BKID 039

کاروباری شماریات

(Business Statistics)

بی۔کام۔(دوسرا سمسٹر)

(for B. Com, II Semester)

نظامت فاصلاتی تعلیم

مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی، حیدرآباد

© Maulana Azad National Urdu University, Hyderabad
Course-Bachelor of Commerce
ISBN: 978-93-93722-26-3
Edition: March, 2022

ناشر : رجسٹرار، مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی، حیدرآباد
اشاعت : مارچ 2022
قیمت : 420/- روپے
تعداد : 200 کاپیاں
کمپوزنگ : شیخ دیداراللہ
تزئین وسرورق : ڈاکٹر ظفراحمد (ظفر گلزار)
مطبع : ہائی ٹیک پرنٹ سسٹمس لمیٹیڈ، حیدرآباد

کاروباری شماریات

BUSINESS STATISTICS
for B. Com. II Semester

Editor
Dr. Md. Sadat Shareef
Associate Professor, DDE, MANUU

On behalf of the Registrar, Published by:
Directorate of Distance Education
Maulana Azad National Urdu University
Gachibowli, Hyderabad-500032 (TS)
Director: dir.dde@manuu.edu.in, *Publication:* ddepublication@manuu,edu.in
Phone: 040-23008314 Website: manuu.edu.in

کورس کوآرڈی نیٹر:

ڈاکٹر محمد سعادت شریف

اسوسی ایٹ پروفیسر، کامرس

نظامتِ فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی حیدرآباد

مصنفین:

ڈاکٹر محمد سعادت شریف

اسوسی ایٹ پروفیسر، کامرس

نظامتِ فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی حیدرآباد

ڈاکٹر محمد عابد علی

نظامتِ فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی حیدرآباد

ایڈیٹر:

ڈاکٹر محمد سعادت شریف

اسوسی ایٹ پروفیسر، کامرس

نظامتِ فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی حیدرآباد

مجلس ادارت

(Editorial Board)

Prof. Mohd. Razaullah Khan Director, Directorate of Distance Education Maulana Azad National Urdu University Hyderabad	پروفیسر محمد رضا اللہ خان ڈائرکٹر، نظامت فاصلاتی تعلیم مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی، حیدرآباد
Dr. Md. Sadat Shareef Associate Professor, Commerce DDE, Maulana Azad National Urdu University Hyderabad	ڈاکٹر محمد سعادت شریف اسوسی ایٹ پروفیسر، کامرس نظامتِ فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی، حیدرآباد
Dr. Mohd. Abid Ali DDE, Maulana Azad National Urdu University Hyderabad	ڈاکٹر محمد عابد علی گیسٹ فیکلٹی، نظامتِ فاصلاتی تعلیم مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی، حیدرآباد
Dr. Khaja Moinuddin Assistant Professor, Mathematics Department of Mathematics, Maulana Azad National Urdu University Hyderabad	ڈاکٹر خواجہ معین الدین اسسٹنٹ پروفیسر ریاضی، شعبۂ ریاضی، مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی، حیدرآباد

لینگویج ایڈیٹر:

Dr. Zafar Ahmad (Zafar Gulzar) Directorate of Translation & Publications Maulana Azad National Urdu University, Hyderabad	ڈاکٹر ظفر احمد (ظفر گلزار) ڈائرکٹوریٹ آف ٹرانسلیشن اینڈ پبلی کیشنز مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی، حیدرآباد

ملنے کا پتہ:

ڈی ٹی پی سیل کاؤنٹر، ڈائرکٹوریٹ آف ٹرانسلیشن اینڈ پبلی کیشنز

مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی، گچی باؤلی، حیدرآباد-500032 (تلنگانہ)

DTP Sale Counter, Directorate of Translation & Publications

Room No. G-09, H. K. Sherwani Centre for Deccan Studies
Maulana Azad National Urdu University, Gachibowli,Hyderabad-500032
M: 9394370675, 9966818593, Email: directordtp@manuu.edu.in

Account Name: DTP Sale Counter **Account No.:** 187901000009349
Bank Name: Indian Overseas Bank **IFSC:** IOBA00001879
Branch: Gachibowli, Hyderabad

کتابوں کی قیمت پر رعایت کی شرح:

1۔عام قارئین کے لیے 25%
2۔طلبا، کالجز اور دیگر اداروں کے لیے 30%

کتابیں ڈاک سے بھی منگوائی جاسکتی ہیں۔

نوٹ: -/500 روپے سے زائد کے بل پر ڈاک خرچ نہیں لیا جائے گا۔

فون دفتر کے دنوں میں اور دفتری اوقات کے دوران کریں تاکہ فوری کارروائی کی جاسکے۔

فہرست

پیغام	:	وائس چانسلر	8
ڈائرکٹر کا پیغام	:	ڈائرکٹر، نظامتِ فاصلاتی تعلیم	9
کورس کا تعارف	:	کوآرڈی نیٹر	10
بلاک I: شماریات		Statistics	11
اکائی 1- شماریات		Statistics	12
اکائی 2- شماریات کا اطلاق		Application of Statistics	28
اکائی 3- بنیادی اعداد وشمار		Primary Data	40
اکائی 4- ثانوی اعداد وشمار		Secondary Data	56
بلاک II: اشکال اور ترسیم		Diagrams and Graphs	73
اکائی 5- مواد کی پیشکشی		Presentaion of Data	74
اکائی 6- اشکال		Diagram	84
اکائی 7- مستطیلی ترسیم		Histogram	94
اکائی 8- تعددی کثیر الاضلاع		Frequency Polygon	102
بلاک III: مرکزی رجحان		Central Tendency	113
اکائی 9- مرکزی رجحان		Central Tendency	114
اکائی 10- حسابی اوسط		Arithmatic Mean	126
اکائی 11- وسطانیہ		Median	143
اکائی 12- بہتانیہ		Mode	160

174	**Dispersion**	**بلاک IV: انتشار**
175	Dispersion	اکائی 13- انتشار
181	Range	اکائی 14-سعت
190	Types of Deviations	اکائی 15-انحراف کی قسمیں
207	Standard Deviations	اکائی 16-معیاری انحراف
221	**Correlation and Regression Analysis**	**بلاک V: ہم رشتگی اور مراجعتی تجزیہ**
222	Correlation	اکائی 17- ہم رشتگی
236	Karl Pearson's Coefficient of Correlation	اکائی 18- کارل پیرسن کی ہم رشتگی کا ضریب
263	Spearman's Rank Correlation	اکائی 19- اسپیرمن کی درجاتی ہم رشتگی
280	Regression Analysis	اکائی 20- مراجعتی تجزیہ
306	**Index Number and Moving Average**	**بلاک VI: اعشاری اعداد اور حرکتی اوسط**
307	Index Numbers	اکائی 21- اعشاری اعداد
319	Important Index Numbers	اکائی 22- اہم اعشاری اعداد
335	Moving Average	اکائی 23- حرکتی اوسط
354	Pasche and Laspeyres Index Numbers	اکائی 24- پاسچے اور لیسپیرس اعشاری اعداد

پیغام

مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی 1998 میں وطنِ عزیز کی پارلیمنٹ کے ایکٹ کے تحت قائم کی گئی۔اس کے چار نکاتی مینڈیٹس ہیں: (1) اردو زبان کی ترویج وترقی (2) اردو میڈیم میں پیشہ ورانہ اور تکنیکی تعلیم کی فراہمی (3) روایتی اور فاصلاتی تدریس سے تعلیم کی فراہمی اور (4) تعلیم نسواں پر خصوصی توجہ۔ یہ وہ بنیادی نکات ہیں جو اِس مرکزی یونیورسٹی کو دیگر مرکزی جامعات سے منفرد اور ممتاز بناتے ہیں۔قومی تعلیمی پالیسی 2020 میں بھی مادری اور علاقائی زبانوں میں تعلیم کی فراہمی پر کافی زور دیا گیا ہے۔

اُردو کے ذریعے علوم کو فروغ دینے کا واحد مقصد و منشا اُردو داں طبقے تک عصری علوم کو پہنچانا ہے۔ایک طویل عرصے سے اُردو کا دامن علمی مواد سے لگ بھگ خالی رہا ہے۔کسی بھی کتب خانے یا کتب فروش کی الماریوں کا سرسری جائزہ اس بات کی تصدیق کر دیتا ہے کہ اُردو زبان سمٹ کر چند ''ادبی'' اصناف تک محدود رہ گئی ہے۔یہی کیفیت اکثر رسائل واخبارات میں دیکھنے کو ملتی ہے۔اردو میں دستیاب تحریریں قاری کو کبھی عشق ومحبت کی پُر پیچ راہوں کی سیر کراتی ہیں تو کبھی جذباتیت سے پُر سیاسی مسائل میں اُلجھاتی ہیں،کبھی مسلکی اور فکری پس منظر میں مذاہب کی توضیح کرتی ہیں تو کبھی شکوہ وشکایت سے ذہن کو گراں بار کرتی ہیں۔تاہم اُردو قاری اور اُردو سماج دورِ حاضر کے اہم ترین علمی موضوعات سے نابلد ہیں۔چاہے یہ خود ان کی صحت وبقا سے متعلق ہوں یا معاشی اور تجارتی نظام سے،یا مشینی آلات ہوں یا ان کے گرد وپیش ماحول کے مسائل ہوں،عوامی سطح پر اِن شعبہ جات سے متعلق اردو میں مواد کی عدم دستیابی نے عصری علوم کے تئیں ایک عدم دلچسپی کی فضا پیدا کر دی ہے۔یہی وہ مبارزات (Challenges) ہیں جن سے اُردو یونیورسٹی کو نبرد آزما ہونا ہے۔نصابی مواد کی صورت حال بھی کچھ مختلف نہیں ہے۔اِسکولی سطح پر اُردو کتب کی عدم دستیابی کے چرچے ہر تعلیمی سال کے شروع میں زیرِ بحث آتے ہیں۔چوں کہ اُردو یونیورسٹی کا ذریعہ تعلیم اُردو ہے اور اس میں عصری علوم کے تقریباً سبھی اہم شعبہ جات کے کورسز موجود ہیں لہٰذا اِن تمام علوم کے لیے نصابی کتابوں کی تیاری اِس یونیورسٹی کی اہم ترین ذمہ داری ہے۔انہیں مقاصد کے حصول کے لیے اردو یونیورسٹی کا آغاز فاصلاتی تعلیم سے 1998 میں ہوا تھا۔

مجھے اِس بات کی بے حد خوشی ہے کہ اس کے ذمہ داران بشمول اساتذہ کرام کی انتھک محنت اور ماہرینِ علم کے بھرپور تعاون کی بنا پر کتب کی اشاعت کا سلسلہ بڑے پیمانے پر شروع ہو گیا ہے۔فاصلاتی تعلیم کے طلباء کے لیے کم سے کم وقت میں خود اکتسابی مواد اور خود اکتسابی کتب کی اشاعت کا کام عمل میں آ گیا ہے۔پہلے سمسٹر کی کتب شائع ہو کر طلباء وطالبات تک پہنچ چکی ہیں۔دوسرے سمسٹر کی کتابیں بھی جلد طلباء تک پہنچیں گی۔مجھے یقین ہے کہ اس سے ہم ایک بڑی اردو آبادی کی ضروریات کو پورا کر سکیں گے اور اِس یونیورسٹی کے وجود اور اس میں اپنی موجودگی کا حق ادا کر سکیں گے۔

پروفیسر سید عین الحسن

وائس چانسلر

مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی،حیدرآباد

پیغام

فاصلاتی طریقۂ تعلیم کو عالمی سطح پر انتہائی کارکرد اور مفید طریقۂ تعلیم کی حیثیت سے تسلیم کیا جا چکا ہے۔ اس طریقۂ تعلیم سے بڑی تعداد میں لوگ مستفید ہو رہے ہیں۔ مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی کا قیام 1998 میں نظامتِ فاصلاتی تعلیم سے ہوا اور اس کے بعد 2004 میں باقاعدہ روایتی طرز تعلیم کا آغاز ہوا۔

روایتی و فاصلاتی تعلیم کے معیار کو یکساں بنانے کے لیے مشترکہ نصاب کے ساتھ Credit Based Choice System (CBCS) کا اپنایا گیا۔ جدید نصاب اور فاصلاتی تعلیم کے تقاضوں کی تکمیل کے لیے خود اکتسابی مواد کو کتابی شکل میں تیار کیا گیا۔ یہ کتابیں جامعہ ہٰذا کے روایتی و فاصلاتی متعلمین و دیگر جامعات کے طلبا و اساتذہ کے ساتھ اُردو کے عام قاری کے لیے بھی مفید ثابت ہوں گی۔

یونیورسٹی کے قیام کے 25 سال کی تکمیل کے پرمسرت موقعہ پر مستقبل میں معیار مزید بلند کرنے، طلبا کو اپنے منتخبہ میدان میں گراں قدر خدمات فراہم کرنے کے قابل کی خواہش مند ہے۔

نظامتِ فاصلاتی تعلیم یو.جی، پی جی، بی ایڈ، ڈپلوما اور سرٹیفکیٹ کورسز پر مشتمل جملہ پندرہ کورسز چلا رہا ہے۔ بہت جلد تکنیکی ہنر پر مبنی کورسز بھی شروع کیے جائیں گے۔ متعلمین کی سہولت کے لیے 9 علاقائی مراکز بنگلورو، بھوپال، دربھنگہ، دہلی، کلکتہ، ممبئی، پٹنہ، رانچی اور سری نگر اور 5 ذیلی علاقائی مراکز حیدرآباد، لکھنؤ، جموں، نوح اور امراوتی کا ایک بہت بڑا نیٹ ورک تیار کیا ہے۔ ان مراکز کے تحت سرِ دست 155 متعلم امدادی مراکز (Learner Support Centre) کام کر رہے ہیں، جو طلبا کو تعلیمی اور انتظامی مدد فراہم کرتے ہیں۔ نظامت فاصلاتی تعلیم نے اپنی تعلیمی اور انتظامی سرگرمیوں میں آئی سی ٹی کا استعمال شروع کر دیا ہے، نیز اپنے تمام پروگراموں میں داخلے صرف آن لائن طریقے ہی سے دے رہا ہے۔

''کاروباری شماریات'' جامعہ ہٰذا کے بی کام، سمسٹر دوم کے روایتی و فاصلاتی تعلیم کے نصاب پر مبنی ہے۔ نظامتِ فاصلاتی تعلیم کی ویب سائٹ پر متعلمین کو خود اکتسابی مواد کی سافٹ کاپیاں بھی فراہم کی جا رہی ہیں، نیز جلد ہی آڈیو۔ ویڈیو ریکارڈنگ کا لنک بھی ویب سائٹ پر فراہم کیا جائے گا۔ اس کے علاوہ متعلمین کے درمیان رابطے کے لیے ایس ایم ایس (SMS) کی سہولت فراہم کی جا رہی ہے، جس کے ذریعے متعلمین کو پروگرام کے مختلف پہلوؤں جیسے کورس کے رجسٹریشن، مفوضات، کونسلنگ، امتحانات وغیرہ کے بارے میں مطلع کیا جاتا ہے۔

امید ہے کہ ہماری یہ کوشش ملک کی تعلیمی اور معاشی ترقی میں اہم کردار ادا کرے گی۔

پروفیسر محمد رضاء اللہ خان

ڈائرکٹر، نظامت فاصلاتی تعلیم، مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی، حیدرآباد

کورس کا تعارف

کاروباری شماریات (Business Statistics) جامعہ ہٰذا کے روایتی و فاصلاتی تعلیم کے بی کام دوسرے سمسٹر کا ایک مضمون ہے جو 24 اکائیوں پر مشتمل ہے مطالعہ اور ترتیب کی بہتری کے لیے ہر بلاک میں چار (4) اکائیوں کے ساتھ چھ (6) بلاک میں تقسیم کیا گیا ہے اس کتاب کے مطالعہ کے بعد اعداد و شمار کے بنیادی پہلوؤں، مواد کی تشریح و تجزیے اور اس کے استعمالات و اطلاق پر دسترس حاصل ہوگی۔ خود اکتسابی مواد کی تیاری میں نصاب کے ساتھ ساتھ مضمون کو آسان قابل فہم اور وتجزیاتی ذوق سلیم کی پرورش کے کو مدنظر رکھا گیا' ہر اکائی کا مختصر تعارف کے ساتھ معنی و مفہوم، اہم نکات کو پیراگراف و اشکال، ترسیم کی صورت میں پیش کیا گیا۔ ضرورت کے مطابق اُردو اصطلاحات کے ساتھ ساتھ انگریزی اصطلاحات بھی شامل کی گئی ہیں۔

ہر اکائی کی تکمیل پر اکتسابی نتائج وکلیدی الفاظ کو پیش کیا گیا ہے۔ امتحانی پرچوں کو مدنظر رکھتے ہوئے مضمون کے مختلف پہلوؤں پر سوالات دئے گئے ہیں۔ مواد کی ترتیب میں تسلسل کو برقرار رکھنے، مفید اور قابل فہم بنانے کی ایک عاجزانہ کوشش کی ہے، تاہم کوئی بھی کوشش اپنے آپ میں مکمل نہیں ہوتی، مزید اصلاح کی متقاضی ہوتی ہے۔ یہ کتاب ذہین وفطین طلباء قارئین واساتذہ اکرام کے ہاتھوں میں پیش کی جارہی ہے۔

مطالعہ کے دوران درپیش مشکلات' حل طلب وضاحتوں کی نشاندہی کرتے ہوئے اپنے صلاح ومشوروں سے نوازیں جس کی مستقبل کی اشاعت میں شامل کیا جائیگا آپ اپنے مشوروں کو ڈائرکٹر نظامت فاصلاتی تعلیم مانو کے پتہ پر اپنے نام فون نمبر اور مکمل پتہ کے ساتھ تحریری شکل میں پیش کریں نیک تمناؤں کے ساتھ۔

ڈاکٹر محمد سعادت شریف
کورس کوآرڈی نیٹر واڈیٹر
نظامت فاصلاتی تعلیم' مولانا آزاد نیشنل اُردو یونیورسٹی

بلاکI: شماریات Statistics

اکائی1- شماریات	Statistics
اکائی2- شماریات کا اطلاق	Application of Statistics
اکائی3- بنیادی اعداد وشمار	Primary Data
اکائی4- ثانوی اعداد وشمار	Secondary Data

اکائی 1۔ علم شماریات
Statistics

Unit Structure	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	1.0
Objectives	مقاصد	1.1
Concept of Statistics	شماریات کا تصور	1.2
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	1.3
Scope of Statistics	شماریات کی وسعت	1.4
Importance of Statistics	شماریات کی اہمیت	1.5
Features of Statistics	شماریات کے خصوصیات	1.6
Advantages of Statistics	شماریات کے فوائد	1.7
Demerits of Statistics	شماریات کے حدود	1.8
Distrust of Statistics	شماریات کی بے اعتباری	1.9
Remedial Measure to Control Distruct	بے اعتباری پر قابو پانے کے تدابیر	1.9.1
Functions of Statistics	شماریات کے افعال	1.10
Tools of Statistics	شماریات کے آلات	1.11
Learning Out Comes	اکتسابی نتائج	1.12
Key Words	کلیدی الفاظ	1.13
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	1.14
Reference Books	تجویز کردہ کتب	1.15

1.0 تمہید Introduction

عزیز طلباء

کیا بچپن میں آپ نے کبھی پیسے جمع کیے ہیں۔ہاں یا نہیں، اگر ہاں تو یاد کیجیے کہ یہ پیسے کہاں سے آتے تھے، کہاں جمع کرتے تھے، پیسوں کا حساب کتاب کس طرح کرتے تھے اور ان پیسوں کو آپ کس لیے استعمال کیے تھے۔آپ کو یاد ہوگا عیدین، تہوار کے موقع پر والدین بڑے بھائی بہن وغیرہ کبھی کبھی بطور انعام یا عیدی آپ کو پیسے دیے ہوں گے۔ان تمام پیسوں کو آپ ایک مٹی کے غلہ میں جمع کیے ہونگے۔ان پیسوں سے آپ عیدین کے موقع پر کچھ کپڑے یا کھلونے خریدے ہوں گے۔سالانہ امتحان کے بعد اسکول سے ہر سال آپ کو مختلف امتحانات میں حاصل کردہ نشانات کا ایک تعلیمی کارڈ (Progress Card) دیا جاتا ہے۔جماعت دہم وانٹرمیڈیٹ کے حاصل کردہ نشانات پر غور کیجیے، آپ کی کامیابی کا تناسب کا حساب کتاب کس طرح کرتے ہیں۔کس درجہ میں آپ کامیاب ہو چکے، کتنے فیصد آپ کو نشانات حاصل ہوئے، آپ کی تعلیمی قابلیت کس موقف میں ہے وغیرہ وغیرہ کا اندازہ صرف آپ کے حاصل کردہ نشانات کی بنیاد پر ہی طے کیا جاتا ہے۔اس اکائی میں اسی سے متعلق ایک علم ہے جس کو علم شماریات کہتے ہیں اس کے متعلق تفصیل سے مطالعہ کریں گے۔

1.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- آپ علم شماریات کے معنی و مفہوم کو بیان کر سکیں۔
- آپ علم شماریات کی اہمیت وافادیت کو بیان کر سکیں۔
- آپ علم شماریات کے استعمالات کو بیان کر سکیں۔
- آپ علم شماریات کے خصوصیات کو بیان کر سکیں۔
- آپ علم شماریات کی وسعت کو بیان کر سکیں۔

1.2 علم شماریات کا تصور Concept of Statistics

علم شماریات ایک اہم علم ہے۔یہ علم کاروبار، تعلیم، آمدنی واخراجات، صنعت وحرفت، رسمی وغیر رسمی تنظیم، پیداوار واخراجات، کھیل کود وغیرہ وغیرہ مختلف میدانوں میں استعمال کرتے ہیں۔اس علم کی بدولت کسی بھی ادارے کی کارکردگی کا اندازہ قائم ہوتا ہے۔علم شماریات کے بغیر کسی بھی ادارے کی کارکردگی کو محسوب نہیں کرسکتے۔کسی ادارے میں برسرخدمت سرکاری یا غیر سرکاری ملازم کو خدمت کے سلسلے میں ماہانہ تنخواہ حاصل ہوتی ہے۔ملازم اس تنخواہ کو ماہانہ کے مختلف اخراجات میں اس طرح تقسیم کرتا ہے جس سے تمام اخراجات میں توازن پیدا ہو۔اسی طرح تاجرین بھی ماہانہ گھر کے اخراجات کی منصوبہ بندی کرتے ہیں۔تجارت کی آمدنی واخراجات کا حساب کتاب رکھتے ہیں اور اخراجات پر کنٹرول کرتے ہوئے زیادہ منافع حاصل کرنا چاہتے ہیں۔تاجر کاروبار میں مختلف اقسام کے اخراجات برداشت کرتا ہے۔ دوکان کا کرایہ، نوکروں کی تنخواہ، صاف صفائی کے اخراجات، سامان کی خریدی پر سفری اخراجات، بجلی کا خرچہ وغیرہ وغیرہ ان تمام اخراجات کو وہ صرف کاروبار سے حاصل آمدنی سے ہی ادا کرتا ہے۔

بازار میں مسابقت کرتے ہوئے اپنے کاروبار کو بڑھانا چاہتا ہے۔اس لیے کم از کم منافع پر کاروبار کو کرتے ہوئے صارفین کو راغب کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ اخراجات کا تعین کرنا، قیمت خرید کا حساب کرنا، منافع کی شرح کا تعین کرنا، قیمت فروخت کا تعین کرنا، کاروبار سے حاصل آمدنی کا حساب کرنا وغیرہ وغیرہ شماریات سے تعلق رکھتے ہیں۔ یہاں پر ایک صنعت کی مثال کے ذریعہ علم شماریات کا استعمال کس طرح کیا جاتا ہے اس کی وضاحت کی جاتی ہے۔چپل یا جوتے بنانے والی صنعت پر غور کیجیے۔وہ پیداوار کرنے سے قبل کافی چیزوں پر غور وخوض کرتی ہے۔سماج میں کل افراد کی تعداد کیا ہے، اس میں خواتین اور مرد حضرات کی تعداد کیا ہے، کس عمر کے لوگوں کی تعداد کتنی ہے، بچوں کی تعداد کیا ہے، مدرسہ جانے والے طلباء و طالبات کی تعداد کیا ہے، یہ طلباء وطالبات کی کتنی مقدار شہروں اور کتنی مقدار دیہاتوں میں رہتی ہے، اسی طرح کالج سطح پر اور دفتری سطح پر مرد وعورتوں کی تعداد کیا ہے، ان سب کے پیر کا اوسط سائز کیا ہوگا، یہ لوگ کس قسم کے جوتے چپل، سینڈل استعمال کرتے ہیں وغیرہ وغیرہ۔مختلف حصوں میں تجزیہ کرتے ہوئے مختلف سائز کے جوتوں کی تعداد کا تعین کیا جاتا ہے۔اگر مندرجہ بالا باتوں کو نظر انداز کرتے ہوئے جوتے چپل تیار کریں تو وہ صارفین کے استعمال کے قابل نہیں ہونگے، اور صنعتکار کو نقصان ہوگا۔صنعتکار کو کامیابی سے ہمکنار ہونے کے لیے علم شماریات کا استعمال کرنا لازمی ہے۔

1.3 معنی ومفہوم اور تعریف Meaning and Definition

علم شماریات ایک اہم مضمون ہے۔زمانہ قدیم سے لیکر آج تک مختلف طریقوں سے علم شماریات کا استعمال ہوتا رہا ہے۔ ہر دور میں اس کے معنی ومفہوم کی وضاحت کی گئی ہے۔

لفظ Statistics لاطینی لفظ "Status" اور "Statisticus" Statisticum۔اور جرمن لفظ Statistik، اطالوی لفظ Statista اور فرانسیسی لفظ Statistique سے ماخوذ ہے۔اس کو Political State یا Government سے مراد لیا جاتا ہے۔قدیم دور (Ancient Period) میں Statistics کو Science of State یا Science of Kings کے طور پر استعمال کیا گیا تھا۔ 1602ء میں شیکسپیر نے اپنے ڈرامہ Hamlet میں لفظ Statist کا استعمال کیا تھا۔1662ء میں John Grount اور William Petty نے مردم شماری کے لیے علم Statistics کو استعمال کیا تھا۔1749ء میں جرمنی میں اس لفظ کو استعمال کیا گیا۔وقت کے بدلنے کے ساتھ ساتھ دنیا بھر میں اس کا استعمال عام ہوا اور آج کے دور میں علم شماریات (Statistics) کو ملک کی مردم شماری، سماجی ومعاشی مختلف پہلوؤں کے مطالعہ میں استعمال کرتے ہیں۔ Statistics کو اردو زبان میں علم شماریات میں اعداد شمار بھی کہتے ہیں۔

Prof. Prasanta Chandra Mahalamobis کو ہندوستانی علم شماریات کا باوا آدم (Father of Indian Statistics) کہتے ہیں۔اسی طرح برطانوی ماہر شماریات Sir Ronald Fisher کو جدید شماریات کا باوا آدم (Father of Modern Statistics) کہتے ہیں۔علم شماریات اطلاقی ریاضی (Applied Mathematics) سے تعلق رکھتی ہے۔ رونالڈ فشر، Florence Nightingale، John Graunt، کارلپیرسن، مہالونوبس، John Tuhey عالمی سطح کے چند اہم ماہرین شماریات ہیں۔

علم شماریات کو مختلف ماہرین نے مختلف تعریفات پیش کیے ہیں۔

Prof. Batingtoo کے مطابق ''علم شماریات کو 'Science of Estimates and Probabilities' کہتے ہیں''۔

Croxton and Cowdon کے مطابق ''علم شماریات عددی مواد کو حاصل کرنے، پیشکش اور تجزیہ سے تعلق رکھتا ہے''۔

Selligman کے مطابق ''علم شماریات تحقیق میں مواد کی درجہ بندی اور پیشکش سے تعلق رکھتی ہے''۔

Webster کے مطابق ''علم شماریات کسی ریاست کے حقائق کی وضاحت کرتے ہیں''۔

A.L. Bowley کے مطابق ''شماریات حساب کاری کا علم (Science of Counting) ہے''۔

دوسری تعریف میں شماریات کو (Science of Average) یعنی اوسط کے مطالعہ کو شماریات قرار دیا۔

Youle and Kendal کے مطابق ''شماریات مقداری مواد سے تعلق رکھتا ہے، جس کو مختلف وجوہات کے تحت استعمال کرتے ہیں''۔

1.4 شماریات کی وسعت Scope of Statistics

علم شماریات کے معنی و مفہوم سے واقف ہو چکے ہیں۔ آپ کو اندازہ ہو چکا ہے کہ علم شماریات کا دائرہ کافی وسیع ہے۔ اس کو ہر چھوٹے و بڑے تاجرین صنعتکار، پھیری کے کاروبار کرنے والے تاجرین، دوکاندار، ترکاری فروش وغیرہ وغیرہ بھی استعمال کرتے ہیں۔ تعلیمی اداروں میں اس کا خاص استعمال ہوتا ہے۔ کامیابی کے مختلف سطحیں بنائی جاتی ہیں۔ اول، دوم، سوم، امتیازی نشانات وغیرہ اور فیصد مقرر کیا جاتا ہے۔ ہر سال تعلیمی ادارے جماعت دہم یا اعلیٰ جماعتوں کی کامیابی کی فہرست اور تناسب جاری کرتے ہیں۔ تاکہ تعلیمی ادارے کی کارکردگی سے لوگ واقف ہو سکیں۔ طبی ادارے یعنی شفاخانے، دواخانے، دارالمطالعہ، امداد باہمی ادارے وتاجرین، صنعتکار اپنی سالانہ کارکردگی کو رپورٹ کی شکل میں شائع کرتے ہیں۔ ذیل میں علم شماریات کی وضاحت کی گئی ہے۔

کاروباری انتظامیہ میں شماریات Statistics in Business Management

علم شماریات ایک اہم علم ہے۔ اس کو ہر ایک اپنی ضرورت اور مقصد کے تحت استعمال کرتے ہیں۔ کاروباری انتظامیہ کے تمام فیصلے شماریات کے پس منظر میں طے کیے جاتے ہیں۔ یہ علم کاروبار کی کامیابی اور ناکامی کے عوامل کی نشاندہی کرتی ہے۔ کاروبار کی نوعیت، قسم، مقام، حالات وغیرہ کے اعتبار سے سرمایہ کی موزوں سرمایہ کاری، کاروبار کے مختلف اثاثوں کی خریدی، خام مال و مزدوروں کا تعین، مقدار پیداوار کا تعین، ذخیرہ کی حکمت عملی، تشہیر، صارفین تک سامان کی منتقلی وغیرہ مختلف معاملات میں علم شماریات کے مختلف تکنیک سے مدد لی جاتی ہے۔

معاشی منصوبہ بندی Economic Planning

ہر ملک معاشی ترقی و استحکام پر مختلف منصوبے تیار کئے جاتے ہیں۔ استحکام کو قوت بخشنے والے پراجکٹ کی منظوری وغیرہ میں علم شماریات کارآمد ثابت ہوتی ہے۔ موجودہ معاشی ترقی کے پس منظر میں معاشی مسائل کی نشاندہی، مسائل کے حل کے تدابیر، وقت کا تعین، درکار سرمایہ کی مقدار، ممکنہ نتائج، ممکنہ شرح ترقی، معشیت کے مختلف شعبوں پر اثرات وغیرہ وغیرہ اہم امور ہیں۔ ان امور پر معاشی منصوبہ بندی کے دوران غور وخوص کیا جاتا ہے۔ ہر ملک مختلف سماجی و معاشی مسائل سے دوچار ہوتا ہے۔ مسائل کے ممکنہ حل کے لیے حکمت عملی کو قطعیت دینے کے دوران شماری پیمانوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

انتظامیہ میں علم شماریات Statistics in Administration

آپ نے دیکھا کہ علم شماریات ایک وسیع مضمون ہے۔ ہر مضمون اس کو مختلف طریقوں سے استعمال کرتا ہے۔ صنعتی و دفتری انتظامیہ میں بھی شماریات کے مختلف پہلوؤں کا استعمال کیا جاتا ہے۔ صنعتی انتظامیہ، دفتری انتظامیہ، سرمایہ کا انتظامیہ، ملازمین کی بھرتی، ذخیرہ کا انتظامیہ، پیداوار کا انتظامیہ وغیرہ مختلف انتظامی میدان میں شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اس علم کی روشنی میں ضرورت کے تحت وسائل پیداوار کا استعمال کر سکتے ہیں۔ کفایت شعاری اور وسائل کے صحیح استعمال کی ترکیب حاصل ہوتی ہے۔ جس سے ہر شعبہ کی کارکردگی ہمت افزاء ہوتی ہے۔

تعلیم Education

تعلیم ایک اہم شعبہ ہے۔ ہر ملک کی معاشی سرگرمی اس ملک کی تعلیمی سرگرمیوں پر منحصر ہوتی ہے۔ ملک میں شعبہ تعلیم کی کارکردگی کا پتہ لگانے، تعلیمی معیار کو بلند کرنے، تعلیمی سرگرمیوں کو رائج کرنے، سائنسی تحقیقاتی اداروں کو قائم کرنے، ملک کی شرح خواندگی میں اضافہ کرنے، تعلیم کو روزگار سے جوڑنے، کامیابی کا تناسب بڑھانے، سائنسی و سماجی علوم کو رائج کرنے، دیہی و شہری تعلیمی تفاوت کو کم کرنے وغیرہ مختلف مسائل کو حل کرنے میں شماریات اہم کردار ادا کرتا ہے۔

صنعت Industry

ہر ملک کی معشیت پر صنعتیں راست طور پر اثر انداز ہوتی ہیں۔ جن مما لک میں قدرتی ذخائر یا وسائل کافی مقدار میں پائے جاتے ہوں، وہاں پر صنعتوں کی کثرت ہوتی ہے۔ صنعتوں کے قیام سے قبل قدرتی وسائل کا پتہ لگانے، صنعتوں کے قیام کے مراحل کی تکمیل، صنعتوں کے قیام سے حاصل ممکنہ نتائج کا تعین کرنے وغیرہ جیسے اہم امور ہیں جن پر صنعتی پالیسی اختیار کرنے کے دوران غور وخوص کیا جاتا ہے۔ ملک میں چھوٹے پیمانے کی صنعتوں، درمیانی یا بڑے پیمانے کی صنعتوں کے درمیان توازن پیدا کرنے، صنعتوں کی مقام پذیری، صنعتی پیداوار اور فروخت وطلب میں توازن پیدا کرنے وغیرہ مختلف معاملات میں شماریات کارگرد ثابت ہوتی ہے۔

1.5 شماریات کی اہمیت Importance of Statistics

دنیا کا ہر علم اپنی منفرد اہمیت وافادیت رکھتا ہے۔ عام طور پر علم ریاضی کو اہمیت کے اعتبار سے منفرد مقام دیا جاتا ہے۔ اسی طرح سائنسی علوم اور سماجی علوم کو بھی مختلف میدانوں میں اہمیت دی جاتی ہے۔ علم شماریات بھی اہمیت وافادیت کے اعتبار سے ایک منفرد مقام رکھتا ہے۔ پچھلی جماعتوں میں حاصل نشانات کی بنیاد پر اپنی کامیابی کا فیصد معلوم کر چکے ہیں۔ ملک کی گھریلو پیداوار، روزگار، شرح پیدائش و اموات، درآمدات و برآمدات وغیرہ علم شماریات کی مدد سے بہتر طور پر پیش کر سکتے ہیں۔ علم شماریات کی اہمیت کو مختلف علوم کے پس منظر میں آسانی کے ساتھ سمجھ سکتے ہیں۔ ہر علم میں اس کا ایک ہی طریقے سے استعمال نہیں کیا جاتا ہے۔ مضمون کی اہمیت واستعمال کے پس منظر میں علم شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔ ذیل میں مختلف مضامین کے پس منظر میں علم شماریات کی اہمیت کو بتلایا گیا ہے۔

1۔ معاشیات Economics

علم معاشیات ایک اہم علم ہے۔ کسی ملک کی آمدنی واخراجات کی نوعیت، شرح پیدائش واموات، صنعتوں کی تعداد، روزگار کی سطح،

بیروزگاری کی سطح، شہری ودیہاتی سہولتیں، صنعتوں کی پیداوار، چھوٹے پیمانے کی صنعتیں، ریاست اور مرکزی حکومت کے موازنہ کی پیشکش سطح غربت، معیارزندگی، درآمدات وبرآمدات وغیرہ علم معاشیات سے تعلق رکھتے ہیں۔ان کا علم شماریات کی مدد سے بہتر طور پر تجزیہ کر سکتے ہیں۔ فیصد یا تناسب وغیرہ علم شماریات کے ہی حصے ہیں۔ اس کو عام فہم بنانے کے لیے اعداد کو گراف کی شکل میں بھی پیش کر سکتے ہیں۔علم شماریات کے زبان میں پیش کرنے سے ہر شخص آسانی کے ساتھ سمجھ سکتا ہے۔اسی طرح روزگار کو بڑھانے، شرح تعلیم یا خواندگی میں اضافہ، قومی آمدنی میں اضافہ، گھریلو پیداوار میں اضافہ وغیرہ وغیرہ مختلف میدانوں میں ترقی ونمو کے لیے حکمت عملی اختیار کرنے میں بھی علم شماریات کو استعمال کیا جاتا ہے۔ سرکاری اعتبار سے ملازمین میں تنخواہ کی ادائیگی، بونس کی اجرائی، رعایت، شرح سود کا تعین، بنک کاری نظام وغیرہ بھی علم شماریات کا استعمال کرتے ہیں۔علم شماریات کا استعمال کے بغیر نتائج کا بہتر طور پر تجزیہ کرنا ممکن نہیں۔

2۔ کاروباری انتظامیہ Business Management

کاروبار ایک اہم معاشی سرگرمی ہے۔ ہر چھوٹے وبڑے تجارتی اداروں کا اہم مقصد منافع کمانا ہوتا ہے۔اسی مقصد کے تحت مختلف تاجرین حکمت عملی اختیار کرتے ہیں۔کاروبار مختلف اقسام کے ہیں۔پھیری کا کاروبار، موسمی کاروبار، ترکاری ومیوہ فروش، کرایہ دوکان، ٹیلر شاپ وغیرہ وغیرہ چند چھوٹے پیمانے کی کاروبار ہیں۔اسی طرح کپڑے، جوتے، لوہے فولاد، کمپیوٹر ٹکنالوجی وغیرہ وغیرہ چند بڑے پیمانے کے کاروبار ہیں۔شہروں میں واقع بڑے بڑے مال سنٹر بھی اہم کاروباری ادارے ہیں۔آپ کو اسکول کے ایام یاد ہونگے۔اسکول کے اوقات میں اسکول کے باہر آئسکریم اور پھلی، جام، بیر وغیرہ فروخت کرنے کے لیے معمولی تھیلے پر جمائے رکھتے ہیں۔اسی طرح موسم گرما میں سڑکوں پر شربت کے مختلف اسٹال لگتے ہیں۔ کیا آپ جانتے ہیں یہ سب علم شماریات کا کس طرح استعمال کرتے ہیں۔ قیمت خرید، قیمت فروخت کا تعین کرنا، شرح منافع ونقصان کا اندازہ لگانا، صارفین کو راغب کرنا، مقدار پیداوار کا تعین کرنا، لاگتوں پر کنٹرول کرنا، آمدنی واخراجات میں توازن پیدا کرنا، موسم کے اعتبار سے کاروبار چلانا وغیرہ وغیرہ تمام امور علم شماریات سے تعلق رکھتے ہیں۔جن کو تاجر مختلف زاویوں سے استعمال کرتا ہے۔

3۔ مالیہ کا انتظامیہ Finance Management

ہر تاجر بیش ترین منافع حاصل کرنا چاہتا ہے۔ ہر تاجر کے پاس مالیہ کے محدود ذرائع ہوتے ہیں۔محدود سرمایہ کو اس طرح سرمایہ کاری کرنا چاہتا ہے جس سے اس کو زیادہ سے زیادہ فائدہ حاصل ہو سکے۔کاروبار کی نوعیت کے اعتبار سے سرمایہ کی رقم مختص کی جاتی ہے۔ چھوٹے کاروبار کے لیے سرمایہ کی کم ضرورت ہوگی۔کاروبار میں ضرورت سے زائد رقم سرمایہ کاری کی جائے تو زائد سرمایہ سے تاجر کو فائدہ کے بجائے نقصان ہوگا۔مثلاً گلی کوچوں میں پھر پھر کر آئسکریم فروخت کرنے والا تاجر یا کسی ٹفن سنٹر کا مالک مقدار پیداوار طے کرنے سے قبل وقت، حالات، مقامی صارفین کی تعداد، موسم، گرما، سرما، بارش، آب وہوا وغیرہ مختلف عوامل کو مدنظر رکھتا ہے۔ان ہی عوامل کے مدنظر سرمایہ بھی مشغول کرتا ہے۔ کیونکہ تعطیلات، برسات، شدید گرمی وغیرہ ایام میں صارفین کی کم تعداد پائی جاتی ہے۔ بڑے بڑے صنعتکار مالیہ مشغول کرنے سے قبل ممکنہ فوائد اور اس کے متعلق مختلف حکمت عملیوں کو قطعیت دیتے ہیں۔ پھر کسی موزوں پیداوار پر سرمایہ کاری کو قطعیت دی جاتی ہے۔کاروبار کی نوعیت یا کاروبار کے اعتبار سے سرمایہ مشغول کرنا کامیاب کاروبار کی نشانی ہے۔ فاضل رقومات کو محفوظ رکھا جاتا ہے تاکہ اس سے کچھ آمدنی حاصل کر سکے۔ غیر ضروری سرمایہ کاری

سے بچنے کے لیے علم شماریات کے مختلف پہلوؤں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

4۔ علم سماجیات Sociology

علم سماجیات ایک اہم علم ہے۔اس میں سماج سے متعلق مختلف امور کا تجزیہ کیا جاتا ہے۔طبقات،سماج کے رہن سہن،طور طریقے،رسم و رواج،مرد اور خواتین کی تعداد،مذہبی رسم ورواج،عیدین وتہوار،گھریلو یا خاندانی طور طریقے،زبان،شرح خواندگی،روزگار کی سطح،بیروزگاری کی شرح وغیرہ وغیرہ مختلف سماجی پہلو ہیں جو سماجیات سے تعلق رکھتے ہیں۔علم شماریات کی مدد سے سماج کے ان مختلف پہلوؤں کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔مختلف امور کو تناسب یا فیصد میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

5۔ علم تاریخ History

علم تاریخ ایک اہم مضمون ہے۔اس میں تاریخی حکمرانوں،بادشاہوں،راجاؤں کی حکومت اور طرز عمل کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔زمانۂ قدیم سے دور حاضر تک دنیا کے مختلف علاقوں کے مختلف حکمرانوں کی زندگی،طرز حکومت،طور طریقے وغیرہ وغیرہ کے متعلق مطالعہ کیا جاتا ہے۔دور حاضر کی طرح تاریخی دور میں کتنے فیصد افراد تعلیم یافتہ تھے،افراد کا رہن سہن،طور طریقے،روزگار،بیروزگار،آمدنی،معیار زندگی،تعمیرات،کاروبار،صنعتوں یا پیداواری اداروں کی نوعیت،مقدار پیداوار،درآمدات و برآمدات،کرنسی نظام،نظم وضبط،بندوبست وغیرہ مختلف تاریخی پس منظر کو شماریات کے پس منظر میں ظاہر کرتے ہیں۔جس سے تاریخ کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔

6۔ علم ریاضی Mathematics

علم ریاضی ایک اہم مضمون ہے۔ہر دور میں اس مضمون کی اہمیت کو قبول کیا جاتا ہے۔گنتی،اعداد کی درجہ بندی،حساب کتاب،زاویئے فیصد،تناسب وغیرہ علم ریاضی سے تعلق رکھتے ہیں۔یہ تمام اعداد شمار میں استعمال کیے جاتے ہیں۔علم ریاضی اور علم اعداد شمار کا آپس میں گہرا تعلق پایا جاتا ہے۔ان ہی کے مختلف پہلو علم ریاضی میں کافی استعمال میں آتے ہیں۔علم ریاضی کے مسائل کو حل کرنے میں شماریات کی مدد لی جاتی ہے۔

1.6 علم شماریات کے خصوصیات Features of Statistics

علم شماریات ایک اہم مضمون ہے۔اس کا تعلق مختلف علوم سے کافی قریبی پایا جاتا ہے۔ہر علم کسی نہ کسی طرح سے علم شماریات کے پہلوؤں کو استعمال کرتا ہے۔قومی مسائل کو حل کرنے یا مقامی سطح کے مسائل پر قابو پانے وغیرہ ہر میدان میں علم شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔ذیل میں علم شماریات کے اہم خصوصیات کو بیان کیا گیا ہے۔

1۔ علم شماریات آسان اور قابل فہم مضمون ہے۔غیر تعلیم یافتہ شخص بھی اس کو آسانی کے ساتھ سمجھ سکتا ہے۔

2۔ علم شماریات کو دنیا کے ہر علم سائنس،سماجی علم،معاشیات،طبیعیات،کیمیاء،ریاضی وغیرہ مختلف مضامین میں ضرورت کے مطابق معلومات کو آسان بنانے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ کھیل کود کے میدان،سائنسی تحقیقاتی اداروں میں بھی علم شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔

4۔ ہر ملک اپنی معاشی پالیسی کو آسانی سے قطعیت دینے میں علم شماریات کی مدد لی جاتی ہے۔

5۔ علم شماریات کا تعلق اعداد یا گنتی سے پایا جاتا ہے۔
6۔ علم شماریات میں بیان بازی کی کوئی گنجائش نہیں۔
7۔ علم شماریات دیگر مضامین کی آسان تفہیم میں مدد دیتا ہے۔
8۔ طلباء کی صلاحیتوں، تعلیمی اداروں کی کارکردگی کو آسان طریقوں سے بیان کیا جاسکتا ہے۔
9۔ علم شماریات کے اعداد پر مختلف افراد مطالعہ کرنے کے باوجود یکساں نتائج حاصل ہوتے ہیں۔
10۔ علم شماریات کے تجزیہ کی مدد سے حاصل نتائج حقائق کو ظاہر کرتے ہیں۔
11۔ علم شماریات کا تعلق حقیقی اعداد سے ہوتا ہے۔
12۔ علم شماریات ہر قسم کے علم کے لیے قابل استعمال ہے۔
13۔ وسائل کو بہتر سے بہتر طور پر استعمال کرنے میں شماریات کی تکنیک ہی مددگار ثابت ہوتی ہے۔
14۔ ہر چھوٹے و بڑے تاجر کی بازاری و تجارتی حکمت عملی میں استعمال کرتے ہیں۔

1.7 علم شماریات کے فائدے Advantages of Statistics

علم شماریات ایک اہم مضمون ہے۔ یہ ہر فرد کی زندگی میں قابل استعمال ہوتا ہے۔ ارادی اور غیر ارادی طور پر چھوٹے بچے و بڑے افراد روزانہ استعمال کرتے ہیں۔ ہر چھوٹے و بڑے تاجرین کسی نہ کسی اعتبار سے اس مضمون کو استعمال کرتے ہیں۔ کاروباری میدان میں اس مضمون کے استعمال کے بغیر کاروبار کی کیفیت، نفع و نقصان، آمدنی و اخراجات کا اندازہ قائم نہیں کر سکتے۔ علم شماریات ایک وسیع مضمون ہے۔ زندگی کے ہر میدان میں استعمال کرتے ہیں۔ ذیل میں علم شماریات کے چند اہم فوائد کو بیان کیا گیا ہے۔

1۔ قابل فہم مضمون: علم شماریات ایک آسان قابل فہم مضمون ہے۔ اس کو تعلیم یافتہ اور غیر تعلیم یافتہ افرد بھی آسانی کے ساتھ استعمال کر سکتے ہیں۔ علم شماریات کے مختلف پہلوؤں کو ناخواندہ شخص بھی بڑی آسانی کے ساتھ سمجھ سکتا ہے۔ ایک عام شخص اپنی آمدنی و اخراجات کا آسانی کے ساتھ حساب کر سکتا ہے۔ ناخواندہ خواتین بھی اس علم کی تکنیک کو آسانی کے ساتھ استعمال کرتے ہیں۔

2۔ کاروبار: کاروبار میں علم شماریات کا کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔ پھیری کے کاروبار کرنے والے مختلف تاجرین جیسے میوہ فروش، ترکاری فروش، روزانہ حاصل آمدنی و اخراجات کا آسانی سے حساب کرتے ہیں۔ کاروبار میں حاصل منافع کا تعین کر لیتے ہیں۔ قیمت خرید کے ساتھ ساتھ سفری مصارف، حمل و نقل کے مصارف، پٹرول کا خرچ، گاڑی کا خرچ وغیرہ مختلف اخراجات کو برداشت کرتے ہیں۔ یہ تمام اخراجات کی پابجائی کس طرح کریں، کس قیمت پر فروخت کریں، کس مقام پر، کس وقت مال فروخت ہوگا وغیرہ مختلف سوالوں کا جواب تاجر کو علم شماریات کی مدد سے آسانی سے حاصل ہوتے ہیں۔ علم شماریات کے پہلوؤں کو استعمال کرنے کے لیے تعلیم یافتہ ہونا ضروری نہیں بلکہ ایک ناخواندہ شخص بھی آسانی کے ساتھ اس کو استعمال کرتے ہوئے مستعفید ہوسکتا ہے۔

3۔ صنعتی میدان: بڑے پیمانے کے پیداواری ادارے یا صنعتیں علم شماریات کے حسابی طریقوں کو استعمال کرتے ہیں۔ یہ صنعت کے مالی

موقف کی وضاحت کرنے میں مدد دیتے ہیں۔صنعتی ادارے علم شماریات کے ضابطوں کو استعمال کیے بغیر اپنے مال موقف کی وضاحت نہیں کر سکتے۔ پیداواری اخراجات میں تخفیف کرنے، لاگتوں پر کنٹرول کرنے، قیمت فروخت کا تعین کرنے،صنعت کو حاصل منافع، اثاثہ و ذمہ داریوں کی کیفیت وغیرہ کے متعلق علم شماریات کی مدد سے ظاہر کر سکتے ہیں اور علم شماریات کے مختلف پہلوؤں کو استعمال کرتے ہوئے کاروباری مقاصد کو حاصل کر سکتے ہیں۔

4۔ منصوبہ بندی: کسی صنعت، فیکٹری یا ادارے کو حاصل وسائل کا بہتر طور پر مختلف مدوں میں تقسیم کرنے کے لیے علم شماریات کے پہلوؤں کا استعمال کیا جاتا ہے۔ بجٹ کو قطعیت دینے، وقت کا تعین کرنے، سرمایہ کی موزوں تقسیم، آمدنی و اخراجات میں تجزیہ کرنے، لاگتوں پر کنٹرول کرنے، اوقات کار کا بہتر استعمال کرنے، فروخت کا تعین کرنے وغیرہ مختلف معاملات میں علم شماریات سے مستفید ہوتے ہیں۔

5۔ پیش قیاسی: پیش قیاسی میں علم شماریات کافی مددگار ثابت ہوتا ہے۔ موجودہ صورتحال کو مدنظر رکھتے ہوئے مستقبل کے ممکنہ موقف کی جانکاری میں علم شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اکثر تاجرین اپنی پیداوار کو مقرر کرنے سے قبل پیش قیاسی کے مختلف حسابی طریقوں کی بنیاد پر مستقبل کے لیے طلب کی پیش قیاسی کرتے ہیں۔علم شماریات کے استعمال کے بغیر بہتر مقدار میں پیش قیاسی کرنا دشوار ہے۔ بڑے پیداواری ادارے پیش قیاسی سے قبل مقدار پیداوار کا تعین نہیں کرتے۔ پیش قیاسی کے مختلف طریقے ہیں۔ حسابی اعتبار سے درست طریقہ کو اختیار کرتے ہوئے مقدار پیداوار تعین کرتے ہیں۔

6۔ وسائل کار کی تقسیم: عاملین پیدائش کا بہتر استعمال کرتے ہوئے معیاری پیداوار کو حاصل کر سکتے ہیں۔ شئے کی نوعیت، اور مقدار پیداوار کے اعتبار سے عاملین پیداوار کی آمیزش ہونی چاہیے۔ حسابی نقطۂ نظر سے علم شماریات کے مختلف پہلوؤں کا استعمال کیا جاتا ہے۔ معیاری پیداوار کی بدولت بازار میں کاروبار کی ساکھ برقرار رہتی ہے اور کاروبار کو فروغ حاصل ہوتا ہے۔

7۔ مالی موقف کی وضاحت: ہر تاجر کاروبار کے مالی موقف کی وضاحت کے لیے حسابی ضوابط کو استعمال کرتے ہیں۔ نفع و نقصان، شرح منافع، لاگت پر کنٹرول، اثاثوں کے اقسام، ذمہ داریوں کی کیفیت وغیرہ کو محسوب کرنے کے لیے علم شماریات کے مختلف ضوابط کو استعمال کرتے ہیں۔ کاروبار کی مالی موقف کی وضاحت میں اس کا خاص استعمال کیا جاتا ہے۔

8۔ موازنہ کی تیاری: علم شماریات کو موازنہ کی ترتیب میں استعمال کیا جاتا ہے۔ ہر ملک اپنے سالانہ آمدنی و اخراجات کا تختہ تیار کرتے ہیں۔ اس کی تیاری میں علم شماریات کے مختلف پہلوؤں کا استعمال کرتے ہیں۔ بجٹ کی تیاری میں شماریات مددگار ثابت ہوتا ہے۔ آمدنی و اخراجات میں توازن پیدا کر سکتے ہیں۔ حکومت اپنے اخراجات میں کمی کرتے ہوئے آمدنی کی سطح میں اضافہ کی حکمت عملی کو شماریات کے نقطۂ نظر سے حل کرتے ہیں۔

1.8 علم شماریات کی خامیاں — Demerits of Statistics

علم شماریات ایک اہم مضمون ہے۔ جس کو قومی اور عالمی سطح پر اس کو مختلف میدانوں میں استعمال کرتے ہیں۔ علم شماریات کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ علم شماریات کے استعمال کے لیےاس مضمون پر عبور ہونا لازمی ہے۔ایک ناخواندہ شخص اس کے مختلف پہلوؤں کو کامیابی سے استعمال نہیں کرسکتا۔

2۔ علم شماریات کے ضوابط کی مدد سے حاصل نتائج کو صحیح اور درست ہونے کی تصدیق یا جانچ مشکل ہے۔کیونکہ ضابطوں میں تبدیلی سے نتائج میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

3۔ علم شماریات مستقبل کے حقائق کو ظاہر کرنے سے قاصر ہے، یہ صرف ممکنہ اشارے فراہم کرسکتی ہے۔لیکن حقیقی منظر کو پیش کرنے سے قاصر ہے۔

4۔ صنعتی میدان میں اس کا استعمال کافی محدود ہے۔

5۔ علم شماریات کو مختلف طریقوں سے استعمال کرنے پر مختلف نتائج حاصل ہوتے ہیں۔حاصل نتائج کی درستگی کا کوئی پیمانہ نہیں ہے۔

1.9 شماریات کی بے اعتباری Distrust of Statistics

علم شماریات ایک اہم علم ہے۔اس کو مختلف مسائل کو حل کرنے کے ساتھ ساتھ منصوبہ بندی میں بھی استعمال کرتے ہیں۔ ہر چھوٹے و بڑے تاجرین،صنعتکار و سرمایہ کار ہر ایک علم شماریات کو استعمال کرتے ہیں۔اسی کی بنیاد پر اپنے موقف کی وضاحت کرتے ہیں۔ ہر ملک شماریات کے مختلف پہلوؤں کو استعمال کرتے ہوئے سماجی و معاشی موقف کو پیش کرتے ہیں۔بعض اوقات علم شماریات کو شک کی نگاہ سے دیکھا جاتا ہے۔شماریات کے ضابطوں کی مدد سے حاصل نتائج پر یقین نہیں کیا جاتا ہے۔نتائج پر اعتبار نہیں ہوتا۔ بلکہ شماریات کے نتائج کو حقائق سے بعید تصور کرتے ہیں۔اکثر و بیشتر مختلف سیاسی قائدین کے تقاریر کو سننا ہوگا۔ وہ اپنے دور کے ملک کے معاشی استحکام سے متعلق مختلف مواد یا اعداد و شمار کو پیش کرتے ہیں۔پچھلے برسوں کی بہ نسبت رواں برس کافی مستحکم اور بہتر ثابت کرتے ہیں۔کیا آپ اس پر اتفاق کرتے ہیں۔بعض افراد یقین نہیں کرتے۔اپنے تیئں مواد یا اعداد کو الٹ پھیر کرکے بہتر نتائج کو پیش کیا جاتا ہے۔لیکن یہ طریقہ کار درست نہیں۔

بے اعتباری کے معنی و مفہوم

علم شماریات پر عدم اطمینان کا اظہار کرنا ہے۔شماریات پر اعتبار نہ کرنا، بھروسہ نہ کرنا، نتائج کو غلط قرار دینا،شماریات کی بے اعتباری (Distrust of Statistics) کہلاتا ہے۔بعض اوقات شماریات کے اعداد پر اعتبار نہیں کرتے۔مواد یا اعداد کو الٹ پھیر کرکے حسب خواہش نتائج حاصل کرلیتے ہیں۔جس کے سبب شماریات پر اعتبار قائم نہیں رہتا۔شماریات پر ایک جانب بھروسہ اور اعتبار کیا جاتا ہے۔دوسری جانب اسی مضمون کو شک اور عدم اطمینان کے طور پر دیکھا جاتا ہے۔شماریات پر عدم اطمینان یا بے اعتباری کے چند اہم اسباب کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ مطلب پرست افراد اعداد یا مواد کو الٹ پھیر کرکے حسب خواہش نتائج حاصل کرتے ہیں۔جس کے سبب عام افراد میں شماریات پر اعتبار نہیں ہوتا۔

2۔ علم شماریات کے مختلف باریک پہلوؤں،ضوابط،طور طریقوں پر عبور نہ رہنا۔

3۔ مطلب پرست افراد مواد کو الٹ پھیر کرکے نتائج کو غیر درست ثابت کرنا چاہتے ہیں۔

4۔ شماریات میں حاصل نتائج کی درستگی کی جانچ کے لیے کوئی متبادل طریقے موجود نہیں ہیں۔

