکھائیں۔

ٹی-چارٹ : موازنہ کے لیے ہر خیال کی اہم خصوصیات کو ایک ساتھ رکھیں۔

مسئلہ حل کرنے کی سرگرمیاں : طلباء سے دونوں خیالات کا استعمال کروائیں اور تضادات پر اپنی گرفت ظاہر کریں۔

کھلی بات چیت : بچوں کو آزادانہ طور پر موازنہ اور تضاد کرنے اور ان کی وجوہات کی وضاحت کرنے کی ترغیب دیں۔

یہ حربے اور مناسب مثالیں تصوراتی علم، تنقیدی سوچ، اور ریاضی کی کلاس روم کی مصروفیت کو بہتر بنانے کے لیے موازنہ اور تضاد کو ایک مضبوط ذریعہ بنا سکتی ہیں۔ اپنے نقطہ نظر کو اپنے طلباء کے تصورات اور علم کی سطحوں کے مطابق ڈھالنا یاد رکھیں۔ آپ محتاط تیاری اور تفریحی سرگرمیوں کے ذریعے بچوں کو ریاضی کو بہتر طور پر سمجھنے میں مدد کر سکتے ہیں۔

یاد رکھیں :

کنکشن بنانا، فعال سیکھنا، اور ٹھوس سے تجریدی میں ترقی پسند منتقلی تصور کی تعلیم کی کلید ہیں۔ سیکھنے کے مختلف اندازوں کو ایڈجسٹ کرنے اور علم کو گہرا کرنے کے لیے متعدد طریقوں اور نمائندوں کا استعمال کریں۔

عمر کے ساتھ تصور کی نشوونما : دکھائیں کہ کس طرح کنڈرگارٹنز مربعوں کی پیمائش کرتے ہیں اور پھر "ایریا" کا استعمال کرتے ہوئے پیچیدہ شکلوں کا حساب لگاتے ہیں۔

غلط فہمیاں اور حل : فریکشن اور منفی تعداد کی غلط فہمیوں اور مثالوں اور مشقوں کا استعمال کرتے ہوئے انہیں دور کرنے کے طریقے پر تبادلہ خیال کریں۔

9.3.4 تدریسی تصورات میں جوابی مثالیں اور غیر مثالیں دینا

(Giving Counter-examples and Non-examples in teaching concepts)

مثالیں اور جوابی مثالیں :

جوابی مثالیں : تعریف : کسی اصول یا اصطلاح کی جان بوجھ کر خلاف ورزی تاکہ اس کی حدود کا مظاہرہ کیا جاسکے اور اسے خارج کیا جاسکے۔

تصور : خیالات کی حدود کی فہم کو بڑھانا۔ خرافات اور غلطیوں کو دور کریں۔ تنقیدی سوچ اور تفصیل کو فروغ دیں۔

ریاضی میں مثالیں۔ پرائم نمبر : 9 عجیب ہے لیکن پرائم نہیں ہے (3 سے تقسیم) اس افسانے کو مسترد کرتے ہوئے کہ "تمام عجیب نمبر پرائم ہیں"۔

مستطیل : ایک رومبس اس خیال کو مسترد کرتا ہے کہ "مساوی مخالف اطراف والی تمام چار رخی شکلیں مستطیل ہیں"۔

عوامل : 15 کو 3 سے تقسیم کیا جاسکتا ہے لیکن 9 سے نہیں، اس مفروضے سے متصادم ہے کہ "3 کے تمام ضرب اسی طرح 9 کے ضرب ہیں"

غیر مثالیں : تصور کی انفرادیت پر زور دینے اور تقابلی تصورات کے ساتھ غلط فہمی کو روکنے کے لیے ایک مکمل طور پر غیر متعلقہ مثال۔

مقصد : تصور کے دائرہ کار کو واضح کریں۔ اسے اسی طرح کے لیکن الگ خیالات سے الگ کریں۔ طلباء کو حد سے زیادہ عام ہونے سے بچنے میں مدد کریں۔

ریاضی میں مثالیں، مثلث: ایک دائرہ ایک غیر مثال ہے جو طلباء کو مثلث کے تین سیدھے اطراف اور تین زاویوں پر توجہ مرکوز کرنے میں مدد کرتا ہے۔

تدریسی اضافہ: ضرب کے مسائل اضافے کی مثالیں نہیں ہیں، غلط فہمی کو ختم کرتے ہیں۔ منفی اعداد کی تعلیم دیتے وقت، ایک مثبت عدد ان کی مخصوص خصوصیات پر زور دینے کے لیے ایک غیر مثال ہے۔
موثر تعلیم میں استعمال ہوتا ہے:

اسٹریٹجک وقت: آئیڈیا پرزینٹیشن کے بعد فہم کی جانچ اور وضاحت کے لیے جوابی مثالیں اور غیر مثالیں متعارف کرائیں۔
تنوع: متعدد مثالوں کا استعمال کرتے ہوئے متنوع تصورات اور غلط فہمیوں کا احاطہ کریں۔

طلباء کی شمولیت: سمجھ اور تنقیدی سوچ ظاہر کرنے کے لیے طلباء کو جوابی مثالیں اور غیر مثالیں بنانے کی ترغیب دیں۔
اس بات پر بحث کریں کہ علم اور استدلال کو بہتر بنانے کے لیے مثالیں موضوع کے مطابق کیوں ہیں۔
فوائد: درستگی اور فکری فہم کو بہتر بنائیں۔ تنقیدی سوچ اور مسائل کے حل کو فروغ دیں۔ غلط فہمیوں کو درست کریں اور حد سے زیادہ عام کرنے سے گریز کریں۔ گہری تعلیم اور شرکت کی حوصلہ افزائی کریں۔

9.3.5 تدریسی تصورات میں منصوبہ بندی اور ان پر عمل درآمد

(Planning and Implementing strategies in teaching concepts)

منصوبہ بندی اور عمل درآمد تصورات کی تعلیم کے طریقے
موثر ریاضی کی ہدایات کے لیے محتاط تیاری اور عمل درآمد کی ضرورت ہوتی ہے۔ ان اہم طریقوں پر غور کریں:
منصوبہ بندی: ضروری تصورات کی شناخت کریں: اپنی کلاس یا کورس میں اہم موضوعات پر توجہ دیں۔
سیکھنے کے واضح مقاصد طے کریں: اس بات کی وضاحت کریں کہ آپ کیا چاہتے ہیں کہ طلباء سبق کے اختتام سے جانیں، سمجھیں اور اسے پورا کریں۔

متعلقہ تدریسی طریقوں کا انتخاب کریں: ایسی حکمت عملیوں کا انتخاب کریں جو سیکھنے کے اہداف کو پورا کریں اور طلباء کو مشغول کریں۔
مواد کو ترتیب میں رکھیں: موجودہ علم کی بنیاد پر، تیزی سے پیچیدہ خیالات کو متعارف کرانے کے لیے مواد کو منطقی طور پر منظم کریں۔
موثر وسائل مرتب کریں: ہیرا پھیری، بصری، ٹیکنالوجی اور ایسی سرگرمیاں حاصل کریں جو آپ کے نقطہ نظر کی حمایت کرتی ہیں۔
ہدایات میں فرق کریں: مختلف سیکھنے کے انداز اور سطحوں کے مطابق سرگرمیوں اور رفتار کو ایڈجسٹ کریں۔
عمل درآمد:

سیکھنے کو خوشگوار بنائیں: ایک ایسا دوستانہ ماحول بنائیں جہاں بچے سوالات پوچھ سکیں اور مواقع سے فائدہ اٹھا سکیں۔
سب سے پہلے، پچھلے علم کو فعال کریں: نئے موضوعات متعارف کرانے کے لیے طلباء کے سابقہ علم کو بروئے کار لائیں۔

اس خیال کو مختصر طور پر بیان کریں: مثالوں، ہیرا پھیری اور تصاویر کے ذریعے موضوع کو متعلقہ بنائیں۔
 مسائل کے حل کے ماڈل: بول کر اور وضاحت کر کے دکھائیں کہ مشکلات کو دور کرنے کے لیے تصور کو کس طرح استعمال کیا جائے۔
 طلباء کو دریافت کرنے میں مدد کریں: عملی، باہمی تعاون اور یکدل سرگرمیاں طلباء کو موضوع کو تلاش کرنے کا موقع فراہم کرتی ہیں۔
 باقاعدگی سے تفہیم کی تصدیق کریں: طلباء کی سمجھ کی جانچ کرنے اور کسی بھی الجھن کو واضح کرنے کے لیے ٹیسٹ، ایگزٹ ٹکٹ اور مشاہدات دیں۔ اصلاحات دیں: غلط فہمیوں کو درست کرنے اور طاقتوں کو بڑھانے کے لیے طلباء کو تعمیری تنقید دیں۔
 اطلاق اور عمل: طلباء کو ان کی سمجھ کو مضبوط بنانے کے لیے متعدد حالات اور مسائل پر خیال کو لاگو کرنے کا کافی تجربہ دیں۔ تصور کو حقیقی دنیا کے حالات پر لاگو کر کے اسے مزید قابل فہم بنائیں۔
 غور کریں اور ترمیم کریں: اپنے تدریسی طریقوں کا باقاعدگی سے جائزہ لیں اور اپنے طلباء کی بہترین خدمت کے لیے انہیں ایڈجسٹ کریں۔
 اضافی طریقے:

تصور کے نقشے اور گرافک منتظمین: تصور اور ذیلی تصور کے روابط کو دیکھنے میں بچوں کی مدد کریں۔
 میٹا کگنیشن کا استعمال کریں: طلباء کو اپنے خیالات پر غور کرنے اور ان کے سیکھنے کی پیمائش کرنے کی ترغیب دیں۔
 انکوائری پر مبنی سیکھنے کی حوصلہ افزائی کریں: بچوں کو ہاتھ سے تلاش اور سوالات کے ذریعے موضوعات سیکھنے میں مدد کریں۔
 ٹیک کا استعمال کریں: طلباء کو مشغول کرنے اور سکھانے کے لیے انٹرایکٹو گیمز، سمیلیشنز اور انسٹرکشنل ایپلی کیشنز کا استعمال کریں۔
 دوسروں کے ساتھ کام کریں: بہترین طریقوں کو بانٹ کر اور دوسرے انسٹرکٹرز سے سیکھ کر نئے خیالات کے تدریسی طریقے دریافت کریں۔ یاد رکھیں کہ ریاضی کی ہدایت سب کے لیے ایک سائز کے مطابق نہیں ہے۔ بہترین طریقوں کا انحصار سیکھنے کے مقاصد، طلباء کی ضروریات اور تدریسی انداز پر ہوتا ہے۔ بہت سے طریقوں کو احتیاط سے ڈیزائن اور ان پر عمل درآمد کر کے، آپ سیکھنے کا ایک متحرک اور دلکش ماحول بنا سکتے ہیں جو بچوں کو ریاضی سے محبت کرنے کی ترغیب دیتا ہے۔

9.3.6 جیروم برنر کا تصور حاصل کرنے کا ماڈل اور ریاضی کی تدریس میں اس کا اطلاق

(Concept Attainment Model 'CAM' of Jerome Bruner and its Application in Teaching Mathematics)

جیروم برنر کا CAM: اے ایم کا ایک مختصر جائزہ تجریدی خیالات کو سمجھنے میں طلباء کی مدد کرنے کے لیے، تصور کی حصولیابی کا ماڈل مثالوں اور غیر مثالوں کا استعمال کرتا ہے۔ دائیں زاویہ والے مثلث اور غیر دائیں مثلث کے استعمال سے "سائن" کی وضاحت کرنے میں مدد ملتی ہے۔ مثلثی میں۔

تصور برنر کے تدریسی اصول: بیکلو "حدود" جیسے مشکل ریاضیاتی موضوعات کی تعلیم برنر کے ٹھوس سے تجریدی نظریات کی پیروی کرتی ہے۔

جیروم برنر کا کانسیپٹ اٹینمنٹ ماڈل طلباء کو خیالات کو سمجھنے میں مدد کرنے کے لیے فعال سیکھنے کی حمایت کرتا ہے۔ نمونہ دریافت، تفتیش اور مونوں کی شناخت کے ذریعے علم کی تعمیر پر زور دیتا ہے۔ تصور حصول ماڈل اور ریاضی کی ہدایات کی وضاحت یہاں کی گئی ہے :

حصول ماڈل :

1 - Introduction: برنر فرض کرتا ہے کہ یہ نمونہ کے ذریعے بچے فعال طور پر نئے موضوعات دریافت کر کے سب سے بہتر سیکھتے ہیں۔

2 - لیکچر کی ساخت : لیکچر میں کسی موضوع کی مثالیں اور غیر مثالیں شامل ہوتی ہیں۔ طلباء اصول کو دریافت کرنے کے لیے ان معاملات کا مطالعہ کرتے ہیں۔

3 - مثالیں اور غیر مثالیں : ہدف تصور سے منسلک مثالیں اور غیر مثالیں فراہم کریں۔ ان مثالوں کا مقصد تصور کے اہم نکات کو اجاگر کرنا ہے۔

4 - کھوج اور تجزیہ : طلباء مثالوں اور غیر مثالوں کو تلاش کر کے نمونوں اور عام خصوصیات کو بے نقاب کرتے ہیں۔ وہ تصور کے کلیدی عناصر کی شناخت کے لیے اشیاء کا موازنہ کرتے ہیں۔

5 - انڈکٹیو ریزنگ : طلباء کسی خیال کے کلیدی عناصر کا تعین کرنے کے لیے انڈکٹیو ریزنگ کا استعمال کرتے ہیں۔ وہ مفروضوں کی تعمیر اور اپنے علم کو بہتر بنانے کے لیے نمونوں کا استعمال کرتے ہیں۔

6 - انسٹرکٹر کا مشورہ : انسٹرکٹر مشورہ دے کر، دلچسپ سوالات پیش کر کے، اور طلباء کو اپنے مشاہدات اور نتائج شیئر کرنے کی ترغیب دے کر سہولت فراہم کرتا ہے۔

7 - تصدیق اور اطلاق : طلباء فہم کی تصدیق کے لیے نئی مثالوں پر نظریات کا اطلاق کرتے ہیں۔ یہ مرحلہ معلومات کو اندرونی بنانے اور لاگو کرنے میں مدد کرتا ہے۔

8 - غور و فکر اور بحث : سیکھنے کے عمل کا جائزہ لے کر سیشن کا اختتام کریں۔ طلباء اس مسئلے کے ارد گرد اپنی دریافتوں، نقطہ نظر اور با معنی بحث کی وضاحت کرتے ہیں۔

ریاضی کی تعلیم میں استعمال کریں، سی اے ایم کو ریاضی کی تعلیم میں ضم کرنا : شریات کے اسباق میں سی اے ایم طلباء کو "عام تقسیم" کو سمجھنے میں مدد کرتا ہے۔ اعداد و شمار کی تقسیم کی مثالیں اور غیر مثالیں دکھا کر۔ کیس اسٹڈیز، مثالیں طلباء حقیقی دنیا اور مصنوعی ڈیٹا سیٹوں کا استعمال کرتے ہوئے شریاتی تجزیہ کے رجحانات کی شناخت کر سکتے ہیں۔

ریاضی کی تعلیم میں استعمال :

1 - ٹھوس ریاضی کے موضوعات : تصور حصول ماڈل مؤثر طریقے سے تجریدی یا پیچیدہ موضوعات کو متعارف کراتا ہے۔ طلباء مثالوں اور غیر مثالوں کو دیکھ کر موضوع کو سمجھ سکتے ہیں۔

2 - مسئلہ حل کرنا : ماڈل مسئلہ حل کرنے کو فروغ دیتا ہے۔ ریاضی کے مسائل، رجحانات، اور مسائل کے حل کو طلباء فعال طور پر تلاش کرتے ہیں۔

3- فعال مشغولیت : یہ نمونہ غیر فعال تعلیم سے ہٹ کر طلباء کی فعال شرکت کی حوصلہ افزائی کرتا ہے۔ فعال سیکھنے سے فہم اور برقرار رکھنے میں بہتری آتی ہے۔

4- تنقیدی سوچ : قیاس آرائیوں کا موازنہ، تضاد اور پیدا کرنے سے تنقیدی سوچ کی صلاحیتیں پیدا ہوتی ہیں۔ طلباء نئی ترتیبات میں ریاضی کا تجزیہ اور اطلاق کرنا سیکھتے ہیں۔

5- انکوائری پر مبنی لرننگ : کانسیپٹ اینٹ ماڈل طلباء کو سوالات پوچھنے، ریاضیاتی موضوعات کی تحقیقات کرنے اور اپنا علم بنانے کے لیے رہنمائی کر کے انکوائری پر مبنی لرننگ کو فروغ دیتا ہے۔

6- مختلف ہدایات : یہ نقطہ نظر طلباء کو اپنی رفتار سے آگے بڑھنے اور اساتذہ کو سیکھنے والوں کی مختلف ضروریات کو پورا کرنے کے لیے مثالوں اور غیر مثالوں میں پیچیدگی کی سطح کو ایڈجسٹ کرنے کے قابل بناتا ہے۔

7- بامعنی سیکھنے کے تجربے کے لیے، اساتذہ ریاضیاتی خیالات کے عملی استعمال کو اجاگر کرنے کے لیے تصور حصول ماڈل میں حقیقی دنیا کی مثالوں کا استعمال کر سکتے ہیں۔

8- سکیفولڈ لرننگ : اساتذہ علمی ضروریات کو پورا کرتے ہوئے مثالوں اور غیر مثالوں کے ذریعے طلباء کی رہنمائی اور مدد کرتے ہیں۔

9- تشخیصی تشخیص : اساتذہ مسلسل فیڈبک فراہم کرتے ہیں جب وہ طلباء کی استدلال کا مشاہدہ کرتے ہیں، رد عمل کا تجزیہ کرتے ہیں، اور تفہیم کی رہنمائی کرتے ہیں۔

CAM کانسیپٹ اینٹ ماڈل، جو فعال شمولیت، تنقیدی سوچ اور تفتیش پر زور دیتا ہے، ریاضی کی تعلیم کا ایک اچھا طریقہ ہے۔ تعمیری نظریات طلباء کو اپنے علم کی تعمیر کے لیے ریاضیاتی موضوعات کو تلاش کرنے اور ان کا تجزیہ کرنے کے قابل بناتے ہیں۔ تصور پر قابو پانے کے ماڈل کا استعمال کرتے ہوئے آٹھویں جماعت کے طلباء کو الجبرا سکھانے کے لیے ایک نمونہ سبق منصوبہ یہ ہے۔ یہ سبق سادہ لکیری مساوات کو حل کرنے کے تصور کو متعارف کرانے پر مرکوز ہے :

سبق عنوان : لکیری مساوات کو حل کرنے کا تعارف

درجہ : آٹھویں

مقصد : طلباء عمل میں شامل مراحل کی شناخت کر کے سادہ لکیری مساوات کو سمجھنے اور حل کرنے کے قابل ہوں گے۔

مواد :

وائٹ بورڈ اور مارکر، لکیری مساوات کی مثالیں، لکیری مساوات کی غیر مثالیں، تصور کی نقشہ سازی کے لیے چارٹ پیپر یا ڈیجیٹل سلائیڈز
دورانیہ : 60 منٹ، سبق کا خاکہ :

1- تعارف (10 منٹ)

بنیادی ریاضی کی کارروائیوں اور تاثرات کے مختصر جائزے سے شروعات کریں۔

اس خیال پر بحث کریں کہ مساوات میں ایک مساوی نشان شامل ہوتا ہے اور مساوات کو حل کرنے کا مطلب ان اقدار کو تلاش کرنا ہے جو اسے درست بناتی ہیں۔

2- تصور کی تکمیل (15 منٹ) بورڈ پر لکیری مساوات کی مثالوں اور غیر مثالوں کا ایک مجموعہ پیش کریں۔

$$\text{مثال } 4a = 204, 3(y-2) = 9, 2x + 5 = 11$$

$$\text{غیر مثالیں } 2+3 = 8x, 2+3 = 8, 2+7 = 3-42y + 7 = 3y-4, 5+2 = 3, 5z+2 = 3z$$

طلباء سے مثالوں اور غیر مثالوں کا تجزیہ کرنے، نمونوں اور عام خصوصیات کی شناخت کرنے کو کہیں۔ بحث کی حوصلہ افزائی کریں اور بورڈ پر مشاہدات کو نوٹ کریں۔

3- انڈیکٹو استدلال (10 منٹ)

مساوات کو لکیری بنانے والی چیز پر کلاس ڈسکشن کو آسان بنائیں۔ طلباء کی رہنمائی کریں کہ وہ منطقی طور پر استدلال کریں اور لکیری مساوات کی وضاحتی خصوصیات کو واضح کریں۔

مثالوں میں اصطلاحات، کوفشنس، اور مساوی نشان کے کردار کو نمایاں کریں۔

4- ٹیچر گائیڈڈ پریکٹس (10 منٹ) ایک سادہ لکیری مساوات e.g. کو حل کرنے میں شامل اقدامات متعارف کروائیں، الٹا آپریشن انجام دے کر متغیر کو الگ کریں۔

ہر قدم اور اس کے پیچھے استدلال کی وضاحت کرتے ہوئے بورڈ پر چند مثالوں کو ایک ساتھ حل کریں۔

طلباء کو سوالات پوچھنے اور وضاحت طلب کرنے کی ترغیب دیں۔

5- طلباء کی درخواست (10 منٹ) طلباء کو آزادانہ طور پر یا چھوٹے گروپوں میں حل کرنے کے لیے اضافی لکیری مساوات فراہم کریں۔

ضرورت کے مطابق رہنمائی اور مدد فراہم کرتے ہوئے کمرے میں گردش کریں۔

طلباء کو ان کے حل کو اصل مساوات میں تبدیل کر کے ان کی جانچ کرنے کی ترغیب دیں۔

6- عکاسی اور تصور کی نقشہ سازی (5 منٹ) کلاس کی عکاسی کے ساتھ سبق کا اختتام کریں۔ طلباء سے اپنے مشاہدات، بصیرت اور سرگرمی کے دوران درپیش کسی بھی چیلنج کا اشتراک کرنے کو کہیں۔

باہمی تعاون سے بورڈ پر ایک تصور نقشہ بنائیں، لکیری مساوات کے کلیدی عناصر اور حل کرنے کے عمل کا خلاصہ کریں۔

7- ہوم ورک تفویض (اختیاری) ہوم ورک کے لیے لکیری مساوات کا ایک سیٹ تفویض کریں، جس سے کلاس میں شامل تصورات کو تقویت ملے گی۔

طلباء کو کسی بھی سوال یا چیلنج کو اگلی کلاس میں لانے کی ترغیب دیں۔

تشخیص: سبق کے دوران مشاہدے، شرکت اور مباحثے کے ذریعے تشخیصی تشخیص۔

آزادانہ مشق کے مسائل کے لیے طلباء کے حل کا جائزہ۔

گائیڈڈ پریکٹس کے دوران فراہم کردہ فیڈ بیک۔

تفریق: ان طلباء کو اضافی مدد فراہم کریں جنہیں ہدایت یافتہ مشق کے دوران اس کی ضرورت پڑ سکتی ہے۔

مضبوط تفہیم کا مظاہرہ کرنے والے طلباء کے لیے زیادہ چیلنجنگ مساوات پیش کریں۔

بندش: متن کے کلیدی نکات کا خلاصہ کریں، لکیری مساوات کو حل کرنے میں شامل اقدامات پر زور دیں۔ طلباء کی حوصلہ افزائی کریں کہ وہ کلاس روم سے باہر اپنے علم کی مشق اور اطلاق جاری رکھیں۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. تدریسی تصورات میں "جوابی مثال" (Counter-example) اور "غیر مثال" (Non-example) کے درمیان فرق واضح کریں۔
2. تدریس ریاضی میں "مثالوں اور غیر مثالوں" کے استعمال سے طلبہ کی تنقیدی سوچ کو کس طرح فروغ دیا جاسکتا ہے؟
3. جیروم برونز کے Concept Attainment Model (CAM) کی ریاضیاتی تدریس میں افادیت مختصر طور پر بیان کریں۔

9.4 خلاصہ (Summary)

اس اِکائی میں تصورات کے دلچسپ دائرے، ہمارے علم کے تعمیراتی عناصر کی کھوج کی گئی۔ ہم نے تحقیق کی کہ ہم کس طرح جسمانی اور تجربی تصورات کو اپنے ادراک میں پیدا اور ضم کرتے ہیں۔ ہم نے مشاہدہ کیا کہ خیالات کی صحیح وضاحت کے لیے ضروری اور کافی شرائط ضروری ہیں اور یہ کہ متضاد، جوابی مثالیں، اور غیر مثالیں سیکھنے والوں کو انہیں سمجھنے میں مدد کرتی ہیں۔ ہم نے مشغول مشقوں کے ذریعے کامیاب تصور کی تدریسی حکمت عملی پر تبادلہ خیال کیا اور منصوبہ بندی کی۔ جیروم برونز کا آئیڈیالائٹینمنٹ ماڈل ریاضیاتی تصور کی تعمیر میں طلباء کو فعال طور پر شامل کرنے کے لیے ایک مفید ذریعہ ہے۔ ہم نے کلاس کے بعد پیچیدگی اور مطابقت کو سمجھا۔ ہم نے سیکھا کہ کس طرح تصورات حاصل کرنے میں اپنی اور دوسروں کی مدد کی جائے، خاص طور پر ریاضی کی تعلیم میں۔

9.5 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- ریاضیاتی بیانات میں ضروری اور کافی حالات کے تصورات کا تجزیہ اور وضاحت کریں۔
- ریاضیاتی تصورات کا موازنہ اور تضاد کرنے کے لیے تکنیکوں کا استعمال کریں۔
- ریاضیاتی بیانات کی سمجھ کو بڑھانے کے لیے جوابی مثالوں اور غیر مثالوں کا استعمال کریں۔

- اسباق کے منصوبے تیار کریں جو ریاضیاتی تصورات کی تعلیم کے لیے واضح مقاصد کو شامل کریں۔
- مختلف ریاضیاتی تصورات کے لیے موثر تدریسی حکمت عملیوں کو نافذ کریں
- طلباء درست ریاضیاتی بیانات کو فعال کرتے ہوئے ضروری اور کافی حالات کے درمیان فرق کریں گے۔
- سیکھنے والے ریاضیاتی تصورات کا موازنہ اور تضاد کرنے کے لیے موثر تکنیکوں کا استعمال کریں گے، جس سے گہری تفہیم کو فروغ ملے گا۔
- جوابی مثالوں اور غیر مثالوں کے استعمال سے تنقیدی سوچ کی مہارت میں اضافہ ہوگا، جس سے طلباء ریاضیاتی تصورات پر سوال کرنے اور ان کی سمجھ کو بہتر بنانے کے قابل ہوں گے۔
- واضح مقاصد کے ساتھ سبق کے منصوبے تیار کرنے سے طلباء کو موثر علم کی منتقلی کے لیے اپنے تدریسی طریقوں کی تشکیل کرنے میں مدد ملے گی۔
- مختلف تدریسی حکمت عملیوں کا نفاذ طلباء کو ریاضیاتی تصورات کو متنوع طریقوں سے بات چیت کرنے کے لیے تیار کرے گا۔
- متنوع تدریسی حکمت عملیوں کو نافذ کرنے سے طلباء کو سیکھنے کی مختلف ترجیحات کو پورا کرنے کے لیے بااختیار بنایا جائے گا، جس سے کلاس روم میں متحرک اور مشغول ماحول کو فروغ ملے گا۔
- تدریسی حکمت عملیوں کو سیکھنے کے مختلف اندازوں کے مطابق ڈھالنے سے شمولیت کو فروغ ملے گا، اس بات کو یقینی بنایا جائے گا کہ تمام طلباء ریاضیاتی تصورات کو موثر طریقے سے سمجھ سکیں اور ان کا اطلاق کر سکیں۔
- طلباء کا نیپٹ اٹینمنٹ ماڈل (سی اے ایم) کو سمجھیں گے اور ریاضیاتی تصورات کی موثر تعلیم کو آسان بنانے میں اس کی صلاحیت کو پہچانیں گے۔
- سی اے ایم اصولوں کا اطلاق طلباء کو وضاحت اور درستگی کے ساتھ پیچیدہ ریاضیاتی تصورات سکھانے کے قابل بنائے گا۔
- ریاضی کی تعلیم میں سی اے ایم کے انضمام سے مجموعی طور پر تدریس اور سیکھنے کے تجربے میں اضافہ ہوگا، جس سے ریاضیاتی تصورات کی گہری تفہیم کو فروغ ملے گا۔

9.6 فرہنگ (Glossary)

- **تکثریت تصور:** حسی تجربات میں بنی ایک تصور اور آسانی سے جسمانی اشیاء کی طرف سے نمائندگی۔
- **تجربیدی تصور:** ایک تصور غیر محسوس اور اعلیٰ درجے کی سوچ کی ضرورت ہوتی ہے
- **رشتہ دار تصور:** ایک تصور جس میں دوسرے تصورات کے مابین روابط شامل ہیں
- **غیر رشتہ دار تصور:** ایک تصور اچھی طرح سے متعین حدود کے ساتھ اکیلے کھڑے
- **کھلا تصور:** پیکلڈ حدود کے ساتھ ایک تصور اور نئی معلومات کو ایڈجسٹ کر سکتے ہیں
- **بند تصور:** اچھی طرح سے متعین حدود اور محدود اضافے کے ساتھ ایک تصور

- متحرک تصور: ایک تصور جو نئی معلومات یا سیاق و سباق کے مطابق تیار اور ڈھال رہا ہے
- جامد تصور: ایک تصور جو وقت کے ساتھ نسبتاً مستحکم رہتا ہے۔ e.g.، نظریہ، حقائق
- تصور کی تشکیل: معلومات اور تجربات کو مربوط کر کے نئے علم کی تعمیر کا عمل۔
- تصور انضمام: موجودہ علمی ڈھانچے میں نئے تصورات کو شامل کرنے کا عمل۔
- تعریف کی شرائط: ضروری شرط: ایک خصوصیت جو کسی تصور کے سچ ہونے کے لیے ہمیشہ موجود ہونی چاہیے
- کافی حالت: ایک خصوصیت جو کسی تصور کی ضمانت دیتی ہے اگر موجود ہو تو سچ ہے۔
- موازنہ اور تضاد: تفہیم کو فروغ دینے کے لیے تصورات کے درمیان مماثلت اور اختلافات کو اجاگر کرنا۔
- جوابی مثال: ایک ایسی مثال جو تصور کے مطابق نہیں ہے، اس کی حدود کو واضح کرتی ہے۔
- غیر مثال: ایک مثال جس کا تصور سے مکمل طور پر کوئی تعلق نہیں ہے، اس کے فرق پر زور دیتی ہے۔
- ترتیب اور رفتار: ایک منظم ترتیب میں تصورات کو آسان سے زیادہ پیچیدہ میں متعارف کرانا۔
- تجریدی سے ٹھوس: حقیقی دنیا کے تجربات اور بصریوں میں تجریدی تصورات کی بنیاد رکھنا۔
- فعال سیکھنا: طلباء کو مسائل کے حل، بات چیت اور عملی سرگرمیوں میں شامل کرنا۔
- تشخصی تشخص: تفہیم کے لیے باقاعدگی سے جانچ کرنا اور ہدف شدہ رائے فراہم کرنا۔

9.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

- 1- مندرجہ ذیل میں سے کون سا بیان ریاضیاتی تصور کی نوعیت کو بہترین طور پر بیان کرتا ہے؟
 (الف) معلومات کا ایک مخصوص ٹکڑا جیسے پائی کی قدر۔
 (ب) ایک ذہنی تجریدی جو ریاضیاتی اشیاء یا واقعات کی ضروری خصوصیات کی نمائندگی کرتی ہے۔
 (ج) مخصوص مسائل کو حل کرنے کے لیے ایک فارمولہ یا الگورتھم۔
 (د) ریاضیاتی حقائق کی حفظ شدہ فہرست۔
- 2- کون سا تصور فطرت میں زیادہ تجریدی ہے؟
 (الف) اشیاء کی گنتی کرنا۔
 (ب) اضافے کو سمجھنا۔
 (ج) لامحدود کے تصور کو اپنانا۔
 (د) ہندسی شکلوں کو پہچاننا۔
- 3- ٹھوس اور تجریدی ریاضیاتی تصور میں بنیادی فرق کیا ہے؟
 (الف) ٹھوس تصورات کو سیکھنا ہمیشہ آسان ہوتا ہے۔

- (ب) ٹھوس تصورات میں جسمانی تجربات شامل ہوتے ہیں، جبکہ تجریدی تصورات میں نہیں ہوتے۔
 (ج) ٹھوس تصورات صرف ابتدائی ریاضی میں استعمال ہوتے ہیں۔
 (د) ان کے درمیان کوئی خاص فرق نہیں ہے۔

4۔ اساتذہ طلباء کو ٹھوس اور تجریدی تصورات کے درمیان پل بنانے میں کس طرح مدد کر سکتے ہیں؟
 (الف) صرف فارمولوں کو حفظ کرنے پر توجہ مرکوز کر کے۔ (ب) ٹھوس مواد کی ہیرا پھیری اور تلاش کے مواقع فراہم کر کے۔

- (ج) تعریفوں کے روٹ سیکھنے پر زور دے کر۔ (د) حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز سے رابطوں سے گریز کر کے۔
 5۔ اساتذہ کے لیے تصورات کی نوعیت کو سمجھنا کیوں ضروری ہے؟
 (الف) یہ انہیں طلباء کے لیے سب سے مشکل مسائل کا انتخاب کرنے کی اجازت دیتا ہے۔
 (ب) اس سے انہیں مختلف تصورات کے لیے موثر تدریسی حکمت عملی تیار کرنے میں مدد ملتی ہے۔
 (ج) اس سے وہ طلباء کے سامنے زیادہ باخبر نظر آتے ہیں۔
 (د) اچھی تعلیم کے لیے یہ ضروری نہیں ہے۔

6۔ تعلیمی تصورات میں ضروری اور کافی حالات کے لئے ضروری ہے 1 :

- (الف) طلباء کو الجھن میں ڈالنا (ب) بیانات مبہم بنانا
 (ج) درست تدریس (د) تنقیدی سوچ سے گریز کرنا

7۔ تصورات کا موازنہ اور تضاد طلباء کی مدد کرتا ہے 2 :

- (الف) معلومات کو بہتر طریقے سے یاد رکھیں (ب) تنقیدی سوچ کی مہارتوں کو فروغ دیں
 (ج) باریکیوں کو سمجھنے سے گریز کریں (د) صرف مماثلتوں پر توجہ دیں

8۔ تدریسی تصورات میں جوابی مثالیں فراہم کرنے کا مقصد کیا ہے؟ 3

- (الف) طلباء کو الجھن میں ڈالنا (ب) ان حالات کو اجاگر کرنا جن کے تحت کوئی بیان غلط ہے
 (ج) معلومات کو حفظ کرنا (د) تخلیقی صلاحیتوں کو محدود کرنا

9۔ تدریسی تصورات کی منصوبہ بندی میں شامل ہیں 4۔

- (الف) واضح مقاصد کو نظر انداز کرنا (ب) سیکھنے کے ماحول کو نظر انداز کرنا
 (ج) محتاط تنظیم اور ساخت (د) متنوع تدریسی حکمت عملیوں سے گریز کرنا

10۔ تدریسی حکمت عملیوں کو سیکھنے کے مختلف اندازوں کے مطابق ڈھالنا کیوں ضروری ہے؟

- (الف) طلباء کی شمولیت کو محدود کرنا (ب) ایک جامع تعلیمی ماحول پیدا کرنا

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

- 1- "تصور" کی اصطلاح کی وضاحت کریں اور تدریس کے میدان میں اس کی اہمیت کی وضاحت کریں۔
- 2- تصورات کی تدریس دیتے وقت ضروری اور کافی حالات میں فرق کرنے کی اہمیت کو مختصر طور پر بیان کریں۔ ایک ریاضیاتی مثال فراہم کریں۔
- 3- تدریسی عمل میں تصورات کا موازنہ اور تضاد کرنے کا مقصد کیا ہے؟ کسی بھی موضوع کے شعبے سے ایک مثال فراہم کریں۔
- 4- برنز کے کانسیپٹ اٹینمنٹ ماڈل (سی اے ایم) کے بنیادی اصولوں کی وضاحت کریں اور اسے ریاضی کی تعلیم میں کیسے لاگو کیا جاسکتا ہے۔
- 5- روم کی ترتیب میں ریاضیاتی تصورات کی تعلیم کے لیے عمل درآمد کی تین موثر حکمت عملیوں کی فہرست بنائیں اور مختصر طور پر وضاحت کریں۔

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

- 1- ٹھوس اور تجریدی تصورات کے درمیان فرق کریں، ہر ایک کی مثالیں فراہم کریں۔ اس قسم کے تصورات کو سمجھنے سے تدریسی سیکھنے کے عمل میں کیسے اضافہ ہو سکتا ہے؟
- 2- تصور کے انضمام کے عمل میں تجربے اور ادراک کے کردار پر بحث کریں۔ طلباء حقیقی دنیا کے تجربات کے ذریعے ریاضیاتی تصورات کو کس طرح ضم کر سکتے ہیں اس کی مثالیں فراہم کریں۔
- 3- تصورات کی تعلیم دیتے وقت جوابی مثالیں فراہم کرنے کی اہمیت بیان کریں۔ ریاضیاتی تصور سے ایک مثال کے ساتھ وضاحت کریں۔
- 4- تصورات کی منصوبہ بندی میں شامل کلیدی عناصر کی تفصیل بتائیں۔ مؤثر منصوبہ بندی کلاس روم میں کامیاب تصور کی فراہمی میں کس طرح حصہ ڈالتی ہے؟
- 5- ایک مخصوص ریاضیاتی تصور کی تعلیم میں جیروم برنز کے کانسیپٹ اٹینمنٹ ماڈل (سی اے ایم) کے مرحلہ وار اطلاق کی وضاحت کریں۔ سی اے ایم طلباء کی پیچیدہ ریاضیاتی نظریات کی سمجھ کو کیسے بڑھاتا ہے؟

9.8 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

<https://www.davuniversity.org/images/files/studymaterial/CONCEPT%20ATTAINMENT%20MODEL,EDU202.pdf>

- 1- <https://aru-online.com/E-learning/wp-content/uploads/2018/05/Theory-of-Education-Study-Unit-4.pdf>
- 2- Bruner, J. S. (1960). The process of education. Harvard University Press.
- 3- Ausubel, D. P. (2000). The acquisition and retention of knowledge (Vol. 4). Springer.
- 4- Van de Walle, D. A. (2007). Foundations of mathematics. Pearson Education.

اکائی-10

کلاس VI سے X تک ریاضی، الجبرا، جیومیٹری، ٹریگونومیٹری، امکان اور شماریات کے مختلف تصورات پر طلباء اساتذہ میں بیداری پیدا کرنا

(Creating awareness among student teachers on various concepts of Arithmetic, Algebra, Geometry, Trigonometry, Probability and Statistics from classes VI to X)*

تمہید (Introduction)	10.0
مقاصد (Objectives)	10.1
کلاس VI سے X تک مختلف تصورات پر طالب علم اساتذہ میں بیداری پیدا کرنا	10.2
(Creating awareness among student teachers on various concepts from classes VI to X)	
10.2.1 ریاضی (Arithmetic)	
10.2.2 الجبرا (Algebra)	
10.2.3 جیومیٹری (Geometry)	
10.2.4 ٹریگونومیٹری (Trigonometry)	
10.2.5 امکان اور شماریات (Probability and Statistics)	
خلاصہ (Summary)	10.3
اكتسابی نتائج (Learning Outcomes)	10.4
فرہنگ (Glossary)	10.5
نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)	10.6
تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)	10.7

* Prof. Najma Begum, Professor, Dept. of Education & Training, MANUU

10.0 تمہید (Introduction)

مکملہ اساتذہ، اعداد، شکلوں، نمونوں اور امکانات کے شعبوں میں کھوج لگائیں! آج، ہم ریاضی کے دلچسپ دائرے کو تلاش کریں گے، جس میں گریڈ چھ سے دس کے طلباء کے لیے اہم موضوعات پر خاص زور دیا جائے گا۔ یہ مہم محض فارمولوں اور مساوات سے آگے بڑھ کر ہمارے روزمرہ کے وجود میں ریاضی کی خوبصورتی، اہمیت اور اثر و رسوخ پر روشنی ڈالتی ہے۔

اس سیلف لرننگ ماڈیول (ایس ایل ایم) کا بنیادی مقصد چھٹی سے دسویں جماعت کے لیے ریاضی، الجبرا، جیومیٹری، ٹریگونومیٹری، امکان اور شماریات کے مختلف تصورات کے بارے میں طلباء اساتذہ میں بیداری پیدا کرنا ہے۔ ماڈیول کا مقصد B.Ed لیس کرنا ہے۔ ان ریاضیاتی تصورات کو مؤثر طریقے سے پڑھانے کے لیے ضروری علم اور تدریسی مہارت رکھنے والے طلباء۔

10.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کا مطالعہ کرنے کے بعد طلباء اس قدر قابل ہو جائیں گے کہ
- کلاس VI-X کے لیے ہر ریاضیاتی ڈومین (ریاضی، الجبرا، جیومیٹری، ٹریگونومیٹری، امکان، اور شماریات) میں شامل بنیادی تصورات کی شناخت اور وضاحت کریں۔
- مختلف ڈومینز میں مختلف ریاضیاتی تصورات کے درمیان رابطوں اور باہمی تعلق کی سمجھ کا مظاہرہ کریں۔
- کلاس VI-X میں ریاضیاتی تصورات کی پیچیدگی اور تجریدی کی ترقی کا تجزیہ کریں۔
- مختلف ڈومینز میں ریاضی کے بڑے تصورات کی حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز کی وضاحت کریں۔
- فہم: ریاضیاتی تصورات کی مختلف نمائندگی کے درمیان فرق (e.g., formulas, diagrams, graphs, tables)۔
- ترقی کی ذہنیت کو فروغ دیں اور مشکل ریاضیاتی تصورات سے نمٹنے میں استقامت کی حوصلہ افزائی کریں۔

10.2 کلاس VI سے X تک مختلف تصورات پر طالب علم اساتذہ میں بیداری پیدا کرنا

(Creating awareness among student teachers on various concepts from classes VI to X)

10.2.1 ریاضی (Arithmetic)

ریاضیاتی مقصد کی تفہیم: اس ماڈیول کا مقصد B.Ed کو گہرا کرنا ہے۔ طلباء کی ریاضی کے بنیادی تصورات کی تفہیم اور انہیں چھٹی سے دسویں جماعت کے طلباء کو ان تصورات کو مؤثر طریقے سے سکھانے کے لیے ضروری مہارتوں سے آراستہ کرنا۔

مواد:

A. نمبر سسٹم

نمبر سسٹمز کا تعارف: مختلف عدد نظاموں کی وضاحت اور وضاحت کریں، بشمول قدرتی اعداد، مکمل اعداد، عدد، عقلی اعداد، اور غیر معقول اعداد

نمبر کی خصوصیات: کمیوٹیوٹی، ایسوسی ایٹیوٹی، ڈسٹری بیوٹیوٹی، اور ایڈیٹیو اور ملٹی پلکٹیو انورسز کے تصور جیسی خصوصیات تلاش کریں۔
نمبر لائن: مختلف قسم کے نمبروں کی نمائندگی اور موازنہ کرنے کے لیے نمبر لائن کے استعمال کی وضاحت کریں۔

B. بنیادی آپریشنز (Addition, Subtraction, Multiplication, Division)

اضافہ اور گھٹاؤ کو سمجھنا: دوبارہ گروپ کرنے اور قرض لینے کی اہمیت پر زور دیتے ہوئے، اضافہ اور گھٹاؤ کے تصورات کو توڑ دیں۔
ضرب کی تلاش: ضرب کے مختلف طریقے متعارف کروائیں، جن میں معیاری الگورتھم، جالی کا طریقہ، اور ایریا ماڈل شامل ہیں۔
تقسیم کی تکنیک: مختصر تقسیم، طویل تقسیم، اور بقیہ کے ساتھ تقسیم کرنے کی حکمت عملی کا احاطہ کریں۔
C. فریکشن اور اعشاریوں: فریکشن کا تعارف: حصوں کی وضاحت کریں، مساوی حصوں پر تبادلہ خیال کریں، اور حصوں کے ساتھ کارروائیوں کو تلاش کریں، بشمول اضافہ، گھٹاؤ، ضرب، اور تقسیم۔

اعشاریہ نوٹیشن: اعشاریہ اور حصوں کے درمیان تعلق پر زور دیتے ہوئے اعشاریہ اعداد اور ان کی نمائندگی متعارف کروائیں۔
D. فیصد اور تناسب: فیصد کو سمجھنا: فیصد کی وضاحت کریں اور حقیقی دنیا کے سیاق و سباق میں ان کی اپیلی کیشنز کو تلاش کریں، بشمول فیصد میں اضافہ، کمی اور سادہ سود۔

تناسب: تناسب کے تصور کی وضاحت کریں، تناسب تعلقات کو تلاش کریں، اور مختلف ریاضیاتی اور حقیقی دنیا کے منظر ناموں میں اپیلی کیشنز پر تبادلہ خیال کریں۔

ترسیل کا طریقہ: لیکچرز اور مظاہرے: روایتی لیکچرز کو انٹرایکٹو مظاہروں کے ذریعے مکمل کیا جائے گا تاکہ کلیدی تصورات کو بصری طور پر واضح کیا جاسکے، تجریدی خیالات کو مزید ٹھوس بنایا جاسکے۔

پینڈز آن سرگرمیاں: طلباء کو ریاضی کے تصورات کی تفہیم اور اطلاق کو بڑھانے کے لیے دستی سرگرمیوں، جیسے ہیرا پھیری پر مبنی مشقوں اور مسئلہ حل کرنے کے کاموں میں شامل کریں۔

باہمی تعاون سے سیکھنا: گروپ ڈسکشن، ہم مرتبہ کی تعلیم، اور باہمی تعاون سے مسائل کے حل کے ذریعے طلباء کے درمیان تعاون کو فروغ دینا، خیالات اور متنوع نقطہ نظر کے تبادلے کی حوصلہ افزائی کرنا۔

ٹیکنالوجی انضمام: ریاضی کے تصورات کی حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز کی تقلید کے لیے تعلیمی ٹیکنالوجی ٹولز کو مربوط کریں، طلباء کی ڈیجیٹل خواندگی کو بڑھائیں اور انہیں ٹیکنالوجی سے بھرپور کلاس رومز کے لیے تیار کریں۔

تشخیص: تشخیصی جائزے: وقتاً فوقتاً کونز، کلاس کی مشقیں، اور گروپ ڈسکشن طلباء کی ریاضی کے تصورات کی گرفت پر جاری فیڈبیک فراہم کریں گے۔

خلاصہ تشخیص: ماڈیول کے آخر میں ایک جامع امتحان طلباء کی ریاضی کے تصورات پر مہارت اور ان تصورات کی تعلیم میں تدریسی اصولوں کو لاگو کرنے کی ان کی صلاحیت کا جائزہ لے گا۔

پریکٹیکل اپیلی کیشن پروجیکٹ: طلباء مخصوص ریاضی کے تصورات کی تعلیم پر مرکوز ایک سبق منصوبہ تیار کریں گے اور پیش کریں گے، جو نظریاتی علم کو موثر تدریسی حکمت عملیوں میں ترجمہ کرنے کی اپنی صلاحیت کا مظاہرہ کریں گے۔

10.2.2 الجبرا (Algebra)

الجبرا کی تلاش

مقصد: طلباء کی الجبرائی تصورات کی تفہیم اور انہیں چھٹی سے دسویں جماعت کے لیے موثر تدریسی حکمت عملیوں سے آراستہ کرنا۔

مواد: بنیادی الجبرائی تاثرات، مساوات اور عدم مساوات، کثیر الجہتی اور فیکٹرنگ افعال اور گراف۔

الجبرا ریاضی کی ایک شاخ ہے جو مساوات کو حل کرنے اور ریاضیاتی ڈھانچے کا مطالعہ کرنے کے لیے ان علامتوں کو جوڑنے کے لیے علامتوں اور اصولوں سے متعلق ہے۔ الجبرا کے بنیادی تصورات میں شامل ہیں۔

متغیرات: متغیر ایک علامت ہے، عام طور پر ایک حرف، جو کسی نامعلوم یا غیر متعین نمبر کی نمائندگی کرتا ہے۔ عام طور پر استعمال ہونے والے متغیرات میں x ، y ، اور z شامل ہیں۔ مثال: اظہار $2x^2 + 3x + 3$ میں x ایک متغیر ہے۔

تاثرات: ایک اظہار اعداد، متغیرات اور کارروائیوں کا مجموعہ ہے۔ (like addition, subtraction, multiplication, and division)۔ مثال $3x + 5$ الجبرائی اظہار ہے۔

مساوات (equation): مساوات ایک بیان ہے جو دو تاثرات کی مساوات پر زور دیتا ہے۔ اس میں ایک مساوی نشان (=) ہوتا ہے اور اس میں متغیرات ہو سکتے ہیں۔ مثال $3 = x - 7$: ایک مساوات ہے۔

کوفیشنٹس (coefficient): کوفیشنٹس الجبرائی اظہار میں کسی اصطلاح کے عددی حصے ہوتے ہیں۔ $3x$ میں، عددی سر 3 ہے۔

مثال $y - 2 = 5$ میں، 5 گتہ تک / عددی سر ہے۔

شرائط (terms): اصطلاح ایک واحد ریاضیاتی اظہار ہے، یا تو ایک عدد یا متغیر، یا اعداد اور متغیرات کا پروڈکٹ۔

مثال $4xy$ میں، دو اصطلاحات ہیں 4 اور xy ۔

کثیر الجہتی (polynomials): کثیر الجہتی ایک یا ایک سے زیادہ اصطلاحات پر مشتمل ایک اظہار ہے، جہاں متغیرات میں غیر منفی عدد کے اشارے ہوتے ہیں۔ مثال $2x^2 + 3x - 1$: ایک کثیر الجہتی ہے۔

مساوات کا حل (equation solving): مساوات کو حل کرنے میں ان متغیرات کی اقدار کو تلاش کرنا شامل ہے جو مساوات کو درست بناتے ہیں۔ مثال $2x - 7 = 3$ میں، x کے لیے حل کرنے کا نتیجہ $x = 5$ میں آتا ہے۔

عدم مساوات (inequalities): عدم مساوات میں ایسے تاثرات شامل ہوتے ہیں جو برابر نہیں ہوتے ہیں، اور وہ $<$ ، $>$ ، $\leq$ ، یا $\geq$ جیسی علامتیں استعمال کرتے ہیں۔ مثال $2x + 3 > 5$: عدم مساوات کی نمائندگی کرتا ہے۔

افعال (functions): فنکشن ان پٹ (ڈومین) کے ایک سیٹ اور ممکنہ آؤٹ پٹ (ریج) کے ایک سیٹ کے درمیان تعلق ہے جہاں ہر ان پٹ بالکل ایک آؤٹ پٹ سے متعلق ہے۔ مثال $f(x) = 2x + 1$: ایک لکیری فنکشن ہے۔

گراف (graph): بصری طور پر کوآرڈینیٹ طیاروں پر الجبرائی تاثرات، مساوات اور افعال کی نمائندگی کرتے ہیں۔ مثال $y = 1 + 2x$ کا گراف ایک سیدھی لکیر ہے۔

الجبرائی شناخت ریاضیاتی تاثرات ہیں جو اس میں شامل متغیرات کی کسی بھی قدر کے لیے درست رہتے ہیں۔ وہ تاثرات کو آسان بنانے، مساوات کو حل کرنے اور مختلف الجبرائی مقداروں کے درمیان تعلقات کو سمجھنے میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ یہاں کچھ بنیادی الجبرائی شناختوں کے ساتھ بنیادی ریاضی کی کارروائیاں شامل ہیں:

1- تبادله پر اپرٹی (commutative property): $a + b = b + a$ اور $ab = ba$ ، وضاحت: اضافہ یا ضرب کی ترتیب نتیجہ کو متاثر نہیں کرتی۔

2- ایسوسی ایٹو پر اپرٹی (associative property): $(a + b) + c = a + (b + c)$ اور $(ab)c = a(bc)$ ، وضاحت: جمع یا ضرب میں اعداد کی گروہ بندی نتیجہ کو متاثر نہیں کرتی۔

3- تقسیم پر اپرٹی (distributive property): $a(b + c) = ab + ac$ ، وضاحت: ضرب اضافے پر تقسیم ہوتی ہے۔

4- شناخت عنصر (identity element): $a + 0 = 0 + a$ اور $a \cdot 1 = 1 \cdot a$ ، وضاحت: کسی عدد میں صفر کا اضافہ کرنے یا کسی عدد کو ایک سے ضرب دینے سے عدد تبدیل نہیں ہوتا۔

5- الٹا عنصر: خاصیت (inverse element): $a + (-a) = 0$ اور $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$ (کے لیے $a \neq 0$)، وضاحت: اضطراری الٹا کو جوڑنے یا ضرب الٹا سے ضرب دینے سے شناختی عنصر حاصل ہوتا ہے۔

6- بائنومیل کا مربع: شناخت (square of a binomial): $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ، وضاحت: مربع بائنومینلز کو بڑھانے کے لیے مفید۔

7- مربعوں کا فرق: شناخت (difference of squares): $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ، وضاحت: دو مربعوں کے فرق کو فیکٹر کرنے کے لیے مفید۔

8- کیوب کا مجموعہ اور کیوب کا فرق: شناخت (sum of cubes and difference of cubes):

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \text{ اور } (a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

وضاحت: دو کیوب کے مجموعے یا فرق کو فیکٹر کرنے کے لیے مفید۔

بنیادی ریاضیاتی کارروائیاں شامل ہیں: اضافہ (addition) دو یا دو سے زیادہ اعداد کو ملا کر ان کا مجموعہ معلوم کرنا۔ مثال: $a + b$:

گھٹاؤ (subtraction) دو اعداد کے درمیان فرق تلاش کریں۔ مثال: $a - b$:-، ضرب (multiplication) دو یا دو سے زیادہ اعداد کا پروڈکٹ تلاش کرنا۔ مثال: ab :

ڈویژن (division) حصص کو تلاش کرنے کے لیے ایک عدد کو دوسرے سے تقسیم کرنا۔ مثال: a/b :- (فرض کریں کہ $b \neq 0$)

ایکسپونینیشن (exponentiation) ایک عدد کو قوت میں بڑھانا۔ مثال: a^n :- (جہاں n ایک مثبت عدد ہے)

جزر (roots): کسی عدد n کا n واں جڑ تلاش کرنا۔ مثال: $\sqrt[n]{a}$

ان الجبرائی شناختوں اور بنیادی ریاضی کی کارروائیوں کو سمجھنا اور ان کا اطلاق کرنا الجبرا میں بنیادی مہارتیں ہیں۔ وہ تاثرات کو آسان بنانے، مساوات کو حل کرنے اور ریاضیاتی تعلقات میں ہیرا پھیری کے لیے طاقتور آلات فراہم کرتے ہیں۔

1. مناسب الجبرائی شناخت کا استعمال کرتے ہوئے 10922 حل کریں

حل: Solution:

Use the algebraic identity: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Now, $1092 = 1000 + 92$

So, $1092^2 = (1000 + 92)^2$

$(1000 + 92)^2 = (1000)^2 + 2 \times 1000 \times 92 + (92)^2$

$= 1000000 + 184000 + 8464$

Thus, $1092^2 = 1192464$.