5۔ علم شماریات کے استعمال پر مکمل معلومات یا عبور نہ ہونا۔

6۔ شماریات میں غیر حقیقی مفروضات کو شامل کرنا

7۔ شماریات کے حدود یا خامیوں کو نظر انداز کرنا۔

8۔ شماریات کے استعمال کے دوران احتیاط سے اعداد و شمار کا موزوں استعمال نہ کرنا۔

9۔ شماریات کے اصولوں کو قاعدے سے استعمال نہ کرنا۔

10۔ شماریات پر اپنی مرضی عائد کرنا۔

11۔ شماریات کے ضابطوں میں تبدیلی لانا۔

12۔ شماریات کے استعمال کے دوران ماہرین سے رائے طلب نہ کرنا۔

13۔ شماریات کے استعمال کے دوران کوتاہیوں سے کام لینا۔

1.9.1 بے اعتباری پر قابو پانے کے تدابیر

Remedial Measures to Control Distrust of Statistics

شماریات ایک اہم مضمون ہے۔اس کے استعمال کا دائرہ نہایت وسیع ہے۔بعض اوقات اس پر اعتبار نہیں کیا جاتا۔ذیل میں بے اعتباری پر قابو پانے کے چند تدابیر بیان کیے گئے ہیں۔

1۔ علم شماریات کو استعمال کرنے کے دوران عدم توجہ کا شکار نہ ہو، استعمال کے دوران خاص توجہ اور اطمینان کا مظاہرہ کریں۔

2۔ علم شماریات کے مختلف باریک پہلوؤں کو نظر انداز نہ کرنا۔

3۔ شماریات کے استعمال کے دوران ماہرین شماریات کے تجاویز پر عمل کرنا۔

4۔ شماریات کے قاعدے، اصولوں، طریقوں پر اپنی مرضی عائد نہ کریں۔ بلکہ قاعدے، اصولوں پر سختی سے عمل کریں۔

5۔ شماریات میں مواد یا اعداد کی الٹ پھیر نہ کریں۔صرف حقیقی اعداد کو استعمال کریں۔

6۔ شماریات کے مختلف نتائج پر آزادانہ خیال ظاہر کریں۔

1.10 شماریات کے افعال — Functions of Statistics

شماریات کے معنی و مفہوم، اہمیت و افادیت کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ یہ ایک اہم مضمون ہے جس کو مختلف علوم میں استعمال کیا جاتا ہے۔ یہاں پر شماریات کے چند اہم افعال کو بیان کیا گیا ہے۔

حقائق کو بیان کرنا (Present Facts): حقائق کو ظاہر کرنا شماریات کا اہم فعل ہے۔شماریات میں اعداد کو موزوں انداز میں پیش کر کے حقائق کا پتہ لگایا جاتا ہے۔اعداد اور ضابطوں کی مدد سے کاروبار یا ادارے کے حقیقی موقف کی وضاحت کرنے میں مدد ملتی ہے۔اعداد میں بیان بازی

کی گنجائش نہیں پائی جاتی۔مواد کواوسط وسطانیہ، بہتانیہ وغیرہ مختلف انداز میں پیش کر کے موقف کواخذ کر سکتے ہیں۔

پیچیدہ مواد کوآسان بنانا: اکثر تجارتی، کاروباری یا دیگر اداروں میں صرف اعداد کا مطالعہ کر کے کوئی نتیجہ اخذ کرنا کافی مشکل ہوتا ہے۔ اعداد خام مواد کی طرح ہوتے ہیں۔ یہ اکثر نا قابل تجزیہ اور نا قابل فہم ہوتے ہیں۔ان اعداد کو قابل فہم اور قابل تجزیہ بنانے کے لیے شماریات کے مختلف ضابطوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔اس کی مدد سے حاصل نتائج پر کوئی نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں۔پیچیدہ مواد کو قابل فہم بنانا شماریات کا ایک اہم فعل ہے۔

پالیسی کی تیاری (Policy Making): ہر صنعت یا ادارہ اپنی منفرد پالیسی یا منصوبے رکھتا ہے۔شماریات پالیسی یا منصوبوں کی تدوین میں کافی مددگار ثابت ہوتا ہے۔منصوبوں کی تشکیل شماریات کے اہم افعال میں سے ایک ہے۔اسی کی مدد سے ادارے کو حاصل وسائل اور اس کی موزوں تقسیم اور استعمال کیا جا سکتا ہے۔قومی مسائل کو حل کرنے میں شماریات بنیادی کردار ادا کرتی ہے۔ملک کی موجودہ شرح پیدائش و اموات، شرح روزگار، معیار زندگی، شرح آمدنی، شرح درآمدات و برآمدات، شرح خواندگی وغیرہ وغیرہ کو مدنظر رکھتے ہوئے مستقبل میں ان شرحوں میں اضافہ کرنے کے لیے منصوبوں کو قطعیت دینے میں شماریات کے پہلوؤں کا استعمال کیا جاتا ہے۔یہ اس کا اہم فعل ہے۔

پیش قیاسی (Forecasting): کاروبار میں پیش قیاسی کی کافی اہمیت پائی جاتی ہے۔پیش قیاسی کی بنیاد پر ہی پیداوار اور کاروباری منصوبے ترتیب دیے جاتے ہیں۔طلب کی پیش قیاسی کی بنیاد پر کاروبار کے مالی موقف کو اخذ کیا جاتا ہے۔اسی طرح موسم کی پیش قیاسی کی بنیاد پر آب وہوا اور اس کا کاروبار پر اثرات کا جائزہ لیا جاتا ہے۔کاروبار کے مختلف معاملات میں پیش قیاسی کی جاتی ہے۔اسی طرح غیر کاروباری ادارے یا تنظیمیں بھی مختلف معاملات میں پیش قیاسی کرتے ہوئے احتیاطی تدابیر اختیار کرتے ہیں۔

تقابل (Comparison): تقابل کرنا شماریات کا بنیادی فعل ہے۔اعداد کی مدد سے حاصل نتائج کا مختلف معاملات سے تقابل کر کے نتائج حاصل کرنے میں شماریات کی مدد لی جاتی ہے۔پچھلے برسوں اور موجودہ سال کے دوران مالی موقف میں تبدیلی کی شرح، آمدنی و اخراجات میں تناسب، ماہانہ آمدنی و اخراجات کا تقابل کرنے، پچھلے برسوں میں کاروباری موقف میں تبدیلی کا تقابل کرنے، خرید و فروخت کا تقابل کرنے وغیرہ میں شماریات اہم کردار ادا کرتی ہے۔قومی سطح پر تقابل کی بنیاد پر سماجی و معاشی موقف کی وضاحت ہوتی ہے۔پچھلے برسوں میں قومی شرح آبادی کے تناسب میں تبدیلی، شرح خواندگی کا تقابل، آمدنی و معیار زندگی وغیرہ مختلف معاملات میں تقابل کے ذریعہ قومی حقائق کو اخذ کرنے میں مدد ملتی ہے۔

مفروضے کی جانچ: مفروضے کی جانچ کرنا شماریات کا اہم فعل ہے۔شماریات کی نتائج کی بنیاد پر تحقیقی مفروضے کی صحت کے ساتھ جانچ کر سکتے ہیں۔مفروضے قبول کیے جاتے ہیں یا پھر مسترد کیے جاتے ہیں، یہ علم شماریات کے نتائج کی بنیاد پر فیصلہ لیتے ہیں۔علم شماریات کے علاوہ کسی اور مضمون میں یہ صفت نہیں پائی جاتی۔اس لیے تحقیقی میدان میں شماریات کا کافی استعمال ہوتا ہے۔

غیر یقینی صورتحال کی پیمائش (Measure Uncertainly): کاروبار میں مستقبل کے غیر یقینی صورتحال کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ مستقبل کے حالات کا انحصار کئی ایک عوامل پر ہوتا ہے۔حکومت کی پالیسی، قدرتی حالات، آفاتِ سماوی، شرح ٹیکس میں تبدیلی، جنگ، وبائی امراض، غیر صحت مند ماحول، سماج میں تبدیلی وغیرہ وغیرہ مختلف عوامل مستقبل پر اثرانداز ہوتے ہیں۔اس حالات کا تجزیہ کرتے ہوئے غیر یقینی صورتحال کو علم شماریات کی مدد سے موزوں حد تک پیش قیاسی کرنے میں مدد ملتی ہے۔اس کو مدنظر رکھتے ہوئے اصلاحی اقدامات کر سکتے ہیں۔

1.11 شماریات کے آلات Tools of Statistics

شماریات ایک اہم علم ہے۔جس میں ہر چھوٹے و بڑے تجارتی، قومی و بین الاقوامی معاملات کا تجزیہ کیا جاتا ہے۔لین دین کے معاملات، کاروبار کی معاشی سرگرمیوں وغیرہ کے اعتبار سے شماریات کے مختلف ضوابط کا استعمال کیا جاتا ہے۔اوسط، وسطانیہ، بہتانیہ، ہم رشتگی، احتمال وغیرہ عام طور پر تجارت میں استعمال مختلف ضوابط ہیں، جس کی مدد سے نتائج اخذ ہوتے ہیں۔اس کے علاوہ کاروبار یا غیر کاروباری معاملات کی جانچ و پڑتال کے لیے بھی ان کا استعمال کرتے ہیں۔تحقیق میں مواد کا تجزیہ کرنے، نتائج اخذ کرنے کے لیے شماریات میں مختلف ضابطہ تکنیک طریقے، ماڈلس کو استعمال کرتے ہیں۔انہیں آلاتِ شماریات کہتے ہیں۔F.Test، T.Test، Regression Analysis، Chai Square Test، چند اہم شماریات کے آلات ہیں۔ان کی مدد سے حاصل مواد کا سائنسی نقطۂ نظر سے درست انداز میں تجزیہ کرتے ہوئے نتائج کو حاصل کر سکتے ہیں۔

ہتھوڑی، اسکروڈرائیور، پھاوڑا، تھرمامیٹر، بادپیا، اسٹھٹسکوپ، مختلف آلات یا اوزار ہیں جس کی ایک طبعی شکل ہے۔جن کو مختلف افعال جانچ و پڑتال میں استعمال کرتے ہیں۔شماریات میں استعمال تکنیک یا ضوابط یا ماڈلس کی کوئی طبعی ساخت نہیں ہے۔بلکہ غیر لمسی آلات ہیں۔جن کو مطالعہ کرنے، تجزیہ کرنے، نتائج اخذ کرنے، منصوبہ بندی، کنٹرول، کارکردگی وغیرہ کی جانچ کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ذیل میں چند اہم شماریات میں استعمال آلات کی وضاحت کی گئی ہے۔

1. F - Test
2. T - Test
3. Chi Square Test
4. Z - Test
5. Regression Analysis
6. Anova (Analysis of Variance)

1۔ فشر ٹسٹ (F-Test): ایف ٹسٹ شماریات میں استعمال ہونے والا ایک اہم ٹسٹ ہے۔یہ Null-Hypothesis میں استعمال ہوتا ہے۔Georg W. Snotecor نے Sir Ronald Fisher کے اعزاز میں اس ٹسٹ کو F-Test کا نام دیا ہے۔

اس ٹسٹ کے اہم مفروضات:

اس ٹسٹ کو دو متغیرات (Two Variances) کے تقابل کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ہر وقت اس کی قدر مثبت میں حاصل ہوتی ہے۔دیے گئے دو اقسام کے نمونوں کے معیاری انحراف (Standard Deviation) کا تقابل کرنے اور ان کی صحت (Variabllity) کی جانچ کے لیے استعمال کرتے ہیں۔

2۔ ٹی۔ٹسٹ (T - Test): ٹی ٹسٹ شماریات میں استعمال ایک اہم ٹسٹ ہے۔T Distribution کو سب سے پہلے Helmert and Luroth نے 1876ء میں پیش کیا۔Willian Sealy Gosset نے 1908 میں سب سے پہلے Biometrika میں شائع کیا۔ٹی ٹسٹ کو Students T. Distribution بھی کہا جاتا ہے۔جہاں پر یہ ملازم تھے وہاں پر اپنے نام کے بجائے محقق یا ملازمین اپنے قلمی نام سے مقالے شائع کرنے کی اجازت تھی۔گوسٹ (Gosset) آئیرلینڈ کے Guinness Brewery میں ملازم تھے۔چھوٹے نمونہ بندی کے مسائل کو حل کرنے میں دلچسپی رکھتے تھے۔

3۔ کائی اسکوائر ٹسٹ (Chi-Square Test) : کائی اسکوائر ٹسٹ شماریات میں استعمال ہونے والا ایک اہم ٹسٹ ہے۔ اس ٹسٹ کو 1900 ویں صدی میں پیرسن کے کائی اسکوائر پر اپنا تحقیق مقالہ شائع کیا۔ جو جدید شماریات (Modern Statistics) کے بنیاد میں فراہم کیے ہیں۔

4۔ زیڈ ٹسٹ (Z - Test) : زیڈ ٹسٹ شماریات میں استعمال ایک اہم آلہ ہے۔ نمونوں کی تعداد زیادہ ہونے پر اس ٹسٹ کو استعمال کیا جاتا ہے۔ عام طور پر نمونوں کی تعداد 30 سے زیادہ ہونے پر زیڈ ٹسٹ کو استعمال کیا جاتا ہے۔ جب دو اقسام کے نمونوں کے آبادی (Population) کے اوسط (Mean) اور تغیرات (Variance) معلوم ہوں تب اس کو استعمال کیا جاتا ہے۔

تغیرات کا تجزیہ Analysis of Variance (ANOVA)

تغیرات کا تجزیہ علم شماریات میں استعمال کا ایک اہم آلہ ہے۔ اس کو ماہر شماریات رونالڈ فشر (Ronald Fisher) نے پیش کیا۔ یہ Law of Total Variance کے اصول پر مبنی ہے۔ سر رونالڈ فشر نے سب سے پہلے اصطلاح (Variance) کو استعمال کیا۔ 1925 میں اپنی کتاب "Statistical Method for Research Work" میں Analysis of Variance پر تفصیلی روشنی ڈالی۔ ANOVA کو Fisher Analysis of Variance بھی کہتے ہیں۔ دو یا زائد گروپ کے درمیان پائے جانے والے تعلق کو اخذ کرنے کے لیے ANOVA ٹسٹ کا استعمال کیا جاتا ہے۔ تین یا اس سے زائد متغیرات (Variables) کو ٹسٹ کرنے کے لیے اس کا استعمال کیا جاتا ہے۔

ANOVA دو اقسام کے ہیں۔

1. One way ANOVA Test
2. Two way ANOVA Test

1.12 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

دیگر علوم کی طرح علم شماریات بھی ایک اہم علم ہے۔ زمانۂ قدیم سے لیکر آج تک اس علم کو مختلف موقعوں پر استعمال کرتے رہے ہیں۔ لفظ Statistics دراصل لاطینی، جرمن و فرانسیسی الفاظ سے ماخوذ ہے۔ یہ علم مواد کو حاصل کرنے، بہتر طریقوں پر پیش کرنے اور تجزیہ کرنے سے تعلق رکھتا ہے۔ یہ ایک اہم علم ہے۔ جس کو دنیا کے تمام علوم مختلف مقاصد کے تحت استعمال کرتے ہیں۔ فیصد، گراف، ہم رشتگی، نسبت، معیاری انحراف، اوسط، فیصد، بہتانیہ، امکان وغیرہ علم شماریات میں مطالعہ کرتے ہیں۔ یہ تمام فیصلہ سازی، حکمت عملی اور منصوبہ بندی میں برابر استعمال کرتے ہیں۔ شماریات اپنے استعمال کے اعتبار سے کافی وسیع مضمون ہے۔ اس کو ایک انفرادی شخص سے لیکر حکومت بھی استعمال کرتی ہے۔ مستقبل کے لیے ضروری حکمت عملی اختیار کرنے میں بھی استعمال کرتے ہیں۔ کاروبار، سرمایہ کا انتظامیہ، تعلیم، تحقیق، پراجکٹ، بازارکاری وغیرہ میں اس مضمون کا خاص استعمال ہوتا ہے۔ تاریخ، شہریت، سماجیات، طبیعیات، کیمیاء، سائنس، ریاضی وغیرہ مختلف علوم میں شماریات کا استعمال ہوتا ہے۔ معاشی میدان میں علم شماریات کا خاص کر استعمال ہوتا ہے۔ معیشت میں استحکام، معاشی ترقی و نمو، حکمت عملی، پراجکٹ کی قطعیت، سرمایہ کار، وقت کا تعین، پراجکٹ کے مراحل وغیرہ تمام امور میں شماریات کافی مددگار ثابت ہوتا ہے۔ شماریات حقائق کو سہل کرنا، مواد کو آسان بنانے، حکمت عملی اختیار کرنے، وسائل کی

تقسیم کرنے میں شماریات اہم کردار ادا کرتی ہے۔

شماریات کے مختلف ضابطوں کی مدد سے کاروبار کے حقیقی موقف کو محسوب کر سکتے ہیں۔بعض اوقات اعداد کو الٹ پھیر کر کے غلط نتائج کو پیش کرتے ہیں۔جس کے سبب حقائق سے بعید نتائج حاصل ہوتے ہیں۔جس کو قابل فہم ودانشمند اشخاص قبول نہیں کرتے یا حاصل نتائج پر یقین نہیں رکھتے، یا حاصل نتائج پر بھروسہ نہیں کرتے، یہ شماریات کے بے اعتباری کہلاتی ہے۔بے اعتباری کی وجہ سے علم شماریات پر تجزیہ نگار کا اعتبار نہیں رہتا۔ اس پر قابو پانے کے لیے اعداد کو الٹ پھیر کرنے یا تبدیل کرنے کے قابل نہ رکھیں۔الٹ پھیر کیے گئے اعداد کی نشاندہی کی تکنیک کو رائج کریں۔ حقائق کو بیان کرنا، پیچیدہ مود کو آسان کرنا، پالیسی کی تیاری، پیش قیاسی، مفروضے کی جانچ وغیرہ شماریات کے اہم افعال ہیں۔

1.13 کلیدی الفاظ Key Words

مواد (Data): شماریات میں استعمال اعداد کو مواد کہتے ہیں۔کسی کمپنی کی پیداوار کو مقدار یا کلو یا کنٹل کو اعداد میں پیش کرتے ہیں۔اس طرح مقدار فروخت کو روپیے کی شکل میں پیش کرتے ہیں۔لائبریری میں مطالعہ کے لیے آنے والے افراد کی تعداد کو اعداد میں پیش کرتے ہیں۔ انسان کے قد کو سنٹی میٹر میں ظاہر کیا جاتا ہے۔چاول یا اناج کی پیداوار کوٹن میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ایک جماعت میں کامیاب طلباء کی تعداد کو ظاہر کیا جاتا ہے۔مکان بنانے کے لیے درکار اینٹ یا ریتی کو ٹرک کی تعداد میں ظاہر کیا جاتا ہے۔اسی طرح درکار سمنٹ کی مقدار کو تھیلے کی مقدار میں ظاہر کیا جاتا ہے۔مواد دراصل مقدار کو ظاہر کرتے ہیں۔جنہیں اعداد کو مختلف اشکال میں ظاہر کرتے ہیں۔

شماریاتی طریقے: شماریات ایک اہم اور وسیع مضمون ہے۔اوسط، وسطانیہ، بہتانیہ، اوسط انحراف، معیاری انحراف، امکان، ہم رشتگی، تناسب، فیصد، گراف، پائی گراف، بارگراف وغیرہ وغیرہ علم شماریات کے طریقے ہیں۔اس کی مدد سے تجزیہ کرنے میں مدد ملتی ہے۔

پیش قیاسی: مستقبل کے حالات کا پہلے سے اندازہ قائم کرنا پیش قیاسی کہلاتا ہے۔سابقہ کئی سالوں سے لیکر رواں سال تک کے اعداد کی مدد سے مستقبل کے متعلق حالات کا اندازہ قائم کرلیا جاتا ہے۔

مفروضہ: تحقیق سے قبل جو فرض کیا جاتا ہے اس کو مفروضہ کہتے ہیں۔مفروضہ کی بنیاد پر تحقیقی عمل تکمیل پاتا ہے۔

اعتبار: کسی چیز پر بھروسہ کرنا، اطمینان رکھنا، یقین رکھنا اعتبار کہلاتا ہے۔

بے اعتباری: یہ اعتبار کا ضد ہے۔کسی چیز پر بھروسہ نہ کرنا، یقین نہ کرنا، اطمینان نہ رکھنا، شک کی نگاہ سے دیکھنا، غلط باور کرنا بے اعتباری کہلاتا ہے۔

اطلاقی ریاضی: ریاضی جو روزمرہ کی زندگی میں استعمال کرتے ہوں، عام حالات میں ریاضی کے اصولوں کا استعمال کرتے ہوں اس کو اطلاقی ریاضی کہتے ہیں۔

1.14 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1۔ لفظ Statistic کو لاطینی __________ لفظ سے ماخوذ ہے۔

2۔ علم شماریات کا ہندوستانی باوا آدم __________ ہے۔

3۔ قدیم دور میں Statistic کو ____________ کہا جاتا تھا۔

4۔ دنیا کے چند مشہور ماہرین شماریات کے نام ____________ ہیں۔

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ علم شماریات کی وسعت کو بیان کیجیے۔

2۔ شماریات کا استعمال بیان کیجیے۔

3۔ بے اعتباری سے کیا مراد ہے۔

4۔ علم شماریات کے فائدے بیان کیجیے۔

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1۔ علم شماریات کی تعریف کرتے ہوئے اس کی اہمیت کو بیان کیجیے۔

2۔ علم شماریات کے خصوصیات بیان کیجیے۔

3۔ علم شماریات سماجی و معاشی مسائل کو حل کرنے میں مدد دیتی ہے؟ بحث کیجیے۔

4۔ شماریات کے افعال بیان کیجیے۔

5۔ بے اعتباری پر قابو پانے کے تدابیر بیان کیجیے۔

1.14 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 2 شماریات کا اطلاق
Applications of Statistics

Unit Structure — اکائی کی ساخت

2.0	تمہید	Introduction
2.1	مقاصد	Objectives
2.2	معنی ومفہوم	Meaning and Defination
2.3	ماہیت	Nature
2.4	ضرورت واہمیت	Need and Importance
2.5	مقاصد	Objectives
2.6	شماریات کا اطلاق	Uses of Statistics
2.6.1	روزمرہ زندگی میں استعمال	Use of Statistic in Daily Life
2.6.2	مملکت میں شماریات کا استعمال	Use of Statistic in the State
2.6.3	تحقیق اور شماریات	Research and Statistics
2.6.4	سائنس میں اطلاق	Application in Science
2.6.5	شخصیت سازی میں استعمال	Use in Personality Development
2.7	تجارت میں شماریات کا استعمال	Use of Statistics in Business
2.8	صنعتوں میں شماریات کا استعمال	Use of Statistics in Industry
2.9	اکتسابی نتائج	Learning Out Comes
2.10	کلیدی الفاظ	Key Words
2.11	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
2.12	تجویز کردہ کتب	Reference Books

2.0 تمہید — Introduction

ہر شخص روزانہ مختلف اقسام کے افعال انجام دیتا ہے۔ گھریلو اخراجات کی پابجائی کے لیے آمدنی سے تقابل کرتے ہوئے توازن پیدا کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔ ہر سال حکومت جنوری کے مہینہ میں ملک کا بجٹ پیش کرتی ہے۔ جس میں آمدنی واخراجات کے حساب پر غور کیے ہوں گے۔ غالباً آپ کرکٹ کا میاچ دیکھے ہوں گے۔ میدان میں آنے والے ہر کھلاڑی کا مختصر تعارف دیا جاتا ہے۔ کہ یہ کھلاڑی کے اوسط رن کی تعداد، رنوں کی رفتار، بال کی رفتار، رن لینے کی رفتار وغیرہ کو فیصد میں یا اوسط میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ ملک کی قومی شرح پیدائش واموات، شرح روزگار، خام گھریلو پیداوار، درآمدات و برآمدات، فی کس آمدنی وغیرہ کو اوسط میں بتلایا جاتا ہے۔ کیا آپ جانتے ہیں اس کا حساب کس علم سے ہے۔ اس اکائی میں آپ شماریات کے استعمالات سے واقف ہوں گے۔

2.1 مقاصد — Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہوجائیں گے کہ

- شماریات کے استعمال کے مختلف میدان سے واقف ہوں گے۔
- شماریات کا روزمرہ زندگی میں استعمال کو بیان کرسکیں گے۔
- شماریات کا تحقیق میں استعمال کو بیان کرسکیں گے۔
- شماریات کا مملکت میں استعمال کو بیان کرسکیں گے۔
- کاروبار میں شماریات کے استعمال کو بیان کرسکیں گے۔
- صنعت و پیداوار میں شماریات کے استعمال کو بیان کرسکیں گے۔

2.2 معنی ومفہوم اور تعریف — Meaning and Definition

شماریات ایک اہم علم ہے۔ یہ علم ریاضی کی اہم شاخ ہے۔ جس میں سائنسی نقطۂ نظر سے مواد کو حاصل کرنے، تجزیہ کرنے اور نتائج کو حاصل کرنے سے تعلق رکھتا ہے۔ شماریات نتائج کو حاصل کرنے، سائنسی نقطۂ نظر سے مواد کا تجزیہ کرنے کے لیے شماریات کے مختلف پہلوؤں کا استعمال کیا جاتا ہے۔ شماریات کا استعمال کسی مخصوص مضمون، علاقہ، میدان کے لیے مختص نہیں ہے۔ ایک ہر خواہشمند شخص، منتظم، محقق، منصوبہ ساز وغیر حاصل مواد کا تجزیہ کرنے کے لیے شماریات کا استعمال کرتا ہے۔ مواد کا تجزیہ کے ساتھ ساتھ مواد کے مختلف پہلوؤں کے ساتھ تعلق واثر کا بھی مطالعہ کیا جاتا ہے۔ بھاری پیمانے کی صنعتیں، ادارے، سرکاری وغیر سرکاری تنظیمیں، تجارتی ادارے، انجمنیں، بنک، انشورنس کمپنی وغیرہ شماریات کا وسیع پیمانے پر استعمال کرتے ہیں۔ روزمرہ زندگی میں نظر آنے والے چھوٹے تاجرین، پھیری کے کاروبار کرنے والے تاجرین، ترکاری فروش وغیرہ بھی شماریات کا استعمال کرتے ہیں۔ شماریات کے استعمال کو چاردیواری میں محدود نہیں کیا جاسکتا۔

مختلف میدانوں میں شماریات کے اطلاق یا استعمال کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

2.3 ماہیت Nature

علم شماریات ایک اہم علم ہے۔ اس کا استعمال زمانۂ قدیم سے چلا آرہا ہے۔ عام وخاص آدمی شعوری ولاشعوری طور پر ہر بالغ ونابالغ فرد مختلف اوقات میں اپنی روزمرہ زندگی میں شماریات کو استعمال کرتا ہے۔ ہر چھوٹے و بڑے تجارتی معاملات، کاروبار کی مالی حالت، لین دین کی شفافیت کے اظہار کے لیے شماریات کے مختلف پہلوؤں کو استعمال کیا جاتا رہا ہے۔ کاروبار کی منصوبہ بندی وسائل کار کا منصفانہ استعمال، تنظیم کی درجہ بندی، ملازمین کی بھرتی، کارکردگی کی جانچ، کارکردگی کا تعین وغیرہ مختلف میدانوں میں شماریات کا دخل پایا جاتا ہے۔ شماریات کے بغیر تحقیق ادھوری ہوتی ہے، بلکہ تحقیق کے نتائج کو اخذ کرنے میں شماریات مرکزی کردار ادا کرتا ہے۔ حصول مواد، مواد کی درجہ بندی، تجزیہ ونتائج وغیرہ میں یہ علم کارآمد ہوتا ہے۔

2.4 ضرورت واہمیت Need and Importance

علم شماریات ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے۔ مختلف میدانوں میں شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔ مواد، مضمون کی نوعیت یا خصوصیت کے اعتبار سے تجزیہ کے لیے شماریات کے مختلف پہلوؤں کو استعمال کیا جاتا ہے۔ جس سے صحیح اور درست نتائج کا اخذ کرنا کافی مشکل اور ناممکن ہوتا ہے۔ ہر چھوٹے و بڑے تاجرین صنعتکار کے ساتھ ساتھ حکومت مختلف منصوبوں کو تشکیل دینے، مقاصد کی تکمیل کے مراحل کو طے کرنے، منصوبوں کی تکمیل کے لیے ضروری عوامل کی فراہمی کو یقینی بنانے وغیرہ کے لیے شماریات کے پہلوؤں کو استعمال کیا جاتا ہے۔

علم شماریات کے استعمال کی اہمیت وضرورت کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ موجودہ وسائل کار کا صحیح انداز میں تجزیہ کرسکتے ہیں۔

2۔ مقاصد کی تکمیل کے کام کو مختلف مرحلوں میں منصفانہ تقسیم میں مدد ملتی ہے۔

3۔ کام کی تکمیل کے لیے ضروری اور اہم عوامل کی نشاندہی کے لیے۔

4۔ دوران کام حائل ہونے والے رکاوٹوں ومشکلات کی نشاندہی اور ان کو دور کرنے کی حکمت عملی اختیار کرنے کے لیے۔

5۔ کام کی تکمیل کے مختلف متبادل ذرائعوں میں درست طریقہ کو قطعیت دینے کے لیے۔

6۔ شماریات کے مختلف پہلوؤں کو صحیح ودرست انداز سے استعمال کرنے کے لیے۔

7۔ شماریات کی مدد سے غیر ضروری اخراجات پر قابو پایا جاسکتا ہے۔

2.5 مقاصد Objectives

ذیل میں چند اہم مقاصد کو بیان کیا گیا ہے۔

1۔ وسائل کار کا تخمینہ کرنا۔

2۔ سائنسی نقطۂ نظر سے منصوبوں کو تشکیل دینا۔

3۔ وسائل کار اور مقاصد کے درمیان توازن پیدا کرنا۔

4۔ منصوبوں کے دوران حائل رکاوٹوں کی نشاندہی کرنا اوران کوحل کرنے کے تدابیر بیان کرنا۔

2.6 شماریات کا استعمال Uses of Statistics

2.6.1 روزمرہ زندگی میں شماریات کا استعمال Use of Statistics in Daily Life

ہرشخص شماریات کے مختلف پہلوؤں کو اپنی روزمرہ زندگی میں شعوری اور لاشعوری طور پر استعمال کرتا ہے۔مہینہ بھر کی آمدنی کو مختلف مدات میں اس طرح تقسیم کرتا ہے،جس سے آمدنی واخراجات میں توازن پیدا ہو جائے۔ضروری اور لازمی اخراجات کو اہمیت دی جاتی ہے۔ایسے اخراجات جس کو اگلے مہینے کے لیے ملتوی کر سکتے ہوں انہیں اگلے مہینے کے لیے آگے بڑھایا جاتا ہے۔ضروریات زندگی کے سامان،ترکاری،گوشت،لباس، ظروف وغیرہ کو کفایتی قیمتوں والی دکان سے خریدنے کو ترجیح دی جاتی ہے۔طبی وتعلیمی اخراجات کو اولین اہمیت دی جاتی ہے۔مستقبل کے ممکنہ اخراجات کے لیے ماہانہ آمدنی میں سے کچھ فیصد رقم محفوظ کی جاتی ہے۔ ہرفرد اپنی آمدنی اوراخراجات میں توازن پیدا کرنے ہرممکنہ کوشش کرتا ہے۔ اخراجات کا تعین کرنے سے قبل اشد ضروری اور اہم اخراجات کو ترجیح دیتا ہے۔اخراجات کی ترجیحات کو ترتیب دیتا ہے۔ یہ فرد کی روزمرہ زندگی میں توازن پیدا کرنے میں مرکزی کردار ادا کرتا ہے۔

2.6.2 ریاست یا مملکت میں شماریات کا استعمال Use of Statistic in the State

ہرریاست یا ملک معاشی ترقی کے لیے مختلف قسم کی حکمت عملیوں کو اختیار کرتے ہیں۔مملکت کو حاصل وسائل اوران کے منصفانہ استعمال کی بھرپور کوشش کی جاتی ہے۔اس کے لیے علم شماریات کے مختلف پہلوؤں کا استعمال کرنا لازمی ہے۔مملکت میں شماریات کے استعمال کے مختلف علاقوں کو ذیل میں وضاحت کی گئی ہے۔

1۔ منصوبہ بندی (Planning) : ہرملک معاشی ترقی واستحکام کے لیے منصوبے تشکیل دیتا ہے۔منصوبوں کی تشکیل کے لیے مملکت کی موجودہ صورتحال اور مقاصد اوران کو حاصل کرنے کے لیے حکمت عملی اختیار کی جاتی ہے۔ درآمدات و برآمدات، پیداوار، پیدائش و اموات،آبادی کا تناسب، روزگار، بیروزگاری،طبی سہولتیں وغیرہ مختلف میدان سے اعداد کی شکل میں مواد حاصل ہوتا ہے۔حاصل مواد کو منصوبہ بندی میں بہتر طور پر استعمال کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔ترقی کا نشانہ مقرر کرتے ہوئے مختلف مدتوں میں ترقی کے نشانہ کو حاصل کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔معیشت کو درپیش مسائل میں سب سے ضروری اوراہم مسائل کو ترجیحاً حل کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔ معاشی ترقی واستحکام کے لیے ضرورت کے مطابق قلیل اورطویل مدتی منصوبوں کو تشکیل دی جاتی ہے۔

2. موازنہ سازی (Budgeting) : ہرملک اپنی ضرورت اوراستعمال کے اعتبار سے موازنہ تشکیل دیتے ہیں۔ترقی پذیر اور ترقی یافتہ مما لک کے موازنہ سازی میں کافی فرق پایا جاتا ہے۔سال بھر کی آمدنی واخراجات میں توازن پیدا کرنے اوراس کے استعمال کے لیے موازنہ تیار کیا جاتا ہے۔جس میں حصول آمدنی کے مختلف ذرائع اوراخراجات کے مختلف اقسام کی تفصیلات درج ہوتی ہیں۔موازنہ سازی کو قطعیت دینے میں شماریات کے پہلوؤں کا استعمال کیا جاتا ہے۔آمدنی واخراجات کا تناسب، ملک کے مختلف علاقوں، مختلف سکٹر کی آمدنی کی سطح، سرماوی اور مالی اخراجات کی نوعیت اوراس پر اخراجات کی کیفیت وغیرہ کو ملک کی کرنسی یا پھر عالمی کرنسی کی شکل میں ظاہر

کرتے ہیں۔ملک کو خود مکتفی بنانے والے ضروری اہم شعبوں کو موازنہ میں اہم مقام دیا جاتا ہے۔عوامی سہولتیں،فلاح و بہبودی وغیرہ کے لیے بھی سرمایہ محفوظ رکھا جاتا ہے۔موازنہ کی عام تفہیم کے لیے اس کو گراف میں بھی بتلایا جاتا ہے۔شماریات کے پہلوؤں کے سبب اس کا استعمال آسان ہو چکا ہے۔

3. معیشت (Economics): ہر ملک معاشی استحکام اور معیشت کی تیز رفتار ترقی کے لیے ملک کو حاصل وسائل کا گہرائی کے ساتھ تجزیہ کرتے ہیں۔معیشت میں درآمدات و برآمدات،شرح پیدائش و اموات،شرح خواندگی،بیروزگاری کی سطح،صنعتوں کی تعداد، بھاری صنعتوں اور گھریلو صنعتوں کی تعداد،علاقہ واری عدم توازن،قدرتی وسائل،تعلیمی سہولتیں،صنعت و حرفت زراعت،صنعتیں،تعلیمی تحقیق، طبی میدان وغیرہ مختلف شعبوں کی صورتحال کا تجزیہ کرتے ہیں۔یہ شعبہ کی ترقی و استحکام کے لیے منصوبے تشکیل دیے جاتے ہیں۔علم شماریات کی مدد سے اعداد کو تجزیہ کیا جاتا ہے۔اعداد کو فیصد تناسب وغیرہ میں تبدیل کر کے ضروری حکمت عملی اختیار کی جاتی ہے۔ ہر ملک معیشت کے تمام شعبوں کی حقیقت کو مدنظر رکھ کر تجزیہ کرتا ہے۔

2.6.3 تحقیق اور شماریات Research and Statistics

تحقیق کے میدان میں شماریات کا خاص طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔شماریات کے استعمال کے بغیر تحقیق ادھوری ہو جاتی ہے۔ بلکہ شماریات کے بغیر تحقیق ممکن نہیں۔محققین مواد کے اعتبار سے شماریات کے مختلف پہلوؤں کا استعمال کرتے ہیں۔ ہر وقت یا ہر مضمون کے لیے ایک ہی ضابطہ یا ایک ہی طریقۂ کار کو اختیار نہیں کیا جا سکتا۔ بلکہ مضمون و مواد کی نوعیت کے اعتبار سے شماریات کے تحقیق کے مختلف آلات کا استعمال کرتے ہیں۔ شماریات کے موزوں آلات کی مدد سے سائنسی نقطۂ نظر سے تجزیہ کرنے اور نتائج کو اخذ کرنے میں مدد ملتی ہے۔تعلیم،صنعت وحرفت،تجارت، پیداوار،فروخت،ریاستی،قومی سطح کے مختلف مسائل اور ان کے حل کے لیے تحقیق لازمی ہے۔تحقیق کے بغیر وجوہات کا پتہ نہیں لگایا جا سکتا۔تجزیہ کی مدد سے ہی مسائل کو حل کرنے کے طریقے اخذ کیے جا سکتے ہیں۔

صنعتکار اپنی نئی پیداوار کے آغاز کرنے سے قبل مختلف زاویوں سے اس پر تحقیق کرتے ہوئے نتائج حاصل کرتے ہیں۔اس طرح طبی صنعتیں نئی ادویات کی ایجاد سے قبل ادویات کا مختلف مرحلوں میں بتدریج استعمال کرتے ہوئے حاصل نتائج کا تجزیہ کرتے ہیں۔کسی بھی ملک کے سماجی و معاشی مسائل اور اس کے اسباب کی نشاندہی کرنے میں تحقیق ہی اہم کردار ادا کرتی ہے۔

2.6.4 سائنس پر اطلاق Application on Science

شماریات کا استعمال ہر مضمون میں کیا جاتا ہے۔سائنسی میدان میں شماریات کو سائنسی نقطۂ نظر سے استعمال کیا جاتا ہے۔علم طبیعیات، کیمیاء،نباتات،حیوانات وغیرہ مختلف سائنسی مضامین ہیں،جس میں شماریات کے پہلوؤں کی مدد سے ان کے اجزاء کی ترکیب، تناسب وغیرہ کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔انجینئرنگ کا شعبہ کا تعلق علم طبیعیات سے قریبی پایا جاتا ہے۔موٹر گاڑیوں کی بناوٹ، رفتار، کفایت، چھوٹے اوزار کی شکل، آلودگی پر قابو وغیرہ پر کافی تحقیق کرتے ہوئے موزوں شکل قطعیت پاتی ہے۔اسی طرح گھریلو استعمال ہونے والے چھوٹے آلات، برتن کی بناوٹ، پکوان کے برتن کی تیاری، تیاری میں استعمال ہونے والی دھات، درجۂ حرارت وغیرہ پر بھی تحقیق کرتے ہوئے کسی موزوں دھات کی مدد سے برتن

کی تیاری کی جاتی ہے۔اسی طرح شعبۂ صحت میں بیماریوں کے اسباب کا پتہ لگانے، درجۂ حرارت، خون کا دوران، قلب کی حرکت، ہاضمہ کی کیفیت، جلد کی کیفیت، جسم کے مختلف رگوں، ہڈیوں کی نوعیت، اقسام، مختلف اقسام کے معائنے وغیرہ میں شماریات کا خاص استعمال کیا جاتا ہے۔اس کے موزوں استعمال سے حقیقی نتائج اخذ ہوتے ہیں۔

2.6.5 شخصیت سازی میں اطلاق Application in Personality Development

ہر فرد شخصیت سازی میں لاشعوری طور پر شماریات کا استعمال کرتا ہے۔چھوٹے بچے مختلف مواقعوں پر حاصل روپے یا پیسوں کو جمع کرتے ہوئے بڑی رقم جمع کرتے ہیں۔ بڑے افراد کفایت شعاری کو استعمال کرتے ہوئے آمدنی و اخراجات میں توازن پیدا کرتے ہیں۔ طالب علم امتحانات کی تیاری کے لیے وقت، نصاب، مطالعہ کے طریقۂ کار وغیرہ کا ٹھیک ٹھیک طریقہ سے استعمال کرنے پر ترجیح دیتا ہے۔کالج یا مدرسہ تک پہنچنے کے لیے فاصلہ، رفتار اور سفر کی نوعیت کا تقابل کرتا ہے۔محفلوں و تقاریب میں انداز گفتگو کو معیاری بنانے کے اصولوں پر عمل پیرا ہوتا ہے۔گھریلو آمدنی اور ذاتی اخراجات کا تقابل کرنے میں مدد ملتی ہے۔ان سب کے پس منظر میں طالب علم، فرد یا شخص غیر ضروری کام سے احتیاط کرتا ہے۔ایسے کام کو ترجیحاً کرتا ہے۔جس سے شخصیت سازی ہو، سماج میں منفرد مقام حاصل ہو، سماج قدر کی نگاہوں سے دیکھتا ہو، ان سب کے معاملات میں شماریات کے مختلف پہلو لاشعوری پر استعمال کیے جاتے ہیں۔

2.7 تجارت یا کاروبار میں شماریات کا استعمال Use of Statistics in Business

کاروبار کا اہم مقصد منافع کمانا ہوتا ہے۔اس مقصد کے تحت ہر تاجر اپنی کاروبار کے اعتبار سے اپنی حکمت عملی اپناتا ہے۔کاروبار چھوٹے اور بڑے بھی ہوسکتے ہیں۔پھیری کے کاروبار، ٹھیلہ بنڈی کے کاروبار، ترکاری فروش، میوہ فروش، کرانہ دوکان، سڑکوں کے کنارے جز وقتی کاروبار کرنے والے تاجرین، ہفتہ واری تاجرین، تہوار، عیدین، مذہبی تہوار، عروس اور جاترہ کے موقع پر قائم عارضی کاروبار، چھوٹے تاجرین کی مثالیں ہیں۔ جو اپنی تجارت کے اعتبار سے وقت، موقع، علاقہ میں ایک مخصوص حکمت عملی پر عمل پیرا ہوتے ہیں۔اسی طرح مال سنٹر، سوپر مارکٹ، تھوک فروش، فرنیچر، موٹر گاڑی وغیرہ چند بڑے کاروباری کی مثالیں ہیں۔ جو کاروبار کی منفرد حکمت عملی اختیار کرتے ہیں۔اسی طرح جوتے، سمنٹ، چپل، چمڑے، ملبوسات، ربر، ادویات، کاغذ، موبائیل، الکٹرک آلات وغیرہ چند بڑے پیمانے کی صنعتیں ہیں۔ جو وسیع پیمانے پر پیداوار کے لیے ملک کے طول و عرض کے صارفین کے خیالات، ضرورت، معاشی حالت، موسم، محصول وغیرہ مختلف عوامل کو مدنظر رکھتے ہوئے اشیاء کی پیداوار کرتے ہیں۔ ہر صنعت پیداوار سے پہلے ان سوالات کے جوابات طے کرتا ہے۔ 1. کیا تیار کرنا ہے؟ 2. کب تیار کرنا ہے؟ 3. کتنا تیار کرنا ہے؟ یہ ایسے سوالات ہیں جو کسی بھی صنعتکار کو پہلے سے طے کرنا لازمی ہے۔اس کے مدنظر طلب اور رسد میں توازن پیدا کیا جاتا ہے۔

کاروبار میں شماریات کے اہم استعمالات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1. بازارکاری (Marketing) 2. مالیہ (Finance) 3. منصوبہ سازی (Planning)

4. کاروبار کی توسیع (Expansion of Business) 5. انتظامیہ (Management)

1۔ بازارکاری Marketing

کاروبار کی کامیابی، وسعت وترقی دینے میں بازارکاری اہم کردار ادا کرتی ہے۔ بازارکاری کو ہر کاروبار میں ریڑھ کی ہڈی کی حیثیت حاصل ہے۔ کاروبار کے فروغ وترقی کے لیے کیے جانے والے اقدامات کو بازارکاری کہتے ہیں۔ تشہیر، مال کی فروخت، مال کی حوالگی کے طریقے، صارفین سے تعلقات، فروخت کا پیکیج برانڈ، قیمت سازی، کاروبار کی حکمت عملی وغیرہ بازارکاری میں شامل ہیں۔ ہر تاجر اپنی تجارت کے اعتبار سے بازارکاری کے مختلف طریقے اختیار کرتے ہیں۔ بازارکاری پر سنجیدگی کے ساتھ فیصلہ لینا ضروری ہوتا ہے۔ ایک کامیاب تاجر تجارت اور بازارکاری میں توازن پیدا کرتا ہے۔ بے قاعدگی تاجر کو نقصان پہنچاتی ہے۔

2۔ مالیہ Finance

ہر چھوٹے وبڑے کاروبار میں مالیہ ضروری عامل ہے۔ مالیہ کے بغیر کاروبار کا وجود ممکن نہیں۔ اسی لیے مالیہ کو کاروبار میں خون کا رتبہ حاصل ہے۔ کاروبار کی نوعیت کے اعتبار سے سرمایہ کی موزوں مقدار مشغول کرنا ضروری ہوتا ہے۔ کاروبار کی ضرورت سے زیادہ یا ضرورت سے کم سرمایہ مشغول کرنے سے کاروبار پر منفی اثرات مرتب ہوتے ہیں۔ کامیاب تاجر سرمایہ کو مشغول کرنے سے قبل کاروبار کے مختلف مدوں پر سرمایہ کی موزوں منصوبہ بندی کرتا ہے۔ فرنیچر، مشنری، تیار مال، آلات کاروبار وغیرہ پر سرمایہ کی موزوں مقدار کو طے کرلیتا ہے۔ جس کی سبب سرمایہ کا صحیح اور بہتر استعمال ممکن ہے۔ بصورت دیگر اگر تاجر بغیر کسی منصوبہ سازی کے سرمایہ کو بیجا مشغول کرنے پر تاجر پر مالی بوجھ عائد ہوتے ہیں۔ جوکھم اور نقصانات کی گنجائش میں اضافہ ہوتا ہے۔ ایک کامیاب تاجر کی اہم صفت ہے کہ کاروبار میں سرمایہ کے استعمال پر کافی دانشمندی کا مظاہرہ کرتا ہے۔

3۔ منصوبہ سازی Planning

منصوبے کامیاب تجارت میں مرکزی کردار ادا کرتے ہیں۔ مال کی خریدی، حمل ونقل کے مصارف، ذخیرہ اندوزی، نقد وادھار پالیسی، مال کی نکاسی، سرمایہ کی مقدار، مقام تجارت، اوقات کاروبار وغیرہ مختلف امور کو مدنظر رکھتے ہوئے منصوبے تشکیل دیے جاتے ہیں۔ سرمایہ کاری اور اس پر حاصل شرح منافع میں توازن پیدا کرنے میں ان تمام امور کا احاطہ کرنا لازمی ہوتا ہے۔ بہتر منصوبہ بندی کی وجہ سے وسائل کا رکا درست اور بہتر استعمال ممکن ہے۔ کاروبار میں غیر ضروری اخراجات اور غیر ضروری افعال میں کنٹرول پیدا کرسکتے ہیں۔ اکثر تاجرین بغیر منصوبہ کے اخراجات کے سبب موزوں منافع حاصل کرنے سے قاصر ہوتے ہیں۔ غیر ضروری اخراجات یا ضرورت سے زیادہ سرمایہ کاری پر قابو پانے سے تاجر کے منافع میں اضافہ ہوتا ہے۔

4۔ کاروبار کی توسیع Expansion of Business

ہر تاجر اپنی تجارت کو فروغ دینے کا خواہشمند ہوتا ہے۔ اسی مقصد کے تحت مرحلہ وار کاروبار کو مستحکم کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ گاہکوں کی کی تعداد میں اضافہ کرنے، کاروبار کو وسعت دینے، قدیم کاروبار کو برقرار رکھتے ہوئے نئے مقام پر نیا کاروبار کو شروع کرنے وغیرہ کاروبار کی توسیع سے تعلق رکھتے ہیں۔ اس ضمن میں تاجر صلاح ومشوروں کے ساتھ مختلف زاویوں سے کاروبار کا تجزیہ کرتا ہے۔ موزوں صورت میں اس پر عمل کرتا ہے۔

5۔ انتظامیہ Management

تجارت کی کامیابی میں انتظامیہ اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ کاروبار کے اوقات کار، ملازمین یا کارکنوں کی بھرتی، تشہیر کے ذرائع کا انتخاب، سرمایہ پر کنٹرول، صارفین کے تعلقات، صاف صفائی، مال خرید و فروخت کا انتظامیہ، تھوک فروش کے ساتھ تعلقات وغیرہ انتظامی امور سے تعلق رکھتے ہیں۔ ان سب میں توازن پیدا کرتے ہوئے شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔

2.8 صنعتوں میں شماریات کا استعمال — Use of Statistics in Industry

صنعتی میدان میں شماریات ہر چھوٹے و بڑے تجارتی اداروں کی طرح صنعتی میدان میں بھی شماریات کا مختلف انداز میں استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کی مدد سے چھوٹے و بڑے صنعتی و پیداواری ادارے وسائل کار کا صحیح اور درست استعمال کے لیے منصوبہ بندی و حکمت عملی میں اختیار کرتے ہیں۔

صنعتوں میں شماریات کو حسب ذیل اہم میدانوں میں استعمال کرتے ہیں۔

1. منصوبہ سازی
2. تجزیہ لاگت
3. معیار پیداوار کا تعین
4. تضیع کی تحسیب
5. قیمت فروخت کا تعین
6. مسابقت
7. مالیاتی تجزیہ
8. مقدار پیداوار کا تعین
9. نظم و نسق

1۔ منصوبہ سازی — Planning

تاجر کی طرح ہر صنعتکار اور پیدا کنندے اپنی صنعت کی نوعیت اعتبار سے منصوبوں کو تشکیل دیتے ہیں۔ پیداوار، ٹکنالوجی کا استعمال، مقام پزیری، فروخت کی پالیسی، ذخیرہ اندوزی، سرمایہ کی مختلف مدات میں تقسیم، تشہیر کے طریقے، ملازمین کی بھرتی، ملازمین کی صلاحیت و استعداد کا تعین، ملازمین یا کارکنوں کی کارکردگی کی جانچ، نظم و نسق، دفتری ماحول، ملازمین پر کنٹرول کے طریقے، حفاظتی اقدامات، ریکارڈ کو محفوظ رکھنے کے طریقے، کھاتوں کی جانچ وغیرہ وغیرہ مختلف میدانوں میں منصوبہ تشکیل دیتے ہیں۔ بعض اوقات ضرورت کے مطابق ملازمین کو تربیت فراہم کرنے کی گنجائش بھی رکھی جاتی ہے۔ منصوبوں کے مطابق کام کو یقینی بنانے کی کوشش بھی کی جاتی ہے۔ صحیح منصوبے کامیابی کی ضامن ہوتے ہے۔ اس لیے منصوبوں کی تشکیل کے دوران متعلقہ میدان کے مختلف ماہرین و تجربہ کار صنعتکاروں سے صلاح و مشورے بھی لیے جاتے ہیں۔ منصوبوں میں پیدا ہونے والے مختلف مسائل اور ان کو سنجیدگی سے حل کرنے کی گنجائش بھی رکھی جاتی ہے۔

2۔ تجزیہ لاگت — Cost Analysis

ہر صنعتکار کسی شئے کی تیاری سے قبل تیاری کے مختلف متبادل طریقوں اور اس کے تحت پیداواری لاگتوں کا تقابل کرتے ہوئے پیداوار کے لیے کفایتی طریقہ کار کو اختیار کرتا ہے۔ خام مال، اجرت یا مزدوری، فیکٹری کے اخراجات، فرسودگی، مشاہرے (Salaries)، باربرداری، دفتری اخراجات، تشہیر، حفاظتی تدابیر وغیرہ مختلف اخراجات ادا کرتا ہے۔ پیداواری اخراجات کا سائنسی نقطہ نظر سے تجزیہ کرتے ہوئے غیر ضروری اخراجات

پر کنٹرول کرنے کی کوشش کی جاتی ہے۔ لاگتوں کے تجزیہ کی مدد سے صنعتکار کو کفایتی لاگت میں شئے کی تیاری کا یقین ہوجاتا ہے اور اسی کی بدولت قیمتوں کی پالیسی، مسابقتی پالیسی، بازارکاری کی حکمت عملی، پیاکیج کو اپنانے وغیرہ میں مدد ملتی ہے۔ ان تمام معاملات میں شماریات کو مختلف پہلوؤں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ پیداوار کے معیار کا تعین Determination of Standard of Production

کسی شئے کی پیداوار یا تیاری سے قبل اس کے سائز، نوعیت، معیار، شکل وغیرہ کا تعین کیا جاتا ہے۔ مال کی تیاری میں استعمال مختلف اقسام کے خام مال کے تناسب کا بھی تعین کیا جاتا ہے۔ شئے کی پیداوار کے دوران ہر مرحلے پر پیداوار کے معیار کی جانچ کی جاتی ہے۔ معیار سے انحراف کی صورت میں اصلاحی اقدامات کرتے ہوئے معیار کے مطابق شئے کی پیداوار کو یقینی بنانے کی کوشش کی جاتی ہے۔ شئے کی ساخت کا تعین کرنا، تناسب میں خام مال کی آمیزش کرنا، درجہ حرارت کو برقرار رکھنا، پیداواری مراحل کے تسلسل برقرار رکھنا وغیرہ شئے کی معیار پر اثر انداز ہوتے ہیں۔

4۔ تضیع کی تحسیب Calculation of Wastage

شئے کی تیاری یا پیداوار کے دوران ہر مرحلے پر کچھ نہ کچھ مقدار ضائع ہوتی ہے۔ ضائع شدہ مقدار بھی پیداواری لاگت پر اثر انداز ہوتی ہے۔ پیداواری مراحل میں زائد مقدار میں خام مال کے ضائع ہونے پر پیداواری لاگتوں میں اضافہ ہوگا اور اگر ضائع شدہ مقدار کم ہو تو پیداواری لاگتوں میں کفایت ہوگی۔ پیداوار میں استعمال پیداواری لاگت، ٹکنالوجی، مراحل، کنٹرول، ضائع شدہ مقدار پر اثر انداز ہوتے ہیں۔ پیداوار میں جدید یا عصری پیداواری آلات کے استعمال سے تضیع کی مقدار میں کمی واقع ہوتی ہے۔ عصری آلات کی مدد سے بہت ہی کم مقدار میں مال ضائع ہوتا ہے۔ خام مال، عصری وٹکنالوجی کے آلات، ضائع شدہ مقدار اور اس پر کنٹرول کے طریقے وغیرہ کے درمیان تجزیہ کرنے اور ان سے حاصل فوائد کو شماریات کے مختلف ضوابط کی مدد سے اخذ کیا جا سکتا ہے۔

5۔ قیمت فروخت کا تعین Determination of Selling Price

کسی شئے کی قیمت فروخت کا تعین کرنا انتظامیہ کے لیے کافی اہمیت کا حامل ہوتا ہے۔ قیمت فروخت صنعت یا کاروبار کا مرکز ہوتا ہے۔ اسی کے سبب معاشی سرگرمیاں وجود میں آتی ہیں۔ ہر صنعت قیمت فروخت کی مختلف پالیسیوں کو اختیار کرتی ہے۔ ہر وقت قیمت فروخت کی ایک ہی پالیسی کارآمد ہونا لازمی نہیں۔ پیداواری لاگت، مسابقت، بازاری حالت، شرح منافع، شرح محصول، علاقہ، صارفین کی صلاحیت، شئے کی نوعیت سے دیر پا اشیاء، غیر دیر پا اشیاء وغیرہ مختلف عوامل کو مدنظر رکھتے ہوئے قیمت فروخت کا تعین کرتے ہیں۔ قیمتوں کی موزوں ومناسب پالیسی بھی صنعت کو کامیابی سے ہمکنار کرتی ہے۔ قیمت سازی کے دوران معمولی سی غلطی بھی صنعت کے لیے نقصان کا باعث ہوسکتی ہے۔ مذکورہ مختلف عوامل کو تجزیہ کے لیے بازار اور صارفین کے خیالات اور ضرورت کا سروے بھی کیا جاتا ہے۔ ان تمام معاملات میں علم شماریات کے مختلف طریقوں کو استعمال کیا جاتا ہے۔

6۔ مسابقت Competition

مسابقت بازار کا ایک اہم حصہ ہے۔ ہر صنعتکار، تاجر مختلف انداز میں مسابقت کا سامنا کرتا ہے۔ کامیاب مسابقت کے لیے مسابقتی پالیسی

پرعمل کرنالازمی ہوتا ہے۔بازار سے ہٹ کرکوئی بھی تاجر یا صنعتکار کاروبارنہیں کرسکتا ہے۔کاروبار سمندر کی طرح وسعت رکھتا ہے۔کامیاب صنعتکار کے لیےضروری ہے کہ وہ اسی سمندر میں اپنی کشتی چلائے۔بازار کا مقابلہ کے لیے لازمی ہے کہ وہ بازار میں متعارف ہونے والے متجانس اشیاء کا مختلف انداز میں تجزیہ کرے اور کامیاب مسابقت کے مختلف پیاکجیس کی صورت میں پیش کرے۔صارفین کے خیالات،نظریات،عیدین،تہوار، علاقہ وغیرہ مختلف عوامل کواستعمال کرتے ہوئے مسابقت سے نمٹنے کے لیے اچھی حکمت عملی کوقطعیت دی جاسکتی ہیں۔

7۔ مالیاتی تجزیہ Financial Analysis

مالیاتی تجزیہ میں شماریات کا استعمال کافی مقبول ہے۔کاروبار کی نوعیت کے اعتبار سے سرمایہ کومختلف مدات میں تقسیم کرنالازمی ہوتا ہے۔ خام مال کی خریدی،گودام کی تعمیر ونگرانی،مستقل اثاثوں کی خریدی،رواں اثاثوں کا انتظامیہ،کاروبار کی توسیع،جدید آلات یا ٹکنالوجی کی خریدی، مشنریوں کی تبدیلی،خرید وفروخت کی پالیسی،ڈیوڈنڈ پالیسی،حصص وڈبنچیرس کی اجرائی وغیرہ مالیاتی تجزیہ سے تعلق رکھتے ہیں۔سرمایہ کی ضرورت کے اعتبار سے موزوں تناسب یاحصوں میں تقسیم کرنے اوراس سے حاصل فوائد کا تجزیہ کیا جاتا ہے۔مالیاتی تجزیہ میں شماریات کے مختلف تجزیاتی آلات کااستعمال کیا جاتا ہے۔

8۔ مقدار پیداوار کاتعین Setting Quantity of Production

ہرصنعت اپنی پیداواری صلاحیت کا بہتر استعمال کرنا چاہتا ہے۔مقدار پیداوار کاتعین کرنے سے قبل وسائل پیداواراور بازاری طلب کا جائزہ لیا جاتا ہے۔مقدار پیداوار طلب اوررسد میں توازن پیدا کرنے میں اہم کردارادا کرتی ہے۔پیداواری صلاحیت کے صد فیصد استعمال سے فی اکائی پیداواری لاگتوں میں کمی واقع ہوتی ہے۔اس کے برخلاف پیداواری صلاحیت کم یاجزوی استعمال کرنے پر یا کم مقدار میں پیداوار سے فی اکائی پیداواری لاگتوں میں اضافہ ہوتا ہے۔جس کے سبب طویل مدتی نقصانات کے امکانات بڑھ جاتے ہیں۔مقدار پیداواراور پیداواری لاگتوں کے درمیان گہراتعلق پایا جاتا ہے۔اس پر بہتر منصوبہ بندی اور گہرائی کے ساتھ تجزیہ کرنالازمی ہے۔اس صورت میں صنعتکار صحیح مقدار میں پیداوار کانشانہ مقرر کرسکتا ہے۔

9۔ نظم ونسق Administration

ہرصنعت میں نظم ونسق کی برقراری کوکافی اہمیت دی جاتی ہے۔اس مقصد کے تحت صنعتی افعال کی بنیاد پر مختلف حصوں یاشعبوں میں اس طرح تقسیم کیا جاتا ہے۔جس سے کام میں تسلسل برقرار رہے۔ شعبہ کے اعتبار سے تجربہ کار ماہر عملہ کا تقرراور بھرتی،ملازمین یا کارکنوں کوتفویض کام،ہدایت،اصول،تربیت وغیرہ نظم ونسق پیدا کرنے میں اہم کردارادا کرتے ہیں۔

2.9 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

شماریات علم ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے۔زمانۂ قدیم سے اس کا استعمال عام ومقبول ہے۔آج کے عصری دور میں سائنسی نقطۂ نظر سے شماریات کا استعمال کیا جارہا ہے۔کھیل کود کے میدان،ہرچھوٹے وبڑے تاجرین،پیداکنندے صنعتکاراورحکومت مختلف منصوبوں کوتشکیل دینے کے لیےاسی کا استعمال کرتے ہیں۔کسی ملک کی شرح خواندگی،مردم شماری،روزگار کی سطح،شرح پیدائش واموات،پیداواروروزگار،شہری ودیہاتی آبادی

پیداوار، قیمتوں کی سطح افراط زر، درآمدات و برآمدات، توازن ادائیات وغیرہ کسی بھی ملک کے مختلف اشارے ہیں۔ سائنس، تحقیق، موازنہ سازی، منصوبہ بندی، کھیل کے میدان، تجارت، صنعت وحرفت ہر میدان میں شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔ مسائل کی نشاندہی کے ساتھ اس کو حل کرنے میں شماریات مددگار ثابت ہوتی ہے۔ خاص کر منصوبہ کی تکمیل یا نشانہ کو حاصل کرنے کے لیے مختلف مرحلوں میں منصوبوں کو قطعیت دینے میں یہ کارگرد ثابت ہوتی ہے۔ خرید وفروخت تجارت کی اہم پالیسی ہے۔ پیداوار، لاگت کا تجزیہ، مقدار پیداوار کا تعین، شئے کی معیار کا تعین، مالیاتی تجزیہ، مسابقت، قیمت فروخت کا تعین کے لیے صنعتوں میں شماریات کے مختلف طریقوں کو استعمال کیا جاتا ہے۔

2.10 کلیدی الفاظ Key Words

1۔	منصوبہ (Planning)	:	مستقبل کے لائحہ عمل کو منصوبہ کہتے ہیں۔
2۔	تجزیہ (Analysis)	:	مواد کی تشریح تجزیہ کہلاتا ہے۔
3۔	تضیع (Wastage)	:	پیداوار کے دوران ضائع شدہ ساز وسامان کو تضیع کہتے ہے۔
4۔	مسابقت (Competition)	:	کاروبار مقابلہ مسابقت کہلاتا ہے۔
5۔	نظم ونسق (Adminstration)	:	دفتری یا تنظیمی انتظامیہ کو نظم ونسق کہتے ہیں۔

2.11 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1۔ شماریات کے استعمال کے مختلف میدان ____________ ہیں۔

2۔ __________ کھیل کی مثالیں ہیں جن میں شماریات کا استعمال ہوتا ہے۔

3۔ شرح پیدائش واموات، شرح خواندگی، شرح روزگار معیشت کے اظہار کے اشارے ہیں۔ (صحیح / غلط)

4۔ ضرورت سے زیادہ سرمایہ مشغول کرنے سے کاروبار کو فوائد حاصل ہوتے ہیں۔ (صحیح / غلط)

5۔ قیمت فروخت کے تعین میں شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔ (صحیح / غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ شماریات کی اہمیت کو بیان کیجیے۔

2۔ شماریات کے استعمال کے مقاصد کی وضاحت کیجیے۔

3۔ موازنہ سازی میں شماریات کے استعمال پر بحث کیجیے۔

4۔ منصوبہ بندی میں شماریات کے استعمال کو بیان کیجیے۔

5۔ بازارکاری سے کیا مراد ہے؟ وضاحت کیجیے۔

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

6۔ تحقیق میں شماریات کے استعمال کی اہمیت اور ضرورت پر بحث کیجیے۔

7۔ شماریات کے بغیر منصوبے تشکیل نہیں دیے جاتے۔ کیا آپ اس خیال سے متفق ہیں یا نہیں تفصیلی بحث کیجیے۔

8۔ شماریات کا مملکت میں کس طرح استعمال ہوتا ہے وضاحت کیجیے۔

9۔ تجارت میں شماریات کارآمد ہوتی ہے بحث کیجیے۔

10۔ کاروبار میں شماریات کے استعمالات کو بیان کیجیے۔

2.12 تجویز کردہ کتب — Reference Book

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 3۔ابتدائی مواد
Primary Data

Unit Structure — اکائی کی ساخت

3.0	تمہید	Introduction
3.1	مقاصد	Objectives
3.2	معنی ومفہوم اور تعریف	Meaning and Definition
3.3	ابتدائی مواد	Primary Data
3.3.1	مشاہدہ کا طریقہ	Observation Method
3.3.2	شخصی انٹرویو	Personal Interview
3.3.3	سوالنامہ	Questionnair
3.3.4	جدول یا شیڈیول	Schedule
3.4	سوالنامہ کے اقسام	Types of Questionnaire
3.4.1	ساختی سوالنامہ	Structured Questionnaire
3.4.2	بندسوالنامہ	Closed End Questionnaire
3.4.3	کھلا بندسوالنامہ	Open End Questionnaire
3.4.4	تصویری سوالنامہ	Pictorial Questionnaire
3.4.5	غیر ساختی سوالنامہ	Unstructured Questionnaire
3.5	مواد حاصل کرنے کے طریقہ پراثر انداز عوامل	Factors Effecting on Methods of acquiring Data
3.5.1	تحقیقی مقاصد	Objectives of Research
3.5.2	وقت	Time
3.5.3	وسائل	Resources

3.5.4	مالیہ	Finance
3.5.5	تحقیق کے حدود یا دائرہ	Limits of Research / Area of Research
3.6	اکتسابی نتائج	Learning Outcomes
3.7	کلیدی الفاظ	Key Words
3.8	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
3.9	تجویز کردہ کتب	Reference Books

3.0 تمہید Intorduction

عزیز طلباء

آپ نے سنا اور دیکھا ہوگا کہ ہمارے ملک میں ہر دس سال میں ایک مرتبہ مردم شماری کی جاتی ہے۔ مردم شماری کے لیے مختص عملہ گھر گھر جا کر مختلف سوالات کے جوابات حاصل کرتا ہے اور گھر کے تمام افراد کے نام درج کرتا ہے۔ اس طرح انتخابات سے قبل محلے میں بسنے والے افراد کے نام لکھ لیتے ہیں۔ مختلف مقاصد کے تحت سروے کیا جاتا ہے۔ ان تمام معاملات میں عملہ افراد سے سوالنامہ میں موجود سوالوں کے جوابات درج کر لیتے ہیں۔ بعض مرتبہ سوالات کی تفہیم کے لیے وضاحت بھی کرتے ہیں۔ مکین اپنے متعلقہ جوابات دیتے ہیں۔ یہ تمام متعلقہ شعبہ میں داخل کرتے ہیں جہاں پر خلاصہ تیار ہوتا ہے اور نتائج اخذ ہوتے ہیں۔ آپ اندازہ لگائے کہ مردم شماری کے بغیر ملک کے شہریوں کی تعداد معلوم کر سکتے ہیں۔ مردم شماری کے سوالنامہ کی ترتیب میں نام، عمر، تعلیم، جنس، مذہب، ذات، علاقہ، آمدنی وغیرہ مختلف باتوں کو ملحوظ رکھا جاتا ہے۔ اسی کی بنیاد پر حاصل نتائج کی بنیاد پر کہہ سکتے ہیں کہ تعلیم یافتہ افراد کی تعداد، خواندگی، عمروں کا تناسب، آمدنی کی سطح، دیہی و شہری علاقوں میں شہریوں کی تعداد وغیرہ کے متعلق مختلف معلومات اخذ کر سکتے ہیں۔ اس اکائی میں آپ ابتدائی مواد کے متعلق معلومات حاصل کریں گے۔

3.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- ابتدائی مواد کے مفہوم کی وضاحت کر سکیں۔
- ابتدائی مواد کو حاصل کرنے کے مختلف طریقوں کی وضاحت کر سکیں۔
- انٹرویو، مشاہدہ کے مختلف تکنیک کو بیان کر سکیں۔
- سوالنامہ کے خصوصیات کو بیان کر سکیں۔
- سوالنامہ کے مختلف اقسام کو بیان کر سکیں۔
- مواد پر اثر انداز عوامل کو بیان کر سکیں۔

- مثالی سوالنامہ کے خصوصیات کو بیان کرسکیں۔
- سوالنامہ کی ترتیب سے واقف ہونگے۔

3.2 معنی ومفہوم اورتعریف Meaning and Definition

تحقیق تعلیمی سرگرمیوں میں نمایاں مقام رکھتی ہے۔موزوں اور بہتر تحقیق کی بدولت مسائل کو حل کرنے میں مدد ملتی ہے۔ تحقیق کے لیے مواد (Data) کا ہونا لازمی ہے۔جس عنوان یا جس میدان میں تحقیق کرنا مقصود ہوا ہے اسی سے متعلق مواد حاصل کرنا لازمی ہے۔متعلقہ مواد حاصل کرنے کے بعد ہی تحقیق اپنے کمال کو پہنچتی ہے۔ناموزوں اور نامکمل یا غلط مواد پر تحقیق کے ناقص نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ایسی تحقیق حقیقت کے برعکس ہوتی ہے۔حقیقی مواد پر تحقیق کے مثبت نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ایسی تحقیق پر اعتبار کیا جاسکتا ہے۔محقق کے لیے ضروری ہے کہ وہ تحقیق کے لیے موزوں مواد کو حاصل کریں۔موزوں و بہتر مواد حاصل کرنے کے کون کونسے طریقے ہیں۔مواد حاصل کرنے کے مختلف طریقوں کا تفصیلی جائزہ لینا چاہیے۔ مواد کو حاصل کرنے کے لیے محقق کو کافی مشکلات سے گزرنا پڑتا ہے۔مواد حاصل کرنے کے مختلف طریقوں کے فوائد،نقصانات،اہمیت وافادیت پر بھی غور کرتے ہوئے سب سے بہتر وموزوں طریقہ کو اختیار کریں۔مواد سے کیا مراد ہے یا کسی کمپنی، دفتر،ادارے کے متعلق معلومات کو اعداد میں پیش کیا جاتا ہے،مثلاً ایک کلاس میں 50 طلباء ہیں،ایک اسکول میں 10 اساتذہ ہیں،ایک کمپنی میں 200 مزدور کام کرتے ہیں،اس میں سے 50 خواتین ہیں۔ایک کمپنی کو دوران سال 2,00,000 روپے کا منافع حاصل ہوا۔منافع کا فیصد 35% ہے۔صنعتوں میں کارکردگی ہمت افزاء ہے اور ترقی کی نمو کی شرح 5% ہے۔ملک میں شرح خواندگی 65% ہے۔دیہاتوں میں 55% طبقہ خواتین پر مشتمل ہے وغیرہ وغیرہ۔کمرۂ جماعت کا فیصد، کمپنی میں مزدوروں کی تعداد،منافع کی شرح،نمو کی شرح وغیرہ کو اعداد میں بتلایا گیا ہے۔یہ اعداد ہمیں سمجھنے میں مدد دیتے ہیں۔ان ہی اعداد کو مواد یا Data کہتے ہیں۔اگر یہ مواد ہمیں دستیاب نہ ہوتو نہ ہی طلباء کی کامیابی کا فیصد معلوم کرسکتے ہیں اور نہ ہی کمپنی کے منافع کا فیصد،مواد کی مدد سے ہی ادارے کی کارکردگی کا آسانی سے اندازہ لگایا جاسکتا ہے۔

3.3 ابتدائی مواد Primary Data

ابتدائی مواد تحقیق میں اہم کردار ادا کرتا ہے۔ایسا مواد جو پہلے کسی نے حاصل نہ کیا ہو۔محقق اپنی تحقیق کے لیے پہلی مرتبہ حاصل کرتا ہے اس کو ابتدائی مواد کہتے ہیں۔محقق اپنی تحقیق کے پس منظر میں ضروری مواد کو حاصل کرتا ہے۔ ہر محقق کے لیے ابتدائی مواد الگ الگ اہمیت کے پائے جاتے ہیں۔اس لیے ایک محقق کے ابتدائی مواد کو دوسرے محقق کے لیے کارآمد ہونا لازمی نہیں۔ ہر محقق کا تحقیقی میدان دوسرے محقق سے الگ ہوتا ہے۔اس لیے محقق کے پس منظر میں ابتدائی مواد حاصل کیا جاتا ہے۔ابتدائی مواد کو حاصل کرنے کے لیے گھر گھر،فرد بہ فرد ملاقات کر کے ضروری معلومات حاصل کرتے ہیں۔آپ اپنے گھر کے اطراف 10 مکانات کا سروے کیجیے۔اس مقصد کے تحت ایک سوالنامہ تیار کیجیے۔جس میں گھر میں افراد کی تعداد،عمر،آمدنی کا ذریعہ،آمدنی کی مقدار رقم،افراد کی تعلیمی قابلیت،گھر میں موجود آرائشی سامان وغیرہ باتوں کا احاطہ کرتے ہوئے 15 سوالات ترتیب دیجیے۔اگر یہ کام مشکل ہوتو گھر کے قریب کی مسجد میں روزانہ پانچ وقت کی نماز میں آنے والے مصلیوں کی تعداد۔دس دن تک حسب رکھئے اور اوسط مصلیوں کی تعداد کو اخذ کیجیے۔چیزوں کو آپ حسابی زبان واعداد میں ظاہر کرینگے۔یہ حسابی اعداد ہی مواد کہلاتا ہے۔غالباً آپ

مواد (Data) کے مفہوم کو سمجھ چکے ہونگے۔ابتدائی مواد حاصل کرنے کے مختلف طریقے ہیں۔ہر طریقہ اپنی انفرادی خصوصیت رکھتا ہے۔

ابتدائی مواد حاصل کرنے کے طریقے

ابتدائی مواد حاصل کرنے کے مختلف طریقے ہیں۔ ہر طریقہ اپنی ایک منفرد خصوصیات، فوائد اور خامیوں کو رکھتا ہے۔ تمام طریقوں میں سب سے بہتر وموزوں طریقہ کو ہی استعمال کیا جاتا ہے۔ ابتدائی مواد حاصل کرنے کے چند اہم طریقوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1. مشاہدہ کا طریقہ (Observation Method)
2. شخصی انٹرویو (Personal Interview)
3. سوالنامہ (Questionnaire)
4. شیڈول (Schedule)

3.3.1 مشاہدہ کا طریقہ Observation Method

مشاہدہ ابتدائی مواد حاصل کرنے کا ایک اہم اور قدیم طریقہ ہے۔اس طریقہ کے تحت جس میدان، جس علم، جس مضمون، جس پر تحقیق یا تجزیہ کرنا مقصود ہو اس پر مختلف زاویوں سے بغور مشاہدہ کیا جاتا ہے۔محقق بذاتِ خود مشاہدہ کرتے ہوئے اہم نتائج کو حاصل کرتا ہے۔مشاہدہ کرنے کے دوران وقت، حالات، ماحول، مقام وغیرہ مختلف عوامل کو مدنظر رکھتا ہے۔مختلف موقعوں پر مختلف ماحول میں مختلف اوقات میں مشاہدہ کرتے ہوئے نتائج کو حاصل کرتا ہے۔محقق کے لیے ضروری ہے کہ وہ مختلف حالات میں کافی گہرائی کے ساتھ مشاہدہ کریں۔مشاہدہ کے دوران مختلف عوامل کے ساتھ تقابل اور تعلق قائم کرتے ہوئے نتائج کو حاصل کرنا چاہیے۔عام طور پر کسی فرد کی شخصیت یا رویہ کو اخذ کرنے کے لیے مشاہدہ کا طریقہ اختیار کیا جاتا ہے۔اس طریقہ کے تحت نتائج کو اخذ کرنے کے لیے کافی تجربہ اور مہارت کی ضرورت ہوتی ہے۔

مشاہدہ کے دوران اختیار کیے جانے والے ضروری اہم اقدامات :

محقق کے لیے ضروری ہے کہ مشاہدہ کے دوران کافی احتیاط سے کام لیا جائے۔ مشاہدہ کے دوران اختیار کیے جانے والے چند ضروری اور اہم اقدامات کو ذیل میں پیش کیا گیا ہے۔

1۔ محقق کے لیے ضروری ہے کہ وہ آزاد خیال ہو۔
2۔ مشاہدہ کے دوران دباؤ، ذہنی الجھن سے پاک ہو۔
3۔ جس نقطہ یا عنوان یا شخص یا چیز پر مشاہدہ مقصود ہو اس پر کافی گہرائی سے مشاہدہ کیا جائے۔
4۔ مشاہدہ کے دوران غیر جانبداری کو اختیار کیا جائے۔
5۔ جس شخص پر مشاہدہ کیا جاتا ہے اس کو مشاہدہ سے بے خبر رکھا جائے۔
6۔ مشاہدہ کرنے کے دوران ماحول، حالات، وقت، مقام وغیرہ مختلف عوامل کو مدنظر رکھنا چاہیے۔

7۔ مختلف اوقات میں مختلف انداز سے مشاہدہ کرلیا جائے تا کہ حقیقی نتائج حاصل ہو سکے۔

مشاہدہ کے لیے مثالی محقق کی قابلیت یا خصوصیت :

تحقیق میں محقق کی دوراندیشی، شخصی صلاحیت اور قابلیت کافی اثر انداز ہوتی ہے۔محقق جتنی قابلیت اور صلاحیت کا حامل ہو نتائج بھی اتنے ہی اچھے حاصل ہوتے ہیں۔ذیل میں مشاہدہ کے لیے محقق کے لیے ضروری قابلیت کو بتلایا گیا ہے۔

1۔ محقق اعتدال پسند اور غیر جانبدار ہو۔

2۔ محقق کے لیے ضروری ہے کہ وہ مشاہدہ کے اصولوں، طور طریقوں پر مہارت رکھتا ہو۔

3۔ تحقیق کے دوران ہر ایک عامل کا گہرائی کے ساتھ مطالعہ کرتا ہو۔

4۔ مشاہدہ کے طریقۂ کار کو اختیار کرنے سے قبل ماہرین سے رائے طلب کی جائے۔

5۔ محقق حقائق کو بیان کرنے میں کوئی کوتاہی نہ کرے، بلکہ حقیقی نتائج کو بغیر بیان بازی کے ظاہر کرے۔

6۔ حقائق کو اخذ کرنے کے بعد اپنے حقیقی خیالات اور نظریات کو موزوں طریقہ پر پیش کرتا ہو۔

7۔ مشاہدہ سے قبل ضروری ماحول یا حالات کو پیدا کریں۔

8۔ یکساں ماحول پیدا کرتے ہوئے بار بار مشاہدہ کرتے ہوئے نتائج حاصل کریں۔

مشاہدے کے طریقے کی خوبیاں :

مشاہدے کا طریقہ ابتدائی مواد حاصل کرنے کا ایک اہم طریقہ ہے۔ اس طریقہ کے چند اہم خوبیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ یہ طریقہ مواد حاصل کرنے کا بہتر اور موزوں ہے۔ ایسے افراد جو جوابات دینے سے قاصر ہوں ان پر مشاہدہ کے ذریعہ نتائج حاصل کر سکتے ہیں۔

2۔ اس طریقہ کے تحت راست طور پر مشاہدہ کرتے ہوئے مواد حاصل کر سکتے ہیں۔

3۔ مواد حاصل کرنے کا یہ ایک کفایتی طریقہ ہے۔

4۔ اس طریقہ میں کم وقت میں مواد حاصل کیا جا سکتا ہے۔

5۔ اس طریقہ میں محقق بذات خود مشاہدہ کرتا ہے۔ اس لیے صحیح اور درست نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

خامیاں Limitations

مشاہدہ کے طریقہ کے تحت مواد حاصل کرنے کے حسب ذیل اہم خامیاں ہیں۔

1۔ مشاہدہ کے دوران فرد کے ذاتی دلچسپی اور خیالات اثر انداز ہوتے ہیں جس کے سبب نتائج بھی متاثر ہو سکتے ہیں۔

2۔ مشاہدہ کرنے کے دوران اپنی ذاتی رائے پیش کر سکتے ہیں۔اس لیے نتائج پر شخصی دلچسپی زیادہ اثر انداز ہوتی ہے۔

3۔ مشاہدہ محدود اور جزوی درجہ پر موزوں ہے۔لیکن وسیع اور بڑے پیمانے پر مشاہدہ کا طریقہ غیر موزوں ہے۔

4۔ اس طریقہ کے تحت نتائج پر ذاتی رائے اثر انداز ہوسکتی ہے۔ ایسی صورت میں درست معلومات حاصل کرنا مشکل ہے۔

5۔ مشاہدہ پر موجودہ حالات، ماحول، گہرے اثر انداز ہوتے ہیں۔ ماحول یا حالات کی تبدیلی کے ساتھ ساتھ نتائج بھی کافی تبدیل ہوتے ہیں۔

6۔ مشاہدہ کے دوران محقق کو کافی احتیاط کرنا لازمی ہے۔ معمولی سی غلطی بھی نتائج میں فرق پیدا کر سکتے ہیں۔

7۔ یہ طریقہ غیر کفایتی ہے۔ کیونکہ مشاہدہ کے لیے کافی وقت اور سرمایہ کی ضرورت ہوتی ہے۔

3.3.2 شخصی انٹرویو Personal Interview

انٹرویو ابتدائی مواد حاصل کرنے کا ایک اہم طریقہ ہے۔ اس طریقہ کے تحت محقق متعلقہ شخص سے راست طور پر انٹرویو لیتا ہے۔ انٹرویو لینے سے قبل متعلقہ عنوان، مطلوبہ معلومات پر سوالات تیار کر لیتا ہے۔ انٹرویو لینے سے قبل محقق متعلقہ شخص کو انٹرویو کے متعلق وضاحت کرتا ہے تاکہ فرد آسانی کے ساتھ جوابات دے سکے۔ انٹرویو لینے سے قبل مطلوبہ معلومات پر مبنی سوالات کو ترتیب دیا جاتا ہے۔ جس شخص سے انٹرویو لیا جاتا ہے اس شخص سے زبانی سوالات پوچھے جاتے ہیں۔ سوالات میں آسانی پیدا کرنے کے لیے ضرورت کے تحت وضاحت بھی کی جاتی ہے۔ انٹرویو کو باقاعدہ بنانے کے لیے موزوں کوشش کی جاتی ہے۔ انٹرویو رسمی اور غیر رسمی طور پر بھی لیا جاتا ہے۔ انٹرویو آمنے سامنے یا دوبدو طریقہ پر بھی لیا جاسکتا ہے۔ اگر انٹرویو اور جواب دینے والے اشخاص ایک مقام پر نہ ہونے پر ٹیلی فون کے ذریعہ بھی انٹرویو لیا جاسکتا ہے۔ دوبدو طریقہ انٹرویو میں فرد کے شخصیت کے متعلق مختلف پہلوؤں کی وضاحت کرتا ہے۔

مثالی انٹرویو کے ضروری لوازمات:

انٹرویو کی مدد سے مواد حاصل کرنا ایک مشکل کام ہے۔ موزوں اقدامات کے ذریعہ انٹرویو کو آسان بنایا جاسکتا ہے۔ ایک قابل اور مثالی انٹرویو کے لیے حسب ذیل لوازمات کا ہونا بہتر ہوتا ہے۔

1۔ انٹرویو لینے سے قبل سوالات کو ترتیب دیا جائے۔

2۔ جس شخص سے انٹرویو لیا جاتا ہے، اسی کی زبان میں سوالات پوچھے جائیں۔

3۔ انٹرویو لینے کے دوران آسان الفاظ میں سوالات پوچھے جائیں۔

4۔ انٹرویو کے دوران فرد کو اپنے خیالات پیش کرنے کے لیے موزوں وقت دیا جائے۔

5۔ ذہنی دباؤ یا الجھنوں سے پاک ہو کر انٹرویو لیا جائے۔

6۔ انٹرویو کے دوران اعتدال پسند رویہ کو اختیار کیا جائے۔

انٹرویو کی خوبیاں

انٹرویو کا طریقہ ابتدائی مواد حاصل کرنے کا اہم طریقہ ہے۔ اس طریقہ کے چند اہم خوبیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ انٹرویو کی مدد سے صحیح اور درست معلومات حاصل ہوتے ہیں۔

2۔ انٹرویو کے طریقہ میں دوطرفہ ترسیل عمل میں آتی ہے۔ اس لیے وضاحت کے ساتھ معلومات حاصل کر سکتے ہیں۔
3۔ انٹرویو کے طریقہ میں محقق کے ذاتی رائے شامل ہونے کی گنجائش نہیں پائی جاتی۔
4۔ انٹرویو لینے کے دوران سوالات کی وضاحت کے ساتھ پوچھنے کی گنجائش پائی جاتی ہے۔
5۔ انٹرویو دینے والا شخص انٹرویو کے مقاصد سے آگاہ ہوتا ہے۔اس لیے صحیح اور درست معلومات حاصل ہونے کے امکانات پائے جاتے ہیں۔

خامیاں

انٹرویو کے طریقہ کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔
1۔ انٹرویو کا طریقہ غیر کفایتی ہے۔اس طریقہ میں کافی وقت کی ضرورت ہوتی ہے۔
2۔ انٹرویو ایک صبر آزما کام ہے۔اس کے لیے محقق میں اطمینان کی کیفیت کا حامل ہونا لازمی ہے۔
3۔ یہ طریقہ مختصر یا محدود افراد کے لیے موزوں ہے،لیکن کثیر افراد کے لیے انٹرویو کا طریقہ موزوں نہیں ہے
4۔ ہر شخص انٹرویو لینے کے طور طریقوں پر عبور نہیں رکھتا،اس کے لیے تجربہ کی ضرورت ہوتی ہے۔

3.3.3 سوالنامہ Questionnaire

سوالنامہ ابتدائی مواد حاصل کرنے کا کافی مقبول طریقہ ہے۔اس طریقہ کے تحت مطلوبہ معلومات حاصل کرنے کے لیے سوالات کی ایک موزوں فہرست تیار کی جاتی ہے۔ جواب دہندگان کی زبان میں سوالات ترتیب دیے جاتے ہیں۔سوالات کافی آسان الفاظ میں ترتیب دیے جاتے ہیں۔ جواب دہندگان پڑھ کر اپنے نظریات کو لکھتا ہے۔بعض اوقات ڈاک کے ذریعہ سوالنامہ روانہ کرکے جوابات حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ سوالنامہ میں جواب دہندگان کے نظریات کو تحریر کرنے کی گنجائش بھی فراہم کی جاتی ہے۔عام طور پر معاشی میدانوں اور تعلیمی تحقیق میں یہ طریقہ کثرت سے استعمال کیا جاتا ہے۔ایک تعلیم یافتہ طبقہ سوالنامہ کو پڑھ کر کافی غور وفکر کے ساتھ اپنے جوابات تحریر کرتا ہے۔اس لیے سوالنامہ کی مدد سے حاصل مواد کافی بہتر ہوتے ہیں۔

خوبیاں

سوالنامہ ابتدائی مواد حاصل کرنے کا ایک اہم طریقہ ہے۔اس طریقہ کے حسب ذیل اہم خوبیاں ہیں۔
1۔ سوالات جوابدہندگان کی زبان میں ترتیب دیے جاتے ہیں۔ اس لیے فرد صحیح اور بہتر طور پر اپنے خیالات کو پیش کرسکتا ہے۔
2۔ جواب دہندہ کو اپنی زبان میں رائے اور خیالات بیان کرنے کی آزادی حاصل ہوتی ہے۔ اس لیے صحیح اور درست نتائج حاصل ہوتے ہیں۔
3۔ جوابات دینے کے لیے جواب دہندے کو کافی وقت دیا جاتا ہے۔ اس لیے جواب دہندہ سمجھداری سے خیالات لکھ سکتا ہے۔
4۔ دوردراز کے مقامات سے سوالمانہ کی مدد سے ضروری معلومات حاصل کرنے کا یہ ایک آسان طریقہ ہے۔

5۔ اس طریقہ کے تحت نتائج بہتر اور موزوں حاصل ہوتے ہیں۔
6۔ کثیر مقدار میں معلومات حاصل کرنے کے لیے سوالنامہ ایک آسان طریقہ ہے۔
7۔ ایک ہی شخص کو سوالنامہ بار بار دینے سے ایک ہی قسم کے نتائج حاصل ہوتے ہیں۔
8۔ سوالنامہ کے ذریعہ حاصل مواد قابل اعتبار ہوتا ہے۔
9۔ یہ ایک کفایتی اور لچکدار طریقہ ہے۔

خامیاں

سوالنامہ کے ذریعہ حاصل مواد کے چند حسب ذیل اہم خامیاں ہیں۔

1۔ اس کو پر کرنے کے لیے کافی وقت درکار ہوتا ہے۔
2۔ اس طریقہ میں کافی وقت درکار ہوتا ہے، کیونکہ جواب دہندہ تمام سوالات کو پڑھ کر جواب دیتا ہے۔
3۔ بعض اوقات جواب دہندہ سوالنامہ کو واپس نہیں کرتا، اس سے محقق کے کافی وسائل ضائع ہو جاتے ہیں۔
4۔ یہ طریقہ کافی غیر لچکدار ہے، کیونکہ سوالنامہ کو قطعیت دینے کے بعد بار بار اس میں تبدیلی لانا ممکن نہیں۔
5۔ سوالنامہ میں بعض سوالات جواب دہندہ کو شکوک پیدا کرتے ہیں۔ ایسی صورت میں صحیح جواب کا حاصل کرنا ممکن نہیں۔

اچھے سوالنامہ کے خصوصیات

تحقیق میں سوالنامہ مرکزی کردار ادا کرتے ہیں۔ محقق مطلوبہ معلومات حاصل کرنے کے لیے اس سے متعلق سوالات کو ترتیب دیتا ہے، تا کہ تحقیق کے تمام مقاصد حاصل ہو سکے۔ سوال بندی میں معمولی سی غلطی بھی غلط نتائج دے سکتے ہیں۔ اچھے سوالنامہ کے چند اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ سوالنامہ میں استعمال الفاظ، جملے قابل فہم، آسان ہوں۔
2۔ سوالنامہ مختصر ہونا چاہیے، کیونکہ طویل سوالات سے جواب دہندہ میں دلچسپی پیدا نہیں کرتی۔
3۔ سوالنامہ میں سوالات کی درجہ بندی موضوع کے اعتبار سے ترتیب وار ہونا چاہیے۔
4۔ سوالنامہ میں سوالات شخصی نوعیت کے نہیں ہونے چاہیے۔
5۔ سوالنامہ کا خاکہ دلکش ہونا چاہیے۔
6۔ سوالات موضوع کے اعتبار سے مختلف حصوں میں تقسیم شدہ ہو، تا کہ مطلب فہمی میں آسانی ہو۔
7۔ سوالات کی ترتیب آسان سے مشکل سوال تک ہونی چاہیے۔
8۔ سوالات میں غیر معروف الفاظ کو استعمال کرنے سے پرہیز کریں۔
9۔ سوالات تحقیق سے متعلق ہوں۔ غیر ضروری سوالات کو شامل کرنے سے احتیاط کریں۔

3.3.4 جدول یا شیڈول Schedule

شیڈول تحقیق میں استعمال ہونے والا ایک اہم حصہ ہے۔ سوالنامہ کی طرح شیڈول میں بھی سوالات ترتیب وار ترتیب دیے جاتے ہیں۔ سوالنامہ تعلیم یافتہ طبقہ یا افراد کے لیے کافی موزوں ہوتے ہیں۔ وہ خود پڑھ کر جوابات درج کرتے ہیں۔ جواب دہندے ناخواندہ ہونے پر وہ جوابات خود درج نہیں کرسکتے۔ اس لیے ایسے موقع پر جدول یا شیڈول کو استعمال کیا جاتا ہے۔ غیر تعلیم یافتہ افراد سے معلومات حاصل کرنے کے لیے شیڈول کا استعمال کیا جاتا ہے۔ شیڈول بھی سوالنامہ کی طرح ہی ہوتا ہے۔ اس طریقہ کے تحت یعنی شیڈول میں محقق خود جواب دہندے کے سامنے سوال اور ان کے جوابات کو بھی سناتا ہے۔ جواب دہندہ جس جواب پر اپنی رضامندی ظاہر کرتا ہے اس کو محقق نوٹ کرلیتا ہے۔ بعض اوقات تعلیم یافتہ طبقہ خود جوابات کو نوٹ کرسکتا ہے۔ جواب دہندوں کے شکوک کو دور کرنے کے لیے سوالات کی وضاحت بھی کرتے ہیں۔ سوالنامہ اور شیڈول میں سب سے اہم فرق یہ ہے کہ سوالنامہ کو جواب دہندہ خود تحریر کرتا ہے، جبکہ شیڈول میں جواب دہندے سے حاصل جوابات کو محقق درج کرتا ہے۔

عام طور پر سرکاری اور غیر سرکاری تنظیمیں مختلف میدانوں میں تحقیق کے لیے شیڈول کو ترتیب دیتے ہیں اور گھر گھر جا کر ہر فرد سے ملاقات کرتے ہوئے جوابات درج کرتے ہیں۔ مردم شماری اور الیکشن میں نام درج کروانے گھر گھر سروے وغیرہ میں اسی طرح کے سوالات کو شمار کنندے خود جواب حاصل کر کے جوابات نوٹ کر لیتے ہیں۔

خوبیاں

شیڈول کے چند اہم خوبیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ اس طریقہ کے تحت ناخواندہ افراد سے معلومات حاصل کرنے کا سب سے بہترین طریقہ ہے۔

2۔ اس طریقہ میں جواب دہندے سے حاصل جوابات کو محقق یا نمائندہ خود درج کرتا ہے۔ اس لیے جوابات درست ہونے کی گنجائش پائی جاتی ہے۔

3۔ یہ طریقہ وسیع علاقہ تک تحقیق کے لیے کارآمد ہوتا ہے۔

4۔ اس طریقہ میں حاصل نتائج قابل بھروسہ ہوتے ہیں۔

خامیاں

شیڈول طریقہ کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ یہ طریقہ غیر کفایتی ہے، کیونکہ اس طریقہ کے تحت جوابات حاصل کرنے کے لیے شمار کنندہ یا محقق خود جواب دہندوں کے پاس جانا ہوگا۔

2۔ اس طریقہ کے جوابات حاصل کرنے کے لیے انٹرویو لینے یا سوالات کرنے کے فن سے واقف ہونا لازمی ہے۔

3۔ سوالات کو دہرانے کے دوران شمار کنندے کے شخصی حالات یعنی انداز بیان، طبیعت، بات کرنے کا انداز، لب و لہجہ وغیرہ اثر انداز ہوتے ہیں۔

4۔ سوالات کو دہرانے کے دوران شمار کنندہ کو کافی صبر اور اطمینان برقرار رکھنا ضروری ہوتا ہے۔

5۔ سوالات کو دہرانے کے دوران شمار کنندے غصہ کی حالت یا سخت لب ولہجہ استعمال کرنے پر جواب دہندے ناپسندیدگی کا اظہار کرتے ہیں، جس سے غلط نتائج کے امکانات بڑھ جاتے ہیں۔

6۔ موجودہ صورتحال میں ہر نمائندے یا محقق پر جواب دہندے اعتبار کرنا ایک مشکل کام ہے۔

7۔ اس طریقہ کے تحت شمار کنندوں کو خواتین کے مقابلے میں مرد حضرات بہتر اور موزوں جوابات دے سکتے ہیں۔

3.4 سوالنامہ کے اقسام Types of Questionnaire

آپ سوالنامہ کا تفصیلی مطالعہ کر سکتے ہیں۔ سوالنامہ ابتدائی مواد حاصل کرنے کا ایک اہم ذریعہ ہے۔ بہتر سے بہتر مواد حاصل کرنے کے لیے ضروری ہے کہ سوالنامہ کو کافی احتیاط سے تیار کیا جائے۔ تحقیق کے مقاصد مواد کا حصول وغیرہ کو مدنظر رکھتے ہوئے موزوں سوالنامہ کو اختیار کیا جائے۔ سوالنامہ کو تیار کرنے کے مختلف طریقے اور اقسام ہیں۔ سوالات کی نوعیت کے اعتبار سے سوالنامہ ترتیب دینے پر اچھے نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ ذیل میں سوالنامہ کے مختلف اہم اقسام کی وضاحت کی گئی ہے۔

1۔ ساختہ سوالنامہ (Structured Questionnaire)

2۔ بند سوالنامہ (Closed Ended Questionnaire)

3۔ کھلا بند سوالنامہ (Open End Questionnaire)

4۔ تصویری سوالنامہ (Picturial Questionnaire)

5۔ غیر ساختہ سوالنامہ (Unstructured Questionnaire)

3.4.1 ساختہ سوالنامہ Structured Questionnaire

ایسا سوالنامہ جو پہلے سے تیار کیا گیا ہو، سوالات تحقیق کی موزونیت کے اعتبار سے ترتیب دیے جاتے ہوں، انہیں ساختہ سوالنامہ (Structured Questionnaire) کہتے ہیں۔ P.V. Young کے مطابق ''ساختی سوالنامہ وہ ہے جس میں سوالات کو پہلے سے طے شدہ خاکہ کے اعتبار سے ترتیب وار ترتیب دیے جاتے ہیں''۔ ساختی سوالنامہ برسر موقع تیار نہیں کیا جاتا۔ اس سوالنامہ کو ایک جامع مقصد کے تحت بامقصد تحقیق کے تیار کیا جاتا ہے۔ ایسے سوالنامہ کی تیاری میں بعض اوقات ماہرین سے رائے بھی لی جاتی ہے۔ سوالات موضوع کے اعتبار کے مختلف حصوں میں تقسیم ہوتے ہیں اور سوالات کی بندش پائی جاتی ہے۔ صحیح غلط جواب کا انتخاب، ہاں یا نہیں وغیرہ سوالات ساختی سوالنامہ سے تعلق رکھتے ہیں۔ جواب دہندوں کو سوال کے بعد دیے گئے مختلف متبادل جوابات میں سے انتخاب کرنا ہوتا ہے۔ سوال کے بعد متبادل چار یا دو جوابات دیے جاتے ہیں۔ جن میں سے کسی ایک جواب کا انتخاب کرتے ہیں۔ مسابقتی امتحانات میں ساختی سوالنامہ کے طریقۂ کار کو اختیار کیا جاتا ہے۔ اس طریقہ میں جواب دہندے اپنے جوابات اور حاصل نشانات پر اطمینان ظاہر کرتے ہیں۔

3.4.2 بند سوالنامہ Closed Ended Questionnair

بندسوالنامہ تحقیق میں استعمال ہونے والا ایک اہم قسم کا سوالنامہ ہے۔ ہرسوال کے دو جوابات A اور B ہوتے ہیں۔ان دونوں میں سے کسی ایک جواب کو منتخب کرنا ہوتا ہے۔ جواب دہندہ صرف ان دونوں جوابات میں سے جواب کو منتخب کرنے پر پابند ہوتا ہے۔اس لیے اس کو بند سوالنامہ کہتے ہیں۔اس طریقہ میں جواب دہندہ کو جواب کے انتخاب کرنے میں صرف دونوں پر ہی توجہ دینا ہوتا ہے۔اس لیے آسانی کے ساتھ جوابات کو منتخب کرسکتا ہے۔سوال کی نوعیت کے اعتبار سے جواب کے انتخاب میں بھی سہولت ہوتی ہے۔

فائدے Advantages

بندسوالنامہ کے اہم فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ یہ ایک آسان قابل فہم سوالنامہ ہے۔

2۔ یہ کم خرچ اور کافی کفایتی سوالنامہ ہے۔

3۔ اس سوالنامہ میں جواب دہندہ کو وقت کی بچت ہوتی ہے۔

4۔ سوال کے اعتبار سے جواب کو آسانی سے منتخب کرسکتے ہیں۔

5۔ جواب دہندہ کو جواب دینے میں کافی سہولت ہوتی ہے۔

6۔ اس طریقہ پر سوالنامہ آسانی سے تیار کیا جاسکتا ہے۔

نقصانات Limitations

بندسوالنامہ ایک اہم طریقہ کار سوالنامہ ہے اس کے چند خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ جواب دہندہ جواب کے انتخاب پر صرف دونوں جوابات تک محدود ہوتا ہے، اس لیے اس کی آزادی ختم ہوجاتی ہے۔

2۔ اس سوالنامہ کی مدد سے جواب دہندہ کے حقیقی نظریات تک نہیں پہنچا جاسکتا۔

3۔ بندسوالنامہ غیر لچکدار ہے۔

4۔ اس سوالنامہ میں جواب کا انتخاب محدود ہوتا ہے، اس لیے جواب دہندہ حقیقی ردعمل کو ظاہر نہیں کرسکتا۔

3.4.3 کھلا بندسوالنامہ Open Ended Questionnair

کھلا بندسوالنامہ ایک اہم قسم کا سوالنامہ ہے، جو عام طور پر تحقیق میں استعمال کیا جاتا ہے۔ایسا سوالنامہ جس میں جواب دہندوں کو جوابات دینے یا لکھنے کی مکمل آزادی ہوتی ہو اس کو کھلا بندسوالنامہ کہتے ہیں۔اس سوالنامہ میں مذکورہ طریقہ کی طرح کسی ایک جواب کو منتخب کرنا نہیں ہوتا، بلکہ جواب لکھنے کے لیے موزوں جگہ فراہم کی جاتی ہے۔جس میں جواب دہندے جوابات تحریر کرتے ہیں۔اس سوالنامہ میں جواب دہندوں کو جوابات لکھنے کی اجازت دی جاتی ہے۔ جواب دہندے دیے گئے صفحہ پر تحریری طور پر اپنے خیالات کا اظہار کرتے ہیں۔سوال کے متعلق مختلف خیالات کو جواب دہندہ تحریری شکل میں پیش کرتا ہے۔ یہ ایک مختصر وطویل جواب سوالات کی طرح ہوتا ہے۔اس قسم کے سوالات کی مدد سے جواب دہندوں کی ذہنی صلاحیت، اظہار خیال، تحریر خصوصیت، انداز بیاں، ان کے نظم ونسق وغیرہ جیسے صفات کا اندازہ قائم کرسکتے ہیں۔

فائدے Advantages

کھلا بند سوالنامہ کے چند اہم فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ جواب دہندے آسانی کے ساتھ اظہار خیال کر سکتے ہیں۔

2۔ جواب دہندے خیالات کے اظہار میں آزادی رکھتے ہیں۔

3۔ اس سوالنامہ کی مدد سے جواب دہندوں کی ذہنی صلاحیت، اظہار خیال، زبان، تحریری صلاحیت وغیرہ کو آسانی سے پہچان سکتے ہیں۔

4۔ جواب دہندے عام طور پر اس طرح کے سوالناموں کو زیادہ پسند کرتے ہیں۔ یہ سوالنامہ جواب دہندوں میں دلچسپی کا باعث ہوتے ہیں۔

نقصانات Limitations

کھلا بند سوالنامہ کے چند نقائص کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ اس طریقہ سوالنامہ میں تحقیق کے لیے درست جواب کا حاصل کرنا کافی مشکل ہے۔

2۔ تحقیق میں اس طرح کا سوالنامہ بہتر و موزوں نہیں ہوتے۔

3۔ حسابی نوعیت کے نتائج کے لیے اس طریقہ کے سوالنامہ کو استعمال کرنا کافی دشوار ہے۔

3.4.4 تصویری سوالنامہ Pictorial Questionnaire

تصویری سوالنامہ ایک اہم قسم کا سوالنامہ ہے۔ تحقیق میں اس کا کم استعمال ہوتا ہے، لیکن اس سوالنامہ کی مدد سے کافی چیزوں کو اخذ کر سکتے ہیں۔ اس طریقہ میں تصویروں کی مدد سے جوابات حاصل کیے جاتے ہیں۔ اس لیے اس سوالنامہ کو تصویری سوالنامہ کہتے ہیں۔ یہ طریقہ، عام طور پر تعلیمی سرگرمیوں، بچوں کی ذہنی نشوونما، صلاحیت سماجی علوم سے متعلق مختلف میدانوں میں استعمال کیا جاتا ہے۔ تصویروں کی مدد سے جواب دہندوں میں دلچسپی پیدا ہوتی ہے۔ تصویروں کی مدد سے سوالات کے جوابات دیتے ہیں۔ جواب دہندہ کی ذہنی صلاحیت و حاضر جوابی کا مشاہدہ کیا جا سکتا ہے۔

فائدے Advantages

تصویری سوالنامہ کے چند فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ یہ جواب دہندوں میں دلچسپی کا باعث ہے۔

2۔ تصویروں کی مدد سے ہر جواب دہندہ جوابات دینے کا خواہشمند ہوتا ہے۔

3۔ جواب دہندوں کی ذہنی صلاحیت کی جانچ کے لیے یہ سوالنامہ کافی مددگار ثابت ہوتا ہے۔

4۔ یہ سوالنامہ الفاظ کی بندش سے آزاد ہوتا ہے۔

نقصانات Limitations

تصویری سوالنامہ کے چند اہم خامیوں کوذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ تصویروں کو بنانا ایک مشکل کام ہے، اس کے لیے تجربہ کی کافی ضرورت ہوتی ہے۔

2۔ ایک عام محقق کے لیے یہ طریقہ سودمند نہیں ہوتا۔

3۔ سوال کے اعتبار سے تصویروں کو بنانا کافی مشکل ہے۔

4۔ ایک تصویر کا مختلف افراد مختلف معنی اخذ کرتے ہیں، ایسی صورت میں محقق کو صحیح جواب کا حاصل کرنا کافی دشوار ہوتا ہے۔

5۔ یہ سوالنامہ غیر کفایتی ہے۔

3.4.5 غیر ساختہ سوالنامہ Unstructured Questionnaire

غیر ساختی سوالنامہ، سوالنامہ کی ایک اہم قسم ہے۔ اس قسم کے سوالنامہ میں سوالات میں ترتیب نہیں پائی جاتی اور جوابات کے انتخاب میں جواب دہندہ آزاد ہوتا ہے۔ کھلا بند سوالنامہ کو ساختہ سوالنامہ میں شمار کیا جاتا ہے۔ اس میں جوابات اپنی صلاحیت اور ذہانت کے اعتبار سے جوابات دئے جاتے ہیں۔ ایسا سوالنامہ جو موقع اور حالات کے اعتبار سے سوالات برسر موقع ترتیب دیے جاتے ہیں انہیں غیر ساختہ سوالنامہ کہتے ہیں۔ جواب دہندے اپنی صلاحیت کے مطابق جوابات لکھتے ہیں۔ یہ سوالات مختصر یا طویل جواب ہوسکتے ہیں۔ غیر ساختہ سوالنامہ حقائق کی جانکاری میں معاون ثابت نہیں ہوتا۔ برسر موقع سوالات کو ترتیب دینا اور موضوع کے اعتبار سے جوابات کو نوٹ کرنا ایک مشکل کام ہے۔ اس قسم کے سوالنامہ کا استعمال بہت کم ہوتا ہے۔

3.5 مواد حاصل کرنے کے طریقہ پر اثر انداز عوامل

Factors Effecting on Methods of acquisition of Data

مواد حقائق کی جانکاری میں مدد دیتے ہیں۔ اس لیے مواد کو حاصل کرنا لازمی ہے۔ مواد کو حاصل کیے بغیر نتائج کو اخذ نہیں کرسکتے۔ مواد کو حاصل کرنے کے مختلف طریقوں کے فوائد اور نقصانات ہیں۔ محقق کے تحقیقی مقاصد کو مدنظر رکھتے ہوئے کسی ایک طریقہ کو اختیار کرتا ہے۔ طریقہ کے انتخاب پر اثر انداز عوامل کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1. تحقیقی مقصد
2. وقت
3. وسائل
4. مالیہ
5. تحقیق کے حدود یا تحقیق کا دائرہ

3.5.1 تحقیقی مقصد

تحقیق مقصد کا تحت انجام دی جاتی ہے۔ بے مقصد تحقیق نہیں کی جاتی۔ مواد کے انتخاب پر تحقیقی مقصد راست طور پر اثر انداز ہوتے ہیں۔

سماجی پہلوؤں کو ظاہر کرنے کے لیے مشاہدہ یا انٹرویو کے طریقہ کو اختیار کیا جاسکتا ہے۔سائنسی علوم میں تجربات کے طریقۂ کار کو اختیار کرنا ہوگا۔ محقق کے مقاصد کے اعتبار سے طریقۂ کار کو اختیار کیا جاتا ہے۔تحقیق کے صحیح طریقہ کے انتخاب سے تحقیق کے کئی مسائل حل ہو جاتے ہیں۔غلط طریقہ کو اختیار کرتے ہوئے درست معلومات حاصل کرنا کافی مشکل ہے۔اس لیے صحیح معلومات کو حاصل کرنے کے لیے صحیح طریقۂ کار کو اختیار کرنا چاہیے۔مقصد ایک بنیادی عامل ہے جو طریقۂ کار پر اثر انداز ہوتا ہے۔

3.5.2 وقت

وقت تحقیق کا ایک اہم پہلو ہے۔تحقیق کے لیے درکار مدت، وقت، دن، ایام، سال کو وقت میں شمار کرتے ہیں۔کتنی مدت میں، کس وقت، کن ایام، کن مہینوں، کس موسم میں درکار معلومات حاصل ہو سکتے ہوں۔مطلوبہ معلومات حاصل کرنے کے لیے کتنی مدت درکار رہے۔ابتدائی مواد حاصل کرنے کے لیے کافی وقت کی ضرورت ہوتی ہے۔ثانوی مواد کے لیے کم وقت درکار ہوتا ہے۔وقت کے گزرنے کے ساتھ ساتھ حالات میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

3.5.3 وسائل

تحقیق کے لیے درکار وسائل کا ہونا لازمی ہے۔بغیر وسائل کے مواد حاصل کرنا کافی مشکل ہے۔جن ذرائعوں یا جن طریقوں یا جن کی مدد سے مواد حاصل کرتے ہوں انہیں وسائل کہتے ہیں۔تحقیق کے لیے مواد کو حاصل کرنے میں وسائل اہم کردار ادا کرتے ہیں۔تحقیق کے لیے مواد کو حاصل کرنے میں وسائل اہم کردار ادا کرتے ہیں۔تحقیق کا یہ ایک اہم عامل ہے۔ایسے طریقہ کو اختیار کرتے ہیں جس میں مواد حاصل کرنے کے وسائل کافی ہوں اور ایسے طریقہ کو اختیار نہیں کرتے جس میں وسائل کم ہوں۔مواد حاصل کرنے کے جتنے زائد وسائل ہونگے مواد اتنا ہی آسانی سے حاصل ہونگے۔تمام وسائل میں انسانی وسائل اہم ہے۔ثانوی مواد کو حاصل کرنے کے کئی ذرائع ہوتے ہیں لیکن ابتدائی مواد کو حاصل کرنے کے لیے انسانی وسائل کا ہونا لازمی ہے۔انسانی وسائل کی مدد سے ہی موزوں مواد حاصل ہوتا ہے۔کیا محقق بذات خود مواد حاصل کرے یا اپنے نمائندوں کو تحقیق کے لیے روانہ کرتا ہے۔ایسی صورت میں کیا نمائندے تحقیق میں مہارت رکھتے ہیں، کیا نمائندے تحقیق کے ساتھ انصاف کرسکتے ہیں، کیا نمائندے مواد حاصل کرنے پر عبور رکھتے ہیں، کتنے افراد ہیں جو ابتدائی مواد حاصل کرنے میں انصاف کرسکتے ہیں۔یہ تمام انسانی وسائل سے تعلق رکھتے ہیں۔

3.5.4 مالیہ

مالیہ ہر میدان میں ایک اہم عامل ہے۔تحقیق میں بھی مالیہ کی کافی اہمیت ہے۔تحقیق میں درکار مالیہ یا اخراجات کا پہلے سے طے کیا جاتا ہے۔اگر تحقیق کا علاقہ کافی وسیع اور وقت طلب ہو تو ایسی صورت میں اس میں کافی سرمایہ کی ضرورت ہوگی۔اس کے برخلاف اگر تحقیق کا علاقہ محدود ہو تو ایسی صورت میں سرمایہ کی کم مقدار کی ضرورت ہوگی۔تحقیقی موضوع، وقت اور علاقہ وغیرہ کے اعتبار سے تحقیق کے لیے مالیہ فراہم کریں۔

3.5.5 تحقیق کے حدود یا علاقہ

تحقیق پر علاقہ یا حدود بھی اثر انداز ہوتے ہیں۔مطلوبہ معلومات قریب کے علاقوں، اضلاع، دیہات تک محدود ہوں تو آسانی کے ساتھ

مواد حاصل کر سکتے ہیں۔اگر مطلوبہ معلومات دیگر ریاستوں، پہاڑی علاقوں، جنگلاتی علاقوں سے حاصل کرنا ہو تو اس کے لیے کافی منصوبہ بندی کی سخت ضرورت ہوتی ہے۔اس کے لیے وقت، موسم، مالیہ وغیرہ مختلف عوامل کو اہمیت دینا ہوگا۔

3.6 اکتسابی نتائج Learning Out Comes

مواد (Data) تحقیق کے لیے لازمی عامل ہے۔بغیر مواد کے نتائج کو اخذ نہیں کیا جا سکتا۔تحقیقی مقاصد اور نوعیت کے اعتبار سے مواد کی ضرورت ہوتی ہے۔ابتدائی مواد ایک اہم قسم کا بنیادی مواد ہے۔ایسا مواد جس کو محقق پہلی مرتبہ حاصل کرتا ہو اس سے قبل یہ مواد کسی نے حاصل نہ کیا ہو اس کو ابتدائی مواد کہتے ہیں۔ابتدائی سطح کی تحقیقات کے لیے ابتدائی مواد کا حاصل کرنا لازمی ہے۔ان ہی مواد کی مدد سے بنیادی حقائق کا پتہ چلایا جاتا ہے۔سوالنامہ مشاہدوں کی مدد سے ابتدائی مواد حاصل کیا جاتا ہے۔سوالنامہ مختلف اقسام کے پائے جاتے ہیں۔سوالنامہ کو تیار کرنے کے دوران ماہرین کے رائے اور تجاویز کو ملحوظ رکھا جائے۔سوالنامہ کی تیاری میں موضوع کے اعتبار سے سوالات کی ترتیب دی جائے۔سوالات آسان اور قابل فہم ہو،ایک عام تعلیمیافتہ شخص آسانی سے سوالات کو سمجھ سکے۔سوالنامہ کے مختلف اقسام ہیں۔ساختی سوالنامہ، غیر ساختی سوالنامہ، بند سوالنامہ، کھلا بند سوالنامہ، تصویری سوالنامہ اہم اقسام کے سوالنامہ ہیں۔ضرورت کے مطابق سوالنامہ کو اختیار کرنا چاہیے۔کسی بھی سوالنامہ کو اختیار کرنے سے قبل ماہرین سے رائے و تجاویز حاصل کیے جائیں۔موزوں سوالنامہ کی مدد سے اچھے نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

3.7 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ مواد (Data) :ابتدائی مواد ایک اہم قسم کا بنیادی مواد ہے۔ایسا مواد جس کو محقق پہلی مرتبہ حاصل کرتا ہو اس سے قبل یہ مواد کسی نے حاصل نہ کیا ہو اس کو ابتدائی مواد کہتے ہیں۔

2۔ وسائل (Resources): جن ذرائعوں یا جن طریقوں یا جن کی مدد سے مواد حاصل کرتے ہوں انہیں وسائل کہتے ہیں۔

3.8 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1۔ ابتدائی مواد کے حاصل کرنے کے ذرائع ____________ ہیں۔

2۔ ثانوی مواد حاصل کرنے کے ذرائع ____________ ہیں۔

3۔ ایسا سوالنامہ جس میں جوابدیدہ کے جواب میں سے انتخاب کرنا ہو اس کو ____________ سوالنامہ کہتے ہیں۔

4۔ اچھے سوالنامے کے خصوصیات ____________ ہیں۔

5۔ شیڈیول سے مراد ____________ ہے۔

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ مواد (Data) سے کیا مراد ہے وضاحت کیجیے۔

2۔ اچھے سوالنامہ کے خصوصیات بیان کیجیے۔

3۔ مثالی انٹرویو کے لیے درکار ضروری لوازمات کو بیان کیجیے۔

4۔ ساختی سوالنامہ سے کیا مراد ہے بیان کیجیے۔

5۔ غیر ساختی سوالنامہ سے کیا مراد ہے۔ وضاحت کیجیے۔

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

5۔ آپ کے محلّہ کے 20 افراد کی آمدنی کے متعلق سوالنامہ تیار کر کے نتائج اخذ کیجیے۔