2. کیوبائڈل باکس کے حجم کا حساب لگائیں جس کے طول و عرض $5x \times 3x^2 \times 7x^4$ ہیں

حل: دیا ہے، لمبائی $5x$

چوڑائی $3x^2$

اونچائی $7x^4$

کیوبائڈ کا حجم = لمبائی $\times$ چوڑائی $\times$ اونچائی

$5x \times 3x^2 \times 7x^4$

$105x^2 \times x^4 = 105x^6$ اور 3، 5، 7 کو ضرب دیں

متغیر اصول استعمال کریں $x^a \times x^b = x^{(a+b)}$ تو:

$$105xx^2x^4 = 105x^{1+2+4} = 105x^7$$

ترسیل کا طریقہ: انٹرایکٹو مسئلہ حل کرنا: طلباء کو الجبرائی مسائل کو باہمی تعاون سے حل کرنے میں شامل کریں تاکہ ان کی مسئلہ حل کرنے کی مہارت کو بڑھایا جاسکے۔

گرافیکل نمائندگی: الجبرائی تصورات کو گرافک طور پر بیان کرنے کے لیے بصری آلات اور ٹیکنالوجی کا استعمال کریں۔
کیس اسٹڈیز: حقیقی دنیا کے منظر ناموں کا تجزیہ کریں جہاں الجبرائی تصورات کا اطلاق ہوتا ہے۔

10.2.3 جیومیٹری (Geometry)

مقصد: موثر جیومیٹری ہدایات کے لیے ہندسی تصورات اور حکمت عملیوں کے بارے میں طلباء کی تفہیم۔
مواد: بنیادی ہندسی شکلیں اور خصوصیات، زاویے، لکیریں اور مثلث، حلقے اور تعمیرات، D2 اور D3 اعداد و شمار جیومیٹری، کلاس VI سے X تک، بنیادی تصورات کی ایک رینج کا احاطہ کرتا ہے جس میں سطحی شکلوں، سائز اور خصوصیات کا مطالعہ شامل ہوتا ہے۔ یہاں جیومیٹری کے کچھ بنیادی تصورات ہیں جن کا عام طور پر ان کلاسوں کے دوران احاطہ کیا جاتا ہے:

1. پوائنٹس، لائنیں اور طیارے:

پوائنٹس: نقطوں کے ذریعہ نمائندگی کی گئی ہے اور اس کا کوئی سائز نہیں ہے۔

لکیریں: سیدھی، مسلسل، اور دونوں سمتوں میں لامحدود توسیع۔

طیارے یا سطحیں: چپٹی سطحیں جو تمام سمتوں میں لامحدود حد تک پھیلی ہوئی ہیں۔

2. زاویہ: تعریف: ایک مشترکہ اختتامی نقطہ کے ساتھ دو شعاعوں سے بننے والی شکل۔

اقسام: ایکویٹ، رائٹ، آبیوز، سٹریٹ، اور ریفلیکس اینگلز۔

پیمائش کے زاویہ: ڈگریوں میں ($^{\circ}$)

3. مثلث: تعریف: تین اطراف اور تین زاویوں والا کثیرالاضعی۔

اقسام: مساوی، آکسو سیلیس، اسکیلین، ایکویٹ، رائٹ، آبیوز مثلث۔

خصوصیات: اندرونی زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ 180° ہوتا ہے۔

4. کوآڈریلیٹرل: تعریف: چار اطراف والا کثیرالاضعی۔

اقسام: مربع، مستطیل، روبنس، متوازی، ٹریپیزیم۔

5. کثیرالاضلاع: تعریف: ایک بند شکل جس کے تین یا زیادہ سیدھے اطراف ہوں۔

اقسام: باقاعدہ اور بے قاعدہ کثیرالاضلاع۔

6. دائرے: تعریف: ایک مقررہ نقطہ سے مساوی فاصلے پر پوائنٹس کا ایک مجموعہ جسے مرکز کہا جاتا ہے۔
عناصر: راس، قطر، دائرہ، اور رقبہ۔

7. رقبہ اور دائرہ:

رقبہ: کسی شکل سے منسلک علاقے کی پیمائش۔

دائرے: ایک کثیر الاضلاع کے تمام اطراف کا مجموعہ۔

8. حجم: تعریف: تین جہتی شے کے زیر قبضہ جگہ کی پیمائش۔

عام ٹھوس: کیوب، کیوبائڈز، سلنڈر، دائرے۔

9. مماثلت: ایک جیسے اعداد و شمار: ایک ہی شکل کے لیکن مختلف سائز کے ہو سکتے ہیں۔

متعلقہ اطراف کا تناسب: ایک جیسے اعداد و شمار کے اطراف متناسب ہوتے ہیں۔

10. تبدیلیاں: ترجمہ: کسی شکل کو اس کے سائز یا شکل کو تبدیل کیے بغیر سلائڈنگ کرنا۔

گردش: ایک شکل کو ایک مقررہ نقطہ کے گرد موڑنا۔

عکاسی: کسی شکل کو لکیر کے اوپر پھلانگنا۔

11. سمیٹری: لائن سمیٹری: ایک شکل سمیٹرک ہوتی ہے اگر اسے لائن کے ذریعے دو ایک جیسے حصوں میں تقسیم کیا جاسکے۔

گردش کی ہم آہنگی: ایک شکل کو مکمل موڑ سے کم کسی زاویے سے گھمایا جاسکتا ہے اور پھر بھی وہی ظاہر ہوتا ہے۔

12. جیومیٹری کو مربوط کریں:

مربوط طیارہ: ایک طیارہ جو دو عمودی نمبر لائنوں سے تشکیل پاتا ہے۔

کو آرڈینیٹس: کے طور پر نمائندگی (x, y) ۔

13. تعمیرات: ہندسی اعداد و شمار کی تعمیر کے لیے کمپاس اور سیدھے کنارے کا استعمال کرنا۔

14. نظریات:

پایتھاگورین نظریہ: دائیں زاویہ والے مثلث میں، ہائپوٹینوس کا مربع دوسرے دو اطراف کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔
تھیلز کا نظریہ: ایک دائرے میں، اگر قطر کھینچا جاتا ہے، تو یہ دائرے کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے اور کسی بھی تانے بانے کے ساتھ ایک صحیح زاویہ بناتا ہے۔

15. ہندسی فارمولے:

مثلث کا رقبہ: $12 \times \text{بیس} \times \text{اونچائی} \div 2$ بیس $\times$ اونچائی

دائرے کا رقبہ: $\pi \times \text{رداس}^2$

کیوبائڈ کا حجم: $\text{لمبائی} \times \text{چوڑائی} \times \text{اونچائی}$

ان بنیادی تصورات کو سمجھنا جیومیٹری میں مزید جدید موضوعات کی بنیاد رکھتا ہے۔ یہ طلباء کو شکلوں کا تجزیہ اور وضاحت کرنے، ہندسی مسائل کو حل کرنے اور مقامی استدلال کو فروغ دینے میں مدد کرتا ہے۔

ترسیل کا طریقہ :

ہندسی تعمیرات : ہندسی اعداد و شمار کی تعمیر کے لیے مقامی استدلال کو فروغ دینے کے لیے عملی سرگرمیاں انجام دیں۔
تصور کی مشقیں : تجزیہ ہندسی تصورات کو سمجھنے میں طلباء کی مدد کے لیے تصور کی تکنیکوں کا استعمال کریں۔
حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز : جیومیٹری کی عملی مطابقت پر زور دینے کے لیے حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز کو تلاش کریں۔

10.2.4 ٹریگونومیٹری (Trigonometry)

مقصد : اس ماڈیول کا مقصد B.Ed کے طالب علموں کو ٹریگونومیٹرک تصورات اور ٹریگونومیٹری کو مؤثر طریقے سے سکھانے کے طریقوں متعارف کرانا ہے۔

مواد : مثلثی تناسب، صحیح مثلثوں کو حل کرنا، مثلثی شناخت، ٹریگونومیٹری کے استعمال۔

مثلثیات ریاضی کی ایک شاخ ہے جو مثلث کے زاویوں اور اطراف کے درمیان تعلقات سے متعلق ہے۔ مثلثیات کے بنیادی تصورات میں شامل ہیں :

1. ٹریگونومیٹرک تناسب (Sine (sin : مخالف طرف / Hypotenuse طرف، Cosine (cos : ملحقہ سائیڈ / ہائپوٹینوز سائیڈ
ٹینیجینٹ (ٹین) : مخالف جانب / ملحقہ جانب

2. یونٹ سرکل : ایک دائرہ جس کا رداس 1 ہے، جو کو آرڈینیٹ طیارہ کی ابتدا پر مرکوز ہے۔

اکائی دائرے پر موجود پوائنٹس کو مثلثی افعال کی وضاحت کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

3. زاویہ کی پیمائش : ڈگریوں میں زاویوں کی پیمائش (°)

ریڈینس : ریڈینس میں زاویوں کی پیمائش۔

4. مثلثی شناخت :

باہمی شناخت : $\tan(\theta) = 1 / \cot \theta$, $\cos(\theta) = 1 / \sec \theta$, $\sin(\theta) = 1 / \csc(\theta)$

تناسب کی شناخت : $\tan(\theta) = \sin(\theta) / \cos(\theta)$

پایتھاگورین شناخت : $\cot^2(\theta) = \csc^2(\theta) + 1$, $\tan^2(\theta) = \sec^2(\theta) + 1$, $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$

5. خاص زاویوں کے مثلثی افعال : 0° , 30° , 45° , 60° , اور 90° کے sine اور cosine کے لئے عام اقدار۔

6. ٹریگونومیٹرک افعال کے گراف : سائن، کوسائن اور ٹینیجینٹ افعال کے گراف، جو ان کی دورانیہ کی نوعیت کو ظاہر کرتے ہیں۔

7. مثلثی مساوات : ایسی مساوات جن میں مثلثی افعال شامل ہوتے ہیں جو نامعلوم زاویوں کے لیے حل کیے جاتے ہیں۔

ان بنیادی تصورات کو سمجھنے سے طلباء کو مثلث، زاویہ اور دورانیے کے افعال سے متعلق مسائل کو حل کرنے میں مدد ملتی ہے۔
ٹریگونومیٹری قدرتی مظاہر کی ایک وسیع رینج کو سمجھنے اور تجزیہ کرنے کا ایک بنیادی ذریعہ ہے اور سائنس اور انجینئرنگ کے بہت سے شعبوں میں اس کا وسیع پیمانے پر اطلاق ہوتا ہے۔

ترسیل کا طریقہ :

عملی اپیلی کیشنز: طبیعیات، انجینئرنگ اور فن تعمیر جیسے شعبوں میں مثلثیات کی حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز کو تلاش کریں۔
انٹرایکٹو سیمولیشنز: طلباء کو مثلثی تصورات کو دیکھنے اور سمجھنے میں مدد کے لیے انٹرایکٹو سیمولیشنز کا استعمال کریں۔
مسئلہ حل کرنا اور کشاپس: مثلثی اصولوں کو لاگو کرنے میں طلباء کی صلاحیتوں کو بڑھانے کے لیے مسئلہ حل کرنے والی ورکشاپس کا انعقاد۔

10.2.5 امکانات اور شماریات (Probability and Statistics)

امکانات اور شماریات کا تعارف

مقصد: یہ ماڈیول امکانات اور شماریات کے تصورات کی تعلیم میں B.Ed طلباء کی اہلیت کی تعمیر پر مرکوز ہے۔

مواد: امکان کے بنیادی تصورات، وضاحتی شماریات، تشخیصی اعداد و شمار، ڈیٹا تجزیہ اور تشریح۔

امکانات کے بارے میں یہ بنیادی آگاہی ہونی چاہیے، سازگار ابتدائی نتائج کی تعداد۔

1. امکان = ابتدائی نتائج کے سازگار نتائج کی تعداد A ابتدائی نتائج کی کل تعداد

مثال کے طور پر، ایک بے ترتیب تجربے کے لیے، اگر کل n ابتدائی نتائج میں سے m ابتدائی نتائج واقعہ A کی موجودگی کے لیے سازگار ہیں،

تو $P(A) = \frac{m}{n}$ جہاں $0 \leq m \leq n$ اور $0 \leq P(A) \leq 1$ ۔

2. $P(U) = 1$ جہاں U = مخصوص واقعہ

3. $P(\emptyset) = 0$ جہاں $\emptyset$ = ناممکن واقعہ

3. $P(A') = 1 - P(A)$.

$P(A) + P(A') = 1$

4. اگر $A \subset B$ ، تو $P(A) \leq P(B)$.

5. اضافے کا قانون: اگر A اور B کوئی دو واقعات ہیں، تو $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

اگر A اور B باہمی خصوصی واقعات ہیں، تو $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

اگر A، B اور C کوئی تین واقعات ہیں، تو

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

اگر A، B اور C باہمی طور پر خصوصی ہیں، تو $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$.

اگر واقعات A اور B مکمل اور باہمی طور پر خصوصی ہیں، تو $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ۔

اگر واقعات A، B اور C مکمل اور باہمی طور پر خصوصی ہیں، تو $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ ۔

6. اگر A اور B کوئی دو واقعات ہیں، تو $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$ اور $P(B|A) = P(A \cap B) / P(A)$ جہاں، $P(A) > 0$

$$0 < P(B)$$

7. ضرب کا قانون: اگر A اور B کوئی دو واقعات ہیں، تو $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$ ۔

اگر A اور B باہمی طور پر آزاد واقعات ہیں، تو $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B')$$

$$P(A' \cap B) = P(A') \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B')$$

8. کچھ نتائج:

$$P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad P(B - A) = P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

اگر $A \subset (A \cup B)$ and $B \subset (A \cup B)$, then

$$P(A) \leq P(A \cup B) \text{ and } P(B) \leq P(A \cup B)$$

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B')$$

$$B = (A \cap B) \cup (A' \cap B)$$

$$(A \cap B) \cap (A \cap B') = \Phi \text{ and } (A \cap B) \cap (A' \cap B) = \Phi$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B') \text{ and } P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$$

$$0 \leq P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

اعداد و شمار

یہ بنیادی تصورات کلاس VI سے X کے طلباء کو تفہیم کی سطح کے مطابق سکھائے جانے چاہیے۔

'شماریات' کے معنی، بنیادی اور ثانوی ڈیٹا، خام / غیر گروپ شدہ ڈیٹا، اعداد و شمار کی حد، گروپ شدہ ڈیٹا کلاس وقفے، کلاس کے نشانات، اعداد و شمار کی پیشکش، فریکوئنسی ڈسٹری بیوشن ٹیبل، مجر دتعدد کی تقسیم اور مسلسل تعدد کی تقسیم۔

اعداد و شمار کی گرافک نمائندگی: بار گراف، یکساں چوڑائی اور مختلف چوڑائیوں کے ہسٹوگرام، تعدد کثیر الاضہی، مرکزی رجحان کے

اقدامات

اوسط میڈین موڈ، منتشر کرنے کے اقدامات، ریٹج، کوارٹائل انحراف، اوسط انحراف
ترسیل کا طریقہ: ڈیٹا اکٹھا کرنے کے منصوبے: ڈیٹا اکٹھا کرنے اور تجزیہ کرنے والے منصوبوں میں طلباء کو شامل کریں۔
شمارتی سافٹ ویئر اپیلی کیشنز: اعداد و شمار کے تجزیے اور تشریح کے لیے طلباء کو شمارتی سافٹ ویئر سے متعارف کروائیں۔
امکان کے کھیل: امکان کے تصورات کو زیادہ قابل رسائی بنانے کے لیے کھیل اور تخریپ کا استعمال کریں۔

10.3 خلاصہ (Summary)

اکائی ریاضی کے اساتذہ اور طلباء کے لیے ریاضی کے بنیادی اور اعلیٰ تصورات کی گہری تفہیم پیدا کرنے کے مقصد سے تیار کی گئی ہے، خاص طور پر جماعت ششم سے دہم تک کے نصاب کو مد نظر رکھتے ہوئے۔ اس میں ریاضی کی متنوع اور افزودہ کرنے والی دنیا کو اجاگر کیا گیا ہے، جس میں الجبرا، جیومیٹری، مثلثیات، امکان اور شماریات جیسے اہم مضامین شامل ہیں۔ شرکاء کو ہر شعبے کے بنیادی نظریات، ان کی تدریجی ترقی اور مختلف درجات کے درمیان باہمی ربط کو سمجھنے کا موقع فراہم کیا جاتا ہے۔

یہ اکائی ریاضی کی حقیقی دنیا سے مطابقت کو واضح کرتی ہے اور روزمرہ زندگی میں اس کی افادیت کو نمایاں کرتی ہے۔ مختلف ریاضیاتی تصورات کو مؤثر طور پر پیش کرنے کے لیے تدریسی حکمت عملیاں اختیار کی گئی ہیں، جن میں فارمولے، خاکے، اور گراف جیسی نمائندگی شامل ہیں تاکہ طلباء کو جامع اور دلچسپ انداز میں سمجھایا جاسکے۔

اکائی کا ایک اہم پہلو یہ بھی ہے کہ یہ ریاضی کے تین مثبت رویہ پر دان چڑھاتی ہے، منفی دنیائی تصورات کو توڑتی ہے اور طلباء میں ترقی پسند ذہنیت کو فروغ دیتی ہے۔ اس کا مقصد ایک ایسا طلبہ مرکوز ماحول قائم کرنا ہے جہاں تحقیق، باہمی تعاون اور کھلی گفتگو کے ذریعے سیکھنے کا عمل فروغ پائے۔

مزید برآں، اس اکائی میں ٹیکنالوجی کے مؤثر استعمال اور تعمیری جائزوں (Assessments) کے ذریعے سیکھنے کے عمل کو مزید مضبوط بنایا گیا ہے۔ آخر میں، یہ اکائی مستقبل کے اساتذہ کو اس قابل بناتی ہے کہ وہ اعتماد کے ساتھ اپنے طلباء کو ریاضی کی دلچسپ اور بامعنی دنیا میں رہنمائی کریں، ان میں سیکھنے کی لگن پیدا کریں اور انہیں اپنے علم کو عملی زندگی میں مؤثر انداز میں استعمال کرنے کے قابل بنائیں۔

10.4 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- اس سبق کے اختتام تک، طلباء اساتذہ کلاس VI-X کے لیے ہر ریاضیاتی ڈومین (ریاضی، الجبرا، جیومیٹری، ٹریگونومیٹری، امکان اور شماریات) میں شامل اہم تصورات کی شناخت اور وضاحت کر سکیں گے۔
- مختلف ڈومینز میں مختلف ریاضیاتی تصورات کے درمیان روابط اور باہمی تعلق کی وضاحت کریں۔

- کلاس VI سے X تک ریاضیاتی تصورات کی پیچیدگی اور تجریدی کی ترقی کا تجزیہ کریں۔
- طلباء کے سیکھنے کے متنوع انداز اور ضروریات کو پورا کرنے کے لیے موجودہ مواد کو اپنائیں یا نئے مواد بنائیں۔
- حقیقی دنیا کے مسائل کو حل کرنے کے لیے ریاضیاتی علم اور مہارتوں کا اطلاق کریں۔
- اثر انگیز: روزمرہ کی زندگی میں ریاضی کی خوبصورتی، مطابقت اور طاقت کے لیے مثبت تعریف کا اظہار کریں۔

10.5 فرہنگ (Glossary)

- **الگورتھم: (Algorithm)** کسی مسئلے کو حل کرنے کے لیے مرحلہ وار طریقہ کار۔
- **مساوات: (Equation)** ایک بیان جو دو تاثرات کے درمیان برابری کو ظاہر کرتا ہے۔
- **متغیر: (Variable)** ایک علامت جو کسی نامعلوم مقدار کی نمائندگی کرتی ہے جو تبدیل ہو سکتی ہے۔
- **محوری: (Axiom)** ایسا بیان جسے بغیر ثبوت کے سچ مانا جاتا ہے۔
- **پرائم نمبر: (Prime Number)** ایک ایسا مکمل عدد جو 1 سے بڑا ہو اور صرف 1 اور خود سے تقسیم ہوتا ہو۔
- **فريکشن: (Fraction)** پورے کا ایک حصہ جو شمار کنندہ (Numerator) اور نسب نما (Denominator) کی صورت میں ظاہر ہوتا ہے۔
- **اعشاریہ: (Decimal)** اعشاریہ نقطہ کے بعد ہندسوں کے ساتھ بیس-10 نظام میں عدد کی نمائندگی۔
- **الجبرہ: (Algebra)** اعداد، متغیرات اور کارروائیوں (Operations) کا مجموعہ۔
- **کثیر الجہتی: (Polynomial)** ایسا اظہار جس میں متغیرات کو جمع یا تفریق کے ذریعے جوڑا گیا ہو (ضرب یا تقسیم نہیں کی گئی ہو)۔
- **کلیری مساوات: (Linear Equation)** ایسی مساوات جس میں متغیر کی سب سے بڑی طاقت 1 ہو۔
- **کوآڈریٹک مساوات: (Quadratic Equation)** ایسی مساوات جس میں متغیر کی سب سے بڑی طاقت 2 ہو۔
- **فنکشن: (Function)** دو اعداد کے مجموعوں کے درمیان ایسا تعلق جس میں ہر ان پٹ (Input) کا ایک ہی آؤٹ پٹ (Output) ہو۔
- **زاویہ: (Angle)** دو لکڑوں یا شعاعوں کے درمیان خلا، جسے ڈگری (Degree) میں ناپا جاتا ہے۔ °۔
- **امکان: (Probability)** کسی واقعے کے ہونے کے امکان کو ظاہر کرتا ہے، جو 0 (ناممکن) سے 1 (یقینی) کے درمیان ہوتا ہے۔
- **میڈین: (Median)** اعداد کے سیٹ میں درمیانی قدر، جب انہیں کم سے زیادہ ترتیب میں رکھا جائے۔
- **موڈ: (Mode)** وہ قدر جو کسی اعداد کے مجموعے میں سب سے زیادہ مرتبہ ظاہر ہو۔
- **رنج: (Range)** اعداد کے مجموعے میں سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قدر کے درمیان فرق۔

10.6 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

- 1- مندرجہ ذیل میں سے کون سا ریاضی میں ایک بنیادی تصور ہے؟
 A. کوآڈریٹک مساوات B. فریکشن اور اعشاریں C. ٹرگونیٹرک تناسب D. شکلوں کے حجم
- 2- الجبرا میں، مساوات میں عددی قدر کی نمائندگی کے لیے کون سی اصطلاح استعمال ہوتی ہے؟
 A. متغیر B. مستقل C. گتائک D. ایکسپوینٹ
- 3- پایتھاگورین نظریہ ریاضی کی کس شاخ سے وابستہ ہے؟
 A. جیومیٹری B. ٹرگونیومیٹری C. امکان D. ریاضیاتی
- 4- ٹرگونیومیٹری کا بنیادی فوکس کیا ہے؟
 A. ہندسی شکلوں کے علاقوں کا حساب لگانا B. اعداد کی خصوصیات کا مطالعہ
 C. نمونوں اور رشتوں کا تجزیہ D. مثلث کے زاویوں اور اطراف کا جائزہ لینا
- 5- امکان میں کون سا تصور کسی واقعہ کے ہونے کے امکان سے متعلق ہے؟
 A. معنی B. میڈین C. موڈ D. موقع
- 6- شماریات میں، مرکزی رجحان کی پیمائش کیا ہے جو ڈیٹا سیٹ کی درمیانی قیمت کی نمائندگی کرتی ہے؟
 A. مطلب B. میڈین C. موڈ D. رینج
- 7- جیومیٹری میں مستطیل کے رقبے کو تلاش کرنے کا فارمولا کیا ہے؟
 A. رقبہ = لمبائی × چوڑائی B. رقبہ = πr^2 (مربع)
 C. رقبہ = $2/1 \times$ بنیاد × اونچائی D. رقبہ = طرف × طرف
- 8- کون سا الجبرائی اظہار "x اور y کے مجموعے کے تین گنا" کی نمائندگی کرتا ہے؟
 A. $3xy$ B. $(x+y)^3$ C. $3x-y$ D. $x+3y$
- 9- جیومیٹری اور ٹرگونیومیٹری میں استعمال ہونے والے π کی قدر کیا ہے؟
 A. 2.718 B. 3.142 C. 1.618 D. 0.577
- 10- ریاضی میں، اعداد کے مجموعے کی اوسط تلاش کرنے کے عمل کو کیا کہتے ہیں؟
 A. اضافہ B. گھٹاؤ C. ضرب D. معنی

مختصر جوابات کے حامل سوالات (Short Answer Type Questions)

1. مساوات (Equation) اور اظہار (Expression) میں کیا فرق ہے؟
2. پرائم نمبر (Prime Number) کی تعریف کریں اور دو مثالیں دیں۔
3. لکیری مساوات (Linear Equation) کیا ہے؟ ایک مثال لکھیں۔
4. زاویہ (Angle) اور ڈگری (Degree) میں کیا تعلق ہے؟
5. میڈین (Median) اور موڈ (Mode) میں فرق واضح کریں۔
6. مثلثیات (Trigonometry) میں ٹینجینٹ (Tangent) کی تعریف کریں۔
7. امکان (Probability) کیا ہے؟ کسی سادہ واقعے کی مثال سے وضاحت کریں۔
8. باقاعدہ کثیر الاضلاع کے اندرونی اور بیرونی زاویے کیا ہیں؟
9. اعداد و شمار میں "اوسط"، "میڈین"، اور "موڈ" اصطلاحات کی وضاحت کریں۔
10. معیاری انحراف کے تصور اور اس کی اہمیت کی وضاحت کریں۔
11. اعداد و شمار میں آبادی اور نمونے کے درمیان فرق پر بحث کریں۔

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

- 1- تناسب اور تناسب کے تصور کو دریافت کریں، مثالیں فراہم کریں اور ان کے عملی استعمال کی وضاحت کریں۔
- 2- حقیقی زندگی کے منظر ناموں پر زور دیتے ہوئے، حصوں پر مشتمل لفظ کے مسائل کو حل کرنے کے عمل پر تبادلہ خیال کریں۔
- 3- ثبوت اور عملی اپیلی کیشنز فراہم کرتے ہوئے پابنتھا گورین نظریہ کے تصور کو دریافت کریں۔
- 4- ہندسی تبدیلیوں کے اصولوں پر بحث کریں، جن میں ترجمہ، گردش، عکاسی اور پھیلاؤ شامل ہیں۔
- 5- تین جہتی اعداد و شمار کی خصوصیات کا جائزہ لیں، جیسے پریزم، اہرام اور سلنڈر۔
- 6- حقیقی زندگی کے منظر ناموں، جیسے نیوٹنیشن اور فزکس میں ٹرگونومیٹری کے استعمال پر بحث کریں۔
- 7- مثلثی مساوات اور عدم مساوات کو حل کرنے کے اصولوں کو دریافت کریں۔
- 8- طول و عرض، مدت اور فیئر شفت سمیت مثلثی گراف کے تصور کی جانچ کریں
- 9- امکان کی تقسیم کے تصور پر بحث کریں، بشمول متوقع قیمت اور تغیر۔
- 10- رجعت تجزیہ کے تصور اور اعداد و شمار میں اس کے استعمال کو دریافت کریں۔

اکائی- 11

ریاضی سکھانے کے طریقے

(Methods of Teaching Mathematics)*

- 11.0 تمہید (Introduction)
- 11.1 مقاصد (Objectives)
- 11.2 ریاضی کی تعلیم کے طریقے (Methods of Teaching Mathematics)
 - 11.2.1 محرک اور تخفیف کا طریقہ (Inductive and Deductive method)
 - 11.2.2 تجزیاتی اور ترکیبی طریقہ (Analytic and Synthetic method)
 - 11.2.3 لیبارٹری کا طریقہ (Laboratory method)
 - 11.2.4 ہیورسٹک طریقہ (Heuristic method)
 - 11.2.5 پروجیکٹ کا طریقہ (Project Method)
 - 11.2.6 سرگرمی پر مبنی تعلیم (Activity-Based Teaching)
- 11.3 خلاصہ (Summary)
- 11.4 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)
- 11.5 فرہنگ (Glossary)
- 11.6 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)
- 11.7 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)

11.0 تمہید (Introduction)

ریاضی کی تعلیم کی متحرک دنیا کی اس تلاش میں خوش آمدید! آج، ہم طریقوں کے ایک بھرپور ٹول باکس کے ذریعے سفر کا آغاز کرتے ہیں، جن میں سے ہر ایک کو آپ کے طلباء میں گہری تفہیم اور مشغولیت کی صلاحیت کو فروغ دینے کے لیے ڈیزائن کیا گیا ہے۔ ہم

* Prof. Najma Begum, Professor, Dept. of Education & Training, MANUU

تعمیری اور تخفیف استدلال، تصورات کو الگ کرنے اور کنکشن بنانے کے الگ الگ طریقوں پر غور کریں گے۔ اس کے بعد ہم تجزیاتی اور ترکیبی سوچ کی تکمیلی طاقتوں کو تلاش کریں گے، فہم کو مستحکم کرنے کے لیے ریاضیاتی ڈھانچے کو توڑ کر دوبارہ تعمیر کریں گے۔

لیبارٹری میں قدم رکھنے کے لیے تیار ہو جائیں، جہاں تجربات تجسس اور دریافت کو ہوا دیتے ہیں۔ ہم تحقیق کے طریقہ کار کا جائزہ لیں گے، جہاں طلباء تجسس میں کھو جاتے ہیں، جو آپ کے سوالات کے ذریعے خود ہی حل تلاش کرنے کے لیے رہنمائی کرتے ہیں۔ ہم پروجیکٹ کے طریقہ کار میں غوطہ لگائیں گے، طلباء کو مستقل انکوائری اور ایکسپلوریشن کے ذریعے اپنی تعلیم کی ملکیت لینے کی ترغیب دیں گے۔ اور آخر میں، ہم سرگرمی پر مبنی تدریس کی طاقت کو بے نقاب کریں گے، جہاں کھیل، پہیلیاں، اور تعاملی کام ریاضی کو مسئلہ حل کرنے اور تعاون کے لیے کھیل کے میدان میں تبدیل کر دیتے ہیں۔

اس اکائی کے اختتام تک، آپ تدریسی حکمت عملیوں کے متنوع ہتھیاروں سے لیس ہو جائیں گے، جو مخصوص تصورات، سیکھنے کے انداز اور طلباء کی ضروریات کے مطابق اپنے نقطہ نظر کو تیار کرنے کے لیے تیار ہوں گے۔ تو، اپنے دانشورانہ تجسس کو کے ساتھ آگے بڑھیے اور آئیے مل کر اس دلچسپ سفر کا آغاز کریں۔

11.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کے مطالعہ کے بعد طلباء اس قدر قابل ہو جائیں گے کہ
- ریاضی کی تعلیم کے تناظر میں محرک اور تخفیف کا طریقہ استدلال کے درمیان فرق کریں گے۔
- ریاضیاتی سیکھنے میں تجزیاتی اور ترکیبی سوچ کے طریقوں میں فرق کریں گے۔
- ریاضی کی تدریس کے لیبارٹری، ہیورسٹک، پروجیکٹ، اور سرگرمی پر مبنی طریقوں کی کلیدی خصوصیات کی شناخت کریں گے۔
- مناسب تدریسی طریقوں کے ساتھ مخصوص ریاضیاتی تصورات اور سیکھنے کے مقاصد کی درجہ بندی کریں گے۔
- ریاضی کے دلکش اور موثر اسباق کو ڈیزائن کریں جو سیکھنے کے تجربے کے لیے مختلف تدریسی طریقوں کو مربوط کریں گے۔
- ان کے تدریسی طریقوں کے ذخیرے کو بڑھانے اور ان کی ریاضیاتی تعلیم کو مسلسل بڑھانے کے لیے ایک منصوبہ تیار کریں گے۔

11.2 متاثر کن تدریسی طریقہ (Methods of Teaching Mathematics)

انڈیکٹو طریقہ یہ ٹھوس سے تجریدی، خاص طور پر عمومی اور مثالوں سے فارمولوں کی طرف لے جاتا ہے۔ تعمیری طریقہ اسباق میں زیادہ مفید ہے جہاں اصولوں، تعریفوں، عمومی اور حقائق کے درمیان غیر معمولی روابط قائم کیے جاتے ہیں۔ یہ نشوونما کا ایک طریقہ ہے جس میں بچے کو خود سچائی دریافت کرنے کی طرف لے جایا جاتا ہے۔ انڈکشن ایک عالمگیر سچائی یا نظریہ کو یہ ظاہر کر کے ثابت کر رہا ہے کہ اگر یہ کسی خاص معاملے کے لیے درست ہے۔ یہ اس طریقہ کار میں اسی سیریل آرڈر میں اگلے کیس کے لیے درست ہے۔

یہ انڈکشن پر مبنی ہے جس میں بچے بڑی دلچسپی اور سمجھ بوجھ کے ساتھ موضوع کی پیروی کرتے ہیں۔ ہم خاص طور پر ٹھوس معاملات سے لے کر تجریدی اصولوں اور خصوصی سے لے کر عمومی فارمولے تک آگے بڑھتے ہیں۔ نتائج کو ہمیشہ مخصوص ٹھوس معاملات اور مثالوں کا مطالعہ کر کے عام کیا جاتا ہے۔

1.2.1 استقرائی اور استخراجی کا طریقہ (Inductive and Deductive method)

انڈکٹیو استدلال کی ابتدا (Inductive Method)

تعمیری استدلال یا استقرائی طریقہ کار کی جڑیں قدیم ہیں، جو ارسطو جیسے قدیم یونانی فلسفیوں سے ملتی ہیں۔ ارسطو نے قدرتی دنیا کو سمجھنے میں مشاہدے اور عمومی کاری کی اہمیت پر زور دیا۔

تاریخی تناظر: سائنسی طریقہ، جس میں تعمیری استدلال شامل ہے، نے نشاۃ ثانیہ کے دوران اہمیت حاصل کی۔ گیلیلیو گیلیلی اور سر فرانسس بیکن جیسے سائنسدانوں نے سائنسی عمل میں تعمیری استدلال کی ترقی میں اہم کردار ادا کیا۔

تعریف: محرک تعلیم میں مخصوص مشاہدات یا مثالیں پیش کرنا اور ان سے عمومی اصول یا اصول اخذ کرنا شامل ہے۔ یہ مخصوص سے عمومی کی طرف بڑھتا ہے۔

خصوصیات: مشاہدہ: مخصوص مثالوں یا مشاہدات سے شروع ہوتا ہے۔ نمونے کی شناخت: طلباء مثالوں میں نمونوں یا رشتوں کی شناخت کرتے ہیں۔

عمومی کاری: مشاہدہ شدہ نمونوں کی بنیاد پر، طلباء مفروضے یا عمومی اصول مرتب کرتے ہیں۔

اطلاق: طلباء نئے حالات میں عمومی اصولوں کا اطلاق کرتے ہیں۔

تعمیری طریقہ تعلیم میں اپنائے جانے والے طریقہ کار

مخصوص مثالوں یا مشاہدات سے شروع کریں۔ نمونوں یا عامیوں کی شناخت کریں۔ ایک مفروضہ وضع کریں۔ اضافی مثالوں کے ساتھ مفروضے کی جانچ کریں۔ ایک نتیجہ نکالیں اور عام کریں۔

مثال: ترتیب کا مشاہدہ کرنا: اگر آپ ترتیب 2، 4، 6، 8 کا مشاہدہ کرتے ہیں، تو آپ یہ قیاس کر سکتے ہیں کہ نمونہ ہر پچھلے نمبر میں 2 کا اضافہ کر رہا ہے۔ اس طرح مثالوں کے ساتھ اس مفروضے کی جانچ کرنا عمومی کاری کی تصدیق کرتا ہے۔

فوائد: تنقیدی سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کی حوصلہ افزائی کرتا ہے۔ طلباء کو سیکھنے کے عمل میں فعال طور پر شامل کریں۔ حقیقی دنیا کے مسائل کے حل سے متعلق ہے۔ انڈکٹیو طریقہ ایک نفسیاتی طریقہ ہے۔ یہ ایک سائنسی طریقہ ہے کیونکہ طلباء منظم تفتیش اور

تفتیش کے بعد ایک قطعی نتیجے پر پہنچتے ہیں۔ اس طریقہ کار میں طالب علم کی دلچسپی آخر تک برقرار رہتی ہے۔

• یہ ہجوم کی حوصلہ شکنی کرتا ہے اور ہوم ورک کو بھی کم کرتا ہے۔

• حفظ کرنے پر کوئی دباؤ نہیں پڑتا ہے۔

• انڈکٹیو طریقہ خاص طور پر عام اور ٹھوس معاملات سے تجریدی قواعد تک جاتا ہے انڈکٹیو طریقہ حقائق کے مشاہدے کی سوچ اور تجربے پر مبنی ہے۔

• یہ طریقہ بہت مفید اور نچلے طبقے کے لیے موزوں ہے۔

• بچوں کے تنقیدی مشاہدے اور منطقی طاقت کو فروغ دیا جاتا ہے۔

• تعمیری طریقہ اسباق کو متعارف کرانے کے وقت محرک اور حوصلہ افزا طریقہ ہے۔ یہ طریقہ بہت مفید ہے تدریسی سیکھنے کے عمل میں طلباء کی شرکت زیادہ سے زیادہ تعمیری طریقہ ہے جو اس بارے میں کوئی شک نہیں چھوڑتا کہ طالب علم کے ذہنوں میں فارمولہ کیسے اور کیوں ہوتا ہے کیونکہ وہ براہ راست اور ٹھوس تجربات سے سیکھتے ہیں۔

حدود: عالمگیر سچائیوں کی ضمانت نہیں دے سکتا۔

• محتاط مشاہدہ اور تشریح کی ضرورت ہے۔ طلباء کے غلط نتائج اخذ کرنے کا امکان۔

یہ طریقہ صرف چلی کلاسوں کے لیے مفید ہے کیونکہ اعلیٰ کلاسوں میں نصاب بہت وسیع ہے اور پورے نصاب کا احاطہ کرنا ممکن نہیں ہے۔ انڈکٹیو استدلال بالکل فیصلہ کن نہیں ہے صرف تین سے چار معاملات کو عام کرنے اور مشاہدے کے لیے اٹھایا جاتا ہے۔

• انڈکٹیو طریقہ زیادہ محنت طلب اور وقت طلب ہونے کا امکان ہے۔

• انڈکٹیو طریقہ ریٹخ میں محدود ہے اور تمام موضوعات کے لیے موزوں نہیں ہے بہت زیادہ وضاحت اور تفصیلات تدریس کو سست اور بورنگ بنا دیتی ہیں صرف ایک تجربہ کار اور قابل استاد ہی اعلیٰ کلاسوں میں اس طریقہ کو کامیابی کے ساتھ استعمال کر سکتا ہے۔

• یہ طریقہ کار کارآمد نہیں ہے کیونکہ ایک ضروری تفصیل تدریس کو سست کر سکتی ہے۔ نہ تو استاد کے لیے اور نہ ہی طالب علم کے لیے عمومی کاری کے لیے موجودہ حقیقی مثال کا انتخاب کرنا آسان ہے۔

ریاضی کی تدریس کا تخفیف نقطہ نظر (Deductive method of teaching mathematics)

کٹوتی استدلال کی اصل: کٹوتی استدلال کی بنیادیں قدیم یونانی ریاضی میں ہیں، خاص طور پر یوکلیڈ کے کاموں میں۔ یوکلیڈ کی "عناصر"، جو تقریباً 300 قبل مسیح میں لکھی گئی ہے، تخفیف شدہ ہندسی ثبوتوں کی ایک جامع تالیف ہے۔

تاریخی تناظر: تخفیف کے طریقہ کار کو اسلامی سنہری دور کے دوران مزید بہتر بنایا گیا، جہاں الخوارزمی اور عمر خیام جیسے ریاضی دانوں نے اہم تعاون کیا۔ یورپی نشاۃ ثانیہ کے دوران تخفیف استدلال ریاضیاتی سوچ کا ایک بنیادی پہلو بن گیا۔

ڈوکٹیو ٹیچنگ میتھڈ: ڈوکٹیو میتھڈ یہاں انڈکٹیو میتھڈ کے بالکل برعکس ہے اس طریقہ میں ہم عام سے خاص تجریدی سے ٹھوس کی طرف بڑھتے ہیں۔

تعریف: کٹوتی کی تعلیم عام اصولوں یا اصولوں سے شروع ہوتی ہے اور ان کا اطلاق مخصوص مثالوں پر ہوتا ہے۔ یہ عام سے مخصوص کی طرف منتقل ہوتا ہے۔

طریقہ کار: ایک عمومی بیان یا مفروضے سے شروع کریں۔ مخصوص پیش گوئیاں یا کٹوتیاں کریں۔ مثالوں یا تجربات کے ذریعے پیش گوئی کی جانچ کریں۔ مفروضے کی تصدیق یا مسترد کریں

خصوصیات: اصول کی پیشکش: ایک عمومی بیان، نظریہ یا اصول سے شروع ہوتا ہے۔ اطلاق: اصول کا اطلاق مخصوص مثالوں یا معاملات پر ہوتا ہے۔ مفروضے کی جانچ: مشاہدہ کرتا ہے کہ آیا یہ قاعدہ مخصوص مثالوں کے لیے درست ہے یا نہیں۔ تصدیق یا تردید: مشاہدات کی بنیاد پر مفروضے کی تصدیق یا تردید۔

فوائد: سیکھنے کے لیے ایک منطقی اور منظم نقطہ نظر فراہم کرتا ہے۔ سخت ثبوت اور یقین قائم کرتا ہے۔ واضح طور پر متعین قوانین اور اصولوں والے موضوعات کے لیے موثر۔ کٹوتی کا طریقہ مختصر اور وقت کی بچت ہے۔

حدود: کچھ طلباء کے لیے تجریدی اور چیلنج ہو سکتا ہے۔ ابتدائی مفروضے پر بہت زیادہ انحصار کرتا ہے۔ انڈکٹیو طریقوں کے مقابلے میں محدود مشغولیت۔

مثال: پایتھاگورین نظریہ کو ثابت کرنا: عمومی بیان سے شروع کریں $2a^2 + b^2 = c$ دائیں زاویہ والے مثلث کے لیے (تھیوریم کی تصدیق کے لیے مخصوص معاملات اور ثبوتوں کو کاٹ لیں۔

11.2.2 تجزیاتی اور ترکیبی طریقہ (Analytic and Synthetic Method)

اصطلاحات: "تجزیاتی" اور "ترکیبی" اکثر جیومیٹری اور ریاضیاتی علم کی نشوونما کے تناظر میں استعمال ہوتی ہیں۔ وہ ریاضی کی تدریس اور سیکھنے کے مختلف طریقوں کا حوالہ دیتے ہیں۔ آئیے تجزیاتی اور ترکیبی طریقوں کے درمیان فرق تلاش کریں:

تجزیاتی طریقہ: تعریف: تجزیاتی طریقہ کار میں پیچیدہ ریاضیاتی ڈھانچوں یا مسائل کو آسان اجزاء میں توڑنا شامل ہے۔ یہ ہندسی تصورات کا تجزیہ کرنے اور سمجھنے کے لیے الجبرائی تکنیکوں اور نقاط کو استعمال کرتا ہے۔ تجزیاتی طریقہ ہم نامعلوم سے معروف کی طرف بڑھتے ہیں۔ لفظ تجزیاتی لفظ تجزیہ سے ماخوذ ہے جس کا مطلب ہے توڑنا اس چیز کے اجزاء کو حل کرنا ہے۔ دوسرے لفظوں میں تجزیہ کسی چیز کو چھوٹے حصوں میں توڑنے کا عمل ہے۔ یہ طریقہ تعمیری استدلال پر مبنی ہے۔ یہ خود اعتمادی، خود انحصاری اور فکری صلاحیتوں کی نشوونما میں مدد کرتا ہے۔ اس طریقہ کار میں ہم نتیجہ سے مفروضے کی طرف بڑھتے ہیں جو ہمیں ثابت کرنا ہے اس سے شروع کرتے ہیں اور پھر مرحلہ وار تجزیاتی طور پر جاتے ہیں۔ ہم نامعلوم حصے کو معلوم حصے سے جوڑتے ہیں لہذا یہ مسائل کو بے نقاب کرنے کا عمل ہے جو اس کے پوشیدہ پہلوؤں کو جاننے کے لیے اس کے عمل کو انجام دیتا ہے۔

خصوصیت: الجبرائی اوزار: ہندسی اشیاء اور رشتوں کا مطالعہ کرنے کے لیے الجبرائی تکنیکوں کا استعمال کرتا ہے۔ کوآرڈینیٹ جیومیٹری: پوائنٹس، لائنز اور شکلوں کی نمائندگی کے لیے کوآرڈینیٹس کے استعمال کو شامل کرتا ہے۔

اجزاء کا تجزیہ: تجزیہ کے لیے ہندسی ڈھانچوں کو چھوٹے، زیادہ قابل انتظام اجزاء میں توڑتا ہے۔

مساوات اور عدم مساوات: ہندسی خصوصیات کا مطالعہ کرنے کے لیے مساوات اور عدم مساوات کو مرتب اور حل کرتا ہے۔

مثال: تجزیاتی جیومیٹری: ہندسی اعداد کی نمائندگی اور تجزیہ کرنے کے لیے نقاط کا استعمال کرنا۔ مثال کے طور پر، کسی لکیر کی مساوات کا تعین کرنا یا دو نکات کے درمیان فاصلہ تلاش کرنا۔

فوائد:

• ہندسی تعلقات کا تجزیہ کرنے کے لیے ایک طاقتور ٹول سیٹ فراہم کرتا ہے۔ الجبرا اور جیومیٹری کے درمیان فرق کو کم کرتا ہے۔
• تجزیاتی طریقہ طالب علم کی استدلال کی طاقت کو فروغ دینے میں مدد کرتا ہے۔ یہ طریقہ ایک نفسیاتی طریقہ ہے۔ یہ ایک منطقی طریقہ ہے جو کوئی شک نہیں چھوڑتا اور سیکھنے والے کو قائل کرتا ہے۔

• تجزیاتی طریقہ ایک سائنسی طریقہ ہے کیونکہ یہ سیکھنے والے کے ذہنوں میں تفتیش اور تفتیش کے جذبے کی طرف لے جاتا ہے
• تجزیاتی طریقہ طلباء کو خود اعتمادی اور خود کفیل بننے میں مدد کرتا ہے کیونکہ وہ اپنی کوششوں سے علم کو دریافت کرتے ہیں۔ یہ ایک ابتدائی طریقہ ہے اور تعمیری استدلال پر مبنی یہ تفتیش اور تفتیش کے جذبے کی طرف لے جاتا ہے۔

حدود: جیومیٹری کے بصری اور بدیہی پہلوؤں کو کھوسکتے ہیں۔ کچھ ہندسی تصورات زیادہ تجریدی ہو سکتے ہیں۔ یہ طریقہ نچلے طبقے کی تعلیم کے لیے موزوں نہیں ہے کیونکہ ان میں زیادہ استدلال اور تجزیاتی صلاحیت نہیں ہوتی ہے۔ تجزیاتی طریقہ آسان وقت طلب اور طویل طریقہ ہے لہذا یہ غیر معاشی ہے۔ ہم اس طریقہ کو تمام موضوعات پر لاگو نہیں کر سکتے اور ریاضی کی کتابیں تجزیاتی خطوط پر نہیں لکھی جاتی ہیں۔ اس طریقہ میں رفتار اور کارکردگی حاصل کرنا ممکن نہیں ہے اس طریقہ میں حقائق کو کسی بھی اور منظم ترتیب میں پیش نہیں کیا جاتا ہے یہ طریقہ مشق اور نظر ثانی کے لیے مفید نہیں ہے۔

ترکیبی طریقہ: ترکیب تشکیل کی ریکارڈنگ اور دریافت شدہ حل کو مختصر طور پر پیش کرنے کا طریقہ ہے جس میں آزمائشی نشان کی غلطیوں کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔ تعریف: ترکیبی طریقہ میں محوریات کے ایک سیٹ سے نظریات اور خصوصیات کی کٹوتی کے ذریعے ریاضیاتی علم کی تعمیر شامل ہے۔ یہ تخفیف استدلال اور ثبوت پر زور دیتا ہے۔

ترکیبی طریقہ کار میں چھوٹے اجزاء کسی چیز کے حصے ہوتے ہیں جنہیں ملا کر ایک ساتھ رکھا جاتا ہے تاکہ کچھ نیا دیا جاسکے۔ یہ طریقہ تجزیاتی طریقہ کے برعکس ہے۔ اس طریقہ کار میں ہم معلوم حصے سے مسائل کے نامعلوم حصے کی طرف بڑھتے ہیں۔ ہم معلومات کو اکٹھا کرتے ہیں تاکہ اس مقام تک پہنچ سکیں جہاں نامعلوم معلومات واضح اور درست ہو جاتی ہیں۔
خصوصیات:

محوری نقطہ نظر: محوریات کے ایک سیٹ سے شروع ہوتا ہے اور منطقی کٹوتی کے ذریعے نظریات اخذ کرتا ہے۔ کٹوتی استدلال: ہندسی تعلقات قائم کرنے کے لیے منطقی استدلال پر زور دیتا ہے۔

بصری اور بدیہی: اکثر اس میں ہندسی ڈھانچے کو تصور کرنا اور وجدان پر انحصار کرنا شامل ہوتا ہے۔

ہندسی تعمیر: ہندسی تصورات کی وضاحت کے لیے کمپاس اور سیدھے کنارے کی تعمیرات کا استعمال کرتا ہے۔

مثال: یوکلیدین جیومیٹری: پائیتھاگورین تھیوریم کو ثابت کرنا یا کٹوتی کے مراحل کی ایک سیریز کے ذریعے مثلثوں کی ہم آہنگی قائم کرنا۔

فوائد: سخت ثبوت کے ذریعے ہندسی تصورات کی گہری تفہیم پیدا کرتا ہے۔

• ریاضیاتی دلائل کی منطقی ساخت پر زور دیتا ہے۔

• یہ ایک صاف طریقہ ہے جس میں ہم حقائق کو منظم طریقے سے پیش کرتے ہیں۔ یہ ان حقائق کی نمائندگی کرتا ہے جو پہلے ہی دریافت ہو چکے ہیں۔ یہ اسی عمل کی پیروی کرتا ہے جیسا کہ نصابی کتابوں میں دیا گیا ہے۔ یہ ایک جامع شکل میں حل ترتیب دینے کا طریقہ ہے۔ ترکیب کے طریقہ کار میں کم وقت لگتا ہے اور یہ معلوماتی طریقہ ہے۔

• یہ ایک منطقی طریقہ ہے اور نفسیاتی اصولوں کی پرواہ نہیں کرتا

• کسی بھی بھولے ہوئے قدم کو یاد نہیں کیا جاسکتا اور کسی بھی بھولے ہوئے قدم کو یاد نہیں کیا جاسکتا اور

• دوبارہ تعمیر شدہ استاد متحرک رہتا ہے اور طلباء ہمیشہ غیر فعال سیکھنے والے رہتے ہیں۔ ترکیبی طریقہ میموری کے کام کی حوصلہ افزائی کرتا ہے اور طالب علم کی اصلیت اور استدلال کی طاقت کو فروغ نہیں دیتا ہے۔

• حدود: کچھ طلباء کے لیے چیلنج ہو سکتا ہے جو تجریدی استدلال کے ساتھ جدوجہد کرتے ہیں۔ منطقی سوچ پر زور دینے کی ضرورت ہے، جس میں وقت لگ سکتا ہے۔

• ترکیبی طریقہ کار میں دریافت کی کوئی گنجائش نہیں ہے اس موضوع کی کوئی واضح تفہیم نہیں ہے میموری کا کام اور ہوم ورک بھاری ہونے کا امکان ہے۔

• یہ ایک غیر سائنسی طریقہ ہے اور طلباء میں آپ کے اندرونی رویوں کو فروغ دینے میں مدد نہیں کرتا ہے

• یہ طالب علم کی استدلال اور سوچ کی طاقت کو فروغ نہیں دیتا ہے

1.2.3 تجزیاتی طریقہ (Synthetic method)

تعریف: تجزیاتی طریقہ کار میں پیچیدہ ریاضیاتی ڈھانچوں یا مسائل کو آسان اجزاء میں توڑنا شامل ہے۔ یہ ہندسی تصورات کا تجزیہ کرنے اور سمجھنے کے لیے الجبرائی تکنیکوں اور نقاط کو استعمال کرتا ہے۔

تجزیاتی طریقہ ہم نامعلوم سے معروف کی طرف بڑھتے ہیں۔ لفظ تجزیاتی لفظ تجزیہ سے ماخوذ ہے جس کا مطلب ہے توڑنا اس چیز کے اجزاء کو حل کرنا ہے۔ دوسرے لفظوں میں تجزیہ کسی چیز کو چھوٹے حصوں میں توڑنے کا عمل ہے۔ یہ طریقہ تعمیری استدلال پر مبنی ہے۔ یہ خود اعتمادی، خود انحصاری اور فکری صلاحیتوں کی نشوونما میں مدد کرتا ہے۔ اس طریقہ کار میں ہم نتیجہ سے مفروضے کی طرف بڑھتے ہیں جو ہمیں ثابت کرنا ہے اس سے شروع کرتے ہیں اور پھر مرحلہ وار تجزیاتی طور پر جاتے ہیں۔ ہم نامعلوم حصے کو معلوم حصے سے جوڑتے ہیں لہذا یہ مسائل کو بے نقاب کرنے کا عمل ہے جو اس کے پوشیدہ پہلوؤں کو جاننے کے لیے اس کے عمل کو انجام دیتا ہے۔

خصوصیات: الجبرائی اوزار: ہندسی اشیاء اور رشتوں کا مطالعہ کرنے کے لیے الجبرائی تکنیکوں کا استعمال کرتا ہے۔

کوآرڈینیٹ جیومیٹری: پوائنٹس، لائنز اور شکلوں کی نمائندگی کے لیے کوآرڈینیٹس کے استعمال کو شامل کرتا ہے۔

اجزاء کا تجزیہ: تجزیہ کے لیے ہندسی ڈھانچوں کو چھوٹے، زیادہ قابل انتظام اجزاء میں توڑتا ہے۔
 مساوات اور عدم مساوات: ہندسی خصوصیات کا مطالعہ کرنے کے لیے مساوات اور عدم مساوات کو مرتب اور حل کرتا ہے۔
 مثال: تجزیاتی جیومیٹری: ہندسی اعداد کی نمائندگی اور تجزیہ کرنے کے لیے نقاط کا استعمال کرنا۔ مثال کے طور پر، کسی لکیر کی مساوات کا تعین کرنا یا دو نکات کے درمیان فاصلہ تلاش کرنا۔