6۔ ثانوی مواد کی تعریف کرتے ہوئے اس کے حاصل کرنے کے اہم ذرائعوں کی وضاحت کیجیے۔

7۔ سوالنامہ کے مختلف اقسام کو بیان کیجیے۔

8۔ شیڈیول سے کیا مراد ہے وضاحت کیجیے۔

10۔ مواد حاصل کرنے کے طریقہ پر اثر انداز عوامل کو بیان کیجیے۔

3.9 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 4۔ ثانوی مواد
Secondary Data

Unit Structure	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	4.0
Objectives	مقاصد	4.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	4.2
Need of Secondary Data	ثانوی مواد کی ضرورت	4.3
Scope of Secondary Data	ثانوی مواد کی وسعت	4.4
Importance of Secondary Data	ثانوی مواد کی اہمیت	4.5
Benifits of Secondary Data	ثانوی مواد کے فوائد	4.6
Demerits of Secondary Data	ثانوی مواد کے حدود یا نقائص	4.7
Sources of Secondary Data	ثانوی مواد کے ذرائع	4.8
Printed Sources	مطبوعہ ماخذات	4.8.1
Unprinted Sources	غیر مطبوعہ ماخذات	4.8.2
Web Sources	ویب کے ذرائع	4.9
Advantages of Web Sources	ویب ذرائع کے فوائد	4.9.1
Disadvantages of Web Sources	ویب ذرائع کے خامیاں	4.9.2
Learning Out Comes	اکتسابی نتائج	4.10
Key Words	کلیدی الفاظ	4.11
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	4.12
Reference Books	تجویز کردہ کتب	4.13

4.0 تمہید Introduction

عزیز طلباء

آپ نے سنا ہوگا کہ ہندوستان نے میزائل پر تحقیق مکمل کر چکی ہے۔ بابائے میزائل ڈاکٹر اے پی جے عبدالکلام سابق صدر جمہوریہ کے کارناموں سے واقف ہوں گے۔ کیا آپ جانتے ہیں یہ میزائل کس طرح تیار ہوتے ہیں۔ میزائل تیار کرنے سے قبل اس پر کافی تحقیق کی جاتی ہے۔ تحقیق کے لیے مختلف سائندانوں کے تحقیقی مواد کو جمع کیا جاتا ہے۔ میزائل میں استعمال آلات، کیمیائی ساز وسامان وغیرہ کی خصوصیات کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔ اسی طرح آپ مدرسہ یا کالجس اور اخبار میں شائع مختلف رپورٹس کا مطالعہ کیے ہوں گے۔ کسی کالج میں داخلہ حاصل کرنے سے قبل اس کالج کے سابقہ ریکارڈس پر مطالعہ کیا جاتا ہے۔ جس کالج میں آپ داخلہ کے خواہشمند ہیں اس کالج کے سابقہ پچھلے برسوں میں کامیابی کا تناسب، تعلیمی ماحول، کھیل کود کے مواقع، زائد نصابی سرگرمیاں وغیرہ مختلف نکات پر غور کرتے ہیں۔ ہر کالج اپنے کارکردگی کو سالانہ رپورٹ میں پیش کرتے ہیں۔ یہی رپورٹ آپ کو فیصلہ لینے میں مدد دیتی ہے۔ اس طرح کے مختلف اداروں کے اشاعت تحقیق میں کارآمد ہوتے ہیں۔ کرکٹ کے میدان میں کھلاڑیوں کا تعارف کو آپ نے سنا ہوگا۔ بیاٹنگ کے لیے آنے والے کھلاڑی کے اوسط رنوں کی تعداد کا تعارف دیا جاتا ہے۔ بولنگ کرنے والے کھلاڑی کی کارکردگی بھی اوسط کارکردگی کو بیان کیا جاتا ہے۔ کیا آپ جانتے ہیں یہ سب کس طرح حساب کرتے ہیں۔ کھلاڑیوں کے سابقہ کارکردگی یا مواد کی بنیاد پر کھلاڑی کی کارکردگی کو بیان کیا جاتا ہے۔ اس اکائی میں آپ ثانوی مواد کے متعلق سے معلومات حاصل کریں گے۔

4.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- آپ ثانوی مواد کے معنی و مفہوم کو بیان کر سکیں گے۔
- آپ ثانوی مواد کو حاصل کرنے کے ذرائعوں کی وضاحت کر سکیں گے۔
- آپ ثانوی مواد کے فوائد اور خامیوں کو بیان کر سکیں گے۔
- آپ ثانوی مواد کی اہمیت کو بیان کر سکیں گے۔
- آپ ثانوی مواد کے مطبوعہ اور غیر مطبوعہ وسائل کو بیان کر سکیں گے۔

4.2 معنی و مفہوم اور تعریف Meaning and Definition

کالج، صنعت، بنک وغیرہ اپنے سالانہ رپورٹ کو شائع کرتے ہیں۔ اس میں سال بھر کی تفصیلات درج ہوتے ہیں۔ پیداوار، لاگت، آمدنی، سرمایہ کاری، مالی موقف وغیرہ مختلف تفصیلات درج ہوتے ہیں۔ یہ تمام مطالعہ کے لیے مددگار ثابت ہوتے ہیں۔ تحقیق کے لیے محقق مختلف ذرائعوں سے درکار مواد حاصل کرتا ہے۔ مواد کے بغیر تحقیق مکمل نہیں ہوسکتی۔ مواد تحقیق میں مرکزی کردار ادا کرتا ہے۔ مواد کے اردگرد ہی تحقیقی سرگرمیاں وجود میں آتے ہیں۔ ایک کامیاب محقق مواد کو بہتر سے بہتر طریقہ پر حاصل کر کے نہایت ہی عمدہ طریقہ سے مواد کو تحقیق میں استعمال کرتا ہے۔ جس سے کامیاب نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ تجزیہ یا مطالعہ کے لیے ضروری مواد حاصل کرنے کے مختلف طور طریقے موجود ہیں۔ تحقیق میں

ثانوی مواد اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ ثانوی مواد کو محقق اپنی ضرورت کے تحت استعمال کر کے نتائج کو اخذ کرتا ہے۔ ثانوی مواد کی مدد سے محقق کو وقت کی کافی بچت ہوتی ہے۔

تعریف

ثانوی مواد کو مختلف انداز میں تعریف کی جاتی ہے۔ جس کو ذیل میں بیان کیا گیا ہے۔

ایسا مواد جو پہلے سے موجود ہوتا ہو اس کو ثانوی مواد کہتے ہیں۔

ایسا مواد جس کو کسی محقق یا کسی ادارے یا تنظیم کی جانب سے پیش کیا گیا ہو اس کو ثانوی مواد کہتے ہیں۔ اس میں مردم شماری (Censuss)، سرکاری طور پر حاصل مواد، کسی تنظیم کی جانب سے شائع مواد شامل ہے۔

ایسا مواد جس کو کسی محقق نے حاصل بنیادی (Primary) مواد جس کو دوبارہ تجزیہ یا مطالعہ یا تحقیق میں استعمال کیا جاتا ہو اس کو ثانوی مواد کہتے ہیں۔

ایسا مواد جس کو پہلے سے تحقیق میں استعمال کیا گیا ہو، مزید تحقیق یا مطالعہ میں استعمال کیا جاتا ہو اس کو ثانوی مواد کہتے ہیں۔

ثانوی مواد کو محقق اپنی ضرورت کے اعتبار سے استعمال کرتا ہے۔ سرکاری طور پر شائع ہونے والے رپورٹ، اعداد، قومی اور بین الاقوامی سطح پر شائع شدہ مواد، مقامی اداروں یا میونسپل (بلدیہ) یا کارپوریشن کی جانب سے شائع شدہ رپورٹس صنعتی اداروں کی اشاعت، محققین کی رپورٹس وغیرہ ثانوی مواد کی اہم مثالیں ہیں۔ مندرجہ بالا تعریفات کی روشنی میں ثانوی مواد کے متعلق حسب ذیل اہم نکات ظاہر ہوتے ہیں۔

1۔ ثانوی مواد پہلے سے موجود ہوتا ہے۔
2۔ ثانوی مواد کو پہلے کسی محقق نے استعمال کیا ہوتا ہے۔
3۔ ثانوی مواد کتابوں، جرائد، رسالوں، میگزین، اخبار وغیرہ میں شائع شدہ ہوتے ہیں۔
4۔ ثانوی مواد انٹرنٹ کی مدد سے ویب سائٹ سے بھی حاصل کر سکتے ہیں۔
5۔ ثانوی مواد بار بار استعمال ہوتا ہے۔
6۔ ثانوی مواد کو مختلف محققین مختلف مقاصد کے تحت استعمال کرتے ہیں۔
7۔ ثانوی مواد اور مقاصد کے درمیان گہرا تعلق پایا جاتا ہے۔

4.3 ثانوی مواد کی ضرورت — Need of Secondary Data

ابتدائی اور ثانوی مواد تحقیق، تجزیہ یا مطالعہ میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ یہ مطالعہ کاروں کو اہم معلومات فراہم کرتے ہیں۔ مواد کی فراہمی سے مطالعہ کے لیے راہیں پیدا ہوتے ہیں۔ اس طرح ثانوی مواد کی کافی اہمیت پائی جاتی ہے۔ اس کو مختلف میدانوں میں مختلف موقعوں پر استعمال کیا جاتا ہے۔ ذیل میں ثانوی مواد کی ضرورت کو بتلایا گیا ہے۔

1۔ تحقیق — Research

تحقیق کے میدان میں ثانوی مواد کی کافی اہمیت پائی جاتی ہے۔ سرکاری و غیر سرکاری مختلف ادارے اپنے سالانہ رپورٹس شائع کرتے ہیں۔ مختلف پیداواری ادارے، صنعتی ادارے، بینک وغیرہ کی جانب سے سالانہ رپورٹس کو محققین اپنی تحقیق میں استعمال کرتے ہوئے اداروں کی مالی موقف، کارکردگی کی وضاحت کرتے ہیں۔ اس کے علاوہ بہتر ترقی کے تجاویز بھی دے سکتے ہیں۔ موجودہ رپورٹس کے پس منظر میں مستقبل کے امکانات کی بھی پیش قیاسی کی جاسکتی ہے۔

2۔ بنک اور قرض Bank and Debt

بنک ضروری قرض حاصل کرنے کا اہم ذریعہ ہے۔ اکثر صنعتیں اور پیداواری ادارے صنعت کو ضرورت کے مطابق قلیل مدتی اور طویل مدتی قرض حاصل کرتے ہیں۔ ضروری قرض حاصل کرنے کے مختلف شرائط پائے جاتے ہیں۔ اس میں صنعت کے سالانہ رپورٹ کی کافی اہمیت پائی جاتی ہے۔ سالانہ رپورٹس کی تیاری کے سبب اداروں کو کافی سہولتیں حاصل ہوتے ہیں۔ بنک سے قرض حاصل کرنے کے لیے ان سالانہ رپورٹس کو داخل کرنا ضروری ہوتا ہے۔ یہ سالانہ رپورٹس دراصل ادارے یا کمپنی کے مالی موقف کی وضاحت کرتے ہیں۔ بینک ضروری قرض کی اجرائی سے قبل سالانہ رپورٹس کا مطالعہ کرتا ہے اور آئندہ سالوں کے لیے اندازہ قائم کرتے ہوئے ضروری قرض فراہم کرتا ہے۔ سالانہ رپورٹس کے بغیر بنک سے ضروری قرض حاصل کرنا دشوار ہوتا ہے۔

3۔ منصوبہ بندی Planning

سالانہ رپورٹس کی اشاعت منصوبہ بندی میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔ سابقہ سالوں کے پیداوار، آمدنی واخراجات، اثاثہ وذمہ داریوں کی کیفیت یا فیصد وغیرہ کی بنیاد پر مستقبل کے متعلق پیش قیاسی کی جاسکتی ہے۔ ضرورت کے مطابق منصوبہ بندی کے لیے اعداد کو استعمال کرسکتے ہیں۔ اخراجات میں کمی یا تخفیف کرنے، آمدنی میں اضافہ کرنے، فاضل رقومات کا صحیح استعمال کرنے، اثاثوں کی خریدی وغیرہ وغیرہ کے متعلق فیصلہ سازی کے لیے رپورٹس کو استعمال کرتے ہیں۔ منصوبہ بندی کو قطعیت دینے کے لیے ادارے کے سالانہ رپورٹس (ثانوی مواد) کا مختلف پہلوؤں سے مشاہدہ یا مطالعہ کیا جاتا ہے۔ گہرائی سے مطالعہ کے بعد صحت مند منصوبے تشکیل دے سکتے ہیں۔ ثانوی مواد کے مطالعہ کے بغیر کامیاب منصوبے تشکیل دینا کافی دشوار ہے۔

4۔ ٹیکس کی ادائیگی Payment of Tax

ہر پیداوار یا صنعتی ادارے سالانہ ٹیکس ادا کرتے ہیں۔ اس کی بنیاد پر کارپوریٹ سماجی ذمہ داری کے تحت رقومات کو مختص بھی کرتے ہیں۔ کاروبار یا صنعت کے آمدنی واخراجات کی کیفیت سالانہ رپورٹس میں ظاہر ہوتے ہیں۔ جس کی ہر سال اشاعت کی جاتی ہے۔ اسی رپورٹس کی بنیاد پر ٹیکس کی ادائیگی بھی کی جاتی ہے۔ سالانہ رپورٹس دراصل ثانوی مواد کی حیثیت رکھتے ہیں۔ ہر سال کے رپورٹس کا تقابلی مطالعہ کرتے ہوئے ٹیکس کے فوائد سے مستفید ہونے پر بھی توجہ دی جاتی ہے۔ ٹیکس کی ادائیگی سے ادارے کی ساکھ میں اضافہ کے ساتھ ساتھ مختلف سرکاری سطح پر ادارے کی اہمیت میں اضافہ ہوتا ہے۔

5۔ سالانہ اجلاس Annual Meeting

ہر کمپنی یا صنعتی ادارے اپنے سالانہ اجلاس میں سال بھر کی کیفیت کو پیش کرنا چاہتے ہیں۔ اسی مقصد کے تحت سالانہ رپورٹس کی اشاعت کرتے ہیں۔ سالانہ اجلاس میں حصص داروں کی ایک کثیر تعداد بھی حاضر ہوتی ہے۔ جو کمپنی کے موقف کو جاننا چاہتے ہیں۔ حصص داروں کو کمپنی کے موقف کی وضاحت کرنا لازمی ہوتا ہے۔ اس مقصد کے تحت وقت پر سالانہ رپورٹس کی اشاعت کی جاتی ہے۔

4.4 ثانوی مواد کی وسعت — Scope of Secondary Data

ثانوی مواد مطالعہ اور تجزیہ میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ ثانوی مواد کی مدد سے کاروبار کی مالی حالت کو آسانی کے ساتھ معلوم کر سکتے ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ کوتاہیوں یا خامیوں کی آسانی کے ساتھ نشاندہی کر سکتے ہیں۔ ثانوی مواد کی وسعت کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

تحقیق: تجزیہ اور تحقیق و مطالعہ کے لیے ثانوی مواد کا استعمال کیا جاتا ہے۔ ثانوی مواد میں تجارت یا صنعت یا فیکٹری یا ملازمین، تنظیم کے ہر چھوٹے و بڑے معاملات کا گہرائی کے ساتھ مطالعہ کرنے میں مدد ملتی ہے۔ تنظیم کے مختلف عوامل کے درمیان ہم رشتگی (Correlation) کی سچ کو اخذ کر سکتے ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ کوتاہیوں کی نشاندہی کرتے ہوئے اصلاح بھی کی جا سکتی ہے۔

موقف کی وضاحت : یہ پیداواری ادارے اپنی کامیاب تجارتی و پیداواری حکمت عملیوں کو نافذ کرتے ہوئے بازار میں مقام پیدا کرنے پر ترجیح دیتے ہیں۔ ہر سال صنعت کے مالیاتی گوشوارے تیار کرتے ہیں۔ یہ مالیاتی گوشوارے صنعت کی مالی موقف کی وضاحت کرتے ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ ہر سال کے تقابل کرنے میں مدد ملتی ہے۔ سابقہ سال اور رواں سال کے دوران کاروبار میں واقع ہونے والی تبدیلی کی نشاندہی کر سکتے ہیں۔ یہ تبدیلی مثبت یا منفی بھی ہو سکتی ہے۔ مثبت تبدیلی کاروبار کی وسعت کو ظاہر کرتے ہیں اور منفی تبدیلی کاروبار کی گھٹتی یا کمی کو ظاہر کرتے ہیں۔ اس کے اسباب کا پتہ لگاتے ہوئے نقائص کی نشاندہی کر سکتے ہیں۔

منصوبہ : ثانوی مواد کو منصوبہ بندی کے لیے کارآمد ہوتے ہیں۔ کاروبار یا تنظیمی سطح پر منصوبوں کی تشکیل کے لیے ثانوی مواد کا سہارا لیا جاتا ہے۔ منصوبہ کی قطعیت سے قبل مختلف معاملات میں تقابل کرتے ہوئے بہتر منصوبہ میں یہ کارآمد ہوتا ہے۔

سرمایہ پر کنٹرول : ہر صنعت، فیکٹری یا اداروں میں سرمایہ ایک لازمی عامل ہے۔ تنظیم کی کارکردگی کو مدنظر رکھتے ہوئے سرمایہ کی مقدار کا تعین کرنے، سرمایہ کا مختلف مدات یا حصوں میں موزوں تقسیم کرنے، سرمایہ پر موزوں کنٹرول اور موزوں استعمال کے لیے ثانوی مواد کا سہارا لیا جاتا ہے۔

اعتبار: ثانوی مواد پر کامل اعتبار کیا جاتا ہے۔ ثانوی مواد کو کافی مراحل کے بعد تیار کرتے ہیں۔ سرکاری اور غیر سرکاری سطح پر ثانوی مواد کو قبول کیا جاتا ہے۔

4.5 ثانوی مواد کی اہمیت — Importance of Secondary Data

سابقہ اکائی میں ابتدائی مواد اور اس کے متعلق تفصیلی معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ تحقیق میں مواد کی کافی اہمیت پائی جاتی ہے۔ ابتدائی مواد کی طرح ثانوی مواد کی کافی اہمیت پائی جاتی ہے۔ مختلف سرکاری و غیر سرکاری تنظیمیں، صنعتیں، فیکٹریاں اپنی پیداوار اور تجارتی معاملات پر سالانہ رپورٹس کی اشاعت کرتے ہیں۔ مختلف جرائد میں مختلف کمپنیوں کے تحقیقاتی رپورٹس بھی شائع ہوتے ہیں۔ یہ تمام ثانوی مواد کہلاتے ہیں۔ ثانوی مواد کی مدد سے فرم یا ادارے کی مالی موقف کی وضاحت کر سکتے ہیں۔ ذیل میں ثانوی مواد کی اہمیت کو بتلایا گیا ہے۔

1۔ ثانوی مواد کی مدد سے ادارہ یا کمپنی کی حقیقی موقف کی وضاحت ہوتی ہے۔

2۔ ثانوی مواد میں ردوبدل کی کوئی گنجائش نہیں پائی جاتی۔ اس لیے اس کو قبول کیا جاتا ہے۔

3۔ ثانوی مواد قابل اعتبار اور قابل قبول ہوتے ہیں، کیونکہ رپورٹس کو کافی مراحل کے بعد شائع کرتے ہیں۔

4۔ ثانوی مواد کو ضرورت کے مطابق مختلف طریقوں کے ساتھ استعمال کر سکتے ہیں۔

5۔ ثانوی مواد کی مدد سے ادارے یا کمپنی کے مستقبل کے حالات کی پیش قیاسی کر سکتے ہیں۔

6۔ ثانوی مواد کی مدد سے ادارے یا کمپنی کے خامیوں کی نشاندہی کرتے ہوئے مستقبل کے لیے لائحۂ عمل اختیار کرنے میں مدد ملتی ہے۔

7۔ ثانوی مواد کو اعلیٰ سرکاری اداروں، بینک، ٹیکس کی ادائیگی، بیمہ کمپنی، حصص داروں، بنک وغیرہ میں قابل قبول کیا جاتا ہے۔

8۔ ثانوی مواد کسی کمپنی کی حقیقی کیفیت کو ظاہر کرتی ہے۔ بعض اوقات یہ ساکھ (Goodwill) کا کام بھی کرتی ہے۔

9۔ بینک، بیمہ کمپنی، رجسٹرار آفس وغیرہ کمپنی کے ثانوی مواد کو ہی درست قرار دیتے ہیں۔

10۔ تمام سرکاری معاملات میں ثانوی مواد کو قبول کیا جاتا ہے۔

11۔ ثانوی مواد آسانی سے کم خرچ اور کم وقت میں دستیاب ہوتے ہیں۔ یہ مواد حاصل کرنے کا کفایتی طریقہ ہے۔

12۔ مختلف کمپنیوں کے رپورٹس ویب سائٹس پر دستیاب ہیں۔ اس لیے انہیں آسانی سے حاصل کر سکتے ہیں۔

4.6 ثانوی مواد کے فوائد Advantages of Secondary Data

ثانوی مواد اہمیت وافادیت میں منفرد مقام رکھتی ہے۔ اس مواد کے اہم فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ یہ مواد حاصل کرنے کا کفایتی طریقہ ہے۔

2۔ کم وقت اور کم خرچ میں ثانوی مواد آسانی کے ساتھ حاصل کر سکتے ہیں۔

3۔ ابتدائی مواد کے مقابلے میں ثانوی مواد کو کافی آسانی سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

4۔ ثانوی مواد کی مدد سے محقق کو کافی وقت کی بچت ہوتی ہے۔

5۔ آج کے ٹکنالوجی کے دور میں انٹرنٹ کی مدد سے گھر بیٹھے ثانوی مواد کو حاصل کر سکتے ہیں۔

6۔ ثانوی مواد کو بہتر سے بہتر طور پر مختلف میدانوں میں آسانی کے ساتھ استعمال کر سکتے ہیں۔

7۔ ثانوی مواد پر شک وشبہات نہیں پایا جاتا۔

8۔ ثانوی مواد میں کسی قسم کا ردوبدل نہیں کر سکتے۔ اس لیے نتائج درست اور صحیح حاصل ہوتے ہیں۔

9۔ سرکاری ادارے، رجسٹرڈ آفس، بنک، محصول، بیمہ وغیرہ ثانوی مواد کو قبول کرتے ہیں۔

10۔ ثانوی مواد سرکاری اور غیر سرکاری دونوں میدان میں قبول کرتے ہیں۔

11۔ ثانوی مواد فرم یا ادارے کی ساکھ کو محسوب کرنے میں مدد دیتے ہیں۔

12۔ ثانوی مواد تجزیہ مطالعہ و تحقیق میں بہتر طور پر استعمال میں آتے ہیں۔

4.7 ثانوی مواد کی خامیاں Limitations of Secondary Data

ثانوی مواد کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ ثانوی مواد کو استعمال کرنے کے دوران کافی احتیاط کی ضرورت ہے۔ مواد کی موزونیت کے اعتبار سے تحقیق میں استعمال کرنے پر بہتر نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ مواد کے استعمال میں معمولی سی غلطی سے غلط نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

2۔ تحقیق کے جملہ مقاصد کے اعتبار سے ثانوی مواد حاصل کرنا مشکل ہے۔

3۔ بعض اوقات سرکاری طور پر چند مواد کو راز میں رکھنا لازمی ہوتا ہے، ایسی صورت میں محقق کے لیے درکار مواد حاصل کرنا مشکل ہوتا ہے۔

4۔ متعلقہ شعبہ جات محقق پر مطمئن ہونے پر ہی ثانوی مواد فراہم کرتے ہیں۔

4.8 ثانوی مواد کے ذرائع Sources of Secondary Data

تجزیہ و تحقیق کے لیے مواد کا حاصل کرنا ضروری ہوتا ہے۔ محقق اپنے تحقیقی مقاصد کو پیش نظر رکھتے ہوئے موزوں و مناسب طریقہ کے تحت مواد کو حاصل کرنا چاہتا ہے۔ مواد کی عدم فراہمی سے تجزیہ یا تحقیق ادھوری ہوجاتی ہے۔ مواد کی فراہمی تحقیق کے لیے نئے راہیں فراہم کرتے ہیں۔ ثانوی مواد تحقیق میں کارآمد ہوتے ہیں۔ ثانوی مواد کے ذرائع کو دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

1۔ مطبوعہ ذرائع

2۔ غیر مطبوعہ ذرائع

4.8.1 مطبوعہ ذرائع Printed Sources

مطبوعہ ذرائع ثانوی ماخذات کے اہم ذرائع ہیں۔ ایسے ذرائع جو شائع ہو چکے ہوں انہیں مطبوعہ ذرائع کہتے ہیں۔ سرکاری، غیر سرکاری تنظیمیں، تجارتی ایجنسیز، صنعتی ادارے، میونسپل کارپوریشن، پیشہ وارانہ ادارے وغیرہ اپنے سالانہ رپورٹ کی شکل میں سال بھر کی تفصیلات کو شائع کرتے ہیں۔ ذیل میں چند اہم مطبوعہ ماخذات کی وضاحت کی گئی ہے۔

سرکاری دستاویزات (Government Documents) : سرکاری دستاویزات اہم ثانوی مواد کے ذرائع ہیں۔ مختلف سرکاری ادارے اپنے ادارے کی سالانہ کارکردگی کی تفصیل شائع کرتے ہیں۔ ریاستی حکومت، مرکزی حکومت، پلاننگ کمیشن، بنکس، میونسپل کارپوریشن وغیرہ اہم سرکاری ادارے ہیں جو سالانہ کارکردگی کو شائع کرتے ہیں۔ ان مطبوعہ دستاویزات کو تجزیہ مطالعہ و تحقیق میں استعمال کرتے ہیں۔ ذیل میں چند اہم سرکاری دستاویزات کو پیش کیا گیا ہے۔

1. سرکاری اشاعت 2. عالمی اداروں
3. مقامی حکومت 4. ضلعی رپورٹس
5۔ سالانہ رپورٹس

1۔ سرکاری اشاعتیں Publications of Government

ہر سال مرکزی اور ریاستی سرکار سال بھر کی تفصیلات کو شائع کرتی ہے۔مختلف شعبہ جات سے حاصل آمدنی واخراجات،منصوبوں پر بجٹ کی فراہمی وغیرہ کےتفصیلات درج ہوتے ہیں۔ان طبع شدہ ریکارڈ کو ثانوی ماخذات میں شمار کرتے ہیں۔ تحقیق کے لیے یہ کافی اہمیت کے حامل ہوتے ہیں۔حکومت کی جانب سے کیے گئے معاشی اقدامات، روزگار کی سطح، بیروزگاری،شرح خواندگی،مختلف عمروں میں شہریوں کی تفصیلات،شہری و دیہاتوں کی تعداد، بنیادی سہولتوں کی فراہمی،قدرتی وسائل،نہروں کی تعداد، آبرسانی کے وسائل، زیر زمین پانی کی کیفیت، جنگلاتی علاقہ، جانوروں کی تعداد وغیرہ وغیرہ تمام امور کو سرکاری طور پر شائع کیے جاتے ہیں۔ ریاستی حکومت ریاست کے مجموعی کیفیت کو شائع کرتی ہےاورقومی سطح پر مرکزی حکومت کی جانب سے شائع ہوتے ہیں۔ یہ تمام سرکاری معلومات مصدقہ ہوتے ہیں۔اس لیےانکو تجزیہ اور تحقیق میں استعمال کرتے ہیں اوران پر اعتبار ہوتا ہے۔

2۔ عالمی اداروں کی اشاعتیں Publications of International Institutions

عالمی سطح پر پائی جانے والی مختلف تنظیمیں اپنے سال بھر کےتفصیلات کوشائع کرتے ہیں۔ عالمی بنک (World Bank)، عالمی مالیاتی ادارہ(IMF)،اقوام متحدہ (UNO)، یونیسکو (UNISCO)، یونیسف (UNICEF)، مزدوروں کی عالمی تنظیم (ILO) وغیرہ عالمی ادارے ہیں۔ یہ مختلف عالمی ادارے سال بھر کے خدمات،افعال،فنڈز کا استعمال،فنڈز کے ذرائع،مختلف مما لک کو دیا گیا قرض، امداد،منصوبہ،منصوبوں کے لیے مختص بجٹ، بجٹ کی منظوری،آفات سماوی کے دوراان امداد، ہنگامی صورتحال کے مقابلہ کی حکمت عملی، کمزور مما لک کے لیےمختص فنڈ،صحت،صنعت،تجارت وغیرہ کے لیےفنڈز کےمتعلق تفصیلی طور پر شائع کرتے ہیں۔عالمی سطح پر ان کو قبول کیا جاتا ہے۔

3۔ مقامی حکومت خود اختیاری Local Self Government

دیہاتوں اوراضلاع اورشہروں میں مقامی حکومت کا رواج ہے۔گرام پنچایت، بلدیہ،میونسپل کارپوریشن مقامی سطح کی حکومتیں ہیں۔گرام پنچایت دیہاتوں میں قائم ہوتی ہے۔ یہ دیہی ضروریات کی تکمیل اور مقامی سطح کے مسائل کوحل کرنے پرتوجہ دیتے ہیں۔اسی طرح اضلاع میں میونسپل (بلدیہ) اورشہروں میں میونسپل کارپوریشن قائم ہے۔ یہ مقامی سطح کے مسائل کوحل کرنے میں اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ مکانات کا ٹیکس،نل کی فیس،سرکاری جائیداد سے حاصل کرایہ اور ریاستی ومرکزی حکومت کی جانب سے حاصل امداد ان اداروں کے اہم مالی ذرائع ہیں۔اس آمدنی کو وہ علاقہ کی صاف صفائی اورصحت مند ماحول کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ یہ ادارے اپنے سالانہ آمدنی و اخراجات کی تفصیلات شائع کرتے ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ اپنے حدود میں مختلف اہم تفصیلات، جیسے مکانات کی تعداد، آبادی کی

کیفیت، مکانات کی قسمیں، آمدورفت کی سہولتیں، گندے پانی کی نکاسی کا نظام، ملازمین کی تعداد، محلّہ جات کی کیفیت وغیرہ وغیرہ اہم باتوں کو کتاب کی شکل میں شائع کرتے ہیں۔اس سالانہ اشاعت کو مصدقہ مانا جاتا ہے۔ یہ بھی ثانوی مواد ہے۔

4۔ ضلعی رپورٹس District Reports

ہر سال ضلعی سطح پر سرکاری طور پر ضلع کے متعلق تفصیلی رپورٹ کتاب کی شکل میں شائع ہوتی ہے۔اس کتاب میں ضلع کے قیام سے لیکر رواں سال تک تمام تفصیلات درج ہوتے ہیں۔آبادی، جنس کا تناسب، مختلف عمروں کے اعتبار سے شہریوں کی تعداد، شہری آبادی، دیہی آبادی، ہر دیہات یا تعلقہ کے اعتبار سے آبادی کی تعداد، زرعی پیداوار، صنعتی پیداوار، روزگار کی سطح، بیروزگاری کی تعداد، مزدوروں کی تعداد، بارش کی کیفیت، موسم کا حال، زیرزمین پانی کی مقدار، شہروں و تالاب کی تعداد، بیل بکری اور دیگر جانوروں کی تعداد، دواخانوں کی تعداد، مدرسہ اور کالجس کی تعداد، طلباء کے داخلہ واخراج کی تعداد، ترک تعلیم کرنے والے طلباء کی تعداد وغیرہ تمام امور کا اندراج ہوتا ہے۔ محققین تحقیقی ضرورت کے تحت ان کتابوں سے ضروری مواد حاصل کرتے ہیں۔

5۔ سالانہ رپورٹس Annual Reports

سالانہ رپورٹس ثانوی مواد کے اہم ذرائع ہیں۔ چند ادارے اپنے سالانہ کارکردگی کو شائع کرواتے ہیں تاکہ قارئین کو درکار معلومات فراہم کر سکے۔ بعض غیر سرکاری تنظیمیں، فلاحی ادارے، تعلیمی ادارے وغیرہ اپنے سالانہ رپورٹس کو شائع کرتے ہیں۔ سال کے دوران آمدنی واخراجات کی کیفیت، داخلہ واخراج، پیداوار، خدمات وغیرہ اہم چیزوں کو سالانہ رپورٹس کی شکل میں شائع کرتے ہیں۔ چند اہم سالانہ رپورٹس کو ذیل میں پیش کیا گیا ہے۔

1. تعلیمی اداروں کی رپورٹس
2. تجارتی اور صنعتی انجمنیں
3. بنک

1۔ تعلیمی اداروں کی رپورٹس

بڑے بڑے تعلیمی ادارے اپنے سالانہ رپورٹس کی اشاعت کرتے ہیں۔خاص کر جامعات اپنے سالانہ کارکردگی کو شائع کرتے ہیں۔ ایک سال کے دوران طلباء کو داخلہ واخراج کی تعداد، کورسس کی تفصیلات، فیس کی شکلیں، آمدنی واخراجات، سرکاری امداد، جائیداد کی کیفیت، یونیورسٹی کے شرائط وغیرہ مختلف اہم نکات کو سالانہ رپورٹس میں شائع کرتے ہیں۔داخلہ کے خواہشمند طلباء اس پر خاص نظر رکھتے ہوئے فیصلہ لیتے ہیں۔

2۔ تجارتی اور صنعتی انجمنیں

ملک میں چند تجارتی اور صنعتی انجمنیں پائی جاتی ہیں۔ یہ تنظیمیں اپنے سالانہ رپورٹس کی اشاعت کرتے ہیں۔ چمبر آف کامرس، اسٹاک ایکسچینج، چارٹرڈ اکاؤنٹس، کمپنی سکریٹری اہم تجارتی انجمنیں ہیں۔ جو اپنے سالانہ کارکردگی کی اشاعت کرتے ہیں۔ یہ اشاعت کو تحقیق میں ثانوی مواد کی حیثیت سے استعمال کر سکتے ہیں۔

3۔ بینک

ہر بینک اپنے سالانہ رپورٹ کے تفصیلات کو شائع کرتے ہیں۔اس کے ساتھ ان کی آمدنی واخراجات کی تفصیلات بھی درج ہوتے ہیں۔ شرح سود، آمدنی کے ذرائع ،قرض پر حاصل سود، صارفین کے ڈپازٹ پر ادا شدہ سود، دفتری اخراجات، جائیداد، ڈپازٹ کے مختلف اقسام وغیرہ وغیرہ اس سالانہ اشاعت میں شائع کرتے ہیں۔ان تمام معلومات کو ثانوی مواد کی حیثیت سے تحقیق میں استعمال کرتے ہیں۔

تحقیقی مضامین یا مقالے :

تحقیقی مضامین کو ثانوی مواد کا اہم ذریعہ ہے۔ محققین اپنے تحقیقاتی مضامین کو مختلف رسالے، میگزین، اخبارات وغیرہ میں شائع کرتے ہیں۔ دیگر محققین شائع شدہ مواد کو بطور تحقیق استعمال کر سکتے ہیں۔ ہر مضمون کے الگ الگ جرائد یا رسالے ہوتے ہیں۔ مضامین کی اشاعت سے نئے تحقیقات کے متعلق عوام کو آگاہی حاصل ہوتی ہے۔ خاص کر نئے محققین کو تحقیق کے میدان میں معلومات حاصل ہوتے ہیں۔ معلومات کی منتقلی سے اکتساب کی راہیں نمودار ہوتے ہیں۔ معلومات فرد بہ فرد منتقل ہونے کے ساتھ ساتھ سماج بھی مستعفید ہوتا ہے۔

رسالے (Journals) :

رسالے ثانوی مواد حاصل کرنے کے اہم ذرائع ہیں۔ ہر مضمون کے علاحدہ علاحدہ رسالے پائے جاتے ہیں۔ محققین اپنے تحقیقاتی مقالوں کی اشاعت رسالوں میں کرتے ہیں۔ یہ ماہانہ، سہ ماہی، ششماہی اور سالانہ شائع ہوتے ہیں۔ جرنل تحقیقاتی مقالوں کی اشاعت پر مبنی ہوتی ہے۔ محققین اپنے تحقیقاتی نتائج کو منظر عام پر لانے کے لیے جرنل میں اشاعت کرتے ہیں۔ دیگر محققین، تنظیمیں، صنعتکار، ماہرین طب، ڈاکٹرس وغیرہ ان تحقیقاتی نتائج کو مزید تحقیق میں ثانوی مواد کے طور پر استعمال کرتے ہیں۔ جرنل مختلف اقسام کے پائے جاتے ہیں۔ تعلیمی جنرل، تجارتی یا کاروباری جرنل، پیشہ وارانہ جرنل، حالات حاضرہ جرنل وغیرہ۔

میگزین (Magazine) :

میگزین ثانوی مواد حاصل کرنے کا اہم ذریعہ ہے۔ جرنل کی طرح میگزین بھی ماہانہ، سہ ماہی، ششماہی یا سالانہ شائع ہوتی ہے۔اس میں تحقیقاتی مقالے، جدید رجحانات، قصے، واقعات، نظمیں اشاعت ہوتی ہیں۔ یہ کتاب نما ہوتی ہے، جس میں جرنل کے مقابلے میں زیادہ صفحے پائے جاتے ہیں۔اس میں تحقیقاتی مواد کے ساتھ تصاویر بھی پائے جاتے ہیں۔ مضمون والی میگزین بھی پائے جاتے ہیں۔ طبی میگزین، انتظامی میگزین، تعلیمی میگزین، خواتین کی میگزین، بچوں کی میگزین، تجارتی میگزین، کھیل کود کے میگزین، حالات حاضرہ کے میگزین وغیرہ۔ قارئین کو ضروری معلومات فراہم کرنا میگزین کا اہم مقصد ہے۔اس لیے قارئین کی زبان میں اور آسان الفاظ میں اشاعت کرتے ہیں۔

4.8.2 غیر مطبوعہ ماخذات Unprinted Sources

غیر مطبوعہ ثانوی مواد کے اہم ذرائع ہیں۔ تجزیہ یا مطالعہ یا تحقیق میں غیر مطبوعہ اشاعت بھی استعمال میں آتے ہیں۔ ایسا مواد جو شائع نہیں ہوئے ہوں انہیں غیر مطبوعہ اشاعت کہتے ہیں۔ مثلاً کسی معروف شخص کی خود نوشت سوانح حیات، ڈائری، مجاہدین کی تحریریں، خطوط، بادشاہوں کی جانب جاری فرامین، مخطوعات وغیرہ غیر مطبوعہ اشاعت ہیں۔ ذیل میں غیر مطبوعہ اہم ثانوی ذرائع کی وضاحت کی گئی ہے۔

1. خودنوشت سوانح حیات (Auto Biography) : بعض افراد اپنی زندگی کے حالات کو خود تحریر کرتے ہیں۔ اس لیے اس کو خودنوشت سوانح حیات کہتے ہیں۔ اس میں ہر دن کے اہم اور قابل تحریر واقعات کو قلمبند کرتے ہیں۔ بعض اوقات دوست احباب کے درمیان مکالمے، مزاحیہ واقعات، اتفاق اور نا اتفاق کے واقعات، حاضر جوابی کی صلاحیت، صلاح ومشورے، دعوت وتقاریب کے ساتھ ساتھ ادبی محفلوں، سرکاری وغیر سرکاری معاملات میں شمولیت اور خدمت، بازاری حالت، حکومتوں کا رویہ وغیرہ ہر بات کو اپنی ذاتی کاپی میں درج کرتے ہیں۔ یہ آنکھوں دیکھا حال ہوتا ہے۔ جس کو مختصر اور اہم الفاظ میں واقعات کو تحریری شکل دیتے ہیں۔ اس میں مکمل واقعات کا عکس نظر آتا ہے۔ بعض شعراء سماجی مصلح کار، مجاہدین آزادی، سیاسی قائدین، سائنسدان وغیرہ اپنی زندگی کے ہر روز کے واقعات اور دفتری کام کا باقاعدہ اندراج کرتے ہیں۔ یہ حالات کا حقیقی عکس ہوتا ہے جو تحریری شکل میں پائی جاتی ہے۔ ذیل میں چند اہم خودنوشت سوانح حیات دیے گئے ہیں۔

1۔	مولانا ابوالکلام آزاد	India wins Freedom
2۔	پنڈت جواہر لال نہرو	The Discovery of India
3۔	اے پی جے عبدالکلام	Wings of Fire
4۔	مہاتما گاندھی	My Experiment with Tooth
5۔	ظہیرالدین محمد بابر	تزک بابری، بابرنامہ (چغتائی زبان میں)
6۔	جہانگیر	تزک جہانگیری (فارسی زبان میں)
7۔	نلسن منڈیلا	Long Walle to Freedom
8۔	اڈولف ہٹلر	Mein Kampf (میری جدوجہد)
9۔	بارک اوباما	Dreams From My Father

خطوط : زمانۂ قدیم میں خطوط رسائی کا نظم تھا۔ اس میں خطوط کے ذریعہ ذاتی وگھریلو حالات اور اہم باتوں کو خط میں تحریر کر کے روانہ کیا جاتا تھا۔ خطوط پیام رسانی کا سب سے عمدہ اور بہترین ذریعہ تھا۔ قومی وعالمی سطح کے مختلف علاقوں میں خطوط رسائی کا نظم آج بھی ہے۔ خطوط کا سائز یا رقبہ چھوٹا ہوتا ہے اس لیے اس پر اہم اور ضروری باتوں کو نوٹ کر کے روانہ کیا جاتا ہے۔ خطوط اس وقت کے حالات حاضرہ کی عکاسی کرتے ہیں۔ مجاہدین آزادی، شعراء کے خطوط آج بھی کافی اہمیت کے حامل ہیں۔ جن کو مطالعہ وتحقیق کے استعمال کرتے ہیں۔ بعض خطوط میوزیم کی زینت بنی ہوئی ہے۔ یہ خطوط کافی اہمیت کے حامل ہوتے ہیں۔ غالب کے خطوط، گاندھی جی کے خطوط، نہرو کے خطوط، مولانا ابوالکلام آزاد کے خطوط وغیرہ۔ ان سب کے اور دیگر مجاہدین آزادی کے خطوط آج بھی میوزیم میں رکھے ہوئے ہیں۔ ان خطوط کی مدد سے آزادی کے دور میں برطانوی حکومت اور عوام وسیاسی قائدین کے درمیان کے حالات کو معلوم کر سکتے ہیں۔ اسی طرح اسعداللہ خاں غالب، حسرت موہانی، علامہ اقبال وغیرہ شعراء کے خطوط بھی میوزیم میں رکھے ہوئے ہیں۔ جو شعراء کی زبان میں حالات کی جانکاری حاصل کرنے میں مدد ملتی ہے۔

ڈائری : بعض افراد روزانہ کے حالات کو اپنی خاص ڈائری میں تحریر کرتے ہیں۔ اس میں ہر عام وخاص بات تحریر ہوتی ہے۔ ڈائری خودنوشت واقعات پر مبنی ہوتی ہے۔ یہ ایک اہم غیر مطبوعہ مواد ہے۔ بعض افراد ہر روز کے اہم واقعات کو قلمبند کرتے ہیں۔ تاریخ وار لین دین کے

واقعات، دفتری معاملات، معاہدے، تقاریب، محفلوں کی روداد، تقاریر کے اقتباسات، اخبارات کے اہم باتوں کو بھی ڈائری میں لکھ دیتے ہیں۔ یہ حقائق کی عکاسی کرتے ہیں۔ اس میں شامل امور کے ردوبدل کی گنجائش نہیں۔ اس لیے ڈائری کی تحریروں کو بھی مصدقہ حیثیت دی جاتی ہے۔ آزادی کی تحریکوں کے دوران مختلف مجاہدین آزادی نے اپنی اپنی خاص ڈائریوں میں حالات کا ذکر کیا ہے۔ اسی طرح بیرون ممالک میں تعلیم کے دوران قلمبند کے ڈائریوں میں ان ممالک کے سماجی و معاشی حالت اور تعلیمی سرگرمیوں کی جھلک نظر آتی ہے۔

فرامین : فرامین اہم غیر مطلوبہ ثانوی مواد ہے۔ حکمرانوں، بادشاہوں، راجاؤں کی جانب سے جاری کیے گئے احکامات یا ہدایت کو فرامین کہتے ہیں۔ بادشاہی دور میں حکمران اپنے فرامین جاری کرتے تھے۔ فرامین بادشاہوں کے حکم نامہ یا احکامات ہوتے ہیں۔ ان پر عمل آوری یقینی ہوتی ہے۔ فرامین کو دستاویز کی حیثیت حاصل ہوتی ہے۔ قومی بندوبست، زمینات کی پیمائش، تنخواہ کی اجرائی، عبادت گاہوں کی تعمیر، فلاحی اقدامات وغیرہ مختلف ہر معاملات میں حکمران فرمان جاری کرتے ہیں۔ فرامین ہی سلطنت میں نظم و نسق کی برقراری کا ذریعہ تھا۔ آج کے دور میں سرکاری احکامات (Government Orders) کی طرح فرامین کا رتبہ و مقام تھا۔ مختلف میوزیم میں بادشاہوں یا حکمرانوں کے فرامین موجود ہیں۔ فرامین کی مدد سے حکمران کے دوران کے سماجی، سیاسی، معاشی وغیرہ حالات اور ان کے طرز عمل کا پتہ چلتا ہے۔

4.9 ویب کے ذرائع Web Sources

انٹرنٹ کی ایجاد نے عالمی سطح پر نمایاں تبدیلیوں کا سبب بنا۔ اس کی مدد سے عالمی سطح پر تعلقات قائم کر سکتے ہیں۔ آج کے دور میں انٹرنٹ ہر شخص کے ہاتھ میں پہنچ چکا ہے۔ اس کی مدد سے ہر مقام پر عالمی سطح کی معلومات کو حاصل کر سکتے ہیں۔ آج کے دور میں ہر ادارے اپنے کاروبار، افعال، کارکردگی، آمدنی و اخراجات وغیرہ تمام معاملات کو ویب سائٹ پر دستیاب کروا رہے ہیں۔ انٹرنٹ کی مدد سے متعلقہ کمپنی کے ویب سائٹس پر سال رواں آمدنی و اخراجات، پیداوار وغیرہ مختلف معلومات حاصل کر سکتے ہیں۔ مختلف جامعات، کالجس، تعلیمی ادارے، تحقیقی ادارے، تجارتی انجمنیں، چھوٹے بڑے صنعتیں، ریاستی و مرکزی وضلعی سطح کے معلومات بھی ویب سائٹ پر دستیاب ہیں۔ عالمی سطح کے مختلف اداروں کے رپورٹس بھی متعلقہ ویب سائٹس پر دستیاب ہیں۔ انٹرنٹ کی مدد سے حسب ضرورت مواد حاصل کر سکتے ہیں۔ یہ ثانوی مواد حاصل کرنے کا بہترین ذریعہ ہے۔ اس کو مطالعہ، تجزیہ کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔ کمپنی کے قیام، چارٹر، بورڈ آف ڈائرکٹرس، مقصد، حصص داروں کی متعلق معلومات، حصص کی کیفیت، سالانہ معاشی حالت، آمدنی و اخراجات، صدر دفتر، پیداوار، مقام وغیرہ تمام معلومات ویب سائٹ پر دستیاب ہیں۔ ذیل میں چند اہم ویب سائٹس دیے گئے ہیں، جن کی مدد سے ان کے متعلق معلومات حاصل کر سکتے ہیں۔

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی : ww.manuu.ac.in

عثمانیہ یونیورسٹی : ww.osmania.ac.in

علی گڑھ مسلم یونیورسٹی : ww.amu.ac.in

جامعہ ملیہ اسلامیہ : ww.jmi.ac.in

بنارس ہندو یونیورسٹی : ww.bhu.ac.in

تلنگانہ یونیورسٹی	:	www.telanganauniversity.ac.in
پالمور یونیورسٹی	:	ww.palamuruuniversity.ac.in
مہاتما گاندھی یونیورسٹی	:	ww.mgu.ac.in
یونیورسٹی گرانٹ کمیشن	:	ww.ugc.ac.in
ہندوستان پٹرولیم	:	ww.hindustanpetroleum.com
ریلائنس پٹرولیم لمیٹڈ	:	ww.reliancepetroleum.com
Cipla Co.	:	ww.cipla.com
Hetero Pharma	:	ww.heteropharmacy.com
DRDO	:	www.drdo.gov.in

4.9.1 ویب ذرائع کے فوائد Advantages of Web Sources

ویب کے ذرائع دورحاضر کا ایک بہترین ذریعہ ہے۔ آسانی کے ساتھ متعلقہ دفاتر، کالج، ادارے، صنعت وغیرہ کے متعلق درکار معلومات حاصل کرسکتے ہیں۔ ذیل میں ویب ذرائع کے فوائد کو بتلایا گیا ہے۔

1۔ ویب ذرائع ثانوی مواد حاصل کرنے کا سب سے آسان اور کفایتی ذریعہ ہے۔

2۔ ویب ذرائع کی مدد سے وقت، پیسہ کی کافی بچت ہوتی ہے۔

3۔ ویب ذرائع کی مدد سے ضرورت کے مطابق مواد کو حاصل کرسکتے ہیں۔

4۔ ویب ذرائع سے حاصل مواد کو مصدقہ اور قابل قبول ہوتا ہے۔

5۔ مواد حاصل کرنے کے لیے مختلف دفاتر، صنعت، فیکٹری، کالج، ادارے وغیرہ کو جانچ کی ضرورت نہیں بلکہ انٹرنٹ کی مدد سے گھر بیٹھے تمام مواد کو حاصل کرسکتے ہیں۔

6۔ ویب ذرائع سے حاصل مواد کو پرنٹ کی شکل میں یا پھر کمپیوٹر پر فائل کی شکل میں، میل میں، پن ڈرائیو میں محفوظ کرسکتے ہیں اور انہیں حسب ضرورت دوبارہ استعمال کرسکتے ہیں۔

7۔ ویب ذرائع سے مواد دن یا رات کے کسی بھی وقت مفت میں حاصل کرسکتے ہیں۔

8۔ ویب ذرائع سے حاصل مواد کو تحقیق، تجزیہ یا مطالعہ کے لیے استعمال کرسکتے ہیں۔ حاصل نتائج کو قبول کیا جاتا ہے۔

9۔ ویب ذرائع سے حاصل مواد کو سرکاری سطح پر بھی آسانی کے ساتھ استعمال کرسکتے ہیں۔

10۔ مختلف سرکاری اور غیر سرکاری ادارے ضروری اور اہم احکامات، ہدایات، اصول، قاعدے، اجلاس کے روداد اراکین کی تعداد، نام، پتہ، تعلیمی قابلیت، رابطہ کا پتہ وغیرہ ویب پر فراہم کرتے ہیں۔ جس کی مدد سے ضرورت کے مطابق آسانی سے مواد حاصل کرسکتے ہیں۔

11۔ ویب کی مدد سے روایتی طرز کے دفتری فائل کی تیاری اوراس کو رکھنے کے مختلف کاموں میں تخفیف ہوتی ہے۔

4.9.2 ویب ذرائع کے خامیاں Disadvantages of Web Sources

ویب ذرائع کام میں سہولت پیدا کرتے ہیں۔ساتھ ہی اس کے مختلف فوائد ہیں۔ویب ذرائع کے چند اہم خامیوں کوذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ ویب ذرائع سے مواد کو حاصل کرنے کے لیے انٹرنٹ،بجلی،کمپیوٹر اور دیگر آلات کا ہونا لازمی ہے۔ان میں سے کسی ایک چیز کی عدم فراہمی کی صورت میں مواد کو حاصل کرنا دشوار ہے۔

2۔ تعلیمیافتہ اور کمپیوٹر سے واقف شخص ہی ویب ذرائع سے ضروری مواد حاصل کرتا ہے۔تعلیمیافتہ شخص لیکن کمپیوٹر سے نااہل یا ناواقف شخص ویب ذرائع سے مواد حاصل کرنا کافی مشکل ہے۔

3۔ ہر شخص کمپیوٹر پر عبور حاصل کرنا کافی مشکل ہے۔اس کے لیے کمپیوٹر سے واقفیت ضروری ہے۔

4۔ کمپنی اپنے اہم معلومات کو رازدارانہ طور پر نہیں رکھ سکتی۔

5۔ ہرادارے،صنعت،فیکٹری،کالج کے سالانہ رپورٹس منظر عام یا ویب سائٹس پر فراہم کرتے ہیں۔ہر کوئی شخص اپنے اپنے نقطۂ نظر سے تجزیہ کرتے ہیں۔بعض اوقات رپورٹ میں خامیوں کی نشاندہی کرتے ہوئے تنقیدوں کا نشانہ بناتے ہیں۔جس سے ادارے یا صنعت کی ساکھ متاثر ہوتی ہے۔

ویب ذرائع کو استعمال کرنے کے لیے ضروری لوازمات

ویب ذرائع آج کے جدید اور عصری دور کا ایک ضروری عامل ہے۔اس کی مدد سے گھر بیٹھے دنیا بھر کے معلومات حاصل کر سکتے ہیں۔اس سے مستعفید ہونے کے لیے اہم اور ضروری لوازمات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ ویب ذرائع سے مستعفید ہونے کے لیے کمپیوٹر اور اس سے متعلقہ میدانوں میں درکار معلومات کا ہونا لازمی ہے۔کمپیوٹر کا طالب علم ویب ذرائع کا صحیح اور بہتر طور پر استعمال کرسکتا ہے۔

2۔ کمپیوٹر، لیاپ ٹاپ، پرنٹر، انٹرنٹ،بجلی کا ہونا لازمی ہے۔ ان میں سے کسی ایک کی عدم فراہمی کی صورت میں ویب ذرائع سے مواد حاصل کرنا مشکل ہے۔

3۔ ویب ذرائع سے مواد کو حاصل کرنے،اس کو پن ڈرائیو، سی ڈی،ہارڈ ڈسک، کمپیوٹر،لیاپ ٹاپ، میل وغیرہ میں محفوظ کرنے اور اس کے دوبارہ استعمال کرنے کے طور طریقوں سے واقفیت ہونا لازمی ہے۔

4۔ حاصل مواد کو ضرورت کے حساب سے کٹ کرنے، کاپی کرنے، یا مختلف کالم میں پیسٹ کرنے کے مختلف طریقوں پر عبور رکھتے ہوں۔

5۔ کمپیوٹر کے ایکسل (Excel) کے طور طریقوں پر عبور رکھتے ہوں۔

6۔ ویب ذرائع سے حاصل مواد کو مختلف عنوانات کے تحت محفوظ کرنے، اس کا تجزیہ کرنے اور نتائج کو سائنسی نقطۂ نظر سے اخذ

کرنے پر عبور رکھتے ہوں۔

4.10 اکتسابی نتائج Learning Out Comes

ابتدائی مواد کی طرح ثانوی مواد کافی اہمیت وافادیت کا حامل ہوتا ہے۔ایسا مواد جو پہلے سے پایا جاتا ہے۔اس کو ثانوی مواد کہتے ہیں۔ ابتدائی ذرائع سے حاصل مواد کو جب کوئی دوسرے افراد یا محققین یا تجزیہ نگار استعمال کرتے ہوں تو ان کے لیے یہ ثانوی مواد کہلاتا ہے۔ تحقیق میں اس مواد کی کافی اہمیت پائی جاتی ہے۔اس کے ساتھ ساتھ منصوبہ بندی، پیش قیاسی، بنک قرض حاصل کرنے،محصول کی ادائیگی اور دیگر سرکاری معاملات میں ثانوی مواد کی ضرورت ہوتی ہے۔ثانوی مواد کو ایک فرد اپنے سابقہ معاملات کو مدنظر رکھتے ہوئے مستقبل کی پیش قیاسی کرسکتا ہے۔ اسی طرح ہر چھوٹے و بڑے تاجرین، پیدا کنندے،صنعتکار،حکومتی ادارے،سرکاری وغیر سرکاری ادارے،فلاحی ادارے،مدارس،کالجس وغیرہ مختلف معاملات میں ثانوی مواد کی مختلف مقاصد کے تحت استعمال کرتے ہیں۔ثانوی مواد اداروں یا محکموں کی سابقہ حقیقی کارکردگی کا مظہر ہوتا ہے۔اسی لیے اس مواد پر اعتبار کیا جاتا ہے۔مطبوعہ اور غیر مطبوعہ ثانوی ماخذات کے اہم ذرائع ہیں۔ایسے مواد جن کی اشاعت عمل میں آتی ہے اس کو مطبوعہ ماخذات کہتے ہیں۔سرکاری طور پر شائع ہونے والے مواد،سرکاری وغیر سرکاری وفلاحی اداروں کی سالانہ رپورٹس واشاعت، عالمی بنک، یونیسکو، یونیسف وغیرہ عالمی اداروں کی رپورٹس، اضلاع کی سطح پر جاری رپورٹس، کالجس، مدارس و دیگر تعلیمی اداروں کی سالانہ رپورٹس،تحقیقی مقالے اہم مطبوعہ ثانوی ماخذات ہیں۔آج کے جدید دور میں ہر چھوٹے و بڑے ادارے اپنے کاروبار اور ادارے کی کارکردگی کو ویب سائٹس پر فراہم کیے ہیں۔انٹرنٹ کی مدد سے گھر بیٹھے کسی بھی صنعت،ادارے،کالجس، مدارس وغیرہ کے متعلق معلومات حاصل کرسکتے ہیں اور اس مواد کو تجزیہ و تحقیق میں استعمال کرسکتے ہیں۔اسی طرح فرامین،خودنوشت سوانح حیات، ڈائری،خطوط وغیرہ مطبوعہ ثانوی مواد کے ذرائع ہیں۔غیر مطبوعہ مواد بھی تحقیق و تجزیہ میں استعمال کرتے ہیں۔

4.11 کلیدی الفاظ Key Words

1۔مواد (Data) : تجزیہ،مطالعہ،تحقیق کے لیے حاصل یا درکار یا دستیاب معلومات کو مواد کہتے ہیں۔یہ مواد اعداد کی شکل میں یا ادبی شکل میں بھی پایا جاتا ہے۔

2۔ماخذ (Source):مواد کے حاصل کرنے کے ذرائع کو ماخذ کہتے ہیں۔

3۔مطبوعہ (Published) :جب کوئی مواد شائع ہوتا ہے تو اس کو مطبوعہ کہتے ہیں۔یعنی شائع شدہ مواد کو مطبوعہ کہتے ہیں۔