فوائد: ہندسی تعلقات کا تجزیہ کرنے کے لیے ایک طاقتور ٹول سیٹ فراہم کرتا ہے۔ الجبرا اور جیومیٹری کے درمیان فرق کو کم کرتا ہے۔
 تجزیاتی طریقہ طالب علم کی استدلال کی طاقت کو فروغ دینے میں مدد کرتا ہے۔ یہ طریقہ ایک نفسیاتی طریقہ ہے۔ یہ ایک منطقی طریقہ ہے جو کوئی شک نہیں چھوڑتا اور سیکھنے والے کو قائل کرتا ہے۔ تجزیاتی طریقہ ایک سائنسی طریقہ ہے کیونکہ یہ سیکھنے والے کے ذہنوں میں تفتیش کے جذبے کی طرف لے جاتا ہے۔ تجزیاتی طریقہ طلباء کو خود اعتمادی اور خود کفیل بننے میں مدد کرتا ہے کیونکہ وہ اپنی کوششوں سے علم کو دریافت کرتے ہیں۔ یہ ایک ابتدائی طریقہ ہے اور تعمیری استدلال پر مبنی ہے، یہ تفتیش اور تفتیش کے جذبے کی طرف لے جاتا ہے۔
 حدود: جیومیٹری کے بصری اور بدیہی پہلوؤں کو کھوسکتے ہیں۔ کچھ ہندسی تصورات زیادہ تجریدی ہو سکتے ہیں۔ یہ طریقہ نچلے طبقے کی تعلیم کے لیے موزوں نہیں ہے کیونکہ ان میں زیادہ استدلال اور تجزیاتی صلاحیت نہیں ہوتی ہے۔ تجزیاتی طریقہ آسان وقت طلب اور طویل طریقہ ہے لہذا یہ غیر معاشی ہے۔ ہم اس طریقہ کو تمام موضوعات پر لاگو نہیں کر سکتے اور ریاضی کی کتابیں تجزیاتی خطوط پر نہیں لکھی جاتی ہیں۔ اس طریقہ کار میں رفتار اور کارکردگی حاصل کرنا ممکن نہیں ہے۔ اس طریقہ کار میں حقائق کو کسی بھی اور منظم ترتیب میں پیش نہیں کیا جاتا ہے۔ یہ طریقہ مشق اور نظر ثانی کے لیے مفید نہیں ہے۔

1.2.4 11 ہیورسٹک طریقہ (Heuristic Method)

یہ ٹیوٹرز پر کسی بھی انحصار کے بغیر، ریاضی کا مطالعہ کرنے کے لیے مکمل طور پر خود سے چلنے والا طریقہ ہے۔
 H.E ArmStrong کی تحریریں اور تعلیمات۔ یونیورسٹی آف لندن میں کیمسٹری کے پروفیسر آر مسٹر انگ نے اسکولوں میں ریاضی کی تعلیم کے فروغ کو بہت متاثر کیا۔ انہوں نے لیبارٹری کی تربیت کے ایک مخصوص انداز کی سختی سے وکالت کی جسے ہیورسٹک ٹریننگ کہا جاتا ہے۔ اصطلاح "ہیورسٹک" یونانی لفظ "ہیورسکوپ" سے ماخوذ ہے، جس کا مطلب دریافت کرنا ہے۔ تعلیم کے تناظر میں، اس سے مراد ایک ایسا طریقہ ہے جہاں طلباء کو آزادانہ طور پر علم دریافت کرنے کی ترغیب دی جاتی ہے۔ ہیورسٹک طریقہ کار میں، سیکھنے والا ایک آزاد دریافت کنندہ کا کردار ادا کرتا ہے۔ استاد اس نقطہ نظر میں کوئی مدد فراہم نہیں کرتا ہے۔ استاد طلباء کے سامنے ایک مسئلہ پیش کرتا ہے اور پھر انہیں حل تلاش کرنے کے لیے آزادانہ طور پر کام کرنے کی اجازت دیتا ہے۔ پروفیسر آر مسٹر انگ کے مطابق، تحقیقی تدریسی طریقوں میں ہمارے طلباء کو دریافت کرنے والے ہونے کی ذہنیت میں رکھنا شامل ہے، جہاں وہ غیر فعال طور پر ان کے بارے میں آگاہ ہونے کے بجائے چیزوں کو فعال طور پر تلاش کرتے ہیں۔ اس نقطہ نظر کے لیے ضروری ہے کہ طلباء تجربے کے ذریعے چیلنجوں کا ایک سلسلہ حل کریں۔ میتھ نقطہ نظر تجرباتی ذرائع سے بعض مسائل کے حل کی ضرورت ہے۔ ہر طالب علم کو کوئی رہنمائی یا ہدایت حاصل کیے بغیر آزادانہ طور پر اپنی شناخت

تلاش کرنی چاہیے۔ بچہ ایک علمی رویے کو ظاہر کرتا ہے۔ طریقہ کار کے مرحلے کے دوران، طالب علم کو ایک دشواری شیٹ فراہم کی جاتی ہے جس میں کم سے کم ہدایات ہوتی ہیں اور اس سے توقع کی جاتی ہے کہ وہ دی گئی ہدایات پر عمل کرے۔ اسے ہدایات پر عمل کرنے اور اپنی کتاب میں اپنے تحریری کام اور حاصل کردہ نتائج کی تفصیل درج کرنے کی ضرورت ہے۔ اس کے علاوہ، اسے موجودہ مختصہ کے نتائج کے مضمرات کے بارے میں اپنے نتائج شامل کرنے چاہئیں۔ اس طرح، وہ ایک خاص وحی کی طرف رہنمائی کرتا ہے۔ اس تکنیک کو اسکول کے ماحول میں استعمال کیا جاسکتا ہے جو فعال تلاش کو فروغ دیتا ہے، اختراعی سوچ کو اہمیت دیتا ہے، اور غلطیاں کرنے کے امکان سمیت نظریات کی تلاش اور تجربہ کرنے کے لیے ایک محفوظ جگہ فراہم کرتا ہے۔ مثال کے طور پر، متوازی ہندسے کی صفات کو بے نقاب کرنے کے معاملے پر غور کریں۔

طلباء کو متعدد متوازی ہندسے فراہم کریں اور انہیں ان کے مختلف اجزاء کی شناخت اور تجزیہ کرنے کی ہدایت دیں۔ وہ متوازی ہندسے کے اجزاء کی مقدار طے کر کے شروع کریں گے۔ مخالف فریقوں کی مساوات اور مساوات کے دفتر میں کچھ قریبی زاویوں کی مساوات کے حوالے سے ان کے نتائج مکمل اتفاق رائے میں ہوں گے۔ لہذا، ان کے متعلقہ نقطہ نظر انہیں کچھ خصوصیات کے بارے میں عمومی بنانے کی اجازت دیں گے۔ مزید برآں، انہیں متوازی ہندسے کے اختراعات کو کھینچنے اور عین پیمائش سے تصدیق کرنے کے لیے حوصلہ افزائی کی جا سکتی ہے کہ یہ اخترن ایک دوسرے کو دو حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ اس طریقہ کار کو کامیاب بنانے کے لیے، استاد کو ایک رہنما کاردار ادا کرنا چاہیے اور طلباء کو صرف مطلوبہ ہدایت کی پیشکش کرنی چاہیے۔ وقت بچانے کے لیے، اسے صحیح حل فراہم کرنے کے لیے جذبے کے خلاف مزاحمت کرنی چاہیے۔ مثالی امیدوار میں ہمدردی اور شائستگی کے ساتھ حکمت عملی بنانے اور طلباء کو تلاش کرنے کے لیے چیلنجز فراہم کرنے کی صلاحیت ہونی چاہیے۔

خوبیاں: یہ نقطہ نظر نفسیاتی طور پر درست ہے کیونکہ بچے فعال طور پر حصہ لیتے ہیں۔ یہ بچوں میں تفتیش کے رجحان کو فروغ دیتا ہے۔ مزید برآں، یہ آزادانہ تعلیم کے عمل کو فروغ دیتا ہے، جس سے طلباء کو خود کفیل بننے میں مدد ملتی ہے۔ اس کا ہوم ورک کا بوجھ کم ہو جاتا ہے کیونکہ وہ مطالعہ اور حفظ کرنے پر توجہ مرکوز کرتا ہے۔ طلباء کی مسلسل مصروفیات کو دیکھتے ہوئے، ان کے نظم و ضبط کی کمی کے بارے میں کوئی بحث نہیں ہے۔ یہ روزانہ خود ارادیت کے عمل کو فروغ دیتا ہے۔ یہ افراد میں سچائی اور دیانت کا احساس پیدا کر کے سائنسی ذہنیت کو فروغ دیتا ہے کیونکہ وہ تجربے کی بنیاد پر فیصلے کرنا سیکھتے ہیں۔ یہ استاد کو خاص توجہ دینے کی اجازت دیتا ہے اور سخت تعامل کو آسان بناتا ہے، جس سے استاد اور طالب علم کے درمیان دوستانہ تعلقات کو فروغ ملتا ہے۔ یہ طالب علم میں خود اعتمادی اور کامیابی کا احساس پیدا کرتا ہے۔ عملی استعمال کے ذریعے سیکھنا بھول جانے کے امکان کو کم کرتا ہے۔ یہ طلباء کی اس موضوع میں دلچسپی کو فروغ دیتا ہے اور سیکھنے کے لیے ان کے جوش و خروش کو بڑھاتا ہے۔

حدود: دریافت کے عمل کے لیے مستعدی سے کوشش، صبر، مرکوز توجہ، منطقی سوچ، علمی صلاحیت اور تخلیقی صلاحیتوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ تاہم، یہ توقع کرنا غیر حقیقی ہے کہ تمام طلباء ان صلاحیتوں کے مالک ہوں گے۔ یہ طریقہ طویل اور وقت طلب ہے، جس کی وجہ سے

مقررہ وقت کے اندر مخصوص نصاب کو مکمل کرنا مشکل ہو جاتا ہے۔ یہ نقطہ نظر ایک محدود کلاس سائز اور ایک انتہائی ہنرمند انسٹرکٹر کو فرض کرتا ہے، اور یہ طریقہ کار ایک اوسط استاد کے لیے بہت پیچیدہ اور سائنسی ہے۔

اس طریقہ کار کے لیے استاد کو غیر معمولی کارکردگی، ملازمت کا وسیع تجربہ اور جامع تربیت حاصل کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ تعلیم کے ابتدائی مراحل کے دوران ناکافی رہنمائی طلباء کو شدید مایوس کر سکتی ہے اور پڑھائی سے نفرت کا باعث بن سکتی ہے۔ مکمل عالمگیریت بہتر نہیں ہے۔ ریاضی ایک وسیع و عریض شعبہ ہے۔ ایسے کئی مظاہر ہیں جنہیں تسلیم کرنا ضروری ہے جیسے وہ ہیں۔ مزید برآں، ایک بار جب کوئی چیز دریافت ہو جاتی ہے تو اسے بار بار دوبارہ دریافت کرنے کی ضرورت نہیں ہوتی۔ اس نقطہ نظر کی تاثیر کا انحصار مناسب طریقے سے لیس کتب خانوں، لیبارٹریوں اور اچھی طرح سے لکھی ہوئی تحریروں کی موجودگی پر ہے جو مشاہداتی اصولوں کی پیروی کرتے ہیں۔ تاہم، ہمارے ادارے میں ایسی سہولیات کا فقدان ہے۔ اگر استاد کے پاس غلط اور درست تحقیقی سوالات کے درمیان فرق کرنے کی صلاحیت کا فقدان ہے، تو ان کے اعمال کے فائدہ مند نتائج کے بجائے نقصان دہ نتائج ہو سکتے ہیں۔

نتیجہ: یہاں تک کہ اگر مذکورہ بالا حدود کو ختم کر دیا جائے، تو موجودہ حالات اور موجودہ تناظر میں موجودہ اصولوں اور ضوابط کو دیکھتے ہوئے یہ حکمت عملی نمایاں طور پر فائدہ مند نہیں ہو سکتی ہے۔ اگرچہ تمام حالات میں ریاضی کی تعلیم کے لیے اس طریقہ پر خصوصی طور پر انحصار کرنا مناسب نہیں ہے، لیکن یہ ہمارے اداروں میں ایک تحقیقی نقطہ نظر کے نفاذ پر غور کرنے کے قابل ہے۔ اس سے ہمارا مطلب یہ ہے کہ طالب علم کو ضرورت سے زیادہ رہنمائی یا واضح ہدایات فراہم نہیں کی جانی چاہئیں۔ اس کے بجائے، انہیں روایتی تدریسی طریقوں کے علاوہ خود مختار طریقے سے دریافت کرنے، تجزیہ کرنے اور کام کرنے کا موقع دیا جانا چاہیے۔

11.2.5 پراجیکٹ طریقہ (Project method)

پراجیکٹ تشکیل کی ریکارڈنگ اور دریافت شدہ حل کو مختصر طور پر پیش کرنے کا طریقہ ہے جس میں آزمائشی نشان کی غلطیوں کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔

تعریف: پراجیکٹ طریقہ میں محوریات کے ایک سیٹ سے نظریات اور خصوصیات کی کٹوتی کے ذریعے ریاضیاتی علم کی تعمیر شامل ہے۔ یہ تخفیف استدلال اور ثبوت پر زور دیتا ہے۔ پراجیکٹ طریقہ کار میں چھوٹے اجزاء کسی چیز کے حصے ہوتے ہیں جنہیں ملا کر ایک ساتھ رکھا جاتا ہے تاکہ کچھ نیا دیا جاسکے یہ طریقہ تجزیاتی طریقہ کے برعکس ہے۔ اس طریقہ کار میں ہم مسائل کے معلوم حصے سے نامعلوم حصے کی طرف بڑھتے ہیں۔ ہم اس مقام تک پہنچنے کے لیے سکھانے کے لیے معلوم معلومات کو اکٹھا کرتے ہیں جہاں نامعلوم معلومات واضح اور سچ ہو جاتی ہیں۔ خصوصیات: محوری نقطہ نظر: محوریات کے ایک سیٹ سے شروع ہوتا ہے اور منطقی کٹوتی کے ذریعے نظریات اخذ کرتا ہے۔ کٹوتی استدلال: ہندسی تعلقات قائم کرنے کے لیے منطقی استدلال پر زور دیتا ہے۔ بصری اور بدیہی: اکثر اس میں ہندسی ڈھانچے کو تصور کرنا اور وجدان پر انحصار کرنا شامل ہوتا ہے۔ ہندسی تعمیر: ہندسی تصورات کی وضاحت کے لیے کمپاس اور سیدھے کنارے کی تعمیرات کا استعمال کرتا ہے۔

مثال: یو کلیڈین جیو میٹری: پایتھا گورین تھیوریم کو ثابت کرنا یا کثوتی کے مراحل کی ایک سیریز کے ذریعے مثلثوں کی ہم آہنگی قائم کرنا۔

کلیدی خصوصیات: بینڈز آن سرگرمیاں: طلباء عملی سرگرمیوں، تجربات یا منصوبوں میں فعال طور پر حصہ لیتے ہیں۔

دریافت اور دریافت: طلباء کو براہ راست تجربات کے ذریعے تصورات کو تلاش کرنے اور دریافت کرنے کی ترغیب دیتا ہے۔

نظریہ کا اطلاق: نظریاتی علم اور عملی اطلاق کے درمیان فرق کو ختم کرتا ہے۔

تنقیدی سوچ: تنقیدی سوچ کی مہارتوں کو فروغ دیتا ہے جب طلباء اپنے مشاہدات اور تجربات سے تجزیہ، تشریح اور نتائج اخذ کرتے ہیں۔

تعاون: اکثر باہمی تعاون پر مبنی کام، ٹیم ورک اور مواصلاتی مہارتوں کو فروغ دینا شامل ہوتا ہے۔

طلباء کے لیے لیبارٹری کے طریقہ کار کا استعمال:

مشغولیت: سیکھنے کو مزید تعمیلی اور دلچسپ بنا کر طلباء کی شمولیت کو بڑھاتا ہے۔

تصورات کو سمجھنا: عملی اطلاق کے ذریعے نظریاتی تصورات کی گہری تفہیم کو آسان بناتا ہے۔

ہنرمندی کی ترقی: عملی مہارتوں، لیبارٹری کی تکنیکوں اور سائنسی انکوائری کی مہارتوں کو فروغ دیتا ہے۔

مسئلہ حل کرنا: حقیقی دنیا کے تناظر میں مسائل کو حل کرنے کے لیے طلباء کی حوصلہ افزائی کرتا ہے۔

علم برقرار رکھنا: یہ معلومات کو بہتر طریقے سے برقرار رکھنے کا باعث بن سکتا ہے کیونکہ طلباء تجربہ کرتے ہیں اور تصورات کو براہ راست لاگو کرتے ہیں۔

پس منظر: پروجیکٹ کا طریقہ عملیت کا نتیجہ ہے۔ اس خیال کو سر جان ڈیوی نے پھیلا یا تھا۔ اس طریقہ کی وکالت ایک امریکی ماہر تعلیم کلیپٹرک نے کی تھی۔ اس میں کلیپٹرک کے مطابق مختلف قسم کی سرگرمیاں شامل ہیں۔ ایک پروجیکٹ پورے دل سے با مقصد سرگرمی کی اکائی ہے جو ترجیحی طور پر اس کی قدرتی ترتیب میں انجام دی جاتی ہے۔ ہیلارڈ کے مطابق ایک پروجیکٹ حقیقی زندگی کا ایک ٹکڑا ہے جسے اسکول میں درآمد کیا گیا ہے۔

پروجیکٹ کے طریقہ کار کے مطابق تعلیم کو ایک بڑے پیمانے پر مشتمل چیز کے طور پر لیا جاتا ہے کیونکہ ایک مکمل منصوبہ طلباء کے ذریعہ اس وقت شروع کیا جاتا ہے جب وہ اپنی انتہائی فطری ترتیبات میں مکمل ہوتا ہے۔ پروجیکٹ کیا ہے؟ ایک پروجیکٹ حقیقی زندگی کی سرگرمیوں سے متعلق ہے۔ یہ وہ سرگرمی ہے جو ابھرتے ہوئے مسئلے کو حل کرنے کے لیے کی جاتی ہے جو کچھ مفید اور با مقصد سرگرمیوں کو جاری کرنے کے لیے ایک محسوس شدہ مسئلہ ہے۔

آف پروجیکٹ طریقہ کار کے طریقہ کار

صورت حال فراہم کرنا۔ چننا یا چننا اور منصوبے کی منصوبہ بندی، منصوبے پر عمل درآمد، منصوبے کا جائزہ لینا، پروجیکٹ کی ریکارڈنگ، اگر آپ پروجیکٹ کرتے ہیں، ہمارا اسکول بلڈنگ پلان کیسا تھا۔ آپ کس طرح شروں کو لوڈ کر رہے ہیں قرض کی شروں کا اندازہ کیا جاتا ہے اور حاضری کی صحت اور اونچائی کے وزن کے ریکارڈ رکھنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اسکول بینک چلانا، ماڈل گاؤں کی

تعمیر کاروڈ پروجیکٹ، منصوبے کے طریقہ کار کے اصول، افادیت کا اصول، کرنے کے ذریعے سیکھنے کا اصول، تیاری کا اصول، سماجی کاری کا اصول، سیکھنے والے کو کام کرنے کی آزادی ملتی ہے۔

ریاضی میں پروجیکٹ کی دو قسمیں ہیں۔ A، انفرادی منصوبے گروپ پروجیکٹس۔

پروجیکٹ کے طریقہ کار کی خوبیاں : پروجیکٹ کا طریقہ طلباء میں دلچسپی پیدا کرتا ہے۔ یہ طریقہ مختلف نفسیاتی قوانین اور اصولوں پر مبنی ہے۔ یہ سرگرمی کے اصول پر مبنی ہے حقیقت سیکھنے پر اثر ڈالتی ہے۔ طریقہ کار انجام دینے سے کام کے تجربے کے مواقع فراہم ہوتے ہیں اور محنت کے وقار کو برقرار رکھتا ہے کیونکہ تمام طلباء اپنے ذات پات کے عقیدے اور سماجی و اقتصادی حیثیت سے قطع نظر پروجیکٹ کے طریقہ کار کے ذریعے پروجیکٹ کے نفاذ میں ذہنی اور جسمانی محنت کرنے میں مل کر کام کرتے ہیں۔ طلباء کو ان کی زندگی کے حالات سے جوڑنے کے لیے نیا علم دیا جاتا ہے۔ یہ طریقہ روٹے حفظ کرنے کے بجائے مسئلہ حل کرنے کے رویے کی حوصلہ افزائی کرتا ہے۔

پروجیکٹ میتھڈ پروجیکٹ میتھڈ کی خرابیاں

یہ بہت مہنگا اور وقت طلب ہے۔ پروجیکٹ میتھڈ پر زیادہ کتابیں دستیاب نہیں ہیں۔ پروجیکٹ کا طریقہ مقررہ نصاب کے مطابق نہیں ہے یہ کافی مہنگا ہے۔ ریاضی میں مطلوبہ مہارتوں کے لیے ڈرل اور پریکٹس کا کوئی انتظام نہیں ہے۔ پروجیکٹ کے طریقہ کار میں تدریس اور سیکھنا غیر منظم اور بے ترتیب ہو جاتا ہے۔ وقت اور کوشش کی کوئی بچت نہیں ہے۔ منظم اور مسلسل تعلیم ممکن نہیں ہے۔

فوائد : سخت ثبوت کے ذریعے ہندسی تصورات کی گہری تفہیم پیدا کرتا ہے۔ ریاضیاتی دلائل کی منطقی ساخت پر زور دیتا ہے۔ ایک صاف طریقہ ہے جس میں ہم حقائق کو منظم طریقے سے پیش کرتے ہیں۔ یہ ان حقائق کی نمائندگی کرتا ہے جو پہلے ہی دریافت ہو چکے ہیں یہ اسی عمل کی پیروی کرتا ہے جیسا کہ نصابی کتابوں میں دیا گیا ہے۔ یہ حل کو مختصر شکل میں ترتیب دینے کا طریقہ ہے پراجیکٹ کے طریقہ کار میں کم وقت لگتا ہے اور یہ معلوماتی طریقہ ہے۔ یہ ایک منطقی طریقہ ہے اور نفسیاتی اصولوں کی پرواہ نہیں کرتا ہے۔ کسی بھی بھولے ہوئے قدم کو یاد نہیں کیا جاسکتا اور دوبارہ تشکیل شدہ استاد فعال رہتا ہے اور طلباء ہمیشہ غیر فعال سیکھنے والے رہتے ہیں پراجیکٹ طریقہ میموری کے کام کی حوصلہ افزائی کرتا ہے اور طالب علم کی اصلیت اور استدلال کی طاقت کو فروغ نہیں دیتا ہے۔

حدود : تجریدی استدلال کے ساتھ جدوجہد کرنے والے کچھ طلباء کے لیے یہ مشکل ہو سکتا ہے۔ منطقی سوچ پر زور دینے کی ضرورت ہے، جس میں وقت لگ سکتا ہے۔ پراجیکٹ طریقہ کار میں دریافت کی کوئی گنجائش نہیں ہے اس موضوع کی کوئی واضح تفہیم نہیں ہے میموری کا کام اور ہوم ورک بھاری ہونے کا امکان ہے۔ یہ ایک غیر سائنسی طریقہ ہے اور طلباء میں آپ کے اندرونی رویوں کو فروغ دینے میں مدد نہیں کرتا ہے۔ یہ طالب علم کی استدلال اور سوچ کی طاقت کو فروغ نہیں دیتا ہے۔ تدریس کے لیبارٹری کے طریقہ کار میں تجرباتی تعلیم شامل ہوتی ہے جہاں طلباء تصورات کو سمجھنے اور ان کا اطلاق کرنے کے لیے عملی سرگرمیوں، تجربات اور مشاہدات میں فعال طور پر مشغول ہوتے ہیں۔ یہ عام طور پر سائنس کے مضامین سے وابستہ ہے لیکن اسے ریاضی سمیت مختلف مضامین کے لیے ڈھالا جاسکتا ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. پراجیکٹ طریقہ (Project Method) سے کیا مراد ہے؟

2. پراجیکٹ طریقہ کا بانی یا وکیل کون تھا؟

3. کلیپٹرک کے مطابق پراجیکٹ کی تعریف کیا ہے؟

4. پراجیکٹ طریقہ کار کے بنیادی اصول کون سے ہیں؟

5. پراجیکٹ کے طریقہ کار میں کتنی اقسام ہیں؟

6. پراجیکٹ طریقہ کار کے اہم مراحل (Steps) کیا ہیں؟

11.2.6 سرگرمی پر مبنی تعلیم (Activity-Based Teaching)

ریاضی میں سرگرمی پر مبنی تدریس کیا ہے؟

ریاضی میں سرگرمی پر مبنی تدریس میں ریاضیاتی تصورات کے سیکھنے کو آسان بنانے کے لیے عملی سرگرمیوں، تعاملی مشقوں اور حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز کا استعمال شامل ہے۔ یہ نقطہ نظر روایتی لیکچرز اور نصابی کتابوں سے بالاتر ہے، جس کا مقصد ریاضی کو طلباء کے لیے زیادہ پرکشش، متعلقہ اور قابل رسائی بنانا ہے۔ سرگرمی پر مبنی تدریس فعال شرکت، مسئلہ حل کرنے کی مہارت اور ریاضیاتی اصولوں کی گہری تفہیم کو فروغ دیتی ہے۔ ریاضی میں سرگرمی پر مبنی تدریس کے اہم پہلو یہ ہیں۔

ریاضی میں سرگرمی پر مبنی تدریس کی خصوصیات: بینڈز آن سرگرمیاں: ایسی سرگرمیوں کو شامل کرتا ہے جو طلباء کو ریاضیاتی تصورات کو تلاش کرنے کے لیے جسمانی اشیاء، اوزار، یا مواد میں ہیرا پھیری کرنے کی اجازت دیتی ہیں۔ حقیقی دنیا کا تناظر: ریاضیاتی تصورات کو حقیقی دنیا کے منظر ناموں سے جوڑتا ہے، جس سے طلباء کو جو کچھ سیکھ رہے ہیں اس کی عملی اپیلی کیشنز کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔

انٹرایکٹو سیکھنا: گروپ کی سرگرمیوں، مباحثوں اور باہمی تعاون سے مسائل کے حل کے ذریعے طلباء کے درمیان تعامل کو فروغ دیتا ہے۔ ٹیکنالوجی کا استعمال: سیکھنے کے تجربے کو بڑھانے کے لیے ٹکنالوجی ٹولز اور وسائل، جیسے انٹرایکٹو سافٹ ویئر، سیمولیشنز، یا تعلیمی ایپس کو مربوط کرتا ہے۔

مسئلہ حل کرنے پر زور: مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں پر زور دیتے ہوئے، طلباء کو ریاضیاتی چیلنجوں کو تخلیقی اور تجزیاتی طور پر دیکھنے کی ترغیب دیتے ہیں۔

بصری نمائشیں: ریاضیاتی تصورات کی نمائندگی کرنے کے لیے بصری امداد، خاکے، چارٹ اور ماڈل کا استعمال کرتا ہے، تجریدی خیالات کو زیادہ ٹھوس اور قابل فہم بناتا ہے۔

کثیر حسی نقطہ نظر: کثیر حسی نقطہ نظر کو شامل کرتا ہے، جس سے طلباء کو بصری، صوتی اور ٹچاں تجربات کے ذریعے ریاضی کے ساتھ مشغول ہونے کی اجازت ملتی ہے۔

تحقیق پر مبنی سیکھنا: طلباء کو سوالات پوچھنے، دریافت کرنے اور انکو انری پر مبنی سیکھنے کے طریقوں کے ذریعے ریاضیاتی تصورات کو دریافت کرنے کی ترغیب دیتا ہے۔ لچکدار سیکھنے کا ماحول: سیکھنے کے لچکدار ماحول کو اپناتا ہے جہاں طلباء گھوم سکتے ہیں، مختلف ترتیبات میں کام کر سکتے ہیں، اور سیکھنے کے عمل میں فعال طور پر حصہ لے سکتے ہیں۔

سرگرمی پر مبنی تدریس میں سرگرمیوں کی مثالیں: ریاضیاتی کھیل: طلباء کو ایسے کھیلوں میں شامل کرنا جن میں ریاضیاتی تصورات شامل ہوں، جیسے بورڈ گیمز، تاش کے کھیل، یا آن لائن ریاضی کے کھیل۔

Manipulatives ہیرا پھیری: ریاضیاتی اصولوں کی وضاحت اور تلاش کے لیے، خاص طور پر جیومیٹری اور الجبرا جیسے شعبوں میں، بلاکس، کاؤنٹرز، یا جیومیٹرک شکلوں جیسی جسمانی اشیاء کا استعمال کرنا۔

حقیقی دنیا کا مسئلہ حل کرنا: طلباء کو حقیقی دنیا کے مسائل کے ساتھ پیش کرنا جن کے لیے ریاضیاتی حل درکار ہوتے ہیں، ان کی حوصلہ افزائی کرتے ہیں کہ وہ اپنے علم کو عملی حالات پر لاگو کریں۔

ریاضیاتی ماڈلنگ: ریاضی اور ان کے ارد گرد کی دنیا کے درمیان تعلق پر زور دیتے ہوئے، حقیقی دنیا کے مسائل کی نمائندگی اور حل کرنے کے لیے ریاضیاتی ماڈل بنانے میں طلباء کو شامل کرنا۔

انٹرایکٹو سیمینٹیشنز: انٹرایکٹو سیمینٹیشنز یا سافٹ ویئر کا استعمال کرنا جو طلباء کو مجازی ماحول میں ریاضیاتی تصورات کے ساتھ تجربہ کرنے کی اجازت دیتا ہے۔

سروے اور ڈیٹا تجزیہ: سروے کرنا، ڈیٹا اکٹھا کرنا، اور اعداد و شمار کو منظم کرنے، تشریح کرنے اور گرافک طور پر پیش کرنے کے عمل کے ذریعے طلباء کی رہنمائی کرنا۔

باہمی تعاون کے منصوبے: مشترکہ اہداف کے حصول کے لیے ٹیم ورک اور ریاضیاتی تصورات کے اطلاق کی ضرورت والے باہمی تعاون کے منصوبوں کو تفویض کرنا۔

ریاضیاتی پہیلیاں اور چیلنجز: طلباء کو پہیلیاں، چیلنجز، یا مقابلے فراہم کرنا جو تنقیدی سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی مہارت کو متحرک کرتے ہیں۔ ریاضی میں سرگرمی پر مبنی تدریس کے فوائد:

وابستگی میں اضافہ: سرگرمیاں طلباء کی دلچسپی اور توجہ حاصل کرتی ہیں، جو سیکھنے کے تجربے کو زیادہ دلکش اور خوشگوار بناتی ہیں۔ گہری تفہیم: ہاتھوں پر تجربات اور حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز طلباء کو ریاضیاتی تصورات کی گہری تفہیم پیدا کرنے میں مدد کرتی ہیں۔ تنقیدی سوچ کی مہارتیں: سرگرمیاں تنقیدی سوچ اور تجزیاتی مہارتوں کو فروغ دیتی ہیں کیونکہ طلباء مسائل کے حل میں فعال طور پر حصہ لیتے ہیں۔

علم کا اطلاق: طلباء ریاضیاتی تصورات کو حقیقی دنیا کے حالات پر لاگو کرنا سیکھتے ہیں، جس سے ریاضی کی عملی افادیت کو تقویت ملتی ہے۔

برقرار رکھنے میں بہتری: سرگرمیوں میں فعال شمولیت غیر فعال سیکھنے کے طریقوں کے مقابلے میں معلومات کو بہتر طریقے سے برقرار رکھنے میں معاون ہے۔

تعاون اور مواصلات: باہمی تعاون کی سرگرمیاں ٹیم ورک اور مواصلاتی مہارتوں میں اضافہ کرتی ہیں کیونکہ طلباء ریاضیاتی چیلنجوں کو حل کرنے کے لیے مل کر کام کرتے ہیں۔

ریاضی کی پریشانی میں کمی: مشغول سرگرمیاں ایک مثبت اور تعاملی سیکھنے کا ماحول بنا کر ریاضی کی اضطراب کو کم کرنے میں مدد کر سکتی ہیں۔ ریاضی میں سرگرمی پر مبنی تدریس کا مقصد ایک متحرک اور سیکھنے والے پر مرکوز کلاس روم بنانا ہے، جہاں طلباء سیکھنے کے عمل میں فعال طور پر حصہ لیتے ہیں، مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کو فروغ دیتے ہیں، اور ریاضیاتی تصورات کی زیادہ جامع تفہیم حاصل کرتے ہیں۔

11.3 خلاصہ (Summary)

خلاصہ:

ریاضی کی تعلیم کے طریقے: اس سبق میں ریاضی کی تعلیم کے لیے موثر طریقوں کے متنوع ٹول باکس کی کھوج کی گئی، جو آپ کو اپنے طلباء میں گہری تفہیم اور مشغولیت پیدا کرنے کے لیے تیار کرتا ہے۔ ہم اس میں ڈو کرتے ہیں:

محرک اور تخفیف استدلال: نمونوں کی تعمیر اور ٹھوس مثالوں سے نتائج اخذ کرنا (محرک) بمقابلہ مخصوص مسائل کو حل کرنے کے لیے عمومی اصولوں کا اطلاق (deductive)۔

تجزیاتی اور ترکیبی سوچ: تصورات کو چھوٹے حصوں (تجزیاتی) میں توڑنا اور پھر انہیں ایک مربوط مجموعی میں دوبارہ تعمیر کرنا۔ (synthetic)۔

ہینڈ آن ایکسپلوریشن: تفہیم کو مستحکم کرنے اور تجسس کو فروغ دینے کے لیے لیبارٹری کے تجربات اور منصوبوں کے ذریعے فعال سیکھنا۔ تحقیق پر مبنی رہنمائی: طلباء کو ہدایت یافتہ سوالات اور تلاش کے ذریعے خود حل تلاش کرنے کی ترغیب دینا۔

مشغول سرگرمیاں: مسائل کو حل کرنے کی مہارت اور تعاون کو فروغ دینے کے لیے گیمز، پہیلیاں، اور انٹرایکٹو کاموں کے ذریعے ریاضی کو زندہ کرنا۔

ان متنوع طریقوں اور ان کی طاقتوں پر غور کر کے، آپ اپنی تعلیم کو مختلف تصورات، سیکھنے کے انداز اور طلباء کی ضروریات کے مطابق بنا سکتے ہیں۔ یاد رکھیں، حکمت عملیوں کا ایک متحرک امتزاج ایک متحرک اور خوشگوار سیکھنے کے ماحول کو فروغ دیتا ہے جہاں ریاضی زندہ ہوتی ہے۔

اس خلاصہ کا مقصد، ریاضی کے متنوع مناظر کے ذریعے ہمارے سفر نے ہمیں اپنے راستے میں آنے والے کسی بھی مسئلے کو حل کرنے کے لیے طاقتور آلات اور حکمت عملیوں سے آراستہ کیا ہے۔

11.4 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

1. سمجھیں اور منتخب کریں: مختلف تدریسی طریقوں کی مخصوص خصوصیات جیسے انڈکٹیو، ڈیڈکٹیو، تجزیاتی، ترکیبی، لیبارٹری، ہیورسٹک، پروجیکٹ اور سرگرمی پر مبنی نقطہ نظر۔
 2. ڈیزائن اور عمل درآمد: ریاضی کے مشغول اور موثر اسباق جو اچھی طرح سے سیکھنے کے لیے متعدد تدریسی طریقوں کو شامل کرتے ہیں۔ مختلف ہدایات جو کلاس روم کے اندر سیکھنے کے مختلف انداز اور ضروریات کو پورا کرنے کے لیے متنوع تدریسی طریقوں کا فائدہ اٹھاتی ہیں۔
 3. سہولت فراہم کریں: لیبارٹری اور پروجیکٹ پر مبنی سیکھنے میں ہاتھ سے تلاش اور دریافت کے ذریعے طلباء کی فعال شرکت۔ تحقیق پر مبنی سوالات اور سرگرمی پر مبنی سیکھنے کے ذریعے آزادانہ مسئلہ حل کرنے اور تنقیدی سوچ کی مہارت۔
 4. غور کریں اور اصلاح کریں: سیکھے ہوئے طریقوں کی روشنی میں ان کے اپنے تدریسی طریقوں کا تنقیدی جائزہ لیں، بہتری کے شعبوں کی نشاندہی کریں اور نئی حکمت عملیوں کو شامل کریں۔ اپنے طلباء کی بدلتی ہوئی ضروریات کو پورا کرنے اور ریاضی میں سیکھنے کے مجموعی تجربے کو بڑھانے کے لیے اپنے تدریسی طریقوں کے ذخیرے کو مسلسل وسعت دیں۔
- سیکھنے کے یہ نتائج اس بات پر زور دیتے ہیں کہ شرکاء اس سبق سے فعال اور موافقت پذیر نقطہ نظر سے فائدہ اٹھائیں گے، جس سے انہیں باخبر انتخاب کرنے اور ریاضی کی موثر تعلیم کے لیے اپنے تدریسی طریقوں کو مسلسل بہتر بنانے کے لیے بااختیار بنایا جائے گا۔ اپنے سبق کے اصل مواد اور گہرائی کی بنیاد پر خاصیت اور تفصیل کی سطح کو ایڈجسٹ کرنا یاد رکھیں۔

11.5 فرہنگ (Glossary)

- استقرائی طریقہ: (Inductive Method) مخصوص مثالوں اور مشاہدات سے عمومی اصول اخذ کرنا۔
- استنتاجی طریقہ: (Deductive Method) عمومی اصولوں کو مخصوص مسائل پر لاگو کرنا۔
- تجزیاتی طریقہ: (Analytical Method) کسی تصور کو چھوٹے حصوں میں تقسیم کر کے اس کی ساخت کو سمجھنا۔
- ترکیبی طریقہ: (Synthetic Method) مختلف حصوں کو جوڑ کر ایک مکمل تصویر یا فہم پیدا کرنا۔
- لیبارٹری طریقہ: (Laboratory Method) تجربات اور عملی سرگرمیوں کے ذریعے سیکھنا۔
- تحقیقی طریقہ: (Heuristic Method) طلباء کو خود دریافت اور حل تلاش کرنے کی ترغیب دینا۔
- پراجیکٹ طریقہ: (Project Method) عملی اور با مقصد سرگرمیوں کے ذریعے کسی مسئلے کا حل تلاش کرنا۔

- سرگرمی پر مبنی تدریس: (Activity-Based Teaching) کھیل، مشقوں اور تعاملی سرگرمیوں کے ذریعے سیکھنے کو دلچسپ بنانا۔
- تفریقی تدریس: (Differentiated Instruction) طلباء کی صلاحیتوں اور سیکھنے کے انداز کے مطابق تدریسی طریقے اپنانا۔
- تنقیدی سوچ: (Critical Thinking) سوچ، تجزیہ اور استدلال کے ذریعے بہتر فیصلے کرنا۔

11.6 انمونی امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

- 1- تعمیری تدریسی طریقہ کار کا بنیادی مقصد کیا ہے؟
 - (a) حفظ کرنے کی مہارت کو مضبوط کرنا
 - (b) تنقیدی سوچ اور استدلال کو فروغ دینا
 - (c) روٹ سیکھنے کو فروغ دینا
 - (d) اساتذہ پر مرکوز تعلیم پر زور دینا
- 2- تعمیری طریقہ کار میں، طلباء:
 - (a) عمومی اصولوں سے شروع کریں اور مخصوص مثالوں کی طرف بڑھیں
 - (b) مخصوص مثالوں سے شروع کریں اور عمومی اصولوں کی طرف بڑھیں
 - (c) صرف حفظ کرنے پر توجہ دیں
 - (d) استدلال کے عمل کو چھوڑ دیں
- 3- انڈکٹیو طریقہ کار کا کلیدی فائدہ کیا ہے؟
 - (a) غیر فعال سیکھنے کی حوصلہ افزائی کرتا ہے
 - (b) مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کو فروغ دیتا ہے
 - (c) حفظ پر انحصار کرتا ہے
 - (d) آزادانہ سوچ کو حوصلہ شکنی دیتا ہے
- 4- تعمیری تعلیم اکثر اس سے وابستہ ہوتی ہے:
 - (a) لیکچر پر مبنی ہدایت
 - (b) اساتذہ پر مرکوز تعلیم
 - (c) دریافت پر مبنی تعلیم
 - (d) روٹ میموریاٹائزیشن
- 5- تخفیف استدلال میں شامل ہیں:
 - (a) مخصوص مشاہدات کی بنیاد پر عمومی بنانا
 - (b) عام اصولوں سے مخصوص نتائج اخذ کرنا
 - (c) آزمائش اور غلطی کی حوصلہ افزائی
 - (d) منطقی ترتیبات کو نظر انداز کرنا
- 6- ڈیڈکٹیو طریقہ کار کا کلیدی فائدہ کیا ہے؟
 - (a) آزادانہ سوچ کو فروغ دیتا ہے
 - (b) مسائل کے حل کی مہارتوں کو فروغ دیتا ہے

- (c) واضح اور منظم سیکھنے کی طرف لے جاتا ہے
7۔ ڈیڈکٹیو تعلیم اکثر اس سے وابستہ ہوتی ہے :
- (a) تلاش پر مبنی تعلیم
(c) لیکچر پر مبنی ہدایات
- (d) تلاش کی حوصلہ افزائی کرتا ہے
(b) تفتیش پر مبنی تعلیم
(d) روٹ حفظ کرنا
- 8۔ تجزیاتی طریقہ کار میں شامل ہیں :
- (a) مخصوص مثالوں سے شروع کرنا اور عام اصولوں کی طرف بڑھنا
(b) عام اصولوں سے شروع کرنا اور مخصوص مثالوں کی طرف بڑھنا
- (c) صرف حفظ کرنے کی حوصلہ افزائی کرنا
9۔ تجزیاتی استدلال کی خصوصیت یہ ہے :
- (a) عمومی اصولوں سے مخصوص نتائج اخذ کرنا
(c) منطقی ترتیبات کو نظر انداز کرنا
- (d) مسئلہ حل کرنے سے گریز کرنا
(b) مخصوص مشاہدات کی بنیاد پر عمومی باتیں کرنا
(d) مسئلہ حل کرنے کی حوصلہ شکنی
- 10۔ تجزیاتی طریقہ کار کا کلیدی فائدہ کیا ہے ؟
(a) غیر فعال سیکھنے کی حوصلہ افزائی کرتا ہے
(c) صرف حفظ کرنے پر انحصار کرتا ہے
- (b) مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کو فروغ دیتا ہے
(d) آزادانہ سوچ کی حوصلہ شکنی کرتا ہے۔

مختصر جوابات کے حامل سوالات Short Answer Type Questions

1. استقرائی طریقہ (Inductive Method) سے کیا مراد ہے ؟
2. استنتاجی طریقہ (Deductive Method) ریاضی کی تدریس میں کیسے کارآمد ہے ؟
3. تجزیاتی اور ترکیبی طریقہ میں بنیادی فرق واضح کیجیے۔
4. لیبارٹری طریقہ (Laboratory Method) ریاضی کے اسباق کو کیسے مؤثر بناتا ہے ؟
5. پراجیکٹ طریقہ (Project Method) کے استعمال سے طلباء میں کون سی صلاحیتیں پیدا ہوتی ہیں ؟
6. سرگرمی پر مبنی تدریس (Activity-Based Teaching) ریاضی سیکھنے میں کیوں ضروری سمجھی جاتی ہے ؟

طویل جوابات کے حامل سوالات (Long Answer Type Questions)

1. ریاضی کی تعلیم میں انڈکٹیو اور ڈیڈکٹیو طریقہ میں کیا فرق ہے ؟ مثال دے کر بتائیں کہ ہر طریقہ کسی ریاضیاتی تصور کی تدریس میں کیسے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

2. ریاضی کے کلاس روم میں تعمیری سیکھنے کے نفاذ کے مراحل بیان کریں۔ یہ طریقہ طلباء میں خود سیکھنے اور تخلیقی سوچ کو کیسے فروغ دیتا ہے؟
3. تجزیاتی اور ترکیبی طریقوں کے امتزاج سے ریاضی کی تدریس کو کیسے موثر بنایا جاسکتا ہے؟
4. ریاضی میں لیبارٹری کے طریقہ کار کی اہمیت پر روشنی ڈالیں۔ یہ طریقہ عملی سیکھنے اور تجربات کو کیسے فروغ دیتا ہے؟
5. ہیورسٹک طریقہ ریاضی میں مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کیسے پیدا کرتا ہے؟ اساتذہ اس عمل میں طلباء کی رہنمائی کیسے کرتے ہیں؟
6. پروجیکٹ پر مبنی تدریس کے اصول اور فوائد بیان کریں۔ یہ طریقہ ریاضی کو دوسرے مضامین سے کیسے جوڑتا ہے اور طلباء کی تخلیقی صلاحیت کیسے بڑھاتا ہے؟

تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Learning Materials)

11.7

<https://m.youtube.com/watch?v=yAjKQ1YqLEE>

https://www.reddit.com/r/philosophy/comments/16ut3h/is_mathematics_analytic_or_synthetic_a_priori/

<https://www.mathsisfun.com/algebra/polynomials-dividing.html>

https://www.nctm.org/uploadedFiles/Professional_Development/FHSM_Video_Library_Task_Force/Inductive%20reasoning%20to%20proof.pdf

<https://math.illinois.edu/academics/undergraduate-program/academic-support/tutoring>

<https://www.nctm.org/classroomresources/?id=76857>

<https://www.britishcouncil.org/english-assessment/learning/how-teach>

<https://www.pblworks.org/>

<https://www.nclld.org/>

اکائی-12

مسئلہ حل کرنے کے مراحل اور مسائل حل کرنے کے اقدامات

(Problem Solving- Stages and Steps in Problem Solving)*

تمہید (Introduction)	12.0
مقاصد (Objectives)	12.1
مسائل کے حل کے مراحل (Problem solving- Stages)	12.2
12.2.1 مسائل کے حل کے اقدامات (Steps in problem solving)	
12.2.2 کسی دیئے گئے مسئلے کو حل کرنے کے لئے مختلف اختیارات کو تلاش کرنا یا تلاش کرنا	
(Discovering or Exploring various options for solving a given problem in)	
12.2.2.1 الجبرا (Algebra)	
12.2.2.2 علم حساب (Arithmetic)	
12.2.2.3 ٹریگونومیٹری (Trigonometry)	
12.2.2.4 جیومیٹری (Geometry)	
12.2.2.5 احتمال (Probability)	
12.2.2.6 شماریات (Statistics)	
خلاصہ (Summary)	12.3
اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)	12.4
فرہنگ (Glossary)	12.5
نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)	12.6
تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials)	12.7

* Prof. Najma Begum, Professor, Dept. of Education & Training, MANUU

12.0 تمہید (Introduction)

ریاضی کی تعلیم کے لیے بہت سے ہتھکنڈوں، طریقوں، حکمت عملیوں اور طریقوں کی جامع تفہیم کی ضرورت ہوتی ہے جو سیکھنے والوں کو مؤثر طریقے سے مشغول کر سکتے ہیں اور اس موضوع میں ان کی دلچسپی کو برقرار رکھ سکتے ہیں۔ موجودہ باب اس میں مدد کر سکتا ہے الجبرا، علم حساب، جیومیٹری، ٹرگنومیٹری، احتمال اور شماریات جیسے مختلف ریاضیاتی مضامین میں مسئلہ حل کرنے کے نقطہ نظر، زیر نگرانی مطالعہ کی تکنیک، اور زبانی کام کے استعمال کو سمجھنا۔ اس سے طلباء کی ریاضیاتی ذہنیت میں اضافہ ہوگا، جس سے انسٹرکٹر کو کلاس روم میں ایک متحرک ماحول پیدا کرنے میں مدد ملے گی۔

مسئلہ حل کرنے کی ہر تکنیک ریاضی کی تعلیم میں منفرد اور درست ہے۔

12.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کے مطالعہ کے بعد طلباء اس قدر قابل ہو جائیں گے کہ
- ریاضی میں مسائل کو حل کرنے میں مسائل کو حل کرنے کی تکنیکوں کو لاگو کر سکیں گے۔
- الجبرا میں مسئلہ حل کرنے کی تکنیک جیسی مختلف تکنیکوں کا اطلاق کر پائیں گے۔
- ریاضی میں مسئلہ حل کرنے کی تکنیک جیسی مختلف تکنیکوں کا اطلاق کریں گے۔
- ٹرگنومیٹری میں مسئلہ حل کرنے کی تکنیک جیسی مختلف تکنیکوں کا اطلاق کریں گے۔
- جیومیٹری میں مسئلہ حل کرنے کی تکنیک جیسی مختلف تکنیکوں کا اطلاق کر پائیں گے۔
- احتمال اور شماریات میں مسئلہ حل کرنے کی تکنیک جیسی مختلف تکنیکوں کا اطلاق کر پائیں گے۔
- کاروباری ریاضی میں مسئلہ حل کرنے کی تکنیک جیسی مختلف تکنیکوں کا اطلاق کر پائیں گے۔

12.2 مسائل کے حل کے مراحل (Problem solving- Stages)

مسئلہ حل کرنا ایک ایسا تعلیمی طریقہ ہے جس میں استاد اور طلباء فعال اور مقصد کے ساتھ مل کر کام کرتے ہیں تاکہ کسی ایسے مسئلہ کا منطقی اور جان بوجھ کر حل تلاش کیا جاسکے جو ان کے سیکھنے سے متعلق ہو۔

طلباء کو ایسے مسائل پیش کیے جاتے ہیں جن کے لیے سائنسی یا تکنیکی حل کی شناخت کی ضرورت ہوتی ہے۔ یہ نقطہ نظر طلباء پر مرکوز ہے اور سیکھنے کے عمل میں ان کی فعال شمولیت کو ضروری بناتا ہے۔ مسئلہ حل کرنا ایک تعلیمی انداز ہے جو معلومات حاصل کرنے کے لیے سائنسی طریقہ استعمال کرتا ہے۔ اس میں دستیاب اعداد و شمار کی بنیاد پر جائزے بنانے اور عقلی استدلال کا استعمال کرنا شامل ہے۔

مسئلہ کی تعریف :

Yocum and Simpson نے اسے "ایک ایسا مسئلہ قرار دیا ہے جو اس وقت پیدا ہوتا ہے جب کارروائی شروع کرنے میں کوئی چیلنج ہوتا ہے۔" دانشوروں کی طرف سے تسلیم کیا جانا ایک مشکل کام ہو سکتا ہے۔

Gates اس بات پر زور دیتے ہیں کہ ایک فرد کو اس وقت پریشانی کا سامنا کرنا پڑتا ہے جب وہ کسی خاص مقصد کا مالک ہوتا ہے جسے وہ اپنی موجودہ طرز عمل کی عادات کے ذریعے پورا نہیں کر سکتا۔

Skinner مسئلے کے حل کو ان رکاوٹوں پر قابو پانے کے عمل کے طور پر بیان کرتا ہے جو بظاہر ترقی میں مسئلہ حل کرنے میں رکاوٹ بنتی ہیں، متعلقہ مواد کو تحقیقی عمل کے دوران دریافت ہونے والی مخصوص مشکلات سے نمٹنے کے لیے طریقہ کار کے مطابق تشکیل دیا جاتا ہے۔

دشواری کے حل میں ان رکاوٹوں پر قابو پانے کا عمل شامل ہوتا ہے جو مطلوبہ نتیجہ کے حصول میں رکاوٹ بنتی ہیں۔ یہ چیلنجوں کے باوجود تبدیلیاں کرنے کا عمل ہے۔

مسئلے کی خصوصیات

- مسئلہ بچوں کے لیے بامعنی، دلچسپ اور قابل قدر ہونا چاہیے۔
- اس کا زندگی سے کچھ تعلق ہونا چاہیے۔ اگر ممکن ہو تو اس کا دوسرے مضامین کے ساتھ کچھ ارتباط ہونا چاہیے۔
- یہ طلباء کی حقیقی ضروریات سے پیدا ہونا چاہیے۔
- مسئلہ واضح طور پر بیان کیا جانا چاہئے۔
- استاد کی رہنمائی اور نگرانی میں کام کرنے والے طالب علم کو خود ہی مسئلہ کا حل تلاش کرنا چاہیے۔

12.2.1 مسئلہ حل کرنے کے اقدامات / مسئلہ حل کرنے کا طریقہ کار (Steps in problem Solving)

1- مسئلے کی شناخت اور وضاحت: (Identification of Problem and Explanation) طالب علم کو مسئلے کی شناخت اور واضح طور پر وضاحت کرنے کے قابل ہونا چاہیے۔ جس مسئلے کی نشاندہی کی گئی ہے وہ طلباء کو حصہ لینے کے لیے دلچسپ چیلنجنگ اور متحرک بنانے والا ہونا چاہیے۔

2- مسئلہ کا تجزیہ کرنا: (Analysis of the Problem) مسئلہ کا احتیاط سے تجزیہ کیا جانا چاہیے کہ کیا دیا گیا ہے اور کیا معلوم کرنا ہے۔ اگر ضروری ہو تو علامتی شکل میں دیئے گئے حقائق کی شناخت اور اظہار کیا جانا چاہیے۔

3- عارضی مفروضے کی تشکیل: (Formulation of tentative hypothesis) مفروضے کی تشکیل کا مطلب مسئلہ کی موجودگی کی ممکنہ وجوہات کی فہرست تیار کرنا ہے۔ مفروضے کی تشکیل بچے کی سوچ اور استدلال کی طاقتوں کو فروغ دیتی ہے۔ اس مرحلے پر توجہ مفروضے پر مرکوز ہو۔

4- مفروضے کی جانچ: (Testing of hypothesis) مسئلے کے حل کے طور پر عارضی مفروضے کی صداقت کی جانچ کے لیے مناسب طریقوں کا انتخاب کیا جانا چاہیے۔ اگر یہ حل ثابت نہیں ہوتا ہے، تو طلباء سے کہا جائے کہ وہ متبادل مفروضہ وضع کریں اور آگے بڑھیں۔

5- نتیجہ کی تصدیق یا نتیجہ کی جانچ: (Confirmation of the result and checking of the result): کسی بھی نتیجے کو مناسب طریقے سے تصدیق کیے بغیر قبول نہیں کیا جانا چاہیے۔ اس مرحلے پر طلباء سے کہا جاتا ہے کہ وہ اپنے نتائج کا تعین کریں اور متوقع حل کو ثابت کریں۔ طلباء کو عمومی بنانے اور اسے اپنی روزمرہ کی زندگی میں اطلاق کرنے کے قابل ہونا چاہیے۔

پولیا کی مسئلہ حل کرنے کی تکنیک (Polyas Problem solving technique)

1945 میں جارج پولیا نے کتاب 'ہاؤ ٹو سول' (How to Solve it) شائع کی، جو جلد ہی ان کی سب سے قیمتی اشاعت بن گئی۔ اس کتاب میں انہوں نے مسئلہ حل کرنے کے چار بنیادی اصولوں (Principle) کی نشاندہی کی ہے۔

پولیا کا پہلا اصول: مسئلہ کو سمجھیں (Understand the problem)

یہ اتنا واضح معلوم ہوتا ہے کہ اکثر اس کا ذکر بھی نہیں کیا جاتا ہے، پھر بھی طلباء اکثر مسائل کو حل کرنے کی اپنی کوششوں میں صرف اس وجہ سے رک جاتے ہیں کہ وہ اسے مکمل طور پر، یا جزوی طور پر بھی نہیں سمجھتے ہیں۔ اس مرحلے میں طلباء کو سوالات کو سمجھانے پر زور دیا جانا چاہیے۔

پولیا نے اساتذہ کو طلباء سے سوالات پوچھنا سکھایا جیسے: کیا آپ مسئلہ بیان کرنے میں استعمال ہونے والے تمام الفاظ کو سمجھتے ہیں؟

- آپ سے کیا تلاش کرنے یا دکھانے کے لیے کہا جاتا ہے؟
- کیا آپ مسئلہ کو اپنے الفاظ میں دہرا سکتے ہیں؟
- کیا آپ کسی ایسی تصویر یا خاکہ کے بارے میں سوچ سکتے ہیں جس سے آپ کو مسئلہ کو سمجھنے میں مدد مل سکے؟
- کیا آپ کو حل تلاش کرنے کے قابل بنانے کے لیے کافی معلومات موجود ہیں؟

پولیا کا دوسرا اصول: ایک منصوبہ بنائیں (Device a plan)