4۔انجمن (Organisation) :افراد کی جماعت یا تنظیم کو انجمن کہتے ہیں۔باہمی،متحدہ مقاصد کی تکمیل کے لیے افراد آپس میں متحد ہوکر ایک تنظیم بناتے ہیں۔ لفظ انجمن زیادہ تر تجارتی تنظیموں میں استعمال ہوتا ہے۔

5۔سرکاری ادارے (Government Organisations) : ایسے ادارے یا تنظیم جو سرکار کے تحت چلائے جاتے ہوں انہیں سرکاری ادارے کہتے ہیں۔

6۔خودنوشت : ایسی تحریر جس کو فرد اپنے ہاتھوں سے روزانہ کے واقعات کو قلمبند کرتا ہو یا تحریر کرتا ہو اس کو خودنوشت کہتے ہیں۔ عام طور پر فرد اپنی ذاتی تحریر کے لیے ڈائری یا کاپی رکھتے ہیں، جس میں روزانہ کے اہم واقعات و حالات کو قلمبند کرتے ہیں۔

7۔خطوط : خط کی جمع خطوط ہے۔ پیام کی ترسیل کے لیے خط کا استعمال کیا کرتے ہیں۔ ڈاک خانوں کی مدد سے خطوط کی ترسیل عمل میں آتی ہے۔ خطوط پیام رسانی کا ایک قدیم طریقہ ہے جو آج بھی رائج ہے۔

4.12 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1۔ مطبوعہ ماخذات کی مثالیں ___________ ہیں۔

2۔ مانو کا ویب سائٹ ___________ ہے۔

3۔ تحقیقی مقالے ___________ میں شائع کیے جاتے ہیں۔

4۔ غیر مطبوعہ ماخذات کی مثالیں ___________ ہیں۔

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ ثانوی مواد کی ضرورت کی وضاحت کیجیے۔

2۔ ثانوی مواد کی اہمیت کو بیان کیجیے۔

3۔ سالانہ رپورٹس سے کیا مراد ہے؟ وضاحت کیجیے۔

4۔ ثانوی مواد حاصل کرنے کے ویب سائٹس کی اہمیت کو بیان کیجیے۔

5۔ ثانوی مواد کے فوائد کو بیان کیجیے۔

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1۔ ثانوی مواد کی تعریف کرتے ہوئے اس کی وسعت کو بیان کیجیے۔

2۔ ثانوی مواد حاصل کرنے کے مطبوعہ ماخذات پر تفصیلی روشنی ڈالیے۔

3۔ ثانوی مواد حاصل کرنے کے غیر مطبوعہ ماخذات کی وضاحت کیجیے۔

4۔ ثانوی مواد کی صحت، تصدیق و جانچ کے پیمانوں کو بیان کیجیے۔

5۔ ثانوی مواد حاصل کرنے میں ویب سائٹس کی اہمیت و افادیت ثابت کیجیے۔

6۔ ویب ذرائع کے فوائد اور نقصانات کو بیان کیجیے۔

4.13 مطالعہ کردہ کتب Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

بلاکII: اشکال اور ترسیم Diagrams and Graphs

اکائی5- مواد کی پیشکشی Presentaion of Data

اکائی6- اشکال Diagram

اکائی7- مستطیلی ترسیم Histogram

اکائی8- تعددی کثیر الاضلاع Frequency Polygon

اکائی 5 مواد کی پیشکش
Presentation of Data

Unit Structure — اکائی کی ساخت

Introduction	تمہید	5.0
Objectives	مقاصد	5.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	5.2
Objectives of Presentaion of Data	مواد کی پیشکش کے مقاصد	5.3
Featuers Effecting on Presentation of Data	مواد کی پیشکش پر اثر انداز عوامل	5.4
Scope of Presentaion of Data	مواد کی پیشکش کی وسعت	5.5
Method of Presentation of Data	مواد کی پیشکش کے طریقے	5.6
Learning out Comes	اکتسابی نتائج	5.7
Key Words	کلیدی الفاظ	5.8
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	5.9
Refrence Books	مطالعہ کردہ کتب	5.10

5.0 تمہید Introduction

بڑے پیمانے کے صنعتی وکاروباری ادارے مالی موقف کی وضاحت کے لیے مختلف اقسام کے کھاتے اور گوشوارے تیار کرتے ہیں مواد کا گہرائی سے تجزیہ کی مدد سے کاروبار کے موقف کی وضاحت کی جاسکتی ہے۔حاصل مواد کو ضرورت کے اعتبار سے موزوں انداز میں درجہ بندی کی جاتی ہے۔مواد کو موزوں درجہ بندی کے بعد تجزیہ کرنے اور نتائج اخذ کرنے میں سہولت پیدا ہوتی ہے۔بہتر نتائج کی صورت میں انتہائی پرکشش انداز میں پیش کرتے ہیں کسی تعلیمی ادارے کا طالب علم غیر معمولی صلاحیتوں کا حامل ہو اور علاقائی یا قومی سطح کے مختلف مقابلوں میں بہتر مظاہرہ کرتا ہو تب اس کی تفویض کے ساتھ حاصل انعامات کو بھی پیش کرتے ہیں جس سے دیکھنے والوں پر مثبت اثرات لاحق ہوتے ہیں۔ساتھ ہی مطلب فہمی میں مدد ملتی ہے ۔اس اکائی میں مواد کی پیشکش کے متعلق معلومات حاصل کرینگے۔

5.1 مقاصد Objective

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- مواد کی پیشکش کے متعلق وضاحت کرسکیں۔
- مواد کی پیشکش کے مختلف طریقوں کو بیان کرسکیں۔
- مواد کی پیشکش کی فوائد اور اہمیت کی وضاحت کرسکیں۔
- مواد کی پیشکش کے استعمالات کو بیان کرسکیں۔

5.2 معنی ومفہوم اور تعریف Meaning and Definition

مواد کی پیشکش کے معنی ومفہوم کی تفہیم کے لیے ذیل کے تعریفات کا مطالعہ کیجئے۔

1۔ کسی بھی ادارے کے مواد یا معطیات (Data) کو ظاہر کرنا مواد کی پیشکش کہلاتا ہے۔

2۔ کاروبار یا ادارے کی سالانہ کارکردگی کو ظاہر کرنا مواد کی پیشکش کہلاتا ہے۔

3۔ مواد کو منظّم انداز میں پیش کرنا مواد کی پیشکش کہلاتا ہے۔

4۔ کاروباری یا تنظیم یا کسی بھی ادرا ے کے سالانہ کارکردگی کو منظّم اور تجزیاتی انداز میں پیش کرنا مواد کی پیشکش کہلاتا ہے۔

5.3 مواد کی پیشکش کے مقاصد Objectives of Data Presentaion

مواد کی پیشکش کے اہم مقاصد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ مواد کو قابل فہم اور بہتر انداز میں پیش کرنا۔

2۔ مواد کے تجزیہ میں سہولت پیدا کرنا۔

3۔ کاروبار کے نتائج کو اخذ کرنے میں سہولت پیدا کرنا۔

4۔ کاروبار کے یا ادارے کے سالانہ کارکردگی کے درمیان حائل رکاوٹوں یا مشکلات کی نشاندہی کرتے ہوئے ان کو دور کرنے کی

کوشش کرنا۔

5۔ دوران سال کی کارکردگی کوتحریری شکل میں محفوظ رکھنا۔

5.4 مواد کی پیشکش پراثر انداز عوامل

Factors Effecting on Presentaion of Data

مواد کی پیشکش پراثر انداز اہم عوامل کوذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ مواد کی نوعیت Nature of Data

مواد کی نوعیت مواد کی پیشکش پراثر انداز اہم عامل ہے۔کاروبار یاادارے کے اعتبار سے مواد حاصل ہوتا ہے۔کسی ملک کی مردم شماری کے تجزیہ کے لیے جنس،عمر،تعلیمی قابلیت،علاقہ،مذہب،ذات اورزبان وغیرہ مختلف حصوں میں تقسیم کرتے ہوئے مطالعہ کیا جاتا ہے۔اسی طرح کسی صنعتی پیداوار کے متعلق مواد کی پیشکش کرنے کے لیے پیداوار یا شئے کی نوعیت،مقدار شئے کی تیاری کا وقت، شئے کی پیداواری لاگت، یومیہ پیداوار ،ماہانہ وسالانہ پیداواراورفروخت،آمدنی واخراجات وغیرہ مختلف حصوں میں تجزیہ کے ذریعہ مواد کوپیش کیا جاتا ہےاسی طرح کسی تعلیمی کارکردگی کوظاہر کرنے کے لیے،تعلیمی ادارے میں شریک طلبا کی تعداد،کامیابی کا تناسب،ملازمت کے مواقع وغیرہ کوپیش کیا جاتا ہے۔مواد کوپیش کرنے میں مواد کی نوعیت اہم کردارادا کرتا ہے۔

2۔ مدت Period

مدت مواد کی پیشکش میں اہم کردارادا کرتا ہے۔جس مدت یا وقت کے لیے مواد تیار کیا جاتا ہے۔اس کومواد کا مدت کہتے ہیں۔عام طور پر ایک سال مواد کی پیشکش کا مدت ہوتا ہے۔تحقیق کے لیے 5 سال یا10 سال کی مدت کا بھی مواد کا تجزیہ کیا جاتا ہے۔زرعی پیداوار کا مطالعہ کرنے میں موسم کوبنیاد بنایا جاتا ہے۔صنعتی پیداوار کے لیے ماہانہ یا سال کی مدت کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔تعلیمی کارکردگی کے اظہار کے لیےتعلیمی سال ایک مدت ہوتا ہے۔اسی طرح بجٹ کے مطالعہ کے لیے مالیاتی سال کوایک مدت قرار دیا جاتا ہے۔مدت دراصل مواد کی پیشکش کا وقت یا دورانیہ ہوتا ہے جواس دوریامدت میں کارکردگی کوظاہر کرتا ہے۔

3۔ سامعین Audience

سامعین مواد کی پیشکش میں اہم کردارادا کرتے ہیں۔سامعین یا دلچسپی رکھنے والے افراد کی بھاری تعداد کی صورت میں رسمی طور پر مواد کو پیش کیا جاتا ہے۔سامعین کی قلیل یامختصر تعداد کی صورت میں محدودانداز میں مواد پیش کیا جاتا ہے۔عوامی صنعت میں حصہ دار،حکومت، بنک،شعبہ محصول وغیرہ کومواد پیش کیا جاتا ہے۔یہاں پرسامعین یا دلچسپی رکھنے والے افراد کی بھاری تعداد پائی جاتی ہے۔مواد کوترتیب وار پیش کیا جاتا ہے۔ اس کے برخلاف کسی گھر کی آمدنی واخراجات گھر کےصدرخاندان اورافرادخاندان کے درمیان ہوتا ہے۔یہاں پرگہرائی کے ساتھ تجزیہ کی مدد سے مواد پیش نہیں کیا جاتا۔تعلیمی سمینار میں تعلیم یافتہ طبقہ وماہرین کی بھاری تعداد پائی جاتی ہے۔جس کے سبب مقالہ نگارمواد کوبہتر وقابل فہم انداز میں ترتیب وار پیش کرتے ہیں۔

4۔ ترسیل کا انداز Communication Style

ترسیل ذریعہ مواد کی پیشکش پر اثر انداز اہم عامل ہے جس کے ذریعہ سے مواد کو پیش کیا جاتا ہے۔اس کو ترسیلی ذریعہ کہتے ہیں۔سالانہ جرائد،اخبار،سمینار،زبانی گراف وغیرہ مختلف ذرائعوں سے مواد کو پیش کیا جاتا ہے۔جرائد واخبار کے لیےضروری جدول،ٹیبل اوراس وضاحت کے ساتھ مواد کو پیش کیا جاتا ہےضروت کے مطابق گراف میں ڈالا جاتا ہے۔اسی طرح سمینار میں مواد کے اہم نکات کو پیش کرتے ہوئے اہم نکات کی وضاحت بھی کی جاتی ہے۔ بحث ومباحثہ کے ذریعہ وضاحت بھی کی جاتی ہے۔ضرورت کے اعتبار سے جدول،ٹیبل اور گراف میں مواد کو پیش کیا جاتا ہے۔مواد کا تجزیہ ادبی مطالعہ سے تعلق رکھتا ہے۔اس لیے اس کو پیش کشی میں ادبی ذرائع اس کی اہمیت کا خاص خیال رکھا جاتا ہے۔سمنیار وغیرہ کے موقع پر مواد کو گراف،جدول اور مواد کو انیمشن کے ذریعہ موثر کن انداز میں پیش کیا جاتا ہے۔

5.5 مواد کی پیشکش کی وسعت Scope of Presentaion of Data

مواد کا انحصار ادارے کی نوعیت،فرم یا صنعت کی پیداوار مدت پر منحصر ہوتا ہے۔تعلیمی ادارے کا مواد غیر تعلیمی اداروں سے مختلف ہوتا ہے۔ دستکاری کی صنعتی مواد بھاری پیانے کی صنعتوں سے کافی مختلف ہوتا ہے۔مواد کا انحصار صنعت یا ادارے کی نوعیت و پیداوار پر منحصر ہوتا ہے۔اس اعتبار سے مواد کو مختلف حصوں میں تقسیم کرتے ہوئے پیش کیا جاتا ہے۔رسمی،غیر رسمی تنظمیں اپنے سالانہ کارکردگی کو ظاہر کرنے کے لیے مواد کو بہتر انداز میں پیش کرتے ہیں مواد کی پیشکش ہر چھوٹے و بڑے تاجرین کے لیے اہمیت کا حامل ہوتا ہے۔مواد کی پیشکش کے لیے ادارے یا تنظیم کی سال بھر کی کارکردگی پیداوار وغیرہ کے متعلق تفصیلی معلومات کا حاصل ہونا لازمی ہے۔اسکے ہر صنعت یا ادارے اپنے کارکردگی سالانہ مواد کی ترتیب دیتے ہیں۔ سالانہ ریکارڈس سرکاری تنظیمیں،رجسٹرڈ کمپنیاں،چھوٹے و بڑے پیداواری ادارے سالانہ کارکردگی کا باضابطہ اندراج کرتے ہیں یہ تمام ریکارڈس محصول کی ادائیگی وقرض کو حاصل کرنے میں مدد دیتے ہیں۔حصص دار وغیر فریقین ومحققین مواد کو استعمال کرتے ہیں۔حصص دار صنعت کی کارکردگی پر اطمنیان پیدا کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں جب کہ محققین اپنی تحقیق کے لیے مواد کا استعمال کرتے ہیں۔ہم اکثر دیکھتے ہیں کہ علاقہ میں پائے جانے والے مذہبی ادارے مساجد منادر گرجا گھر وغیرہ کے ذمہ دار افراد ماہانہ یا سالانہ حاصل چندے،عطیہ جات وانتظامی اخراجات،تعمیرات وغیرہ کے تفصیلات کو ادارے کے سالانہ اجلاس یا مذہبی جلسہ کے موقع پر پیش کرتے ہیں تفصیلات کو دیوار پر چسپاں کرتے ہیں۔تاکہ صفائی ہو سکے۔مواد کو پیش کرنا تقسیم کرنا لازمی ہوتا ہے۔آمدنی واخراجات کی نوعیت کے اعتبار سے ان کو ضمنی دارجہ بندی کی جاتی ہے۔مواد کا تجزیہ کی مدد سے غیر ضروری اخراجات پر قابو پانے میں مدد ملتی ہے۔مواد دوران مدت فرم یا صنعت کی کارکردگی کا اظہار کرتی ہے۔منصوبوں کی تکمیل یا اہداف کو حاصل کرنے میں مواد کا استعمال کیا جاتا ہے۔مواد کی پیشکش کا دائرہ کافی وسیع ہوتا ہے۔خیراتی ادارے سرکاری وغیر سرکاری دفاتع تعلیمی ادارے وغیرہ اپنی سالانہ کاروکردگی کو ظاہر کرنے کے لیے مواد کو جمع کرتے ہیں اور موزوں جدول وٹیبل اور گراف کی شکل میں پیش کرتے ہیں۔تاکہ قارئین کو آسانی سے سمجھ میں آجائے۔

5.6 مواد کی پیشکش کے طریقے Methods of Presentation of Data

کسی ادارے کی کارکردگی کے تفصیلی مطالعہ یا اظہار کے لیے لازمی ہے کہ دوران مدت کے ہر چھوٹے و بڑے معاملات کو سامنے رکھیں ہر

معاملے کا اندراج کیا ہو لین دین، کاروباری معاملات، نقدی لین دین، خرید وفروخت، صارفین کی تعداد، ملازمین کی تعداد، تنخواہیں، اجرت وغیرہ کی ادائیگی وغیرہ ہر معاملہ کا متعلقہ جدول یا ٹیبل میں اندراج کیا جاتا ہے۔ کھاتوں کی تیاری کے ایک مدت مقرر کیا جاتا ہے۔ عام طور پر کیلنڈر سال یا پھر مالیاتی سال کے اعتبار سے کھاتے تیار کرتے ہیں۔ بعض اوقات تاجرین اپنے مذہبی تہوار کو بنیاد بنا کر کھاتوں کی مدت کا تعین کرتے ہیں یہ مدت 12 ماہ پر مشتمل ہوتی ہے۔ دوران مدت کے معاملات مواد کی موجودگی، مواد کا تجزیہ کے طریقے وغیرہ کی بنیاد پر مواد کو پیش کرتے ہیں۔

مواد کی پیشکش کے چند اہم طریقوں کو ذیل میں بتلایا گیا۔

1۔انفرادی سلسلہ　　2۔تعددی سلسلہ　　3۔مسلسل سلسلہ

1۔ انفرادی سلسلہ　Individual Series

انفرادی سلسلہ مواد کو پیش کرنے کا ایک اہم اور قدیم طریقہ ہے۔ ایسا طریقہ جس میں مواد بے ترتیب پایا جاتا ہے۔ وہ انفرادی سلسلہ کہلاتا ہے۔ اس طریقہ میں مواد کا شروع واختتام کا کوئی قاعدہ یا اصول نہیں ہوتا بلکہ مواد کھلے اعداد میں پیش کیا جاتا ہے۔ چھوٹے کاروباری ادارے یا تاجرین، مقامی چھوٹے پیانے کے تاجرین، مقامی سطح کے لین دین وغیرہ کے لیے یہ طریقہ بہتر ومفید ہوتا ہے۔ اس طریقہ میں مواد کی تعداد بھی کم اور محدود ہوتی ہے۔ اس لیے انفرادی طور پر مواد پیش کیا جاتا ہے۔ انفرادی طور پر موجود مواد بے ترتیب پھیلے ہوئے پائے جاتے ہیں۔

مثال: ذیل میں ایک جماعت کے 50 طلبا کے علم سماجی علم کے 100 نمبر میں حاصل نشانات دئے گئے ہیں۔ مشاہدہ کیجئے۔

55	18	95	65	70	60	55	35	28	47
37	45	92	71	90	72	65	38	47	49
53	64	74	84	72	85	38	17	38	42
84	87	75	52	78	90	15	28	49	67
69	78	62	90	45	67	95	72	93	69

مذکورہ بالا مثال پر غور کرنے پر آپ محسوس کر سکتے ہیں کہ مواد بے ترتیب پھیلا ہوا ہے۔ کمرہ جماعت کے 50 طلبا کے نشانات میں اوسط نشانات کو محسوب کرنا یا جماعت میں کامیاب طلبا اور ان کے معیار کو محسوب کرنا کافی مشکل ہے۔ کافی غور وخوض کے بعد طلبا کے معیار کا اندازہ قائم کر سکتے ہیں لیکن فوراً طور پر معیار کو جانچنا یا معیار کو محسوب کرنا کافی مشکل ہے۔

انفرادی سلسلہ کے خصوصیات:　Features of individual Series

انفرادی سلسلہ کے خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ انفرادی سلسلہ بے ترتیب پایا جاتا ہے۔

2۔ انفرادی سلسلہ میں موجود مواد کی مدد سے کی نتیجہ کو اخذ کرنا کافی مشکل ہوتا ہے۔

3۔ انفرادی سلسلہ میں موجود مواد کو صرف غور وخوض کے ساتھ ہی نکات کی وضاحت ہوتی ہے۔

4۔ انفرادی سلسلہ میں مواد کی پیشکش میں کافی وقت درکار ہوتا ہے۔اس لیے یہ طریقہ غیر کفایتی اور غیر سائنسی ہوتا ہے۔

5۔ انفرادی سلسلہ چھوٹے پیمانے کے معاملات یا لین دین کے لیے موزوں ہوتے ہیں۔

2۔ تعددی سلسلہ Discrete Series

تعددی طریقہ مواد کو پیش کرنے کا ایک اہم طریقہ ہے۔اس طریقہ میں مواد دو قطاروں میں تریب وار مرتب ہوتا ہے۔انفرادی سلسلہ کے مقابلہ میں اس طریقہ میں مواد ترتیب وار جدول کی شکل میں پیش کیا جاتا ہے۔جدول پر سرسری مطالعہ پر بھی مواد کی کیفیت کو سمجھ سکتے ہی۔مواد جدول میں ترتیب وار قائم ہوتا ہے۔مواد کے ساتھ تعدد (Frequency) بھی پیش کی جاتی ہے۔اس طریقہ میں مواد کی تفہیم کافی آسان ہوتا ہے۔

ذیل کے مثال کے ذریعہ تعددی سلسلہ کی وضاحت ہوتی ہے۔

مثال2: ذیل میں ایک جماعت میں علم شماریات کے 100 نمبر کے امتحان میں حاصل 50 طلبا کی نشانات دئے گئے ہیں۔

نشانات	10	15	22	35	49	52	64	70	90
طلبا کی تعداد	2	3	6	5	9	10	15	21	1

مندرجہ بالا مثال کے تجزیہ یا مشاہدہ سے نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ 90 نشانات حاصل کرنے والا ایک طالب علم ہے 70 نشانات حاصل کرنے والے 21 طلبا ہیں اس طرح نشانات کے اعتبار سے طلبا کی تعداد کو محسوب کرتے ہوئے جماعت کے معیار کو آسانی سے محسوب کرسکتے ہیں۔

3۔ مسلسل سلسلہ Continuous Series

مسلسل سلسلہ مواد کو پیش کرنے کا ایک اہم منظّم طریقہ ہے۔دیگر طریقوں کے مقابلے میں اس طریقہ میں مواد مسلسل یا تسلسل کے ساتھ تریب وار منظّم انداز میں پیش کیا جاتا ہے۔مواد کی بہتر ترتیب کے لیے وقفہ جماعت کے ساتھ مسلسل سلسلہ تشکیل دئے ہوتے اس میں شامل تعدد (Frequency) کی تعداد کو بتلایا جاتا ہے۔اس طریقہ میں مواد کو ترتیب وار منظّم طریقہ پر ترتیب دیا جاتا ہے۔جس کے نتائج کا تجزیہ کرنے۔قیمتوں کو محسوب کرنے میں کافی مدد ملتی ہے۔مسلسل سلسلہ کی تشکیل کے لیے ذیل کے مثال پر غور کریں۔

مثال3: ذیل میں ایک جماعت کے 100 طلبا کے سالانہ امتحان میں 100 نشانات میں سے حاصل نشانات دئے گئے ہیں۔جس کی مدد سے مسلسل سلسلہ کے تحت جدول ترتیب دیں۔

85	12	41	56	35	47	56	47	48	56
75	65	12	35	8	17	56	45	35	90
35	45	55	65	75	95	85	15	25	45
47	48	56	96	80	90	35	18	32	47
51	62	73	84	95	37	84	49	92	46
6	25	35	46	57	68	79	42	47	56

22	45	39	53	65	70	16	19	22	39
45	65	95	42	85	39	44	55	66	67
19	12	9	47	55	65	70	79	85	65
85	89	65	55	42	59	62	65	55	54

مندرجہ بالا مثال میں اقل ترین عدد = 6، اعظم ترین عدد = 97 ہے۔

وقفہ جماعت 10 کے ساتھ مندرجہ ذیل جدول تیار کریں۔

وقفہ جماعت (Class Interval)	Tally Bar	تعدد (No of frequency)
0-10	|||	3
10-20	卌 |||	8
20-30	卌	5
30-40	卌 卌 |	11
40-50	卌 卌 卌 卌 |	21
50-60	卌 卌 卌 |	16
60-70	卌 卌 |||	13
70-80	卌 ||	7
80-90	卌 ||||	9
90-100	卌 ||	7
		100

Tally bar کی ترتیب کے دوران ہر ایک عدد کے لیے ایک لکیر کا نشان کے ساتھ ظاہر کیا جاتا ہے۔ ہر پانچویں عدد کو افقی لکیر کے ساتھ ایک گچھا (Bundle) بنایا جاتا ہے تاکہ گنتی میں سہولت ہو۔

حل: مندرجہ بالا اعداد بے ترتیب پھیلے ہوئے ہیں ان کا مطالعہ اور نتائج کو اخذ کرنا کافی دشوار وقت طلب غیر کفایتی ہے۔ مواد کی منظّم ترتیب کے لیے مسلسل سلسلہ کے تحت جدول کی شکل میں مواد کو ترتیب دینے کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ دئے ہوئے مواد کی تعداد: مسلسل سلسلہ میں مواد کو ترتیب دینے میں مواد کی تعداد اہم کردار ادا کرتا ہے۔ اسی کی بنیاد پر مسلسل سلسلہ کی مقدار طے ہوتی ہے۔ اس مثال میں مواد کی تعداد 100 ہے۔

2۔ دئے ہوئے مواد میں اقل ترین و اعظم ترین اعداد کی نشاندہی کریں۔ یہ مسلسل سلسلہ کی تشکیل کا حصہ ہوتے ہیں۔ اس مثال میں اقل ترین عدد 6 اور اعظم ترین عدد 97 ہے۔

3۔ وقفہ جماعت کا تعین کرنا: وقفہ جماعت مسلسل سلسلہ کا بنیادی پہلو ہے۔ نچلی اور بالائی حد کا درمیان فرق وقفہ جماعت کہلاتا ہے۔ مواد کی موزونیت کے اعتبار سے وقفہ جماعت مقرر کیا جاتا ہے۔ اس مثال میں اعداد دو ہندسی اعداد ہیں۔ اس لیے وقفہ جماعت 10 مقرر کرنا بہتر ہوگا۔ وقفہ جماعت تعدی (F) کو ترتیب دینے میں مدد ملتی ہے۔

4۔ تعدد کی ترتیب: وقفہ جماعت کے اعتبار سے مواد کو جدول کی شکل میں ترتیب دیا جاتا ہے۔ اس کے لیے Tally Bar کا کالم شامل کیا جاتا ہے۔ مثال میں موجود عدد میں وقفہ جماعت سے تعلق رکھتا ہو وہاں پر عمودی لکیر کی نشان لگا ہوتا ہے۔

فوائد Advantages

مواد کی پیشکش کے چند اہم فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ مواد کی ترتیب منظّم کرنے میں مدد ملتی ہے جس سے مواد کے تجزیہ میں سہولت پیدا ہوتی ہے۔

2۔ مواد کو ضرورت کے اعتبار سے مطالعہ کرنے اور مواد کے استعمال میں سہولت پیدا ہوتی ہے۔

3۔ مواد کو ضمنی تقسیم کرنے اور موزوں قطار یا جدول میں ترتیب دینے میں مدد ملتی ہے۔

4۔ مواد کو ضرورت کے اعتبار سے مختلف اشکال و ترسیم میں ظاہر کرنے سے تفہیم میں مدد ملتی ہے۔

مواد کی پیشکش کے تحدیدات Limitations of Presentation of Data

مواد کی پیشکش کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ مواد کی ترتیب و پیشکش میں ذاتی رائے و تجزیہ کا زیادہ دخل ہوتا ہے اس لیے فرد کی ذاتی دلچسپی کے اعتبار جدول بندی کے سبب حقائق میں تبدیلی کے امکانات پیدا ہوتے ہیں۔

2۔ مواد کی ترتیب کو سائنسی نقطہ نظر سے جانچنے و تصدیق ممکن نہیں ہے۔

3۔ جدول بندی یا مواد کی ترتیب میں اتفاقی غلطیوں کی اصلاح کا سائنسی طریقہ کار نہیں ہے۔

4۔ مواد کے تجزیہ میں ذاتی رائے کے اختلافات کے سبب نتائج میں فرق پیدا ہوتا ہے۔

5.7 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

مواس کو ترتیب وار منظّم انداز میں پیش کرنے سے صحیح اور درست نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ بے ترتیب مواد بے ترتیب پھیلے ہوئے ہوتے ہیں۔ ایسی صورت میں مواد کا تجزیہ کرنا اور صحیح و درست نتائج کو حاصل کرنا کافی مشکل ہوتا ہے۔ مواد کو نظم و ترتیب سے پیش کرنے پر میں ڈسکریٹ سلسلہ و مسلسل سلسلہ اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ ان دونوں انداز میں مواد کافی منظّم طور پر تقسیم ہوتا ہے۔ جس سے نتائج کو اخذ کرنے میں کوئی مشکل پیش نہیں آتی۔ بے ترتیب مواد کو ترتیب وار ترتیب دینے کے لیے جدول کا سہارا لیا جاتا ہے۔ موزوں وقفہ جماعت کے ساتھ تعددی جدول تیار کیا

جاتا ہے۔مواد کو منظّم طور پر پیش کرنے سے کافی فوائد حاصل ہوتے ہیں۔مواد کی ترتیب میں معمولی سی غلطی بھی غلط نتائج کے امکانات بڑھ جاتے ہیں۔نتائج کا بہتر تجزیہ کے لیے اعداد کو ترتیب دینا لازمی ہے۔

5.8 کلیدی الفاظ Key words

1۔ نچلی حد (Lower Limit) : وقفہ جماعت کا ابتدائی عدد کو نچلی حد کہتے ہیں۔

2۔ بالائی حد (Upper Limit): وقفہ جماعت کا آخری عدد کو بالائی حد کہتے ہیں۔

3۔ وسطی نقطہ (Mid Point): نچلی اور بالائی عدد کے درمیانی عدد کو وسطی نقطہ کہتے ہیں۔

4۔ ٹیلی بار (Tally Bar): مسلسل سلسلہ میں مواد کو ترتیب دینے کے دوراں گنتی کے لیے چھوٹی کھڑی لکیر کو ٹیلی بار کہتے ہیں۔

5.9 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

1۔ مواد کو منظّم طور پر ترتیب دینا.......................سلسلہ میں پایا جاتا ہے۔

2۔ 30-40 وقفہ جماعت میں نچلی حد..............................ہے۔

3۔ وسطی نقطہ 5 ہونے پر وقفہ جماعت.......................ہوگا۔

4۔ مسلسل سلسلہ میں 14 اعداد کو ٹیلی بار.................................طریقہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ مواد کی پیشکش سے کیا مراد ہے۔

2۔ مواد کی پیشکش کے مقاصد کو بیان کیجئے۔

3۔ مواد کی پیشکش کی وسعت کو بیان کیجئے۔

4۔ مواد کی پیشکش بے ترتیب اور ترتیب وار پیشکشی کے درمیان امتیاز کیجئے۔

5۔ انفرادی سلسلے کی خصوصیات بیان کیجئے۔

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

6۔ مواد کی پیشکش کو مسلسل سلسلہ کی اہمیت کو بیان کیجئے۔

7۔ مواد کی پیشکش پر اثر انداز اہم عوامل کو بیان کیجئے۔

8۔ مواد کی پیشکش کے استعمالات بیان کیجئے۔

9۔ ذیل کے مواد کی مدد سے وقفہ جماعت کے ساتھ مسلسل سلسلہ جدول تیار کیجئے۔

15	5	7	87	18	15	91	97	85	55

6	25	35	45	55	65	75	85	75	88
12	22	42	32	62	52	92	72	77	42
8	18	28	17	36	42	59	18	15	22
12	21	35	44	11	22	35	45	56	78

10۔ذیل کے مواد کی مدد سے مسلسل سلسلہ کا جدول تیار کیجئے۔

10	65	75	15	20	18	50	14	26	22
13	18	17	15	19	49	28	13	22	42
26	32	17	72	85	95	65	75	43	65
44	38	18	88	98	68	28	58	68	38
12	22	32	42	85	62	72	82	55	45

5.10 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 6۔ اشکال
Diagrams

Unit Structure | اکائی کی ساخت

6.0	تمہید	Introduction
6.1	مقاصد	Objectives
6.2	معنی و مفہوم اور تعریف	Meaning and Definition
6.3	اشکال کی اہمیت	Importance of Diagrams
6.4	اشکال کے استعمالات یا اطلاق	Uses of Application of Diagrams
6.5	اشکال کے اقسام	Types of Diagrams
6.6	اکتسابی نتائج	Learning out Comes
6.7	کلیدی الفاظ	Key Words
6.8	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
6.9	تجویز کردہ کتب	Reference Books

6.0 تمہید Introduction

ہم اپنی روزمرہ زندگی کے مختلف مواقعوں پر مختلف تصاویر یا اقسام کے اشکال دیکھتے ہیں۔ٹرافک کنٹرول کے لیے تیر کے نشان کے درمیان رنگین روشنی کا استعمال کیا جاتا ہے۔ہم دیکھتے ہیں کہ کرکٹ کے مقابلوں کے دوران میدان میں آنے والے کھلاڑیوں کا تعارف اور کارکردگی کو گراف میں ظاہر کرتے ہیں۔ یہ سال بجٹ کے پیشکش کے بعد بہتر تجزیہ و تفہیم کے لیے اعداد کو گراف کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔ بھاری پیمانے کی ضعیف اپنے مالیاتی رپورٹ کی آسان تفہیم کے لیے اعداد کو مفید و اشکال یا گراف میں بھی ظاہر کرتے ہیں۔اشکال یا گراف کی مدد سے کارکردگی کو سمجھنے میں کافی مدد ملتی ہے۔اس اکائی میں آپ بار گراف کے متعلق معلومات حاصل کریں گے۔

6.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- اشکال کے معنی و مفہوم کی وضاحت کر سکیں گے۔
- اشکال کی اہمیت و استعمالات کو بیان کر سکیں گے۔
- اشکال کی بناوٹ کے طور طریقوں کو بیان کر سکیں گے۔
- مختلف اشکال کے درمیان امتیاز کر سکیں گے۔

6.2 معنی و مفہوم اور تعریف Meaning and Definition

ہم اپنی روزمرہ زندگی میں مختلف موقعوں پر مختلف اشکال دیکھتے ہیں۔اشکال اپنے استعمال اور وضاحت میں منفرد مقام رکھتے ہیں۔

اشکال کی تفہیم کے لئے ذیل کے تعریفات کا مطالعہ کیجئے۔''بار گراف شکلی اظہار کا ایک اہم ذریعہ ہے۔مواد کو افقی یا عمودی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے جس سے سلاخی شکل کے اشکال حاصل ہوتے ہیں۔''

مواد کو ترسیمی کاغذ پر ظاہر کرنے سے مستطیل یا سلاخ نما حاصل ہونے والے گراف کو بار گراف کہتے ہیں۔

مستطیل شکل میں حاصل گراف کو بار گراف کہتے ہیں۔

6.3 اشکال کی اہمیت Importance of Diagrams

اشکال اپنی اہمیت و افادیت میں منفرد مقام رکھتے ہیں۔''ایک تصویر ہزاروں جملوں سے بھاری ہوتی ہے''۔تصویر معنی و مفہوم کی وضاحت میں کافی مددگار ثابت ہوتے ہیں۔مختلف اقسام کے گراف، بار گراف، کثیر تعدادی اضلاع، پائی گراف ترسیم وغیرہ کو علم شماریات میں اشکال سے مراد کیا جاتا ہے۔اشکال کی مدد سے تعلیمی، صنعتی، کھیل کود، تعمیرات وغیرہ مختلف عوامل کی وضاحت کی جاتی ہے۔اشکال اپنے استعمال اور وضاحت میں ایک دوسرے سے مختلف ہوتے ہیں۔بعض اشکال کی مدد سے آسان تفہیم ممکن ہے۔تفہیم کو آسان بنانے کے لئے موزوں ترسیم، گراف و اشکال کا استعمال کیا جاتا ہے۔تعلیمی ادارے اپنے سالانہ کارکردگی، کامیابی کو اعداد یا فیصد کی شکل میں ظاہر کرنے کے ساتھ ساتھ گراف کی شکل میں بھی ظاہر

کرتے ہیں۔گراف کی مدد سے تعلیمی کارکردگی کا آسانی سے اظہار ہوتا ہے۔کامیاب طلباء کا فیصد، ملازمت حاصل کرنے والے طلباء کا فیصد، کھیل کود میں نمایاں مقام حاصل کرنے والے طلباء کا فیصد وغیرہ چند اہم تعلیمی میدان کے پیمانے ہیں، جس کو بارگراف، پائی گراف وترسیم کی شکل میں کارکردگی کو ظاہر کرتے ہیں۔اسی طرح صنعتی و پیداواری ادارے بھی اپنی سالانہ پیداوار، خرید وفروخت، آمدنی واخراجات یا مالی موقف کو اعداد کے ساتھ فیصد میں بھی ظاہر کرتے ہیں۔ مالی موقف کی آسان تفہیم کے لئے باریا پائی گراف میں بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔اسی طرح سرکاری ادارے، قومی سطح پر شرح پیدائش واموات مردم شماری، خواندگی کی شرح دیہی وشہری آبادی روزگار و بیروزگار افراد کی تعداد، درآمدات و برآمدات وغیرہ کو فیصد کے ساتھ گراف کی شکل میں ظاہر کرتے ہوئے نکات کو آسان بنانے کی کوشش کی جاتی ہے۔

اشکال کی اہمیت

1۔ اشکال کی مدد سے کسی بھی ادارے کی کارکردگی کی تفہیم میں آسانی ہوتی ہے۔

2۔ اشکال کو بنانا کافی آسان ہوتا ہے، اس لئے چند مشکل اجزاء کو بھی اشکال کی مدد سے آسان تفہیم کی جاسکتی ہے۔

3۔ اشکال کی مدد سے قارئین، صارفین طلباء، اولیائے طلباء، حصص دار، بینک وغیرہ پر اچھے تاثرات پیدا کرتے ہیں۔

4۔ اشکال کی مدد سے کم وقت میں مکمل جانکاری حاصل ہوتی ہے۔

5۔ اشکال کافی کفایت بخش ہوتے ہیں۔کم وقت، کم لاگت میں اشکال کی تیاری سے وسیع یا بھاری اعداد کو بھی کافی آسانی سے پیش کرنے میں مدد ملتی ہے۔

6.4 اشکال کے استعمالات یا اطلاق Uses and Applications of Diagrams

اشکال کا استعمال کافی مشکل کام ہے لیکن سنجیدگی سے اس کے استعمال سے کافی مثبت نتائج حاصل ہوتے ہیں۔اشکال کے چند اہم استعمالات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ مالی موقف کی وضاحت:

صنعتیں و پیداواری ادارے اپنے سالانہ رپورٹس میں سال بھر کے آمدنی و اخراجات، پیداوار، خرید وفروخت وغیرہ وغیرہ مختلف اہم معاملات کو مختلف جدول کی شکل میں پیش کرتے ہیں اور ساتھ ہی فیصد میں بھی بتلایا جاتا ہے۔ راست پیداواری مصارف بالراست پیداواری مصارف، آمدنی، ماہانہ وسالانہ خرید وفروخت وغیرہ مختلف معاملات کو تجزیہ کے ذریعے اعداد و فیصد کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔اس کو ایک تعلیم یافتہ افراد ہی آسانی سے سمجھ سکتے ہیں۔ساتھ ہی غیر تعلیم یافتہ افراد کی تفہیم کے لئے اشکال ہی ایک اہم ذریعے ہے۔اشکال کی بدولت تعلیم یافتہ شخص کے ساتھ ساتھ غیر تعلیم یافتہ شخص بھی آسانی سے سمجھ سکتا ہے، بلکہ تفہیم کو مزید آگے بڑھانے میں بھی مدد ملتی ہے۔ بھاری پیمانے کی صنعتیں اپنی کارکردگی کو بہتر انداز میں ظاہر کرنے کے لئے مالیاتی گوشواروں کے ساتھ ساتھ اشکال میں بھی کارکردگی کو ظاہر کرتے ہیں، جس سے حصص داروں وصارفین کو مطلب فہمی میں آسانی ہوتی ہے۔

2۔ انفرادی طور پر استعمال:

اشکال کو انفرادی شخص اپنی آمدنی واخراجات کے درمیان تعلق وامتیاز کرنے کے لئے اشکال کا استعمال کیا جاتا ج ہے۔ایک شخص اپنی ماہانہ آمدنی کو گھریلو اخراجات کی ادائیگی کے بعد فاضل رقم کو محفوظ رکھتا ہے۔ایک فرد اپنے افراد خاندان کے مختلف اقسام کے اخراجات کے تقابل کے لئے اشکال کا استعمال کرتے ہیں۔تعلیمی' طبی' غذائی' ملبوسات وغیرہ ہر خاندان کے اخراجات ہیں، آمدنی میں سے کتنے فیصد اخراجات کونسے مد پر عائد ہوتے ہیں، اس کو فیصد کے ساتھ ساتھ اشکال میں ظاہر کرنے سے تفہیم میں سہولت پیدا ہوتی ہے۔عام طور پر گھریلو آمدنی واخراجات کے اظہار کے لئے پائی گراف کا استعمال کیا جاتا ہے۔

3. سرکاری سطح پر:

اشکال کو سرکاری وغیر سرکاری ادارے بھی استعمال کرتے ہیں۔ ریاستی' علاقائی' مرکزی حکومت اشکال کے ذریعے اپنی کارکردگی کو ظاہر کرتے ہیں، تاکہ ہر عام وخاص فرد کو آسانی سے سمجھ میں آسکے۔قومی سطح پر شرح پیدائش واموات' شرح روزگار' درآمدات وبرآمدات' صنعتی پیداوار' قومی آمدنی کی سطح' چھوٹے پیانے کی صنعتیں' علاقہ واری عدم توازن' شرح خواندگی' جنسی تناسب وغیرہ مختلف اقسام کے امداد کو ترسیم میں ظاہر کرتے ہیں جس کی مدد سے آسانی سے مطلب فہمی ہوتی ہے۔

4۔ شعبہ شماریات:

بارگراف کا استعمال شعبہ شماریات میں کثرت سے ہوتا ہے۔ ہر ضلع' ریاست وملک کا ایک شعبہ شماریات ہوتا ہے جو اپنے علاقے کے آب وہوا' جنگلاتی کیفیت' موسمی حالات' بارش' دریا' قدرتی وسائل' جانوروں کی تعداد' انسانی آبادی' شرح پیدائش واموات' عمر کے اعتبار سے نفوس کی تعداد' مدارس کی تعداد' جنسی تناسب' روزگار' صنعتی وپیداواری کیفیت' چھوٹے پیانے کی صنعتیں وغیرہ وغیرہ کا ریکارڈ رکھتی ہے۔اس کی آسان تفہیم کے لئے بارگراف میں ظاہر کرتے ہیں جس سے سابقہ سال کے ساتھ تقابل کرتے ہوئے موجودہ سطح پر مطالعہ میں سہولت ہوتی ہے۔

5۔ منصوبہ بندی:

اشکال کو منصوبہ بندی میں بھی کثرت سے استعمال کیا جاتا ہے۔سابقہ کارکردگی کو ملحوظ رکھتے ہوئے مستقبل کے لئے قلیل مدتی وطویل مدتی منصوبہ تشکیل دیئے جاتے ہیں۔اہداف یا نشانہ کو مقرر کرنا ایک مشکل کام ہے لیکن اس کو آسان بنانے کے لئے اشکال کا استعمال کیا جاتا ہے۔

6۔ پیش قیاسی:

پیش قیاسی میں گراف کا استعمال کافی مقبول ہے۔صنعت اپنے سابقہ ایام یا ماہانہ یا کئی سال کے اعداد کو ترسیم میں ظاہر کرتے ہیں۔امید کرتے ہیں کہ اس طرح اگلے سال بھی بہتر کارکردگی ظاہر ہوگی۔سابقہ سال کے اعداد کی بنیاد پر بنائے گئے ترسیم کو پیش قیاسی کے لئے آگے بڑھاتے ہیں۔اگلے چند مہینوں میں صنعتی پیداوار' طلب' فروخت وغیرہ کے نشانہ کے تعین میں اشکال کافی مدد دیتے ہیں۔

6.5 اشکال کے اقسام — Types of Diagrams

سلاخی یا بارگراف — Bar Graph

بارگراف ایک اہم قسم کی شکل ہے جو مستطیل نما ہوتے ہیں۔ بظاہر یہ سلاخ کی طرح نظر آتے ہیں۔اسی لئے انہیں سلاخی گراف بھی کہتے

ہیں۔ تعلیمی وصنعتی میدان میں اس گراف کا کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔

بارگراف کی تیاری کے اصول یا اقدامات Steps of Preparing Bar Graph

بارگراف کی تیاری کے مراحل یا اصول کو ذیل میں بتلایا گیا ہے:

1۔ ترسیمی کاغذ پر X اور Y محور کی نشاندہی کریں۔

2۔ X پر ماہانہ، سال، وقفہ جماعت، تنخواہ کو بتلایا جاتا ہے اور Y محور پر پیداوار کی مقدار، مزدوروں کی تعداد، تعدد (F) کو بتلایا جاتا ہے۔

3۔ اعداد کے اعتبار سے پیمانہ (Scale) کا تعین کریں۔

4۔ اعداد کے اعتبار سے X اور Y محور پر پنسل سے نشاندہی کریں یا نقاط بنائیں۔

5۔ متعلقہ نقاط کو جوڑیں جس کے سلاخ نما یا مستطیل نما گراف حاصل ہوتا ہے۔

6۔ گراف کی بلندی کے اعتبار سے نتائج کا تجزیہ کریں۔

بارگراف کے خصوصیات Features of Bar Graph

بارگراف کے چند اہم خصوصیات کو ذیل میں بتایا گیا ہے:

1۔ بارگراف مسطیل یا سلاخی نما ہوتے ہیں۔

2۔ بارگراف کی بنیادی (Base) مشترکہ ہوتے ہیں۔

3۔ تمام بارگراف کی چوڑائی یکساں ہوتی ہے۔

4۔ بارگراف کی اونچائی یا بلندی تعدد (F) یا اعداد پر منحصر ہوتی ہے۔ Y محور پر بتلائے گئے اعداد کی تعداد کم ہونے پر بارگراف کی بلندی کم اور زیادہ اعداد کی صورت میں بارگراف کی بلندی اونچی ہوتی ہے۔

5۔ ہر بار کے درمیان فاصلہ مساوی رکھنا چاہیئے۔

مثال: ذیل میں ایک صنعت کی چھ (6) مہینوں کی پیداوار دی گئی ہے جس کی مدد سے سلاخی (Bar) گراف تیار کیجئے۔

جون	مئی	اپریل	مارچ	فروری	جنوری	مہینے
40	80	60	100	50	20	پیداوار (ٹن)

حل: مندرجہ ذیل بالا سوال میں چھ (6) کی پیداوار کی تفصیلات دی گئی ہیں۔ ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ ترسیمی کاغذ پر بائیں جانب سے پنسل کی مدد سے X اور Y محور کی نشاندہی کیجئے۔
(افقی خطہ X محور اور عمودی خطہ Y محور ہوتا ہے)

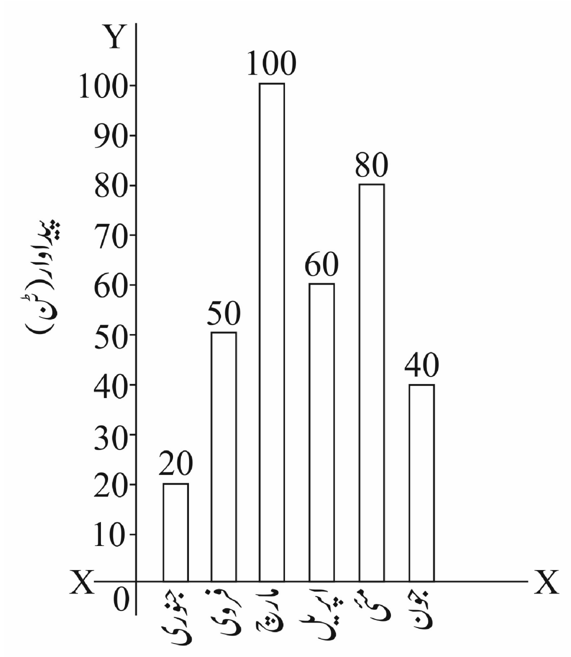
2۔ X محور پر مہینوں کے اقسام اور Y محور پر پیداوار (ٹن) کو بتلایا جائے۔

3۔ مہینوں اور ٹن کے لئے پیمانہ اسکیل کا تعین کریں۔یعنی X اور Y محور پر ایک نئی میٹر سے کیا مراد لیا گیا ہے۔

4۔ ہر مہینہ کے متعلقہ اعداد کے اعتبار سے ترسیمی کاغذ پر نقاط کی نشاندہی کیجئے۔

5۔ پنسل کی مدد سے نقاط کو جوڑ یئے، جس سے سلاخ نما گراف حاصل ہوں گے جو بار گراف کہلاتے ہیں۔

مندرجہ بالا اعداد کو حسبِ ذیل بار گراف میں بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے۔



مندرجہ بالا گراف سے X محور پر مہینوں اور Y محور پر پیداوار کو (ٹن) بتلایا گیا ہے۔گراف کی شکل سلاخی نما ہے، ساتھ ہی یہ مستطیل نما بھی نظر آتے ہیں، اس لئے ان گراف کو سلاخی یا بار گراف کہتے ہیں۔گراف کے تجزیہ سے ہر مہینہ کی پیداوار کی مقدار اور ان کے درمیان تقابل کرنے میں مدد ملتی ہے۔X محور پر ہر سنٹی میٹر پر مہینہ اور Y محور پر سنٹی میٹر پر ٹن پیداوار کا پیمانہ تصور کیا گیا ہے۔گراف ایک دوسرے سے جڑے ہوئے بھی تیار کر سکتے ہیں یا پھر الگ الگ گراف بھی تیار کر سکتے ہیں۔دونوں طرز کے تیار کردہ گراف کا مشاہدہ کیجئے۔

سلاخی (بار) گراف کے فائدے Advantages of Bar Graph

سلاخی گراف کے چند اہم فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے:

1۔ سلاخی گراف کی تیاری کافی آسان اور قابلِ فہم ہے۔

2۔ سلاخی گراف کو تعلیم یافتہ شخص کے ساتھ ساتھ غیر تعلیم یافتہ شخص بھی آسانی سے سمجھ سکتا ہے۔

3۔ سلاخی گراف کی مدد سے غیر واضح عوامل کو بھی آسانی سے واضح کیا جا سکتا ہے۔

4۔ سلاخی گراف کو تعلیمی، صنعتی، سرکاری، غیر سرکاری ادارے، بینک، مذہبی ادارے، شعبہ طلب وغیرہ مختلف ادارے اپنی آمدنی و اخراجات یا کارکردگی کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کرتے ہیں۔

5۔ تمام گراف میں بارگراف کثرت سے استعمال ہونے والا گراف ہے جو اس کی اہمیت کو ظاہر کرتا ہے۔
6۔ بارگراف کی مدد سے بڑے، وسیع یا بھاری اعداد کو مختصر اور قابلِ فہم انداز میں پیش کر سکتے ہیں۔
7۔ جدول اعداد کے مقابلے میں بارگراف کی مدد سے آسانی سے تفہیم ہوتی ہے۔

سلاخی (بار) گراف کے خامیاں Disadvantages of Bar Graph

سلاخی گراف کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے:

1۔ سلاخی گراف کی تیاری کے لئے گراف کی تیاری کے اصول وقواعد سے واقف ہونا لازمی ہے۔
2۔ غیر تعلیم یافتہ فرد سلاخی گراف کو تیار نہیں کر سکتا۔
3۔ سلاخی گراف میں نقاط کے تعین کے دوران معمولی غلطی سے غلط نتائج پیش کر سکتے ہیں۔

پائی (دائری) گراف Pie Graph

William Play Fair براعظم یورپ کے ملک اسکاٹ لینڈ (Scottish) کے شہری ہیں جو انجینئر اور Political Economist بھی ہیں، جو فرانس سے جنگ کے دوران برطانیہ کے راز دار تھے۔ انہوں نے اپنے تجربات کی بنیاد پر مختلف گراف واشکال کو ایجاد کیا۔ 1786ء میں خطی چارٹ کو پیش کیا۔ 1801ء میں پائی کو متعارف کیا۔

مورخین کے مطابق لفظ پائی (Pie) کا استعمال یونانیوں نے کیا تھا۔ انہوں نے پائی اور آٹے سے ملا کر پیسٹری بنائی اور رومیوں نے اس میں مختلف اقسام کے گوشت وغیرہ ملا کر بطور غذا استعمال کیئے تھے۔ اکثر بیکری میں مختلف اقسام پھلوں وغیرہ سے بنے پیسٹری ملتی ہے جو پائی سے مشابہہ ہوتی ہے۔

پائی گراف ایک اہم گراف ہے۔ یہ گراف دائری نما ہوتا ہے۔ دائرے میں جملہ 360 ڈگری درجے پائے جاتے ہیں۔ مواد (Data) کو درجوں میں تقسیم کرتے ہوئے پائی گراف تیار کیا جاتا ہے۔ درجوں کے اعتبار سے حاصل حلقوں کو مختلف رنگوں میں ظاہر کرتے ہوئے مواد کی تفہیم یا وضاحت ہوتی ہے۔ پائی گراف کی مدد سے نتائج کا تجزیہ کرنے اور نتائج کو حاصل کرنے میں مدد ملتی ہے۔ پائی گراف دائرہ شکل میں ظاہر کی جاتی ہے جو اعداد کے اعتبار سے حصوں میں تقسیم ہوتی ہے۔

پائی چارٹ یا گراف دائری شکل کا ہوتا ہے، اسی لئے اس کو دائری چارٹ بھی کہتے ہیں۔ دیئے گئے مواد کو دائرے کے اندر مختلف حصوں میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ ہر ایک حصہ اپنی علیحدہ شناخت رکھتا ہے۔

پائی چارٹ یا گراف کی تیاری کا طریقہ

پائی چارٹ دائرہ نما ہوتا ہے۔ ایک دارئے میں 360 ڈگری درجے پائے جاتے ہیں۔ حاصل مواد (Data) کو درجوں میں تقسیم کرتے ہوئے دائرے میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ذیل کے ضابطہ کی مدد سے مواد کو درجوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

پہلے مواد کا انفرادی حصوں کا فیصد معلوم کریں۔

100×مواد کا مجموعہ/انفرادی مواد

حاصل فیصد کو دائرے کے 360 ڈگری میں ضمنی تقسیم کریں یا ذیل کے ضابطے کو استعمال کریں۔

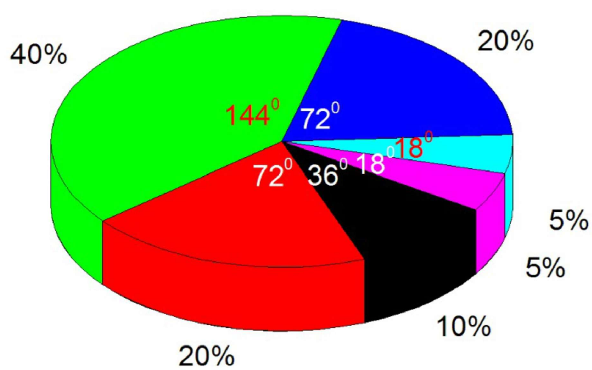
مواد کا مجموعہ/انفرادی مواد×360

مثال: ذیل میں ایک شخص کی ماہانہ آمدنی میں سے اخراجات کی تفصیل دی گئی ہے، جس کی مدد سے پائی گراف تیار کیجئے۔

اخراجات	تعلیم	طلب	غذا	مکان کا کرایہ	سفری	متفرق اخراجات	جملہ
روپئے	10,000	20,000	40,000	20,000	5,000	5,000	1,00,000
فیصد	10%	20%	40%	20%	5%	5%	100%

حل:

اخراجات	تعلیم	طلب	غذا	مکان کا کرایہ	سفری	متفرق اخراجات	جملہ
روپئے	10,000	20,000	40,000	20,000	5,000	5,000	1,00,000
فیصد	10%	20%	40%	20%	5%	5%	100%
درجہ میں تقسیم	36	72	144	72	18	18	360



6.6 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

خلاصہ: اشکال مضمون کو سمجھنے میں کافی کارآمد ہوتے ہیں۔ مضمون کی وضاحت کے لئے اشکال کا سہارا لیا جاتا ہے۔ اشکال اپنی نوعیت و قسم میں مختلف اقسام کے پائے جاتے ہیں۔ مختلف تعلیمی ادارے اپنی سالانہ کارکردگی کا اظہار کے لئے فیصد کے ساتھ ساتھ اشکال و گراف کا سہارا بھی لیتے ہیں۔ گراف کو مختلف مضامین میں کثرت سے استعمال ہوتے ہیں۔ ہر مضمون موضوع کی وضاحت کے اعتبار سے گراف کا استعمال کرتے ہیں۔ مدارس، صنعتیں، سرکاری وغیر سرکاری ادارے، تنظیمیں وغیرہ اپنی سالانہ کارکردگی کو ظاہر کرنے کے لئے بار گراف و پائی گراف کا استعمال کرتے ہیں۔ ہر

گراف اپنی منفرد شناخت اور خصوصیت رکھتا ہے۔ بار گراف سلاخ نمایا مستطیل ہوتے ہیں۔

ترسیمی کاغذ پر افقی خط X محور اور عمودی خط Y محور کھینچا جاتا ہے۔ X محور پر بنیادی اعداد اور Y محور پر تعدد (F) کو بتلایا جاتا ہے۔ اعداد کے نقاط بندی اور ان سے بچنے والے اشکال مستطیل نما ہوتے ہیں۔ مستطیل نما اشکال ادارے کی کارکردگی کو سمجھنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔ سلاخ کی اونچائی تعدد پر منحصر ہے۔

پائی گراف دائرہ نما ہوتا ہے۔ ایک دائرے میں جملہ 360 ڈگری درجے ہوتے ہیں۔ اعداد کو 360 ڈگری کی نسبت میں محسوب کرتے ہوئے حاصل درجوں کی بنیاد پر دائرے میں حصے بناتے ہیں۔ موضوع کی وضاحت کے لئے دائرے کے اندرونی حصوں کو مختلف رنگ سے ظاہر کیا جاتا ہے، تاکہ ہر حصہ علیحدہ علیحدہ طور پر ظاہر ہو سکے۔

اشکال کی مدد سے مالیاتی گوشواروں اور کارکردگی کا صاف اظہار ہوتا ہے۔ تعلیم و غیر تعلیم یافتہ افراد کو بھی آسانی سے سمجھ میں آتا ہے۔