پولیا نے ذکر کیا ہے کہ مسائل کو حل کرنے کے بہت سے معقول طریقے ہیں۔ مناسب حکمت عملی کے انتخاب کی مہارت بہت سے مسائل کو حل کرنے سے سب سے بہتر طور پر سیکھی جاتی ہے۔ آپ کو حکمت عملی کا انتخاب کرنا مشکل سے آسان نظر آئے گا۔ حکمت عملیوں کی ایک جزوی فہرست شامل ہے:

- اندازہ لگائیں اور چیک کریں
- نمونہ تلاش کریں
- ایک منظم فہرست بنائیں
- ایک تصویر بنائیں

- امکانات کو ختم کریں
- ایک آسان مسئلہ حل کریں
- ہم آہنگی کا استعمال کریں
- ماڈل کا استعمال کریں
- خصوصی معاملات پر غور کریں
- پیچھے کی طرف کام کریں
- براہ راست استدلال کا استعمال کریں
- فارمولہ کا استعمال کریں
- مساوات کو حل کریں
- ذہن بنیں

پولیا کا تیسرا اصول: منصوبے پر عمل کریں (Carry out the plan)

یہ مرحلہ عام طور پر منصوبہ تیار کرنے سے زیادہ آسان ہوتا ہے۔ عام طور پر، آپ کو صرف دیکھ بھال اور صبر کی ضرورت ہے، اس لیے کہ آپ کے پاس ضروری مہارتیں ہیں۔ اپنے منتخب کردہ منصوبے پر قائم رہیں۔ اگر یہ کام نہیں کرتا ہے تو اسے ہٹا دیں اور دوسرے کا منصوبہ کا انتخاب کریں۔ گمراہ نہ ہوں، ریاضی اسی طرح کی جاتی ہے۔

پولیا کا چوتھا اصول: پیچھے مڑ کر دیکھیں (Look Back)

پولیا نے ذکر کیا ہے کہ غور کرنے اور پیچھے مڑ کر دیکھنے کے لیے وقت نکال کر بہت کچھ حاصل کیا جاسکتا ہے کہ آپ نے کیا کیا، کیا کام کیا اور کیا نہیں۔ ایسا کرنے سے آپ کو یہ پیش گوئی کرنے میں مدد ملے گی کہ مستقبل کے مسائل کو حل کرنے کے لیے کون سی حکمت عملی استعمال کی جائے گی اور آپ اپنے موجودہ حکمت عملی کو کس طرح بہتر کر سکتے ہیں۔

فوائد (Advantages)

- یہ طریقہ نفسیاتی اور سائنسی نوعیت کا ہے۔
- یہ مطالعہ کی اچھی عادات اور استدلال کی طاقتوں کو فروغ دینے میں مدد کرتا ہے۔
- یہ علم اور تجربے کو بہتر بنانے اور لاگو کرنے میں مدد کرتا ہے۔
- یہ طریقہ بچے کی سوچ کو متحرک کرتا ہے۔
- یہ بچے کے اظہار کی طاقت کو فروغ دینے میں مدد کرتا ہے۔
- بچہ نئی صورت حال میں عمل کرنا سیکھتا ہے۔
- یہ ایک ساتھ کام کرتے ہوئے گروپ کا احساس پیدا کرتا ہے۔

- اساتذہ اپنے طلباء سے واقف ہو جاتے ہیں۔
- یہ بچے کی تجربیاتی، تنقیدی اور عمومی صلاحیتوں کو فروغ دیتا ہے۔
- یہ طریقہ کلاس میں نظم و ضبط برقرار رکھنے میں مدد کرتا ہے۔

نقصانات (Disadvantages)

- یہ ابتدائی درجوں کے لیے موزوں نہیں ہے
- بچوں کے لیے موزوں کتابوں اور حوالوں کی کمی ہے۔
- یہ اقتصادی نہیں ہے۔ یہ وقت اور توانائی کا ضیاع ہے۔
- اساتذہ کو مقررہ نصاب کا احاطہ کرنا مشکل ہو سکتا ہے۔
- اس طریقہ کار پر عمل کرنے کے لیے باصلاحیت اساتذہ کی ضرورت ہوتی ہے۔
- ہمیشہ غلط نتائج اخذ کرنے کا شعبہ رہتا ہے۔
- جسمانی سرگرمیوں کے مقابلے میں ذہنی سرگرمیوں پر زیادہ زور دیا جاتا ہے۔

مسئلہ حل کرنے میں استاد کا کردار

- طلباء کو مسئلے کی واضح وضاحت کرنے میں مدد کرتا ہے۔
- ان کی حوصلہ افزائی کرتے ہوئے ان سے بہت سی تجاویز حاصل کرنا۔
- حصوں میں صورت حال کا تجزیہ کرنا۔
- پہلے سے معلوم اسی طرح کے معاملات اور عام قواعد کو یاد کرنا جو لاگو ہوتے ہیں۔
- دلیری سے اندازہ لگانا اور اندازے واضح طور پر مرتب کرنا۔
- ان کی حوصلہ افزائی کرتے ہوئے ان سے ہر تجویز کا احتیاط سے جائزہ لینے کو کہیں۔
- شک کی حالت یا معطل نتیجہ کو برقرار رکھنا۔
- حقائق جاننے کی اپیل کر کے تجویز پر تنقید کرنا۔
- آگے بڑھ کر انہیں مواد کو منظم کرنے کے لیے تیار کرنا۔
- ڈانگراں اور گراف استعمال کرنے کے لیے بورڈ پر ایک خاکہ بنانا۔

12.2.2 کسی دیئے گئے مسئلے کو حل کرنے کے لئے مختلف اختیارات کو تلاش کرنا

(Discovering or Exploring various options for solving a given problem in)

الفاظ کے مسائل کے حل کی حکمت عملی (Strategies for words problem solving)

مسئلہ پڑھیں۔ اس بات کو یقینی بنائیں کہ تمام الفاظ اور خیالات کو سمجھا جائے۔

شناخت کریں کہ آپ کیا ڈھونڈ رہے ہیں۔

آپ جس چیز کی تلاش کر رہے ہیں اس کا نام بتائیں۔ اس مقدار کی نمائندگی کرنے کے لیے متغیر کا انتخاب کریں۔

مساوات میں ترجمہ کریں۔ تمام اہم معلومات کے ساتھ ایک جملے میں مسئلہ کو دوبارہ بیان کرنا مددگار ثابت ہو سکتا ہے۔ پھر، انگریزی جملے کو الجبر مساوات میں ترجمہ کریں۔

صحیح الجبر تکنیک کا استعمال کرتے ہوئے مساوات کو حل کریں۔

موجود جواب کو چیک کریں۔ اور اس بات کو یقینی بنائیں کہ یہ مسئلہ کہ حال صحیح ہے۔

مکمل جملے کے ساتھ سوال کا جواب دیں۔

12.2.2.1 الجبرا (Algebra)

مثال کے طور پر:-

ایک عدد کے سات گنا اور آٹھ کا مجموعہ چھتیس ہے۔ نمبر تلاش کریں۔

حل: مرحلہ 1۔ مسئلہ پڑھیں

مرحلہ 2. شناخت کریں کہ آپ کس نمبر کی تلاش کر رہے ہیں

مرحلہ 3. آپ جو ڈھونڈ رہے ہیں اس کا نام بتائیں اور اس کی نمائندگی کے لیے متغیر کا انتخاب کریں

فرض کریں کہ $n = \text{عدد}$

مرحلہ 4 ترجمہ کریں: مسئلہ کو ایک جملے کے طور پر دہرائیں، مساوات میں ترجمہ کریں

n کا سات گنا اور 8 کا مجموعہ 36 ہے

$$n7 + 8 = 36$$

مرحلہ 5 مساوات کو حل کریں، $7n + 8 = 36$

ہر طرف سے آٹھ گھٹاؤ اور صرف $7n = 28$

ہر طرف کو سات سے تقسیم کریں اور $4 = n$

مرحلہ 6 چیک کریں۔

کیا چار کا سات گنا اور آٹھ کا مجموعہ 36 کے برابر ہے؟

$$4 \times 7 + 8 = 36$$

مرحلہ 7 سوال کا جواب دیں

نمبر 4 ہے

2. ارون سے کہا گیا کہ وہ ایک عدد کو 8 سے ضرب دے اور پھر 5 کا اضافہ کرے۔ اس کے بجائے، اس نے نمبر میں 8 کا اضافہ کیا، پھر نتیجہ کو 5

سے ضرب دیا۔ اور اس نے اسے 2015 روپیہ دیا۔

اگر ارون ہدایات پر صحیح طریقے سے عمل کرتا تو اس کا جواب کیا ہوتا؟

الجبرہ کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کریں کہ ارون کس نمبر سے شروع ہوا

اگر ارون نے n سے شروع کیا، 8 شامل کریں پھر 5 سے ضرب دیں اور 2015 حاصل کریں، تو $2015 = 5 \times (8 + n)$

$$n + 8 = 2015 \div 5 = 403$$

$$n = 403 - 8 = 395$$

$$n = 395$$

جیسا کہ ارون کو n کو 8 سے ضرب دینا چاہیے اور پھر 5 کا اضافہ کرنا چاہیے، اس لیے اسے $5 + n$ ملنا چاہیے تھا۔

$$8n + 5 = 8 \times 395 + 5 = 3160 + 5 = 3165$$

12.2.2.2 علم حساب (Arithmetic)

1. عددی اظہار کو آسان بنائیں $[6 \div (-24)] \div [(-9) \div 63]$:

حل:

اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے:

$$[6 \div (-24)] \div [(-9) \div 63]$$

$$= (6/24-) \div (-9/36)$$

$$= (4-) \div (4-)$$

$$= 4/4$$

$$= 1$$

$$[6 \div (-24)] \div [(-9) \div 63] = 1. \text{ اس طرح،}$$

2. مندرجہ ذیل میں گمشدہ نمبر تلاش کریں:

$$7 - 24 \div 8 \times m + 6 = 1$$

حل:

$$7 - 24 \div 8 \times m + 6 = 1$$

$$7 - (24/8) \times m + 6 = 1$$

$$7 - 3 \times m + 6 = 1$$

$$13 - 3 \times m = 1$$

$$\Rightarrow 3 \times m = 13 - 1$$

$$\Rightarrow 3 \times m = 12$$

$$\Rightarrow m = 12/3$$

اس لیے گمشدہ عدد 4 ہے۔

12.2.2.3 ٹرگنومیٹری (Trigonometry)

مثال 1: اگر $5 \sin A = 3$ ہے، تو $\cos A$ اور $\cot A$ کی قدر معلوم کریں۔

حل: گناہ $A = 3/5$

شناخت کا استعمال کرتے ہوئے، $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$$\cos^2 A = \sqrt{1 - (3/5)^2} = \sqrt{(25-9)/25} = \sqrt{16/25}$$

صرف مثبت حصے پر غور کرتے ہوئے، $\cos A = 4/5$

$$\cot A = \cos A / \sin A = (4/5) / (3/5) = 4/3$$

مثال 2: $\sin 35^\circ \cos 55^\circ + \cos 35^\circ \cos 55^\circ$ کی تشخیص کریں۔

حل :

اظہار دیا گیا $\sin 35^\circ \cos 55^\circ + \cos 35^\circ \cos 55^\circ$

یہ $\sin A \cos B + \cos A \sin B$ کی شکل کا ہے۔

اس طرح، شناخت $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ کا استعمال کرتے ہوئے، ہم حاصل کرتے ہیں: $\sin 35^\circ \cos$

$$(\sin 35^\circ \cos 55^\circ + \cos 35^\circ \sin 55^\circ) = \sin$$

$$= \sin 90^\circ = 1$$

مثال 3: اگر $P = \cot Q \tan Q$ ، تو ثابت کریں کہ $P = 90^\circ$

حل: دیا ہوا، $\tan p = \tan Q$

جیسا کہ ہم جانتے ہیں، $\tan(90-A) = \cot A$

$$\tan P = \tan(90-Q)$$

لہذا، $P = 90^\circ - Q$ اور $P + Q = 90^\circ$
اس طرح ثابت ہوا۔

12.2.2.4 جیومیٹری (Geometry)

مثال 1: ایک مثلث کا احاطہ 50 ہوتا ہے۔ اگر اس کے دو اضلاع مساوی ہوں اور تیسرا ضلع برابر سے 5 زیادہ ہو تو تیسرے ضلع کی لمبائی کتنی ہوگی؟

حل :

مرحلہ 1: متغیرات تفویض کریں :

فرض کریں کہ $x =$ برابر اضلاع کی لمبائی

شکل کا خاکہ بنائیں

X X

X+5

مرحلہ 2: مثلث کے احاطہ کا فارمولا لکھیں۔

$$P = a + b + c$$

$$\text{مرحلہ } 50 = x + x + x + 53 :$$

ایک جیسی اصطلاحات کو یکجا کریں

$$50 = 3x + 5$$

$$3x = 50 - 5$$

$$3x = 45$$

$$X = 15$$

سوال کے لیے تیسری طرف کی لمبائی درکار ہوتی ہے۔

تیسری طرف کی لمبائی

$$15 + 5 = 20$$

جواب: تیسری طرف کی لمبائی 20 ہے۔

مثال 2: جیومیٹری لفظ کے مسائل جن میں زاویے شامل ہیں۔

ایک مربع میں دو زاویے مساوی ہوتے ہیں۔ تیسرا زاویہ دونوں مساوی زاویوں کے مجموعے کے برابر ہے۔ چوتھا زاویہ دیگر تین زاویوں کے مجموعے کے دوگنے سے 60° کم ہے۔ مربع میں زاویوں کی پیمائش تلاش کریں۔

حل :

مرحلہ 1: متغیرات تفویض کریں :

فرض کریں کہ $x =$ دو برابر زاویوں میں سے ایک کا سائز

شکل کا خاکہ بنائیں

مستطیل



مرحلہ 2: مربع میں زاویوں کا مجموعہ لکھیں۔

مربع میں زاویوں کا مجموعہ 360° ہے

مرحلہ 3: سوال اور خاکہ سے اقدار کو پلگ ان کریں۔

$$360 = x + x + (x + x) + 2(x + x + x) - 60$$

جیسی اصطلاحات کو یکجا کریں

$$360 = x + x + (x + x) + 2(x + x + x) - 60$$

$$360 = 4x + 2(4x) - 60$$

$$360 = 4x + 8x - 60$$

$$360 = 12x - 60$$

$$12x = 420$$

$$x = 35$$

سوال میں تمام زاویوں کی اقدار کی ضرورت ہوتی ہے۔

35 کے لئے x کو تبدیل کرتے ہوئے، آپ کو مل جائے گا 35، 35، 70، 220

جواب: زاویوں کی اقدار 35° ، 35° ، 70° اور 220° ہیں۔

12.2.2.5 احتمال (Probability)

حل کے ساتھ امکانات کے مسائل :

مثال 1: ایک سکہ 3 بار اچھالا جاتا ہے۔ اس بات کا کیا امکان ہے کہ کم از کم ایک Head آنے کا احتمال ہو؟

حل :

[HHH, HTT, THT, TTH, THH, HTH, HHT, TTT] = Sample space

طریقوں کی کل تعداد $8 = 2 \times 2 \times 2$

P (کم از کم ایک Head حاصل کرنے کا) $= P-1$ (کوئی Head نہیں)

$$= 1 - (1/8) = 7/8$$

مثال 2: 52 کارڈوں کے پیک سے کارڈ کھینچنے پر نمبر والے کارڈ کے ملنے کا امکان معلوم کریں۔

حل: کل کارڈ = 52 نمبر والے کارڈ = $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$

$$9 \text{ suit سے } 36 = 9 \times 4$$

$$P(E) = 36/52 = 9/13$$

مثال 3: 5 سبز 7 سرخ گیندیں ہیں۔ دو گیندوں کو بغیر کسی متبادل کے ایک ایک کر کے منتخب کیا جاتا ہے۔ احتمال معلوم کریں کہ پہلا سبز اور دوسرا سرخ ہے۔

حل:

$$P(G) \times P(R) = (5/12) \times (7/11) = 35/132$$

12.2.2.6 شماریات (Statistics)

اعتدال سے منحرف تقسیم کے لیے، اوسط اور میڈین بالترتیب 26.8 اور 27.9 ہیں۔ تقسیم کا طریقہ کیا ہے؟

حل:

دیا ہے، اوسط = 26.8، میڈین = 27.9، اوسط، میڈین اور موڈ کے درمیان تعلق کا استعمال کرتے ہوئے،

موڈ = 3 میڈین - 2 اوسط

$$26.8 \times 2 - 27.9 \times 3 =$$

$$53.6 - 83.7 =$$

$$30.1 =$$

لہذا، موڈ 30.1 ہے۔

اپنی پیش رفت کی جانچ کریں (Check Your Progress)

1. مسئلہ حل کرنے کی اپنی الفاظ میں تعریف کریں۔
2. مسئلہ حل کرنے کے عمل میں شامل اہم مراحل یا اقدامات بیان کریں۔
3. پولیا کے مسئلہ حل کرنے کے چار اصول مناسب مثالوں کے ساتھ واضح کریں۔
4. مسئلہ حل کرنے کے طریقہ کار کے تین فوائد اور تین نقصانات لکھیں۔
5. مسئلہ حل کرنے میں استاد کا کردار بیان کریں۔

6. مسئلہ حل کرنے کی تکنیکوں کو ریاضی کی مختلف شاخوں جیسے الجبرا، جیومیٹری، ٹریگنومیٹری اور شماریات میں کس طرح لاگو کیا جاسکتا ہے؟

12.3 خلاصہ (Summary)

مسئلہ حل کرنا ایک ایسی بنیادی مہارت ہے جو زندگی کے ہر پہلو میں کارآمد ہے، چاہے وہ ریاضی کے مساوات ہوں یا روزمرہ کے عملی مسائل۔ یہ ایک تدریجی عمل ہے جو سمجھنے، منصوبہ بندی کرنے، عمل کرنے اور نتیجے پر غور کرنے کے مراحل پر مشتمل ہوتا ہے۔ پہلے مرحلے میں مسئلہ کو اچھی طرح سمجھنا ضروری ہے، دوسرے میں اس کے حل کی منصوبہ بندی کی جاتی ہے، تیسرے میں منصوبے پر عمل کیا جاتا ہے، اور چوتھے مرحلے میں حل کی درستی اور بہتری پر غور کیا جاتا ہے۔

الجبرا، جیومیٹری، ٹریگنومیٹری، کاروباری ریاضی اور شماریات جیسے مختلف مضامین میں مسئلہ حل کرنے کے اپنے منفرد طریقے ہیں۔ اصل مقصد یہ ہے کہ سیکھنے والا مسئلے کے سیاق و سباق کو سمجھے، مختلف حل آزما کر سب سے موثر طریقہ اپنائے۔ مسلسل مشق اور غور و فکر کے ذریعے ہر شخص اپنی مسئلہ حل کرنے کی صلاحیت کو بہتر بنا سکتا ہے اور چیلنجوں کو کامیابی سے نمٹا سکتا ہے۔

12.4 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

الجبرا، ریاضی، کاروباری ریاضی، جیومیٹری، ٹریگنومیٹری، امکان اور شماریات میں مسائل کو حل کرنے کے لیے مختلف آپشنز کو دریافت کرنے یا تلاش کرنے پر مرکوز سیکھنے کی سرگرمیوں کی تکمیل پر، طلباء کو اس قابل ہونا چاہیے:

1- الجبرا:

- مسئلہ حل کرنے کی مختلف حکمت عملیوں کی شناخت اور ان کا اطلاق کریں جیسے فیکٹرنگ، مربع کو مکمل کرنا، اور الجبرائی شناختوں کا استعمال کرنا۔
- مساوات کو حل کرنے کے لیے متعدد طریقے تلاش کریں، جن میں گرافیکل طریقے، الجبرائی ہیرا پھیری، اور منظم آزمائش اور غلطی شامل ہیں۔
- مسئلے کی ساخت اور پیچیدگی کی بنیاد پر سب سے موثر طریقہ منتخب کرنے کی اہمیت کو سمجھیں۔
- متبادل، خاتمے اور میٹرکس کے طریقوں کا استعمال کرتے ہوئے لکیری مساوات کے نظام کو حل کرنے میں مہارت کا مظاہرہ کریں۔
- حقیقی دنیا کے حالات کا نمونہ بنانے اور سیاق و سباق میں حل کی تشریح کرنے کے لیے الجبرائی تصورات کا اطلاق کریں۔

2- ریاضی :

- عددی مسائل کو مؤثر طریقے سے حل کرنے کے لیے مختلف ریاضیاتی کارروائیوں جیسے اضافہ، گھٹاؤ، ضرب اور تقسیم کا استعمال کریں۔
- تخمینہ کی تکنیکوں کو حل کا تخمینہ لگانے اور معقولیت کا اندازہ لگانے کے لیے استعمال کریں۔
- ریاضی کے مسائل کو حل کرنے کے لیے مختلف طریقوں کی شناخت کریں، بشمول ذہنی ریاضی، تحریری الگورتھم، اور کیلکولیٹر کا استعمال۔
- حصوں، اعشاریہ، فیصد اور تناسب سے متعلق مسائل کو حل کرنے میں مہارت کا مظاہرہ کریں۔
- روزمرہ کے سیاق و سباق میں عملی مسائل کو حل کرنے کے لیے ریاضی کے تصورات کا اطلاق کریں، بشمول مالیات، پیمائش اور ڈیٹا کی تشریح۔

3- کاروباری ریاضی :

- کاروبار سے متعلق مسائل کا تجزیہ کریں اور فیصلہ سازی کے عمل کو بہتر بنانے کے لیے ریاضیاتی تصورات کا اطلاق کریں۔
- سود، منافع، نقصان، اور سرمایہ کاری کی تشخیص سمیت مختلف مالیاتی حسابات تلاش کریں۔
- محدود حالات میں زیادہ سے زیادہ منافع یا لاگت کو کم کرنے کے لیے لکیری پروگرامنگ تکنیک کا استعمال کریں۔
- خطرے، غیر یقینی صورتحال اور بازار کی حرکیات جیسے عوامل پر غور کرتے ہوئے کاروباری سیاق و سباق میں ریاضیاتی نمونوں اور حل کی تشریح کریں۔
- کاروباری کارکردگی کا جائزہ لینے اور باخبر فیصلے کرنے کے لیے مقداری تجزیہ کی مہارتوں کا اطلاق کریں۔

4- جیومیٹری :

- زاویوں، شکلوں اور مقامی اعداد و شمار سے متعلق مسائل کو حل کرنے کے لیے ہندسی خصوصیات اور تعلقات کی تحقیقات کریں۔
- ہندسی اشیاء کے رقبے، دائرے، حجم اور سطح کے رقبے کا حساب لگانے کے لیے مختلف طریقے تلاش کریں۔
- ہندسی نظریات کو ثابت کرنے اور ہندسی پہیلیوں کو حل کرنے کے لیے تخفیف استدلال اور منطقی دلائل کا استعمال کریں۔
- ہندسی شکلوں کا تجزیہ کرنے اور تبدیلیوں اور ہم آہنگی سے متعلق مسائل کو حل کرنے کے لیے مربوط جیومیٹری تکنیک کا اطلاق کریں۔

- جیومیٹرک تصورات، جیسے نیویگیشن، فن تعمیر، اور انجینئرنگ کا استعمال کرتے ہوئے حقیقی دنیا کے مسائل کو ماڈل اور حل کریں۔

5- مثلثیات :

- زاویوں اور مثلثوں سے متعلق مسائل کو حل کرنے کے لیے مثلثیاتی افعال اور ان کی خصوصیات کو دریافت کریں۔

● مثلثی تناسب کا حساب لگانے کے لیے مختلف طریقوں کی تحقیقات کریں، بشمول خصوصی مثلث، اکائی دائرے، اور مثلثی شناختوں کا استعمال۔

● نیویگیشن، سروے اور طبیعیات سے متعلق مسائل کو حل کرنے کے لیے مثلثی تصورات کا اطلاق کریں۔

● حدود اور مفروضوں پر غور کرتے ہوئے عملی ایپلی کیشنز کے تناظر میں حل کی تشریح کریں۔

● مثلثیات اور دیگر ریاضیاتی مضامین، جیسے جیومیٹری اور کیلکولس کے درمیان روابط تلاش کریں۔

6- امکان اور شماریات :

● ڈیٹا سیٹوں کا تجزیہ کریں اور غیر یقینی اور بے ترتیب سے متعلق مسائل کو حل کرنے کے لیے مناسب امکان کے نمونوں کی نشاندہی کریں۔

● امکانات کا حساب لگانے کے لیے مختلف تکنیکوں کو تلاش کریں، بشمول گنتی کے طریقے، تغیرات، امتزاج، اور مشروط امکان۔

● شماریاتی تجزیے کے نتائج کی تشریح اور بات چیت کریں، بشمول مرکزی رجحان، تغیر پذیری اور ارتباط کے اقدامات۔

● خطرے کی تشخیص، کوالٹی کنٹرول، اور تجرباتی ڈیزائن جیسے سیاق و سباق میں باخبر فیصلے کرنے کے لیے امکان اور شماریات کے تصورات کا اطلاق کریں۔

● شماریاتی نتائج کی معقولیت اور جواز کا جائزہ لیں اور اعداد و شمار کی تشریح اور فیصلہ سازی میں اخلاقی مضمرات پر غور کریں۔

● سیکھنے کے ان نتائج کو حاصل کرنے سے، طلباء ریاضیاتی تصورات اور مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کی گہری تفہیم پیدا کریں گے جو تعلیمی، پیشہ ورانہ اور روزمرہ کی زندگی کے سیاق و سباق میں کامیابی کے لیے ضروری ہیں۔

12.5 فرہنگ (Glossary)

مسئلہ حل کرنے کے لیے فرہنگ : مراحل، اقدامات اور متنوع ڈومینز

عمومی مسئلہ حل کرنے کی شرائط :

Algorithm: کسی مسئلے کو حل کرنے کے لیے مرحلہ وار طریقہ کار۔

Heuristic: ایک عمومی حکمت عملی یا rule of thumb جو مسئلہ حل کرنے کی رہنمائی کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

Metacognition: سوچنے کے بارے میں سوچنا، اپنے مسئلہ حل کرنے کے عمل پر غور کرنا۔

Solution space: کسی مسئلے کے تمام ممکنہ حل کا مجموعہ۔

Verification: اس بات کی جانچ کرنا کہ حل درست ہے اور مسئلہ کی رکاوٹوں کو پورا کرتا ہے۔

مسائل کے حل کے مراحل :

تفہیم: مسئلہ کو واضح کرنا، کلیدی عناصر کی شناخت کرنا، سوالات پوچھنا۔

منصوبہ بندی: حل کی حکمت عملی کا انتخاب کرنا، مسئلے کو چھوٹے چھوٹے مراحل میں تقسیم کرنا۔
عمل درآمد: متعلقہ آلات اور تکنیکوں کا استعمال کرتے ہوئے منتخب کردہ حکمت عملی کو نافذ کرنا۔
تشخیص: حل کی درستگی کی جانچ کرنا، بہتری کے لیے علاقوں کی نشاندہی کرنا، عمل پر غور کرنا۔
مسائل کے حل کی حکمت عملی:

ذرائع کے اختتام کا تجزیہ: مسئلہ کی حالت اور ہدف کی حالت کے درمیان فرق پر توجہ مرکوز کرنا۔
پچھے کی طرف کام کرنا: مطلوبہ حل سے شروع کرنا اور اصل مسئلے پر واپس کام کرنا۔
مشابہت استدلال: موجودہ مسئلے سے ملتے جلتے مسئلے کے حل کو لاگو کرنا۔
آزمائش اور غلطی: حل ملنے تک مختلف طریقوں کے ساتھ تجربہ کرنا۔
ڈومین مخصوص شرائط:

الجبرا: مساوات، عدم مساوات، متغیرات، فیکٹرنگ، افعال، گراف۔
ریاضی: اضافہ، گھٹاؤ، ضرب، تقسیم، فیصد، تناسب۔
کاروباری ریاضی: رعایت، شرح سود، منافع کے مارجن، اصلاح کے ماڈل، تناسب، تناسب۔
جیومیٹری: نظریہ، زاویہ، خط، طیارے، مثلث، رقبہ، حجم، مقامی استدلال۔
ٹرگنومیٹری: sine, cosine, tangent, degrees, radiant, پیمائش۔
احتمال اور شماریات: احتمال کی تقسیم، مفروضے کی جانچ، بے ترتیب متغیرات، اوسط، وسطانیہ، موڈ، معیاری انحراف۔

12.7 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

1. مسئلہ حل کرنے کا پہلا مرحلہ کون سا ہے؟

a) مفروضے کی جانچ

b) مسئلے کی شناخت اور وضاحت

c) نتیجہ کی تصدیق

d) منصوبہ بنانا

2. پولیا کی مسئلہ حل کرنے کی تکنیک کب شائع ہوئی؟

a) 1925

b) 1945

c) 1950

d) 1965

3. پولیا کے مطابق مسئلہ حل کرنے کا آخری اصول ہے:

a) منصوبہ بنانا

b) مسئلہ کو سمجھنا

c) پیچھے مڑ کر دیکھنا

d) نتیجہ اخذ کرنا

4. درج ذیل میں سے کون سا مسئلہ حل کرنے کے طریقے کا فائدہ ہے؟

a) وقت کا ضیاع

b) استدلال کی طاقت کو فروغ دینا

c) نصاب کا احاطہ مشکل ہونا

d) ذہنی سرگرمی پر زیادہ زور

5. مسئلہ حل کرنے میں استاد کا کردار کیا ہوتا ہے؟

a) طلباء کو جواب بتانا

b) رہنمائی اور حوصلہ افزائی کرنا

c) خود مسئلہ حل کرنا

d) طلباء کو دور رکھنا

6. "مسئلہ حل کرنے" کی تعریف کس نے دی کہ یہ رکاوٹوں پر قابو پانے کا عمل ہے؟

a) گیٹس (Gates)

b) یو کم اور سمپسن

(c) اسکینر

(d) پولیا

7. مسئلہ حل کرنے کا دوسرا مرحلہ ہے:

(a) مفروضے کی جانچ

(b) مسئلے کا تجزیہ

(c) نتیجہ کی تصدیق

(d) مفروضہ بنانا

8. پولیا کے "ایک منصوبہ بنائیں" مرحلے میں کیا شامل ہے؟

(a) اندازہ لگائیں اور چیک کریں

(b) پیچھے مڑ کر دیکھیں

(c) نتیجہ کی تصدیق کریں

(d) مسئلہ کو سمجھیں

9. درج ذیل میں سے کون سا مسئلہ حل کرنے کی تکنیک کا نقص ہے؟

(a) سائنسی نوعیت

(b) باصلاحیت اساتذہ کی ضرورت

(c) گروپ کا احساس پیدا کرنا

(d) بچے کی سوچ کو متحرک کرنا

10. مسئلہ حل کرنے کا مقصد کیا ہے؟

(a) رٹے لگانا

(b) جلدی حل دینا

(c) منطقی حل تلاش کرنا

(d) وقت گزارنا

مختصر جوابات کے حامل سوالات Short Answer Type Questions

1. مسئلہ حل کرنے کی تعریف اپنے الفاظ میں بیان کریں۔
2. مسئلہ حل کرنے کے پانچ مراحل لکھیں۔
3. پولیا کے مسئلہ حل کرنے کے چار اصول بیان کریں۔
4. مسئلہ حل کرنے کے طریقے کے فوائد اور دو نقصانات لکھیں۔
5. مسئلہ حل کرنے میں استاد کا کردار کیا ہوتا ہے؟
6. الجبرا میں مسئلہ حل کرنے کی ایک مثال لکھیں۔
7. مسئلہ حل کرنے کے دوران مفروضے کی تشکیل کا مقصد کیا ہوتا ہے؟

طویل جوابات کے حامل سوالات Long Answer Type Questions

1. مسئلہ حل کرنے کے مراحل کی تفصیل سے وضاحت کریں اور ہر مرحلے کی مثال دیں۔
2. پولیا کی مسئلہ حل کرنے کی تکنیک کے چار اصولوں کو مناسب مثالوں کے ساتھ بیان کریں۔
3. مسئلہ حل کرنے کے طریقے کے فوائد اور نقصانات پر تفصیلی نوٹ لکھیں۔
4. مسئلہ حل کرنے میں استاد کا کردار وضاحت سے بیان کریں۔
5. ریاضی کی مختلف شاخوں (الجبرا، ٹرگنومیٹری، جیومیٹری، احتمال، شماریات) میں مسئلہ حل کرنے کی تکنیکوں کے اطلاق کی وضاحت کریں۔

تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Materials) 12.8

<https://nrich.maths.org/12817/solution>

<https://quickmath.com/webMathematica3/quickmath/equations/solve/basic.jsp#form?v2=simplify>

<https://quickmath.com/webMathematica3/quickmath/equations/solve/basic.jsp#form?v2=simplify>

<https://byjus.com/maths/arithmetic-questions/>

<https://byjus.com/maths/arithmetic-questions/>

<https://study.com/academy/topic/solving-arithmetic-word-problems.html>

<https://www.turito.com/learn/math/slopes-of-lines-grade-9>

<https://byjus.com/maths/trigonometry-formula-for-class-10/>

<https://www.onlinemathlearning.com/angles-geometry-problems.html>

<https://www.hitbullseye.com/Probability-Examples.php>

Websites:

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM): <https://www.nctm.org/>

Khan Academy: <https://www.khanacademy.org/>

National Library of Virtual Manipulatives: <http://nlvm.usu.edu/>

TED-Ed Lessons on Math: <https://ed.ted.com/lessons>

GeoGebra: <https://www.geogebra.org/?lang=en>

Desmos: <https://www.desmos.com/>

Tinkercad: <https://www.tinkercad.com/>

NRICH: <https://nrich.maths.org/>

TED-Ed Lessons on Coding and Technology: <https://ed.ted.com/lessons>

اکائی۔ 13

خُرد تدریس

(Micro-Teaching)*

13.0 تمہید (Introduction)

13.1 مقاصد (Objectives)

13.2 خُرد تدریس (Micro Teaching)

13.2.1 خُرد تدریس: تعریف، تصور اور اس کے اجزاء (Definition, Concept, and Components of Micro Teaching)

13.2.2 خُرد تدریس کے مراحل، منصوبہ بندی اور اس کا چکر (Phases, Planning, and Cycle of Micro Teaching)

13.2.3 تدریسی مہارتیں اور ان کے اجزاء (Teaching Skills and Their Components)

13.2.3.1 سبق کا تعارف کرانے کی مہارت (Skill of Introducing a Lesson)

13.2.3.2 کسی تصور کی وضاحت کرنے کی مہارت (Skill of Explaining a Concept)

13.2.3.3 محرکات میں تبدیلی لانے کی مہارت (Skill of Stimulus Variation)

13.2.3.4 مثالیں پیش کرنے کی مہارت (Skill of Using Examples and Illustrations)

13.2.3.5 سوال پوچھنے کی مہارت (Skill of Questioning)

13.2.3.6 تقویت دینے کی مہارت (Skill of Reinforcement)

13.2.3.7 تختہ سیاہ کے کام کی مہارت (Skill of Black Board Work)

13.2.4 خُرد تدریس کی خوبیاں اور خامیاں (Merits and Demerits of Micro Teaching)

13.3 خلاصہ (Summary)

13.4 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

13.5 فرہنگ (Glossary)

13.6 نمونہ امتحانی سوالات Model Examination Questions

* Dr. Zafar Iqbal Zaidi, Assistant Professor, MANUU CTE, Darbhanga

13.0 تمہید (Introduction)

تدریس کا عمل انتہائی حساس عمل ہے۔ اس کے تمام تقاضوں کو پورا کرنے کے بعد ہے یہ موثر و بمعنی ہوتا ہے۔ ہر عمل کی طرح تدریس کے عمل کی کچھ خاص مہارتیں ہوتی ہیں۔ مثال، عنوان کا تعارف پیش کرنا، تختہ سیاہ کا کام، سوال پوچھنا، کسی تصور کی وضاحت کرنا، تقویت دینا، متحرکات میں تبدیلی لانا وغیرہ۔ جن کے تئیں واقفیت اور اس پر مشق کر کے استاد اپنی مہارتوں کو مزید مضبوط کرتے ہیں۔ یہ مشق دو طریقے سے کئے جاسکتے ہیں۔ ایک مکمل وقفہ یعنی 35-30 منٹ کی درس کی منصوبہ بندی کر کے اکٹھا مختلف مہارتوں پر دھیان رکھ کر مشق کی جائے۔ دوسرا ہے کہ تدریس کی کسی ایک مہارت پر مرکوز مختصر وقفہ میں اس کی مشق کی جائے۔ اس کے لئے اصل تدریس کے بالمقابل وقت، عنوان اور کمرہ جماعت کا سائز میں تخفیف کر کسی ایک مہارت کی مشق کی جاتی ہے۔ اس لئے یہ کوشش اصل تدریس نہیں کہلاتی ہے بلکہ اسے اساتذہ کی تربیت کا حکمت عملی کہتے ہیں۔ پورے عمل کو مخصوص منصوبہ بندی کے ساتھ کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد اس کو اساتذہ کے اساتذہ نافذ کرتے ہیں۔ جو مختلف مراحل سے گذر کر ایک چکر بناتا ہے۔ یہ سلسلہ تب تک جاری رکھا جاتا ہے جب تک اس خاص مہارت کی مناسب مشق اور استاد کے رویہ میں خاطر خواہ تبدیلی نہ ہو جائے۔

13.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کے مطالعہ کے بعد طلباء اس قدر قابل ہو جائیں گے کہ
- علم ریاضی کی تدریس کے تناظر میں خُرد تدریس کا تصور پیش کر سکیں گے۔
- علم ریاضی کی تدریس کے تناظر میں خُرد تدریس کے مراحل کی تفصیل بیان کر سکیں گے۔
- علم ریاضی کی تدریس کے تناظر میں خُرد تدریس کی مختلف مہارتوں کا تعارف پیش کر سکیں گے۔

13.2 خُرد تدریس (Micro Teaching)

13.2.1 خُرد تدریس: تعریف اور تصور

تدریس کے عمل کی کچھ خاص مہارتیں ہوتی ہیں۔ مثال، عنوان کا تعارف پیش کرنا، تختہ سیاہ کا کام، سوال پوچھنا، کسی تصور کی وضاحت کرنا، تقویت دینا، متحرکات میں تبدیلی لانا وغیرہ۔ اس کے لئے اصل تدریس کی جگہ ایک تخفیف شدہ کمرہ جماعت میں استاد مشق کرتے ہیں۔ یہ تخفیف عنوان کی طوالت، وقفہ اور طلبہ کی تعداد میں کی جاتی ہے۔ چونکہ اس مشق میں باریک بینی سے مرکوز ہو کر تدریسی مہارتوں کو استاد میں پیدا کی جاتی ہے۔ اس لئے اس کو خُرد تدریس کہتے ہیں۔ خُرد تدریس میں بہت چھوٹے عنوان جو 5 سے 10 منٹ میں پیش کیا جاسکے اور 5-10 طلبہ کے مابین اس کی مشق کی جاتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ خُرد تدریس کو اسکیل ڈاؤن حکمت عملی کہا جاتی ہے۔ الین

اور ایو (1969) کے مطابق خُرد تدریس قابو شدہ مشق کا ایک ایسا نظام ہے جو کسی مخصوص تدریسی برتاؤ پر مرکوز ہونے کو اور اس کی قابو شدہ حالات میں مشق کرنے کو ممکن بناتا ہے۔ میک الیس اور اونوین (1971) کے مطابق خُرد تدریس سبق کی لمبائی، وقت، کلاس سائز اور تدریس پیچیدگی میں تخفیف شدہ تدریس ہے۔ "خُرد تدریس کا تصور سب سے پہلے 1963 میں امریکہ کے اسٹینڈ فارڈ یونیورسٹی میں ڈی۔ ڈبلو ایلین اور دیگر نے کیا تھا۔ بھارت میں این۔ سی۔ آر۔ ٹی، نئی دہلی میں اس کو نمایاں طور پر آزمایا گیا۔ خُرد تدریس کا حتمی مقصد اساتذہ کی تربیت کو بہتر بنانا ہے۔ آج کی تاریخ میں خُرد تدریس اساتذہ کی تعلیم کا ایک اہم حصہ بن چکا ہے۔ جو ملک کے مختلف مرکزی اور صوبائی اداروں میں نصاب کا حصہ ہیں۔

خُرد تدریس کے اجزاء:

خُرد تدریس کی سرگرمی چار اہم اجزاء پر مشتمل ہوتی ہے

- 1- معلم: تعلیمی سرگرمی میں معلم کا مقام کلیدی ہوتا ہے۔ طلبہ کم تجربہ کار ہوتے ہیں، جب کہ معلم تقابلی طور پر زیادہ ہوتے ہیں۔ ایک معلم کی تدریسی مہارت طلبہ کی آموزش کو متاثر کرتی ہے۔ اس لئے خُرد تدریس کے ذریعہ معلم کی تدریسی مہارت کو بہتر اور اس کو مستحکم کرنے کی حکمت عملی ہے۔ اس لئے اسے معلم کی تربیت کی حکمت کے طور پر ادراک کیا گیا ہے۔
- 2- تدریسی مہارت: خُرد تدریس کے ذریعہ معلم کو انتہائی بنیادی سطح پر مرکوز کر کے کسی خاص تدریسی مہارت کو پیدا کرنے یا اسے بہتر بنانے کی کوشش کی جاتی ہے۔ ماہرین نے بہت سارے تدریسی مہارتوں کا ذکر کیا ہے۔ ان میں تختہ سیاہ کے کام، سوال پوچھنے، مثال پیش کرنے، تقویت دینے، سبق متعارف کرنے، وضاحت کرنے وغیرہ تدریسی مہارتیں عام ہیں۔ ان کی منصوبہ بندی بہت احتیاط سے بنائی جاتی ہے۔
- 3- خُرد تدریس کی منصوبہ بندی: اس منصوبہ بندی کے ذریعہ معلم اپنی خُرد تدریس کی تمام سرگرمیوں کی منصوبہ بندی کرتے ہیں۔
- 4- بازرسائی: خُرد تدریس کی مشق کرنے والے معلم طلبہ کو اس کی منصوبہ بندی اور پیش کش کی خوبیوں اور خامیوں پر ماہرین اور ہم جماعت ساتھیوں سے فیڈبک لیا جاتا ہے۔ اس کے لئے ویڈیو ریکارڈنگ بھی کی جاتا ہے تاکہ یہ مرحلہ عکسی مرحلہ ہو جائے اور معلم اپنے مشق کو متواتر اور اپنی نظر سے نظر ثانی کر سکے۔

اپنی پیش رفت کا جائزہ لیں: Check Your Progress
1- خُرد تدریس اور حقیقی تدریس میں فرق واضح کریں۔
2- خُرد تدریس کو اسکیل ڈاؤن (Scale Down) طریقہ کیوں کہتے ہیں؟

13.2.2 خُرد تدریس کے مراحل اور اس کی منصوبہ بندی (Phases, Planning, and Cycle of Micro Teaching)

خُرد تدریس کی سرگرمی کل 2 مراحل پر مشتمل ہوتی ہے۔ اول میں ذیلی مرحلے خُرد منصوبہ، تدریس، بازرسائی دوسرے میں پہلے کی خامیوں کی شناخت کران میں اصلاح کے لئے دوبارہ منصوبہ بندی، دوبارہ تدریس، دوبارہ بازرسائی ہے۔ خُرد منصوبہ بندی کے مرحلہ میں زیر تربیت استاد ایک خاص تدریس مہارت کا انتخاب کرتے ہیں اور اس کے لئے ایک جامع منصوبہ بناتے ہیں۔ اس کے لئے درجہ، مضمون اور عنوان / تصور جو 10-5 منٹوں میں پیش کیا جاسکے کا بھی انتخاب پیشگی میں کرتے ہیں۔ خُرد منصوبہ بندی دو شکلوں میں کی جاتی ہے۔ ایک مہارت کا مشق کرنے کے لئے تدریسی پیشکش کا اور دوسرا فیڈبک / بازرسائی کے لئے خُرد مشاہدہ کی منصوبہ بندی۔ تدریسی منصوبہ بندی جسے خُرد منصوبہ بھی کہتے ہیں کو جدول-1 میں پیش کیا گیا ہے۔

خُرد منصوبہ

تدریسی مہارت کا نام:

درجہ:

تاریخ:

میعاد

زیر تربیت اساتذہ کا نام:

مضمون:

عنوان:

خصوصی مقاصد:

تدریسی معاون اشیاء:

تدریسی مہارت کے اجزاء:

ملفوظ اجزاء	طلبہ کا سرگرمی	استاد کی سرگرمی

جدول-1 خُرد منصوبہ کا خاکہ

جدول-1 میں ذکر کئے استاد کی سرگرمی میں استاد کے لفظی اور غیر لفظی عمل کو درج کیا جاتا ہے جو متعلقہ تدریسی مہارت کے مطابق ہوتا ہے۔ استاد کے سرگرمی کے جواب میں طلبہ کی کیا متوقع سرگرمی ہو سکتی ہے اس کا قیاس کر طلبہ کے سرگرمی کے ذیل میں درج کیا جاتا ہے۔ چونکہ دونوں کی سرگرمی کسی خاص تدریسی مہارت کے پیش نظر ہے اس لئے ان کی سرگرمی میں پنہا اجزاء مہارت کی نشاندہی منصوبہ میں کیا جاتا ہے۔ خُرد منصوبہ کا اہم مقصد زیر تربیت اساتذہ کا ذہن اجزاء مہارت کے تئیں مرکوز رکھنا اور اس کا اتھار قائم کرنا ہوتا ہے۔

تدریس یا منصوبہ پر عمل آوری: اساتذہ نے جو متذکرہ بالا منصوبہ تیار کیا ہے اب اس کے مطابق وہ تدریس کریں گے۔ اس کے لئے متعلقہ درجہ کے 10-15 طلبہ کی موجودگی میں متعین سرگرمی کی پیش کش کر کے مہارت کی مشق کرتے ہیں۔ اس مرحلہ میں اساتذہ اپنے ہم

جماعت ساتھی کے ساتھ بھی مشق کر سکتے ہیں۔ ایسی حالت میں اسے پیرٹچنگ یا ہم جماعت تدریس کہا جاتا ہے۔ پورے تدریسی مرحلے کی ویڈیو بنائی جاتی ہے یا ہم جماعت ساتھی / اساتذہ یا استاد کے ذریعہ مشاہدہ کیا جاتا ہے۔

بازرسی: مشق کرنے والے فرد کی سرگرمی کا مشاہدہ اساتذہ کے استاد یا اس کے ہم جماعت ساتھی کرتے ہیں۔ وہ اپنا مشاہدہ جدول-2 کے مطابق ریکارڈ کرتے ہیں۔

خُرد تدریس مشاہدہ فہرست

مہارت کا نام:

معلم کا نام:

درجہ:

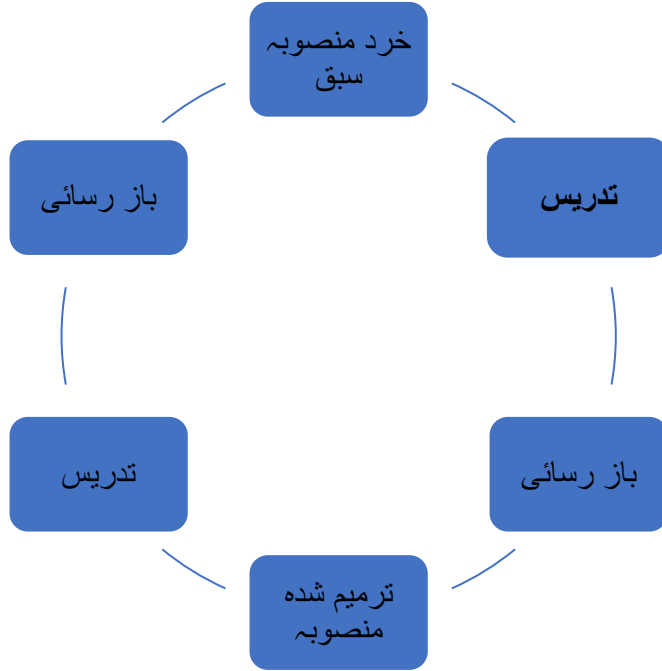
عنوان:

تاریخ:

میعاد:

مہارت کے اجزاء	ٹیلی مارک	کیفیت
جز-۱		
جز-۲		
جز-۳		
جز-۴		
جز-۵		
جز-۶		
جز-۷		
جز-۸		
جز-۹		
جز-۱۰		
جز-۱۱		
جز-۱۲		
جز-۱۳		
جز-۱۴		
جز-۱۵		
جز-۱۶		
جز-۱۷		
جز-۱۸		
جز-۱۹		
جز-۲۰		
جز-۲۱		
جز-۲۲		
جز-۲۳		
جز-۲۴		
جز-۲۵		
جز-۲۶		
جز-۲۷		
جز-۲۸		
جز-۲۹		
جز-۳۰		
جز-۳۱		
جز-۳۲		
جز-۳۳		
جز-۳۴		
جز-۳۵		
جز-۳۶		
جز-۳۷		
جز-۳۸		
جز-۳۹		
جز-۴۰		
جز-۴۱		
جز-۴۲		
جز-۴۳		
جز-۴۴		
جز-۴۵		
جز-۴۶		
جز-۴۷		
جز-۴۸		
جز-۴۹		
جز-۵۰		
جز-۵۱		
جز-۵۲		
جز-۵۳		
جز-۵۴		
جز-۵۵		
جز-۵۶		
جز-۵۷		
جز-۵۸		
جز-۵۹		
جز-۶۰		
جز-۶۱		
جز-۶۲		
جز-۶۳		
جز-۶۴		
جز-۶۵		
جز-۶۶		
جز-۶۷		
جز-۶۸		
جز-۶۹		
جز-۷۰		
جز-۷۱		
جز-۷۲		
جز-۷۳		
جز-۷۴		
جز-۷۵		
جز-۷۶		
جز-۷۷		
جز-۷۸		
جز-۷۹		
جز-۸۰		
جز-۸۱		
جز-۸۲		
جز-۸۳		
جز-۸۴		
جز-۸۵		
جز-۸۶		
جز-۸۷		
جز-۸۸		
جز-۸۹		
جز-۹۰		
جز-۹۱		
جز-۹۲		
جز-۹۳		
جز-۹۴		
جز-۹۵		
جز-۹۶		
جز-۹۷		
جز-۹۸		
جز-۹۹		
جز-۱۰۰		
جز-۱۰۱		
جز-۱۰۲		
جز-۱۰۳		
جز-۱۰۴		
جز-۱۰۵		
جز-۱۰۶		
جز-۱۰۷		
جز-۱۰۸		
جز-۱۰۹		
جز-۱۱۰		
جز-۱۱۱		
جز-۱۱۲		
جز-۱۱۳		
جز-۱۱۴		
جز-۱۱۵		
جز-۱۱۶		
جز-۱۱۷		
جز-۱۱۸		
جز-۱۱۹		
جز-۱۲۰		
جز-۱۲۱		
جز-۱۲۲		
جز-۱۲۳		
جز-۱۲۴		
جز-۱۲۵		
جز-۱۲۶		
جز-۱۲۷		
جز-۱۲۸		
جز-۱۲۹		
جز-۱۳۰		
جز-۱۳۱		
جز-۱۳۲		
جز-۱۳۳		
جز-۱۳۴		
جز-۱۳۵		
جز-۱۳۶		
جز-۱۳۷		
جز-۱۳۸		
جز-۱۳۹		
جز-۱۴۰		
جز-۱۴۱		
جز-۱۴۲		
جز-۱۴۳		
جز-۱۴۴		
جز-۱۴۵		
جز-۱۴۶		
جز-۱۴۷		
جز-۱۴۸		
جز-۱۴۹		
جز-۱۵۰		
جز-۱۵۱		
جز-۱۵۲		
جز-۱۵۳		
جز-۱۵۴		
جز-۱۵۵		
جز-۱۵۶		
جز-۱۵۷		
جز-۱۵۸		
جز-۱۵۹		
جز-۱۶۰		
جز-۱۶۱		
جز-۱۶۲		
جز-۱۶۳		
جز-۱۶۴		
جز-۱۶۵		
جز-۱۶۶		
جز-۱۶۷		
جز-۱۶۸		
جز-۱۶۹		
جز-۱۷۰		
جز-۱۷۱		
جز-۱۷۲		
جز-۱۷۳		
جز-۱۷۴		
جز-۱۷۵		
جز-۱۷۶		
جز-۱۷۷		
جز-۱۷۸		
جز-۱۷۹		
جز-۱۸۰		
جز-۱۸۱		
جز-۱۸۲		
جز-۱۸۳		
جز-۱۸۴		
جز-۱۸۵		
جز-۱۸۶		
جز-۱۸۷		
جز-۱۸۸		
جز-۱۸۹		
جز-۱۹۰		
جز-۱۹۱		
جز-۱۹۲		
جز-۱۹۳		
جز-۱۹۴		
جز-۱۹۵		
جز-۱۹۶		
جز-۱۹۷		
جز-۱۹۸		
جز-۱۹۹		
جز-۲۰۰		
جز-۲۰۱		
جز-۲۰۲		
جز-۲۰۳		
جز-۲۰۴		
جز-۲۰۵		
جز-۲۰۶		
جز-۲۰۷		
جز-۲۰۸		
جز-۲۰۹		
جز-۲۱۰		
جز-۲۱۱		
جز-۲۱۲		
جز-۲۱۳		
جز-۲۱۴		
جز-۲۱۵		
جز-۲۱۶		
جز-۲۱۷		
جز-۲۱۸		
جز-۲۱۹		
جز-۲۲۰		
جز-۲۲۱		
جز-۲۲۲		
جز-۲۲۳		
جز-۲۲۴		
جز-۲۲۵		
جز-۲۲۶		
جز-۲۲۷		
جز-۲۲۸		
جز-۲۲۹		
جز-۲۳۰		
جز-۲۳۱		
جز-۲۳۲		
جز-۲۳۳		
جز-۲۳۴		
جز-۲۳۵		
جز-۲۳۶		
جز-۲۳۷		
جز-۲۳۸		
جز-۲۳۹		
جز-۲۴۰		
جز-۲۴۱		
جز-۲۴۲		
جز-۲۴۳		
جز-۲۴۴		
جز-۲۴۵		
جز-۲۴۶		
جز-۲۴۷		
جز-۲۴۸		
جز-۲۴۹		
جز-۲۵۰		
جز-۲۵۱		
جز-۲۵۲		
جز-۲۵۳		
جز-۲۵۴		
جز-۲۵۵		
جز-۲۵۶		
جز-۲۵۷		
جز-۲۵۸		
جز-۲۵۹		
جز-۲۶۰		
جز-۲۶۱		
جز-۲۶۲		
جز-۲۶۳		
جز-۲۶۴		
جز-۲۶۵		
جز-۲۶۶		
جز-۲۶۷		
جز-۲۶۸		
جز-۲۶۹		
جز-۲۷۰		
جز-۲۷۱		
جز-۲۷۲		
جز-۲۷۳		
جز-۲۷۴		
جز-۲۷۵		
جز-۲۷۶		
جز-۲۷۷		
جز-۲۷۸		
جز-۲۷۹		
جز-۲۸۰		
جز-۲۸۱		
جز-۲۸۲		
جز-۲۸۳		
جز-۲۸۴		
جز-۲۸۵		
جز-۲۸۶		
جز-۲۸۷		
جز-۲۸۸		
جز-۲۸۹		
جز-۲۹۰		
جز-۲۹۱		
جز-۲۹۲		
جز-۲۹۳		
جز-۲۹۴		
جز-۲۹۵		
جز-۲۹۶		
جز-۲۹۷		
جز-۲۹۸		
جز-۲۹۹		
جز-۳۰۰		
جز-۳۰۱		
جز-۳۰۲		
جز-۳۰۳		
جز-۳۰۴		
جز-۳۰۵		
جز-۳۰۶		
جز-۳۰۷		
جز-۳۰۸		
جز-۳۰۹		
جز-۳۱۰		
جز-۳۱۱		
جز-۳۱۲		
جز-۳۱۳		
جز-۳۱۴		
جز-۳۱۵		
جز-۳۱۶		
جز-۳۱۷		
جز-۳۱۸		
جز-۳۱۹		
جز-۳۲۰		
جز-۳۲۱		
جز-۳۲۲		
جز-۳۲۳		
جز-۳۲۴		
جز-۳۲۵		
جز-۳۲۶		
جز-۳۲۷		
جز-۳۲۸		
جز-۳۲۹		
جز-۳۳۰		
جز-۳۳۱		
جز-۳۳۲		
جز-۳۳۳		
جز-۳۳۴		
جز-۳۳۵		
جز-۳۳۶		
جز-۳۳۷		
جز-۳۳۸		
جز-۳۳۹		
جز-۳۴۰		
جز-۳۴۱		
جز-۳۴۲		
جز-۳۴۳		
جز-۳۴۴		
جز-۳۴۵		
جز-۳۴۶		
جز-۳۴۷		
جز-۳۴۸		
جز-۳۴۹		
جز-۳۵۰		
جز-۳۵۱		
جز-۳۵۲		
جز-۳۵۳		
جز-۳۵۴		
جز-۳۵۵		
جز-۳۵۶		
جز-۳۵۷		
جز-۳۵۸		
جز-۳۵۹		
جز-۳۶۰		
جز-۳۶۱		
جز-۳۶۲		
جز-۳۶۳		
جز-۳۶۴		
جز-۳۶۵		
جز-۳۶۶		
جز-۳۶۷		
جز-۳۶۸		
جز-۳۶۹		
جز-۳۷۰		
جز-۳۷۱		
جز-۳۷۲		
جز-۳۷۳		
جز-۳۷۴		
جز-۳۷۵		
جز-۳۷۶		
جز-۳۷۷		
جز-۳۷۸		
جز-۳۷۹		
جز-۳۸۰		
جز-۳۸۱		
جز-۳۸۲		
جز-۳۸۳		
جز-۳۸۴		
جز-۳۸۵		
جز-۳۸۶		
جز-۳۸۷		
جز-۳۸۸		
جز-۳۸۹		
جز-۳۹۰		
جز-۳۹۱		
جز-۳۹۲		
جز-۳۹۳		
جز-۳۹۴		
جز-۳۹۵		
جز-۳۹۶		
جز-۳۹۷		
جز-۳۹۸		
جز-۳۹۹		
جز-۴۰۰		
جز-۴۰۱		
جز-۴۰۲		
جز-۴۰۳		
جز-۴۰۴		
جز-۴۰۵		
جز-۴۰۶		
جز-۴۰۷		
جز-۴۰۸		
جز-۴۰۹		
جز-۴۱۰		
جز-۴۱۱		
جز-۴۱۲		
جز-۴۱۳		
جز-۴۱۴		
جز-۴۱۵		
جز-۴۱۶		
جز-۴۱۷		
جز-۴۱۸		
جز-۴۱۹		
جز-۴۲۰		
جز-۴۲۱		
جز-۴۲۲		
جز-۴۲۳		
جز-۴۲۴		
جز-۴۲۵		
جز-۴۲۶		
جز-۴۲۷		
جز-۴۲۸		
جز-۴۲۹		
جز-۴۳۰		
جز-۴۳۱		
جز-۴۳۲		
جز-۴۳۳		
جز-۴۳۴		
جز-۴۳۵		
جز-۴۳۶		
جز-۴۳۷		
جز-۴۳۸		
جز-۴۳۹		
جز-۴۴۰		
جز-۴۴۱		
جز-۴۴۲		
جز-۴۴۳		
جز-۴۴۴		
جز-۴۴۵		
جز-۴۴۶		
جز-۴۴۷		
جز-۴۴۸		
جز-۴۴۹		
جز-۴۵۰		
جز-۴۵۱		
جز-۴۵۲		
جز-۴۵۳		
جز-۴۵۴		
جز-۴۵۵		
جز-۴۵۶		
جز-۴۵۷		
جز-۴۵۸		
جز-۴۵۹		
جز-۴۶۰		
جز-۴۶۱		
جز-۴۶۲		
جز-۴۶۳		
جز-۴۶۴		
جز-۴۶۵		
جز-۴۶۶		
جز-۴۶۷		
جز-۴۶۸		
جز-۴۶۹		
جز-۴۷۰		
جز-۴۷۱		
جز-۴۷۲		
جز-۴۷۳		
جز-۴۷۴		
جز-۴۷۵		
جز-۴۷۶		
جز-۴۷۷		
جز-۴۷۸		
جز-۴۷۹		
جز-۴۸۰		
جز-۴۸۱		
جز-۴۸۲		</