6.7 کلیدی الفاظ Keywords

پائی (Pie) : دائرے سے مراد لیا جاتا ہے۔

X محور : ترسیمی کاغذ پر افقی خط کو X محور کہتے ہیں۔

Y محور : ترسیمی کاغذ پر عمودی خط کو Y محور کہتے ہیں۔

6.8 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پُر کیجئے۔

1۔ بار گراف کی شکل ________________ نما ہوتی ہے۔

2۔ پائی گراف کی شکل ________________ نما ہوتی ہے۔

3۔ پائی گراف کو سب سے پہلے ____________ نے پیش کیا۔

4۔ تعدد یا مزدوروں کی تعداد کو ترسیمی کاغذ کے ____________ محور پر بتلایا جاتا ہے۔

5۔ دائرے میں جملہ ____________ درجے ہوتے ہیں۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ بار گراف کے خصوصیات بیان کیجئے۔

2۔ گراف کی اہمیت کو بیان کیجئے۔

3۔ پائی گراف کی اہمیت کو بیان کیجئے۔

4۔ ترسیمی کاغذ پر گراف کی تیاری کے مراحل کو بیان کیجئے۔

5۔ X اور Y محور پر بتلائے جانے والے مدات کی وضاحت کیجئے۔

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

6۔ بارگراف کے مفہوم کو بیان کرتے ہوئے اس کی تیاری کے مراحل کو بیان کیجئے۔

7۔ پائی گراف کے مفہوم کو بیان کرتے ہوئے اس کی تیاری کے مراحل کو بیان کیجئے۔

8۔ بارگراف کے استعمالات کو بیان کیجئے۔

9۔ ذیل میں دیئے گئے تفصیلات کی مدد سے بارگراف تیار کیجئے۔

سال	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
فروخت(000)	200	400	800	1000	100	200	300

10۔ ذیل میں بجٹ کے متعلق تفصیل معلومات دیئے گئے ہیں، جن کی مدد سے پائی گراف تیار کیجئے۔

تفصیلات	تعلیم	صنعتوں	تحقیق	طب	قومی سلامتی	متفرق
رقم (لاکھ)	100	200	100	400	1000	200

11۔ ذیل میں ایک مدرسے کے کامیابی کا فیصد دیا گیا ہے، جس کی مدد سے بارگراف تیار کیجئے۔

سال	2016	2017	2018	2019	2020	2021
کامیابی کا فیصد	20%	50%	80%	100%	50%	30%

6.9 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 7۔ ہسٹوگرام (نسیجی یا مستطیلی ترسیم)
Histogram

Unit Structure
اکائی کی ساخت

7.0	تمہید	Introduction
7.1	مقاصد	Objectives
7.2	معنی ومفہوم اور تعریف	Meaning and Definition
7.3	ہسٹوگرام کی خصوصیات	Importance of Histogram
7.4	ہسٹوگرام گراف کی تیاری کے مراحل	Steps of Calculation of Histogram
7.5	ہسٹوگرام کی ماہیت اور نوعیت	Nature of Histogram
7.6	ہسٹوگرام کی اہمیت واستعمالات	Importance and Uses of Histogram
7.7	اکتسابی نتائج	Learning out Comes
7.8	کلیدی الفاظ	Key Words
7.9	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
7.10	مطالعہ کردہ کتب	Reference Books

7.0 تمہید Introduction

تعلیمی، صنعتی، پیداواری بنک وغیرہ مختلف ادارے اپنے سالانہ کارکردگی کی وضاحت کے لیے سالانہ رپورٹ کو شائع کرتے ہیں۔ان رپورٹ میں ادارے کی نوعیت کے اعتبار سے حاصل سرمایہ کی کیفیت، خرید وفروخت، نفع ونقصان، اخراجات وآمدنی، اثاثوں کی خریدی وفروخت وغیرہ کی مختلف کھاتے گوشوارے تیار کرتے ہیں۔ان کو آسان تفہیم کے لیے مختلف اقسام کے گراف کا استعمال کیا جاتا ہے۔گراف کی مدد سے آسانی سے تفہیم ہوتی ہے۔قومی و بین الاقوامی کھیل کود کے مقابلوں کے دوران کھلاڑیوں کا تعارف کے ساتھ گراف کی شکل میں کارکردگی کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ گراف دراصل مختلف اقسام کے پائے جاتے ہیں۔اس اکائی میں ہسٹوگرام کے متعلق معلومات حاصل کرسکیں گے۔

7.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- ہسٹوگرام کے معنی ومفہوم کو بیان کرسکیں۔
- ہسٹوگرام کی اہمیت وافادیت کی وضاحت کرسکیں۔
- ہسٹوگرام کے استعمالات کی وضاحت کرسکیں۔
- ہسٹوگرام کے تیاری کے طریقہ کار کو بیان کرسکیں۔

7.2 معنی ومفہوم اور تعریف Meaning and Definition

ہسٹوگرام کے معنی ومفہوم کی تشریح کے لیے ذیل کے تعریفات کا مطالعہ کیجئے۔

1۔ ہسٹوگرام شکلی اظہار کا ایک اہم طریقہ ہے اس میں اعداد کو ترسیمی کاغذ پر سلاخی گراف میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

2۔ دیے ہوئے اعداد کو ترسیمی کاغذ پر مستطیل شکل میں گراف میں اظہار کرنا ہسٹوگرام کہلاتا ہے۔

3۔ ہسٹوگرام ترسیمی اظہار کا ایک اہم طریقہ ہے جس میں اعداد کو معطیات کو مسلسل سلسلے میں جوڑتے ہوئے ترسیمی کاغذ پر سلاخی یا مستقل شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

4۔ ترسیمی کاغذ پر مستطیل شکل میں اعداد کا ظہار ہسٹوگرام کہلاتا ہے۔

5۔ ہسٹوگرام ترسیمی اظہار کا ایک اہم طریقہ ہے جس میں اعداد کو مستطیل شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔مستطیل اشکال ایک دوسرے جڑے ہوئے ہوتے ہیں۔

ہسٹوگرام علم شماریات میں کثرت سے استعمال اہم گراف ہے یہ صنعتی وغیر صنعتی، سرکاروغیرسرکاری اداروں میں کارکردگی کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔اس کو یہ طبعی اعداد (Numerical Data) کی صورت میں تیار کیا جاتا ہے۔ہسٹوگرام کو سب سے پہلے کارل پیرسن

(Karl Pearson) نے پیش کیا۔ ہسٹو گرام کے لیے اعداد کو مساوی وقفہ جماعت میں ترتیب دینا ہوتا ہے۔آسان تفہیم کے لیے وقفہ جماعت (Class Intervals) کو اصطلاح Bin یا Bucket کا استعمال کیا گیا تھا۔لفظ Histogram دو یونانی الفاظ کا مجموعہ ہے۔ یونانی (Greek) لفظ "Histos" کے معنی قطب (Pole) یا Mast اور "GRAM" سے مراد چارٹ یا گراف (Chart or Graph) کے ہیں اس طرح ہسٹو گرام کے لفظی معنی قطب نما چارٹ سے مراد ہے اس کو Polar Chart بھی کہا جاتا ہے۔

ہسٹو گرام کی قطب (Pole) طرح مستطیل نما (بازو بازو) واقع ہوتے ہیں۔ہسٹو گرام عمودی یا بار یا سلاخ نما ہوتے ہیں۔

مندرجہ بالا تعریفات کی روشنی ظاہر ہوتا ہے کہ

ہسٹو گرام اعداد کو مستطیل نما گراف میں ظاہر کیا جاتا ہے۔جس میں ظاہر کیے جانے والے تمام گراف مستطیل نما ایک دوسرے سے متصل ہوتے ہیں۔ یہ سلاخی گراف نما ہوتے ہیں۔

7.3 ہسٹو گرام کے خصوصیات Characteristics of Histogram

ہسٹو گرام کے چند اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ ہسٹو گرام کی شکل مستطیل نما ہوتی ہے۔

2۔ ہسٹو گرام میں تمام مستطیل گراف ایک دوسرے سے متصل ہوتے ہیں یعنی دونوں مستطیل کے درمیان کوئی خلاء نہیں ہوتی۔

3۔ عددی یا اعداد کی شکل (Numerical) میں مواد کی فراہمی کی صورت میں ہسٹو گرام تیار کیا جاتا ہے۔

4۔ ہسٹو گرام سلاخی (Bar) نما ہوتے ہیں۔

5۔ دستیاب مواد مسلسل سلسلہ یا تسلسل کے ساتھ فراہمی کی صورت میں ہسٹو گرام گراف تیار کیا جاتا ہے یعنی یہ انفرادی مواد کو چھوڑ کر تعددی سلسلہ (Descrete Series) اور مسلسل سلسلہ (Continous Series) میں تیار کیا جاتا ہے۔

6۔ ہسٹو گرام افقی اور عمودی بار پر مشتمل ہوتا ہے۔اس کی چوڑائی اور لمبائی دئے ہوئے مواد کی نمائندگی کرتے ہیں۔

7۔ ہسٹو گرام گراف مواد کی بصری تشریح کرتا ہے۔

7.4 ہسٹو گرام گراف کی تیاری کے مراحل Steps of Calculation of Histogram

ہسٹو گرام گراف کی تیاری کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ مواد کی موزونیت کے اعتبار سے ترسیمی کاغذ پر X اور Y محور کی لکیر کھینچیے۔

2۔ وقفہ جماعت کو X محور پر اور تعدد (Frequency) کو Y محور پر ظاہر کریں۔

3۔ ترسیمی کاغذ پر مواد کی نقطہ سازی (Point) کے لیے مساوی پیمانہ (Scale) اختیار کریں۔

4۔ وقفہ جماعت کے سامنے موجود تعدد (Frequency) کے اعتبار سے بار گراف مستطیل نما شکل کریں۔

5۔ دیے ہوئے قدروں یا اعداد کو مساوی وقفہ سعت (Range) میں تقسیم کریں۔ ہر وقفہ میں شامل متغیرات (تعدد) کی تعداد کو

نوٹ کریں۔

7.5 ہسٹو گرام کی ماہیت یا نوعیت Nature of Histogram

ہسٹو گرام علم شماریات کے اہم ترسیم میں سے ایک ہے۔اس کو یہ برطانوی ماہر ریاضی داں کارل پیرسن نے پیش کیا ہے۔ یہ مستطیل نما گراف ہیں جوایک دوسرے سے مستقل ہوتے ہیں۔دئے ہوئے اعداد یا معطیات کو مساوی وقفہ جماعت کے اعتبار سے تقسیم کرنے پر گراف حاصل ہوتی ہے۔اعداد یا معطیات کی بہتر تشریح میں ہسٹو گرام اہم کردار ادا کرتی ہے۔

معطیات یا مواد (Data) کو ایک موزوں مقدار میں تقسیم کی جاتی ہے۔جس سے مساوی وقفہ جماعت کے ساتھ سلسلہ حاصل ہوتی ہے۔ ہر ایک حصہ کو Bins کہتے ہیں۔مثلاً دئے ہوئے مواد (Dat) کی تعداد 50 ہے۔10 مساوی حصوں میں تقسیم کرنے پر ایک حصہ 5 وقفہ جماعت کے ساتھ 10 مساوی حصے حاصل ہوتے ہیں۔دیے ہوئے مواد کی تعداد بڑھانے پر وقفہ جماعت کی تعداد گھٹتی ہے۔ یہ ہر ایک حصہ میں موجود تعدد کی تعداد کو بھی ظاہر کرتا ہے۔ہسٹو گرام کا ہر ایک حصہ دئے ہوئے معطیات (Data) کا تقسیمی حصہ ہوتا ہے۔ وقفہ جماعت میں Frequency اضافہ سے حصوں کی تعداد میں کمی اور وقفہ جماعت میں کمی سے حصوں کی تعداد میں اضافہ ہوتا ہے۔ یہ گراف مستطیل نما ہوتے ہیں۔اس کے ہر حصہ کی کیفیت کو آسانی سے مطالعہ کر سکتے ہیں۔یہ گراف X محور پر ظاہر کیے جاتے ہیں۔ہسٹو گرام کی مدد سے مختلف وقفہ جماعت کے درمیان تعدد کی تعداد کو آسانی سے محسوب کیا جاسکتا ہے۔

7.6 ہسٹو گرام کی اہمیت واستعمالات Importance and Uses of Histogram

ہسٹو گرام کی اہمیت کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ ترسیمی اظہار (Graphical Presenlation):ہسٹو گرام مستطیل نما بار گراف ہوتا ہے۔دیے ہوئے مواد یا اعداد کو گراف کی شکل میں آسانی سے پیش کر سکتے ہیں۔گراف کی مدد سے مواد کی تفہیم میں مدد ملتی ہے۔یہ ایک بصری ذریعہ ہے۔

2۔ ہسٹو گرام کی مدد سے کثیر یا بھاری مواد یا (Data) کو مختصر انداز میں پیش کرنے میں مدد ملتی ہے۔مثلاً کسی ملک کی آبادی کو تعلیم یافتہ غیر تعلیم یافتہ ،شہری ،آبادی، ہنرمند و غیر ہنرمند، سرکاری ملازمین، غیر سرکاری ملازمین وغیرہ مختلف حصوں میں اظہار کرنے کے لیے اعداد کا استعمال کیا جاتا ہے۔ان اعداد کا مطالعہ اور سمجھنے میں مشکل پیش آسکتی ہے۔لیکن ان اعداد کو گراف میں ظاہر کرنے پر آسانی سے تقابل کرنے اور سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔اس لیے بھاری مواد کو گراف کی شکل میں پیش کرنے اور مواد کی تقسیم میں ہسٹو گرام سہولت پیدا کرتی ہے۔

3۔ تعدد کا مطالعہ ہسٹو گرام کی مدد سے مواد کو تقسیم کیے گئے وقفہ جماعت میں موجود تعدد کا مطالعہ کرنے اور ان کے تقابل میں مدد ملتی ہے۔ X محور Y پر وقفہ جماعت اور ہر محور پر تعدد (F) کو بتلایا جاتا ہے۔تعدد کی تعداد کے اعتبار سے ہسٹو گرام کی بلندی یا اونچائی ہوتی ہے اس طرح ہسٹو گرام کی مدد سے مواد کا مطالعہ کرنے یا تعدد کا تقابل کرنے میں مدد ملتی ہے۔اس سے مواد کا تقابل کرنے اور نتائج کو اخذ

کرنے میں مدد ملتی ہے۔

ہسٹو گرام کے استعمالات Uses of Histogram

ہسٹو گرام کے استعمالات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔مقاصد کا تعین کرنا 2۔نتائج کا تجزیہ یا تقابل کرنا

3۔مشینوں کی کارکردگی 4۔ادارے کی کارکردگی کو ظاہر کرنا

1۔ مقاصد کا تعین:ہسٹو گرام کو مقاصد کے تعین کرنے اور اس میں کامیابی کے لیے حکمت عملی اختیار کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ہسٹو گرام کی مدد سے مواد کا تقابل کرتے ہوئے ممکن نتائج یا اہداف کا تعین کرنے میں مدد لی جاتی ہے۔دوران سال کن کن مقاصد کی تکمیل ممکن ہے اور کونسے مقاصد کو کن وسائل کے ذریعہ تکمیل کیا جاتا ہے ان تمام معاملات کو ہسٹو گرام کی مدد سے حل کیا جاسکتا ہے۔

2۔ نتائج کا تجزیہ:ہسٹو گرام کی مدد سے کاروبار یا معاملات کا آسانی سے تجزیہ کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔دوران مدت کے معاملات کو ہسٹو گرام میں ظاہر کرنے سے نتائج کا تجزیہ کرنے ،تقابل کرنے میں مدد ملتی ہے۔

3۔ مشینوں کی کارکردگی:صنعتی میدان میں ہسٹو گرام کا خاص استعمال ہوتا ہے۔مختلف صنعتیں اپنی ماہانہ وسالانہ پیداوار کو ہسٹو گرام مشینوں میں ظاہر کرتے ہوئے کارکردگی کا اظہار کرتے ہیں اسی طرح مختلف اقسام کے مشینوں کی مدد سے اشیاء کی تیاری کرتے ہوئے ہر مشین سے شئے کی ہوا اور پیداواری صلاحیت کا مطالعہ کرنے اور اور موزوں مشین کے انتخاب میں ہسٹو گرام کی مدد لی جاتی ہے۔

4۔ ادارے کی کارکردگی کو ظاہر کرنا:ہسٹو گرام ایک آسان اور اہم گراف ہے جس کو ہم رسمی وغیر رسمی ،تعلیمی ،صنعتی و پیداواری ادارے اپنی سالانہ کارکردگی کو ہسٹو گرام میں ظاہر کرتے ہیں۔تعلیمی ادارے کامیابی حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد کو ہسٹو گرام میں ظاہر کرتے ہوئے اولیائے طلبا اس رغبت پیدا کرتے ہیں۔اسی طرح ایک صنعتی ادارے سالانہ گاہکوں کی تعداد یا خرید وفروخت ،حصص کی قدر وغیرہ کو ہسٹو گرام میں ظاہر کرتے ہوئے سرمایہ کاروں اور گاہکوں کو اپنے جانب راغب کرتے ہیں۔

ہسٹو گرام کی تیاری کے مرحلے

مثال 1: ایک جماعت میں موجود 50 طالبات کے مضمون شماریات کے سالانہ امتحان میں حاصل نشانات دئے گئے ہیں جن کی مدد سے ہسٹو گرام تیار کیجئے۔

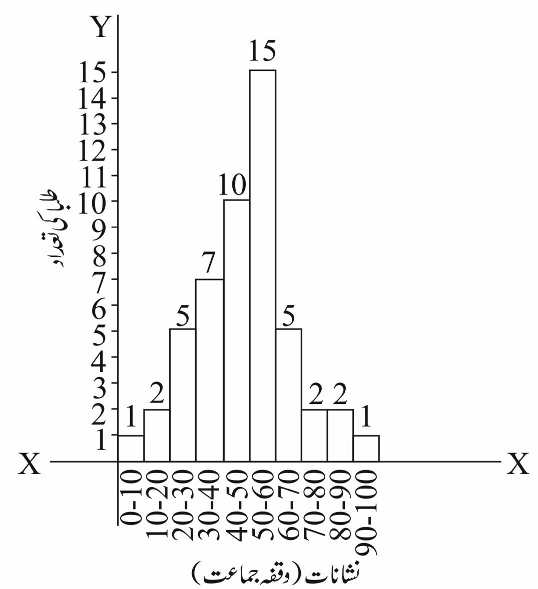
وقفہ جماعت نشانات (X)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
طلبا کی تعداد (F)	1	2	5	7	10	15	5	2	2	1

حل: ہسٹو گرام کی تیاری کے طریقہ عمل کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ دیے گئے وقفہ جماعت اور طلبا کی تعداد کے اعتبار سے ترسیمی کاغذ پر X اور Y محور کھینچیے۔وقفہ جماعت کی تعداد 10 اور طلبا کی 50 ہے۔اس لیے ترسیمی کاغذ کے بائیں جانب کنارے سے X اور Y محور کی نشاندہی کریں۔

2۔ X محور پر وقفہ جماعت اور Y محور پر طلبا کی تعداد کی نشاندہی کریں۔

3۔ وقفہ جماعت کے مقابل موجود طلبا کی تعداد کو مدنظر رکھتے ہوئے ترسیمی کاغذ پر نشاندہی کریں اور پنسل سے مستطیل نما اشکال حاصل ہوتے ہیں۔



مندرجہ بالا ہسٹوگرام کے مشاہدے سے ذیل کے نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

1۔ 60 تا70 کے درمیان نشانات حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد 15 ہے۔اس لیے ان کا گراف سب سے اونچا یا بلند ہے۔

2۔ 20 تا30 اور 60 تا70 نشانات حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد 5 اور 5 ہے۔

3۔ 10 تا20 نشانات 70 تا80 نشانات اور 80 تا90 نشانات حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد 2 اور 2 ہے۔

4۔ صفر تا10 اور 90 تا100 نشانات حاصل کرنے والے طلبا کی تعداد ایک اور ایک ہے۔

5۔ سب سے زائد نشانات اور سب سے کم نشانات حاصل کرنے والے طلبا کے درمیان فرق یا تجزیہ یا مدد ملتی ہے۔

7.7 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

ہر چھوٹے و بڑے تاجرین مختلف مدت کے بعد کاروبار کی کارکردگی کو محسوب کرنے کے لیے مختلف کھاتے اور گوشوارے تیار کرتے ہیں اعداد کی مدد سے کاروبار کی معاشی موقف کو آسانی سے محسوب کیا جاسکتا ہے اور ایک تعلیم یافتہ اور صاحب علم افراد بڑی آسانی سے سمجھ سکتے ہیں۔لیکن بعض اوقات چند معاملات کو سمجھنے میں کافی مشکل پیش آسکتی ہے۔کاروباری معاملات کو قابل فہم بنانے کے لیے مختلف اشکال و گراف میں پیش کیا جا

تا ہے۔ہسٹو گرام ایک اہم گراف ہے جس کو کاروبار کے مختلف معاملات کو آسانی سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ برطانوی ماہر ریاضی داں کارل پیرسن نے ہسٹو گرام کو سب سے پہلے متعارف کروایا۔ دیے ہوئے اعداد اور تعداد (F) کی مدد سے ہسٹو گرام تیار کیا جاتا ہے۔ وقفہ جماعت میں مشابہت یا یکسانیت کا ہونا لازمی ہے۔ یہ گراف مستطیل نما ہوتے ہیں۔ جو ایک دوسرے سے متصل ہوتے ہیں۔X محور پر اعداد اور Y محور پر تعداد (F) کو بتلایا جاتا ہے۔ وقفہ جماعت اور نقدی کو مدنظر رکھتے ہیں۔ ترسیمی کاغذ پر نقاط کے ساتھ ہسٹو گرام گراف تیار کیا جاتا ہے۔ جو مستطیل نما ہوتے ہیں۔ ان کی مدد سے مواد کا تجزیہ کرنے اور کارکردگی کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔ ہسٹو گرام کو ہر تعلیمی، صنعتی و پیداواری، سرکاری و غیر سرکاری ادارے اپنے سالانہ کارکردگی کو آسان انداز میں ظاہر کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔

7.8 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ Bin یا Bucket : کارل پیرسن ماہر ریاضی داں نے مواد یا معطیات کو مختلف حصوں میں تقسیم کرنے پر حاصل ہر ایک حصہ کو Bin یا ڈبہ سے ظاہر کیا گیا جس کو وقفہ جماعت کہا جاتا ہے۔

2۔ X محور پر : ترسیمی کاغذ پر کھینچے ہوئے افقی خطہ کو X محور کہتے ہیں۔

3۔ Y محور پر : ترسیمی کاغذ پر کھینچے ہوئے عمودی خطہ کو Y محور کہتے ہیں۔

7.9 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

1۔ کارل پیرسن.......................ملک کے ماہر ریاضی داں ہیں۔

2۔ ترسیمی کاغذ پر کھینچے ہوئے افقی خطہ کو.................محور کہتے ہیں۔

3۔ نقطہ ہسٹو گرام.......................دو الفاظ کے مرکب ہے۔

4۔ وقفہ جماعت 100-50 کے درمیان فرق.................اعداد ہے۔

5۔ 100 اعداد کو 100 وقفہ جماعت میں تقسیم کرنے پر.......................حصے حاصل ہونگے۔

B۔ ذیل کے بیانات میں صحیح اور غلط کی نشاندہی کیجئے۔

1۔ ہسٹو گرام گراد کی شکل دائری نما ہوتی ہے۔ (   )

2۔ ہسٹو گرام کے Y محور پر تعدد (F) کو بتلایا جاتا ہے۔ (   )

3۔ کارل پیرسن نے مواد کے ایک حصہ یا وقفہ جماعت کو Bin کہا ہے۔ (   )

4۔ گراف کے دائیں جانب مثبت اعداد کو بتلایا جاتا ہے۔ (   )

C۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ ہسٹو گرام سے کیا مراد ہے وضاحت کیجئے۔

2۔ ہسٹوگرام کی اہمیت کو بیان کیجئے۔

3۔ ہسٹوگرام کے استعمالات کو بیان کیجئے۔

4۔ ہسٹوگرام کے خصوصیات بیان کیجئے۔

5۔ ہسٹوگرام کی تیاری کے مراحل کو واضح کیجئے۔

D۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

6۔ ایک جماعت میں سالانہ امتحان میں نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے۔جس کی مدد سے ہسٹوگرام تیار کیجئے۔

نشانات وقفہ جماعت	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
طلبا کی تعداد	2	8	5	10	15	10

7۔ ذیل میں ایک صنعت کی پیداوار دی گئی ہے۔جس کی مدد سے ہسٹوگرام تیار کر کے اپنے خیالات کا اظہار کیجئے۔

سال کی پیداواری	2016	2017	2018	2019	2020	2021
روپے	1,00,000	2,00,000	5,00,000	12,00,000	6,00,000	10,00,000

7.10 مطالعہ کردہ کتب Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5.. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی-8 تعددی کثیرالاضلاع

Frequency Polygon

Unit Structure	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	8.0
Objectives	مقاصد	8.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	8.2
Nature of Polygon	تعددی کثیرالاضلاع کی ماہیت	8.3
Types of Polygon	تعددی کثیرالاضلاع کے اقسام	8.4
Types of Polygon on the basis of sides and angles	اضلاع اور زاویوں کی بنیاد پر تعددی کثیر الاضلاع کے اقسام	8.5
Uses of Polygon	تعددی کثیرالاضلاع کا استعمال	8.6
Steps of Construction of Frequency Polygon	تعددی کثیرالاضلاع کی تیاری کے مراحل	8.7
Learning outcomes	اکتسابی نتائج	8.8
Key Words	کلیدی الفاظ	8.9
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	8.10
Reference Books	تجویز کردہ کتب	8.11

8.0 تمہید Introduction

ہم اپنی روزمرہ زندگی کی مختلف اشکال کو دیکھتے ہیں مثلث کے مختلف اقسام کے متعلق ابتدائی جماعتوں میں مطالعہ کر چکے ہیں۔ مربع ایک چار ضلعی شکل ہے۔ ٹرافک کنٹرول کے لیے سڑک کے کناروں پر موجود مختلف نشانوں یا علامات کو دیکھتے ہیں۔ تیر کے نشان کے درمیانی لال ہری رنگ کی روشنی کو دیکھتے ہیں۔ جو مختلف سیدھے لکھیروں سے بند شکل ہوتی ہے۔ گھر میں موجود ظروف کے اشکال بھی مختلف خطوط کے بند شکل کے ہوتے ہیں۔ مدارس، صنعتی و پیداواری اداروں میں سیدھے خطوط کے بند مختلف پیداواروں آلات بھی نظر آتے ہیں۔ لکڑی یا اسٹیل کے چار کونے ڈبے، ٹیبل ،کرسی، اسٹائنڈ، ٹی وی، فریج، کتاب، کاپی وغیرہ مختلف اشیاء کو دیکھتے ہیں۔ جس میں مختلف خطوط ہوتے ہیں۔ اس اکائی میں تعددی کثیر الاضلاع کے متعلق معلومات حاصل کرینگے۔

8.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- تعددی کثیر الاضلاع کے معنی و مفہوم کو بیان کر سکیں۔
- تعددی کثیر الاضلاع تیاری کے مراحل کو بیان کر سکیں۔
- تعددی کثیر الاضلاع کے استعمال کی وضاحت کر سکیں۔
- تعددی کثیر الاضلاع کی اہمت کی وضاحت کر سکیں۔
- اوگھو تختی کی تیاری کے طریقہ کار کو بیان کر سکیں۔

8.2 معنی و مفہوم اور تعریف Meaning and Definition

تعددی کثیر الاضلاع علم شماریات میں زیر مطالعہ اہم حصہ ہے۔ اس کے معنی و مفہوم کی وضاحت کے لیے ذیل میں دی گئی تعریفات کا مطالعہ کیجئے۔ ہسٹوگرام کے وسطی نقاط کو جوڑتے ہوئے تیار گراف کو تعددی کثیر الاضلاع یا (Frequency Polygon) کہتے ہیں۔ ہسٹوگرام گراف کی مدد سے تیار گراف کو تعددی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔

لفظ "Polygon" لاطینی زبان Polygonum اور یونانی زبان Polugonon سے ماخوذ ہے یہ دو الفاظ Poly اور Gonos کا مجموعہ ہے۔ جس کے معنی زاویئے (Angle) کے ہیں۔ زاویہ علم ریاضی میں اہم حصہ ہے علم مثلث میں اس کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔ زاویہ بنانے کے لیے کم از کم دو خطوط کا ایک دوسرے سے متصل ہونا ضروری ہے۔ زوائیوں کی بنیاد پر مثلث مختلف اقسام کے پائے جاتے ہیں۔ دو زائد خطوط والے اشکال کو تعدد کثیر الاضلاع کہا جاتا ہے۔ زاویہ بنانے کے لیے خطوط کا سیدھا ہونا لازمی ہے۔

تین سیدھے خطوط سے ایک بند شکل حاصل ہو سکتی ہے۔ اسی طرح چار خطوط، پانچ خطوط، چھ، سات اور آٹھ خطوط سے بھی بند اشکال حاصل ہوتے ہیں۔ تین یا زائد خطوط سے بنی شکل کو تعدد کثیر اضلاع یا Polygon کہتے ہیں۔ علم مثلث میں اس پر کثرت سے مطالعہ کیا جاتا ہے۔ مختلف سیدھے خطوط سے بنی شکل کو تعدد کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔ شکل میں استعمال خطوط کی تعداد کی بنیاد پر اس کے مختلف نام ہیں جس کو ذیل میں بتلایا

گیا ہے۔

8.3 تعددی کثیر الاضلاع کی ماہیت Nature of Polygon

تین یا زائد خطوط سے بننے والے اشکال کو تعدد کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔ مثلث، مربع مخمس ومسدس وغیرہ چند مشہور اشکال ہیں۔ جن کا علم ریاضی میں کثرت سے مطالعہ کیا جاتا ہے۔ ان خطوط واشکال کی مدد سے اشکال کی خصوصیت یا اضلاع زاویہ وغیرہ کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔ جس کو صنعت وحرفت، ایجادات وتحقیق میں استعمال ہوتے ہیں۔ تعددی کثیر اضلاع سیدھی خطوط یا اضلاع سے بنی بند شکل ہوتی ہے۔ تعدد کثیر الاضلاع میں بنی شکل کے ہر ایک جانب کی خط کو ضلع Side یا Edges کہتے ہیں۔

دو خطوط کے نقطہ تقاطع یا کنارے کو Polygon's Corner کہتے ہیں۔ ان خطوط سے بننے والی شکل کا اندرونی حصہ کو "Body" کہتے ہیں۔ کسی ایک بند شکل کو بنانے کے لیے اضلاع کی قید یں شکل کی نوعیت کے اعتبار سے اضلاع بنائے جاتے ہیں۔ اس لیے اس کو تعدد کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔ ایسی شکل جس کے 333 اضلاع ہے اس کو 333-gon کہتے ہیں۔ خطوط کے نقطہ تقاطع پر زوایہ بنتے ہیں یہ بھی ان اشکال کا حصہ ہوتے ہیں۔ اضلاع اور زاویوں کی بنیاد پر بھی تعدد کثیر اضلاع کے اقسام پائے جاتے ہیں۔

8.4 تعددی کثیر الاضلاع کے اقسام Types of Polygon

سیدھے خطوط سے بنی بند شکل کو تعددی کثیر الاضلاع کہتے ہیں بند شکل حاصل کرنے کے لیے کم از کم تین خطوط کا ہونا لازمی ہے۔ اضلاع بھی خطوط (Lines) کی بنیاد پر ذیل میں چند اہم اقسام کے تعددی کثیر الاضلاع کو بتلایا گیا ہے۔

1۔ مثلث (Triangle): تین سیدھے خطوط سے بنی شکل کو مثلث کہتے ہیں۔ یہ تعددی کثیر الاضلاع کی سب سے چھوٹی شکل ہے

2۔ چار ضلعی شکل (Quadrilateral): چار سیدھے خطوط سے بنی بند شکل کو چار ضلعی شکل کہتے ہیں۔ مثلاً مربع ومستطیل چار

3۔ پانچ ضلعی شکل (Pentagon): پانچ ضلعی شکل کو Pentagon کہتے ہیں۔

4۔ Hexagon: چھ ضلعی شکل کو Hexagon کہتے ہیں۔

5۔ Heptagon: سات ضلعی شکل کو Heptagon کہتے ہیں۔

6۔ Octagon: آٹھ ضلعی شکل کو Octagon کہتے ہیں۔

7۔ Nonagon: نوضلعی شکل کو Nonragon کہتے ہیں۔

8۔ Decagon: دس ضلعی شکل کو Decagon کہتے ہیں۔

9۔ Heptadecagon: سترہ اضلاع کی شکل کو Heptadecagon کہتے ہیں۔

10۔ Octadecagon: اٹھارہ اضلاع کی شکل کو Octadecagon کہتے ہیں۔

11۔ Icosagon: بیس اضلاع کی شکل کو Icosagon کہتے ہیں۔

8.5 اضلاع اورزاویوں کی بنیاد پرتعددی کثیرالاضلاع کے اقسام

Types of Polygon on the basis of sides and angles

اضلاع اوران سے بننے والے زاویوں کی بناء پرتعددی کثیرالاضلاع کے چنداہم اقسام کوذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ Regular Polygon: چار اضلاع سے بنی شکل جس کے چاروں اضلاع اور ان کے چاروں زاویے مساوی ہو Regular Polygon کہتے ہیں مثلاً مربع یہ چاراضلاع سے بنی ایک شکل ہے جس کا ہرزاویہ 90 درجہ کا ہوتا ہے۔

2۔ Iregular Polygon: چاراضلاع کی ایسی شکل جس کے چاراضلاع کی لمبائی اوران سے بننے والے زاویے غیر مساوی ہو وہ Iregular Polygon کہلاتی ہے۔

3۔ Equilateral Polygon: چاراضلاع سے بنی ایسی شکل جس کے چاراضلاع آپس میں مساوی ہوتے ہوں لیکن ان سے بننے والے زاویہ غیرمساوی ہوں وہ Equilateral Polygon کہلاتی ہے۔

4۔ Equiangular Polygon: چار اضلاع کی ایسی شکل جس کے مقابل کے اضلاع مساوی ہوتے ہوں لیکن اندرونی چاروں زاویے مساوی ہو یعنی 90 درجہ کے ہوں وہ Equiangular Polygon کہلاتی ہے۔

5۔ Convex Polygon: چار اضلاع کے لیے بنی شکل جس کے تمام اندرونی زاویوں 180 درجہ سے کم ہو Convex Polygon کہلاتی ہے۔

6۔ Concave Polygon: چاراضلاع کی ایسی شکل جس کا کم ازکم ایک اندرونی زاویہ 180 درجہ سے زیادہ ہو۔

8.6 تعددی کثیرالاضلاع کا استعمال Uses of Polygon

تعددی کثیرالاضلاع کا وسیع طور پر ہرمیدان میں استعمال ہوتا ہے۔ذیل میں اس کے چنداہم استعمالات کوبتلایا گیا ہے۔

1۔تجارت 2۔تعمیرات 3۔ٹرافک کنٹرول 4۔روزمرہ زندگی میں استعمال

1۔ تجارت Business

تعددی کثیرالاضلاع کا ہرچھوٹے وبڑے کاروبار میں استعمال کیا جاتا ہے۔کتاب،کاپی،کمپیوٹر،ٹیبل کرسی،بوتل،آئسکریم،چاکلیٹ،برتن ،تین،چار،چھ اشکال کے بکٹ،کیک،آرائشی سازوسامان وغیرہ مختلف تجارتی سازوسامان ہیں۔جن کو چندخاص اشکال میں اشیاء کی تیاری کی جاتی ہے۔سامان کی نوعیت کے اعتبار سے موزوں شکل میں تیار کیے جاتے ہیں۔کاپی یا کتاب کومستطیل مربع شکل میں تیار کیے جاتے ہیں۔لیکن اس کو دائری شکل میں تیارنہیں کی جاتی کیونکہ دائری شکل میں کتاب کاپی کا استعمال پیش نہیں ہوسکتا۔ شئے کی نوعیت واستعمال کے اعتبار سے موزوں شکل میں تیار کرنے سے تجارت کوفروغ حاصل ہوتا ہے۔

2۔ تعمیرات Construction

شعبہ تعمیرات میں تعددی کثیر الاضلاع کا خاص استعمال کیا جاتا ہے۔ عمارتوں کی تعمیر کے دوران عمارت کی بلندی، منزلیں، رقبہ زمین کی کیفیت اور اس میں استعمال ساز و سامان کو مدنظر رکھتے ہوئے عمارت کا نقشہ کیا جاتا ہے۔ عمارت کے ٹھہراؤ میں پلرس اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ عمارت کے وزن کو پلرس ہی سہارا دیتے ہیں۔ عمارت کے وزن کو پلرس پر ڈالنے کے لیے پلرس کے مقامات کا تعین کرنا اور تجارت کو مختلف سہولتوں سے آراستہ کرنے کے لیے مختلف اشکال میں عمارت کا نقشہ تیار کرتے ہیں۔ مختلف تاریخی عمارتوں کی تعمیرات میں تعددی کثیر الاضلاع کی تکنیک نظر آتی ہے۔ گھروں کی تعمیرات، فرش بچھانے کھڑکی دروازہ کی بناوٹ وغیرہ تعددی کثیر اضلاع کا استعمال ہوتا ہے۔ اسی طرح سرکاری عمارتوں کی تعمیر بڑے بڑے مال سنٹرس کی تعمیر کے دوران عوام کے آنے جانے، پارکنگ، سامان کو رکھنے وغیرہ کے لیے موزوں مقامات کا تعین کیا جاتا ہے۔

3۔ ٹرافک کنٹرول Traffic Control

ٹرافک کنٹرول میں تعددی کثیر الاضلاع کے استعمال کیا جاتا ہے۔ سڑک کے کنارے مختلف اشکال میں ٹرافک کنٹرول کے اشارے پائے جاتے ہیں، دواخانے و مدارس کے قریب آواز نہ کرنے یا رفتار کو آہستہ کرنے کے اشارے رکھے جاتے ہیں۔ ٹرافک کو روکنے کے لیے Stop کو مختلف اشکال میں رکھے جاتے ہیں۔ مخمس، مربع، مستطیل، مثلث نما مختلف اشکال میں ٹرافک کے اشارے دئے جاتے ہیں۔ جس پر آسانی سے توجہ مرکوز ہوتی ہے۔

4۔ روزمرہ زندگی میں استعمال Uses in Daily Life

ہر فرد اپنی روزمرہ زندگی میں ہر لمحہ شعوری و لاشعوری دونوں انداز میں کثیر اضلاع کا ستعمال کرتے ہیں ترکاری، پھل، میوے، سیتا پھل، شہد کی کنگھی (Honey Comb) وغیرہ مختلف اشکال کے پائے جاتے ہیں شہد کا چھتہ، سیتا پھل کی اوپری ساخت پر مختلف اضلاع آسانی سے نظر آتے ہیں۔ گلاس، پیالہ، پانی کا بوتل وغیرہ ہم اپنی روزمرہ زندگی میں استعمال کرتے ہیں ان کی بناوٹ مختلف اضلاع پر مشتمل ہوتی ہے۔ یہ مکمل دائری نما یا نہیں ہوتے فٹ بال، والی بال کے اوپر سخت حصہ (Cover) پر موجود کا اضلاع کی شکل کے مختلف حصوں سے مل کر بنا ہوتا ہے۔

8.7 تعددی کثیر الاضلاع کی تیاری کے مراحل

Phases of Construction of Frequency Polygon

تعددی کثیر الاضلاع علم شماریات میں استعمال اہم گراف ہے ترسیمی کاغذ پر اس کے اظہار سے اہم نکات کی وضاحت ہوتی ہے۔ ترسیمی کاغذ پر تعددی کثیر الاضلاع کی خاکہ سازی یا تیاری کے مراحل کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ ترسیمی کاغذ کے بائیں جانب سے 'X' محور پر اور عمودی خط 'Y' محور کے خطوط کھینچیں۔

2۔ X محور پر وقفہ جماعت اور Y محور پر تعدد کو ظاہر کریں۔

3۔ وقفہ جماعت اور تعدد کی مدد سے مستطیل نما گراف تیار کریں۔

4۔ ترسیمی کاغذ پر ہر وقفہ جماعت کے وسطی نقاط کی نشاندہی کریں۔

5۔ تمام وسطی نقاط کو ایک دوسرے سے پٹری کی مدد سے جوڑیں۔

6۔ نقاط کو جوڑنے سے حاصل اضلاع تعددی کثیر الاضلاع ہوگی۔

مثال :ذیل میں ملازمین کی یومیہ کی اجرت اوران کی تعداد دی گئی ہے۔جس کی مدد سے تعددی کثیر الاضلاع تیار کیجئے۔

اجرت روپئے(X)	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
مزدوروں کی تعداد(F)	2	5	7	11	4	1

حل: ترسیمی کاغذ پر بائیں جانب X اور Y محور کی نشاندہی کریں۔

1۔ ترسیمی کاغذ پر افقی خطہ X محور اور عمودی خط Y محور کہلاتا ہے۔

2۔ افقی خط پر وقفہ جماعت کو ظاہر کریں۔

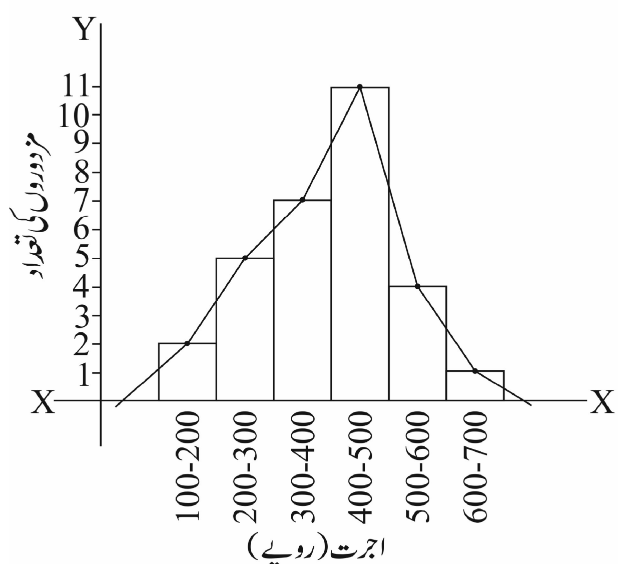
3۔ مستطیل نما گراف میں وسطی نقاط کی نشاندہی کریں۔

4۔ پٹری کی مدد تمام سے نقاط کو جوڑیں حاصل خط تعددی کثیر الاضلاع کہلاتی ہے۔

اسکیل X محور پر سنٹی میٹر=100

Y محور سنٹی میٹر=1

ابتداء اور آخر میں مزدوروں تعداد کو صفر مان کر خطوط کو آگے بڑھائیں۔



راست تعدد کی بنیاد پر کثیر الاضلاع کی تیاری:

مستطیل گراف کے بغیر راست تعدد کی مدد سے بھی کثیر الاضلاع کی ترسیمی تیاری کی جاسکتی ہے۔اس طریقہ میں مستطیل نما گراف تیار کرنے کی ضرورت نہیں ہوگی۔ بلکہ ترسیمی کاغذ پر راست طور پر وسطی نقاط اور تعدد کی نشاندہی کریں اور نقاط کو جوڑیں ذیل میں کثیر الاضلاع کی تیاری کے مراحل کو بتلایا گیا ہے۔

مندرجہ بالا مثال کو مدنظر رکھتے ہوئے کثیر الاضلاع کی تشکیل کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

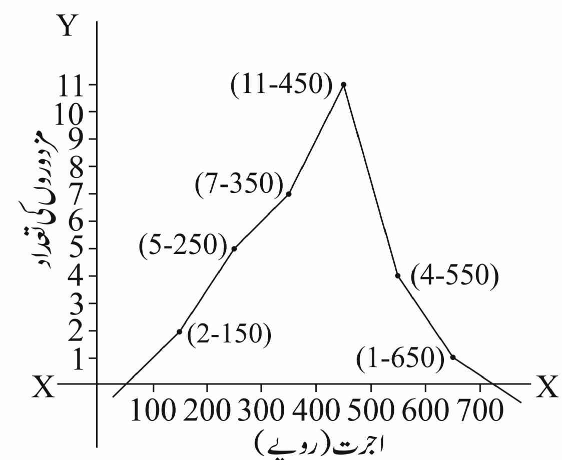
اجرت روپے(X)	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
تعداد(F)	2	5	7	11	4	1
وسطی نقطہ	150	250	350	450	550	650

1۔ ترسیمی کاغذ پر X محور پر اجرت اور Y محور پر مزدوروں کی تعداد کو بتلائیں۔

2۔ ترسیمی کاغذ پر وسطی نقاط کے ساتھ تعدد کی نشاندہی کیجئے۔

3۔ نقاط کو پٹیری کی مدد سے جوڑنے پر حاصل خط کثیر الاضلاع ہوگی۔

ذیل میں گراف پر توجہ دیجئے۔



اوجائیو منحنی (Ogive or Cummulative Frequency Graph):

اوجائیو منحنی ایک اہم قسم کی منحنی ہے یکجائی تعدد (Cummulative Frequency) کی مدد سے یہ گراف تیار کیا جاتا ہے۔اس لیے اس کو یکجائی تعدد کا گراف بھی کہتے ہیں۔اس کے دو اقسام ہیں۔

1۔ سے کم (Less than) 2۔ سے زیادہ (More than)

1۔ سے کم (Less than) منحنی:

سے کم اوجائیو منحنی ہے جس کو یکجائی تعدد کی مدد سے تیار کیا جاتا ہے۔اس میں یکجائی تعدد کی اوپری جانب سے نقاط بنائے جاتے ہیں۔ ابتداء میں یکجائی تعدد کی مقدار کم ہوتی ہے اور آخر تک بڑھتی ہے۔اس میں منحنی یکجائی تعدد کے کم مقدار کی جانب سے نقاط بناتے ہیں۔اس لیے اس کو ''سے کم'' منحنی کہتے ہیں۔یہ منحنی اوپری دائیں جانب اوپری ڈھلان رکھتی ہے۔

مثال: ذیل کے تفصیلات کی مدد سے کم (Less than) اور سے زیادہ (More than) منحنی تیار کیجئے۔

وقفہ جماعت نشانات	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
طلبا کی تعداد	5	10	20	15	10	5	5

حل:

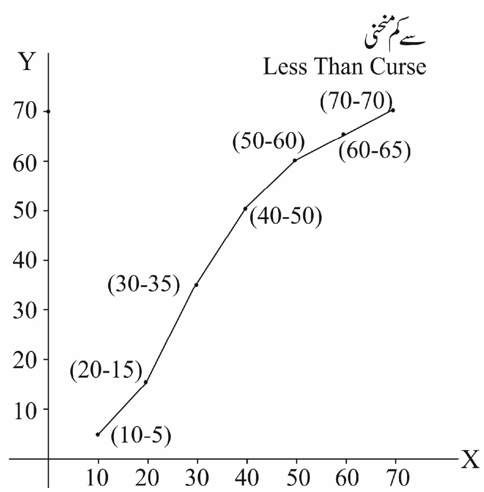
وقفہ جماعت نشانات	طلبا کی تعداد	یکجائی تعدد سے کم	سے زیادہ یکجائی تعداد
0-10	5	5	70(65+5)
10-20	10	15 (5+10)	65 (55+10)
20-30	20	35 (15+20)	55 (35+20)
30-40	15	50 (35+15)	35 (20+15)
40-50	10	60 (50+10)	20 (10+10)
50-60	5	65 (60+5)	10 (5+5)
60-70	5	70 (65+5)	5
	70		

سے کم (Less than) تیار کرنے کا طریقہ: اس میں یکجائی تعدد محسوب کیا جاتا ہے۔

کاغذ پر سے کم اوجائیو (سے کم) مخنی کی تیاری کے مراحل:

1۔ ترسیمی کاغذ پر بائیں جانب X اور Y محور کھینچے۔

2۔ X محور پر نشانات اور Y محور پر طلبا کی تعداد کو ظاہر کریں۔



3۔ Y محور پر وقفہ جماعت کے مقابل میں Y محور پر یکجائی تعدد کے نقاط کی نشاندہی کریں۔

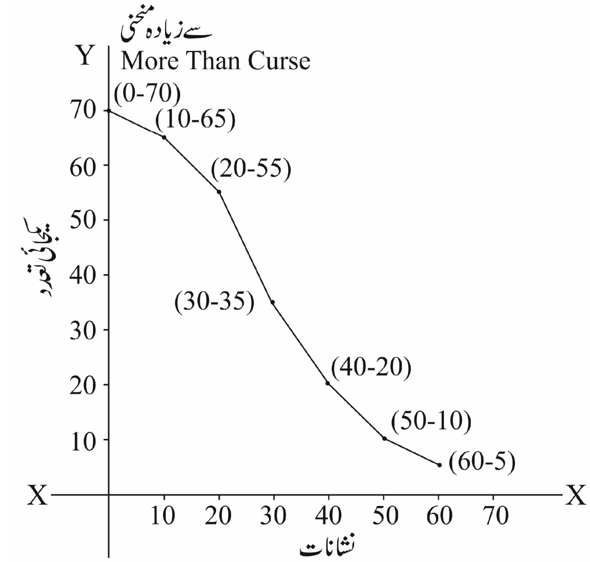
4۔ تمام نقاط کو پنسل سے جوڑیں تب ایک منحنی حاصل ہوگی جو سے کم (less then) منحنی کہلاتی ہے۔

ذیل میں سے زیادہ (more than) منحنی کی تیاری کے طریقہ کو بتایا گیا ہے۔

1۔ X محور پر نشانات اور Y محور پر طلبا کی تعداد کو بتایا جاتا ہے۔

2۔ ترسیمی کاغذ پر نشانات اور اوپری حد کے نقاط کی نشاندہی کریں۔

3۔ نقاط کو پنسل سے جوڑیں جس میں ایک منحنی حاصل ہوگی جو اوپر سے نیچے کی جانب ڈھلان رکھتی ہے۔



2۔ 'سے زیادہ' (More than) منحنی:

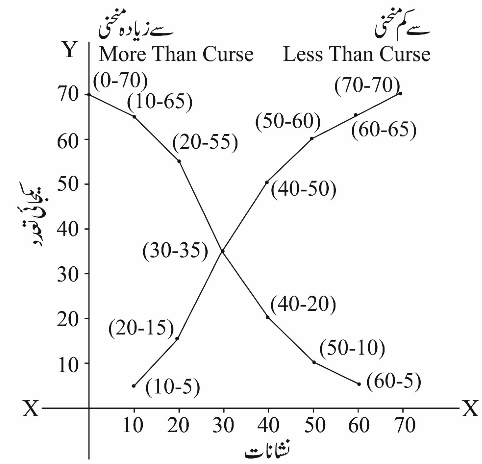
سے زیادہ (More than) منحنی ہے جو یکجائی تعدد کی مدد سے تیار کیا جاتا ہے۔ یکجائی تعدد کی اونچائی قدر سب سے زیادہ ہوتی ہے۔ جو تمام تعداد کا مجموعہ ہوتا ہے۔ منحنی کو سب سے پہلے یکجائی تعدد کی اونچی قدر سے نقاط بناتے ہیں اور اقل ترین سطح تک اترتی ہے۔ اس لیے اس کو سے زیادہ (More than) منحنی کہتے ہیں۔ اس منحنی کا ڈھلان اوپر سے نیچے دائیں جانب ہوتا ہے۔

3۔ ''سے کم'' (Less than) اور ''سے زیادہ'' (More than) منحنی کو مشترکہ منحنی؛ دونوں خطوط کے ترسیم کو اگلے صفحہ پر بتایا گیا ہے۔

8.7 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

تعددی کثیر اضلاع علم ریاضی کے ساتھ ساتھ مختلف مضامین میں کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔ دو یا زائد اضلاع سے بند شکل کو تعددی کثیر اضلاع کہتے ہیں۔ خطوط کے تعداد کے اعتبار سے چار خلعی، پانچ خلعی، چھ خلعی وغیرہ مختلف اقسام کے کثیر اضلاع ہیں۔ شکل کے ہر ایک جانب خط کو ضلع کہتے ہیں۔ ٹرافک کنٹرول کے مختلف اشارے دیکھتے ہیں جو مختلف اضلاع میں بنی ہوئی ہوتی ہے۔ اس طرح ان اضلاع کو تجارت تعمیرات کے

ساتھ ساتھ کی روزمراہ زندگی میں ان کا استعمال کرتے ہیں ترسیمی کاغذ پر کثیر اضلاع کی تیاری کے لیے بارگراف کا سہارا لیا جاتا ہے۔ بارگراف کے وسطی نقاط کو جوڑنے سے کثیر الاضلاع حاصل ہوتی ہے۔ اسی طرح بغیر بارگراف کے یکجائی تعدد کی مدد سے بھی کثیر الاضلاع تیار کیا جاتا ہے۔ جو اوجائیو گراف کہلاتا ہے۔ یہ Less than اور More than کے نام سے موسوم ہے۔



8.8 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ کثیر الاضلاع(Polygon): تین یا زائد سیدھے لکھیروں سے بنی بند شکل کو کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔

2۔ Convex Polygon: چار اضلاع کے لیے بنی شکل جس کے تمام اندرونی زوایوں 180 درجہ سے کم ہو Convex Polygon کہلاتی ہے۔

3۔ Concave Polygon: چار اضلاع کی ایسی شکل جس کا کم از کم ایک اندرونی زوایہ 180 درجہ سے زیادہ ہو۔

8.9 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

1۔ تین اضلاع سے بنی شکل کو...................... کہتے ہیں۔

2۔ مربع میں...................... اضلاع پائے جاتے ہیں۔

3۔ روزمرد زندگی میں کثیر الاضلاع سے بنے اشکال کی مثالیں...................... ہیں۔

4۔ آٹھ اضلاع سے بنی شکل کو............................ کہتے ہیں۔

5۔ دس اضلاع سے بنی شکل کو............................ کہتے ہیں۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ کثیر الاضلاع کے مفہوم کو بیان کیجیے۔

2۔ کثیر الاضلاع کے مختلف اقسام کو بیان کیجئے۔

3۔ مثالوں کے ذریعہ کثیر الاضلاع کی وضاحت کیجئے۔

4۔ سے زیادہ (more than) منحنی کی وضاحت کیجئے۔

5۔ سے کم (Less than) منحنی کی وضاحت کیجئے۔

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

6۔ تعددی کثیر الاضلاع کے استعمالات کو بیان کیجئے۔

7۔ زوایہ اور اضلاع کی بنیاد پر تعددی کثیر اضلاع کے اقسام کو بیان کیجئے۔

8۔ ذیل کے تفصیلات کی مدد سے تعددی کثیر اضلاع تیار کیجئے۔

وقفہ جماعت نشانات	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
طلبا کی تعداد	2	5	8	12	19	8	4	2

9۔ ذیل میں ایک صنعت کی فروخت کو دیا گیا ہے۔ جس کی مدد سے اوجائیو منحنی تیار کیجئے۔

سال	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
فروخت	10	20	15	25	30	40	30	20

10۔ ذیل کے تفصیلات کی مدد 'سے زیادہ' اور 'سے کم' منحنی تیار کیجئے۔

وقفہ جماعت نشانات	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
طلبا کی تعداد	1	3	6	8	15	9	5	3

8.10 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C

2. Statistical Methods : Gupta S. P

3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N

4. Statistics : J K Sharma

5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

بلاکIII: مرکزی رجحان Central Tendency

اکائی 9- مرکزی رجحان Central Tendency

اکائی 10- حسابی اوسط Arithmatic Mean

اکائی 11- وسطانیہ Median

اکائی 12- بہتانیہ Mode

اکائی 9 مرکزی رجحان
Central Tendency

9.0	تمہید	Introduction
9.1	مقاصد	Objective
9.2	معنی ومفہوم اور تعریف	Meaning and Definition
9.3	ماہیت	Nature
9.4	وسعت	Scope
9.5	اہمیت واستعمالات	Uses and Importance
9.6	مرکزی رجحان کے پیمانے کے فوائد	Advantages of Central Tendency
9.7	مرکزی رجحان کے اقسام	Types of Central Tendency
9.8	اکتسابی نتائج	Learning out comes
9.9	کلیدی الفاظ	Key words
9.10	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
9.11	تجویز کردہ کتب	Reference Books

9.0 تمہید Introduction

سابقہ جماعت میں کامیابی کے معیار کو ظاہر کرنے کے لیے فیصد کا استعمال کیا جاتا ہے اکثر مدارس سے فارغ ہونے والے طلبا، ملازمت اختیار کرنے والے طلبا کی تعداد کو خاص تناسب میں ظاہر کرتے ہیں اسی طرح کرکٹ کے میدان کھلاڑی کا تعارف اس کے سابقہ کارناموں کو اوسط کی شکل میں پیش کرتے ہیں۔موسم بارش اور گرما میں بارش اور گرمی کی کیفیت کا قبل از وقت پیش قیاس کرتے ہیں اسی طرح کامیاب تاجرین یا صنعت کار سابقہ چند سال کے مقدار فروخت کی بنیاد پر مستقبل میں فروخت کی اوسط مقدار کا اندازہ قائم کر لیتے ہیں۔اسی طرح اوسط ایک اہم پیانہ ہے جو تنظیم یا ادارے کی کارکردگی کو ظاہر کرتا ہے اس اکائی میں ہم مرکزی رجحانات کو ظاہر کرنے والے پیانے کے متعلق معلومات حاصل کرینگے۔

9.1 مقاصد Ojectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- مرکزی رجحانات کے معنی و مفہوم کو بیان کر سکیں۔
- مرکزی رجحانات کو ظاہر کرنے کے مختلف پیانوں کی وضاحت کر سکیں۔
- مرکزی رجحانات کے مختلف پیانوں کے درمیان تیار کر سکیں۔
- مرکزی رجحانات کی اہمیت وافادیت کی وضاحت کر سکیں۔

9.2 معنی ومفہوم اور تعریف Meaning and Definition

علم شماریات ایک اہم علم ہے جو کسی ملک ،صنعت ،فیکٹری ،تعلیمی ادارے ،تجارت کے معاملات کو آسان اعداد میں پیش کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔مرکزی رجحان کے مفہوم کو ذیل مین وضاحت کی گئی ہے۔

1۔ مرکزی رجحان کے پیانے علم شماریات میں استعمال ہونے والے واحد اعداد ہیں جو متعلقہ اعداد کی ترجمانی کرتے ہیں۔

2۔ مرکزی رجحان کے پیانے حاصل مواد سے اخذ کردہ واحد اعداد ہوتے ہیں جو مواد کی عکاسی کرتے ہیں۔

3۔ مرکزی رجحان کے پیانے شماریات (Descript Statistic) کی ایک شاخ ہے حاصل مواد کا درمیانی عدد ہوتا ہے جو تمام اعداد کی نمائندگی کرتا ہے۔

4۔ ایسا عدد جو مواد کی خصوصیات اور صفات کو ظاہر کرتا ہے جو مرکزی رجحان کے پیانے کہلاتے ہیں۔

5۔ ایسا عدد جو اعداد کے اوسط یا درمیانی عدد کو ظاہر کرتا ہے وہ مرکزی رجحان کا پیانہ کہلاتا ہے۔

9.3 ماہیت Nature

مرکزی رجحان کے پیانے علم شماریات کے اہم پہلوؤں میں سے ایک ہے۔سماجی علوم کے ہر مضمون میں استعمال میں آتے ہیں۔مرکزی رجحان کے پیانے دراصل حاصل مواد کا درمیانی یا وسطی عدد ہوتا ہے۔یہ سلسلہ وار مواد کا درمیانی عدد ہوتا ہے۔یہ مواد کا خلاصہ پیش کرتا ہے یہ دئے گئے اعداد کا اوسط ہوتا ہے۔اس اعداد کی مدد سے مجموعی کارکردگی کا اندازہ قائم ہوتا ہے اکثر ادارے ان ہی اعداد کو بنیاد بناتے ہوئے اپنی پیداوار کی

مثبت عملی اختیار کرتے ہیں، تعلیمی ادارے سالانہ کارکردگی کو ظاہر کرنے کے لیے ان اعداد کا استعمال کرتے ہیں۔ یہ انفرادی اور اجتماعی طور پر استعمال کیا جاسکتا ہے۔

چھوٹے پیانے کے تاجرین زبانی حساب کتاب کے ذریعہ ان کی یومیہ آمدنی واخراجات کا حساب کر لیتے ہیں۔ چھوٹے و بڑے پیانے کی صنعتوں کے لیے یہ موزوں نہیں ہے۔ صنعتوں کے پیداوار بھاری مقدار میں ہوتے ہیں۔ یہ سالانہ کھاتے تیار کرتے ہیں۔ صنعتیں بازاری طلب اور منصوبہ بندی کو مدنظر رکھتے ہوئے پیداوار جاری کرتے ہیں پیداوروں منصوبہ بندی کے دوران، مقدار پیداوار، لاگت، بازاری طلب، قیمت، شئے کی نوعیت، ساخت وغیرہ مختلف عوامل کو پیش نظر رکھا جاتا ہے۔ اسکول کے بچوں کے لیے جوتے تیار کرنے والی صنعتیں بغیر حساب کے جوتے تیار نہیں کرتے بلکہ جوتے تیار کرنے پر قبل جوتوں کے مختلف سائز اور مدارس کی تعداد، طلبا کی تعداد، علاقے، شہر، دیہات عوام کی آمدنی کی سطح وغیرہ مختلف عوامل کو مدنظر رکھتے ہوئے جوتوں کے سائز اور ان کی تعداد کا تعین کرتے ہیں۔ جوتوں کے سائز اور ان کی تعداد کے تعین کے دوران طلبا کی اور طالبات کی تعداد کا بھی تجزیہ کرتے ہیں۔ ایک موزوں مقدار کا تعین کرتے ہوئے پیداوار کو جاری کرتے ہیں۔ اس طرح ہر چھوٹے و بڑے صنعتیں حسابات کی مدد سے مقدار پیداوار کا تعین کرتے ہیں اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ جامع انداز میں مختلف بھاری پیانے کے صنعتوں میں کثرت سے استعمال ہوتے ہیں۔

9.4 وسعت Scope

علم شماریات اپنے استعمالات اہمیت وافادیت کا وسیع دائرہ رکھتا ہے۔ اس علم کو ہر مضمون میں تجزیہ ونتائج کو اخذ کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ یہ واحد مضمون ہے جو حقائق کو اعداد کی شکل میں پیش کرتا ہے۔ یہ سابقہ کمزوریوں کے ساتھ ساتھ اس پر قابو پانے کے تدابیر کی وضاحت کرتا ہے۔ تاجرین، صنعت کار چھوٹے و بڑے پیانے کی صنعتیں سرکاری ادارے کھیل کود کے ادارے، عوامی فلاحی ادارے وغیرہ تمام اداروں میں شماریات کا استعمال ہوتا ہے۔ اس کی مدد سے ادارے اپنے مالی موقف کی وضاحت کرتے ہیں۔ شماریات ایک ایسا علم ہے جو وسائل اور ان کے استعمال کے درمیانی توازن پیدا کرتا ہے۔

مرکزی رجحان کے مختلف پیانے ہیں یہ پیانے اپنی منفرد استعمالات رکھتا ہے چھوٹے پیانے کے کاروبار وادارے زبانی طور پر اپنی تجارت کا حساب کر لیتے ہیں خرید وفرخت میں توازن پیدا کر لیتے ہیں لیکن بڑے پیانے کے تاجرین مرکزی رجحان کے مختلف پیانوں کا حساب کرتے ہوئے نتائج اخذ کر لیتے ہیں۔ حاصل نتائج کی بنیاد پر کاروبار کی حکمت عملی اختیار کرتے ہیں۔

مرکزی رجحان کے پیانوں کو ہر چھوٹے بڑے تاجرین استعمال کرتے ہیں۔ اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ کا کثرت استعمال ہوتا ہے۔ پھیری کے تاجرین، ترکاری فروش وغیرہ بھی مرکزی رجحان کے ان پیانوں کو اپنی تجارت میں استعمال کرتے ہیں۔ صارفین کی طلب یا ضروریات کو مدنظر رکھتے ہیں ترکاری کی مقدار کو خریدتے ہیں۔ طلب سے زائد مقدار میں اشیاء کی خریدی نقصان کا باعث ہوتی ہے۔ اسی طرح یومیہ کاروبار کرنے والے تاجرین، چھوٹے پیانے کے پیدا کنندے صنعت کار وغیرہ اپنی پیداوار کی مقدار کا تعین کے لیے بازار کی طلب کو محفوظ رکھتے ہیں۔ موسم، حالت، رسم ورواج، مذہب، تہوار، فیشن، علاقہ، شہر، دیہات، تعلیمی قابلیت، آمد کی سطح وغیرہ مختلف عوامل کی جانکاری کے لیے مرکزی رجحان کے مختلف

پیمانوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

سرکاری وغیر سرکاری میدان میں بھی مرکزی رجحان کے مختلف پیمانوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔سرکاری اسکیم سے مستفید ہونے والے افراد کی تعداد سماجی تبدیلی کے امکانات وغیرہ کے لیے ان پیمانوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

9.5 مرکزی رجحان کا استعمالات و اہمیت

Uses and Importance of Central Tendency

دیگر علوم کی طرح شماریات بھی ایک اہم علم ہے۔ ہر چھوٹے و بڑے صنعتوں، پیداواری اداروں تعلیمی اداروں، تنظیم و انصرام ریاستوں ومملکتوں کی منصوبہ بندی اور حکمت عملی میں اس کا استعمال کیا جاتا ہے اور یہ کہا جائے تو بے جا نہ ہوگا مرکزی رجحان کے مختلف پیمانوں کے استعمال کے بغیر مملکت یا کسی بھی ادارے کی منصوبہ بندی ناممکن ہے۔ذیل میں اس کی اہمیت کو بیان کیا گیا۔

1۔منصوبہ بندی 2۔وسائل کی جانکاری 3۔اہداف کا تعین 4۔سرمایہ کی فراہمی 5۔انصرام

1۔ وسائل کی جانکاری Finding of Resouces

کسی علاقے یا ملک کی ترقی میں وسائل مرکزی کردار کرتے ہیں۔کوئلہ،لوہے فولاد، پانی،سونا، چاندی، زمین کی زرخیزی، جنگلاتی، علاقہ، آب وہوا وغیرہ چند اہم قدرتی وسائل ہیں۔ذخائر اور مقدار کا تعین کرنا لازمی ہوتا ہے۔اس کے ساتھ ساتھ ملک کی آب وہوا جنسی تناسب، تعلیم یافتہ وغیرہ تعلیم یافتہ طبقہ کا تناسب، اطفال، نوجوان، ضعیف، صحت مند، بیمار وغیرہ وسائل کا تعین کرنا لازمی ہوتا ہے۔ملک کی ترقی وغیرہ میں مذکورہ بالا تمام عوامل راست طور پر اثر انداز ہوتے ہیں۔

2۔ منصوبہ بندی Planning

ترقی اور استحکام کے لیے حکمت عملی اختیار کی جاتی ہے جو منصوبہ بندی کا حصہ ہوتا ہے۔مملکت کی ترقی کے لیے وسیع انداز میں منصوبہ بندی کی جاتی ہے۔مملکت کے وسائل کو پیش نظر رکھتے ہوئے مملکت کی ترقی کے لیے موزوں منصوبے تشکیل دئے جاتے ہیں منصوبوں کو طویل مدتی، قلیل مدتی، علاقہ واری، جزوی، کلی وغیرہ مختلف حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔منصوبوں کی تکمیل میں مدت اور سرمایہ اہم مشمولات ہیں۔

3۔ اہداف کا تعین کرنا Fixing Target

منصوبوں کی تکمیل کے لیے مقرر کردہ نشانہ اہداف کہلاتا ہے۔اس کی کامیابی کے لیے منصوبوں کو مختلف ادوار میں تقسیم کرتے ہوئے تسلسل کے ساتھ تکمیل پر زور دیا جاتا ہے۔ ہر دور یا مدت میں منصوبوں کے لیے تکمیل کا حصہ مقرر کیا جاتا ہے۔ ہر دور میں اس طرح اہداف کی تقسیم سے کام کی بروقت تکمیل کے امکانات پیدا ہوتے ہیں۔بعض اوقات پیدا شدہ اکائیوں اور مشکلات کے حل کے لیے موزوں طریقوں کو اختیار کرنے میں مدد ملتی ہے مملکت کی مجموعی ترقی کے لیے اہداف کو بنیاد بنایا جاتا ہے، صنعتوں کی کارکردگی کو بڑھانے، خسارہ کو کم کرنے صد فیصد تعلیم یافتہ بنانے، روزگار فراہم کرنے وغیرہ مختلف میدانوں میں موزوں اہداف مقرر کئے جاتے ہیں۔

4۔ سرمایہ کی فراہمی Providing Capital

سرمایہ کو کاروبار یا معاشی سرگرمیوں میں خون کا رتبہ حاصل ہے۔ ہر چھوٹے و بڑے کاروباری وغیرہ کاروباری معاملات میں سرمایہ کے بغیر معاملات طئے نہیں پاتے۔ کاروبار کی توسیع صنعتوں کے قیام منصوبوں کی تکمیل کے لیے ضرورت کے مطابق سرمایہ فراہم کیا جاتا ہے۔ طویل مدتی منصوبوں کو مختلف اداروں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ہر دور کی ضرورت کے مطابق ضروری سرمایہ کو یقینی بنانا کافی آسان ہوتا ہے۔ ضروری ترمیم کے ساتھ سرمایہ کی مقدار میں بھی تبدیلی ممکن ہے۔ سرمایہ کی عدم فراہمی سے معاشی سرگرمیاں مفلوج ہو جاتے ہیں۔ ضرورت پر سرمایہ کی معمولی کمی بھی معاشی مسائل کا سبب بنتے ہیں۔

5۔ انصرام Administration

بہتر نظم و نسق انصرام کے لیے علم شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔ سرکاری و غیر سرکاری، چھوٹے و بڑے پیداواروں اداروں صنعتوں وغیرہ میں شماریات کا خاص استعمال ہوتا ہے۔ اس کی تناسب سے تقسیم کار کے اصولوں پر عمل کرتے ہیں ۔ ہر فرد کی ذمہ داری اور جوابدہی کا تعین کیا جاتا ہے۔ اوقات کا بہتر استعمال، ماتحتین کو ذمہ داریوں کی تصدیق اور جوابدہی کا تعین۔ اوقات کار کا تعین وغیرہ مختلف معاملات میں علم شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔

مرکزی رجحان کے پیمانوں کے چند اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ دیے ہوئے مواد کو قابل فہم اعداد کی شکل میں پیش کرتے ہیں۔
2۔ اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ مرکزی رجحان کے اہم پیمانے ہیں۔
3۔ مرکزی رجحان کی شکل میں پیش کے گئے مواد قابل فہم ہوتے ہیں۔
4۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کی شکل میں پیش کے گئے مواد کو تعلیم یافتہ و غیر تعلیم یافتہ شخص آسانی سے سمجھ سکتا ہے۔
5۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کی مدد سے کاروبار کی موجودہ صورتحال کو بہتر طور سمجھا جا سکتا ہے۔
6۔ مستقبل کے لیے اہداف کا تعین کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔
7۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کو ہر چھوٹے و بڑے تاجرین و پیداکنندے آسانی سے استعمال کرتے ہیں۔
8۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کی تحسیب کافی آسان ہے۔
9۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کے سرکاری و غیر سرکاری شعبوں کے لیے قابل قبول ہوتے ہیں۔
10۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کو تجارتی، سماجی، معاشی، کھیل کود وغیرہ مختلف میدانوں میں استعمال کرتے ہیں۔
11۔ ریاضی، سائنس، سماجی علم، کاروباری، صنعت سرکاری، غیر سرکاری ان تمام میدانوں میں مرکزی رجحان کے پیمانوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

9.6 مرکزی رجحان کے پیمانے کے فوائد Advantages of Central Tendency

مرکزی رجحان کے پیمانوں کے اہم فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ مرکزی رجحان کے اہم پیمانے میں جس کو آسانی کے ساتھ استعمال کرتے ہیں۔
2۔ مرکزی رجحان کے پیمانے کو چھوٹے و بڑے پیمانے کی صنعتیں صنعتی منصوبہ بندی میں استعمال کرتے ہیں۔
3۔ تعلیمی و صنعتی ادارے اپنے سالانہ کارکردگی کو ظاہر کرنے کے لیے مرکزی رجحان کے پیمانوں کا استعمال کرتے ہیں۔
4۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کی مدد سے ظاہر کارکردگی کو ہر عام وخاص شخص آسانی سے سمجھ سکتا ہے۔
5۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کو اعداد کے ساتھ ساتھ ترسیم کاغذ پر بھی آسانی سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔
6۔ کاروبار کے وسیع اعداد کو مختصر شکل میں آسانی سے پیش کیا جاسکتا ہے جس سے تفہیم سے سہولت ہوتی ہے۔
7۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کے سابقہ نتائج کی بنیاد پر مستقبل کی منصوبہ بندی میں استعمال کرتے ہیں۔
8۔ قیمت سازی و مقدار پیداوار کا تعین، بازاری طلب کے تعین وغیرہ میں مرکزی رجحان کے پیمانوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

مرکزی رجحان کے خامیاں یا حدود — Limitations of Central Tendency

مرکزی رجحان کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ مرکزی رجحان کا تعلق اعداد سے پایا جاتا ہے۔ اعداد کے بغیر شماریات کا استعمال ممکن نہیں اعداد کی مدد سے نتائج اخذ کرنے کے بعد گراف وغیرہ کی شکل میں ظاہر کرسکتے ہیں۔لیکن اعداد میں تبدیلی کے ساتھ ساتھ نتائج میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔اس لیے حاصل نتائج ہر وقت قابل وقبول ہونا ممکن نہیں۔
2۔ شماریات کے حساب و کتاب کے دوران معمولی غلطی سے سنگین نتائج حاصل ہوتے ہیں۔غلطیوں کو اخذ کرنا یا ان کی بروقت نشاندہی نہ ممکن ہے۔معمولی غلطی کی اصلاح کے لیے ابتداء سے آخر تک حسابات پر غور کرنا ہوتا ہے۔جس سے کافی وقت ضائع ہوتا ہے۔
3۔ شماریات کے حسابات کے لیے کافی وقت درکار ہوتا ہے۔مختصر وقت یا قلیل عرصہ میں تکمیل کرنا ممکن نہیں کسی بھی صنعت یا پیداوار کے شماریات کے اعتبار سے نتائج حاصل کرنے کے لیے گہرائی کے ساتھ مطالعہ کی ضرورت ہوتی ہے۔
4۔ شماریات کا تعلق اجتماعیت سے ہوتا ہے۔مجموعی کلاس کی کارکردگی،صنعت کی مجموعی پیداوار وغیرہ میں استعمال ہوتا ہے۔لیکن انفرادی طور پر مطالعہ میں شماریات موزوں نہیں ہوگا۔
5۔ شماریات کا استعمال کے طرفداری کا عنصر اثر انداز ہوتا ہے۔بعض اوقات تجزیہ نگار نتائج کو طرفداری یا بہتر موقف میں ظاہر کرنے کے لیے آسان ضوابط کا استعمال کرتے ہیں جس سے کو دغرضی جیسے عوامل ظاہر ہوتے ہیں۔
6۔ شماریات کے مختلف پیمانوں سے اخذ کردہ نتائج صد فیصد درست،صحیح ثابت ہونا ممکن نہیں بلکہ اس کے نتائج اوسطً درست ہوتے ہیں۔ اس لیے شماریات کے تمام نتائج پر بھروسہ کرنا ممکن نہیں۔
7۔ مرکزی رجحان کے مختلف پیمانوں کے نتائج کی تصدیق کا کوئی قابل قبول طریقہ نہیں ہے۔
8۔ شماریات کے استعمالات کے متعلق کوئی قطعی قوانین موجود نہیں ہے۔
9۔ شماریات کے استعمال میں شخصی دلچسپی کے عوامل راست طور پر اثر انداز ہوتے ہیں اس لیے فرد اپنی سمجھ کے مطابق نتائج کی وضاحت

کرتا ہے۔

مرکزی رجحان کے پیمانوں کے استعمال کے دوران اختیار کیے جانے احتیاطی اقدامات

مرکزی رجحان کے پیمانے ہر چھوٹے وبڑے تجارتی،صنعت،تعلیم،کھیل کود وغیرہ مختلف میدانوں میں استعمال کرتے ہیں۔ان پیمانوں کو استعمال کرنے سے قبل حاصل یا دستیاب مواد کی نوعیت اور اس کے تعین کے مقصد کا واضح ہونا ضروری ہے۔ذیل میں مرکزی رجحان کے پیمانوں کے استعمال کے احتیاطی اقدامات کو بیان کیا گیا ہے۔

1۔ دستیاب مواد:

اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ مرکزی رجحان کے اہم پیمانے ہیں ان کو محسوب کرنے کے لیے حاصل مواد کی نوعیت پر اطمینان پیدا کرنا لازمی ہے۔ ہر ایک پیمانہ اپنا ایک الف مقدار اور ضابطہ رکھتا ہے۔اسی لیے پیمانے کو محسوب کرنے کے مقدار اور دستیاب مواد پر اطمینان پیدا کرنا لازمی ہے۔ مقصد کے مطابق مواد کی ترتیب استعمال سے بہتر نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

2۔ مقصد کا تعین کرنا:

اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ اپنے مختلف استعمالات رکھتے ہیں۔ان کو محسوب کرنے سے قبل اپنے تجارتی مقصد کا تعین کریں۔آمدنی،اخراجات کے درمیان توازن پیدا کرنے میں یا پیمانے کافی مددگار ثابت ہوتے ہیں۔سال بھر کی آمدنی کو محسوب کرنے کے لیے اکثر اوسط کا استعمال کیا جاتا ہے۔اسی طرح شئے کی پیداواروں کو لاگت محسوب کرنے کے لیے اوسط لاگت کا استعمال کیا جاتا ہے۔جوتے بنانے والے صنعتیں جوتے بنانے سے قبل سب سے زیادہ طلب کے سائز کا تعین کرتے ہیں۔جس کو بہتانیہ کہا جاتا ہے۔

3۔ موقع:

مرکزی رجحان کے پیمانوں کے تعین کے دوران موقع یا حالات کو مدنظر رکھنا ضروری غیر یقینی صورتحال یا غیر موافق حالات میں نتائج بالکل مختلف ہوتے ہیں۔زلزلہ،طوفان،آفات سماوی، وبائی امراض کے دوران کے نتائج عام حالات کے نتائج سے کافی مختلف ہوتے ہیں۔اس کے غیر موافق صورتحان کو بھی پیش نظر رکھنا چاہیے۔موافق ومتوازن کے پس منظر میں دستیاب مواد یا معطیات کی مدد سے صحیح درست نتائج حاصل ہوتے ہیں۔

4۔ صلاح ومشورے:

مرکزی رجحان کے پیمانوں کے استعمال سے قبل ماہرین معمولی سے رائے وتجاویز حاصل کریں۔دستیاب مواد کو بہتر وصحیح استعمال کے لیے ماہرین کی بہتر نتائج میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔بعض اوقات معمولی غلطی میں غلط نتائج کا سبب بن سکتے ہیں۔اس نتائج کو غلطیوں سے پاک بنانے کے لیے ضروری صلاح ومشورے حاصل کریں۔

9.7 مرکزی رجحان کے اقسام Types of Central Tendency

اعداد کا تجزیہ کرتے ہوئے نتائج اخذ کرنے میں علم شماریات اہم کردار ادا کرتا ہے۔اعداد کی نوعیت کے اعتبار سے ان کا تجزیہ کیا جاتا ہے۔

مرکزی رجحان کے تین اہم اقسام ہیں۔

1۔اوسط　　　2۔وسطانیہ　　　3۔بہتانیہ

ہرایک کے متعلق تفصیلی مطالعہ کیجئے۔

1۔ اوسط　Arithemetic mean or Average

اوسط مرکزی رجحان کی پیائش کی ایک اہم قسم ہے۔اوسط دئے گئے اعداد کی مرکزی عدد کے حیثیت سے نمائندگی کرتا ہے۔جس ضابطے کی مدد سے محسوب کیا جاتا ہے اوسط کو حسب ذیل دوحصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔اکائی 10 میں اوسط پر تفصیلی روشنی ڈالی گئی ہے۔

(i) ہندسی اوسط (Gementic Mean)　　(ii) ہارمونی اوسط (Harmonic Mean)

(iii) اوزنی اوسط (Weaighted Arithmetic Mean)

اوزنی اوسط　Weighted Arithmetic Mean

اوزنی اوسط مرکزی رجحان کے پیمانوں میں اوسط کی ایک اہم قسم ہے۔جس میں دیے ہوئے اعداد کی وزن کی بنیاد پر اوسط محسوب کیا جاتا ہے۔اوزانی اوسط کو محسوب کرنے کا ضابطہ

$$\text{اوزانی اوسط} = \frac{\Sigma WX}{WX}$$

مثال 1: ذیل میں ایک گھر کے ماہانہ اخراجات کی تفصیل دی گئی ہے۔جس کی مدد سے اوزانی اوسط محسوب کیجئے۔

متفرق	لباس	تعلیم	ادویات	غذا	اخراجات
10	20	20	20	30	فیصد
1	1	1	1	2	وزن

حل: اوزانی اوسط　Weighted Average

WX	وزن	فیصد (W)	تفصیلات (X)	سلسلہ نمبر
60	2	30	غذا	1
20	1	20	ادویات	2
20	1	20	تعلیم	3
20	1	20	لباس	4
10	1	10	متفرق	5
130	6			

$$WX = \frac{\Sigma WX}{\Sigma W} = \frac{130}{6} = 21.6$$

وزنی اوسط WX=21.6

مثال2: ذیل میں ایک کالم میں طلبا کی تعداداوران کی کامیابی کا فیصد دیا گیا ہے۔جن کی مدد سے وزنی اوسط محسوب کیجئے۔

ایم سی اے	ایم بی اے	ایم کام	ایم اے	کورس
400	300	200	100	طلبا کی تعداد
95	85	90	80	کامیابی کا فیصد

حل: اوزانی اوسط کی تحسیب (Calculation of Weighted Average)

WX	کامیابی کی فیصد	طلبا کی تعداد	کورس	سلسلہ نمبرات
8000	80	100	M.A	1
18000	90	200	M.Com	2
25500	85	300	M.B.A	3
38000	95	400	M.C.A	4
89500		1000		

$$\text{وزنی اوسط } WX = \frac{\Sigma WX}{\Sigma W}$$

$$= \frac{89500}{1000}$$

وزنی اوسط = 89.5

2۔ وسطانیہ Median

وسطانیہ مرکزی رجحان کا ایک اہم قسم کا پیمانہ ہے جو دیے گئے اعداد کی درمیانی یا وسطی نقطہ کی حیثیت سے نمائندگی کرتا ہے۔یعنی وسطانیہ دیے گئے اعداد کا بالکل درمیانی یا وسطی نقطہ یا عدد ہوتا ہے۔دئے گئے اعداد کو گھٹتی ہوئی یا بڑھتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دینے پر ان کے درمیانی عدد کو وسطانیہ کہتے ہیں ۔دیے گئے اعداد کی تعداد طاق ہونے پر وسطانیہ کی قدر آسانی سے اخذ کی جاسکتی ہے۔اس کے برخلاف دئے گئے اعداد کی تعداد جفت میں ہوں تب درمیانی دو اعداد کا اوسط وسطانیہ (Median) کہلاتا ہے۔اس میں درمیانی دو اعداد کے حاصل جمع کو '2' سے تقسیم کیا جاتا ہے۔جس پر وسطانیہ حاصل ہوتا ہے۔اکائی 11 میں وسطانیہ پر تفصیلی روشنی ڈالی گئی ہے۔

3۔ بہتانیہ یا کثیریہ Mode

بہتانیہ یا کثیر یہ مرکزی رجحان کی پیمائش کا ایک اہم قسم ہے۔دیے گئے اعداد میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرائے جانے والے عدد کو بہتانیہ یا

کثیر یہ (Mode) کہتے ہیں۔دیے گئے اعداد منفی،مثبت،طاق،جفت کسی بھی نوعیت کے ہو سکتے ہیں۔اعداد میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرانے والا عدد یا کثرت سے آیا ہوا عدد بہتانیہ کہلاتا ہے۔اعداد کی تعداد کم ہونے پر مشاہدے کی مدد سے بہتانیہ کو محسوب کیا جا سکتا ہے۔اسی طرح اعداد کی تعداد کثیر مقدار میں ہونے پر ضابطہ کے استعمال کی مدد سے بہتانیہ کو محسوب کیا جاتا ہے۔اکائی 12 میں بہتانیہ پر تفصیلی روشنی ڈالی گئی ہے۔

9.8 اکتسابی نتائج Learnig Outcomes

علم شماریات ایک اہم مضمون ہے۔جس کو نتائج کے تجزیہ اور منصوبے اور حکمت عملی کے تعین مین ہر چھوٹے و بڑے صنعت کار، پیدا کنندے ،تعلیمی ادارے، کاروباری ادارے، سرکاری و غیر سرکاری تنظیمیں استعمال کرتے ہیں۔شماریات میں استعمال ضوابط و نظریات روزمرہ زندگی سے کافی .مشابہت رکھتے ہیں۔ حاصل مواد یا مواد کی ترتیب وار ترتیب دیتے ہوئے مختلف پیمانوں میں اس کا استعمال کیا جاتا ہے۔ حسابی اوسط ، وسطانیہ، بہتانیہ مرکزی رجحان کے اہم پیمانے ہیں۔مواد کے مجموعہ کو اعداد کی تعداد سے تقسیم کرنے پر اوسط حاصل ہوتا ہے۔اوسط کو کثرت کے ساتھ استعمال کیا جاتا ہے۔وسطانیہ دوسرا اہم پیمانہ ہے۔دیے ہوئے اعداد کا وسطی عدد وسطانیہ کہلاتا ہے کثرت کے ساتھ یا سب سے زیادہ مرتبہ دہرانے والے عدد کو بہتانیہ یا کثیر یہ کہتے ہیں۔ جوتے ،چپل، ملبوسات ، دیزائنگ ملبوسات وغیرہ میں کثیر یہ کا کافی استعمال ہوتا ہے۔کثیر یہ کی بنیاد پر ہی صنعتیں شئے کی پیداوار کی حکمت عمل اختیار کرتے ہیں۔

اوسط کا استعمال جزوی و کلی دونوں میدانوں میں کیا جاتا ہے۔قومی مسائل کو حل کرنے ،مسائل کی نشاندہی کے لیے حکمت عملی کو اختیار کرنے کے لیے مرکزی رجحان کے پیمانوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔منصوبہ بندی، تقسیم کار، وسائل کی جانکاری، اہداف کا تعین کرنے۔سرمایہ کی فراہمی و انصرام میں شماریات کا استعمال کیا جاتا ہے۔شماریات کے موزوں استعمال کے سبب مسائل کی نشاندہی اور اس کے حل میں اہم کردار ادا کرتی ہے۔ شماریات کے کافی فوائد اور استعمالات ہیں۔شماریات کے چند خامیاں بھی ہیں۔شماریات کے تمام پہلوؤں پر عبور رکھنا ممکن نہیں ۔شماریات کے اخذ کردہ نتائج یا تجزیہ کو قبول کرنا ممکن نہیں۔ان پر شخصی صفات اور اثرات راست طور پر اثر انداز ہوتے ہیں۔

9.9 کلیدی الفاظ Key words

1۔ اہداف(Target) :کارکردگی کا مقرر نشانہ اہداف کہلاتا ہے۔

2۔ انصرام(Administration) :تنظیم میں کام کرنے کی ترتیب یا طور طریقے انصرام کہلاتا ہے۔

3۔ ماتحت(Subordinate) :اعلی عہیدیدار کے کنٹرول میں قائم عملہ ماتحت کہلاتا ہے۔

9.10 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

1۔ لفظ Statistic.......................زبان سے ماخوذ ہے۔

2۔ سب سے زیادہ مرتبہ دہرائے جانے والے عدد کو.................. کہتے ہیں۔

3۔ دیے ہوئے اعداد کا وسطی عدد کو.................. کہتے ہیں۔

4۔ 6,3,4,6,5,6,8 میں بہتانیہ.................. ہے۔

5۔ اوسط کو محسوب کرنے کا ضابطہ........................ ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ اوسط سے کیا مراد ہے؟

2۔ وسطانیہ کے مفہوم کو بیان کیجئے۔

3۔ بہتانیہ کسے کہتے ہیں؟

4۔ وزن اوسط سے کیا مراد ہے۔

5۔ اوسط کے استعمالات بیان کیجئے۔

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

6۔ شماریات کی اہمیت واستعمالات کو بیان کیجئے۔

7۔ مرکزی رجحان کے مختلف پیمانوں کی وضاحت کیجئے۔

8۔ مرکزی رجحان کے پیمانوں کے مفہوم کو بیان کرتے ہوئے اس کے استعمالات کو بیان کیجئے۔

9۔ ذیل کے عدد کی مدد سے وزنی اوسط محسوب کیجئے۔

مضامین	سماجی علم	سائنس	ریاضی	انگریزی	اردو
طلبا کی تعداد	200	300	200	100	200
کامیابی کے نتائج	90	80	60	50	100

10۔ ذیل میں ایک شخص کی اخراجات کے تفصیلات دیے گئے ہیں جن کی مدد سے وزنی اوسط محسوب کیجئے۔

اخراجات	مکان کا کرایہ	غذا	تعلیم	لباس	متفرق
روپے	10,000	30,000	30,000	20,000	10,000
اخراجات کا فیصد	10	30	30	20	10

9.11 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C

2. Statistical Methods : Gupta S. P

3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N

اکائی 10 ۔ حسابی اوسط
Arithmetic Mean

Unit Structure — اکائی کی ساخت

10.0	تمہید	Introduction
10.1	مقاصد	Objectives
10.2	معنی ومفہوم اور تعریف	Meaning and Definition
10.3	اوسط کی نوعیت	Nature of Arthmetic Mean
10.4	اوسط محسوب کرنے کا بالراست طریقہ	Indirect Method of Calculation of Arthmetic mean
10.5	تعددی/ مجرد سلسلہ کی صورت میں اوسط کا تخمینہ	Calculation of Mean in case of discrete series
10.6	مسلسل سلسلہ کے تحت اوسط کو محسوب کرنا	Calculation of Arthmetic Average in case of Continuous Series
10.7	حسابی اوسط کی خصوصیات	Properties or Features of Arthmetic Mean
10.8	اوزنی حسابی اوسط	Weighted Arthmetic Mean
10.9	اوزانی اوسط کے خصوصیات	Features of Weighted Arthmetic Mean
10.10	اوزانی حساب اوسط کو محسوب کرنے کا طریقہ	Method of Calculation of Weighted Arthmetic Mean
10.11	مشترکہ اوسط	Combined Average
10.12	اکتسابی نتائج	Learning Outcomes
10.13	کلیدی الفاظ	Key Words
10.14	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
10.15	تجویز کردہ کتب	Reference Books

10.0 تمہید Introduction

علم شماریات کا استعمال ہر چھوٹے وبڑے کاروبار میں کیا جاتا ہے۔ ہر صنعت کار پیدا کنندے فرم کی موجودہ صورتحال کو محسوب کرنے کے لیے علم شماریات کے مختلف پیمانوں کا استعمال کرتے ہیں نہ صرف یہ بلکہ مستقبل کی منصوبہ بندی کے لیے بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ اکثر مدارس میں تعلیمی سرگرمیوں کو ظاہر کرنے کے لیے اعداد وشمار اور گراف کا استعمال کرتے ہیں ملبوسات تیار کرنے کی صنعتیں جوتے سازی کی صنعتیں ایسے سائز میں تیار کرتے ہیں جس کی سب سے زیادہ مانگ ہو یا اس سائز میں تیار کرتے ہیں جس کے گاہک زیادہ پائے جاتے ہوں۔ چھوٹے پیمانے کے تاجرین بھی ان اعداد کا انتظام کرتے ہیں۔ اس اکائی میں آپ حسابی اوسط کے متعلق معلومات حاصل کرینگے۔

10.1 مقصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

1۔ حسابی اوسط کے معنی ومفہوم کی وضاحت کرسکیں۔
2۔ حسابی اوسط کے افادیت اوراہمیت کو بیان کرسکیں۔
3۔ حسابی اوسط کو محسوب کرنے کے مختلف طریقوں کو بیان کرسکیں۔
4۔ حسابی اوسط کو محسوب کرنے کے مختلف طریقوں کے فوائد اور نقصانات کو بیان کرسکیں۔

10.2 معنی ومفہوم اور تعریف Meaning and Definition

حسابی اوسط کو مرکزی رجحان کا ایک اہم پیمانے کے اس کی تفہیم کے لیے ذیل میں چند اہم تعریفات دیے گئے ہیں۔

1۔ حسابی اوسط کو آسان الفاظ mean یا Average یا اوسط کہا جاتا ہے۔
2۔ ایسا عدد جو دیے گئے اعداد کے مجموعے کو تعداد سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوتا ہے وہ حسابی اوسط کہلاتا ہے۔
3۔ ایسا عدد جو دیے گئے مواد کی مرکزی حیثیت سے نمائندگی کرتا ہو وہ حسابی اوسط کہلاتا ہے۔
4۔ حسابی اوسط دیے گئے اعداد کے مجموعہ کی نمائندگی کرتا ہے۔

10.3 اوسط کی نوعیت Nature of Arithmetic Mean

اوسط مرکزی رجحان کی پیمائش کا ایک اہم ذریعہ سے دیے گئے معطیات یا مواد کی نمائندگی کرتا ہے۔ علم ریاضی کے تمام طریقوں میں اوسط کو آسانی سے محسوب کرنے کے ساتھ ساتھ کثرت سے استعمال ہونے والا طریقہ ہے۔

حسابی اوسط کو محسوب کرنے میں اعداد کو حسب ذیل دو حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

1۔ غیر گروہ بند مواد (Ungrouped Data)
2۔ گروہ بند مواد (Grouped Data)

1۔ غیر گروہ بند مواد: ایسا مواد جو بے ترتیب ہو یا خاص انداز میں ترتیب نہ دیا گیا ہو وہ غیر گروہ بند مواد کہلاتا ہے۔

2۔ گروہ بندمواد (Grouped Dat):ایسامواد جس کو کسی خاص انداز میں ترتیب دیا گیا ہووہ گروہ بندمواد کہلاتا ہے۔

مشقی سوالات

غیر گروہ بندمواد کی صورت میں اوسط کو محسوب کرنے کا طریقہ:

ایسا مواد جو گروہ بند شکل میں نہ ہواس غیر گروہ بند مواد کہتے ہیں اس صورت میں مواد کے مجموعہ یا کل کو مواد کی تعداد سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

مواد کی تعداد/مواد کا مجموعہ=(X)اوسط

$$\text{Mean } \overline{X} = \Sigma X / \Sigma N$$

جہاں پر Sسگما علامت ہے یہ تمام قدرں کے مجموعہ کو ظاہر ہے۔Nمواد کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 1:ایک جماعت کے سائنس مضمون میں 10 طلبا کے حاصل نشانات دئے گئے ہیں جن کی عدد سے اوسط محسوب کیجئے۔

72 50 33 71 65 42 45 61 42 89

حل: دس طلبا کے حاصل نشانات کو جمع کرلیا جائے۔

تمام طلبا کی نشانات کا کل یا مجموعہ کوطلبا کی تعداد سے تقسیم کرنے پر اوسط حاصل ہوگا۔

= 72 + 50 + 33 + 71 + 65 + 42 + 45 + 61 + 42 + 89 =570

طلبا کی تعداد N = 10 نشانات کا کل ΣX = 570

اوسط= 570 / 10 = اوسط= 57

10.4 اوسط محسوب کرنے کا بالراست طریقہ

Indirect Method of Calculation of Arthmetic mean

اوپر کی مثال کو بالراست طریقہ پر اوسط کو محسوب کیا جاتا ہے۔اس طریقہ کے تحت ذیل مراحل ہیں۔

1۔ دیے گئے اعداد میں سے کسی ایک عدد کو فرض کرلیں۔

2۔ مفروضہ عدد میں سے دیے گئے اعداد کو تفریق کریں جس سے انحراف حاصل ہوتا ہے۔

3۔ انحرافات کو جمع کریں۔

4۔ ذیل کے ضابطہ پر عمل کریں۔

$$X = A + \Sigma d/N$$

72 + 50 +33+71+65+42+45+61+42+89

ان میں سے عدد 65 کوفرض کیا گیا

دیے گئے اعداد کو اس عدد میں سے تفریق کرتے ہوئے مثبت (+) اور منفی (-) علامات کے ساتھ اعداد کو ظاہر کریں۔جمع اعداد کو جمع کرلیا

اورتفریق علامت کے اعداد کو علیحدہ جمع کریں۔جمع علامت کے اعداد کا مجموعہ 37+ اور تفریق علامات کے اعداد کا مجموعہ 117- ہے ان دونوں کا فرق 80- ہے۔منفی علامات کے اعداد زیادہ ہیں اس لیے منفی علامت میں ظاہر کیا جاتا ہے۔
ذیل کے ضابطہ میں قیمتیں درج کریں۔

$$X = A + \Sigma d / \Sigma N$$

$$= 65 + \frac{-80}{10}$$

$$= 65 - 8$$

$\overline{X}$ اوسط = 57

مندرجہ ذیل کے راست یا بالراست دونوں طریقوں سے اوسط 57 حاصل ہوتا ہے۔

10.5 تعددی/مجرد سلسلہ کی صورت میں اوسط کا تخمینہ

Calculation of Mean in case of Discrete Series

تعددی سلسلہ (Discrete Series) علم شماریات میں مواد کو پیش کرنے کا اہم سلسلہ ہے اس طریقہ میں معطیات (Data) اوران کی تعداد کو جدول کی شکل میں مواد پیش کیا جاتا ہے اس جدول میں وقفہ جماعت (Class Interval) نہیں پایا جاتا اس میں مواد کو دو کالم میں پیش کیا جاتا ہے۔پہلا کالم میں عدد اور دوسرا کالم تعداد (Frequency) بتلائی جاتی ہے۔

تعددی سلسلہ (Discrete Series) میں راست طریقے سے اوسط محسوب کرنے کا طریقہ (Direct Method):

راست طریقہ کے تحت اوسط محسوب کرنے کے لیے معطیات اور تعداد کے حاصل ضرب کے مجموعہ کو تعدد کی جملہ تعداد سے تقسیم کرنے پر اوسط حاصل ہوتا ہے۔اس طریقہ پر اوسط محسوب کرنے کے لیے اس ضابطہ کو استعمال کریں۔

$$\overline{X} = \Sigma fx / \Sigma F$$

مثال2: ذیل میں شماریات میں حاصل نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے۔ان کی مدد سے اوسط محسوب کیجئے۔

نشانات	35	55	60	65	70	80	85	90
طلبا کی تعداد	4	5	8	6	9	10	6	2

حل :راست طریقہ کے تحت اوسط محسوب کرنا۔

نشانات(X)	طلبا کی تعداد(F)	fx کالم
35	4	140 (35x4)
55	5	275 (55x5)

60	8	480 (60x8)
65	6	390 (65x6)
70	9	630 (70x9)
80	10	800 (80x10)
85	6	510 (85x6)
90	2	180 (90x2)
	50=ΣX	3405=Σfx

$$\overline{X} = \Sigma fx / \Sigma x$$

$$= 3405 / 50$$

اوسط $\overline{X} = 68.1$

بالراست طریقے پر اوسط محسوب کرنا Indirect Method

اس طریقہ میں دیے گئے معطیات میں سے کسی ایک عدد کو فرض کرتے ہوئے فرق شدہ اعداد کو منفی یا مثبت علامت کے ساتھ ظاہر کریں پھر ان کو تعدد (F) سے ضرب دیں۔ اور ضابطہ میں قیمت درج کریں۔ بالراست طریقہ پر اوسط محسوب کرنے کا ضابطہ۔

$$X = A + \Sigma fd / \Sigma f$$

جہاں پر A = فرض کیا ہوا عدد   fd = حاصل ضرب کا مجموعہ   f = تعدد کا حاصل جمع

مثال 3 : مثال تین کو استعمال کرتے ہوئے بالراست طریقہ پر اوسط محسوب کیجئے۔

حل : بالراست طریقہ پر اوسط محسوب کرنے کا طریقہ:

نشانات(X)	تعدد(F)	d = 65	fd
35	4	-30	-120 (4x-30)
55	5	-10	-50 (5x-10)
60	8	-5	-40 (8x-5)
65	6	0	0 (6x0)
70	9	+5	+45 (9x5)
80	10	+15	+150 (10x15)

85	6	+20	+120 (6x20)
90	2	+25	+50 (2x25)
	50=Sf	-0	-210 +365 155=Σfd

$\bar{X}$ = A + Σfd / Σf

= 65 + 155/ 50

= 65 + 3.1

اوسط = 68.1

مندرجہ بالا پر دونوں طریقوں پر اوسط 68.1 حاصل ہوا ہے۔

10.6 مسلسل سلسلہ کے تحت اوسط کو محسوب کرنا

Calculation of Arthmetic Average in case of Continuous Series

مسلسل سلسلہ (Continuous Series) علم شماریات میں مواد کو ترتیب وار پیش کرنے کا ایک اہم طریقہ ہے اس طریقہ میں مواد کو وقفہ جماعت (Class Interval) تعدد (Frequency) کے ساتھ بتلایا جاتا ہے۔معطیات کی تعداد زیادہ ہونے کی صورت میں جدول وقفہ جماعت یا مسلسل سلسلہ کو استعمال کیا جاتا ہے۔دیے گئے معطیات کی تعداد اور ان کی اونچی اور نچلی سطح کو مدنظر رکھتے ہوئے وقفہ جماعت کی موزوں سطح کا تعین کیا جاتا ہے عام طور پر 5 یا 10 وقفہ جماعت کے ساتھ جدول تیار کیا جاتا ہے۔راست اور بالراست اور اختصاری طریقہ (Step Deviation) کے طریقہ پر اوسط کو محسوب کیا جا سکتا ہے۔

مسلسل سلسلہ میں راست طریقہ کے تحت اوسط محسوب کرنا Calculation of Mode in Direct Method

مسلسل سلسلہ یا راست طریقہ پر اوسط محسوب کرنے کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ وسطی نقطہ محسوب کریں

2۔ وسطی نقطہ اور تعدد کو ضرب دیں اور اس کا کل محسوب کریں۔

3۔ ضابطہ میں قدریں کو درج کریں۔

اوسط $\bar{X}$ = Σmf / Σf

جہاں پر $\bar{X}$ =اوسط کی علامت ہے

mf = Σmf کا حاصل جمع

Σf = تعدد کا حاصل جمع

مثال4: ذیل میں ایک صنعت میں کام کرنے والے مزدوروں کی توسیع تنخواہوں کے تفصیلات دیے گئے ہیں ان کی مدد سے اوسط محسوب کیجئے۔

3500-4000	3000-3500	2500-3000	2000-2500	1500-2000	1000-1500	وقفہ جماعت تنخواہیں(f)
7	9	10	12	7	5	ملازمین کی تعداد (x)

حل: اوسط محسوب کرنے کا طریقہ ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

وقفہ جماعت تنخواہ روپے(f)	ملازمین کی تعداد	وسطی نقطہ	2x3 mf
1000-1500	5	1250	(1250x5) 6250
1500-2000	7	1750	(1750x7) 12250
2000-2500	12	2250	(2250x12) 27000
2500-3000	10	2750	(2750x10) 27500
3000-3500	9	3250	(3250x9) 29250
3500-4000	7	3750	(3750x7) 26250
	50		Σmf=128500

وسطی نقطہ: وقفہ جماعت کے اوپری اور نچلی سطح کے حاصل جمع کو 2 سے تقسیم کرنے پر وسطی نقطہ حاصل ہوتا ہے۔

مثلاً: 1000+1500=2500/2=1250

$\overline{X}$ اوسط= Smf / Sf = 128500/50 = 2570

$\overline{X}$ اوسط اجرت= 2570 روپئے

بالراست طریقہ پر اوسط محسوب کرنے کا طریقہ Calculation of Average by Indirect Method

بالراست طریقہ پر بھی اوسط محسوب کیا جاسکتا ہے اس کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں:۔

1۔ وقفہ جماعت کا وسطی نقطہ محسوب کریں۔

2۔ وسطی نقطہ میں سے کسی ایک عدد کو فرض کرتے ہوئے اعداد کے فرق کو منفی و مثبت کے ساتھ ظاہر کریں۔

3۔ حاصل عدد کو تعدد سے ضرب دیں۔

4۔ ضابطہ میں قدریں درج کریں۔

وقفہ جماعت اجرت روپئے (x)	تعداد(f)	وسطی نقطہ (m)	d=2250	fd
1000-1500	5	1250	-1000	-5000

1500-2000	7	1750	-500	-3500
2000-2500	12	2250	0	0
2500-3000	10	2750	+500	+5000
3000-3500	9	3250	+1000	+9000
3500-4000	7	3750	+1500	+10500
				-8500 +24500 +16000

طریقہ عمل: (1) وسطی نقطہ 2,250 روپے کو فرض کیا گیا ہے۔

(2) فرض کئے ہوئے عدد سے تفریق کرتے ہوئے مثبت و منفی کے ساتھ اعداد

(3) تعدد کے ساتھ حاصل ضرب محسوب کریں۔

$$\bar{X} \text{ اوسط} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

$= 2250 + 16000 / 50$

$= 2250 + 320$

$\bar{X}$ اوسط = 2570 روپے

اوسط محسوب کرنے کا اختصار یا انحراف (Step Deviation) کا طریقہ:

اختصار کے طریقہ کے تحت انحراف کے اعداد (d) کو کسی موزوں عدد سے تقسیم کیا جاتا ہے اس تقسیم شدہ عدد کو d^1 سے ظاہر کیا جاتا ہے ذیل میں اختصار کے طریقہ کے تحت اوسط کو محسوب کرنے کا طریقہ کی وضاحت کی گئی ہے۔

1۔ وقفہ جماعت سے وسطی نقطہ محسوب کریں

2۔ وسطی نقطہ سے کسی ایک عدد کو فرض کرتے ہوئے اعداد کے فرق کو منفی و مثبت کے ساتھ ظاہر کریں اور ان اعداد کو کسی موزوں عدد سے تقسیم کریں۔

3۔ تقسیم سے حاصل اعداد کو تعدد سے ضرب دیں۔

4۔ ضابطہ میں قدریں درج کریں۔ بالراست طریقہ پر اوسط کی تحسیب:

وقفہ جماعت اجرت	تعداد (f)	وسطی نقطہ (M)	d=2250	$d^1/100$	fd^1

1000-1500	5	1250	-1000	-10	-50
1500-2000	7	1750	-500	-5	-35
2000-2500	12	2250	0	0	0
2500-3000	10	2750	+500	+5	+50
3000-3500	9	3250	+1000	+10	+90
3500-4000	7	3750	+1500	+15	+105
					-85 +245 Σfd^1+160

1۔ اس مثال میں وسطی نقطہ 2.250 کوفرض کرتے ہوئے تفریق کرنے کے بعد حاصل امداد کو 100 سے تقسیم کیا گیا ہے اس کالم کو d^1 سے ظاہر کیا گیا۔

2۔ تقسیم کے بعد حاصل اعداد کو تعدد سے ضرب دیں اور ضابطہ میں قدریں درج کریں۔

جہاں پر $160 = \Sigma fd1$ $\bar{X} = A + \frac{\sum fd1}{\sum f} XC$

$50 = \Sigma R$ $= 2250 + \frac{160}{50} \times 100$

$100 = C$ $= 2250 + 3.2 \times 100$

$= 2250 + 320$

$\bar{X}$ اوسط $= 2570$

10.7 حسابی اوسط کے خصوصیات

Properties or Features of Arthmetic Mean

حسابی اوسط کے چند اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ حسابی اوسط میں دئے گئے معطیات یا اعداد کے انحرافات کا مجموعہ ہمیشہ صفر ہوتا ہے۔یعنی S(X-X)=0

2۔ حسابی اوسط کے انحرافات کے مربعوں (Square Deviation) کا حاصل جمع اقل ترین ہوتا ہےیعنی $S(X-X)^2$

3۔ حسابی اوسط کے ماول کی عدد یا مدات کا جمع کرنے یا تفریق کرنے سے حسابی اوسط کی قدر متاثر نہیں ہوتی۔

4۔ حسابی اوسط دئے گئے معطیات کے درمیانی رشتہ یا مقام رکھتا ہے۔

5۔ حسابی اوسط کی قدر منفی، مثبت یا تفریق ہو سکتی ہے۔

حسابی اوسط کے خوبیاں Merits of Arthmetic Mean

حسابی اوسط کے اہم خوبیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ حسابی اوسط کو حسابی ضابطوں کی مدد سے آسانی سے محسوب کیا جا سکتا ہے۔

2۔ حسابی اوسط کو ہر تعلیم یافتہ اور غیر تعلیم یافتہ شخص آسانی سے سمجھ سکتا ہے۔

3۔ حسابی اوسط کو تعلیمی، غیر تعلیمی، کھیل کود، ذخائر ملکی معاملات، درآمدت برآمدات منصوبہ بندی محصول سازی، قیمت سازی، اخراجات میں تخفیف، نفع ونقصان وغیرہ ہر میدان میں استعمال کیا جا سکتا ہے۔

4۔ حسابی اوسط قابل اعتبار ہوتا ہے۔

5۔ حسابی اوسط دیے گئے تمام مدات کا نمائندہ ہوتا ہے۔

6۔ حسابی اوسط کو مستقبل منصوبہ بندی وغیرہ کے لیے بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

7۔ ہر قسم کے مواد کا حسابی اوسط محسوب کیا جا سکتا ہے۔ مختلف طریقوں سے حسابی اوسط کو محسوب کرنے پر حسابی اوسط کی مساوی قدر حاصل ہوتی ہے۔

خامیاں Demerits

حسابی اوسط کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ حسابی اوسط کو محسوب کرنے کے دوران معمولی سے غلطی بھی غلط نتائج حاصل ہو سکتے ہیں۔

2۔ حسابی اوسط کو صرف مقداروں (Quantitive) صورت میں اخذ کیا جا سکتا ہے لیکن یہ معیاروں (Qualitative) معاملات جیسے ایمانداری عادت وغیرہ میں حسابی اوسط کو محسوب کرنا ممکن نہیں۔

3۔ دیے گئے مواد میں کسی ایک مواد کی عدم دستیابی سے صحت کے ساتھ حسابی اوسط کو محسوب کرنا ممکن نہیں۔

4۔ اوسط کا ترسیمی اظہار ممکن ہیں۔

10.8 اوزانی حسابی اوسط Weighted Arthmetic Mean

اوزانی حسابی اوسط علم شماریات میں استعمال ایک اہم طریقہ ہے حسابی اوسط کے استعمال اور طریقہ سے آپ واقف ہو چکے ہیں کہ کسی صنعت کی پیداوار، مدارس یا تعلیمی اداروں میں طلباء کے حاصل کردہ نشانات کو آسانی انداز میں بیان کرنے کے لیے حسابی اوسط کا استعمال کیا جاتا ہے حاصل مواد تناسب وزن یا کمیت کی مقدار میں ہو تو حسابی اوسط میں ظاہر کرنے کے لیے وزنی حسابی اوسط کا استعمال کیا جاتا ہے۔ زرعی پیداوار، صنعتی پیداوار کو وزن میں بتلایا جاتا ہے۔ وزنی پیمانے کو استعمال کرنے پر نتائج کی تفہیم میں آسانی ہوتی ہے۔ اجناس کی پیداوار اور ان کی قیمتوں میں تبدیلی

کی شرح کو آسانی کے ساتھ معلوم کیا جا سکتا ہے۔

10.9 اوزانی اوسط کے خصوصیات Features

اوزانی اوسط کے چند اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ وزنی اوسط میں وزن کی بنیاد پر اوسط محسوب کیا جاتا ہے۔

2۔ وزنی اوسط محسوب کرنے کے لیے وزن کو کلوگرام یا درجہ یا گریڈ کا استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ وزنی اوسط میں وزن کو بتلایا جاتا ہے۔

4۔ وزن مثبت یا صفر ہوسکتا ہے لیکن یہ منفی نہیں ہوتا۔

وزنی حسابی اوسط کے استعمالات

وزنی اوسط کے اہم استعمالات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ مشینوں کی پیداواری صلاحیت اور مشینوں کی اوسط مقدار پیداوار کو معلوم کرنے کے لیے وزنی اوسط استعمال کیا جاتا ہے۔

2۔ کسی پیداواری اداروں صنعت فیکٹریوں وغیرہ میں ہنرمند، غیر ہنرمند، نیم ہنرمند، مزدوروں کی اجرتوں کا تعین کرنے اور مقدار پیداوار کا نشانہ مقرر کرنے کے لیے وزنی اوسط کا استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ طلبا کے حاصل کردہ نشانات کو گریڈ میں ظاہر کرنے کے لیے وزنی اوسط کا استعمال کیا جاتا ہے۔

4۔ صنعتوں کی پیداوار کو معیار اور گریڈس ظاہر کرنے کے لیے وزنی اوسط کا استعمال کیا جاتا ہے۔

10.10 اوزانی حسابی اوسط کو محسوب کرنے کا طریقہ

Method of Calculation of Weighted Arthmetic Mean

اوزانی حسابی اوسط کو محسوب کرنے کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں

1۔ دیے گئے مواد، شئے، مقدار پیداوار اور قیمت وغیرہ کو جدول میں پیش کریں۔

2۔ شئے یا پیداوار کو تناسب یا وزن میں پیش کریں۔

3۔ شئے کے تناسب یا وزن کو قیمت سے ضرب دیں۔

4۔ حاصل ضرب کو جمع کریں اور ساتھ ہی تناسب یا وزن کے کالم کو جمع کریں۔

5۔ ضابطہ میں قدروں کو درج کریں۔

جہاں پر $\overline{X}$ w = وزنی اوسط

ΣWX = حاصل ضرب کا مجموعہ

ΣW = وزن یا تناسب کا مجموعہ

$$\bar{X}_w \text{ وزنی اوسط } = \frac{\sum WX}{\sum W}$$

مثال(5) : ذیل میں ایک طالب علم کے مختلف مضامین میں حاصل نشانات اوران کے تناسب یاوزن کودیا گیاجن کے مدد سے وزنی اوسط محسوب کیجئے۔

مضامین	اکاؤنٹس	شماریات	معاشیات	مینجمنٹ	انکم ٹیکس
حاصل کردہ نشانات	60	50	70	80	50
تناسب یاوزن	1	2	3	4	5

حل: اوزانی اوسط کی تحسیب Calculation & Weighted Average

مضامین	حاصل کردہ نشانات(X)	تناسب وزن(W)	حاصل ضرب(WX)
اکاؤنٹس	60	1	60
شماریات	50	2	100
معاشیات	70	3	210
مینجمنٹ	80	4	320
انکم ٹیکس	50	5	250
		15	940

$$\bar{X}_w = \frac{\sum WX}{\sum W}$$

جہاں پر $940 = \Sigma WX$

$$= \frac{940}{15}$$

$15 = \Sigma W$

$$\bar{X}_w = 62.6$$

مثال(6) :ایک بس ایک شہر سے دوسرے شہر کو جانے کے لیے مختلف مقامات پر مختلف رفتار سے چلتی ہے 20 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے 30 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے 40 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتا سے 30 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے اور 50 کلومیٹر فی گھنٹہ کے حساب سے 25 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے تب بس کی فی گھنٹہ اوسط رفتار محسوب کیجئے۔

حل :بس کی رفتاراور فاصلہ کوذیل کے جدول میں ترتیب دیں۔

S.No.	Speed in Kmph فی گھنٹہ بس کی رفتار	طے کردہ فاصلہ	لیا گیاوقت منٹوں میں	WX (3x4)

1	20 Km	30 Km	60 Minuts	1800
2	40 Km	30 Km	45 Minuts	1350
3	50 Km	25 Km	30 Minuts	750
			Sw 135	3900

$$\overline{X} = \frac{\sum WX}{\sum W}$$

جہاں پر $940 = \Sigma WX$

$$= \frac{3900}{135}$$

$15 = \Sigma W$

وزنی اوسط کلومیٹر فی گھنٹہ $\overline{X} = 28.8$ Kmph

10.11 مشترکہ اوسط Combined Average

دو یا زائد معاملات کے اوسط کی مدد سے اخز کئے گئے اوسط کی مشترکہ اوسط کہتے ہیں مثلاً ایک صنعت میں کام کرنے والے مرد و خواتین مزدوروں کی اوسط اجرت کو محسوب کرنا ہے کسی جماعت کے لڑکے اور لڑکیوں کے وزن کا مشترکہ وزن محسوب کرنا کسی صنعت میں کرنے والے ہنرمند اور غیر ہنرمند مزدوروں کے اوسط اجرت محسوب کرنا وغیرہ مشترکہ اوسط کہلاتا ہے۔