مشورں کے مطابق مرحلہ منصوبہ، تدریس اور باز رسائی کو تب تک دہرایا جاتا ہے جب تک مہارت کے اجزاء استاد کے پیشکش میں تسلی بخش منعکس نہ ہو جائے۔ خُرد تدریس کا یہ سلسلہ ایک چکر کی شکل لیتا ہے جو شکل-1 میں دیکھا گیا ہے۔



شکل-1 خُرد تدریس کا چکر

تدریس کو ویڈیو رکارڈ کا بھی تجزیہ کر کے باز رسائی کی جاسکتی ہے۔ اس ریکارڈ کی بنیاد پر استاد خود اور اس کے نگران / مضمون کے ماہر باز رسائی کے نقطے اخذ کر سکتے ہیں۔

اپنی پیش رفت کا جائزہ لیں: Check Your Progress

1- خُرد تدریس میں مشاہدہ فہرست کا فائدہ بتائیں۔

خُرد منصوبہ کی مثال:

خُرد منصوبہ	تدریسی مہارت کا نام: تختہ سیاہ کا کام	
زیر تربیت اساتذہ کا نام: زید اسلم	درجہ: 9 ویں	
مضمون: علم ریاضی	تاریخ: 10 مارچ 2024	
عنوان: حقیقی اعداد کے لئے قوت نما کے قوانین	میعاد: 10 منٹ	
خصوصی مقاصد: اس سبق کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ (a) قوت نما کی مثال دے سکیں گے۔		

(b) قوت نمائے قوانین کو بیان کر سکیں گے			
تدریسی معاون اشیاء: چاک، ڈسٹر، چارٹ پیپر پر کچھ سوالات			
تدریسی مہارت کے اجزاء:			
1- پڑھنے کے قابل	5- تختہ سیاہ خلاصہ		
2- ساز اور کنار کشی	6- اصلاح		
3- خاص نکات کو اجاگر کرنا	7- استاد کے کھڑے ہونے کی حالت		
4- جگہ کا استعمال	8- طلبہ سے رابطہ		
استاد کی سرگرمی		طلبہ کا سرگرمی	ملفوظ اجزاء
T... P.. L... S... درجہ: 9ویں مضمون: علم ریاضی عنوان: قوت نمائے قوانین حقیقی اعداد کے قوت نما: a^m جہاں 'a' اساس ہے 'm' قوت نما ہے	تاریخ: معیاد: 35 منٹ	طلبہ سوال نوٹ کر رہے ہیں	1,2,3,4,6,7
استاد کمرہ جماعت میں گھوم کر سبھی طلبہ کے نوٹ بک کو جانچ رہے ہیں		طلبہ صحیح مواد اپنے کاپی میں نوٹ کرنے میں مشغول ہیں	8

اس مثال میں تختہ سیاہ کے کام کی مہارت کا خُرد منصوبہ پیش کیا گیا ہے۔ اس میں مہارت کے مختلف اجزاء کا استعمال کر کے نمونہ تختہ سیاہ پر مواد کی پیش کش، استاد و طلبہ کی سرگرمی درج کی گئی ہے۔ اس کے موافق اس کے لئے مشاہدہ فہرست جدول-2 کے حساب سے بنایا جائے گا۔

13.2.3 تدریسی مہارتیں اور متعلقہ خُرد تدریس کے اجزاء (Teaching Skills and Their Components)
ماہرین تدریسیات نے سینکڑوں تدریسی مہارتوں کی شناخت کی ہیں۔ ہر ایک مہارت کی نوعیت دوسرے سے جدا ہوتی ہیں۔ ان میں ہر ایک مختلف مخصوص اجزاء ترکیب سے کل کی شکل لیتے ہیں۔ خُرد تدریس کے مشقی شیشن میں ہر جزو پر توجہ دی جاتی ہے۔ ان مہارتوں میں سے چند کا ذکر یہاں کیا گیا ہے۔

13.2.3.1 سبق کا تعارف کرانے کی مہارت (Skill of Introducing a Lesson)
علم ریاضی میں مواد آ، موزن ترتیب ہو ا کرتی ہے۔ عام طور پر اسے کم دلچسپی والا مضمون شمار کیا جاتا ہے۔ ایسے مضمون کے کسی بھی عنوان کا تعارف کو موثر طریقے سے پیش کرنا ضروری ہوتی ہے۔ یہ تدریسی مہارت کمرہ جماعت میں سبق شروع کرنے میں استعمال ہوتی ہے۔

جس میں استاد سبق کو طلبہ کے سابقہ معلومات سے نئے علم سے جوڑنے کی کوشش کرتے ہیں۔ نئے عنوان کو سیکھنے کے لئے طلبہ کو آمادہ کرتے ہیں۔

سبق کا تعارف کرانے کی مہارت کے اجزاء

ہر سوال / بیان کا طلبہ کے سابقہ معلومات سے ربط کرنا
سوالات / بیانات و سرگرمیوں کے لئے متعین
جملوں اور سوالات کا سبق اور اس کے مقاصد سے جڑا ہونا
وقت معقول و مکمل ہونا
خیالات، سوچ، سوالات اور جملوں میں ترتیب، مطابقت اور تسلسل ہونا
طلبہ کا توجہ مرکوز رکھنا اور دلچسپی پیدا اور برقرار رکھنا
آلات و وسائل کا انتخاب اور استعمال طلبہ کے سطح کے مطابق اور سبق
معلم میں جوش و شوق موجود ہونا
کے مقاصد کے مطابق ہونا

خُرد منصوبہ بندی: اس مہارت کا خُرد منصوبہ اور متعلقہ مشاہدہ فہرست اوپر دئے گئے بالترتیب جدول-1 اور 2 کے مطابق تیار کیا جائے گا۔

13.2.3.2 کسی تصور کی وضاحت کرنے کی مہارت (Skill of Explaining a Concept)

علم ریاضی میں بہت سارے تصور پیچیدہ ہوتے ہیں، مثلاً، قوت نما، مماثلت، مرکزی رجحان، دو متغیر والے خطے مساوات، قائم زاویہ وغیرہ۔ ان کی آموزش کے لئے استاد طلبہ کی ذہنی سطح اور ان کے سماجی و لسانی اور ثقافتی پس منظر، سابقہ معلومات وغیرہ کا خیال کر متعلقہ تصور کی وضاحت کی جاتی ہے تاکہ تصور کا بامونی آموزش ہو۔ اس کے لئے تصور کی وضاحت کرنے کی مہارت کی ضرورت پڑتی ہے۔
تصور کی وضاحت کرنے کی مہارت کے اجزاء

تمہیدی بیان کا استعمال
وضاحتی کڑیوں کا استعمال
سمعی و بصری تدرسی اشیاء کا استعمال
اصطلاحات کی وضاحت
طلبہ کی دلچسپی کا لحاظ
اہم نکات کی وضاحت
سوال کے ذریعہ طلبہ کی سمجھ کی تشکیلی جانچ
اختتامی بیان کا استعمال

خُرد منصوبہ بندی: اس مہارت کا خُرد منصوبہ اور متعلقہ مشاہدہ فہرست اوپر دئے گئے بالترتیب جدول-1 اور 2 کے مطابق تیار کیا جائے گا۔

13.2.3.3 محرکات میں تبدیلی لانے کی مہارت (Skill of Stimulus Variation)

یہ مہارت استاد کو اس قابل بناتی ہے کہ وہ تدریس کے دوران اپنی آواز، حرکات، اندازِ گفتگو، اور تدریسی مواد میں تنوع پیدا کرے تاکہ طلبہ کی توجہ برقرار رہے اور سبق دلچسپ بن جائے۔

13.2.3.4 مثالوں پیش کرنے کی مہارت

یہ مہارت تدریس میں نہایت اہم کردار ادا کرتی ہے، کیونکہ کسی تصور یا اصول کو واضح کرنے کے لیے مناسب مثالوں کا استعمال طلبہ کی فہم کو گہرا بناتا ہے۔ جب استاد کسی مشکل یا تجریدی خیال کو آسان اور قابلِ فہم مثال کے ذریعے بیان کرتا ہے تو طلبہ نہ صرف اسے بہتر طور پر سمجھتے ہیں بلکہ دیر پا طور پر یاد بھی رکھتے ہیں۔ مثال کے طور پر، اگر استاد

”تناسب (Ratio) کا مفہوم سمجھا رہا ہے تو وہ کہہ سکتا ہے کہ “اگر ایک کپ دودھ میں دو چمچ چینی ڈالی جائے اور دوسرے کپ میں چار چمچ، تو چینی اور دودھ کا تناسب بدل گیا۔” اس طرح کی مثالیں طلبہ کے روزمرہ تجربات سے تعلق رکھتی ہیں، جو سبق کو دلچسپ اور بامعنی بنادیتی ہیں۔

13.2.3.5 سوال پوچھنے کی مہارت (Skill of Questioning)

درس و تدریس کے عمل میں سوال و جواب طریقہ کافی روایتی طریقہ رہا ہے۔ سوالوں کے ذریعہ طلبہ کو متوجہ کرنا، ان کے سابقہ معلومات کا اندازہ لگانا، درس دئے گئے سبق کی آموزش کی سطح کا پتہ لگانا، ان میں تجسس پیدا کرنا وغیرہ طلبہ کو بامعنی مشغول اور متحرک رکھتا ہے۔

13.2.3.6 تقویت دینے کی مہارت (Skill of Reinforcement)

کمرہ جماعت میں صرف مواد مضمون پیش کرنے آموزش نہیں ہوتی ہے۔ بلکہ مقصد تعلیم و تربیت کے لئے کمرہ جماعت میں مناسب تحریک اور تقویت ملتی رہنی چاہئے۔

تقویت دینے کی مہارت کے اجزاء: اس مہارت کے 6 اجزاء کیفیت کے اعتبار سے بیان کئے جاسکتے ہیں۔

غیر لفظی تقویت

مثبت غیر لفظی

منفی غیر لفظی

لفظی تقویت

مثبت لفظی

منفی لفظی

قربت کا احساس دلانا

علامتی تقویت

رابطہ کے ذریعہ تقویت

سرگرمی پر مبنی تقویت

ان کے علاوہ صحیح وقت پر، مناسب مقدار میں، مناسب انداز میں تقویت دینا بھی اس کے اجزاء میں شمار کیا جائے گا۔
خُرد منصوبہ بندی: اس مہارت کا خُرد منصوبہ تھوڑا مختلف ہوتا ہے۔ جدول-1 میں استاد کی سرگرمی کی ذیل میں مواد مضمون و محرکات کی پیش کش کے علاوہ تقویت کے مختلف عمل (طلبہ کے سرگرمی کے رد عمل پر استاد کے ذریعہ مناسب جواب پر شاباش، نازیہ حرکت یا لا پرواہی، ہیبت پر آنکھوں سے یا الفاظ سے ناراضگی کا اظہار وغیرہ) کیا جاتا ہے۔ متعلقہ مشاہدہ فہرست اوپر دئے گئے بالترتیب جدول-2 کے مطابق تیار کیا جائے گا۔

13.2.3.7 تختہ سیاہ کے کام کی مہارت (Skill of Black Board Work)

چونکہ علم ریاضی کی آموزش میں تحریری کام کا نمایاں دخل ہوتا ہے اس لئے اسکولی سطح پر علم ریاضی کی تعلیم میں یہ سب سے اہم مہارت ہے۔ طلبہ کو نئے لفظ، اصطلاح، فارمولے، شکل، ڈانگرام وغیرہ تختہ سیاہ پر استاد اتارتے ہیں، اس کے ذریعہ کمرہ جماعت کے تمام طلبہ تک تدریسی نکات کو فراہم کیا جاتا ہے۔ یہ متن کے مراسلہ کا موثر ذریعہ ہے۔ 21 ویں صدی میں تختہ سیاہ ایک ٹیکنیکل لفظ ہے جس کا عملی

تعریف لفظی معنی سے مختلف ہو چکا ہے۔ اب یہ رنگ سیاہ، سفید، سبز و دیگر رنگ کے ہو سکتے ہیں۔ یہ اب ہارڈ ویئر تک محدود نہیں رہا جو لکڑی یا سیمینٹ کا ہو بلکہ اب یہ سافٹ ویئر کی شکل میں یادوں کے ترکیب کا بنا انٹرایکٹیو بورڈ بھی ہو سکتا ہے۔ ان میں سے کسی بھی شکل کے تختہ سیاہ کے کام کے ہنر کے مندرجہ ذیل اجزاء ہیں۔ جن پر مشق کر استاد اپنی تدریس کو دلچسپ، جمہوری اور موثر بنا سکتے ہیں۔

تدریسی مہارت کے اجزاء:

- 1- پڑھنے کے قابل
- 2- سائز اور کنٹراکشی
- 3- خاص نکات کو اجاگر کرنا
- 4- جگہ کا استعمال
- 5- طلبہ سے ربط
- 6- اصلاح
- 7- استاد کے کھڑے ہونے کی حالت
- 8- تختہ سیاہ خلاصہ

اوپر کے صفحے میں اس کی خُرد منصوبہ بندی کی مثال دی گئی ہے۔ اس میں تختہ سیاہ کے بالکل دائیں کنارے پر لکھے گئے حروف T یعنی طلبہ کی کل تعداد، L چھٹی پر چل رہے طلبہ کی تعداد، P یعنی حاضر طلبہ کی کل تعداد، S بیمار طلبہ کی تعداد، OD آن ڈیوٹی بچوں کی تعداد۔ ان کے ذیل میں بھی معلومات رکھنا استاد کی ذمہ داری ہوتی ہے جن کا خیال کمرہ جماعت میں ضرور ہونا چاہیے۔ جز 6 اصلاح سے مراد تختہ پر تحریر کئے گئے الفاظ، جملے، مساوات وغیرہ میں قوانید یا جہ میں کوئی کمی نہیں۔

4.2.13 خُرد تدریس کی خوبیاں اور خامیاں (Merits and Demerits of Micro Teaching)

اساتذہ کی تربیت کے ہر ایک حکمت عملی کے اپنی خوبیاں اور خامیاں ہوتی ہیں۔ خُرد تدریس کی بھی تنقید کی جاتی ہے۔ حالانکہ خُرد تدریس کی حکمت اساتذہ کی تعلیم میں ایک اہم طرز کے طور پر قبول کی گئی ہے۔

خُرد تدریس کی خوبیاں: کمرہ جماعت کا چھوٹا سائز، مختصر عنوان اور معیاد کی خصوصیت کی وجہ سے اصل تدریس کے مقابلے اس کو آسانی سے منظم کیا جاسکتا ہے۔ اس کے ذریعہ تدریس کی مختلف مہارتوں سے استاد کو واقفیت ہو جاتی ہے۔ اس میں توجہ کسی ایک خاص مہارت پر مرکوز کی جاتی ہے۔ اس کے ذریعہ سبھی مشاہدہ، مظاہرہ اور کمیت کے قابل تمام مہارت اس کی وسعت میں ہوتے ہیں۔ اس کے مشق کا ماحول کافی پیشہ ورانہ ہوتا ہے۔ اس کے ذریعہ زیر تربیت اساتذہ کو اپنے تدریسی مہارت کے مضبوط اور کمزور پہلو کو معلوم کرنا آسان ہوتا ہے۔ خُرد تدریس کا ویڈیو ریکارڈ اور مشاہدہ کی رپورٹ کے ذریعہ اساتذہ میں خود تنقید کو فروغ ملتا ہے۔ اس کے ذریعہ ان کو اپنے سینئر اساتذہ یا مشاہدہ کرنے والے ساتھی کے ذریعہ تدریس کے عمل کو بہتر کرنے میں مدد ملتی ہے۔

خُرد تدریس کی خامیاں: تخفیف شدہ ماحول میں مہارتوں کا مشق کیا جانا دھوراپن کو فروغ دیتا ہے۔ جس کی وجہ سے اصل تدریس کے ماحول میں اس کو نقل کرنا آسان نہیں ہوتا ہے۔ اصل تدریس میں طلبہ کی تحریک، دلچسپی، توجہ وغیرہ کے ضمن میں خُرد تدریس کی جماعت سے مختلف ہوتی ہے۔ خُرد تدریس ایک جزوی انداز رسائی ہے۔ مختلف مہارتوں کو علیحدہ علیحدہ مشق کیا جاتا ہے۔ تمام مہارتوں کو مجموعی طور پر اختیار

کرنے کے لئے پھر ایک نئے طریقے اور شیشن کی ضرورت پڑتی ہے۔ اساتذہ کی تعلیم کے کلینڈر میں خُرد تدریس کے فوراً بعد انٹرنشپ میں اصل تدریس کے مواقع فراہم کیا جانا چاہئے۔

13.3 خلاصہ (Summary)

حالانکہ خُرد تدریس استاد کو مختلف مہارتوں سے واقفیت کراتی ہے لیکن اس کے باوجود بھی اس کی تنقید کی جاتی رہی ہے۔ خاص کر تدریسی مہارت باہمی خارجی نہیں ہوتے ہیں بلکہ کسی بھی مہارت کے مشق میں دیگر مہارتوں کی ضرورت پڑتی ہے۔ یعنی کسی ایک مہارت پر قطعی مرکوز مشق نہیں کیا جاسکتا ہے۔ اس کے باوجود بھی یہ حکمت موثر ثابت ہوتی ہے۔ یوں تو ایک مہارت کی مشق کے دوران دیگر مہارت کی موجودگی ہوتی ہے لیکن ایک مہارت پر خاص توجہ دے اور حاوی کر خُرد تدریس کو اختیار کیا جاتا ہے۔ مختلف تحقیقات نے اس کے فوائد کو قبول کیا ہے۔ خاص کر تدریس کے مہارتوں کے مختلف اجزاء سے زیر تربیت اساتذہ اچھے سے واقف ہو جاتے ہیں۔ خُرد تدریس کا چکر پورا کرنے اور باز سائی سے ایسی اساتذہ اپنی تدریس کو مہارتوں سے مزین کرتے ہیں۔ خُرد تدریس کے لئے علم ریاضی کے مختلف عنوانات، اس کے تدریسیاتی تجزیہ ضرور کرنا چاہئے تاکہ خُرد منصوبہ کرنے کے درمیان باریک باریک امور کا خیال ریاضی کی اصل نوعیت کے مطابق کیا جاسکے۔

13.4 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

- یہ اکائی پڑھنے کے بعد ہم سیکھ چکے ہوں گے کہ:
- خُرد تدریس (Micro Teaching) کا مفہوم، مقصد اور اہمیت کیا ہے۔
- تدریسی مہارتیں (Teaching Skills) ایک دوسرے سے کیسے مربوط ہوتی ہیں۔
- کسی ایک مہارت پر کام کرتے وقت دیگر مہارتوں کی ضرورت کیوں پیش آتی ہے۔
- خُرد تدریس کے چکر (Cycle) اور باز سائی (Feedback & Re-teaching) کے مراحل کو کس طرح سمجھا اور انجام دیا جاتا ہے۔
- تدریس میں خُرد تدریس کو موثر بنانے والے عوامل کون سے ہیں۔
- مختلف تحقیقات کے مطابق خُرد تدریس کے فوائد کیا ہیں۔
- ریاضی کی تدریس میں خُرد منصوبہ بندی (Micro Lesson Planning) کی اہمیت کو سمجھ سکیں گے۔
- علم ریاضی کے مختلف عنوانات کے تدریسیاتی تجزیے (Pedagogical Analysis) کی ضرورت اور افادیت کو جان سکیں گے۔
- تدریسی عمل کو مزید موثر، بامعنی اور مہارتوں سے مزین بنانے کی اہلیت حاصل کر سکیں گے۔

- خُرد تدریس (Micro Teaching): یہ اساتذہ کی تربیت کی ایک حکمت عملی ہے جس میں اصل تدریس کے حالات میں تخفیف کر کے ان میں تدریس کی مختلف مہارتوں کی مشق کرائی جاتی ہے۔
- تدریس کی مہارت (Teaching Skill) : کسی استاد کی وہ مہارت جس کی مدد سے وہ اپنی تدریس کو موثر بناتا ہے۔ مثلاً سوالات پوچھنے، مثال دینے، تختہ سیاہ کے کام کی مہارتیں۔
- خُرد تدریس کا چکر (Micro Teaching Cycle): خُرد تدریس کے مشقی مراحل جو کئی بار دہرائی جاتا ہے تاکہ مشاق سے سرزد غلطیوں میں تخفیف ہوتی جاتی ہے۔
- سبق کا تعارف کرانے کی مہارت (Set Induction Skill) کسی سبق کا تعارف تدریس کی شروعات میں اس طرح کرنا کہ نیا علم طلبہ کے سابقہ علم سے مربوط ہو اور سیکھنے میں ان کی دلچسپی پیدا ہو جائے۔
- کسی تصور کی وضاحت کرنے کی مہارت (Explaining Skill) مضمون کے کسی تصور کے پیچیدہ جزو کو طلبہ کے ذہنی سطح، لسانی پس منظر اور سابقہ معلومات سے جوڑ کر وضاحت کرنا۔
- محرکات میں تبدیلی لانے کی مہارت (Skill of Stimulus Variance) : کمرہ جماعت میں درس و تدریس کے عمل میں یگانیت (Monotonicity) کو کم یا ختم کرنے اور طلبہ اب نہ جائیں اس کے لئے آموزشی تجربوں اور استاد کی ہیئت میں تبدیلی، لفظی / غیر لفظی محرکات میں تبدیلی لانے کی مہارت۔
- مثال پیش کرنے کی مہارت (Skill of Illustration with Examples) طلبہ کے پس منظر، عنوان اور مواد کے مناسب اور موزوں مثال پیش کرنے کی مہارت
- سوال پوچھنے کی مہارت (Questioning Skill) طلبہ کو متحرک، متوجہ، ان کے تجسس کو فروغ دینے، ان کی آموزش کا جائزہ لینے کے لئے عنوان پر مبنی موزوں، مخصوص اور تمام طلبہ سے سوال پوچھنے کی مہارت۔
- تقویت دینے کی مہارت (Reinforcement Skill) آموزشی عمل کے درمیان طلبہ کے مناسب برتاؤ کو مستحکم کرنے اور غیر مناسب برتاؤ کو معدوم کرنے کے لئے استاد کے ذریعہ اختیار کیا جانے والا عمل کی مہارت۔
- تختہ سیاہ کے کام کی مہارت (Blackboard Work Skill) خاص کر کمرہ جماعت کے عوامی جگہ / ماحول میں تحریر کرنے کی مہارت

- مشاہدہ فہرست ((Observation Schedule): خُرد تدریس میں معلم کے ذریعہ پیش خُرد منصوبہ پر عمل کا جائزہ لینے کے لئے مہارت کے اجزاء پر مبنی اس کے رویہ کو مشاہدہ کرنے کا آلہ ہوتی ہے جس کا استعمال معلم کے عم جماعت یا اس کے استاد کرتے ہیں۔

13.6. نمونہ امتحانی سوالات Model Examination Questions

معروضی سوالات Objective Type Questions

- 1- خُرد تدریس کیا ہے؟
تعلیم کا طریقہ تربیت کی حکمت عملی باریک بینی امتحان کا طریقہ
- 2- مشاہدہ فہرست کی مدد سے کیا جاتا ہے
سبق منصوبہ بندی خُرد منصوبہ بندی باز سائی اکائی منصوبہ بندی
- 3- 'کنارا کشتی' کس ہنر کا جزو ہے؟
سبق کا تعارف پیش کرنا تصور وضاحت کرنا تختہ سیاہ کا کام محرکات میں تبدیلی
- 4- غیر متوجہ طلبہ کو استاد کمرہ جماعت میں آنکھ دکھا رہے ہیں۔ یہ کیسی تقویت ہے؟
لفظی غیر لفظی لفظی مثبت لفظی منفی

مختصر جوابات کے حامل سوالات Short Answer Type Questions

1. خُرد تدریس (Micro Teaching) سے کیا مراد ہے؟
2. تدریسی مہارتیں (Teaching Skills) باہمی طور پر ایک دوسرے سے کیسے مربوط ہوتی ہیں؟
3. خُرد تدریس کے چکر (Micro Teaching Cycle) کے اہم مراحل کون سے ہیں؟
4. تدریس میں باز سائی (Feedback & Re-teaching) کا کیا کردار ہے؟
5. علم ریاضی کے مختلف عنوانات کے تدریسیاتی تجزیے (Pedagogical Analysis) کی ضرورت کیوں پیش آتی ہے؟
6. مختلف تحقیقات کے مطابق خُرد تدریس کے دو اہم فوائد بیان کیجیے۔

طویل جوابات کے حامل سوالات Long Answer Type Questions

- 1- خُرد تدریس (Micro Teaching) کی تعریف، اغراض و مقاصد، مراحل اور اس کی افادیت پر تفصیل سے روشنی ڈالیے۔
- 2- علم ریاضی کے اساتذہ کی تربیت میں خُرد تدریس کی نوعیت و اہمیت بیان کریں۔
- 3- تختہ سیاہ کے کام کی مہارت کو نوعیت، نفع اور حدود بیان کریں۔

13.7 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Material)

- **B.K. Passi (1976)** – *Becoming Better Teacher: Micro Teaching Approach*, Sahitya Mudranalaya, Agra.
- **Allen, D.W. & Ryan, K. (1969)** – *Micro-Teaching*, Addison-Wesley Publishing Company, U.S.A.
- **Clift, J.C., Houston, W.R. & Pugach, M.C. (1990)** – *Encouraging Reflective Practice in Education*, Teachers College Press, New York.
- **Singh, L.C. (Editor) (1994)** – *Teacher Education in India: A Resource Book*, NCERT, New Delhi.
- **Sharma, R.A. (2005)** – *Technology of Teaching and Teacher Behavior*, Surya Publications, Meerut.
- **National Council for Teacher Education (NCTE)** – *Curriculum Framework for Teacher Education*, New Delhi.
- **Pasi, B.K. & Lalitha, M.S.** – *Micro Teaching in Teacher Education: A Handbook*, NCERT, New Delhi.
- **NCERT (2005)** – *National Curriculum Framework (NCF-2005)*, New Delhi.
- **Joyce, B. & Weil, M. (1980)** – *Models of Teaching*, Prentice Hall, New Jersey.

اکائی-14

درس و تدریس کی منصوبہ بندی

(Lesson Planning)*

14.0 تمہید (Introduction)

14.1 مقاصد (Objectives)

14.2 درس و تدریس کی منصوبہ بندی (Planning of Teaching and Learning)

14.2.1 درس و تدریس کی منصوبہ بندی: تعریف اور تصور (Definition and Concept of Lesson Planning)

14.2.2 علم ریاضی کی تدریس کے لئے اکائی منصوبہ بندی (Unit Planning for Teaching Mathematics)

14.2.3 علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی (Lesson/Period Planning) کے عناصر اور خصوصیات

(Elements and Characteristics)

14.2.4 علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کے طرز رسائی (Approaches to Lesson Planning e.g.,

Bloom's Taxonomy and Academic Standards)

14.2.5 علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کے مراحل (Stages of Lesson Planning for Mathematics

Teaching)

14.2.6 علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کی مثال (Sample Lesson Plan for Mathematics

Teaching)

14.3 ڈیجیٹل ٹیکنالوجی انضمام پر مبنی علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کی خصوصیات

(Features of Lesson Planning for Mathematics Teaching Based on Digital Technology

Integration)

14.4 درس و تدریس کی منصوبہ بندی میں درپیش مشکلات

(Problems and Challenges in Lesson Planning)

* Dr. Zafar Iqbal Zaidi, Assistant Professor, MANUU CTE, Darbhanga

14.5	تلخیص (Summary)
14.6	اكتسابی نتائج (Learning Outcomes)
14.7	فرہنگ (Glossary)
14.8	نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)
14.9	تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Material)

14.0 تعارف (Introduction)

درس و تدریس کا عمل عام طور پر اور علم ریاضی کی تدریس خاص طور پر ایک منظم کوشش کا متقاضی ہے۔ استاذ کا صرف تدریس کا ارادہ کرنا اور ان کی آمدگی ہی کافی نہیں ہوتا بلکہ اس کے لئے ایک خاص منصوبہ بندی کی ضرورت ہوتی ہے۔ قومی درسیاتی خاکہ برائے فاؤنڈیشن-2022 کے مطابق تدریس کی منصوبہ بندی کو اچھی تدریس کا مرکز ہے۔ تدریس کا عمل طلبہ کے سماجی، لسانی اور تہذیبی پس منظر، مواد کی نوعیت، ان کے سابقہ معلومات، کمرہ جماعت کی حالت، اسکول میں دستیاب وسائل وغیرہ جیسے عوامل کا لحاظ کر کے ہی موثر بنایا جاسکتا ہے۔ استاذ کے ذریعہ ان عوامل کی پہچان، ان کا تجزیہ اور اس کے مطابق اپنی تدریس کو آراستہ کرنے کے لئے مناسب منصوبہ بندی کی ضرورت پڑتی ہے۔ تدریس کی منصوبہ بندی سے مراد متذکرہ بالا امور کا پیشگی میں ریکارڈ کرنا اور تفصیلی لائحہ عمل تیار کرنا ہے۔ اس کے ذریعہ مدرس اپنے تدریس کے عمل کا مکمل خاکہ ذہنی اور تحریری شکل میں تیار کرتے ہیں۔ علم ریاضی کی آموزش کو آموزگار کی نوعیت اور مواد کی ترتیبی نوعیت کے تناظر میں موثر کیا جاسکتا ہے۔ ریاضی کا نصاب اس کے مختلف شاخوں، عنوانوں اور ذیلی عنوانوں میں منقسم ہوتا ہے۔ تدریس کی منصوبہ بندی ان تمام سطح پر کی جاتی ہے۔ ان منصوبہ بندی میں عنوان کی تدریسی مقاصد، نئے علم کے لئے داخلی معلومات، مناسب طریقہ تدریس اور جائزہ کی حکمت عملی، استاد و شاگرد کے درمیان تعامل وغیرہ شامل کئے جاتے ہیں۔ گذشتہ دو دہائیوں میں تعلیم میں ٹیکنالوجی کا استعمال اور انضمام پر نمایاں زور پکڑا ہے۔ اس اکائی میں آپ علم ریاضی کی تدرسی کے خاطر مختلف سطحوں پر کی جانے والی منصوبہ بندی کا مذاکرہ کیا گیا ہے۔

14.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کے مطالعہ کے بعد طلباء اس قدر قابل ہو جائیں گے کہ
- علم ریاضی کی تدریس کے لئے اکائی منصوبہ بندی کر سکیں گے۔
- علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کے اصول بیان کر سکیں گے۔
- علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کی خصوصیات بیان کر سکیں گے۔
- علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کے مراحل کا جائزہ کر سکیں گے۔

- علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کر سکیں گے۔
- ڈیجیٹل ٹیکنالوجی انضمام پر مبنی علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کر سکیں گے۔

14.2 درس و تدریس کی منصوبہ بندی (Planning of Teaching and Learning)

14.2.1 درس و تدریس کی منصوبہ بندی: تعریف اور تصور (Definition and Concept of Lesson Planning)

تدریس کے عمل کے تین مراحل طے کیے گئے ہیں، ایک قبل از تدریس مرحلہ، دوسرا درمیان تدریس مرحلہ اور تیسرا بعد تدریس مرحلہ۔ تدریس کی منصوبہ بندی قبل از تدریس مرحلہ کا عمل ہے۔ اس میں استاد اپنی تدریس کے کام، ذمہ داری، تعلیم کے قومی مقاصد، ریاضی کی تدریس عمومی مقاصد (قومی درسیاتی خاکہ مرکزی سطح پر اور صوبائی درسیاتی خاکہ صوبائی / علاقائی سطح پر) نظر ثانی کر کے ریاضی کے علم کو طلبہ تک پہنچانے کے لئے مناسب حکمت عملی اور وسیلوں کی پہچان پیشگی میں کرتے ہیں۔ طلبہ کے لسانی، سماجی، علاقائی پس منظر کا لحاظ، مواد کی نوعیت، مناسب طریقہ تدریس، اندازہ قدر کے مناسب طریقے، کمرہ جماعت میں الفاظ و مثالوں کا انتخاب، طلبہ کو متحرک اور متوجہ رکھنے کی حیلے و ہرے کی پہچان جیسے امور کا خیال کرنا ضروری ہوتا ہے۔ تدریس کی منصوبہ بندی سے مراد متذکرہ بالا امور کا پیشگی میں ریکارڈ کرنا اور تفصیلی لائحہ عمل تیار کرنا ہے۔ اس کے ذریعہ مدرس اپنے تدریس کے عمل کا مکمل خاکہ ذہنی اور تحریری شکل میں تیار کرتے ہیں۔ تدریس کی منصوبہ بندی مدرس کی کوشش کو قابو میں رکھتی ہے۔ اس کی تدریس منعکس ہو جاتی ہے۔ کمرہ جماعت میں اس کی گفتگو خصوصی ہوتی جو کہ افراط و تفریط سے پاک ہو جاتی ہے۔ جس سے وقت کا صحیح استعمال اور طلبہ کی مہذب تربیت ہوتی ہے۔ تدریس کی منصوبہ بندی سے اسکول انتظامیہ کو معیاری تعلیم کو یقینی بنانے میں اور استاذ کا تعین قدر کرنے اور اس میں معروضیت برقرار رکھنے میں کافی مدد ملتی ہے۔ اس کے ذریعہ استاد میں تحریک اور ذمہ داری کا احساس پیدا ہوتا ہے۔ تدریس کی منصوبہ بندی وقت اور مضمون کی نوعیت کے لحاظ سے کئی شکلوں میں کی جاتا ہے۔ حاصل کئے جانے والے ان صلاحیت اور تعلیمی ماحصل کے مطابق کمرہ جماعت کے کام کی تشکیل اور تنظیم کرنا، مناسب تدریسات اختیار کیا جانا، استعمال کئے جانے والے وسائل اور عمل آور جائزہ امور تدریس کی منصوبہ بندی میں شامل کیا جاتا ہے ہوتا ہے (قومی درسیاتی خاکہ برائے اسکول-2023)۔ اس خاکہ کے مطابق، تدریس کی اچھی منصوبہ بندی کے لئے تعلیم کا نصب العین، درسیاتی اہداف، حاصل کئے جانے والی صلاحیتوں اور تعلیمی ماحصل، طلبہ کے ماقبل آموزش، استعمال کئے جانے والے تدریسی آموزش اشیاء اور مواد کی سمجھ ایک اچھے منصوبہ بندی کے لئے ضرورت پڑتی ہے۔

14.2.2 علم ریاضی کی تدریس کے لئے اکائی منصوبہ بندی (Unit Planning for Teaching Mathematics)

اکائی منصوبہ بندی ایک طویل عرصہ کی منصوبہ بندی ہوتی ہے۔ کسی مضمون کا اکائی اس کے کچھ خاص مواد کا مدلل مجموعہ ہوتا ہے۔ جس میں مواد آپس میں مربوط ہوتے ہیں۔ ان کے درمیان ایک مخصوص ترتیب ہوتی ہے۔ کسی اکائی میں ایک سے زیادہ اسباق ہوتے ہیں۔ اس میں مواد کا سلسلہ متعارف کیا جاتا ہے۔ مکمل اکائی کی منصوبہ بندی کے ذریعہ درس و تدریس کو کلی طرز مہیا کرتا ہے۔ جزوی طرز کے ذریعہ

علم ریاضی جیسا ترتیب وار مضمون کی آموزش بے ربط ہونے کا اندیشہ ہوتا ہے۔ اکائی منصوبہ کے ذریعہ طلبہ میں ریاضی کے ایک سبق کا اطلاق اگلے سبق میں کرنا سکھایا جاسکتا ہے۔

جدول - 1: اکائی منصوبہ بندی کا خاکہ (اکائی کا نام: مثلث)

علم ریاضی کے نصاب میں کسی اکائی کا عنوان	علم ریاضی کے نصاب میں کسی اکائی کے نکات	تدریسی مقاصد	سابقہ معلومات	ضروری تدریسی معاون اشیاء	طریقہ تدریس	انداز قدر کے مناسب طریقے	ماہ / ہفتہ	کل وقفہ کی تعداد	جائے وقوع کمرہ جماعت / اس کے باہر / تجربہ گاہ
مثلث کا تصور	مثلث کی خصوصیات	مثلث کی مثال	مثلث کے راس، زاویہ اور اضلاع	سبھی داخلی زاویہ کی جمع	مثلث کی شکل	مثلث کی مثال			

اکائی منصوبہ کی خصوصیات

- کئی منصوبہ کی ترکیب ہوتی ہے۔ اکثر مغالطہ ہوتا ہے کہ یہ منصوبہ کا آمیزاں ہے۔
- اس کو معنی خیز حصوں میں تقسیم کر ایک سے زیادہ منصوبہ سبق تیار کیا جاتا ہے۔
- ہر ایک منصوبہ سبق اکائی منصوبہ کے مطابقت میں تیار کیا جاتا ہے۔
- اس میں اکائی کی تدریس کا وسیع مقاصد وضع کیا جاتا ہے۔
- ایک سبق کی تدریس کو حتی الامکان اس اکائی کے دوسرے اسباق سے ربط کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔
- اس میں پورے اکائی کی تدریس کو موثر بنانے کے لئے معاون اشیاء کی فراہمی قبل از وقت اور ترتیب وار کی جاتی ہے۔
- اکائی کی تدریس کے بعد تشکیلی جائزہ کی مناسب حکمت عملی کی پہچان کی جاتی ہے۔
- کل اسباق کی تعداد اور اس کی تدریس کے اوقات کا تعین کیا جاتا ہے۔

اپنی پیش رفت کا جائزہ لیں: Check Your Progress

- 1۔ اکائی اور عنوان میں فرق واضح کریں۔
- 2۔ درس و تدریس کی منصوبہ بندی کے مختلف عناصر کیا ہیں؟

14.2.3 علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی (منصوبہ سبق) کے عناصر اور خصوصیت

- پیریڈ منصوبہ: پیریڈ منصوبہ سے مراد ایک پیریڈ یعنی 40-35 کے منٹوں کی پیریڈ میں کمرہ جماعت میں تدریس کے لئے معلم کے ذریعہ تیار کیا گیا منصوبہ۔ اسے دوسرے لفظوں میں منصوبہ سبق بھی کہتے ہیں۔ کمرہ جماعت میں جانے سے قبل استاد اپنی تدریس کا ایک مخصوص منصوبہ بناتے ہیں۔ اس کے ذریعہ آئندہ تدریس کے تفویض کا خرد تجزیہ مندرجہ ذیل عناصر کے ضمن میں کرتے ہیں۔
- مواد مضمون: مواد مضمون کی طوالت، اس کی تقسیم اور اسکے سابقہ معلومات کی پہچان رکھتے ہیں۔
 - طلبہ کا آموزشی پس منظر: طلبہ کی ذہنی سطح، دلچسپی، گزشتہ آموزش، لسانی پس منظر
 - اکائی منصوبہ میں اس کی ترتیب: اکائی منصوبہ میں متعلقہ مواد و عنوان کی ترتیب وقت اور مواد کے اعتبار سے سلسلہ
 - عنوان کی نوعیت: عنوان میں کس طرح کی سرگرمی معلم اور طلبہ کر سکتے ہیں۔ اس عنوان کا روزانہ کی زندگی سے کیسا ربط ہے، اس سے متعلق مناسب تدریسی اشیاء کیا ہو سکتے ہیں؟
 - مناسب طریقہ تدریس کی پہچان:
 - مناسب جائزہ کی حکمتوں کی پہچان: تشکیل اور تکمیل دونوں طرح کے جائزہ کے لئے کیسے سوال وضع ہو سکتے ہیں۔

- متعلقہ عنوان کے لئے درسی کتاب کے علاوہ مزید مطالعے کے ادب ہارڈ کاپی اور آن لائن وسائل کی پہچان
- متذکرہ بالا نکات کے ضمن میں معلم گہرا مطالعہ کرتے ہیں۔ اس کے بعد عنوان کی تدریس کے لئے منصوبہ سبق بناتے ہیں۔
- منصوبہ سبق کی خصوصیات: علم ریاضی کی تدریس کے لئے بنائے جانے والے منصوبہ سبق کی مندرجہ ذیل خصوصیات ہوتی ہیں۔
- یہ مخصوص نوعیت کا ہوتا ہے۔ یعنی منصوبہ سبق درجہ، کمرہ جماعت، مضمون، عنوان، وقت، تاریخ کے ضمن میں مخصوص ہوتا ہے۔ اس لئے دوسرے لفظوں میں اس کو تنگ منصوبہ کہتے ہیں۔ اسے کسی دوسرے درجہ میں، دوسرے طلبہ کی جماعت کے درمیان، کسی دوسرے مضمون کی تدریس کے لئے اور کسی اور اوقات کے لئے موزوں یا ان کے تناظر میں نافذ نہیں کیا جاسکتا ہے۔

14.2.4 علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کے طرز رسائی (بلوم اور اکادمی معیار وغیرہ) (Approaches to Lesson Planning e.g., Bloom's Taxonomy and Academic Standards)

مختلف ماہرین تدریسیات نے اپنے اپنے تحقیق، نظریہ اور مہارتوں کے مطابق سبق کے منصوبہ کی مختلف طرز تجویز کی ہیں۔ ان میں، ہر بارٹ، بی۔ ایس بلوم، اکادمی معیار پر مبنی، کیل پیٹرک کا پروجیکٹ طریقہ، RECM، تعمیراتی ندریہ والے نمایا ہیں۔

بلوم درجہ بندی پر مبنی منصوبہ سبق: ماہرین تعلیم بی۔ ایس بلوم نے آموزش کے تین عام ابعاد طے کیے ہیں: وقوفی، تاثراتی اور نفسی حرکی اس کے مطابق تعلیم مقاصد مرکوز ہوتا ہے اس لئے تدریس اور جائزہ کی منصوبہ بندی پہلے سے طے شدہ تعلیمی مقاصد پر مبنی ہونا چاہیے۔ اس لئے اس طرز کے منصوبہ بندی میں مضمون کی تدریس کے عام مقاصد اور کسی خاص عنوان کی تدریس کے خصوصی مقاصد کو شروع میں ہی وضع کیا جاتا ہے۔ ان کے بنیاد پر سبق کا سابقہ معلومات، تدریس معاون اشیاء کا انتخاب، طریقہ تدریس کا، سبق کی پیش کش اور استاد و طالب علم کے درمیان باہمی تعامل کی نوعیت طے کئے جاتے ہیں۔ ایسے تدریسی منصوبہ میں تینوں ابعاد کو چھ خصوصی مقاصد میں تقسیم کیا جاتا ہے: معلومات، تفہیم، اطلاق، تجزیہ، ترکیب، انداز قدر اور مہارت۔ انہیں آموزش کی سطح سے بھی منسوب کیا جاتا ہے۔ معلومات سطح کی آموزش کے لئے معلم طلبہ کو علم ریاضی کے تصورات کے متعلق تعریف، ضوابط، مسئلہ، مثال وغیرہ کو یاد کرانے کی کوشش کرتے ہیں۔ تفہیم کی سطح کی آموزش کے لئے استاد مختلف تدریسی اشیاء کا استعمال، کسی تصور کی موجود خوبیاں اور عدم موجود خوبیوں کا مذاکرہ استقراری طریقہ، اسے طلبہ کی زندگی سے زور کر، الگ الگ تناظر میں اس کو متعارف کرتے ہیں۔ اطلاق کی سطح کے لئے ریاضی کے کسی شاخ کا کوئی تصور کو دوسرے شاخ یا دوسرے مضمون کے تناظر میں اس کے مضمرات کو سکھانے کی منصوبہ بناتے ہیں۔ کسی تصور یا علم کو چھوٹے چھوٹے معنی خیز اکائیوں میں تقسیم کرنا کو سکھانا تجزیہ کی سطح کی آموزش کے لئے کی جاتی ہے، جب کہ مختلف تصورات کو جمع کر ایک نئے تصور کی تعمیر کرنے کی صلاحیت پیدا کرنا ترکیب کی سطح کی آموزش کہلاتی ہے۔ کسی تصور کے سیکھنے کے بعد طلبہ کو اس قابل بنانا کہ وہ اس سے متعلق مسئلوں میں کوئی نئی قدر شامل کر سکے۔ اور سب سے اعلیٰ سطح کی آموزش مہارت کی سطح ہے جس کا حصول تقابلی طور پر زیادہ وقت اور اسباق کی تدریس درکار ہوتی ہے۔ لیکن معلم اس کی نیت اور منصوبہ بندی کئی متواتر اسباق کی تدریس میں کرتے ہیں۔ اس مہارت کے پیدا ہونے کے بعد طلبہ کسی تصور پر

مبنی مسائل کا حل صحیح، سٹیک اور جلد کرتے ہیں۔ مسائل حل کی مہارت، کسی جیومیٹری کی شکل کی تشکیل، کسی جدولی معلومات کی تشریح کرنے کی صلاحیت اس سطح کی آموزش کے علامات ہوتی ہیں۔

متذکرہ بالا سطحوں کی آموزش کے لئے معلم کو منصوبہ بندی میں تدریس معاون اشیاء کا مناسب انتخاب، طریقہ تدریس، درمیان تدریس مناسب محرکات کی پیش کش، مواد کی پیش کش کی ترتیب اور سبق میں طلبہ کے شمول کی نوعیت اہم ہوتی ہیں۔ خلاصہ کلام یہ کہ بلوم کے طرز میں اس کے ذریعہ متعین تینوں ابعاد کے تناظر میں سبق کی منصوبہ بندی، آموزش کی سرگرمی، معلم و طالب علم طرز عمل طے کیا جاتا ہے۔

اکادمی معیار پر مبنی سبق کی منصوبہ بندی: اس طرز کی منصوبہ بندی میں پانچ مخصوص قسم کے اکادمی معیار (مسائل حل، استدلالی ثبوت، اظہار، ربط اور نمائندگی) کی بنیاد پر تدریس کی منصوبہ بندی کی جاتی ہے۔

مندرجہ بالا کے علاوہ اور بھی کئی طرز ہیں۔ جن میں ہر بارٹ کے ذریعہ تجویز شدہ ہر باشین کہلاتا ہے۔ اس نظریہ کے مطابق آموزگار کو خالی ذہن تصور کیا جاتا ہے۔ ان کے سابقہ معلومات سے جوڑ کر نئے علم کو سکھایا جاتا ہے۔ اس طرز کے مطابق طلبہ کو علم کی فراہمی بیرونی ہوتی ہے۔ اس کے پانچ مخصوص مراحل ہیں: تعارف، پیٹکس، تنظیم، موازنہ اور جائزہ۔ بینجامین بلوم کے نظریہ کے مطابق تعین قدر طرز پر سبق منصوبہ بندی کی جاتی ہے۔ اس طرز میں تدریسی مقاصد، طریقہ تدریس اور آموزشی ماحصل کے جائزہ کا خاص لحاظ کیا جاتا ہے۔ کیل پیٹرک اور جان دیوی کے نظریہ آموزش پر مبنی طرز منصوبہ پروجیکٹ طرز منصوبہ کہلاتا ہے۔ ایسے طرز میں طلبہ کے ذریعہ خود سرگرمی، سماجی سرگرمی اور حقیقی دنیاوی حالات کو منصوبہ میں خصوصاً شامل کیا جاتا ہے۔ تعمیری طرز تعمیری نظریہ آموزش پر مبنی ہوتا ہے۔ اس کے مطابق بچوں میں علم کی تعمیر کی صلاحیت پیشگی میں موجود ہوتی ہے، وہ خود ہی اپنے سابقہ تجربوں کی بنیاد پر نئے علم کی تعمیر کر سکتے ہیں۔ استاد صرف فراہم کار اور سہل کار کے طور پر عمل کرتے ہیں۔ اس نظریہ کے مطابق سبق منصوبہ بندی کا E5 ماڈل (Engage, Evaluate, Explore, Explain, Elaborate) کہلاتا ہے۔ آموزش کے پانچ مراحل کہلاتے ہیں۔

14.2.5 علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کے مراحل Stages of Lesson Planning for

(Mathematics Teaching)

- تدریس کا بنیادی معلومات کا مختص کرنا: درجہ، عنوان، ذیلی عنوان (اگر عنوان وسیع ہو)، میعاد تدریس وغیرہ کا فیصلہ لیا جاتا ہے۔
- علم ریاضی کی تدریس کا عمومی مقاصد کا ذکر: علم ریاضی کی تدریس کے عام مقاصد قومی اور صوبائی سطح کے درسیاتی خاکوں میں طے کیے ہوئے ہوتے ہیں، ان سے رجوع کران کے استحضار کے لئے منصوبہ سبق میں ذکر کیا جاتا ہے۔
- علم ریاضی کے منتخب عنوان کا کی تدریس کے خصوصی مقاصد کا تعین: یہ منتخب عنوان کی تدریس کا فوری خصوصی مقاصد وضع کئے جاتے ہیں۔ اس کے ذریعہ معلم کی نیت کی تصحیح، کوشش کا سمت کو قابو میں رکھا جاتا ہے اور اس کے آموزش کا جائزہ کیا جاتا ہے۔

- سابقہ معلومات کی پہچان: متعلقہ عنوان / ذیلی عنوان کو سیکھنے میں جو بھی بنیادی معلومات طلبہ کو درکار ہوتی ہیں اس کی پہچان اور اس کی تشخیص پیشگی میں کی جاتی ہے، تاکہ آموزش میں کوئی اجنبیت محسوس نہ ہو اور آموزش میں دلچسپی برقرار رہے۔
- تدریسی معاون اشیاء کا انتخاب: تدریس و آموزش کو جلا بخشنے کے لئے ضروری معاون اشیاء کا انتخاب کیا جاتا ہے جو آموزش کے وسیلہ کی طرح کام آتے ہیں، اس کے ذریعہ وقت کی حفاظت اور تدریس کو پرکشش بنایا جاتا ہے۔ بلکہ اس کے ذریعہ محرکات میں تبدیلی لاکر استاد کمرہ جماعت کو متحرک رکھتے ہیں۔ اس کے انتخاب میں ویسے حقیقی اشیاء کو اول ترجیح دینا چاہئے جو طلبہ کی روزانہ کی زندگی سے وابستہ ہوں۔ ایسا حقیقی اشیاء کی عدم موجودگی میں ماڈل یا دیگر اشیاء کی مدد لی جاسکتی ہے۔
- طریقہ تدریس کا انتخاب: ہر ایک درجہ اور عنوان منفرد ہوتا ہے۔ کس عنوان اور تدریسی مقاصد کے حصول کے لئے کون کون طریقہ تدریس مناسب ہو سکتا ہے اس کا فیصلہ منصوبہ میں کیا جاتا ہے۔
- سبق کے لئے تعارفی سرگرمی: طلبہ کو نئے علم سیکھنے کے لئے آمادہ کرنا اور اس کے سابقہ معلومات کو نئے معلومات سے ربط کیسے پیدا کیا جائے اس مرحلہ میں بیان کیا جاتا ہے۔
- اعلان سبق اور سبق کی تدریس کی پیش کش: سبق اعلان طلبہ کو ذہنی طور پر سبق میں مکمل شمول کے لئے کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد متعین مقاصد اور منتخب طریقہ تدریس کے مطابق مواد کی پیش کش تدریسی معاون اشیاء کی مدد سے کی جاتی ہے۔ طلبہ کس طرح فعال، متحرک، متوجہ رہیں یہ منصوبہ بنایا جاتا ہے۔
- سبق کا اعادہ اور اس پر مبنی سوالات: منتخب عنوان / ذیلی عنوان کے کل مواد کی پیش کش کے بعد معلم سبق کا تلخیص بیان کرتے ہیں یعنی اس کا اعادہ کرتے ہیں۔
- گھر کا کام: طلبہ کو کمرہ جماعت کے بعد نفع بخش مشغولی اور اپنے طرز سے سیکھے گئے سبق پر مشق کرنے کے لئے عنوان پر مبنی چند سوالات وضع کیے جاتے ہیں۔
- مزید مطالعہ کے لئے مرجوعات: اوسط ذہن اور ذکی بچوں کے لئے عنوان سے متعلق مزید اعلیٰ سطح کے علم سیکھنے کے غرض سے معلم چند ریفرنس کی کتابیں اور اوپن تعلیمی وسائل کا پتہ بتاتے ہیں۔
- نگران کی رائے کی خاکہ بندی: معلم کو اس کے نگران کے ذریعہ مشاہدہ کی بنیاد پر کیسے تاثرات اور مشورے دئے جانے چاہئے یہ بھی منصوبہ میں شامل کیا جاتا ہے۔ (اس کی ضرورت تب ہوتی ہے جب معلم کی تدریس کا بیرونی جائزہ لیا جائے)۔

اپنی پیش رفت کا جائزہ لیں. Check Your Progress.

- 1- پیریڈ کی منصوبہ بندی کی خصوصیات بیان کریں۔
- 2- بلوم کی درجہ بندی میں کتنے ابعاد ہیں؟ نام لکھیں

14.2.6 علم ریاضی کی تدریس کے لئے پیریڈ منصوبہ بندی کی مثال Sample Lesson Plan for Mathematics

(Teaching)

مندرجہ ذیل منصوبہ بندی متذکرہ بالا مختلف طرز رسائی کی ترکیب کے نتیجے میں تیار کی گئی ہے۔ یہ محض ایک نمونہ کی طور پر پیش کیا گیا ہے۔

منصوبہ سبق (نمونہ)

تاریخ: معلم طلبہ کا نام:
درجہ: نویں A رول نمبر:
معیاد: مضمون: علم ریاضی
گھنٹی: عنوان: ایک قائم دائری مخروط کا کل سطحی رقبہ

علم ریاضی کی تدریس کے عمومی مقاصد:

ثانوی سطح پر علم ریاضی کی تدریس کے مندرجہ ذیل مقاصد ہیں۔

- طلبہ کے ذہن کو ریاضی ذہن بنانا
 - طلبہ میں منطقی سوچ کو فروغ دینا
 - طلبہ میں مسائل حل کرنے کی مہارت پیدا کرنا
 - طلبہ میں ریاضی کے تئیں دلچسپی پیدا کرنا
 - طلبہ میں ریاضی کے تئیں مثبت رویہ کو تقویت دینا
- علم ریاضی کی تدریس کے خصوصی مقاصد:

اس سبق کی آموزش کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ

- قائم دائری مخروط کی خصوصیات بیان کر سکیں گے۔
- قائم دائری مخروط کی شکل کی مثال دے سکیں گے۔
- کسی قائم دائری مخروط کے نصف قطر، ترچھی لمبائی اور اونچائی کی پہچان کر سکیں گے۔
- کسی قائم دائری مخروط کے نصف قطر، ترچھی لمبائی اور اونچائی کے درمیان رشتہ قائم کر سکیں گے۔

- کسی قائم دائری مخروط کے خمیدہ سطح، کل سطح کارقبہ کا فارمولہ بیان کر سکیں گے۔
 - دئے گئے قائدہ کے نصف قطر اور اونچائی کے لئے کسی قائم دائری مخروط کے خمیدہ سطح اور کل سطح کارقبہ معلوم کر سکیں گے۔
 - قائم دائری مخروط نما اشیاء کو ڈھکنے میں استعمال کی جانے والے ناپ معلوم کر سکیں گے۔
- عنوان کا سابقہ معلومات: طلبہ سے توقع کی جاتی ہے کہ وہ مندرجہ ذیل تصورات کی فہم رکھتے ہوں گے
- سہ العبادی اشکال کی پہچان، دائرہ کی پہچان اور اس کا رقبہ، قائم الزاویہ کا علم، فیثاغورث کا مسئلہ کا استعمال
- تدریسی معاون اشیاء:

وائر پروف کاغذ کے چارٹ پیپر سے بنا مخروط۔ مخروط شکل کا آئس کریم کا ماڈل، تیل ماپنے والا کیپ، یوم پیدائش تقریب والی مخروطی ٹوپی، کھوکھلا استوانہ اور مخروط اور گولا، مختلف العباد کے قائم دائری مخروط کا ماڈل۔ سابقہ معلومات پر اور اعادہ سبق پر مبنی سوالات مختلف چارٹ پیپروں پر تحریر شدہ۔

تدریس طریقہ کار:

استقرائی طریقہ، لیکچر مع مظاہراتی، مسائل حل طریقہ

سبق کے لئے تعارفی سرگرمی:

نکات	معلم طلبہ کا طرز عمل	طلبہ کا طرز عمل	تختہ سیاہ کا کام
سابقہ	معلم طلبہ کو سلام کر متوجہ کرتے ہیں۔ پورے کمرہ جماعت پر ایک نظر ڈالتے ہوئے طلبہ کی حاضر ذہن کا جائزہ لیکر سبھی کو اپنی طرف راغب کرتے ہیں۔	طلبہ سلام کا جواب دیتے ہیں۔ سبھی استاد کے جانب متوجہ ہیں۔	تختہ سیاہ کے قائد ہی تفصیل
معلومات کی جانچ	معلم (سابقہ معلومات پر مبنی سوالات والے چارٹ پیپر کو دیکھا کر) (دائرہ کے رقبہ کا ضابطہ کون ہے؟ فیثاغورث کا مسئلہ کیا ہے؟ طلبہ کا جواب معلم تختہ سیاہ پر لکھتے ہیں	چند طلبہ صحیح جواب دیتے ہیں۔	دائرہ کا رقبہ $\pi r^2 =$ $c^2 = b^2 + a^2$
	اب دیگر طلبہ سے اس صحیح ہونے کی جانچ کرتے ہیں	طلبہ جواب دے رہے ہیں۔	
	مختلف سہ العبادی اشکال مکعب، کعب نما، استوانہ، قائم دائری مخروط، گولا وغیرہ کے ماڈل دیکھا کر معلم طلبہ سوال کرتے ہیں قائم دائری مخروط کی پہچان کریں	طلبہ جواب دینے کی کوشش کر رہے ہیں۔	

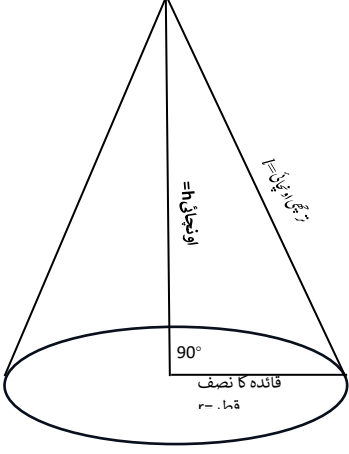
سابق کے نشوونما کے سوالات	قائم دائری مخروط کی اونچائی اور دائری قاعدہ کے درمیان زاویہ کتنا ہوتا ہے؟ معلم پوری جماعت کو سبق میں منہمک ہونے کے لئے متحرک کرتے ہیں۔	کچھ طلبہ صحیح جواب کچھ نے غلط جواب دے رہے ہیں	صحیح جواب: 90°
	قائم دائری مخروط کے ماڈل (مخروط شکل کا آئس کریم کا ماڈل، تیل ماپنے والا کیپ، یوم پیدائش تقریب والی مخروطی ٹوپ) کو دکھاتے ہوئے معلم پوچھتے ہیں کہ اس مخروط کے نیچے کے قاعدہ کی شکل کیسی ہے؟	طلبہ کا جواب: دائرہ کی شکل	معلم نے جواب تحریر کیا دائرہ جیسی
	نیچے کے قاعدہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے کون سا معلومات ضروری ہے؟	طلبہ غور فکر کر رہے ہیں۔	معلم نے جواب تحریر کیا نصف قطر کی پیمائش
	اس کے خمدار سطح کا رقبہ کیسے معلوم کیا جاسکتا ہے؟	طلبہ غور فکر کر رہے ہیں۔	معلم نے جواب کو تحریر کیا

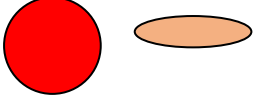
اعلان سبق: آج کی کلاس میں ہم لوگ قائم دائری مخروط کے سطحوں کا رقبہ کو معلوم کرنا سیکھیں گے۔
معلم اور طلبہ کے مابین باہمی تعامل (سبق کا پیشکش)

نکات مواد	معلم کا طرز عمل	طلبہ کا طرز عمل	تختہ سیاہ کا کام
قائم دائری مخروط کی خصوصیات	قائم دائری مخروط کے 2-3 مختلف ماڈل کا معائنہ طلبہ سے کرا رہے ہیں۔ ان کی خصوصیات بتائیں۔ اپنی کاپی میں نوٹ کریں۔	طلبہ معائنہ کر رہے ہیں۔ طلبہ خصوصیات کا اندازہ لگا کر نوٹ کر رہے ہیں۔	قائم دائری مخروط کی خصوصیات کی فہرست
قائم دائری مخروط نما اشیاء کی مثال	معلم یک بعد دیگر مخروط شکل کا آئس کریم کا ماڈل، تیل ماپنے والا کیپ، یوم پیدائش	زیادہ تر طلبہ صحیح جواب دئے۔ کچھ غلط۔	قائم دائری مخروط نما اشیاء کی فہرست

تقریب والی مخروطی ٹوپی وغیرہ کو کمرہ جماعت میں طلبہ کو دیکھائیں گے۔ اس میں کون قائم دائری مخروط ہے؟ صحیح جواب دینے والے کو تقویت دیں گے۔ (آپ کا جواب صحیح ہے) غلط جواب دینے والے طلبہ کو خاص متوجہ کر کے معلم تصحیح کریں گے۔	طلبہ متوجہ ہیں۔ مواد کو اپنی کاپی میں نوٹ کر رہے ہیں۔	
قائم دائری مخروط کا کوئی ماڈل دکھا کر طلبہ سوال پوچھتے ہیں اس ماڈل میں ترچھی اونچائی کسے کہتے ہیں؟ اونچائی؟ قائدہ کا نصف قطر؟ معلم طلبہ کے جوابات کو غور سے سن رہے ہیں۔	طلبہ جواب دینے کی کوشش کر رہے ہیں۔	
ماڈل کی مدد سے صحیح جواب کی تشریح کرتے ہیں	طلبہ صحیح جواب کو اپنی کاپی میں نوٹ کر رہے ہیں۔	قائم دائری مخروط کی اونچائی، نصف قطر، ترچھی اونچائی
کمرہ جماعت میں معلم 3-3 طلبہ کی گروپ بنا کر ان کو کام دیتے ہیں۔	ماڈل نمبر-1 اونچائی-4cm ترچھی اونچائی-5cm قائدہ کا نصف قطر: 3cm	

ماڈل نمبر-2 اونچائی-12cm ترچھی اونچائی-13cm قائدہ کا نصف قطر: 5cm ماڈل نمبر-3 اونچائی-4cm ترچھی اونچائی-5cm قائدہ کا نصف قطر: 3cm مخروط کی اونچائی: h قائدہ کا نصف قطر: r ترچھی اونچائی: r	طلبہ کمرہ جماعت کے کام میں منہمک ہیں۔ طلبہ اپنے جوابات تختہ سیاہ پر تحریر جواب سے ملا رہے ہیں۔ طلبہ: درسی کتاب میں تلاش کرتے ہیں۔ طلبہ تختہ سیاہ پر تحریر مواد کو اپنی کاپی میں نوٹ کرتے ہیں۔	کمرہ جماعت کام : قائم دائری مخروط کے مختلف ماڈل کو طلبہ میں تقسیم کر اسکیل کی مدد سے اس مخروط کی اونچائی، ترچھی اونچائی اور قائدہ کا نصف قطر کی پیمائش کیجیے۔ معلم طلبہ کے جوابات کو جوابی کنجی سے ملا رہے ہیں۔ معلم: شکل-1 دیکھیں۔ ریاضی میں قائم دائری مخروط کی اونچائی، نصف قطر، ترچھی اونچائی کے اشارات کس حروف سے ذکر کئے گئے ہیں۔ آپ اپنی کتاب میں کھوجیں۔ معلم طلبہ کی مدد سے ان اشارات کو تختہ سیاہ پر لکھ دیتے ہیں۔

 شکل-2 $l = \sqrt{r^2 + h^2}$	معلم: قائم دائری مخروط کی اونچائی، نصف قطر کے بیچ کا زاویہ کیا ہے؟ آپ اپنے انسٹرومینٹ باکس میں جو چاند ہے اس سے زاویہ کی پیمائش کر سکتے ہیں۔ طلبہ: 90° یعنی قائم زاویہ طلبہ: غور فکر کرتے ہیں۔ قیاس لگاتے ہیں۔ طلبہ: جی ہاں طلبہ: وتر $l = \sqrt{r^2 + h^2}$	معلم: قائم دائری مخروط کی اونچائی، نصف قطر، ترچھی اونچائی کے درمیان کیا کوئی رشتہ ہے؟ معلم: کیا اس معاملے میں فیثاغورث کا مسئلہ استعمال کیا جا سکتا ہے؟ معلم: یہاں وتر کون ہے؟ تو فیثاغورث مسئلہ کے مطابق کیا ہوگا؟	قائم دائری مخروط کی اونچائی، نصف قطر، ترچھی اونچائی کے درمیان رشتہ
خمیدہ سطح: سبز والا ہم وار سطح: قاعدہ والا جو دائری ہے	طلبہ جواب دینے کی کوشش کرتے ہیں۔	قائم دائری مخروط کا کوئی ماڈل دکھا کر طلبہ سوال پوچھتے ہیں اس کا خمیدہ سطح کس حصہ کو کہتے ہیں؟ اور اس کا ہموار سطح کونسی ہے؟	قائم دائری مخروط کے خمیدہ سطح

 شکل-3 قائم دائری مخروط کا کل سطح = (خمیدہ + دائری قاعدہ والی) سطحیں	طلبہ نوٹ کرتے ہیں طلبہ: دونوں سطحوں کے جمع	معلم کا جواب: سبز رنگ والا حصہ معلم قائم دائری مخروط کا ماڈل کی طرف اشارہ کر پھر پوچھتے ہیں۔ اس کے کل سطح سے کیا مراد ہے؟	قائم دائری مخروط کے خمیدہ سطح اور کل سطح
 دائرہ $A = \pi r^2$ جہاں: قاعدہ کا نصف قطر r	طلبہ کا جواب: واقف نہیں $A = \pi r^2$ اکثر طلبہ کا جواب: وہی ہو گا جو دائرہ کا ہو گا چند طلبہ پس و پیش میں ہیں۔	معلم کا سوال: ماڈل دیکھا کر، قائمی دائری مخروط کے قاعدہ کی شکل کیسی ہے؟ دائرہ کا رقبہ کا فارمولہ کیا ہوتا ہے؟ قائم دائری مخروط کے قاعدہ کا رقبہ کیا ہو گا؟ تمام طلبہ کو متوجہ کر صحیح جواب نہ دے سکنے والے کو از سر نو سمجھاتے ہیں۔	قائم دائری مخروط کے قاعدہ کی سطح کا رقبہ
$A = \pi r l$ r: دائری قاعدہ کا نصف قطر l: مخروط کی ترچھی اونچائی	طلبہ: نامعلوم کا اظہار کرتے ہیں۔	قائم دائری مخروط کی خمیدہ سطح کا رقبہ کا ضابطہ کیا ہے؟	قائم دائری مخروط کے خمیدہ سطح کا رقبہ
خمیدہ سطح کا رقبہ $A = \pi r l$ یہاں $l = 7$, $r = 20$ $= \pi \times \frac{22}{7} \times 20$ خمیدہ سطح کا رقبہ	طلبہ اپنے کاپی میں کوشش کر رہے ہیں۔	سوال: ایک مخروط کی خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کیجے جس کی ترچھی اونچائی 20 cm اور قاعدہ کا نصف قطر 7 cm ہے۔	

طلبہ کی کوشش کا جائزہ لیتے ہوئے، ان کی حوصلہ افزائی کرتے ہوئے معلم طلبہ سے: اچھی کوشش کی آپ لوگوں نے معلم: صحیح جواب حل کو تختہ سیاہ پر لکھتے ہیں	طلبہ اپنی کوشش کو تختہ سیاہ کے حل سے ملان کر رہے ہیں۔ جواب۔ $= 20 \times 7 \times \frac{22}{7}$ $= 7 \times 20$ $= 140 \text{ cm}^2$	قائم دائری مخروط کا کل سطح کا رقبہ = (خمیدہ + دائری قائمہ والی) سطحیں قائم دائری مخروط کا کل سطح کا رقبہ = (خمیدہ + دائری قائمہ والی) سطحوں کا رقبہ قائم دائری مخروط کا کل سطح کا رقبہ = $\pi r l + \pi r^2$ $\pi (l + r) =$	معلم: اب آپ غور کریں کہ قائم دائری مخروط کا کل رقبہ کیا ہوگا؟ معلم: (قبل میں مذاکرہ کئے گئے مواد کا یاد دلاتے ہوئے) اس مخروط کا کل سطح کیا ہے؟ معلم: صحیح جواب طلبہ کو شامل کر تختہ سیاہ پر لکھتے ہیں۔
معلم مشق کا سوال پوچھتے ہیں: ایک مخروط کی اونچائی 16 cm اور قائمہ کا نصف قطر 12 cm ہے تو اس کے خمیدہ سطح اور کل سطح کا رقبہ معلوم کیجئے (چارٹ پیپر پر تحریر شدہ ہے) معلم کمرہ جماعت میں مشق کے سوال معلم کمرہ جماعت میں گھوم کر طلبہ کی کوشش کا جائزہ لے اور ان کو متحرک کر رہے ہیں۔	طلبہ: حل کرنے کی کوشش کر رہے ہیں۔ طلبہ اپنی کوشش معلم کو دکھا رہے ہیں۔	دیا ہوا ہے: $r = 12 \text{ cm}$ $h = 16 \text{ cm}$ $l = ?$ $l = \sqrt{r^2 + h^2}$ $= \sqrt{12^2 + 16^2}$ $= \sqrt{144 + 256}$ $= \sqrt{400}$ $l = 20 \text{ cm}$ اب	معلم مشق کا سوال پوچھتے ہیں: ایک مخروط کی اونچائی 16 cm اور قائمہ کا نصف قطر 12 cm ہے تو اس کے خمیدہ سطح اور کل سطح کا رقبہ معلوم کیجئے (چارٹ پیپر پر تحریر شدہ ہے) معلم کمرہ جماعت میں مشق کے سوال معلم کمرہ جماعت میں گھوم کر طلبہ کی کوشش کا جائزہ لے اور ان کو متحرک کر رہے ہیں۔

مخروط کے خمیدہ سطح رقبہ $\pi r h =$ $\pi \times 20 \times 12 =$ $240 \times 3.14 =$ $753.6 \text{ cm}^2 =$ مخروط کا قاعدہ کارقبہ $\pi r^2 =$ $3.14 \times 12^2 =$ $452.16 \text{ cm}^2 =$ قائم دائری مخروط کا کل سطح کارقبہ $452.16 \text{ cm}^2 + 753.6 \text{ cm}^2 =$ $1205.76 \text{ cm}^2 =$ جواب۔	مختلف مراحل میں طلبہ کی مدد سے سبق کو آگے بڑھاتے ہیں۔

سبق کا اعادہ (استاد تختہ سیاہ پر تحریر کریں گے): طلبہ کو اپنی طرف متوجہ کر معلم کہتے ہیں کہ آج ہم لوگوں نے سیکھا کہ

- قائم دائری مخروط کی خصوصیات: نصف قطر اور اونچائی کے درمیان 90° کا زاویہ ہوتا ہے۔
- مخروط شکل کا آئس کریم کا ماڈل، تیل ماپنے والا کیپ، یوم پیدائش تقریب والی مخروطی ٹوپ کی ماڈل کی شکلیں قائم دائری مخروط کی شکل کے مشابہ ہیں۔

- کسی قائم دائری مخروط کے نصف قطر، ترچھی اونچائی اور اونچائی
- کسی قائم دائری مخروط کے خمیدہ سطح، کارقبہ کا فارمولہ $A = \pi r l$
- کسی قائم دائری مخروط کے کل سطح کارقبہ کا فارمولہ $A = \pi r(l + r)$
- قائم دائری مخروط نما اشیاء کو ڈھکنے میں استعمال کی جانے والے شیٹ کارقبہ
- اعادہ کے سوالات (اعادہ سبق کو ہٹا کر): چارٹ پیپر پر تحریر شدہ مندرجہ ذیل سوال طلبہ سے معلم پوچھتے ہیں۔

- کسی قائم دائری مخروط کی اونچائی، ترچھی اونچائی اور اس کے قاعدہ کے نصف قطر کے درمیان کیا رشتہ ہوتا ہے؟
- کسی قائم دائری مخروط کے خمیدہ سطح، کارقبہ کا فارمولہ کیا ہوتا ہے؟
- کسی قائم دائری مخروط کے کل سطح کارقبہ کا فارمولہ کیا ہوتا ہے؟
- گھر کا کام:

- کسی قائم دائری مخروط کا $h = 7$ اور $r = 9$ تو اس کے کل سطح کا رقبہ نکالیں۔
- کسی قائم دائری کھوکھلے مخروط کا $h = 7$, $r = 3$ cm, $l = 9$ تو اس کے اندر اور باہر ڈکھن سمیت اسے رنگ کرنے میں کیا خرچ ہوگا اگر اس کی شرح 2 روپیئے فی cm^2 ہو۔

مزید مطالعہ کے لئے مجموعات: School Mathematics by Hall and Knight

<https://ciet.ncert.gov.in/dth> DTH TV Channels

نگراں کی رائے۔ (معلم طلبہ اپنے نگراں سے توقع رکھتے ہیں کہ اس کی تدریس کا مشاہدہ کر کے ان کو تدریس کو بہتر بنانے کا مشورہ دیں گے)

14.3 ڈیجیٹل ٹیکنالوجی انضمام پر مبنی علم ریاضی کی تدریس کے لیے پیریڈ منصوبہ بندی کی خصوصیات

Features of Lesson Planning for Mathematics Teaching Based on Digital Technology

Integration

روز بروز ٹیکنالوجی کے ایجادات نے نہ صرف یہ کہ انسانوں کی زندگی کو متاثر کیا ہے بلکہ آموزگار، آموزش، تدریس اور امتحانات جیسے دیگر تعلیمی سرگرمی کو بھی متاثر کیا ہے۔ طلبہ کے طرز آموزش میں تیزی سے تبدیلی آئی ہے۔ مواد کی دستیابی کاغذ کے کتابوں اور اساتذہ کے کلام تک محدود نہیں رہے۔ آن لائن وسائل نے طلبہ کو مواد کے تعلق سے اپنے طبعی استاد پر انحصار سے آزاد کر دیا ہے۔ انفارمیشن اور کمیونیکیشن ٹیکنالوجی (ICT) جس میں کمپیوٹر، اسمارٹ موبائل، ٹیب، ڈیسک ٹاپ، لیپ ٹاپ، انٹرنیٹ، سوشل میڈیا (یوٹیوب، x مائیکرو بلاگ)، OER، ڈیجیٹل لائبریری، آن لائن کلاس، آن لائن امتحانات، وغیرہ شامل ہیں۔ اب تو مصنوعی دانش (Artificial Intelligence) اور دیگر خلل پزیر ٹیکنالوجی کا استعمال تعلیم میں شروع ہو چکا ہے۔ ٹیکنالوجی کے ذریعہ آج باہمی اشتراک اور تعاون میں اضافہ ہوا ہے اس کی نوعیت میں تبدیلی ہوئی ہے۔ آج طلبہ خود انحصار ہو رہے ہیں۔ دور دراز جن طلبہ کو اپنے علاقوں میں باصلاحیت استاد طبعی طور پر دستیاب نہیں ہیں وہ ٹیکنالوجی کی مدد سے مجازی کلاس کے ذریعہ ان اساتذہ تک رسائی پا رہے ہیں۔ ان کے استعمال نے تعلیم کے معیار میں تفریق پیدا کر دی ہے۔ دنیا کے طلبہ، اساتذہ اور تعلیمی ناظم دوزمروں میں منقسم ہو چکے ہیں۔ ایک وہ جو تعلیم میں ٹیکنالوجی کا استعمال کر رہے ہیں اور دوسرے جو اسے نہیں کر رہے ہیں۔ اس کے سبب معیاری تعلیم میں مساوات پر سوالیہ نشان لگتا ہے۔ حالانکہ ٹیکنالوجی انسان معلم کی جگہ نہیں لے سکتا ہے کیوں کہ یہ جذبات اور اقدار کے عملی نمونہ سے خالی ہوتا ہے۔

ڈیجیٹل ٹیکنالوجی جو تعلیم میں استعمال ہو رہے ہیں:

- کمپیوٹر (لیپ ٹاپ، ڈیسک ٹاپ، ٹیب)

● اسمارٹ موبائل (آئی فون، انڈرائڈ فون)

● LED پرو جیکٹر

● پرنٹر

● دستاویز ویزیلانز

● فوٹو / آڈیو / ویڈیو ریکارڈر (اسمارٹ موبائل / مخصوص آلات)

● ڈاٹا پرو سیمر سافٹ ویئر (Ms-office, WPS, et)

● تعلیمی ایپس (ای-پاٹھ شالہ e-Pathshala، DIKSHA، NISHTHA)

آن لائن تعلیم: SWAYAM, SWAYAM PRABHA, MOOCs حقیقی زماں کے آن لائن کلاس

کمپیوٹر پر مبنی امتحانات: (NTA) National Testing Agency آج سارے امتحانات Computer Based Test منعقد کر رہا ہے۔ ان سب کے بارے میں آپ تفصیلی سے علیحدہ مختص پرچہ "آئی-سی-ٹی پر مبنی درس و تدریس" میں جانیں گے۔

ریاضی کی تعلیم میں خصوصی ٹیکنالوجی: میٹھیمیکس میکسیما (Mathematics Maxima) آئی-سی-ٹی مبنی سافٹ ویئر ٹول ہے جس کی مدد سے الجبراء کے مسائل حل کئے جاتے ہیں۔ نیچے دئے گئے URL لنک کو کلک کیجئے۔ <https://maxima.sourceforge.io/faq.html>

اسی طرح جیو جیبرا (Geogebra) بھی علم ریاضی کا ایک سافٹ ویئر ہے جس کی مدد سے vectors, calculus, linear programming, algebra, complex numbers, statistics وغیرہ ریاضی کے شاخوں کے مسائل حل کئے جاسکتے ہیں۔ نیچے دئے گئے URL لنک کو کلک کیجئے

<https://www.geogebra.org/?lang=en>

<https://www.geogebra.org/m/qzrdbhpb>

ٹیکنالوجی انضمام تدریس کے طریقے: تدریس میں ٹیکنالوجی کا انضمام کے سبب کئی طرح کے طریقے مثلاً: فلیپ کلاس، پروجیکٹ بیس لرننگ (پروجیکٹ پر مبنی آموزش)، کمپیوٹر پر مبنی آموزش ابھر چکے ہیں۔

ریاضی کی ٹیکنالوجی انضمام تدریس کے لئے منصوبہ بندی

تدریس کا بنیادی معلومات کا مختص کرنا، علم ریاضی کے منتخب عنوان کی تدریس کے خصوصی مقاصد کا تعین، سابقہ معلومات کی پہچان، طریقہ تدریس کا انتخاب وغیرہ مرحلے کا منصوبہ بندی ویسے ہی کیا جائے گا جیسے اوپر کے مثال دئے گئے منصوبہ بندی میں کیا گیا۔

TPACK کی پہچان: ٹیکنالوجی کے استعمال کے لئے معلم کو Technological Pedagogical Content Knowledge کا خود جائزہ لیں گے۔ جس میں کمی ہو اس کی پہچان کر اس کو دور کریں گے۔ تعلیمی نظام کے اخلاقی اور تہذیبی اقداروں کے تناظر میں ٹیکنالوجی

انضمام پر گہرائی سے نظر ثانی کریں گے۔

مقام تدریس: اسمارٹ کلاس (جہاں ٹیکنالوجی کی مناسب انتظامات ہوں)۔

تدریسی معاون اشیاء: اسمارٹ موبائل / لیپ ٹاپ / ڈیمک ٹاپ، انٹرنیٹ کنکشن، پروجیکٹر اسکرین۔ پاور سپلائی، پاور بیک اپ، پین ڈرائیو
GeoGebra کا ایپس Google Play یا Apple Store سے ڈاؤنلوڈ کریں گے۔

متعلقہ لنک: <https://www.geogebra.org/>

کمرہ جماعت کی تیاری: تمام طلبہ کو اسمارٹ کلاس میں اپنے اپنے کمپیوٹر سسٹم کا آن کرنے کو کہیں گے۔ انٹرنیٹ کی فراہمی کی جانچ کرنے کو کہا جائے گا۔

سابقہ معلومات کی تشخیص: معلم عنوان کے سابقہ معلومات کا کتنا فہم ہے اسکرین پر سوال تخلیق کر طلبہ سے کریں گے۔
اعلان سبق اور سبق کی تدریس کی پیش کش: استاد نئے سبق پر تعارفی گفتگو کریں گے۔ اور ان کو سیکھنے کے لئے آمادہ کریں گے۔ GeoGebra کا ایپس کھول کر رکھیں۔ اس میں متعلقہ عنوان

سبق کا اعادہ اور اس پر مبنی سوالات: ایسی تدریس میں اس کی گنجائش تلاش کی جاتی ٹیکنالوجی کی مدد سے کفایت وقت میں کیسے اعادہ سبق کیا جا سکتا ہے۔ پروجیکٹر اسکرین پر منعکس کر اعادہ کے سوال پوچھ سکتے ہیں۔
گھر کا کام: سبق پر مبنی سوالات کو ایلی۔ میل یا واٹس ایپ یا دیگر سوشل میڈیا کا استعمال کر کے سبھی کو دیا جاسکتا ہے تاکہ طلبہ گھر پر اپنے طرز پر اس کا جواب تیار کریں۔

مزید مطالعہ کے لئے مجموعات: مختلف MOOCs، OERs، ڈیجیٹل لائبریری کا پتہ سبق کے مطابق طلبہ کے درمیان شیئر کیا جاسکتا ہے۔
نگراں کی رائے کی خاکہ بندی: نگراں معلم کی تدریسی عمل کو دور دراز میں آئی۔ سی۔ ٹی کے آلات (گوگل میٹ، مائکروسافٹ ٹیم، سسکو ویب، وغیرہ) کی مدد سے مشاہدہ کر سکتے ہیں۔ تدریس سے قبل معلم اس کانک بناتے ہیں اور نگراں سے شیئر کریں گے۔
ٹیکنالوجی کے انضمام سے ریاضی کی تدریس تصور کی وضاحت میں کافی کارآمد ہے لیکن تدریس سے قبل اساتذہ کی تربیت، مواد کا ٹیکنالوجی کے پلیٹفارم پر فراہم اور کمرہ جماعت کے مناسب بنیادی ڈھانچے اور صحیح منصوبہ بندی ہونی چاہئے۔ اس کے علاوہ انٹرنیٹ کی موجودگی میں طلبہ کو سائبر جرائم سے حفاظت کی منصوبہ بندی بھی لازمی شرط ہے۔

14.4 درس و تدریس کے منصوبہ بندی میں درپیش مشکلات Problems and Challenges in

Lesson Planning)

تدریس کی منصوبہ بندی میں زمینی سطح پر کئی مشکلات کا سامنا معلم کرتے ہیں۔ معلم کا نیم تربیت ہونا، ان کی تعلیم کے معیار میں انتشار، مختلف نصاب اور اداروں کی وجہ کر، استاد طالب علم کا تناسب زیادہ ہونا، تدریس کے علاوہ دیگر کاموں میں ان کو لگانا، وقت کی قلت، منصوبہ بندی کو معلم کے جائزہ سے عدم تعلق، تدریس کے لئے ضروری معاون اشیاء کی عدم دستیابی اور ان کا نصاب غیر مطابقت، ٹیکنالوجی کے آلات، اسمارٹ کلاس کی کمی، برقی پاور کی خراب فراہمی وغیرہ جیسے عوامل ہیں جو تدریس کی منصوبہ بندی میں مشکلات پیدا کرتے ہیں۔

لیکن ان تمام مشکلات کے باوجود تدریس کی منصوبہ بندی موثر تدریس اور آموزش کا ایک اہم عمل ہے۔ ایک اچھی منصوبہ بندی کسی عمل کے نصف مکمل ہونے کے مترادف ہے۔ اس کے بغیر کمرہ جماعت کی تدریس انتشار کا شکار ہو جاتی ہے، وقت زیادہ خرچ ہوتا ہے، معلم میں غیر سنجیدگی پیدا ہوتی ہے۔ تعلیم کے منتظمین کی ذمہ داری بنتی ہے کہ وہ مدرس کو اپنی تدریس کی منصوبہ بندی کے لئے وقت فراہم کرائیں۔ کسی نصاب پر مبنی منصوبہ اگر ایک بار عمیق نگاہی سے بن جائے تو اس میں وقتاً فوقتاً نظر ثانی کر اور تجدید کراگلے سیشن میں استعمال کیا جاسکتا ہے بشرطیکہ کے وہ معلم اس درجہ کو علم ریاضی پڑھائیں۔

14.5 خلاصہ Summary

کسی عمل کے بہتر منصوبہ بندی نصف عمل آوری کے مترادف کہا جاتا ہے۔ تدریس کی منصوبہ بندی موثر تدریس، آموزش، جائزہ، بازرسائی اور معیاری تعلیمی نظام کے لئے انتہائی اہم امر ہے۔ منصوبہ بندی کے لئے استاد کے ذریعہ نصاب مضمون، عنوان اور طلبہ کا پس منظر کا تجزیہ اس کو ایک مخصوص قسم کی بصیرت حاصل ہوتی ہے۔ یہ تجزیہ پورے نصاب، اس کے مختلف اکائی اور عنوانات کی تدریس کے لئے منصوبہ بندی کے لئے بنیاد کے طور پر کارآمد ہوتی ہیں۔ علم ریاضی کی تعلیم پر ہمیشہ ڈر و خوف پیدا کرنے والے مضمون کے طور پر ادراک کیا جاتا رہا ہے۔ اس لئے اس مضمون کی تدریس کی منصوبہ بندی اور زیادہ اہمیت کی حامل ہے۔ اس مضمون کو بے خوف ہو کر، دلچسپی اور توجہ کے ساتھ کیسے سیکھیں؟ اس سوال کے جواب کے ساتھ اس کی منصوبہ بندی ہونی چاہئے۔ روز افزا ٹیکنالوجی کے ایجادات اور اس کی تعلیم میں بڑھتے استعمال یہ تقاضہ کرتے ہیں کہ ٹیکنالوجی انضمام کو منصوبہ بندی میں خاطر خواہ مقام دیا جائے، تاکہ معیاری تعلیم سماج کے سبھی طبقہ کو فراہم کیا جاسکے۔ مزید یہ کہ ٹیکنالوجی کے مثبت پہلو سے نفع اور منفی پہلو سے حفاظت کی جاسکے۔ تدریس کا عمل جس طرح تبدیل پذیر ہے اسی طرح اس کی منصوبہ بندی بھی تبدیل پذیر خیال کیا جانا چاہئے۔ اس لئے ہم کسی اصول کو حتمی نہیں سمجھ سکتے ہیں۔ اس لئے اساتذہ کو چاہئے کہ وہ اپنے تدریسیاتی علم اور مہارتوں کو مسلسل تجدید کرتے رہیں۔

14.6 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

- یہ اکائی پڑھنے کے بعد ہم سیکھ چکے ہوں گے کہ:
- ہم یہ سمجھ سکیں گے کہ منصوبہ بندی کسی بھی عمل کی نصف کامیابی کے مترادف کیوں مانی جاتی ہے۔
- ہم تدریسی منصوبہ بندی (Lesson Planning) کی اہمیت کو موثر تدریس، آموزش، جائزہ اور بازرسائی کے تناظر میں بیان کر سکیں گے۔
- ہم یہ جان سکیں گے کہ منصوبہ بندی کے لیے استاد کو نصاب، موضوع، اور طلبہ کے پس منظر (Background) کا تجزیہ کیوں اور کیسے کرنا چاہئے۔
- ہم یہ وضاحت کر سکیں گے کہ ریاضی کی تدریس میں منصوبہ بندی کیوں زیادہ ضروری ہے اور اس مضمون کو دلچسپ اور بے خوف بنانے

کے لیے کون سے اقدامات کیے جاسکتے ہیں۔

• ہم یہ سیکھ سکیں گے کہ تدریسی منصوبہ بندی میں ٹیکنالوجی کے انضمام (Integration of Technology) کی ضرورت اور اہمیت کیا ہے۔

• ہم ٹیکنالوجی کے مثبت و منفی پہلوؤں کو سمجھ کر اسے تعلیمی مقاصد کے لیے مؤثر طور پر استعمال کرنے کی صلاحیت حاصل کر سکیں گے۔
• ہم یہ ادراک کر سکیں گے کہ تدریس کا عمل اور اس کی منصوبہ بندی ہمیشہ تبدیل پذیر (Dynamic) ہوتے ہیں، اس لیے کسی اصول کو حتمی نہیں مانا جاسکتا۔

• ہم اس بات کا شعور پیدا کر سکیں گے کہ ایک کامیاب استاد وہ ہے جو اپنے تدریسیاتی علم اور مہارتوں (Pedagogical Knowledge & Skills) کو مسلسل تازہ اور جدید بناتا رہے۔

14.7 فرہنگ (Glossary)

Unit Plan اکائی منصوبہ بندی: اسکولی تعلیم میں کسی درجہ کے کسی مضمون کے نصاب کو ایک سے زیادہ مختلف حصوں میں منطقی بنیاد پر تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس کا ہر حصہ اکائی کہلاتا ہے۔ اس میں پورے اکائی کا تجزیہ کر مدرس مختلف اسبق کی پہچان کرتے ہیں، اس کے لئے مناسب میڈیا، جائزہ کی حکمتیں، نظام لاوقات کی پہچان پیشگی میں کی جاتی ہے

Periodic Plan پیریڈ منصوبہ بندی: کسی کمرہ جماعت میں کسی مخصوص عنوان کی تدریس کے لئے جو منصوبہ بندی کی جاتی ہے جو 30-40 منٹوں کے میعاد پر مبنی پیریڈ ہو۔ اس منصوبہ میں آموزگار کے سابقہ معلومات، سبق کی تدریس کے خصوصی مقاصد، طریقہ تدریس، ضروری تدریسی معاون اشیاء، تشکیلی اور تکمیلی جائزہ قدر کے لئے طریقے وغیرہ کی پہچان پیشگی میں کی جاتی ہے۔

Taxonomy of Objectives مقاصد کے درجہ بندی: بینجامن بلوم نے تعلیم کے مقاصد کو تین ابعاد میں درجہ بندی کیا ہے۔ وہ ہیں وقوفی، تعاثراتی اور نفسی حرکی۔ ان میں مزید ذیلی درجہ بندی کی گئی ہے۔

Academic Standard اکادمی معیار:

Technology Integrated Planning ٹیکنالوجی انضمام منصوبہ بندی: درس و تدریس میں اگر کوئی استاذ ٹیکنالوجی کو اپنی تدریس میں انضمام کرتا ہے خواہ ہارڈ ویئر یا سافٹ ویئر ہو تو اس کی منصوبہ بندی کہلاتی ہے۔

TPACK: Technological Pedagogical Content Knowledge درس و تدریس میں جب ٹیکنالوجی کو انضمام کیا جاتا ہے تو استاذ سے امید کی جاتی ہے کہ اسے مضمون کے مواد، اسکی مناسب تدریسیات اور معقول ٹکنالوجی کا علم ہے جو انضمامی نوعیت کا ہوتا ہے۔

14.8 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات Objective Type Questions

1- درس و تدریس کے منصوبہ کا مقصد ہے

a. موثر انتظام	b. موثر آموزش	c. موثر رشتے	d. موثر امتحان

2- بلوم کے درجہ بندی میں کتنے کلیدی ابعاد ہیں؟

- a. چار b. تین c. دو d. ایک

3- اسکول کے نصاب میں کسی اکائی میں کتنے اسباق ہو سکتے ہیں؟

- a. صرف ایک b. ایک سے زیادہ c. لازماً دو d. لازماً دو سے زیادہ

4- TPACK کا تصور کس منصوبہ بندی میں ملحوظ کیا جاتا ہے؟

- a. اکائی منصوبہ بندی b. پیریڈ منصوبہ بندی c. A اور B دونوں میں d. مالیاتی منصوبہ بندی

مختصر جوابات کے حامل سوالات Short Answer Type Questions

- 1- درس و تدریس کی منصوبہ بندی کی ضرورت و اہمیت بیان کریں۔
- 2- بلوم درجہ بندی پر مبنی پیریڈ منصوبہ بندی کی خصوصیات بیان کریں
- 3- TPACK پر مبنی منصوبہ بندی پر روشنی ڈالیں۔

طویل جوابات کے حامل سوالات Long Answer Type Questions

- 1- نویں جماعت کو کسی مضمون کی تدریس کے لئے اکائی منصوبہ بندی کا خاکہ پیش کریں۔
- 2- ڈیجیٹل ٹیکنالوجی کے انضمام پر مبنی کسی مضمون کی تدریس کے لئے منصوبہ سبق تیار کریں

14.8 تجویز کردہ اکتسابی مواد Suggested Reading Material

- Tyler, R. W. (1949). *Basic Principles of Curriculum and Instruction*. Chicago: University of Chicago Press.
- Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives*. New York: David McKay.
- Taba, Hilda (1962). *Curriculum Development: Theory and Practice*. New York: Harcourt Brace & World.

- **Sharma, R. A. (2018).** *Fundamentals of Teaching and Lesson Planning*. Meerut: Loyal Book Depot.
- **NCERT (2021).** *Guidelines for Effective Lesson Planning in Mathematics*. New Delhi: NCERT.
- **Kumar, S. & Sethi, P. (2020).** *Technology Integration in Teacher Education*. New Delhi: PHI Learning.
- **UNESCO (2023).** *ICT Competency Framework for Teachers*. Paris: UNESCO Publishing.
- **NCTE (2014).** *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCTE.

اکائی۔15

ریاضی کی درسی کتاب - اچھی ریاضی کی درسی کتاب کی اہمیت اور معیار موجودہ سیکنڈری اسکول کی ریاضی کی درسی کتابوں کا ایک تنقیدی تجزیہ

(Mathematics Textbook – Importance and Criteria of good Mathematics Textbook, A Critical Analysis of existing Secondary School Mathematics Textbooks)*

15.0	تمہید (Introduction)
15.1	مقاصد ((Objectives)
15.2	درسی کتاب (Textbook)
15.3	کتابوں کی اہمیت (Importance of Textbooks)
15.4	ریاضی میں اچھی درسی کتاب کی ضرورت (Need for a Good Textbook in Mathematics)
15.5	ریاضی اکتساب کے لیے درسی کتاب ایک اہم معاون
(A Textbook is an important aid for learning Mathematics)	
15.6	اچھی درسی کتاب کی خصوصیات (Characteristics of Good Textbook)
15.7	اچھی ریاضی کی درسی کتاب کا معیار (Criteria of good Mathematics Textbook)
15.9	موجودہ سیکنڈری اسکول ریاضی کی درسی کتب کا تنقیدی تجزیہ
(A Critical Analysis of existing Secondary School Mathematics Textbooks)	
15.9	خلاصہ (Summary)
15.10	اكتسابی نتائج (Learning Outcomes)
15.11	فرہنگ (Glossary)
15.12	نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

* Dr. Zafar Iqbal Zaidi, Assistant Professor, MANUU CTE, Darbhanga

15.0 تمہید (Introduction)

تعلیم کے دائرے میں، درسی کتابیں طلباء کے اکتسابی تجربات کو تشکیل دینے اور موثر تدریسی وسائل کا کردار ادا کرتی ہیں۔ یہ اکائی ریاضی کی تدریس کے تناظر میں درسی کتب کی اہمیت پر روشنی ڈالتی ہے، خاص طور پر ریاضی کی اچھی درسی کتابوں کی ضروریات اور خصوصیات کو اجاگر کرتی ہے اور ساتھ ہی معیاری درسی کتاب کی وضاحت کرتی ہے۔ اس کے علاوہ موجودہ سیکنڈری اسکول کی ریاضی کی درسی کتب کا تنقیدی تجزیہ بھی پیش کرتی ہے۔

15.1 مقاصد (Objectives)

- طلباء تعلیم کے تناظر میں درسی کتب کی اہمیت کو بیان کریں گے۔
- تعلیم کو معیاری و یقینی بنانے اور اکتساب میں تسلسل فراہم کرنے میں درسی کتب کے کردار کو تسلیم کریں گے۔
- ریاضی کی اچھی درسی کتابوں کی ضرورت اور خصوصیات کی نشاندہی کریں گے۔
- ایک معیاری درسی کتاب کی خصوصیات کی وضاحت کریں گے۔
- موجودہ سیکنڈری اسکول کی ریاضی کی درسی کتب کا تنقیدی تجزیہ کریں گے۔

15.2 درسی کتاب (Textbook)

درسی کتابیں علم کی تشکیل شدہ تدوین کے طور پر کام کرتی ہیں جو طلباء کو کسی خاص مضمون میں رہنمائی کرنے کے لیے بنائی جاتی ہیں۔ وہ ایک روڈ میپ کے طور پر کام کرتے ہیں جو معلومات کو منطقی ترتیب میں پیش کرتے ہیں جو نئے تصورات اور مہارتوں کے تعارف اور تفہیم میں سہولت فراہم کرتے ہیں۔ سابقہ معلومات پر نظر ثانی کرنے سے، درسی کتابیں موجودہ علم کو تقویت دیتی ہیں اور مستقبل کے اکتساب کے لیے ٹھوس بنیاد کو یقینی بناتی ہیں۔

درسی کتب کے سب سے اہم پہلوؤں میں سے ایک پہلو یہ ہے کہ یہ نظریہ اور عمل کے درمیان کے فرق کو ختم کرنے کی صلاحیت رکھتی ہیں۔ جن میں اکثر حقیقی دنیا کی مثالیں، کیس اسٹڈیز، اور عملی مشقیں شامل ہوتی ہیں جو طالب علموں کو حقیقی زندگی کے حالات میں نظریاتی تصورات کو سمجھنے میں مدد کرتی ہیں۔ یہ باہمی تعلق نہ صرف سمجھ کو بڑھاتی ہیں، بلکہ طلباء کو ان کے منتخب کردہ شعبوں کے عملی پہلوؤں پر پریکٹیکل کرنے کے لیے ضروری مہارتوں اور علم سے آراستہ کر کے مستقبل کے لیے بھی تیار کرتی ہیں۔

درسی کتب تعلیم کو معیاری بنانے میں اہم کردار ادا کرتی ہیں۔ یہ اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ مختلف اداروں میں طلباء کو ایک مستقل نصاب سے روشناس کرایا جائے، اکتساب اور ترقی کے یکساں مواقع کو فروغ دیا جائے۔ درسی کتابیں لامتناہی حدود نہیں رکھتی ہیں، جبکہ اکتساب میں سہولت فراہم کرنے، علم کو برقرار رکھنے اور نظریہ کو عملی طور پر جوڑنے میں ان کا کردار ناقابل تردید ہے۔

درسی کتاب کے معنی مواد مضمون کا ایک معیاری مجموعہ ہے جو کہ ایک مخصوص مرحلہ (Stage) کے لیے تیار کیا جاتا ہے یعنی درسی کتاب منصوبہ بند طریقہ سے اس مواد کا مجموعہ ہے جو کسی ایک خاص کلاس یا عمر کے طلباء کی تدریسی ضرورت کے لیے لازمی ہے درسی کتاب میں مواد کو خوبصورتی کے ساتھ اس طرح پیش کیا جاتا ہے کہ نئی اصطلاحات اور مہارتوں کو سیکھنے میں آسانی ہوتی ہے اور ساتھ ہی ساتھ پرانی معلومات کو بھی بہتر ڈھنگ سے پیش کیا جاتا ہے۔

لانگ (Lang) کے مطابق "ایک درسی کتاب کسی خاص مطالعہ کی شاخ کے لیے ایک معیاری کتاب ہوتی ہے" بیکن (Bacon) کے مطابق "درسی کتاب کو کلاس روم میں استعمال کرنے والی کتاب کی حیثیت سے تیار کیا جاتا ہے" امریکی ٹیکسٹ بک پبلیشر انسٹی ٹیوٹ نے واضح طور پر کہا ہے کہ حقیقی درسی کتاب خاص کر طلباء کے لیے تیار کی جاتی ہے لیکن یہ ساتھ ہی ساتھ استاد کے بھی کام آتی ہے جو کلاس روم میں تدریس کر رہے ہوتے ہیں، کیونکہ درسی کتاب میں کسی خاص نصاب کے مطالعہ مضمون کو پیش کیا جاتا ہے۔

15.3 درسی کتابوں کی اہمیت (Importance of Textbook)

درسی کتب کو اساتذہ اور طلباء کے لیے کلاس روم کی حدود میں ضروری ٹول سمجھا جاتا ہے، لیکن ان کی اہمیت انفرادی اکتساب سے کہیں زیادہ ہے۔ درسی کتابیں مختلف تعلیمی اداروں میں یکساں معیار کو برقرار رکھنے میں اہم کردار ادا کرتی ہیں، جس سے مجموعی تعلیمی نظام متاثر ہوتا ہے۔

درسی کتابیں ایک متحد قوت کے طور پر کام کرتی ہیں، اس بات کو یقینی بناتی ہیں کہ مختلف اداروں کے طلباء کو ایک مستقل نصاب سے روشناس کرایا جائے۔ معیاری درسی کتب اسکولوں اور اضلاع میں طلباء کی کامیابیوں کے موازنہ کی سہولت فراہم کرتی ہیں۔ یہ تعلیمی حکام کو اس قابل بناتی ہیں کہ وہ تدریسی طریقوں کا با معنی جائزہ لے سکیں، ایسے شعبوں کی نشاندہی کریں جن میں بہتری کی ضرورت ہے، اور وسائل کو زیادہ مؤثر طریقے سے مختص کیا جاسکتا ہے۔ یہ تعلیمی نظام کے اندر احتساب اور شفافیت کو فروغ دیتی ہیں۔

درسی کتابیں طلباء کے اکتساب میں تسلسل اور ترقی فراہم کرتی ہیں۔ ان کتابوں کو علم کو آگے بڑھانے اور نئے تصورات کو بتدریج متعارف کرانے کے لیے ڈیزائن کیا جاتا ہے، جس سے ایک درجہ سے دوسرے درجے تک ہموار منتقلی کو یقینی بنایا جاسکتا ہے۔ یہ منظم انداز طلباء کی علمی نشوونما میں مدد کرتا ہے اور انہیں پیچیدہ مضامین میں منظم طریقے سے مہارت حاصل کرنے میں مدد کرتا ہے۔

درسی کتابیں ان طلباء کے لیے معلومات کا ایک قابل اعتماد ذریعہ پیش کرتی ہیں جن کی وسیع لائبریریوں یا دیگر تعلیمی وسائل تک رسائی نہیں ہو سکتی۔ وہ مستقل مزاجی اور رسائی کی سطح فراہم کرتے ہیں جو یقینی بناتا ہے کہ تمام طلباء کو اکتساب فراہم ہو اور کامیاب ہونے کا موقع ملے۔ درسی کتابیں مختلف عناصر جیسے کہ چارٹ اور تعاملی یا انٹرایکٹو سرگرمیاں شامل کر کے اکتساب کے مختلف انداز کو پورا کرتی ہیں۔ یہ

طریقہ کثیر حسی نقطہ نظر مشغولیت اور فہم کو بڑھاتا ہے، اس بات کو یقینی بناتا ہے کہ تمام طلباء کو پیچیدہ تصورات کو مؤثر طریقے سے سمجھنے کا موقع ملے۔

اپنی پیشرفت کی جانچ کریں: Check Your Progress
1- درسی کتب نظریہ اور عمل کے درمیان فرق کو کیسے پُر کرتی ہیں؟
2- درسی کتب تعلیم کی معیار سازی کے ذریعے مجموعی تعلیمی نظام کو کن طریقوں سے متاثر کرتی ہے؟

15.4 ریاضی میں اچھی درسی کتاب کی ضرورت

(Need for a Good Textbook in Mathematics)

- ریاضی کی درسی کتابیں ریاضی کی مؤثر تدریس اور اکتساب کے لیے اہم ٹولز یا اوزار ہیں۔ مختلف آراء کے باوجود، مندرجہ ذیل عوامل ریاضی کی اچھی درسی کتب کی ضرورت کی حمایت کرتے ہیں۔
- درسی کتاب مقررہ نصاب کے مطابق لکھی جاتی ہے اور کورس کا خاکہ فراہم کرتی ہیں۔ یہ اساتذہ کو پڑھانے کے دوران احاطہ کیے جانے والے مواد کی حدود اور گہرائی کا تعین کرنے میں مدد کرتی ہیں۔
- درسی کتاب اسباق کی منصوبہ بندی کرنے، مسائل کے انتخاب، مناسب تدریسی طریقوں کو اپنانے اور مناسب تدریسی آلات کے استعمال میں رہنمائی فراہم کرتی ہے۔ یہ مؤثر ہدایات کے لیے روڈ میپ فراہم کرتی ہیں۔
- درسی کتابیں ریاضی کے تجربہ کار اساتذہ کے ذریعہ لکھی جاتی ہیں، جو ابتدائی اساتذہ کو ان کے علم اور مہارت سے فائدہ اٹھانے کی اجازت دیتی ہیں۔ یہ طلباء کے لیے اعلیٰ معیار کے اکتساب کے تجربے کو یقینی بناتی ہیں۔
- درسی کتابیں ایک منطقی اور نفسیاتی ترتیب کی پیروی کرتی ہیں، جو اساتذہ کو موضوع کو منظم انداز میں پیش کرنے میں مدد دیتی ہیں۔
- ایک اچھی درسی کتاب میں ہر موضوع کے لیے مختلف حل شدہ مثالیں شامل ہوتی ہیں۔ یہ مثالیں اساتذہ کو مختلف قسم کے مسائل اور ان کے حل سے روشناس کراتی ہیں، جس سے تدریس پر ان کا اعتماد بڑھتا ہے۔
- ہر موضوع کے بعد اچھی درجہ بندی کی مشقیں اساتذہ کو مناسب ہوم ورک اور اسائنمنٹس تفویض کرنے میں مدد کرتی ہیں جو طلباء کی ذہنی صلاحیتوں سے مطابقت رکھتی ہیں۔ اس طرح انفرادی اکتساب کو فروغ دیا جاسکتا ہے۔
- درسی کتاب آسانی سے دستیاب مسائل اور حل فراہم کر کے اساتذہ کا وقت بچاتی ہیں، جس سے وہ مواد بنانے میں وقت گزارنے کی بجائے مؤثر ہدایات کی فراہمی پر توجہ مرکوز کر سکتے ہیں۔
- ریاضی کی درسی کتاب ریاضی کی تعلیم کے مقاصد کے ساتھ منسلک ضروری معلومات فراہم کرتی ہے۔ اس سے اساتذہ کو اکتساب کے

مناسب تجربات کی منصوبہ بندی کرنے میں مدد ملتی ہے جو طلباء کی ضروریات کو پورا کرتے ہیں۔
اس طرح، ایک اچھی ریاضی کی درسی کتاب ایک قیمتی وسیلہ ہے جو تدریس کی تاثیر اور طالب علم کے اکتساب کے نتائج کو بڑھاتی ہے۔ ایک منظم فریم ورک، متنوع مثالیں، اور ماہرانہ رہنمائی فراہم کر کے، درسی کتابیں اساتذہ کو ریاضی کی دل چسپ اور بامعنی ہدایات فراہم کرنے کے لیے بااختیار بناتی ہیں۔

15.5 ریاضی اکتساب کے لیے درسی کتاب ایک اہم معاون

(A Textbook is an important aid for learning Mathematics)

تعلیم کے دائرے میں، درسی کتابیں طلباء کے لیے ناگزیر وسائل کے طور پر کام کرتی ہیں، جو ان کے اکتساب کے سفر کو بڑھانے والے بے شمار فوائد کی پیشکش کرتی ہیں۔ تجریدی تصورات کو حقیقی دنیا کے منظر ناموں سے منسلک کرنے سے لے کر تنقیدی سوچ کی مہارت کو فروغ دینے تک، درسی کتابیں طلباء کے تعلیمی تجربات کی تشکیل میں اہم کردار ادا کرتی ہیں۔ درسی کتب کا منظم ڈھانچہ اکتساب کا ایک سازگار ماحول پیدا کرتا ہے جو طلباء کو مطالعہ کی طرف مثبت رویہ پیدا کرنے کی ترغیب دیتا ہے۔ معلومات کی واضح پیشکش اور بصری آلات کا استعمال، جیسا کہ خاکے اور تصاویر، اکتساب کے عمل کو خوشگوار اور آسان بناتے ہیں۔

درسی کتابیں موضوع کا ایک جامع جائزہ پیش کرتی ہیں، جو طلباء کو ان کے مطالعے کے نظریاتی پہلوؤں میں ایک مضبوط بنیاد فراہم کرتی ہیں۔ یہ انہیں موضوع اور اس کے مختلف اجزاء کی گہری سمجھ پیدا کرنے کے قابل بناتی ہیں، بامعنی اکتساب کو فروغ دیتے ہیں۔ طلباء کو کورس کے مواد تک پہلے سے رسائی فراہم کر کے، درسی کتابیں انہیں اسباق کے لیے پہلے سے تیاری کرنے میں مدد دیتی ہیں۔ اس سے وہ اپنے آپ کو آنے والے موضوعات سے واقف کر سکتے ہیں، کلاس میں سوالات پوچھ سکتے ہیں، اور زیادہ معنی خیز گفتگو میں مشغول ہو سکتے ہیں۔

درسی کتابیں مشقوں، مسائل، اور جائزے کے سوالات کا ایک خزانہ پیش کرتی ہیں جو کلاس میں سیکھے گئے تصورات کو تقویت دیتے ہیں۔ درسی کتابیں طلباء کو بلیک بورڈ سے نوٹ کاپی کرنے کی ضرورت کو ختم کرتی ہیں، جس سے وہ قیمتی وقت خالی ہو جاتا ہے جو مطالعہ، مشق اور مواد کو سمجھنے کے لیے وقف کیا جاسکتا ہے۔ یہ کارکردگی طلباء کو اپنے اکتساب کے تجربے کو بہتر بنانے کی اجازت دیتی ہے۔ درسی کتابیں خود مطالعہ اور آزادانہ تعلیم کو فروغ دیتی ہیں، طلباء کو اپنی تعلیم کی ملکیت لینے کی ترغیب دیتی ہیں۔ یہ تنقیدی سوچ، مسئلہ حل کرنے، اور وقت کے انتظام کی مہارتوں کو فروغ دیتی ہے، جو تعلیمی کامیابی اور اس سے آگے کے لیے ضروری ہیں۔

اپنی پیشرفت کی جانچ کریں: Check Your Progress

- 1- ریاضی میں اچھی درسی کتاب کے استعمال کی حمایت میں کون سے اہم دلائل پیش کیے گئے ہیں؟
- 2- درسی کتب ریاضی کی ہدایات کی موثر فراہمی میں کن طریقوں سے تعاون کرتی ہیں؟

- ایک اچھی درسی کتاب طلباء اور اساتذہ دونوں کے لیے ایک قیمتی وسیلہ کے طور پر کام کرتی ہیں، جو مؤثر طریقے سے اکتساب اور تدریس میں سہولت فراہم کرتی ہیں۔ ریاضی میں ایک اچھی درسی کتاب کے معیار میں کئی خصوصیات اہم کردار ادا کرتی ہیں:
- درسی کتاب سختی سے تازہ ترین نصاب کی پابندی کرتی ہیں، اس بات کو یقینی بناتی ہے کہ مواد متعلقہ اور مقررہ نصاب کے ساتھ ہم آہنگ ہو۔
- درسی کتاب ریاضی کے تجربہ کار اساتذہ کی طرف سے تصنیف کی گئی ہوتی ہیں، جو مواد کی ترقی کے لیے ان کے علم، مہارت، اور تدریسی فہم کو پیش کرتے ہیں۔
- علم میں اضافہ کے لیے اچھی درجہ بندی کے مسائل شامل کیے گئے ہوں۔ یہ مسائل تفہیم کی مختلف سطحوں کو پورا کرتے ہیں، جس سے طلباء کو بتدریج ترقی کرنے اور اپنی صلاحیتوں کو بڑھانے کا موقع ملتا ہے۔
- درسی کتاب طلباء کی روزمرہ کی ضروریات پر غور کرتی ہے، حقیقی دنیا کی مثالوں اور منظر ناموں کو شامل کرتی ہے جو اکتساب کے عمل کو مزید متعلقہ اور پرکشش بناتی ہے۔
- درسی کتاب کو ایک خاص جماعت میں ریاضی پڑھانے کے اہداف اور مقاصد کے مطابق ڈیزائن کیا جاتا ہے، اس بات کو یقینی بناتے ہوئے کہ مواد مطلوبہ اکتساب کے نتائج کے ساتھ ہم آہنگ ہوں۔
- درسی کتاب میں ریاضی کے میدان میں حالیہ پیشرفت شامل ہے، جو طلباء کو تازہ ترین علم اور رجحانات کے ساتھ اپ ٹو ڈیٹ رکھتی ہے۔
- اچھی درسی کتاب میں موضوع کو منطقی اور نفسیاتی دونوں اصولوں کے مطابق ترتیب دیا گیا ہو، جیسے سادہ سے پیچیدہ تصورات کی طرف بڑھنے میں اور تفہیم اور برقراری کو بڑھانے میں سہولت فراہم کرے۔
- درسی کتاب میں علامتوں، فارمولوں اور تعریفوں کے لحاظ سے معیاری قومی اور بین الاقوامی اصطلاحات کا استعمال کیا گیا ہو، جو ریاضی کی زبان میں مستقل مزاجی اور ہم آہنگی کو یقینی بناتا ہے۔
- درسی کتاب کے عنوانات کو "سادہ سے پیچیدہ تک" کے اصول کے مطابق ترتیب دیا گیا ہو، جس سے طلباء کو ایک مضبوط بنیاد بنانے اور بتدریج مزید چیلنجنگ تصورات کی طرف بڑھنے کا موقع ملتا ہے۔
- درسی کتاب ان طلباء کی صلاحیتوں، تجربات اور دلچسپیوں پر غور کرتی ہے جن کے لیے وہ تیار کی گئی ہے، یعنی ایسے طلباء جو سست، اوسط اور تیز رفتار اکتساب والوں کی ضروریات کو پورا کرتی ہے۔

اپنی پیشرفت کی جانچ کریں: Check Your Progress

- 1- آپ اپنی مطالعہ کی درسی کتاب میں اور کون سی خصوصیات چاہتے ہیں؟
- 2- درسی کتب ریاضی کی ہدایات کی موثر فراہمی میں کن طریقوں سے تعاون کرتی ہیں؟

ریاضی میں ایک اچھی درسی کتاب کے معیار کو درج ذیل عنوانات کے تحت وسیع پیمانے پر درجہ بند کیا جاسکتا ہے۔

طبعی خصوصیات (Physical Characteristics)

مصنف (Author)

مواد (Content)

تنظیم اور پیشکش (Organisation and Presentation)

زبان (Language)

مشق (Exercise)

طبعی خصوصیات ((Physical Characteristics): ایک اچھی ریاضی کی درسی کتاب کی طبعی خصوصیات اس کی تاثیر اور استعمال میں نمایاں کردار ادا کرتی ہیں۔ مندرجہ ذیل میں درسی کتاب کی طبعی خصوصیات کو بیان کیا گیا ہے۔

- درسی کتاب میں استعمال ہونے والا کاغذ اعلیٰ معیار کا ہونا چاہیے جو بار بار استعمال کو برداشت کرنے کے لیے پائیدار ہونا چاہیے۔ کتاب کے مجموعی وزن پر غور کیا جانا چاہیے، کیونکہ ایک بھاری درسی کتاب طلبہ کے لئے تکلیف دہ ہو سکتی ہے۔
- واضح اور قابل فہم متن اور خاکوں کو یقینی بنانے کے لیے معیاری پر تنگ ضروری ہے۔ صفحات کو گرنے سے روکنے کے لیے کتاب کی ہائڈنگ مضبوط سلائی یا گوند کے ساتھ ہونی چاہیے۔
- درسی کتاب میں استعمال ہونے والا فونٹ بولڈ، پڑھنے میں آسان اور موزوں ہونا چاہیے۔ فونٹ کا سائز پوری کتاب میں یکساں ہونا چاہیے، اور پڑھنے کی اہلیت کو بڑھانے کے لیے لائنوں اور پیراگراف کے درمیان کافی فاصلہ فراہم کیا جانا چاہیے۔
- درسی کتاب کا سرورق بصری طور پر دلکش اور پرکشش ہونا چاہیے، جو طلبہ کی توجہ حاصل کرے اور انہیں مواد کو تلاش کرنے کے لیے بے چین کرے۔

مصنف ((Author): ریاضی کی درسی کتاب کا مصنف اس کے معیار کے تعین میں اہم کردار ادا کرتا ہے۔ مثال کے طور پر، درسی کتاب کو قابل، تجربہ کار، اور قابل ریاضی کے اساتذہ یا حکومت یا تعلیمی اداروں کی طرف سے تشکیل دی گئی ماہرین کی ایک کمیٹی کے ذریعے لکھی جانی چاہیے۔ ایسے مصنفین مواد کی ترقی کے لیے اپنا علم، مہارت اور تدریسی سمجھ بوجھ لاتے ہیں، اس بات کو یقینی بناتے ہوئے کہ یہ تدریس اور اکتساب کے لیے درست، متعلقہ اور موثر ہو۔

مصنفین کو مطلوبہ گریڈ کی سطح پر موضوع اور طلباء کی مخصوص ضروریات کی گہری سمجھ ہوتی ہو۔ وہ موثر تدریسی طریقوں پر تازہ ترین تحقیق سے بخوبی واقف ہوں اور انہیں درسی کتاب کے ڈیزائن اور مواد میں شامل کریں۔ ماہرین کی ایک کمیٹی درسی کتاب کی ترقی کے لیے وسیع تناظر اور مہارت لا سکتی ہے، اور اس طرح تیار کردہ درسی کتاب طلبہ کی ضروریات کو پورا کرتی ہے۔

مواد (Content): ایک اچھی ریاضی کی درسی کتاب کا مواد موثر اکتساب اور سمجھنے میں سہولت فراہم کرنے میں اہم کردار ادا کرتا ہے۔ کئی اہم پہلو مواد کے معیار میں حصہ لیتے ہیں:

- اس بات کو یقینی بناتے ہوئے کہ نصاب کے تمام پہلوؤں کا مناسب احاطہ کیا گیا ہے، درسی کتاب کو مقررہ نصاب پر سختی سے عمل کرنا چاہیے۔ یہ صف بندی طلباء کو ٹریک پر رہنے اور امتحانات کی تیاری میں مدد کرتی ہے۔
- درسی کتاب کے مواد کو کسی خاص کلاس میں ریاضی پڑھانے کے اغراض و مقاصد کے مطابق ڈیزائن کیا جانا چاہیے۔ یہ صف بندی اس بات کو یقینی بناتی ہے کہ مواد متعلقہ ہے اور اکتساب کے مطلوبہ نتائج میں براہ راست تعاون کرتا ہے۔
- درسی کتاب میں پیش کیا گیا مواد درست اور تازہ ترین ہونا چاہیے۔ اس میں پڑھائے جانے والے مواد سے متعلق ریاضی کی تازہ ترین پیشرفت کو شامل کرنا چاہیے۔
- درسی کتاب کے مواد میں اس سطح کے طلباء کے لیے براہ راست عملی اور سماجی افادیت کی اہمیت ہونی چاہیے۔ حقیقی دنیا کی مثالیں، اپیلی کیشنز، اور مسئلہ حل کرنے کے منظر نامے شامل کرنے سے طلباء کو ان کی روزمرہ کی زندگی اور مستقبل کے ریاضی کی مطابقت کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔
- زبانی ریاضی، جس میں ذہنی حساب، تخمینہ، اور مباحث شامل ہیں، درسی کتاب میں مناسب اہمیت دی جانی چاہیے۔ اس میں زبانی پہلوؤں سے متعلق مشقیں اور عملی کام شامل ہونے چاہئیں، جو فوری سوچ اور مسئلہ حل کرنے کی مہارتوں کو فروغ دیتی ہیں۔
- ہر حصے یا باب کے آخر میں فراہم کردہ جوابات درست اور وضاحتی ہونے چاہئیں۔ واضح وضاحت طلباء کو ان کے اکتساب کے تجربے میں اضافہ کرتے ہوئے، حل کے بنیادی تصورات اور استدلال کو سمجھنے میں مدد کرتی ہیں۔
- درسی کتاب میں مطلوبہ عنوانات کا احاطہ کر کے اور مشق سوالات اور ماڈل جوابات فراہم کر کے امتحانات کے تقاضوں کو پورا کرنا چاہیے۔ اس میں اکتساب کو مزید دل چسپ اور موثر بنانے کے لیے جدید تدریسی تکنیک اور طریقہ کار کو شامل کرنا چاہیے۔
- ان پہلوؤں پر غور کرنے اور ان کو شامل کرنے سے، ایک ریاضی کی درسی کتاب طلباء کو ایک جامع اور اچھی طرح سے تشکیل شدہ اکتساب کا وسیلہ فراہم کر سکتی ہے جو سمجھ، تنقیدی سوچ، اور ریاضی میں ایک مضبوط بنیاد کو فروغ دیتی ہے۔

اپنی پیشرفت کی جانچ کریں: Check Your Progress

- 1- ریاضی کی درسی کتاب کے معیار میں اہم طبعی خصوصیات کیا ہیں؟
- 2- ریاضی کی درسی کتاب کے لیے اہل اور تجربہ کار مصنفین کا ہونا کیوں ضروری ہے؟

تنظیم اور پیشکش ((Organisation and Presentation: ریاضی کی درسی کتاب کی تنظیم اور پیش کش مؤثر تدریس اور اکتساب کے لیے اہم ہے۔ مندرجہ ذیل نکات میں تنظیم اور پیشکش کی وضاحت اور تفصیل دی گئی ہے:

- ایک اچھی ریاضی کی درسی کتاب طلباء کے درمیان انفرادی تفرقات پر بھی توجہ دیتی ہے۔ اسے مختلف صلاحیتوں، دلچسپیوں اور رویوں کے ساتھ طلبہ کی ضروریات کو پورا کرنا چاہیے۔ یہ بہت سی مثالوں، مشقوں اور مسائل کو شامل کر کے حاصل کیا جاسکتا ہے جو اکتساب کے مختلف انداز اور تفہیم کی سطحوں کو پورا کرتے ہیں۔
 - نظر ثانی، مشق، اور جائزہ اکتساب کے عمل کے ضروری اجزاء ہیں۔ درسی کتاب طلباء کو تصورات پر نظر ثانی کرنے، مشق کرنے کی مہارتوں، اور سابقہ مواد کا جائزہ لینے کے لیے کافی مواقع فراہم کرے۔ اس کو باقاعدہ مشقوں، جائزہ کے سیکشنز، اور باب کے اختتام کے خلاصوں کے ذریعے سہولت فراہم کی جاسکتی ہے۔
 - ایک اچھی طرح سے منظم درسی کتاب کو کلاس روم کی تعلیم کو حقیقی زندگی کی ضروریات اور طلبہ کے طبعی اور سماجی ماحول سے جوڑنا چاہیے۔ اس سے طلباء کو روزمرہ کی زندگی میں ریاضی کی مطابقت دیکھنے اور اس موضوع کی گہری سمجھ پیدا کرنے میں مدد مل سکتی ہے۔
 - درسی کتاب میں مضمون کو منطقی اور نفسیاتی حوالے سے احتیاط سے ترتیب دیا جانا چاہیے۔ منطقی تنظیم میں تصورات کو مربوط اور ترتیب وار انداز میں پیش کرنا شامل ہے، جبکہ نفسیاتی تنظیم طلباء کی علمی نشوونما اور اکتساب کے عمل کو مد نظر رکھتی ہے۔
 - مواد کی پیشکش سے طلباء میں خود مطالعہ اور خود انحصاری کی نشوونما کو فروغ دینا چاہیے۔ یہ پروجیکٹ ورک، فیلڈ ورک، اور لیبارٹری کے کام کی تجویز دے کر حاصل کیا جاسکتا ہے، جو طلباء کو اپنی اکتساب میں فعال کردار ادا کرنے کی ترغیب دیتے ہیں۔
 - ایک اچھی ریاضی کی درسی کتاب کو طلباء کی پہل اور اصلیت کو ابھارنا چاہیے۔ یہ طلباء کو اپنے طریقے سے ریاضی کے تصورات کو دریافت کرنے اور مسائل کے تخلیقی حل کے ساتھ آنے کے مواقع فراہم کرے۔
- زبان ((Language: ریاضی کی درسی کتاب میں استعمال ہونے والی زبان موضوع کو قابل فہم اور طلباء کے لیے قابل رسائی بنانے میں اہم کردار ادا کرتی ہے۔
- درسی کتاب میں استعمال ہونے والی زبان آسان، واضح اور طلباء کے مطلوبہ عمر کے گروپ اور گریڈ لیول کے لیے آسانی سے قابل فہم ہونی چاہیے۔ الجھن کو روکنے کے لیے پیچیدہ الفاظ، تکنیکی اصطلاحات، اور غیر مانوس الفاظ کو کم سے کم کیا جانا چاہیے اور اس بات کو یقینی بنانا چاہیے کہ طالب علم تصورات کو مؤثر طریقے سے سمجھ سکیں۔
 - درسی کتاب میں ایسی اصطلاحات، علامتیں اور اشارے استعمال کیے جائیں جو ریاضی کے میدان میں مقبول اور بین الاقوامی سطح پر قبول ہوں۔
 - درسی کتاب میں استعمال ہونے والی تمام اصطلاحات، تصورات اور اصول واضح اور درست طریقے سے بیان کیے جانے چاہئیں۔ تعریفیں جامع اور درست ہونے چاہئیں، جو بعد میں آنے والے ریاضی کے تصورات کو سمجھنے کے لیے ٹھوس بنیاد فراہم کرتے ہوں۔

- مثالوں کے استعمال سے ریاضی کے تصورات کی سمجھ میں بہت اضافہ ہو سکتا ہے۔ اچھی طرح سے منتخب کردہ مثالیں تجریدی خیالات کو مزید ٹھوس بنا سکتی ہیں اور طالب علموں کو تصورات کو حقیقی دنیا کے منظر ناموں سے جوڑنے میں مدد کر سکتی ہیں۔ تصویریں، جیسے خاکے، گراف اور چارٹ، بصری نمائندگی فراہم کر سکتے ہیں جو علم کے سمجھنے اور برقرار رکھنے کی حمایت کرتے ہیں۔
- درسی کتاب میں ریاضی کی درستگی کو بھی برقرار رکھنا چاہیے۔ وضاحتیں اور ثبوت منطقی طور پر درست ہونے چاہئیں۔
- پوری درسی کتاب میں استعمال ہونے والی زبان اور اصطلاحات کے لحاظ سے ہم آہنگ ہونی چاہیے۔

مشق (Exercise and Illustration)

- مشغول بصری اور اچھی طرح سے ساختی مشقیں مؤثر درسی کتابوں کے لازمی اجزاء ہیں۔ تصویریں، خاکے اور اعداد و شمار، بصری طور پر دلکش اور مواد سے متعلقہ ہونے چاہئیں، جو طالب علموں میں تجسس اور دلچسپی کو پیدا کریں۔ خاکے واضح اور آسانی سے تشریح کرنے والے ہونے چاہئیں، جبکہ ہندسی تعمیرات کو درست تناسب کے مطابق ہونا چاہیے۔
- مسئلہ حل کرنے کے لیے ایک متوازن نقطہ نظر کلیدی ہے۔ درسی کتب کو مختلف مثالیں اور حقیقی دنیا کے منظر نامے پیش کرنے چاہئیں جو طلباء کو ریاضی کے اصولوں اور فارمولوں کو استعمال کرنے کی ترغیب دیں۔
- اکتساب کے متنوع انداز اور صلاحیتوں کو پورا کرنے کے لیے، مشقوں کو اچھی طرح سے درجہ بند اور ہر موضوع کے ساتھ ہم آہنگ ہونا چاہیے۔
- یہ بہت ضروری ہے کہ درسی کتاب کی قیمت معتدل ہو اور بازار میں آسانی سے دستیاب ہو۔ سستی درسی کتابیں طلباء پر مالی بوجھ کو کم کرتی ہیں اور تعلیمی وسائل تک مساوی رسائی کو یقینی بناتی ہیں۔ وسیع پیمانے پر دستیابی طلباء کے لیے کتاب خریدنا آسان بناتی ہے، جس سے ان کے اکتساب میں تاخیر یا خلل پڑنے کا خطرہ کم ہوتا ہے۔
- پبلشرز اور ڈسٹری بیوٹرز کو اس بات کو یقینی بنانے کے لیے ٹھوس کوششیں کرنی چاہئیں کہ کتابوں کی دکانوں، آن لائن خوردہ فروشوں، اور ادارے کی کتابوں کی دکان سمیت مختلف چینلز کے ذریعے درسی کتاب آسانی سے قابل رسائی ہو۔ ہر تعلیمی مدت کے آغاز پر بروقت دستیابی طلباء کے اکتساب اور تعلیمی ترقی میں معاونت کے لیے ضروری ہے۔

15.8 موجودہ سیکنڈری اسکول ریاضی کی درسی کتب کا تنقیدی تجزیہ

(A Critical Analysis of existing Secondary School Mathematics Textbooks)

ریاضی کی درسی کتاب کا جائزہ لینا

ایک درسی کتاب کو منتخب کرنے کے بعد، یہ ضروری ہے کہ اس کا جائزہ لیا جائے تاکہ یہ اندازہ لگایا جاسکے کہ یہ ایک اچھی درسی کتاب کے طور پر کتنی اچھی ہے۔ درسی کتاب کا جائزہ لینے کے لیے، کچھ معیارات اور آلات کی پیروی کی جاتی ہے۔ ریاضی اور سائنس کے معاملے میں، اس طرح کے دو تشخیصی ٹولز دستیاب ہیں یعنی ہنٹر اسکور کارڈ اور ووگل کی اسپاٹ چیک لسٹ۔

ہنٹر اسکور کارڈ Hunter's Score Card

ہنٹر اسکور کارڈ میں استاد کو درج ذیل معیارات کو استعمال کرتے ہوئے کل 1000 پوائنٹس پر درسی کتاب کا جائزہ لینا ہوتا ہے۔ ہر طول و عرض کو تفویض کردہ پوائنٹس کا معیار ذیل میں درج ہے۔

Criteria	Points
Educational Rank of the Author	60
Mechanical 'get up' and Cost	100
Psychological Soundness	300
Subject Matter	250
Literary Style	100
Learning Exercise	140
Teachers help	50
Total	1000

مصنف کے تعلیمی درجہ سے مراد اس کی تعلیمی قابلیت، پوزیشن اور اس شعبے میں پیشہ ورانہ تجربے کے سالوں کی تعداد ہے۔ نفسیاتی تندرستی سے مراد وہ نفسیاتی ترتیب ہے جس میں کیس پیش کیا جاتا ہے، وہ مختلف پہلو جن میں طلباء کو محسوس ہونے والی مشکلات، انفرادی فرق کو پورا کرنے کے ذرائع، طلباء کے اکتساب کی شرح وغیرہ شامل ہیں۔ اکتساب کی مشق مسئلہ کی نوعیت یا ریاضی کے ہر باب یا اکائی کے لیے دی گئی مشقوں سے متعلق ہے۔ استاد کی مدد سے مراد اساتذہ کی طرف سے بچوں کو فراہم کی جانے والی مختلف سرگرمیاں اور مشقیں ہیں۔ ایک اچھی کتاب کی خوبیوں میں تمام مختلف پہلوؤں پر بحث کی گئی ہے۔

ووگل کا اسپاٹ چیک ایویلیویشن اسکیل درسی کتاب کی جانچ کے لیے ایک بہت ہی جامع اور وسیع ٹول ہے۔ اس کے دس بڑے زمرے ہیں اور ہر بڑے زمرے میں کچھ خاص چیزیں ہیں۔ ہر آئٹم کے دو پوائنٹس ہوتے ہیں اور ہر ذیلی زمرہ کے لیے جزوی سکور فراہم کردہ جگہ کے خلاف لکھا جاتا ہے۔ دس بڑے عنوانات کے تحت گروپ کردہ اہم معیار یہ ہیں:

● مصنف کی اہلیت

- موضوع کی تنظیم
- مواد
- مواد کی پیشکش
- درستگی
- پڑھنے کی اہلیت
- موافقت
- تدریسی وسائل
- توضیحات
- ظاہری شکل

موجودہ سیکنڈری اسکول ریاضی کی درسی کتب کا تنقیدی تجزیہ

مورگن (1996) نے "The Language of Mathematics: Towards a Critical Analysis of Mathematics Texts" پر ایک مطالعہ کیا ہے اور اس بات کا تذکرہ کیا ہے کہ موجودہ درسی کتب اکثر اس وجہ سے طلبہ کے اکتساب میں رکاوٹیں پیش کرتی ہیں:

- حد سے زیادہ پیچیدہ اصطلاحات اور جملے کے ڈھانچے سمجھنے میں رکاوٹ ہیں۔
- خاکوں، گرافس اور چارٹس کا ناکافی استعمال سمجھ کو محدود کرتا ہے۔
- حقیقی دنیا کی اطلاق سے تعلق کی کمی طالب علم کی مصروفیت کو کم کرتی ہے۔

ثانوی اسکول کی ریاضی کی درسی کتاب کا تجزیہ بہتری کے کئی شعبوں کو ظاہر کرتا ہے۔ ترتیب اور زبان کو عام طور پر قبولیت ملی ہے، لیکن کتاب میں انٹر ایکٹو عناصر اور دلکش تصاویر کی کمی ہے۔ مختلف موضوعات اور مشقیں بھی پیش کی گئی ہیں لیکن حقیقی دنیا کے مسائل، اور مثالوں کی کمی پائی گئی ہے۔ ہدایات، تصوراتی تفہیم اور حقیقی دنیا کے اطلاق پر طریقہ کار کے علم کو ترجیح دی گئی ہے۔ درسی کتاب میں واضح اکتساب کے مقاصد، فرہنگ، اشاریہ، اور ٹیکنالوجی کے انضمام کا بھی فقدان ہے۔ یہ تشخیص کے مستند طریقوں کو شامل کرنے میں ناکام رہی ہے اور گہری تفہیم اور تنقیدی سوچ کی مہارت کے خواہاں اساتذہ اور طلباء کی ضروریات کو پوری طرح پورا نہیں کر پائی ہے (Kariisa, 2016)۔

تجزیہ سے پتہ چلتا ہے کہ NCERT کی ریاضی کی درسی کتاب مواد شامل کرنے میں اچھی ساخت اور جامع ہے، لیکن کلاس XI اور XII کے درمیان موضوعات کی تقسیم کو ایڈجسٹ کر کے اور مزید متنوع مسائل اور توضیحات کو شامل کر کے اسے بہتر بنایا جاسکتا ہے۔ کچھ عنوانات کی پیشکش، جیسے کہ "انٹیگرلز" Integers کو بہتر سمجھنے اور طلباء پر تعلیمی بوجھ کو کم کرنے کے لیے بہتری کی ضرورت ہے (فاطمہ، 2021)۔

طلباء کی شمولیت کے لیے مجموعی تشخیص کا اشاریہ 0.45 ہے، جس سے ظاہر ہوتا ہے کہ درسی کتاب زیادہ آمرانہ ہے اور فعال اکتساب اور تنقیدی سوچ کو فروغ دینے کے بجائے حفظ پر مرکوز ہے (سالاد، 2023)۔

ریاضی کی درسی کتب کا تنقیدی تجزیہ مصنف نے مختلف مضامین کا جائزہ لے کر کیا جس میں مختلف تعلیمی سیاق و سباق میں ریاضی کی درسی کتابوں کی خوبیوں اور کمزوریوں کے بارے میں مندرجہ ذیل نکات پیش کئے ہیں:

زیادہ تر مطالعات سے پتہ چلتا ہے کہ درسی کتب عام طور پر مقررہ نصاب اور تدریسی مقاصد کے مطابق ہوتی ہیں۔ تاہم، کچھ تضادات کو نوٹ کیا گیا، خاص طور پر تصوراتی تفہیم اور حقیقی دنیا کی اطلاق کے پس منظر میں۔

درسی کتابیں عام طور پر مختلف موضوعات اور مشقیں پیش کرتی ہیں، لیکن ان میں اکثر کام کی گئی مثالوں، حقیقی دنیا کے مسائل، اور چیلنجنگ کاموں کی کمی ہوتی ہے جو گہری تفہیم اور تنقیدی سوچ کو فروغ دیتے ہیں۔

درسی کتب میں استعمال ہونے والی زبان کو عام طور پر سادہ اور سمجھنے میں آسان سمجھا جاتا ہے۔ تاہم، گرافکس کی تعداد اور معیار مختلف ہوتے ہیں، کچھ درسی کتابوں میں کافی اشکال نہیں ہیں یا انہیں غیر موثر طریقے سے استعمال کیا گیا ہے۔

درسی کتب اکثر واضح اکتساب کے مقاصد، لغتیں، اشاریے، اور سابقہ علم سے واضح تعلق فراہم کرنے میں کم پڑ جاتی ہیں۔ ہدایات انکوائری اور دریافت کو فروغ دینے کے بجائے طریقہ کار پر توجہ مرکوز کرتی ہیں۔

دوسرے مضامین کے ساتھ ریاضی کا انضمام محدود رہتا ہے۔ درسی کتابیں بنیادی طور پر خالص ریاضیاتی مواد پر توجہ مرکوز کرتے ہوئے مضبوط حدود کو برقرار رکھتی ہیں۔

درسی کتب میں اکثر مستند تشخیصی طریقوں کی کمی ہوتی ہے، جیسے زبانی پیشکش، پروجیکٹ کا کام، یا گروپ سرگرمیاں۔ تشخیص بنیادی طور پر اعلیٰ ترتیب والی سوچ کی مہارتوں کے بجائے عملی طور پر طریقہ کار اور حقائق کو یاد کرنے پر توجہ مرکوز کرتے ہیں۔

کمپیوٹر، کمپیوٹر اور انٹرنیٹ جیسی ٹیکنالوجی کی شمولیت اکثر درسی کتب میں ناکافی ہوتی ہے۔ یہ طلباء کے لیے ڈیجیٹل ٹولز اور وسائل کے ساتھ مشغول ہونے کے مواقع کو محدود کرتا ہے۔ درسی کتب کا مقصد مختلف قسم کے طلبہ کے تنوع کو پورا کرنا ہے، لیکن وہ مختلف صلاحیتوں، دلچسپیوں اور اکتساب کے انداز کے ساتھ طلباء کی ضروریات کو پوری طرح پورا نہیں کر سکتیں۔ تمام اکتساب والوں کے لیے مختلف ہدایات اور مدد فراہم کرنے پر زیادہ توجہ دینے کی ضرورت ہے۔

پرنٹنگ اور ہارڈنگ کا معیار عام طور پر اچھا ہے، پائیداری اور لمبی عمر کو یقینی بناتا ہے۔ تاہم، درسی کتب کا طبعی وزن بعض اوقات طلباء کے لیے تشویش کا باعث بن سکتا ہے۔

مندرجہ ذیل اقدامات سے موجودہ ریاضی کی تدریسی کتابوں کو معیاری بنایا جاسکتا ہے:

- تصوراتی تفہیم، مسئلہ حل کرنے، اور حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز کے انضمام کو بڑھانا۔
- مزید متنوع اور چیلنجنگ کاموں کو شامل کرنا جو تنقیدی سوچ اور تخلیقی صلاحیتوں کو فروغ دیتے ہیں۔
- گرافکس اور توضیحات کے معیار اور مطابقت کو بہتر بنانا۔

- واضح ہدایات فراہم کرنا، اکتساب کے مقاصد، اور سابقہ علم سے تعلق۔
- مستند تشخیصی طریقوں کو شامل کرنا جو طریقہ کار کی روانی سے باہر ہیں۔
- اکتساب کو بڑھانے کے لیے ٹکنالوجی کے اوزار اور وسائل کو یکجا کرنا۔
- مختلف صلاحیتوں اور دلچسپیوں کے ساتھ طلبہ کی متنوع ضروریات کو پورا کرنا۔

15.9 خلاصہ (Summary)

درسی کتابیں ریاضی کی تعلیم میں طلباء کے اکتسابی تجربات کی تشکیل میں اہم کردار ادا کرتی ہیں۔ وہ ساختی رہنما کے طور پر کام کرتے ہیں، نظریہ اور عمل کے درمیان فرق کو ختم کرتے ہیں، اور معیاری تعلیم، اکتساب میں تسلسل، اور تعلیمی مساوات کو فروغ دیتے ہیں۔ ریاضی کی اچھی درسی کتابیں نصاب کے مطابق ہوتی ہیں، سبق کی منصوبہ بندی کی رہنمائی پیش کرتی ہیں، اور موضوع کو پیش کرنے کے لیے ایک منطقی اور نفسیاتی ترتیب فراہم کرتی ہیں۔ ان میں پڑھائی کی تاثیر اور طالب علم کے اکتساب کے نتائج کو بڑھانے کے لیے مشق شدہ مثالیں، درجہ بندی کی مشقیں، اور ضروری معلومات شامل ہیں۔ درسی کتابیں تجریدی تصورات کو حقیقی دنیا کے منظر ناموں سے بھی جوڑتی ہیں، تنقیدی سوچ کی مہارت کو فروغ دیتی ہیں، اور خود مطالعہ کی حوصلہ افزائی کرتی ہیں۔ ان کے فوائد میں جائزے کے لیے ذریعہ فراہم کرنا، مطالعہ کے مثبت رویہ کو فروغ دینا، اسباق کے لیے پیشگی تیاری، مشق، اور آزادانہ کام کی حوصلہ افزائی کرنا شامل ہیں۔ مجموعی طور پر، درسی کتابیں ریاضی میں موثر تدریس اور اکتساب کے لیے ناگزیر اوزار ہیں۔ تعلیمی سیاق و سباق میں ریاضی کی مختلف درسی کتابوں کا تجزیہ زبان، مواد کی کوریج، اور ترتیب کی طاقت کو ظاہر کرتا ہے۔ تاہم، یہ تصوراتی تفہیم، مسئلہ حل کرنے، حقیقی دنیا کی ایپلی کیشنز، اور مستند تشخیصی طریقوں کو شامل کرنے میں بہتری کی ضرورت کو اجاگر کرتا ہے۔

15.10 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- تعلیمی عمل میں درسی کتب کی اہمیت کو سمجھیں، خاص طور پر ریاضی کی تعلیم میں۔
- ریاضی کی اچھی درسی کتابوں کی ضرورت اور ان خصوصیات کی نشاندہی کریں جو معیاری درسی کتاب کی وضاحت کرتی ہیں۔
- تعلیم کو معیاری بنانے، تعلیمی سختی کو یقینی بنانے، اکتساب میں تسلسل فراہم کرنے اور تعلیمی مساوات کی حمایت میں درسی کتب کے کردار کو تسلیم کریں۔
- دریافت کریں کہ کس طرح درسی کتابیں تجریدی تصورات کو حقیقی دنیا کے منظر ناموں سے جوڑ کر، تنقیدی سوچ کی مہارت کو فروغ دے کر، اور خود مطالعہ کی حوصلہ افزائی کر کے طالب علموں کے اکتساب کے تجربات میں کس طرح تعاون کرتی ہیں۔
- جامع مضامین کے جائزہ کی فراہمی کے ذریعے نظریاتی ترقی اور با معنی اکتساب کو فروغ دینے میں درسی کتب کی اہمیت کو سمجھیں۔

- درسی کتاب: علم کی ایک منظم کتاب جسے کسی خاص مضمون کے ذریعے طلباء کی رہنمائی کے لیے ڈیزائن کیا گیا ہے۔
- اکتساب میں تسلسل: پڑھائے جانے والے مواد اور مہارتوں کے لحاظ سے ایک درجہ سے دوسرے درجے تک ہموار منتقلی۔
- سبق کی منصوبہ بندی: سرگرمیوں اور مواد کی منصوبہ بندی کا عمل جس کا سبق میں احاطہ کیا جائے۔
- تیار شدہ مثالیں: درسی کتاب میں شامل مسائل کے مرحلہ وار حل۔
- درجہ بندی کی مشقیں: مشقیں جو مشکل کی سطح کے مطابق ترتیب دی جاتی ہیں۔

معروضی سوالات Objective Type Questions

- 1- تعلیم میں درسی کتب کا بنیادی کردار کیا ہے؟
 - A. تفریح فراہم کرنا
 - B. موثر تدریس کی سہولت فراہم کرنا
 - C. طلباء کی درجہ بندی کرنا
 - D. اسکول کے مالی معاملات کا انتظام
- 2- درسی کتب نظریہ اور عمل کے درمیان فرق کو کیسے پُر کرتی ہیں؟
 - A. فرضی منظر نامے پیش کر کے
 - B. حقیقی دنیا کی مثالوں سے گریز کرتے ہوئے
 - C. کیس اسٹڈیز اور عملی مشقوں کو شامل کر کے
 - D. مکمل طور پر نظریاتی تصورات پر توجہ مرکوز کر کے
- 3- تعلیمی نظام میں معیاری درسی کتب کا مقصد کیا ہے؟
 - A. طلباء کے درمیان مسابقتی ماحول پیدا کرنا
 - B. اکتساب اور ترقی کے یکساں مواقع کو فروغ دینا
 - C. کمزور طلباء کی ترقی کو روکنا
 - D. معیاری تعلیم تک رسائی کو محدود کرنا
- 4- درسی کتابیں تعلیمی مساوات کو کس طرح سپورٹ کرتی ہیں؟
 - A. پسماندہ پس منظر سے تعلق رکھنے والے طلباء کے وسائل کو
 - B. منتخب طلباء کو خصوصی رسائی فراہم کر کے
 - C. کمزور طلباء کی ترقی کو روکنا
 - D. تعلیمی کارکردگی کی بنیاد پر ایک درجہ بندی بنا کر
- 5- اساتذہ کے لیے ریاضی کی اچھی درسی کتابیں استعمال کرنے کا ایک اہم فائدہ کیا ہے؟
 - A. سبق کی منصوبہ بندی پر وقت کی بچت
 - B. حل شدہ مثالوں کی وسیع رینج تک رسائی
 - C. اساتذہ کے لیے ریاضی کی اچھی درسی کتابیں استعمال کرنے کا ایک اہم فائدہ کیا ہے؟
 - D. تعلیمی کارکردگی کی بنیاد پر ایک درجہ بندی بنا کر

D. کلاس روم میں ٹیکنالوجی کے استعمال کو محدود کرنا

C. پیشہ ورانہ ترقی کی ضرورت سے گریز کرنا

6۔ درسی کتابیں تنقیدی سوچ کی مہارت کو کیسے فروغ دیتی ہیں؟

A. بغیر وضاحت کے تیار حل پیش کر کے

B. حقائق کو یاد کرنے کی ترغیب دے کر

C. مسائل کے حل اور تجزیہ کے مواقع فراہم کر کے

D. معلومات کی اندھی قبولیت پر زور دے کر

7۔ درسی کتابیں خود مطالعہ کی حمایت میں کیا کردار ادا کرتی ہیں؟

A. وہ آزادانہ اکتساب کی حوصلہ شکنی کرتے ہیں۔

B. وہ تفصیلی وضاحتیں اور متبادل طریقے پیش کرتے ہیں۔

C. وہ طلباء کو صرف کلاس روم میں پڑھانے تک محدود رکھتے

D. وہ بیرونی ٹیوٹرز پر انحصار کو فروغ دیتے ہیں۔

ہیں۔

8۔ ایک اچھی درسی کتاب کی کون سی خصوصیت مقررہ نصاب کے ساتھ ہم آہنگی کو یقینی بناتی ہے؟

A. دلکش عکاسی اور خاکے

B. اعلیٰ درجے کے موضوعات کی جامع کوریج

C. تازہ ترین نصاب کی سختی سے پابندی

D. تاریخی کہانیوں کو شامل کرنا

9۔ ریاضی کی درسی کتابوں میں حقیقی دنیا کی مثالیں پیش کرنے کا مقصد کیا ہے؟

A. مواد کو زیادہ نظریاتی بنانے کے لیے

B. طلباء کو پیچیدہ منظر ناموں سے الجھنا

C. ریاضی کے تصورات کے عملی استعمال کی وضاحت کرنا

D. طلباء کو مواد کے ساتھ مشغول ہونے کی حوصلہ شکنی کرنا

10۔ درسی کتابیں تعلیمی عمل میں علم کو برقرار رکھنے میں کس طرح کردار ادا کرتی ہیں؟

A. طلباء کی حوصلہ افزائی کر کے کہ وہ پہلے سیکھے گئے تصورات

B. معلومات کو بکھرے ہوئے اور غیر منظم انداز میں پیش

کر کے کو بھول جائیں۔

C. سیکھے ہوئے مواد پر نظر ثانی کے ذریعے موجودہ علم کو

D. نئے تصورات کو متعارف کرانے پر مکمل توجہ مرکوز کر کے

تقویت دے کر

مختصر جوابات کے حامل سوالات Short Answer Type Questions

1۔ تعلیمی عمل میں درسی کتب کا بنیادی کردار کیا ہے؟

2۔ درسی کتابیں ریاضی کی تعلیم میں تھیوری اور پریکٹس کے درمیان فرق کو کیسے پرکرتی ہیں؟

3۔ درسی کتابیں کن طریقوں سے تعلیمی مساوات کو فروغ دیتی ہیں؟

4۔ تعلیم میں معیار سازی کی اہمیت پر بحث کریں، اور درسی کتب اس میں کس طرح اپنا حصہ ڈالتی ہیں؟

5۔ درسی کتابیں تعلیمی سختی اور اکتساب میں تسلسل کو کیسے یقینی بناتی ہیں؟

- 6- اساتذہ کے لیے ریاضی کی اچھی درسی کتاب استعمال کرنے کے کیا فوائد ہیں؟
- 7- ایک اچھی ریاضی کی درسی کتاب کی خصوصیات کیا ہیں؟
- 8- درسی کتابیں طالب علموں کو تجریدی تصورات کو حقیقی دنیا کے منظر ناموں سے جوڑنے میں کس طرح مدد کرتی ہیں؟
- 9- وضاحت کریں کہ درسی کتب طالب علموں میں تنقیدی سوچ کی صلاحیتوں کو کیسے فروغ دیتی ہیں۔
- 10- درسی کتب طلبہ کو اعلیٰ سطح کے کورسز یا امتحانات کی تیاری میں کس طرح مدد کرتی ہیں؟
- 11- درسی کتب کے ذریعہ کچھ نئی اکتساب کی سرگرمیاں کیا تجویز کی گئی ہیں جو کلاس روم کی ہدایات کی تکمیل کرتی ہیں؟
- 12- ایک اچھی ریاضی کی درسی کتاب کی کون سی اہم خصوصیات ہیں جو اسے طلباء اور اساتذہ کے لیے ایک قیمتی وسیلہ بناتی ہیں؟
- 13- تعلیمی مساوات کو فروغ دینے اور اکتساب کی معذوریوں کو دور کرنے میں درسی کتب کے کردار پر تبادلہ خیال کریں۔
- 14- موجودہ ریاضی کی درسی کتابوں کے ذریعہ طالب علم کے اکتساب میں عام رکاوٹیں کیا ہیں؟
- 15- ثانوی اسکول کی ریاضی کی درسی کتاب کے تجزیہ میں کن اہم کمزوریوں کی نشاندہی کی گئی ہے؟

طویل جوابات کے حامل سوالات Long Answer Type Questions

- 1- درسی کتب تعلیم کو معیاری بنانے میں کس طرح مدد کرتی ہیں، اور اس کا مجموعی تعلیمی نظام پر کیا اثر پڑتا ہے؟
- 2- تعلیمی مساوات کو فروغ دینے میں درسی کتب کے کردار پر تبادلہ خیال کریں اور یہ کہ وہ اکتساب کی معذوری اور متنوع اکتساب کے انداز سے متعلق مسائل کو کیسے حل کرتی ہیں۔
- 3- تجریدی ریاضیاتی تصورات کو حقیقی دنیا کے منظر ناموں سے جوڑنے اور تنقیدی سوچ کی مہارت کو فروغ دینے میں درسی کتب کی اہمیت کا تجزیہ کریں۔
- 4- درسی کتب کی انفرادی کلاس رومز سے آگے کی اہمیت پر تبادلہ خیال کریں اور یہ کہ تعلیمی اداروں میں یکساں معیار کو برقرار رکھنے میں وہ کس طرح کردار ادا کرتی ہیں۔
- 5- ریاضی کی درسی کتابوں کو ریاضی کی موثر تدریس اور اکتساب کے لیے اہم اوزار کیوں سمجھا جاتا ہے؟
- 6- خود مطالعہ اور آزادانہ کام کو فروغ دینے میں درسی کتب کے کردار کا اندازہ لگائیں، اور یہ کہ یہ ضروری مہارتوں کی نشوونما میں کس طرح تعاون کرتی ہے۔
- 7- درسی کتابیں کس طرح مسائل، مشقوں اور کیس اسٹڈیز کی ایک وسیع رینج پیش کر کے موضوع کے بارے میں گہرائی سے سمجھنے میں سہولت فراہم کرتی ہیں؟
- 8- کورس کے مواد سے متعلق شکوک و شبہات اور غلط فہمیوں کو دور کرنے میں درسی کتابوں کے کردار پر تبادلہ خیال کریں اور یہ کہ وہ طالب علموں کو پڑھائے جانے والے تصورات کی بہتر گرفت حاصل کرنے میں کس طرح مدد کرتی ہیں۔

- 9۔ درسی کتب کے فوائد کا تجزیہ کریں کہ وہ اکتساب کا ایک منظم ماحول، حقیقی دنیا کی ایپلی کیشنز، اور خود مطالعہ کے مواقع فراہم کرتی ہیں، اور یہ کہ وہ طالب علموں کی فکری نشوونما اور مجموعی کامیابی میں کس طرح تعاون کرتی ہیں۔
- 10۔ ریاضی کی ایک اچھی درسی کتاب کی خصوصیات کا موازنہ اور اس کے مقابلے میں ایسی درسی کتاب سے کریں جس میں ان خصوصیات کی کمی ہو، اور پڑھانے اور اکتساب کے مضمرات پر بحث کریں۔

15.13 تجویز کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Material)

- Howard Tannee and Sonia Jones, Becoming Successful Teacher of Mathematics, Routledge Falmer, 2000.
- Joyce, B. and Weil, M., Models of Teaching, Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1980.
- Kim, E.C. and Inellough R.C. A Resource Guide for Secondary"School Teaching, MacMillan Inc., New York, 1978.
- Krutetskii, V.A., The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren. University of Chicago Press, 1976.
- Lancelot Hogben, F.R.S., Mathematics for the Million, W.W. Newton & Company Inc. 1937.
- McIntosh, J.A., Perspectives on Secondary Mathematics Education, Prentice-Hall Inc., London, 1971.
- Michael D. Resnik., Mathematics as a Science of Patterns, Oxford Press, 1997.
- Michelle Selinger., Teaching Mathematics, Routledge, London, 1994.
- NCERT (2012) Pedagogy of Mathematics-Textbook for Two-Year B.Ed. course, NCERT, New Delhi.
- Singh, L.C., Multiple Models for Teaching for Educators, Vikas Pub., 1995.
- Valsa Koshy., Teaching Mathematics to Able Children. David Fuller Pub. Ltd., 2001.
- Young, J.W.A., The Teaching of Mathematics in the Elementary and the Secondary School, American Teachers Series.

- <https://egyankosh.ac.in/>
- <https://ncert.nic.in/>
- <https://jammuuniversity.ac.in/node/2087>

اکائی-16

سمعی، بصری اور کثیر الابلاغ وسائل: سیکھنے والے کی ضرورت کے مطابق انتخاب اور ڈیزائن

(Audio, Visual and Multimedia Resources: Selection and Design according to Learner's needs)*

تمہید (Introduction)	16.0
مقاصد (Objectives)	16.1
سمعی، بصری اور کثیر الابلاغ وسائل (Audio, Visual and Multimedia Resources)	16.2
16.2.1 سمعی بصری اور کثیر الابلاغ وسائل کی اہمیت اور ضرورت	
(Need and Importance of Audio, Visual and Multimedia Resources)	
16.2.2 سمعی، بصری، اور کثیر الابلاغ وسائل کا انتخاب اور تشکیل	
(Selection and Design of Audio, Visual and Multimedia Resources)	
آن لائن وسائل (Online Resources)	16.3
آئی سی ٹی پر مبنی تدریسی ٹولز (ICT-Based Pedagogical Tools)	16.4
ریاضی کی تعلیم کے لیے کمیونٹی کے وسائل کا استعمال	16.5
(Using Community Resources for Mathematics Learning)	
وزٹ، ریاضی کے میدانی دورے، اور ایکسکرسن	16.6
(Visits, Mathematical Field Trips, and Excursions)	
سیکھنے کے وسائل کے استعمال میں رکاوٹوں سے نمٹنا	16.7
(Handling Hurdles in Utilizing Learning Resources)	

* Dr. Zafar Iqbal Zaidi, Assistant Professor, MANUU CTE, Darbhanga

خلاصہ (Summary)	16.8
اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)	16.9
فرہنگ (Glossary)	16.10
نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)	16.11
تجویز کردہ اکتساب کے وسائل (Suggested Learning Resources)	16.12

16.0 تمہید (Introduction)

یہ اکائی ریاضی کی تعلیم کو موثر بنانے کے لیے مختلف تعلیمی وسائل کی معلومات فراہم کرتی ہے۔ اس بات کو یقینی بناتے ہوئے کہ پیچیدہ تصورات قابل رسائی اور دل چسپ ہوں، اس لئے مناسب سمعی، بصری، اور کثیر الابلاغ وسائل کے انتخاب اور ڈیزائن کی وضاحت کی گئی ہے، اور یہ ابلاغ سیکھنے کے مختلف انداز کے لئے قابل استعمال ہوتے ہیں۔ آئی سی ٹی پر مبنی تدریسی ٹولز جیسے ورچوئل جوڑ توڑ (مینوسیلیوشن) اور انٹرایکٹو سیمیلیشنز ذاتی نوعیت کے تجربات پیش کرتے ہیں۔ مزید، کمیونٹی کے وسائل کا فائدہ اٹھانا جیسے فیلڈ ٹریپس ریاضیاتی تصورات کی حقیقی دنیا کی اپیلی کیشنز یا اطلاق کی معلومات فراہم کرتا ہے۔ اس اکائی میں ٹکنالوجی تک محدود رسائی اور لاجسٹک رکاوٹوں جیسے چیلنجوں پر قابو پانے کے لیے حکمت عملیوں اور وسائل کے مساوی استعمال کو یقینی بنانے کا بھی حل پیش کیا گیا ہے۔ ان عناصر کو شامل کر کے، اساتذہ متحرک اور موثر سیکھنے کے ماحول کو تشکیل دے سکتے ہیں جو ریاضی میں طالب علم کی مشغولیت اور فہم کو بڑھاتے ہیں۔

16.1 مقاصد (Objectives)

- اس اکائی کے اختتام پر آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ،
- مناسب سمعی، بصری، اور کثیر الابلاغ وسائل کا انتخاب کریں گے۔
- ملٹی میڈیا پریزنٹیشن بنائیں گے جس میں سمعی، بصری، اور انٹرایکٹو عناصر شامل ہوں گے۔
- مختلف ICT پر مبنی تدریسی آلات کے استعمال کا مظاہرہ کریں گے۔
- ریاضی کے فیلڈ ٹریپ کے لیے ایک تجویز کا مسودہ تیار کریں گے۔
- کمیونٹی کے وسائل جیسے مقامی دورے اور فیلڈ ٹریپ کو ریاضی کی تعلیم کو موثر بنانے میں شامل کریں گے۔

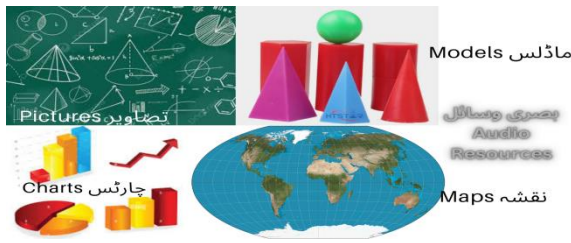
16.2 سمعی، بصری اور کثیر الابلاغ وسائل

(Audio, Visual and Multimedia Resources)

سب سے پہلے ہم یہ جانیں گے کہ کس طرح کے وسائل ریاضی کی تدریس میں شامل کر کے تدریس کو پر اثر بنا سکتے ہیں۔



- سمعی وسائل: سمعی مواد کی ایک وسیع رینج جیسے لیکچرز، مباحثے، پوڈکاسٹ، اور موسیقی کا احاطہ کرتے ہیں، جو کہ ریاضی کے تصورات کو سمجھنے میں سہولت فراہم کرتے ہیں۔ ان وسائل میں روایتی طور پر استعمال ہونے والے ریڈیو، ٹیپ ریکارڈر، آڈیو سی ڈی پلیئر وغیرہ بھی شامل ہیں۔ آکاشانی اور گیان وانی سے بھی آڈیو تعلیمی پروگرام نشر ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر، کیلکولس کی تاریخ پر بحث کرنے والا پوڈکاسٹ اس موضوع کو مزید متعلقہ اور پرکشش بنا سکتا ہے۔



- بصری وسائل: اس زمرے میں خاکے، چارٹ، گراف، اینیمیشنز، اور ویڈیوز شامل ہیں جو اشکال کے ذریعے ریاضی کے تصورات کو آسانی سے سمجھاتے ہیں۔ مثلاً Pythagorean theorem کا مظاہرہ کرنے والی ایک متحرک ویڈیو اس بنیادی تصور کی سمجھ کو آسان بناتی ہے۔



- ملٹی میڈیا وسائل یا کثیر الابلاغ وسائل: صوتی اور بصری عناصر کی طاقت کو یکجا کرتے ہوئے، کثیر الابلاغ وسائل اکثر انٹرایکٹو خصوصیات جیسے سمولیشنز اور گیمز کو شامل کرتے ہیں اور سیکھنے کے گہرے تجربات پیدا کرتے ہیں۔ کمپیوٹر، ٹیلی وژن، ویڈیو پروگرامز، ورچوئل ریالٹی وغیرہ اس کی چند مثالیں ہیں۔ جیسے یہ جیومیٹری کے اشکال کو آسانی اور گہرائی سے سمجھنے کے لئے ہینڈس آن یا عملی مشق فراہم کرتے ہیں۔

16.2.1 سمعی، بصری اور کثیر الابلاغ وسائل کی اہمیت اور ضرورت

(Need and Importance of Audio, Visual and Multimedia Resources)

بصری نمائندگی میں تجریدی ریاضیاتی تصورات کو واضح کرنے کی انوکھی صلاحیت ہوتی ہے، جس سے وہ زیادہ ٹھوس اور قابل فہم ہوتے ہیں۔ سمعی اور کثیر الابلاغ عناصر کو شامل کرنے سے سیکھنے کے عمل میں تفریح اور تعامل کا عنصر شامل ہوتا ہے، جو اسے مزید پر لطف اور دلکش بناتا ہے۔ یہ وسائل سیکھنے کے انداز کی ایک وسیع رینج کو پورا کرتے ہیں، اس بات کو یقینی بناتے ہوئے کہ ہر سیکھنے والے کو ایسے اوزار مل سکتے ہیں جو ان کی انفرادی ترجیحات کے مطابق ہوں۔ بہت سے وسائل نظریاتی ریاضی اور حقیقی دنیا میں اس کے عملی اطلاق کے درمیان فرق کو کم کرتے ہیں، جس سے موضوع زیادہ متعلقہ اور بامعنی ہو جاتا ہے۔

طلباء کی سیکھنے کی مختلف ضروریات اور VARK ماڈل

کمرہ جماعت میں طلباء میں تنوع پایا جاتا ہے، ہر ایک کے پاس منفرد طاقتیں، کمزوریاں، دلچسپیاں اور سیکھنے کے انداز ہوتے ہیں۔ موثر سیکھنے کو فروغ دینے کے لیے، ان انفرادی ضروریات کے مطابق تدریسی وسائل کو تیار کرنا بہت ضروری ہے۔

نیل فلمینگ نے سیکھنے کی ترجیحات کو چار اقسام میں درجہ بند کیا ہے جسے وارک ماڈل (VARK Model) کہا جاتا ہے: جس میں



بصری Visual، سمعی Audio، پڑھنا/لکھنا Reading/Writing، اور کائنسی Kinesthetic سیکھنے والوں کی ترجیحات شامل ہیں۔ یہ ماڈل افراد کو ان کے پسندیدہ سیکھنے کے انداز کی شناخت کرنے میں مدد کرتا ہے، اور انہیں سیکھنے کی زیادہ موثر حکمت عملی اپنانے کے قابل بناتا ہے۔ یہ اساتذہ کو تدریسی طریقوں کو ڈیزائن کرنے میں بھی مدد کرتا ہے جو کہ متنوع سیکھنے کی ترجیحات کو ایڈجسٹ کرتے ہیں، مجموعی تعلیمی نتائج کو بڑھاتے ہیں۔

- بصری سیکھنے والے (Visual): کچھ طلباء مواد کو بصری شکل میں آسانی سے سیکھتے ہیں جیسے خاکے، چارٹ، گراف اور ویڈیوز وغیرہ کا استعمال ان کے اکتساب میں سہولت پیدا کرتا ہے۔
- سمعی سیکھنے والے (Audio): کچھ طلباء مواد کو سمعی شکل میں آسانی سے سیکھتے ہیں، جیسے لیکچرز، مباحثوں اور سمعی وضاحتوں وغیرہ کا استعمال ان کے اکتساب میں سہولت پیدا کرتا ہے۔ پوڈکاسٹ، ریکارڈ شدہ اسباق، اور زبانی ہدایات ان کے لیے کارآمد ہوتی ہیں۔
- پڑھنا/لکھنا (Reading/Writing): کچھ طلباء مواد کو پڑھ کر اور لکھنے کی مشق کر کے آسانی سے سیکھتے ہیں، جیسے کتابوں، اخبارات، جرائد و رسائل کا پڑھنا، کاپیوں میں لکھنا، نوٹس بنانا، جرنل لکھنا وغیرہ کا استعمال ان کے اکتساب میں سہولت پیدا کرتا ہے۔
- کائنسی سیکھنے والے (Kinesthetic): کچھ طلباء مواد کو ہینڈز آن سرگرمیوں اور مواد کے ساتھ جسمانی مشغولیت کے ذریعے آسانی سے سیکھتے ہیں جیسے انٹر ایکٹو سیمینٹز اور تجربات ان کے اکتساب میں سہولت پیدا کرتا ہے۔

16.2.2 سمعی، بصری، اور کثیر الابلاغ وسائل کا انتخاب اور تشکیل

(Selection and Design of Audio, Visual and Multimedia Resources)

وسائل کو منتخب کرنے سے پہلے اساتذہ اپنے سیکھنے کے مقاصد کو واضح طور پر بیان کریں۔ طلباء کو کن مخصوص تصورات یا ہنر میں مہارت دینا چاہتے ہیں، طے کریں۔ ایسے وسائل کا انتخاب کریں جو طلباء کے سیکھنے کے انداز، علم کی سطح، اور جس مخصوص موضوع کو وہ سیکھ رہے ہیں ان کے مطابق ہوں۔

سمعی، بصری، اور کثیر الابلاغ وسائل کا انتخاب

ایسے وسائل کا انتخاب کریں جو براہ راست سیکھنے کے مقاصد اور پڑھائے جانے والے مواد کو پورا کرتے ہوں۔ اس بات کو یقینی بنائیں کہ پیش کردہ معلومات درست، تازہ ترین اور قابل اعتماد ذرائع سے حاصل کی گئی ہیں۔ ایسے وسائل کا انتخاب کریں جو بصری طور پر دلکش، انٹرایکٹو، اور سیکھنے والوں کے تجسس کو متحرک کریں۔ سیکھنے کے مختلف انداز اور ترجیحات کو پورا کرنے کے لیے وسائل کی ایک متنوع رینج پیش کریں۔ اس بات کو یقینی بنائیں کہ بہترین سیکھنے کے لیے سمعی اور ویڈیو وسائل میں آواز اور تصویر کا معیار اچھا ہو۔

سمعی، بصری، اور کثیر الابلاغ وسائل کو ڈیزائن کرنا

مخصوص سیکھنے کے مقاصد کی وضاحت کریں، جو آپ وسائل کے ساتھ حاصل کرنا چاہتے ہیں۔ واضح عنوانات، ذیلی سرخیوں اور بلٹ پوائنٹس کا استعمال کرتے ہوئے مواد کو منطقی اور منظم انداز میں پیش کریں۔ وسائل کی بصری دلکشی کو بڑھانے کے لیے اعلیٰ معیار کی تصاویر، گرافکس اور اینیمیشنز کا استعمال کریں۔ سیکھنے والوں کو فعال طور پر مشغول کرنے کے لیے کونز، پولز، اور سیمولیشن جیسے متعامل عناصر کو شامل کریں۔ سیکھنے والوں کو ان کی سمجھ کو تقویت دینے کے لیے بروقت اور تعمیری فیڈبک فراہم کریں۔ قابل رسائی کو ذہن میں رکھتے ہوئے وسائل کو ڈیزائن کریں، نقلیں یعنی سیمولیشنز، کیپشنز اور متبادل متن فراہم کریں۔ مندرجہ ذیل میں سمعی، بصری اور کثیر الابلاغ وسائل کی کچھ مثالیں پیش کی گئی ہیں:

- بصری: انفو گرافکس، تصوراتی نقشے، متحرک ویڈیوز، اور ورچوئل فیلڈ ٹریپس۔
 - سمعی: پوڈکاسٹ، سمعی بکس، ریکارڈ شدہ لیکچرز، اور موسیقی جس میں ریاضی کے تصورات شامل ہیں۔
 - کانسنسٹنٹ: انٹرایکٹو سیمولیشنز، ورچوئل گیمز، ہینڈ آن تجربات، اور تعلیمی گیمز۔
- متنوع معلمین کی ضروریات کو پورا کرنے والے سمعی، بصری، اور کثیر الابلاغ وسائل کو احتیاط سے منتخب اور ڈیزائن کرنے سے، معلمین ایک زیادہ جامع، دل چسپ اور موثر سیکھنے کا ماحول بنا سکتے ہیں۔ یاد رکھیں، مقصد سیکھنے والوں کو مختلف قسم کے تعلیمی مواد کے ساتھ با معنی تعامل کے ذریعے اپنے علم اور فہم کی تعمیر کے لیے با اختیار بنانا ہے۔

اپنی پیشرفت کی جانچ کریں: Check Your Progress
1۔ سمعی، بصری اور کثیر الابلاغ وسائل کی چند مثالیں دیجئے؟
2۔ سمعی، بصری اور کثیر الابلاغ وسائل کی ضرورت اور اہمیت بیان کیجئے؟

16.3 آن لائن وسائل (Online Resources)

ڈیجیٹل دور نے تعلیم میں ایک تبدیلی کے دور کا آغاز کیا ہے، آن لائن وسائل سیکھنے کے منظر نامے کی تشکیل میں اہم کردار ادا کر رہے ہیں۔ آن لائن وسائل انٹرنیٹ کے ذریعے قابل رسائی ڈیجیٹل مواد کی ایک وسیع احاطہ کو گھیرے ہوئے ہیں۔ ان میں جامد مواد جیسے

مضامین، ای۔بکس، اور تحقیقی مقالے سے لے کر انٹرایکٹو ٹولز جیسے سیمیلیشنز، ورچوئل لیبر اور آن لائن کورسز شامل ہیں۔ یہ وسائل بے مثال چمک پیش کرتے ہیں، جس سے سیکھنے والوں کو کسی بھی وقت، کہیں بھی اور اپنی رفتار سے معلومات تک رسائی حاصل ہوتی ہے۔

16.4 آئی سی ٹی پر مبنی تدریسی ٹولز (ICT-Based Pedagogical Tool)

آئی سی ٹی پر مبنی تدریسی ٹولز ڈیجیٹل ایپلی کیشنز اور پلیٹ فارمز ہیں جنہیں تعلیم اور سیکھنے میں سہولت فراہم کرنے کے لیے ڈیزائن کیا گیا ہے۔ وہ مشغولیت، انٹرایکٹو، اور ذاتی نوعیت کے سیکھنے کے تجربات تخلیق کرنے کے لیے ٹیکنالوجی کا استعمال کرتے ہیں۔ مندرجہ ذیل میں مختلف مثالیں پیش کی گئی ہیں:

- سیکھنے والوں کو ان کا اپنا مواد بنانے اور شیئر کرنے کے قابل بنائیں، جیسے پریزنٹیشنز، ویڈیوز اور بلاگز۔
- سیکھنے والوں کے درمیان باہمی تعامل اور تعاون کو فروغ دیں، جیسے ڈسکشن فورمز، ویڈیو کانفرنسنگ، اور آن لائن وائٹ بورڈ۔
- سیکھنے والوں اور انسٹرکٹرز کے درمیان مواصلت کو آسان بنائیں، جیسے ای میل اور فوری پیغام رسانی (instant messaging) وغیرہ۔
- سیکھنے والوں کو کونز، ٹیسٹ اور خود تشخیص کے ذریعے ان کی سمجھ کا اندازہ لگانے کے قابل بنائیں۔
- سیکھنے والے کی پیشرفت کو ٹریک کرنے اور ٹارگٹڈ سپورٹ فراہم کرنے کے لیے الگورتھم استعمال کریں۔
- ICT پر مبنی تعلیمی آلات کی مثالیں۔

- a. خان اکیڈمی: مختلف مضامین پر تدریسی ویڈیوز اور مشقوں کی ایک وسیع لائبریری پیش کرتا ہے۔
- b. Coursera اور edX: دنیا بھر کی اعلیٰ یونیورسٹیوں کے آن لائن کورسز تک رسائی فراہم کرتا ہے۔
- c. گوگل کلاس روم: ایک سیکھنے کے انتظام (Learning Management System) کا نظام جو مواصلات، تعاون، اور تشخیص کی سہولت فراہم کرتا ہے۔
- d. زوم اور مائیکروسافٹ ٹیمس: ورچوئل میٹنگز اور بات چیت کے لیے ویڈیو کانفرنسنگ پلیٹ فارم فراہم کرتے ہیں۔
- e. پیڈلیٹ اور میرو: ذہن سازی اور تعاون کے لیے آن لائن وائٹ بورڈ اور مائنڈ میپ بنانے کی سہولت فراہم کرتے ہیں۔
- f. آن لائن وسائل کا انتخاب اور استعمال

- آن لائن وسائل سے زیادہ سے زیادہ فائدہ اٹھانے کے لیے، درج ذیل تجاویز پر غور کریں:

- a. آپ کیا سیکھنا چاہتے ہو؟ آپ کے مخصوص سیکھنے کے مقاصد کیا ہیں؟
- b. یقینی بنائیں کہ آپ جو وسائل منتخب کرتے ہیں وہ درست، معتبر اور تازہ ترین ہیں۔
- c. مختلف فارمیٹس (ٹیکسٹ، سمعی، ویڈیو، انٹرایکٹو) کے ساتھ تجربہ کریں تاکہ معلوم کیا جاسکے کہ آپ کے سیکھنے کے انداز کے مطابق کیا ہے۔

- d. بات چیت میں حصہ لیں، نوٹ کریں، اور انٹر ایکٹو سرگرمیاں مکمل کریں۔
- e. ساتھی سیکھنے والوں اور ماہرین کے ساتھ بات چیت کرنے کے لیے آن لائن کمیونٹی یا فورمز میں شامل ہوں۔
- f. اپنی پیشرفت پر نظر رکھنے کے لیے بک مارکس، نوٹ لینے والی ایپس، یا لرننگ مینجمنٹ سسٹم جیسے ٹولز کا استعمال کریں۔

اپنی پیشرفت کی جانچ کریں: Check Your Progress
1- آپ کے پسندیدہ آئی سی ٹی ٹولس کی وضاحت کیجئے؟
2- آئی سی ٹی پر مبنی وسائل کا انتخاب اور استعمال بیان کیجئے؟

16.5 ریاضی کی تعلیم کے لیے کمیونٹی کے وسائل کا استعمال

(Using Community Resources for Mathematics Learning)

نیشنل کریکولم فریم ورک برائے اسکول ایجوکیشن 2023 (NCF 2023) سیکھنے کے تجربے کو تقویت دینے کے لیے کمیونٹی کے وسائل سے فائدہ اٹھانے کی اہمیت پر زور دیتا ہے۔ یہ نقطہ نظر تعلیم کو سیاق و سباق کے مطابق بنانے کے اصول کے مطابق ہے، جو اسے سیکھنے والوں کے لیے زیادہ متعلقہ اور بامعنی بناتا ہے۔ ریاضی میں، کمیونٹی کے وسائل حقیقی دنیا کی مثالیں، عملی اطلاقات، اور متنوع نقطہ نظر فراہم کرتے ہیں جو سمجھ اور مشغولیت کو بڑھاتے ہیں۔

آپ کی کمیونٹی ریاضی کے وسائل کا ایک خزانہ ہے جس کو دریافت کرنے کی ضرورت ہے۔ ارد گرد دیکھیں اور آپ کو سیکھنے اور سکھانے کے بے شمار مواقع ملیں گے:

- دکانیں، بازار، کارخانے، فارمز، اور تعمیراتی مقامات ریاضیاتی ایپلی کیشنز کی بے شمار استعمال کی مثالیں پیش کرتے ہیں۔ مشاہدہ کریں کہ دکاندار قیمتوں کا حساب کیسے لگاتے ہیں، کسان زمین کی پیمائش کیسے کرتے ہیں، انجینئر ڈھانچے کیسے ڈیزائن کرتے ہیں، یا کاریگر کس طرح ہندسی نمونوں کا استعمال کرتے ہیں۔
- مقامی تہواروں، رسومات، موسیقی، رقص، آرٹ اور دستکاری کے ریاضیاتی پہلوؤں کو دریافت کریں۔ روایتی ڈیزائنوں میں پیٹرن، ہم آہنگی، اور ہندسی شکلوں کا مشاہدہ کریں۔
- فطرت ریاضیاتی تصورات کی کئی ساری مثالیں فراہم کرتی ہے۔ پتوں، پھولوں اور برف کے تودے میں نمونوں کا مشاہدہ کریں۔ جانوروں کی ہم آہنگی اور چٹانوں اور کرشٹل کی ہندسی شکلوں کا مطالعہ کریں۔
- مقامی کاریگروں، کسانوں، دکانداروں، انجینئروں اور دیگر پیشہ ور افراد کے ساتھ ان کے کام کے ریاضیاتی پہلوؤں کے بارے میں جاننے کے لیے مشغول ہوں۔ ان کا انٹرویو کریں، سوالات پوچھیں، اور ان کے طرز عمل کا مشاہدہ کریں۔
- لائبریریاں اور عجائب گھر میں اکثر ریاضی اور اس کی تاریخ سے متعلق نمائشیں اور وسائل ہوتے ہیں۔ موضوع کے بارے میں اپنی سمجھ اور تعریف کو بڑھانے کے لیے ان وسائل کو دریافت کریں۔

کمیونٹی کے وسائل کا استعمال

ایک بار جب آپ نے ممکنہ وسائل کی نشاندہی کر لی، تو یہ وقت ہے کہ آپ انہیں اپنی تعلیم کے لیے استعمال کریں:

- مقامی کاروبار، صنعتوں، ثقافتی مقامات یا قدرتی علاقوں کے دوروں کا اہتمام کریں۔ ریاضی کے تصورات کو حقیقی دنیا کے منظر ناموں سے مربوط کرنے کے لیے مشاہدہ کریں، بات چیت کریں اور سوالات پوچھیں۔
 - کمیونٹی کے اراکین کے ساتھ ان کے کام اور وہ ریاضی کے استعمال کے بارے میں بات چیت میں مشغول ہوں۔ ان سے اپنے تجربات، چیلنجز، اور مسئلہ حل کرنے کی حکمت عملیوں کا اشتراک کرنے کو کہیں۔
 - کمیونٹی پر مبنی پروجیکٹس میں حصہ لیں جن میں ریاضی کی مہارتیں شامل ہوں، جیسے کمیونٹی گارڈن کے لیے زمین کی پیمائش کرنا، مقامی تہوار کے لیے ایک ترتیب ڈیزائن کرنا، یا سماجی سروس کے لیے ڈیٹا کا تجزیہ کرنا۔
 - مقامی کاریگروں یا پیشہوروں کے ذریعہ منعقد کی جانے والی ورکشاپس یا مظاہروں میں شرکت کریں تاکہ ان کے کام کے تحت ریاضی کے اصولوں کے بارے میں سیکھیں۔
 - موسیقی، رقص، آرٹ، اور دیگر روایات کے ریاضیاتی پہلوؤں کا مشاہدہ کرنے اور ان کی تعریف کرنے کے لیے ثقافتی تقریبات اور تہواروں میں شرکت کریں۔
- کمیونٹی کے وسائل کے استعمال کے فوائد

کمیونٹی کے وسائل کو آپ کی ریاضی کی تعلیم میں ضم کرنے سے بہت سے فوائد حاصل ہوتے ہیں، جو کہ مندرجہ ذیل میں دئے گئے ہیں:

- حقیقی دنیا کی مثالیں اور اپیلی کیشنز تجریدی ریاضیاتی تصورات کو زیادہ ٹھوس اور متعلقہ بناتی ہیں۔
 - ریاضی کو اپنی کمیونٹی اور دلچسپیوں سے جوڑنا تجسس کو جنم دے سکتا ہے اور سیکھنے کو مزید دل چسپ بنا سکتا ہے۔
 - ثقافتی طریقوں کے ریاضیاتی پہلوؤں کو تلاش کرنے سے آپ کے ورثے اور روایات کی تعریف ہوتی ہے۔ NEP-2020 بھی ہر مضمون کی تدریس کو ہندوستانی معلومات اور ثقافت سے جوڑنے پر زور دیتی ہے۔
 - ریاضی کی مہارتوں کو حقیقی دنیا کے سیاق و سباق میں استعمال کرنے سے مسئلہ حل کرنے کی عملی صلاحیتیں اور تنقیدی سوچ پیدا ہوتی ہے۔
 - کمیونٹی کے اراکین کے ساتھ تعامل آپ کے اطراف و اکناف سے آپ کے تعلق کو مضبوط کرتا ہے اور آپس میں تعلق کے احساس کو فروغ دیتا ہے۔
- مثالیں:

- اسکول کے کھیل کے میدان کی پیمائش یا مقامی میلے میں شرکت کرنے والے لوگوں کی تعداد کا اندازہ لگانے جیسی سرگرمیوں کے ذریعے پیمائش اور تخمینہ کے بارے میں سیکھنا۔
- مقامی آرٹ اور دستکاری میں روایتی ڈیزائن اور نمونوں کا مطالعہ کر کے توازن کے تصور کو سمجھنا۔
- سماجی اور معاشی مسائل کو سمجھنے کے لیے کمیونٹی سروے سے جمع کیے گئے ڈیٹا کا تجزیہ کرنا۔
- مقامی دکانداروں کے ساتھ بات چیت کر کے اور ان کی قیمتوں اور منافع کے حساب کتاب کو سمجھ کر مالی ریاضی کے بارے میں سیکھنا۔

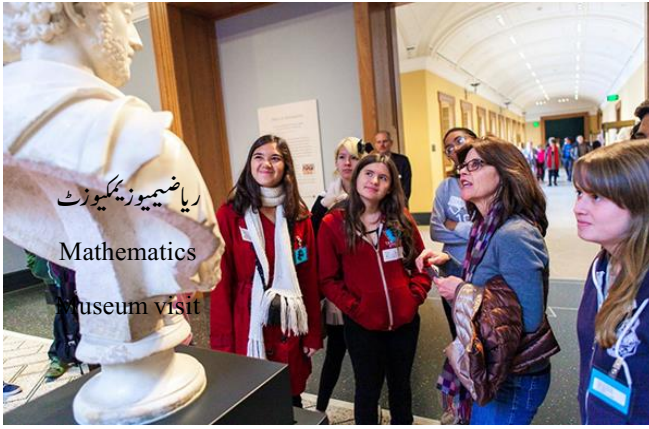
16.6 وزٹ، ریاضی کے میدانی دورے اور ایکسکرسن

(Visits, Mathematical Field Trips, and Excursions)

متعلم کے لیے کمرہ جماعت میں ریاضی کے ذریعے ریاضی کی رسمی سرگرمیوں کے علاوہ غیر رسمی ریاضی کی سرگرمیاں / ہم نصابی سرگرمیاں بھی منعقد کی جائیں۔ یہ ہم نصابی سرگرمیاں ریاضی کلب کے پرچم تلے منعقد کی جاتی ہے۔ ان سرگرمیوں میں والدین، طلباء اور سماج کے لوگوں کا تعاون لازمی ہے۔ اس طرح سے ریاضی کی تدریس و اکتساب کے مقاصد کو بہتر ڈھنگ سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اس لیے ان کو غیر رسمی اور ہم نصابی سرگرمیاں کہا جاتا ہے ان کو منظم کرنے کے لیے جگہ اور وسائل کی ضرورت پڑتی ہے۔ کیوں کہ ان سرگرمیوں کو اسکول کے باہر منعقد کیا جاتا ہے۔

ریاضی کی وزٹس اور ایکس کرسن دونوں ہی سرگرمیاں اسکول کے باہر کی سرگرمیاں ہیں ان کو ریاضی کے معلم کی ہدایت اور رہنمائی میں اسکول کے احاطہ کے باہر منظم کیا جاتا ہے۔ یہ طلباء والدین اور اسکول کے کارکنان کے سرگرم تعاون سے انجام دی جاتی ہے۔ منعقد کرنے اور اغراض کے لحاظ دونوں ہی ایک جیسے ہیں اور دونوں کو ایک دوسرے سے ردوبدل کر سکتے ہیں۔ Visits کا وسعت اور ماحصل تنگ ہوتا ہے۔ جبکہ ایکس کرسن کی وسعت اور ماحصل بہت وسیع ہوتی ہے۔ جب یہ کہا جاتا ہے کہ ہم لوگ ایک خاص جگہ / تاریخ جگہ / تنظیم ادارہ جس کی ریاضی کے لحاظ سے اہمیت ہے اس کو دیکھنے کا منصوبہ بنا رہے ہیں تو اس کا مطلب صاف ظاہر ہوتا ہے اس جگہ ادارہ اور تنظیم کی ریاضی میں ایک خاص اہمیت ہے۔ لیکن جب ہم کسی ایک علاقہ یا جگہ یا کسی خاص جگہ ایکس کرسن یا فیلڈ ٹرپ کی بات کرتے ہیں تو ہم اس کے کسی مخصوص مقصد تک محدود نہیں ہوتے ہیں۔

ریاضی کی تعلیم میں دورے اور فیلڈ ٹرپس کی اہمیت



Source: <https://blogs.getty.edu/iris/whats-the-value-of-a-museum-field-trip/>

1- ریاضی صرف نصابی کتابوں تک محدود نہیں ہے۔ یہ ہماری روزمرہ کی زندگیوں سے جڑا ہوا ہے۔ دورے اور فیلڈ ٹرپ ریاضیاتی تصورات کو عملی شکل میں دیکھنے کے مواقع فراہم کرتے ہیں، انہیں مزید ٹھوس اور متعلقہ بناتے ہیں۔

2- مستند ترتیبات میں ریاضیاتی خیالات کے ساتھ فعال طور پر مشغول ہو کر، آپ ان کے اطلاقات اور مضمرات کی گہری سمجھ پیدا کر سکتے ہیں۔ یہ بینڈز آن اپروچ نظریاتی علم کو مستحکم کر سکتا ہے اور مسئلہ حل کرنے کی مہارت کو بڑھا سکتا ہے۔

3- کلاس روم سے باہر ریاضی کی تلاش تجسس کو جنم دے سکتی ہے اور سیکھنے کو مزید پُر لطف بنا سکتی ہے۔ فیلڈ ٹرپس کا نیا پن اور جوش اس موضوع میں حقیقی دلچسپی کو فروغ دے سکتا ہے۔

4- بہت سے میدانی سفر کے مقامات ریاضی کی ثقافتی اور تاریخی اہمیت کے بارے میں بصیرت پیش کرتے ہیں۔ قدیم یادگاروں، عجائب گھروں، یاسائنسی اداروں کا دورہ آپ کی سمجھ میں اضافہ کر سکتا ہے کہ ریاضی نے ہماری دنیا کو کیسے تشکیل دیا ہے۔ ریاضیاتی دورے کی منصوبہ بندی کرنا

1- آپ کیا سیکھنا یا دریافت کرنا چاہتے ہیں؟ کیا آپ کسی مخصوص ریاضیاتی تصور، کسی خاص اطلاق، یا ریاضی کی تاریخ میں دلچسپی رکھتے ہیں؟ اپنے اہداف کا تعین کرنے سے آپ کو مناسب مقامات اور سرگرمیوں کا انتخاب کرنے میں مدد ملے گی۔

2- تحقیقی مقامات جو ریاضی کے مواد کا مشاہدہ کرنے اور ان کے ساتھ مشغول ہونے کے مواقع فراہم کرتے ہیں۔ عجائب گھروں، سائنس کے مراکز، تاریخی مقامات، فطرت کے ذخائر، تعمیراتی نشانات، یا یہاں تک کہ مقامی کاروباروں پر غور کریں جو اپنے کاموں میں ریاضی کے اصولوں کو استعمال کرتے ہیں۔

3- سرگرمیوں کی منصوبہ بندی کریں جو آپ کو ریاضیاتی تصورات کی کھوج میں فعال طور پر شامل کریں۔ ان میں فاصلوں کی پیمائش کرنا، مقداروں کا تخمینہ لگانا، نمونوں کا تجزیہ کرنا، حقیقی دنیا کے مسائل کو حل کرنا، یا تجربات کرنا شامل ہو سکتے ہیں۔

4- اگر ممکن ہو تو، ساتھی سیکھنے والوں یا سرپرستوں کے ساتھ اپنے فیلڈ ٹرپ کا آغاز کریں۔ اپنے مشاہدات پر تبادلہ خیال کریں، بصیرت کا اشتراک کریں، اور باہمی تعاون سے مسئلہ حل کرنے کی سرگرمیوں میں مشغول ہوں۔

5- ہر دورے کے بعد، اپنے تجربات پر غور کرنے کے لیے وقت نکالیں۔ اپنے مشاہدات، بصیرت اور سوالات کو جرنل یا بلاگ میں دستاویز کریں۔ اس سے آپ کو اپنے سیکھنے کو مستحکم کرنے اور مزید تلاش کے لیے علاقوں کی نشاندہی کرنے میں مدد ملے گی۔

ریاضی کے میدانی دوروں کی مثالیں:

- سائنس میوزیم: جیومیٹری، پیمائش، امکان، ریاضی کی دریافتوں کی تاریخ پر نمائشیں دریافت کریں۔
- پلانیٹوریم: فلکیاتی حسابات اور آسمانی نیویگیشن کے پیچھے ریاضیاتی اصولوں کے بارے میں جانیں۔
- تاریخی مقامات: قدیم فن تعمیر میں ریاضی کی درستگی کا مشاہدہ کریں، جیسے بیجاپور کا گول گنبد، ابراہیم روضہ یا آگرہ کا تاج محل، حیدرآباد کے سات گنبد اور چارمینار وغیرہ۔
- قدرتی ذخائر: فطرت کے نمونوں کا مطالعہ کریں، جیسے سورج مکھی میں فبونیکی ترتیب Fibonacci sequence یا فرنز کی فریکٹل جیومیٹری fractal geometry of ferns۔

اپنی پیشرفت کی جانچ کریں: Check Your Progress
1- وہ کونسے کمیونٹی وسائل ہیں جس سے ریاضی کی تفہیم اچھی اور گہری ہوتی ہے؟
2- ریاضی دورے اور ایسکرشن سے ریاضی کے اکتساب میں کیسے بہتری لاسکتے ہیں؟

16.7 سیکھنے کے وسائل کے استعمال میں رکاوٹوں سے نمٹنا

(Handling Hurdles in Utilizing Learning Resources)

سیکھنے کا سفر اکثر چیلنجوں کے ساتھ ہموار ہوتا ہے، اور سیکھنے کے وسائل کو مؤثر طریقے سے استعمال کرنا اس سے مستثنیٰ exceptional نہیں ہے۔ چاہے آپ طالب علم ہوں، پیشہ ور ہوں یا زندگی بھر سیکھنے والے lifelong learner ہوں، وسائل تک رسائی اور استعمال میں رکاوٹوں کا سامنا کرنا ایک عام تجربہ ہے۔ تاہم، صحیح حکمت عملیوں اور ذہنیت کے ساتھ، ان رکاوٹوں کو دور کیا جاسکتا ہے، جس سے سیکھنے کا ایک مزید افزودہ اور فائدہ مند تجربہ ہوتا ہے۔

رکاوٹوں کی نشاندہی کرنا

- کچھ وسائل، جیسے نصابی کتب، آن لائن کورسز، یا خصوصی سافٹ ویئر کے لیے ادائیگی کی ضرورت پڑ سکتی ہے، جس سے وہ محدود بجٹ والے افراد کے لیے ناقابل رسائی ہو جاتے ہیں۔
- کچھ وسائل صرف مخصوص مقامات پر دستیاب ہو سکتے ہیں، جیسے لائبریری یا تحقیقی ادارے، جو دور دراز علاقوں میں سیکھنے والوں کے لیے چیلنجز کا باعث بنتے ہیں۔
- بصری، سمعی یا دیگر جسمانی معذوریوں کے ساتھ سیکھنے والوں کو وسائل تک رسائی حاصل کرنے میں مشکلات کا سامنا کرنا پڑ سکتا ہے۔
- آن لائن پلیٹ فارم پر جانا، تعلیمی سافٹ ویئر استعمال کرنا، یا ڈیجیٹل لائبریریوں تک رسائی ان لوگوں کے لیے مشکل ہو سکتی ہے جو ٹیکنالوجی سے ناواقف ہیں۔

- انٹرنیٹ کنیکٹیویٹی کے مسائل، سافٹ ویئر کی خرابی، یا غیر مطابقت پذیر آلات سیکھنے کے عمل میں خلل ڈال سکتے ہیں اور وسائل تک رسائی کو روک سکتے ہیں۔
- آن لائن دستیاب معلومات کی بڑی مقدار ہو سکتی ہے، جس میں متعلقہ اور قابل اعتماد وسائل تلاش کرنا مشکل ہو جاتا ہے۔
- کچھ وسائل کے لیے اہم وقت کی سرمایہ کاری کی ضرورت ہو سکتی ہے، جیسے کہ لمبی پڑھائی، پیچیدہ نقلی complex simulations، یا وسیع تحقیق۔
- اگر وسائل متعلم کے اہداف سے مشغول یا متعلقہ نہیں ہیں، تو یہ عدم دلچسپی اور حوصلہ شکنی کا باعث بن سکتا ہے۔
- سوشل میڈیا، تفریح، یا دیگر مسابقتی ترجیحات کی رغبت سیکھنے کی کوششوں کو پھٹی سے اتار سکتی ہے۔

رکاوٹوں پر قابو پانے کی حکمت عملی

- کھلے تعلیمی وسائل (OERs)، مفت آن لائن کورسز، یا پبلک لائبریریوں کو دریافت کریں جو بغیر کسی قیمت کے معلومات کا خزانہ پیش کرتے ہیں۔
- مقامی لائبریریوں، کمیونٹی سینٹرز، یا تعلیمی اداروں سے جڑیں جو سیکھنے کے مواد یا معاون خدمات تک رسائی کی پیشکش کر سکتی ہیں۔
- اگر آپ کو معذوری کی وجہ سے چیلنجز کا سامنا ہے، تو رہائش یا متبادل فارمیٹس کی درخواست کرنے کے لیے اپنے تعلیمی ادارے یا متعلقہ اداروں سے رابطہ کریں۔
- آن لائن ٹیوٹوریلز، ورکشاپس، یا کورسز سے فائدہ اٹھائیں جو کمپیوٹر کی بنیادی مہارتیں اور انٹرنیٹ نیویگیشن سکھاتے ہیں۔
- اگر آپ کو تکنیکی مشکلات کا سامنا کرنا پڑتا ہے، تو آئی ٹی پروفیشنلز، لائبریرین، یا انسٹرکٹرز سے مدد طلب کرنے میں ہچکچاہٹ محسوس نہ کریں۔
- متعلقہ اور قابل اعتماد وسائل تلاش کرنے کے لیے مطلوبہ الفاظ، فلٹرز اور جدید تلاش کے اختیارات کا استعمال کرتے ہوئے اپنی آن لائن تلاشوں کو بہتر کریں۔
- سیکھنے کے لیے مخصوص ٹائم سلاٹ مختص کریں اور جتنا ممکن ہو اپنے شیڈول پر قائم رہیں۔
- اہم ترین وسائل اور سیکھنے کی سرگرمیوں کی نشاندہی کریں اور اسی کے مطابق انہیں ترجیح دیں۔

خلاصہ (Summary) 16.8

یہ اکائی متنوع تعلیمی وسائل کے انضمام کے ذریعے ریاضی کی تعلیم کو بڑھانے پر توجہ مرکوز کرتی ہے۔ یہ اکائی سمعی، بصری، اور کثیرالابلاغ ٹولز کے انتخاب اور ڈیزائن کا احاطہ کرتی ہے جو سیکھنے کے مختلف انداز کے مطابق بنائے گئے ہیں، اس بات کو یقینی بناتے ہوئے کہ پیچیدہ تصورات قابل رسائی اور دل چسپ ہیں۔ آئی سی ٹی پر مبنی تدریسی آلات کا استعمال، جیسے کہ ورچوئل ریالیٹی اور انٹرایکٹو سیمولیشنز،

ذاتی نوعیت کے تجربات پیش کرتے ہیں۔ کمیونٹی کے وسائل کا فائدہ اٹھانا، بشمول فیلڈ ٹرپس، ریاضی کے تصورات کی حقیقی دنیا کی ایپلی کیشنز فراہم کرتی ہے۔ یہ اکائی وسائل کے استعمال میں درپیش چیلنجوں پر قابو پانے کے لیے حکمت عملیوں کو بھی پیش کرتی ہے، مساوی رسائی کو یقینی بناتی ہے۔ ان عناصر میں مہارت حاصل کر کے، اساتذہ متحرک اور موثر سیکھنے کا ماحول بنا سکتے ہیں جو ریاضی میں طالب علم کی مصروفیت اور سمجھ کو نمایاں طور پر بہتر بناتی ہے۔

16.9 اکتسابی نتائج (Learning Outcomes)

- طلباء مخصوص ریاضی کے موضوعات کے لیے مناسب سمعی، بصری، اور کثیر الابلاغ وسائل کا انتخاب کرنے کے قابل ہوں گے۔
- طلباء کثیر الابلاغ تدریسی مواد کو ڈیزائن اور تخلیق کریں گے جو پیچیدہ ریاضیاتی تصورات کی موثر طریقے سے وضاحت کرتے ہیں، سمعی، بصری، اور متعامل عناصر کو شامل کرتے ہیں۔
- طلباء ریاضی کو سمجھنے کے لیے مختلف ICT پر مبنی تدریسی ٹولز کو مہارت کے ساتھ استعمال کریں گے۔
- طلباء تعلیمی میدانی دوروں کی منصوبہ بندی کریں گے اور ریاضی کے تصورات کے حقیقی دنیا کے اطلاق کو مربوط کریں گے۔
- طلباء تعلیمی وسائل کے استعمال میں مشترکہ چیلنجوں کی نشاندہی کریں گے اور ان رکاوٹوں کو دور کرنے کے لیے عملی حل تیار کریں گے۔
- طلباء ریاضی کے تصورات کی مطابقت اور اطلاق کو بڑھانے کے لیے مقامی دوروں اور فیلڈ ٹرپس کو موثر طریقے سے استعمال کرتے ہوئے سبق کے منصوبوں میں کمیونٹی کے وسائل کو شامل کریں گے۔

16.10 فرہنگ (Glossary)

1. سمعی وسائل: تعلیمی مواد جو معلومات یا ہدایات کو پہنچانے کے لیے آواز کا استعمال کرتے ہیں، جیسے کہ ریکارڈ شدہ لیکچرز یا ریاضی کے تصورات کی سمعی ریکارڈنگ۔
2. بصری وسائل: تعلیمی مواد جو بصری عناصر کا استعمال کرتے ہیں، جیسے کہ خاکے، چارٹ، یا گراف، ریاضی کے تصورات کو بصری طور پر پیش کرنے اور سمجھنے میں مدد کرتے ہیں۔
3. کثیر الابلاغ وسائل: تعلیمی مواد جو سیکھنے کے تجربات کو بڑھانے اور بیک وقت متعدد حواس کو مشغول کرنے کے لیے سمعی، بصری، اور متعامل عناصر کا مجموعہ شامل کرتے ہیں۔
4. ICT پر مبنی تعلیمی ٹولز: انفارمیشن اینڈ کمیونیکیشن ٹیکنالوجی (ICT) ٹولز جو خاص طور پر تعلیمی مقاصد کے لیے ڈیزائن کیے گئے ہیں، جیسے کہ تعلیمی سافٹ ویئر، یا انٹرایکٹو سیمولیشنز، جو ریاضی کے تصورات کو سکھانے کے لیے استعمال ہوتے ہیں۔
5. کمیونٹی ریسورس: مقامی کمیونٹی کے اندر دستیاب بیرونی وسائل، جیسے عجائب گھر، کاروبار، یا ثقافتی ادارے، جنہیں حقیقی دنیا کے سیاق و سباق اور ریاضیاتی تصورات کے لیے ایپلی کیشنز فراہم کرنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

6. فیلڈ ٹرپس: اساتذہ کی طرف سے تعلیمی سیر کا اہتمام کیا جاتا ہے تاکہ طلباء کو کلاس روم سے باہر سیکھنے کے تجربات فراہم کیے جاسکیں، اکثر مقامات جیسے کہ کارخانے، میوزیم، بوٹینیکل گارڈن، یا تاریخی مقامات۔

16.11 نمونہ امتحانی سوالات (Model Examination Questions)

معروضی سوالات Objective Type Questions

- 1- ریاضی کی کلاس میں سمعی سیکھنے والوں کے لیے درج ذیل وسائل میں سے کون سا زیادہ موزوں ہے؟
 - A. متحرک ویڈیوز
 - B. ریکارڈ شدہ لیکچرز
 - C. انٹرایکٹو سیمولیشنز
 - D. نصابی کتب
- 2- ریاضی کی تعلیم میں ICT پر مبنی تدریسی آلات استعمال کرنے کا بنیادی فائدہ کیا ہے؟
 - A. وہ روایتی نصابی کتب سے سستی ہیں۔
 - B. وہ ذاتی نوعیت کے، سیکھنے کے تجربات فراہم کرتے ہیں۔
 - C. انہیں اساتذہ کی تیاری کا کم وقت درکار ہوتا ہے۔
 - D. وہ کمیونٹی کے وسائل کی ضرورت کو ختم کرتے ہیں۔
- 3- مندرجہ ذیل میں سے کون سا ریاضی کی تعلیم میں کمیونٹی کے وسائل کے کردار کی بہترین وضاحت کرتا ہے؟
 - A. وہ بنیادی طور پر تفریحی مقاصد کے لیے استعمال ہوتے ہیں۔
 - B. وہ ریاضی کے تصورات کے لیے حقیقی دنیا کے سیاق و سباق فراہم کرتے ہیں۔
 - C. وہ ICT پر مبنی ٹولز کی ضرورت کو بدل دیتے ہیں۔
 - D. وہ خصوصی طور پر اعلیٰ درجے کے سیکھنے والوں کے لیے استعمال ہوتے ہیں۔
- 4- ریاضی کے فیلڈ ٹرپ کی تجویز میں کیا شامل ہونا چاہیے؟
 - A. مقاصد، سفر نامہ، اور متوقع سیکھنے کے نتائج۔
 - B. صرف سفر کے پروگرام اور نقل و حمل کی تفصیلات۔
 - C. ممکنہ مسائل اور ان کے حل کی فہرست۔
 - D. فیلڈ ٹرپ لوکیشن کی تفصیلی تاریخ۔
- 5- معلم تعلیمی وسائل کو مؤثر طریقے سے استعمال کرنے میں چیلنجوں سے کیسے نمٹ سکتے ہیں؟
 - A. کلاس روم میں ٹیکنالوجی کے استعمال کو محدود کر کے۔
 - B. عام رکاوٹوں کی نشاندہی کر کے اور عملی حل تیار کر کے۔
 - C. صرف روایتی تدریسی طریقوں کو استعمال کر کے۔
 - D. مکمل طور پر کثیر الابلاغ وسائل پر انحصار کر کے۔
- 6- کمیونٹی کے وسائل کو سبق کے منصوبے میں ضم کرنے کی کون سی مثال ہے؟
 - A. ریاضی کا سافٹ ویئر سکھانے کے لیے کمپیوٹر لیب کا استعمال۔
 - B. ریاضی کی نمائشوں کو دریافت کرنے کے لیے طلباء کو مقامی میوزیم کے دورے پر لے جانا۔
 - C. نصابی کتاب سے ہوم ورک تفویض کرنا۔
 - D. کلاس کے دوران آن لائن سمولیشنز کا استعمال۔

7۔ تعلیمی وسائل کے بعد سبق کی تشخیص کرنے کا مقصد کیا ہے؟

A. سیکھنے کے مقاصد کے حصول میں وسائل کی تاثیر کا جائزہ B. نئے قسم کے میڈیا کے ساتھ طلباء کو تفریح فراہم کرنا۔
لینا۔

C. روایتی امتحانات کو کثیر الاصلاح پروجیکٹس سے بدلنا۔ D. سبق کی منصوبہ بندی پر خرچ ہونے والے وقت کی مقدار کو کم کرنا۔

8۔ ریاضی کے تصورات کو سمجھنے میں بصری سیکھنے والوں کے لیے کون سا وسیلہ سب سے زیادہ مؤثر ہے؟

A. سمعی ریکارڈنگ B. انٹرایکٹو متحرک تصاویر
C. متن پر مبنی مواد D. گروپ ڈسکشنز

9۔ ریاضی کی تعلیم میں کثیر الاصلاح وسائل کے استعمال کا ایک اہم فائدہ کیا ہے؟

A. وہ چھپی ہوئی نصابی کتابوں سے کم مہنگی ہیں۔ B. وہ معلومات پیش کرنے کا ایک واحد، مستقل طریقہ فراہم کرتے ہیں۔

C. وہ متعدد حواس کو مشغول کرتے ہیں، تفہیم میں اضافہ D. انہیں استاد سے کسی اضافی تیاری کی ضرورت نہیں ہے۔
کرتے ہیں۔

10۔ ریاضی کے کلاس روم میں انٹرایکٹو سمو لیشن کیوں فائدہ مند ہیں؟

A. وہ روایتی ہوم ورک کی ضرورت کو بدل دیتے ہیں۔ B. وہ طلباء کو ریاضی کے تصورات کو خود سے تلاش کرنے میں مدد دیتے ہیں۔

C. وہ اساتذہ کے لیے سبق کی منصوبہ بندی کو آسان بناتے D. وہ کلاس روم کے مباحثے کی ضرورت کو ختم کرتے ہیں۔
ہیں۔

مختصر جوابات کے حامل سوالات Short Answer Type Questions

1۔ بیان کریں کہ ریکارڈ شدہ لیکچرز ریاضی کی کلاس میں سمعی سیکھنے والوں کو کیسے پورا کرتے ہیں۔

2۔ ریاضی کی تعلیم میں ICT پر مبنی تدریسی آلات استعمال کرنے کا بنیادی فائدہ کیا ہے؟

3۔ ریاضی کی تعلیم کو بڑھانے میں کمیونٹی وسائل کے کردار کی وضاحت کریں۔

4۔ ان اجزاء کی فہرست بنائیں جنہیں ریاضی کے فیلڈ ٹرپ کی تجویز میں شامل کیا جانا چاہیے۔

5۔ معلم تعلیمی وسائل کو مؤثر طریقے سے استعمال کرنے میں چیلنجوں سے کیسے نمٹ سکتے ہیں؟

6۔ ریاضی کی تعلیم کے سبق کے منصوبے میں کمیونٹی کے وسائل کو ضم کرنے کی ایک مثال فراہم کریں۔

7- تعلیمی وسائل کے بعد سبق کی تشخیص کرنے کا مقصد کیا ہے؟

طویل جوابات کے حامل سوالات Long Answer Type Questions

1. ریاضی کی جماعت میں سمعی طلبہ (Auditory Learners) کے لیے ریکارڈ شدہ لیکچرز کے فوائد بیان کریں، اور وضاحت کریں کہ انہیں مؤثر تدریسی طریقوں میں کیسے شامل کیا جاسکتا ہے۔
2. ریاضی کی تدریس میں ICT پر مبنی تدریسی آلات کے بنیادی فوائد پر روشنی ڈالیں، اور مثالوں کے ذریعے واضح کریں کہ یہ آلات طلبہ کے سیکھنے کے نتائج کو کیسے بہتر بناتے ہیں۔
3. ریاضی کی تعلیم میں کمیونٹی وسائل کے کردار کی وضاحت کریں، اور ان وسائل کی اقسام اور فوائد بیان کریں جو طلبہ اور اساتذہ دونوں کو حاصل ہوتے ہیں۔
4. ریاضی کے فیلڈ ٹرپ کی منصوبہ بندی کے اہم اجزاء پر تبصرہ کریں اور وضاحت کریں کہ کامیاب تعلیمی سیر کے لیے ہر جزو کیوں ضروری ہے۔
5. تدریسی وسائل کے مؤثر استعمال میں اساتذہ کو درپیش مشکلات پر تبادلہ خیال کریں، اور ان چیلنجوں پر قابو پانے کے لیے عملی حکمت عملیاں تجویز کریں۔
6. ایک مثال کے ذریعے وضاحت کریں کہ کس طرح کمیونٹی وسائل کو ریاضی کے سبق کی منصوبہ بندی میں شامل کیا جاسکتا ہے، اور اس کے سیکھنے کے ممکنہ نتائج بیان کریں۔
7. سبق کے بعد تعلیمی وسائل کی جانچ (Post-lesson Evaluation) کی اہمیت بیان کریں، اور بتائیں کہ حاصل شدہ معلومات کو تدریسی بہتری کے لیے کیسے استعمال کیا جاسکتا ہے۔

16.12 جوہر کردہ اکتسابی مواد (Suggested Reading Material)

- Howard Tannee and Sonia Jones, Becoming Successful Teacher of Mathematics, Routledge Falmer, 2000.
- Joyce, B. and Weil, M., Models of Teaching, Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1980.
- Kim, E.C. and Inellough R.C. A Resource Guide for Secondary School Teaching, MacMillan Inc., New York, 1978.

- Krutetskii, V.A., The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren. University of Chicago Press, 1976.
- Lancelot Hogben, F.R.S., Mathematics for the Million, W.W. Newton & Company Inc. 1937.
- McIntosh, J.A., Perspectives on Secondary Mathematics Education, Prentice-Hall Inc., London, 1971.
- Michael D. Resnik., Mathematics as a Science of Patterns, Oxford Press, 1997.
- Michelle Selinger., Teaching Mathematics, Routledge, London, 1994.
- NCERT (2012) Pedagogy of Mathematics-Textbook for Two-Year B.Ed. course, NCERT, New Delhi.
- Singh, L.C., Multiple Models for Teaching for Educators, Vikas Pub., 1995.
- Valsa Koshy., Teaching Mathematics to Able Children. David Fuller Pub. Ltd., 2001.
- Young, J.W.A., The Teaching of Mathematics in the Elementary and the Secondary School, American Teachers Series.

● <https://egyankosh.ac.in/>

● <https://ncert.nic.in/>

● <https://jammuuniversity.ac.in/node/2087>

● خان اکیڈمی: ریاضی کے موضوعات کے وسیع میدان پر محیط تدریسی ویڈیوز کا ایک خزانہ۔ <https://www.khanacademy.org/>

● <https://www.khanacademy.org/>

● GeoGebra: ایک انٹر ایکٹو پلیٹ فارم جو ہندسی، الجبری، اور کیکولس کے تصورات کو دریافت کرنے کے لیے متحرک ٹولز پیش کرتا

● ہے۔ <https://www.geogebra.org/?lang=en>

● پوڈکاسٹ: ریاضی پر دلکش گفتگو کرنے کے لیے پوڈکاسٹ کے ساتھ مشغول ہوں۔

● NROER اور ePathshala: ہندوستان میں حکومت کے یہ اقدامات خاص طور پر ریاضی کی تعلیم کے لیے ڈیزائن کیے گئے ڈیجیٹل

● وسائل کی بہتات پیش کرتے ہیں۔ <https://epathshala.nic.in/>

Model Question Paper / نمونہ امتحانی پرچہ

ریاضی کی تدریسیات

Time : وقت : 3 Hrs گھنٹے

Maximum. Marks 70 : جملہ نشانات

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔
(10 x 1 = 10 Marks)

2. حصہ دوم میں 8 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔
(5 x 6 = 30 Marks)

3. حصہ سوم میں 5 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔
(3 x 10 = 30 Marks)

حصہ اول

(i) ریاضی _____ کی سائنس ہے۔

(a) انکشاف (b) عرفان (c) دریافت (d) ایجاد

(ii) مندرجہ ذیل میں سے کس کے مطابق علم ریاضی کی تدریس کا مقصد ”ریاضی ذہن بنانا“ ہے؟

(a) NPE-1986 (b) کوٹھاری کمیشن (1964-66)

(c) NCFTE-2009 (d) NCF-2005

(iii) بلوم کی درجہ بندی کے کتنے علاقے ہیں؟

(a) چار (b) پانچ (c) چھ (d) سات

(iv) خرد تدریس کا آغاز رسمی طور پر کس سن میں ہوا؟

(a) 1963 (b) 1964 (c) 1965 (d) 1966

(v) کس کو انسانی کمپیوٹر کہا جاتا ہے؟

(a) راما نجن (b) آریہ بھٹ (c) وارہامبرا (d) شکنتلا دیوی

- (vi) ریاضی میں _____ ترتیب کی بڑی اہمیت ہوتی ہے۔
 (a) منطقی (b) نفسیاتی (c) تاریخی (d) سماجی
- (vii) ”میں سوچتا ہوں اس لیے میں ہوں۔“ یہ کس کا قول ہے؟
 (a) رینے دیکارت (b) اقلیدس (c) رامانجن (d) وارہامیرا
- (viii) کسی شہر کی آبادی 50,000 ہے اور وہاں کی آبادی 4.Y.pa سے بڑھ رہی ہے تو دو سال کے بعد وہاں کی آبادی کتنی ہو جائے گی؟
- (ix) Hilda Taba کے مطابق تحلیلی تصور میں _____ عمل ہوتے ہیں؟
- (x) پیا جے (Piaget) نے تصور کو لفظ _____ قرار دیا ہے۔

حصہ دوم

- (2) ریاضی میں آریہ بھٹ کی خدمات بیان کیجیے۔
- (3) بلوم کی درجہ بندی اور ترمیم شدہ بلوم کی درجہ بندی کے فرق کو بیان کیجیے۔
- (4) استقرائی اور استخراجی طریقوں کی وضاحت کریں۔
- (5) خرد تدریس پر ایک نوٹ لکھیے۔
- (6) سمعی، بصری اور کثیرالابلاغ وسائل کے درمیان فرق کو واضح کیجیے۔
- (7) ریاضی کی تدریس کے لیے آن لائن مفت دستیاب تدریسی مواد کا جائزہ لیجیے۔
- (8) علم ریاضی کی نوعیت مع مثال بیان کریں۔
- (9) ثانوی سطح پر ریاضی کی تدریس کے اغراض و مقاصد بیان کریں۔

حصہ سوم

- (10) CAM کیا ہے؟ ریاضی کی تدریس میں کس طرح سے اس کا اطلاق کر سکتے ہیں؟
- (11) اکائی منصوبہ کسے کہتے ہیں؟ ثانوی سطح پر ریاضی کی تدریس کے لیے اکائی منصوبہ تیار کرنے میں کن باتوں کا خیال کیا جانا چاہیے۔
- (12) اچھی نصابی کتاب کی تیاری کے لیے کن باتوں کو مد نظر رکھنا چاہیے؟
- (13) CCE کے معنی اور تصور کو بیان کیجیے۔
- (14) میدان ریاضی میں ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات کا تفصیلی جائزہ پیش کیجیے۔

Notes/اہم نکات

Notes/اہم نکات