مثال(7): ایک صنعت میں کام کرنے والے 50 مرد مزدوروں کی یومیہ اوسط اجرت 600 روپیے ہے اور 30 خاتون مزدوروں کی یومیہ اوسط اجرت 500 روپیے ہے مشترکہ اوسط اجرت محسوب کیجئے۔

حل: دیا گیا ہے کہ 50 مرد مزدوروں کی اوسط یومیہ اجرت=600 روپیے۔

30 خاتون مزدوروں کی اوسط یومیہ اجرت=500 روپیے۔

$n_1 = 50 \quad n_2 = 30$

$X_1 = 600 \quad X_2 = 500$

$$X_{12} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2}{N_1 + N_2}$$

$$= \frac{50x600 + 30x500}{50 + 30}$$

$$= \frac{30,000 + 15000}{80}$$

$$= \frac{45000}{80}$$

X_{12}= 562.50 روپے

562.50 روپے=مزدوروں کی اوسط اجرت

مثال(8) :ایک جماعت کے 50 طلباء کے اوسط نشانات 60 نشانات ہے اوسط محسوب کرنے کے دوران ایک طالب علم کے نشانات 57 کے بجائے 75 شمار کیا گیا تب صحیح اوسط نشانات محسوب کیجئے۔

حل : دیا گیا ہے کہ طلباء کی تعداد N = 50

اوسط نشانات = 60

اوسط ضابط میں قدریں درج کریں $\overline{X} = \frac{\sum X}{\sum N}$

نامعلوم مقدار کو X فرق کریں $\frac{60}{1} = \frac{\sum X}{50}$

$\Sigma W = 60 \times 50$

$\Sigma = 3000$

3000 نشانات میں ہے غلط نشانات کو تفریق کریں اور صحیح نشانات کو جمع کرلیا

صحیح نشانات =3000-75+57

=2925 + 57

صحیح نشانات =2982

صحیح اوسط $= \frac{2982}{50}$

اوسط نشانات=59.64

10.12 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

حسابی اوسط کو ہر چھوٹے و بڑے مختلف اداروں میں استعمال کرتے ہیں حاصل مواد کے مجموعہ کو تعداد سے تقسیم کرنے پر حسابی اوسط حاصل ہوتا ہے یہ تمام معطیات یا مواد کی نمائندگی کرتا ہے حسابی اوسط کی مدد سے کارکردگی کو آسانی سے سمجھ سکتے ہیں۔ تعلیمی اداروں میں اس کا استعمال عام ہے اکثر تعلیمی ادارے اپنی کارکردگی کو عام فہم زبان میں سمجھانے کے لیے حسابی اوسط کا استعمال کرتے ہیں اور طلبا اپنی تعلیمی کارکردگی کو معلوم کرنے کے لیے اوسط کا استعمال کرتے ہیں۔ صنعتی یا پیداوار ادارے سالانہ یا ماہانہ اوسط پیداوار کو محسوب کرنے یا اشیاء کی تیاری کے لیے مقدار کو طے کرنے کے لیے حسابی اوسط کا سہارا لیتے ہیں۔ گروہ بندی اور غیر گروہ بندی ہر دونوں معاملات میں حسابی اوسط کو آسانی محسوب کیا جا سکتا ہے وزنی، ہندسی حسابی دو طرح کے اوسط ہیں۔ وزنی اوسط میں دے گئے اعداد کو ترتیب وار اعداد کے ذریعہ وزن یا تناسب دیا جاتا ہے ان کے حاصل ضرب کو وزن کے مجموعہ سے تقسیم کرنے پر وزنی اوسط حاصل ہوتا ہے اس طرح حرکت پزیر آلات، مشنری، گاڑیوں فرد کی دوڑ وغیرہ کی رفتار طے کردہ فاصلہ کی مدد سے

متحرک اوسط محسوب کیا جاتا ہے گروہ ہندی وغیرہ گروہ بند میں دونوں طریقہ میں حسابی اوسط کو محسوب کیا جاتا ہے مسلسل سلسلہ میں وسطی نقطہ اور تعدد کے حاصل ضرب کے مجموعہ کو تعداد کی تعدد سے تقسیم کرنے پر اوسط محسوب کیا جاتا ہے۔

10.13 کلیدی الفاظ — Key words

1۔ سگما (Sigma) : یہ ایک علامت ہے شماریات یا ریاضی میں مواد کے مجموعہ یا کل کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔

2۔ اوسط (Average) : علم شماریات میں اوسط سے مراد لیا جاتا ہے انگریزی حروف پر آڑی لکیر دی جاتی ہے۔

3۔ وسطی نقطہ (Mid Point) : مسلسل سلسلہ میں سعت (Range) کی بالائی اور نچلی حد کا درمیانی عدد کو وسطی نقطہ کہتے ہیں۔

4۔ سعت (Range) : مسلسل سلسلہ میں تعددی جدول کی تیاری میں استعمال ہوتا ہے یہ بالائی اور نچلی حد کا درمیانی وقفہ ہوتا ہے۔

5۔ اوپری حد (Upper Limit) : مسلسل سلسلہ میں وقفہ جماعت کا آخری عدد اوپری حد کہلاتا ہے مثلاً: 20-10 وقفہ جماعت 20 اوپری حد ہے۔

6۔ نچلی حد (Lower Limit) : مسلسل سلسلہ میں وقفہ جماعت کا نچلا عدد نچلی حد کہلاتی ہے۔ 20-10 وقفہ جماعت میں 10 نچلی حد کہلاتی ہے۔

10.14 نمونہ امتحانی سوالات — Terminal Question

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

1۔ اوسط کو..................علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

2۔ وزنی اوسط کو محسوب کرنے کا ضابطہ..................ہے۔

3۔ اوسط کو..................علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

4۔ وقفہ جماعت 200-100 کا وسطی نقطہ............ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ حسابی اوسط سے کیا مراد ہے۔

2۔ حسابی اوسط کے فوائد اور نقائص کو بیان کیجیے۔

3۔ حسابی اوسط کے استعمالات بیان کیجیے۔

4۔ وزنی اوسط سے کیا مراد ہے۔

5۔ ہندسی اوسط کے فوائد کو بیان کیجیے۔

6۔ متحرک اوسط کی تعریف کیجیے

7۔ دیے گئے اعداد کا اوسط محسوب کیجیے۔

15 65 70 80 90 45 65 90 12 17 18 26

8۔ وسطی نقطہ سے کیا مراد وضاحت کیجیے۔

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

9۔ ذیل کے مواد کی مدد سے اوسط محسوب کیجئے۔

نشانات(X)	40	50	60	70	80	90
طلبا کی تعداد(F)	8	6	15	17	1	3

10۔ دیے گئے معطیات کا تعددی جدول تیار کیجئے۔

65	45	30	20	25	37
90	42	80	67	87	92
42	35	47	55	65	69
78	63	43	33	22	32
89	79	69	53	44	33
41	51	61	62	42	56
26	32	48	65	92	71
78	22	32	42	47	91
55	56	57	68	73	25

11۔ ذیل میں دیے گئے تفصیلات کی مدد سے حسابی اوسط محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت نشان	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
طلبا کی تعداد	6	4	8	12	9	8	3

12۔ ذیل کے تفصیلات کی مدد سے اوزانی اوسط محسوب کیجئے۔

مضامین	ریاضی	سائنس	سماجی علم	حیوانات	سماجیات
حاصل کردہ نشانات	65	72	80	58	61
وزن	1	2	3	4	5

13۔ ہندسی اوسط سے کیا مراد ہے اس کو اخز کرنے کے طریقہ کار کی وضاحت کیجئے۔

14۔ ذیل میں ایک صنعت میں کام کرنے والے مزدوروں اور ان کی یومیہ اجرت دی گئی ہے جن کی مدد سے اوسط اجرت محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت اجرت روپے	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900
مزدوروں کی تعداد	4	8	12	6	5	3	2

15۔ ایک جماعت میں 40 لڑکیوں کے اوسط نشانات 60 اور 60 لڑکیوں کے اوسط نشانات 70 ہے تب مشترکہ اوسط محسوب کیجئے۔

16۔ ایک صنعت میں 50 مرد مزدوروں کی ماہانہ اوسط اجرت 32000 روپے اور 50 خاتون مزدوروں کی اوسط اجرت 25000 روپے ہے تب مشترکہ اوسط اجرت محسوب کیجئے۔

10.15 تجویز کردہ کتب Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 11۔ وسطانیہ
Median

Unit Staucture	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	11.0
Objective	مقاصد	11.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	11.2
Nature	ماہیت	11.3
Features of Median	وسطانیہ کی خصوصیات	11.4
Merits and Demerits of Median	وسطانیہ کے فوائد وخامیاں	11.5
Calculation of Median	وسطانیہ کی تحسیب	11.6
Partition Values	تقسیمی قدریں	11.7
Learning Outcomes	اکتسابی نتائج	11.8
Key words	کلیدی الفاظ	11.9
Terminal Question	نمونہ امتحانی سوالات	11.10
Reference Books	تجویز کردہ کتابیں	11.11

11.0 تمہید Introduction

شماریات کے سابقہ اکائی میں آپ حسابی اوسط کے معنی ومفہوم اوراس کومحسوب کرنے کے طریقہ کار سے واقف ہو چکے ہیں مختلف اوقات میں مختلف پیمانوں کی مدد سے مواد کی تفہیم کی جاتی ہے۔ صنعتی یا پیداوار اداروں میں علم شماریات کے مختلف پیمانوں کو استعمال کرتے ہیں۔ آمدورفت کو بہتر بنانے مسافرین یا راہگیروں کی سہولت کی خاطر سڑک کے درمیانی سے چھوٹی سی دیوار بنائی جاتی ہے۔ جس کو Divider کہتے ہیں۔ ایک جانب سے مسافرین جاتے اور دوسری جانب آتے ہیں۔ اسی طرح تعمیراتی کمپنیاں عمارت کی تعمیر کے دوران عمارت کا وزن اوراس کو سنبھالنے کے لیے پلروں کی تنصیب پر توجہ دیتے ہیں درمیانی پلروں کو کافی مضبوط بنایا جاتا ہے اس اکائی میں اسی سے متعلق معلومات حاصل کرینگے جب کہ علم شماریات بھی وسطانیہ (Median) کہتے ہیں۔

11.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- وسطانیہ کے معنی ومفہوم کو وضاحت کرسکیں۔
- وسطانیہ کے فوائد کو بیان کرسکیں۔
- وسطانیہ کے محسوب کرنے کے طریقہ کار کی وضاحت کرسکیں۔
- وسطانیہ کی اہمیت وافادیت کو بیان کرسکیں۔

11.2 معنی ومفہوم اور تعریف Meaning and Definition

وسطانیہ علم شماریات میں استعمال ہونے والا اہم پیمانہ ہے

- وسطانیہ کی تفہیم کے لیے اس کے چند تعریفات کو ذیل میں دیے گئے ہیں۔
- وسطانیہ دیے گئے اعداد یا معطیات کا وسطی نقطہ ہوتا ہے۔
- وسطانیہ مرکزی رجحان کا ایک اہم پیمانہ ہے دیے گئے اعداد کو گھٹتی ہوئی یا بڑھتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دینے پر حاصل درمیانی عدد کو وسطانیہ کہتے ہیں۔
- وسطانیہ اعداد کا درمیانی عدد ہوتا ہے جس کہ دائیں اور بائیں جانب مساوی مقدار میں اعداد پائے جاتے ہیں۔
- وسطانیہ اعداد کا درمیانی عدد ہوتا ہے جو دیے گئے مورد کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔

11.3 وسطانیہ کی ماہیت Nature of Median

وسطانیہ مرکزی رجحان کے پیمانوں میں سے ایک اہم پیمانہ ہے وسطانیہ ایک ایسا وسطی نقطہ ہے جو دیے گئے اعداد کے بالکل وسطی مقام پر ایک نصف حصہ اس سے اوپر اور باقی نصف حصہ اس کے نچلے پایا جاتا ہے وسطانیہ دیے گئے معطیات کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے وسطانیہ سے اوپری اعداد اور نچلے اعداد کے تجزیہ سے مختلف پہلو وجود میں آتے ہیں۔

Al-Biruni نے Mid-Range کی اصطلاح استعمال کی جو وسطانیہ کو ظاہر کرتی ہے۔ وسطانیہ کا تصور 13 ویں صدی عیسوی میں زیر بحث رہی لیکن وسیع پیمانے پر سائنٹفک انداز میں اس کو وسعت حاصل نہیں ہوئی۔ برطانوی ماہر ریاضی Edward Wright نے اپنی کتاب "Certaine Errors in Navigation" میں 1599 میں پہلی مرتبہ وسطانیہ کو پیش کیا۔ 1843 میں Antoine Augustin Courrot نے پہلی مرتبہ اصطلاح وسطانیہ median (Valewr Median) کو امکانی تقسیم میں دو مساوی حصوں میں تقسیم کے لیے استعمال کیا تھا۔

11.4 وسطانیہ کی خصوصیات — Properties or Features of Median

وسطانیہ کے خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ وسطانیہ دیے گئے اعداد کا درمیانی عدد ہوتا ہے۔

2۔ وسطانیہ کو محسوب کرنے کے لیے دیے گئے اعداد کو بڑھتے ہونے یا گھٹتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیا جاتا ہے۔

3۔ وسطانیہ اعداد یا مواد (Data) کی تعداد سے متاثر ہوتا ہے۔

4۔ وسطانیہ کو ترسیم کی مدد سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

5۔ معیاری صفت کو ظاہر کرنے کے لیے وسطانیہ ایک اہم پیمانہ ہے۔

11.5 وسطانیہ کے فوائد و خامیاں — Merits and Demerits of median

وسطانیہ علم شماریات کا ایک اہم پیمانہ ہے اس کے چند اہم خوبیوں یا فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

فوائد — Merits

1۔ وسطانیہ کو محسوب کرنا کافی آسان ہے اس کی تحسیب میں کوئی مشکلات نہیں ہے۔

2۔ وسطانیہ کی تفہیم کافی آسان ہیں۔

3۔ وسطانیہ کو گراف میں آسانی سے پیش کر سکتے ہیں۔

4۔ وسطانیہ میں دیے ہوئے اعداد کا وسطی یا درمیانی عدد ہوتا ہے یہ اوسط سے غیر متاثر ہوتا ہے۔

5۔ وسطانیہ کو گروہ اور غیر گروہ بند مواد دونوں صورتوں میں آسانی سے محسوب کر سکتے ہیں۔

6۔ وسطانیہ کی معیاری پیائش میں بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

7۔ اوسط تعلیم یافتہ شخص بھی وسطانیہ کو آسانی محسوب کرسکتا ہے۔

خامیاں — Demerits

وسطانیہ کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ وسطانیہ کو محسوب کرنے کے لیے دئے ہوئے اعداد کو گھٹتی ہوئی یا بڑھتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دینا لازمی ہے بصورت دیگر اس

کو محسوب کرنا کافی مشکل ہے۔

2۔ جفت اعداد کی صورت میں وسطانیہ کو محسوب کرنا کافی آسان ہے لیکن طاق اعداد کی صورت میں مشکل پیش آتی ہے۔

3۔ وسطانیہ کو الجبرائی انداز میں استعمال ممکن نہیں۔

4۔ وسطانیہ کو کسری اور فیصد سے ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔

5۔ اعداد میں تبدیلی کے ساتھ وسطانیہ کی قدر میں تبدیلی واقع ہوتا ہے۔

11.6 وسطانیہ کی تحسیب Calculation of Median

حسابی اوسط کی طرح وسطانیہ کو دیے گئے اعداد یا مواد کی بنیاد پر محسوب کیا جاتا ہے ذیل میں دو طرح کے مواد پائے جاتے ہیں۔

(i) غیر گروہ بند مواد (ii) گروہ بند مواد

1۔ غیر گروہ بند مواد کی صورت میں وسطانیہ کی تحسیب:

دیا گیا مواد کی جدول یا گروپ کی شکل میں نہ پایا جاتا ہو تو اس کو غیر گروہ بند مواد کہتے ہیں ایسی صورت میں مواد بے ترتیب پایا جاتا ہے اعداد ترتیب میں نہیں پائے جاتے' دیے گئے اعداد کو بڑھتی ہوئی یا گھٹتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیا جاتا ہے ان اعداد کا درمیانی عدد وسطانیہ کہلاتا ہے اس کے لیے ذیل کا ضابطہ استعمال کیا جاتا ہے۔

$$Md = \left(\frac{N+1}{2}\right)^{\text{th item}}$$

جہاں پر Md = میڈین یا وسطانیہ کی علامت

N = مواد کی تعداد

I = ضابطہ کے مطابق ایک جمع کرنا

مثال(1): دیے گئے اعداد کا وسطانیہ محسوب کیجئے۔ 15, 4, 18, 2, 9, 8, 7, 5, 16

حل: دیے گئے اعداد کو بڑھتی ہوئی یا گھٹتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیں یہاں پر بڑھتی ہوئی ترتیب میں اعداد کو ترتیب دیا گیا ہے۔

2, 4, 5, 7, 8, 9, 15, 16, 18

$$Md = \left(\frac{N+1}{2}\right)^{\text{th item}}$$ جہاں پر N=9

$$= \left(\frac{9+1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{10}{2}\right)$$

Md=5thitem

دیے گئے اعداد کا پانچواں عدد وسطانیہ ہوگا اور ترتیب دیے گئے مواد میں پانچواں عدد 8 ہے اس لیے ان اعداد میں وسطانیہ 8 ہے۔ طاق اعداد کی صورت میں وسطانیہ راست طور پر محسوب کیا جاتا ہے۔

مثال (2): ذیل میں دیے گئے اعداد کا وسطانیہ محسوب کیجئے۔ 65, 70, 55, 49, 38, 32, 72, 80, 30, 35, 47, 51

حل: دئے گئے اعداد کو بڑھتی ہوئی یا گھٹتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیں یہاں پر بڑھتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیا گیا

30, 32, 35, 38, 47, 49, 51, 55, 65, 70, 72, 80

$$\text{وسطانیہ} = \left(\frac{N+1}{2}\right)^{\text{th item}}$$

دیے گئے اعداد کی تعداد 12 یعنی جفت ہے

$$= \left(\frac{12+1}{2}\right)^{\text{th item}}$$

$$= \frac{13}{2} \text{ th item}$$

6.5 واں عدد = وسطانیہ

وسطانیہ 6.5 واں عدد سے مراد چھٹواں اور ساتواں عدد کا اوسط وسطانیہ ہوگا۔

ترتیب دیے گئے اعداد میں چھٹواں عدد 49 اور ساتواں عدد 51 ہے اس لیے ان دونوں کا اوسط وسطانیہ ہوگا۔

7 واں عدد + 6 واں عدد = وسطانیہ

2

$$= \frac{49+51}{2}$$

$$= \frac{100}{2}$$

Md وسطانیہ = 50

گروہ بند مواد میں وسطانیہ کی تحسیب Calculation of Median in Group of Data

ایسا مواد جو جدول یا گروپ کی شکل میں پیش کیا گیا ہو اس کو گروہ بند مواد کہتے ہیں اس کے دو اقسام ہیں۔

(a) غیر مسلسل سلسلہ (Discrete Series) (b) مسلسل سلسلہ (Continuous Series)

(a) غیر مسلسل سلسلہ میں وسطانیہ کو محسوب کرنا:

غیر مسلسل سلسلہ گروہ بند مواد کی ایک قسم ہے اس میں مواد سلسلہ وار نہیں پایا جاتا لیکن مواد کو ترتیب وار دو جدول میں پیش کیا جاتا ہو اس کو غیر مسلسل سلسلہ کہتے ہیں اس صورت میں وسطانیہ محسوب کرنے کے لیے دیے گئے جدول کے ساتھ یکجائی تعدد کا تیسرا کالم بنائیں تعدد میں اگلے تعدد کو جمع کرتے ہوئے یکجاتی تعدد جمع کریں۔ضابطہ میں قدریں درج کرتے ہوئے وسطانیہ کو جو محسوب کیا جاتا ہے۔

$$\text{وسطانیہ} = \left(\frac{N+1}{2}\right)\text{th item}$$

مثال (3): ذیل میں ایک جماعت میں حاصل نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے جب کہ مدد سے وسطانیہ محسوب کیجئے۔

نشانات (X)	15	20	25	30	35	40	45	50
تعدد (F)	4	6	8	9	3	5	4	1

حل: دیے گئے مواد کو ذیل میں ترتیب دیں۔

یکجائی تعدد CF	تعداد (F)	نشانات
4	4	15
10 (4+6)	6	20
18 (10+8	8	25
27 (18+9)	9	30
30 (27+3)	3	35
35 (30+5)	5	40
39 (35+4)	4	45
40 (39+1)	1	50
	40	

$$\text{Md}_{\text{وسطانیہ}} = \left(\frac{N+1}{2}\right)\text{th item}$$

$$= \left(\frac{40+1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{41}{2}\right)\text{th item}$$

20.5واں عدد= وسطانیہ

20.5واں عدد یکجائی تعدد کے 27 میں آتا ہے اس کے مقابلے میں موجود عدد 30 وسطانیہ ہوتا ہے۔

(b) مسلسل سلسلہ میں وسطانیہ کو محسوب کرنا:

مسلسل سلسلہ مواد کو پیش کرنے ایک اہم طریقہ اس میں مواد کو مسلسل وقفہ جماعت کے ساتھ جدول میں پیش کیا جاتا ہے۔اس طریقہ میں دیے گئے سوال کے ساتھ تیسرا کالم یکجائی تعدد کا بنایا جاتا ہے۔تعدد کے مجموعہ کو 2 سے تقسیم کرنے پر حاصل عدد کو یکجائی تعدد میں نشاندہی کی جاتی ہے اس کے مقابل وقفہ جماعت میں وسطانیہ پایا جاتا ہے ذیل کے ضابطہ کی مدد سے وسطانیہ محسوب کیا جاتا ہے۔

$$Md = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - C}{F1} \text{ X } i$$

جہاں پر:

Md: وسطانیہ کی ملامت

N : تعدد کی جملہ تعداد

L_1: وسطانیہ لائن کے وقفہ جماعت کی نچلی سطح

F_1: وسطانیہ لائن سے پہلے کی لائن میں موجود یکجائی تعدد

i : وقفہ جماعت کی لمبائی یا سعت

مثال4: ذیل میں ایک اسٹور میں کام کرنے والے مزدور اوران کی یومیہ اجرت کے تفصیلات دیے گئے ہیں جن کی مدد سے وسطانیہ محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت تنخواہ(X)	ملازمین کی تعداد(F)
400-500	2
500-600	3
600-700	5
700-800	8
800-900	4
900-1000	10
1000-1100	6
1100-1200	2

حل : دیے گئے جدول کو اس طرح تیار کیجئے۔

وقفہ جماعت تنخواہ (C.I)	ملازمین کی تعداد (F)	یکجائی تعدد (CF)
400-500	2	2
500-600	3	5 (2+3)
600-700	5	10 (5+5)
700-800	8	18 (10+8) C
800-900	4 F1	22 (18+4)
900-1000	10	32 (22+10)
1000-1100	6	38 (32+6)
1100-1200	2	40
	40	

وسطانیہ کی قدر کی قطار کو معلوم کرنے کے لیے

$$=\left(\frac{N}{2}\right) \text{th item}$$

$$=\left(\frac{40}{2}\right)$$

=20 th item

20 کو یکجائی تعدد کی قطار میں نشاندہی کرتے ہوئے ایک لکیر کھینچ لیجیے اس قطار میں آئے وقفہ جماعت میں نچلی حد کو L_1 اور اوپری حد کو L_2 کہتے ہیں اور اس کے سامنے تعدد کو F اور اس قطار کے اوپری یکجائی تعدد کو C سے تعبیر کہتے ہیں ضابطہ میں قدریں درج کریں 20 واں عدد یکجائی تعدد 22 کی قطار میں آتا ہے اس کے سامنے وقفہ جماعت 800-900 ہے جو وسطانیہ کی لائین ہے۔

$$L_1 + \frac{\frac{N}{2}-C}{F1} \text{Md} = X\ i$$

جہاں $800 = L_1$ $20 = N/2$ $4 = F1$ $18 = C$

i: وقفہ جماعت کی لمبائی = 10

قیمتیں درج کرنے پر

$$Md = 800 + \frac{20-18}{4} \times 100$$

$$= 800 + \frac{2}{4} \times 100$$

$$= 800 + \frac{200}{4}$$

$$= 800 + 50$$

وسطانیہ Median = 850

وسطانیہ کومحسوب کرنے کا دوسرا ضابطہ اس طرح ہے۔

$$Md = L_1 + \frac{L2-L1}{F}(m-c)$$

$$= 800 + \frac{900-800}{4}(20-18)$$

$$= 800 + \frac{100}{4}(2)$$

$$= 800 + \frac{200}{4}$$

$$= 800 + 50$$

وسطانیہ = 850

11.7 تقسیمی قدریں Partition Values

وسطانیہ دیے گئے معطیات کی وسطی قدریں ہوتی ہے جو دیے گئے اعداد کو دومساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے تجزیہ کے لیے اعداد کو مزید کئی حصوں میں تقسیم کرسکتے ہیں جو اس طرح ہیں۔

1۔چوتھائیہ 2۔عشریہ 3۔صدویہ

1۔ چوتھائیہ Quartiles

دیے گئے اعداد یا قدروں کو چار حصوں میں تقسیم کرنے پر حاصل ہر ایک حصہ کو چوتھائیہ کہتے ہیں ہر چوتھائیہ کو Q_1, Q_2, Q_3 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ پہلا چوتھائیہ کو زیریں چوتھائیہ کہتے ہیں یہ 25% کو ظاہر کرتا ہے Q_2 کو 50% سے ظاہر کرتے ہیں۔ تیسرا چوتھائیہ Q_3، 75% کو ظاہر کرتا ہے Q_3 کو بالائی چوتھائیہ کہتے ہیں Q_3 اور Q_1 کے درمیانی وسعت کو (Inter quartile range) بین چوتھائی سعت کہتے ہیں۔

2۔ چوتھائیوں کومحسوب کرنا Calculation Quartiles

غیرگروہ بندی غیرمسلسل اورمسلسل سلسلہ میں چوتھائیوں کومحسوب کیا جاتا ہے۔

غیرگروہ بندی میں چوتھائیہ کومحسوب کرنا:

غیرگروہ بندی میں موادترتیب یا جدول کی شکل میں نہیں پایا جاتا بلکہ بے ترتیب مواد پایا جاتا ہے غیرگروہ بند مواد کی صورت میں دیے گئے اعداد کو بڑھتی ہوئی یا گھٹتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیا جائے ذیل کے ضابطہ کی مدد چوتھائیہ محسوب کیا جاتا ہے۔

$$Q1 = \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$Q2 = 2\left(\frac{20+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$Q3 = 3\left(\frac{21}{4}\right) \text{th item}$$

مثال5: ذیل میں ایک جماعت کے 20 طلبہ کے 100 نشانات میں سے حاصل نشانات دیے گئے ہیں Q_1، Q_2 اور Q_3 محسوب کیجئے

35, 65, 70, 90, 95, 60, 80, 82, 74, 95, 55, 61, 67, 78, 91, 40, 53, 41, 52, 63

حل: دیے گئے اعداد کواور ترتیب میں ترتیب دیں اور ضابطہ میں قدریں درج کریں $Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{th item}$

20 = N طلبا قدر

قیمتیں درج کرنے پر $Q1 = \left(\frac{20+1}{4}\right) \text{th item}$

$$= \left(\frac{21}{4}\right) \text{th item}$$

Median = 5.25 th item

35, 40, 41, 52, 53, 55, 60, 61, 63, 65, 67, 70, 74, 78, 80, 82, 90, 91, 95, 97

$$Q_1 = 5\text{th item} + \frac{1}{4}\ (6\text{th item} - 5\text{th item})$$

اوپر اعداد کی بڑھتی ہوئی ترتیب میں اعداد کو ترتیب دیا گیا ہے اس میں پانچواں عدد 53 اور چھٹواں عدد 55 ہے۔

$$=53 + \frac{1}{4} (55-53)$$

$$= 53 + \frac{1}{4} X 2$$

$$53 + \frac{2}{4}$$

$$53 + 0.5$$

$$Q_1 = 53.5$$

$$Q_2 = 2\left(\frac{20+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 2 \left(\frac{20+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 2 \left(\frac{21}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 2X5.25$$

$$= 10.5 \text{ th item}$$

اوپر بڑھتی ہوئی ترتیب میں اعداد کو ترتیب دیا گیا ہے اس میں دسواں عدد 65 اور گیارواں عدد 67 ہے

$$Q_2 = 10\text{th item} + \frac{1}{4} \ (11\text{th item}-10\text{th item})$$

$$= 65 + \frac{1}{4} (67-65)$$

$$= 65 + \frac{1}{4} (2)$$

$$= 65 + \frac{1}{4} X_2 = 65 + \frac{2}{4}$$

$$= 65+0.5$$

$$Q_2 = 65.5$$

$$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3\left(\frac{20+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3\left(\frac{21}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3\ (5.25)$$

$$Q_3 = 15.75 \text{ th item}$$

اوپر ترتیب دے گئے اعداد میں پندرہواں اور سولہواں عدد کے درمیان وسطانیہ ہوتا ہے پندرہواں عدد 80 اور سولہواں عدد 82 ہے

$$Q_3 = 15\text{th item} + \frac{1}{4}\ (16\text{th item - }15\text{th item})$$

$$= 80+ + \frac{1}{4}\ (82\text{-}80) \text{ th item}$$

$$= 80 + \frac{1}{4}\ (2)$$

$$= 80 + \frac{2}{4}$$

$$= 80+0.5$$

Median = 80.5

مسلسل سلسلہ میں چوتھائیوں کی تحسیب

Calculation of Quartiles in Continuous Series

مسلسل سلسلہ مواد کو پیش کرنے کا ایک اہم طریقہ ہے اس طریقہ میں مواد وقفہ جماعت تعدد کے ساتھ ترتیب میں پایا جاتا ہے۔

مثال 6: ذیل میں دیے گئے تفصیلات کی مدد سے وسطانیہ اور چوتھائیوں کو محسوب کیجئے۔

90-100	80-90	70-80	60-70	50-60	40-50	30-40	20-30	10-20	0-10	نشانات وقفہ جماعت(CI)
8	9	13	12	7	11	8	6	4	2	طلبا کی تعداد(F)

حل

نشانات	طلبا کی تعداد(F)	یکجائی تعدد(CF)
0-10	2	2
10-20	4	6 (2+4)
20-30	6	12 (2+8)
30-40	8	20 (12+8)
40-50	11	31 (20+11)
50-60	7	38 (31+7) C
60-70	12F1	50 (38+12)
70-80	13	63 (50+13)
80-90	9	72 (63+9)
90-100	8	80 (72+8)
	N = 80	

Median line N = $\left(\frac{N}{4}\right)$ th item $\left(\frac{80}{4}\right)$ = 40th item

یکجائی تعدد میں 40واں عدد شمار ہونے والے قطار کو منتخب کریں یہ وقفہ جماعت 70-60 کی قطار میں واقع ہے۔

$$Md = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - C}{F1} Xi$$

جہاں پر $60 = L_1$، $38 = C \quad 12 = F_1 \quad 40 = N/2$

قیمتیں درج کرنے پر $= 60 + \left(\frac{40-38}{12}\right) x\ 10$

$$= 60 + \frac{2}{12} X10$$

$$= 60 + \frac{20}{12}$$

$$60 + 1.67$$

وسطانیہ Md = 61.67

پہلے چوتھائیہ Q1 کی تحسیب =کل تعدد کو چار سے تقسیم کریں۔

$$\text{Quarties Line} = \left(\frac{N}{4}\right)\text{th item}$$

$$= \left(\frac{80}{4}\right) = 20 \text{ th item}$$

یکجائی تعدد میں 20 عدد والے قطار کو منتخب کریں اور ذیل کے ضابطہ میں قیمتیں درج کریں یہ وقفہ جماعت 40-30 کے قطار میں واقع ہے۔

$$Q_1 = L_1 + \frac{3\left(\frac{N}{4} - C\right)}{F1} \text{ Xi}$$

جہاں پر $30 = L_1$ $8 = F_1$ $12 = C$ $10 = i$

قیمتیں درج کرتے ہیں

$$= 30 + \frac{20 - 12}{8} \text{ X } 10$$

$$= 30 + \frac{8}{8} \text{ X } 10$$

$$= 30 + \frac{80}{8}$$

$$= 30 + 10$$

$$Q_1 = 40$$

$$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)\text{th item}$$

$$= 3 \text{ x } \left(\frac{80}{4}\right)\text{th item}$$

$$= 3 \text{ x } 20$$

$$Q_3 \text{ Line} = 60 \text{ thitem}$$

یکجائی تعدد میں 60 عدد والے قطار کو منتخب کریں اور ذیل کے ضابطہ میں قیمتیں درج کریں یہ وقفہ جماعت 80-70 کے قطار میں واقع ہے۔

$$Q_3 = L_1 + \frac{3\left(\frac{N}{4} - C\right)}{F1} Xi$$

جہاں پر $70 = L_1$ $50 = C$ $13 = F_1$ $10 = i$

قیمتیں درج کرتے ہیں

$$= 70 + \frac{60 - 50}{13} X10$$

$$= 70 + \frac{10}{13} x\ 10$$

$$= 70 + \frac{100}{13}$$

$$= 70 + 7.692$$

$$Q_1 = 77.692$$

3۔ عشریے Deciles

عشریہ ایک عربی لفظ ہے دیے گئے اعداد کو 10 مساوی حصوں میں تقسیم کرنے پر حاصل ہر ایک حصہ عشرہ کہلاتا ہے۔ ہر حصہ میں تمام عدد کا 10% پر مشتمل ہوتا ہے اس کو علامت D_1 سے ظاہر کیا جاتا ہے پہلا عشریہ D_1 ' دوسرا عشریہ D_2 کہلاتا ہے۔

4۔ صدویہ Percentile

دے گئے اعداد یا معطیات کو 100 مساوی حصوں میں تقسیم کرنے پر حاصل ہر ایک حصہ 1% ہوتا ہے جن کو صدویہ کہتے ہیں یہ کل تعداد کا 1% ہوتا ہے اس کو P_1 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ دسویں صدویہ کو P_{10} ' پچاسویں صدویہ کو P_{50} وغیرہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

11.8 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

وسطانیہ مرکزی رجحان کا ایک اہم پیمانہ ہے دیے ہوئے معطیات یا اعداد کا وسطی یا درمیانی عدد کو وسطانیہ کہتے ہیں گروہ بند۔ غیر گروہ بند دونوں معاملات میں وسطانیہ کو محسوب کیا جا سکتا ہے۔ غیر سلسلہ کے مواد کو بڑھتی ہوئی یا گھٹتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیتے ہوئے ضابطہ کی مدد سے وسطانیہ محسوب کیا جاتا ہے۔ اس طرح مسلسل سلسلہ کے مواد کی صورت میں یکجائی تعدد کا کالم ترتیب دیا جاتا ہے ضابطہ میں قدروں کو درج کرتے ہوئے وسطانیہ کو محسوب کیا جاتا ہے وسطانیہ ایک اہم پیمانہ ہے جس کو ہر تعلیم یافتہ اور غیر تعلیم یافتہ فرد بھی آسانی سے سمجھ سکتا ہے اس کی تحسیب بھی کافی آسانی ہے وسطانیہ کی ایک اہم خامی ہے کہ اس کو الجبرائی یا فیصلہ یا تناسب میں ظاہر نہیں کیا جاتا دئے ہوئے مواد کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرنے پر ایک حصہ چوتھائی حصہ کہلاتا ہے جس کو Q_1 سے ظاہر کیا جاتا ہے اسی طرح Q_2 سطانیہ ہوتا ہے Q_3 تین چوتھائی ہوتا ہے جو 75% کہلاتا ہے Q_1 کو زیریں چوتھائی اور Q_3 کو بالائی اوپری چوتھائیہ ہوتے ہیں دیے ہوئے اعداد کو (10) دس مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہے ایک حصہ عشرہ کہلاتا ہے

جس کو D_1 سے ظاہر کیا جاتا ہے اعداد کو 100 سے تقسیم کرنے پر حاصل کردہ کو صدویہ کہتے ہیں۔

11.9 کلیدی الفاظ — Key Words

1۔ تحسیب (Calculation): ضابطہ کی عدد سے نامعلوم مقدار کو معلوم کرنا تحسیب کہلاتا ہے

2۔ طاق (Odd): ایسے اعداد جو 2 سے مکمل طور پر تقسیم نہ ہوتے ہوں وہ طاق اعداد کہلاتے ہیں مثلاً 3,7,9,11 وغیرہ۔

3۔ جفت (Even): ایسے اعداد جو دو سے مکمل تقسیم ہوتے ہوں وہ جفت اعداد کہلاتے ہیں مثلاً 10 ,8 ,6 ,4 ,2 وغیرہ۔

4۔ یکجائی تعدد (Cumulative Frequency): مسلسل سلسلہ میں تعدد (Frequency) کو ترتیب وار جمع کرنے پر حاصل عدد کو یکجائی تعدد کہتے ہیں۔

11.10 نمونہ امتحانی سوالات — Terminal Question

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجئے:

1۔ طاق اعداد کی مثالیں.......................... ہیں۔

2۔ جفت اعدا کی مثالیں.......................... ہیں۔

3۔ Q_1 کو محسوب کرنے کا ضابطہ....................... ہے۔

4۔ مسلسل سلسلہ میں وسطانیہ کو محسوب کرنے کا ضابطہ....................... ہے۔

5۔ 12 '5 '15 '8 '2 '7 کی بڑھتی ہوئی ترتیب....................... ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات:

1۔ وسطانیہ سے کیا مراد ہے۔

2۔ وسطانیہ کے فوائد اور خامیوں کو بیان کیجئے۔

3۔ ذیل کے اعداد کے مدد سے وسطانیہ محسوب کیجئے 22 '18 '15 '7 '9 '12 '8 '3

4۔ وسطانیہ کے خصوصیات بیان کیجئے۔

5۔ زیریں چوتھائیہ اور بالائی چوتھائیہ سے کیا مراد ہے۔

6۔ ذیل کے تفصیلات کی عدد سے وسطانیہ محسوب کیجئے۔

نشانات X	35	45	55	65	75	85	95
تعدد F	4	3	9	5	4	2	3

7۔ ذیل کے تفصیلات کی عدد سے وسطانیہ محسوب کیجئے۔

نشانات X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
طلباء کی تعداد F	3	2	7	9	11	13	6	5	3	1

8۔ ذیل میں ایک صنعت میں کام کرنے والے مزدوروں کی یومیہ اجرت اور تعدادی گرامس کی مدد سے وسطانیہ محسوب کیجئے۔

اجرت رپے X	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000
مزدوروں کی تعداد F	3	4	8	6	4	3	2

9۔ ذیل میں دئے گئے تفصیلات کی مدد سے Q1, Q2 اور Q3 محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت نشانات	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
تعداد F	1	3	5	7	11	9	2	2

10۔ وسطانیہ محسوب کرنے کے مختلف طریقوں میں وضاحت کیجئے۔

11.11 تجویز کردہ کتابیں — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 12۔ بہتانیہ (کثیریہ)
Mode

Unit Structure	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	12.0
Objective	مقاصد	12.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	12.2
Nature and Scope	ماہیت اور وسعت	12.3
Features	خصوصیات	12.4
Merits and Demerits	فوائد اور خامیاں	12.5
Uses or Applications	استعمالات	12.6
Computation of Mode	بہتانیہ کی تحسیب	12.7
Learnig outcomes	اکتسابی نتائج	12.8
Keywords	کلیدی الفاظ	12.9
Terminal Question	نمونہ امتحانی سوالات	12.10
Reference Books	تجویز کردہ کتب	12.11

12.0 تمہید Introduction

سابقہ اکائیوں میں آپ نے اوسط وسطانیہ کے مفہوم کا مطالعہ کر چکے ہیں ہم اکثر دیکھتے ہیں کہ مدارس کے نتائج کا اعلان فیصد یا اوسط کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے گھر کے قریب پائے جانے والے کرانہ دوکان کو دیکھے ہونگے تاجر اس سامان کو کثیر مقدار میں فراہم کرتا جس کی زیادہ مانگ ہوتی ہے تہوار یا عیدوں کے دوران مخصوص ساز وسامان کی مانگ زیادہ ہوتی ہے۔ تاجر کا اہم مقصد منافع کمانا ہوتا اسی لیے ایسے اشیاء کی تجارت کریگا جس سے زیادہ فائدہ حاصل ہو اسی طرح صنعتیں و پیداواری ادارے ایسے ساز وسامان کی تیاری کرتے ہیں جس کی زیادہ مانگ ہو اس اکائی میں بہتانیہ کے متعلق مطالعہ کریں گے۔

12.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائینگے کہ

- بہتانیہ کے معنی و مفہوم کو بیان کر سکیں۔
- بہتانیہ کی اہمیت کو بیان کر سکیں۔
- بہتانیہ کے خصوصیات کی وضاحت کر سکیں۔
- بہتانیہ کے فوائد و خامیوں کو بیان کر سکیں۔
- بہتانیہ کے استعمالات کو بیان کر سکیں۔

12.2 معنی و مفہوم اور تعریف Meaning and Definitions

بہتانیہ یا کثیرہ کی آسان تفہیم کے لیے ذیل کے تفریقات کا مطالعہ کیجئے۔

1۔ ایسا عدد جو سب سے زیادہ مرتبہ دہرایا جاتا ہو وہ بہتانیہ کہلاتا ہے۔

2۔ ایسا عدد جو کثرت سے واقع ہوتا ہو وہ بہتانیہ یا کثریہ کہلاتا ہے۔

3۔ دیے گئے معطیات (data) میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرائے جانے والے عدد کو بہتانیہ یا کثریہ کہتے ہیں۔

4۔ Zizek کے مطابق بہتانیہ دیے گئے اعداد میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرانے والا عدد ہوتا ہے اس کے اطراف اعداد پھیلے ہوئے ہوتے ہیں۔

5۔ A.M Tuttle کے مطابق دیے ہوئے اعداد کے اطراف میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرانے والا عدد ہوتا ہے۔

6۔ ماہر شماریات کارل پیرسن (Karl Pearson) نے 1895 میں اصطلاح Mode استعمال کیا۔ لفظ Mode دراصل فرانسی لفظ "ala mode" سے ماخوذ ہے جس کے لفظی معنی "Fashionable" کے ہیں۔ ala mode کے انگریزی معنی Stylish Fashonable سے مراد لیا جاتا ہے کثرت سے دہرائے جانے والے رواج کو فیشن سے مراد لیا جاتا ہے۔

12.3 ماہیت اور وسعت — Nature and Scope

بہتانیہ مرکزی رجحان کی پیائش کا ایک اہم آلہ ہے یہ ہر چھوٹے و بڑے پیداوار اداروں، صنعتوں، منصوبوں سرکاری وغیرہ وسرکاری معاملات وغیرہ میں کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔ دیے گئے اعداد میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرانے والا عدد بہتانیہ یا کثیریہ کہلاتا ہے۔ باقی اعداد اسی عدد کے اطراف پائے جاتے ہیں۔ علم شماریات ایک اہم ریاضیاتی مضمون ہے سماجی وملکی مسائل کی نشاندہی اور ان کے حل کے لیے اس کا استعمال کیا جاتا ہے۔ ہندوستان میں ہر 10 سال میں مردم شماری کی جاتی ہے۔ عمر، جنس، تعلیم، علاقہ، شہر، دیہات، ذات، مذہب، زبان وغیرہ وغیرہ مختلف انداز میں تجزیہ کیا جاتا ہے حاصل نتائج کو مسائل حل کرنے اور وسائل کا بہتر استعمال کے لیے حکمت عمل اختیار کرنے میں استعمال کرتے ہیں۔ اس طرح قومی پیداوار، قومی درآمدات و برآمدات، شرح پیدائیش واموات، روزگار، بے روزگاری، چھوٹے صنعتیں، بھاری پیانے کی صنعتیں وغیرہ کے مطالعہ کے ذریعہ معشیت کے بنیادی مسائل کو حل کر سکتے ہیں۔

کثیریہ کے مطالعہ سے مندرجہ ذیل نکات اخذ کیے جاسکتے ہیں۔

1۔ سب سے زیادہ آبادی کس عمر میں موجود ہے۔

2۔ سب سے زیادہ بے روزگاری کس عمر کے افرادیں شامل ہے۔

3۔ سب سے زیادہ تعلیم یافتہ طبقہ کہاں موجود ہے۔

4۔ سب سے زیادہ غیر تعلیم یافتہ افراد کہاں پر موجود ہیں۔

5۔ سب سے زیادہ مسائل کونسے حصہ میں حل کرنا ضروری ہے۔

6۔ سب سے زیادہ آبادی کی گنجائیت کہاں پائی جاتی ہے۔

12.4 خصوصیات — Features

بہتانیہ کے اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ بہتانیہ سب سے زیادہ مرتبہ دہرائے جانے والا عدد ہوتا ہے یہ مرکزی رجحان کے اہم پیانوں میں سے ایک ہے۔

2۔ معطیات یا اعداد میں تبدیلی کے ساتھ بہتانیہ میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

3۔ معمولی مواد کی صورت میں بھی بہتانیہ کو محسوب کیا جاسکتا ہے۔

4۔ بہتانیہ دیے گئے اعداد وشمار کی ترجمانی کرتا ہے۔

12.5 فوائد وخوبیاں — Advantages or Merits

بہتانیہ کے فوائد کو ذیل میں ظاہر کیا گیا:

1۔ بہتانیہ ایک آسان اور قابل فہم اصطلاح ہے جس کو ہر عام وخاص فرد آسان سے سمجھ سکتا اور اس کی تحسیب کافی آسان ہے۔

2۔ بہتانیہ کا معیشت کے ہر شعبے میں استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ تجارتی وصنعتی میدان میں بہتانیہ کو کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔

4۔ صنعتیں، چھوٹے وبڑے پیداواری ادارے منصوبہ بندی میں بہتانیہ کا کثرت سے استعمال کرتے ہیں اور اسی کی بنیاد پر حکمت عملی طے کرتے ہیں۔

5۔ ہر چھوٹے وبڑے پیداواری اداروں سرکاروں وغیرہ سرکاری تنظیموں کو کامیابی سے ہمکنار کرنے کے لیے بہتانیہ کا استعمال کرتے ہیں۔

6۔ بہتانیہ معیاری مواد (Qualitative Data) میں کافی استعمال ہوتا ہے۔

7۔ بہتانیہ کو Open-ended جدول میں بھی آسانی سے اخذ کیا جا سکتا ہے۔

8۔ بہتانیہ کو ترسیمی شکل میں آسانی سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

9۔ بہتانیہ معطیات کا بہتر نمائندگی کرتا ہے۔

10۔ بہتانیہ Extreme Value سے متاثر نہیں ہوتا Extreme Value کی عدم موجودگی میں بھی بہتانیہ کو محسوب کیا جاتا ہے۔

11۔ صارفین کی اکثریت کی خواہش کو معلوم کرنے کے لیے بہتانیہ کا استعمال کیا جاتا ہے۔

خامیاں Disadvantages

بہتانیہ کے خامیوں کو ذیل میں بتلا گیا ہے۔

1۔ بہتانیہ کی تحسیب آسان ہونے کے باوجود بعض اوقات تحسیب یا مشکلات درپیش ہوتے ہیں بہتانیہ کی واضح انداز میں جامع تعریف نہیں ہے۔

2۔ الجبرائی معاملات میں بہتانیہ کی تحسیب ممکن نہیں۔

3۔ مواد کی تبدیلی کے ساتھ ساتھ بہتانیہ میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے اس طرح بہتانیہ کو مستقل تصور کرنا ممکن نہیں۔

4۔ بہتانیہ الجبرائی طرز میں ظاہر نہیں کر سکتے۔

5۔ Bimodel اور Multimodel میں مواد کی صورت میں بہتانیہ کی تحسیب ممکن نہیں۔

6۔ نمونوں یا مواد کی تبدیلی کے ساتھ بہتانیہ میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

7۔ بہتانیہ کوئی مستقل عدد نہیں ہے جو مسائل کو حل کرنے میں سازگار ہو۔

8۔ بہتانیہ دیے گئے مواد یا معطیات کی نمائندگی نہیں کرتا۔

9۔ بہتانیہ کو محسوب کرنے کے مختلف ضوابط ہیں ضوابطہ میں تبدیلی سے نتائج میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

10۔ بہتانیہ کی واضح تعریف موجود نہیں ہے۔

12.6 استعمالات یا اطلاق Uses or Application

بہتانیہ کے اہم استعمالات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ تعلیمی میدان 2۔ صنعتی میدان

3۔ منصوبہ بندی 4۔ تجارتی میدان

1۔ تعلیمی میدان

تعلیمی میدان میں بہتانیہ کا جامع و وسیع معنوں میں استعمال کیا جاتا ہے تعلیمی پالیسی بھی بہتانیہ کی بنیاد پر قائم کی جاتی ہے۔ سماجی ضرورتوں کو مدنظر رکھتے ہوئے کثرت کے ساتھ طلب شدہ مضامین کو نصاب میں شامل کرنے میں بہتانیہ کا سہارا لیا جاتا ہے۔ تعلیم بالغان، تعلیم اطفال، اسکولی تعلیم، روزگار پر مبنی تعلیم، تکنیکل تعلیم، سائنسی تعلیم وغیرہ کی فراہمی مختلف معاملات میں بہتانیہ کا استعمال کیا جاتا ہے۔

2۔ صنعتی میدان

صنعتی میدان میں بہتانیہ کا کثرت سے استعمال کیا جاتا ہے ہر چھوٹے و بڑے پیداوری و صنعتی اداروں میں اس کا استعمال کیا جاتا ہے ریڈی میڈ ملبوسات تیار کرنے والی صنعتیں، جوتے چپل کی صنعتیں ضروریات زندگی کے سامان (ظروف) تیار کرنے والی صنعتیں وغیرہ۔ بازار میں سب سے زیادہ مقدار میں جس سائز یا ڈیزائن کی طلب ہو اسی کی سائز میں چپل، جوتے ملبوسات وغیرہ تیار کیے جاتے ہیں۔ بہتانیہ صنعتی پیداوار یا مقدار اور سائز کے تعین میں مدد ملتی ہے۔ جس سے صنعتی وسائل یا پیداوروں کے ضائع ہونے سے محفوظ رہتے ہیں۔

3۔ منصوبہ بندی

منصوبے مستقبل کے لیے مدون کیے جاتے ہیں۔ منصوبوں کی تدوین کے دوران بہتانیہ کا کثرت سے استعمال کیا جاتا ہے۔ صنعتی و پیداواری ادارے اپنے پیداواری کا تعین کرنا، پیداواری کی تقسیم، صارفین تک رسائی کی حکمت عملی وغیرہ میں کثیر یہ کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اسی کے سبب کاروبار کو فروغ اور استحکام حاصل ہوتا ہے۔ کثیر یہ کو نظر انداز کرنے کی صورت میں اس کے فوائد سے محروم ہونے کا خدشہ بڑھتا ہے۔ اور ایک کامیابی تجارتی حکمت عملی کو اختیار کرنا مشکل اور دشوار ہوتا ہے۔

4۔ تجارتی میدان

ہر چھوٹے و بڑے تاجرین کثیر یہ کو مدنظر رکھتے ہوئے تجارتی حکمت عملی اختیار کرتے ہیں۔ ذخیرہ اندازی، قیمت سازی، صارفین سے تعلقات، مال کی نکاسی، تجارتی اوقات کا تعین وغیرہ وغیرہ معاملات میں کثیر یہ کا استعمال کرتے ہیں۔

12.7 بہتانیہ کی تحسیب Computition of Mode

مواد کی فراہمی کی بنیاد پر بہتانیہ کو مختلف طریقوں سے محسوب کیا جاتا ہے آپ جانتے ہیں کہ مواد یا معطیات غیر گروہ بند (Un grouped) گروہ بند (Grouped) کی شکل میں ہوتا ہے۔ ذیل میں بہتانیہ کی تحسیب کے طریقوں کی وضاحت کی گئی ہے۔

غیر گروہ بند مواد Ungrouped Data

ایسا مواد بے ترتیب یا گروہ کی شکل میں نہ پایا جاتا ہو اس کو غیر گروہ بند مواد کہتے ہیں۔اس میں مواد بے ترتیب پھیلا ہوا ہوتا ہے۔یعنی غیر گروہ بند مواد ایک ایسا مواد ہے جس میں معطیات (Data) بے ترتیب ہوتے ہیں یعنی گروہ یا جماعت یا ترتیب سے نہیں پایا جاتا ہے۔معطیات کی تعداد کم ہونے پر مشاہدہ کے ذریعہ آسانی سے محسوب کیا جاسکتا ہے۔

ذیل میں جماعت پنجم کے 10 طلبا کی عمریں دی گئی ہیں۔

عمریں سال میں: 10, 11, 12, 10, 12, 11, 10, 11, 10, 10

مندرجہ بالا مثال میں ظاہر ہوتا ہے کہ جماعت پنجم میں 10 سال کی عمر والے طلبا کی تعداد زیادہ ہے اس طرح بہتانیہ (mode) 10 سال ہوگا۔

انفرادی سلسلہ (Calculation of mode in individual Series) میں بہتانیہ کی تحسیب

ایسے معطیات جو بے ترتیب یا گروہ بندی میں نہ ہو اعداد یا معطیات انفرادی طور پر دئے گئے ہوں انہیں انفرادی سلسلہ کہتے ہیں۔

مثلاً: 2, 8, 2, 6, 9, 5, 4, 7, 3, 2, 6, 8 اس مثال میں اعداد کی کوئی ترتیب نہیں ہے بلکہ یہ بے ترتیب پھیلے ہوئے ہیں۔

انفرادی سلسلہ میں بہتانیہ کی تحسیب کے مراحل:

انفرادی سلسلہ میں بہتانیہ (mode) کو محسوب کرنے کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ دیے گئے اعداد کو صعودی (بڑھتی ہوئی) یا نزولی (گھٹتی ہوئی) ترتیب میں ترتیب دیں۔

2۔ دیے گئے اعداد میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرائے جانے والا عدد بہتانیہ کہلاتا ہے اس کی نشاندہی کیجئے۔

3۔ بہتانیہ کو علامت 'Z' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

نوٹ: دیے گئے اعداد میں کوئی بھی عدد سب سے زیادہ مرتبہ نہ دہرانے پر بہتانیہ کو محسوب نہیں کیا جاسکتا ہے۔

مثال: ذیل میں دیے گئے اعداد کا بہتانیہ محسوب کیجئے۔

17, 15, 10, 8, 12, 15, 21, 24, 15, 8, 6, 9, 15, 18, 21

حل: دیے گئے اعداد یا معطیات کو صعودی (بڑھتی ہوئی) ترتیب میں ترتیب دیں (چھوٹے عدد سے بڑے عدد کی جانب رخ ہونا)

Z=6, 8, 8, 9, 10, 12, 15, 15, 15,15, 17, 18, 21, 21, 24

مندرجہ بالا اعداد میں عدد 15 چار مرتبہ دہرایا گیا ہے اس لیے بہتانیہ 15 ہوگا۔یعنی Z=15

نوٹ: صعودی (بڑھتی) ہوئی ترتیب چھوٹے عدد سے شروع کر کے ترتیب وار بڑے اعداد ترتیب دیا جاتا ہے اور آخر میں سب سے بڑا عدد حاصل ہوتا ہے۔نزولی ترتیب میں بڑے عدد سے شروع کیا جاتا ہے اور آخر میں سب سے چھوٹے عدد حاصل ہوتا ہے۔مشاہدے کے ذریعہ سب سے زیادہ مرتبہ دہرائے جانے والا عدد بہتانیہ کو اخز کر سکتے ہیں۔

بعض اوقات بہتانیہ کی تحسیب ممکن نہ ہونے کی صورت میں ذیل کے ضابطہ کی مدد سے بہتانیہ کو محسوب کیا جاسکتا ہے۔

Mode= 3 Median- 2 Mean

Calculation of Mode in Discrete series — تعددی یا مجرد سلسلہ میں بہتانیہ کی تحسیب

دیے گئے معطیات ترتیب وار دو قطار میں ترتیب ہوں اس کو Discrete Series کہتے ہیں۔ پہلے قطار میں اعداد اور دوسرے قطار میں ان کی تعداد کو بتلایا جاتا ہے ذیل میں Discrete Series کی مثال دیا گیا ہے۔

32	29	28	23	22	19	15	11	9	اعداد
4	5	7	9	8	17	12	6	2	تعدد

مندرجہ بالا دو قطار میں سے ہیں اعداد اور دوسرے قطاریں ان کی تعداد کو بتلایا گیا ہے۔

مثال 2: ذیل میں دیے گئے مواد کی مدد سے بہتانیہ محسوب کیجئے۔

45	42	40	35	30	25	21	18	13	12	عمر(X)
6	6	8	11	15	10	9	6	5	3	تعدد(F)

حل: سب سے زیادہ دومرتبہ دہرائے جانے والے مواد کو بہتانیہ کہتے ہیں مشاہدہ کی مدد سے 30 عدد 15 مرتبہ دہرایا ہے اس لیے موڈ (mode) 30 عدد ہوگا۔ حسابی اعتبار سے اس کو حسب ذیل طریقوں سے محسوب کیا جاتا ہے۔

عمر(X)	تعدد(F)	II	III	IV	V	VI
12	3	-	-	-	-	-
13	5	8 (3+5)	-	14 (3+5+6)	-	-
18	6	-	11 (5+6)	-	20 (5+6+9)	-
21	9	15	-	-	-	-
25	10	-	19 (9+10)	34 (9+10+15)	-	25 (6+9+10)
30	15	25	-	-	36 (10+15+11)	-
35	11	-	26 (15+11)	-	-	34 (15+11+8)
40	8	19	-	25	-	-
42	6	-	14 (8+6)	-	20 (8+6+6)	-

45	6	12	-	-	-	-

تجزیاتی جدول(Analysis Table)

Colum	1	2	3	4	5	6	Total
12							
13							
18							
21				✓			1
25		✓		✓	✓		3
30	✓	✓	✓	✓	✓	✓	6
35			✓		✓	✓	3
40						✓	1
42							
45							

مندرجہ بالا تجزیاتی جدول میں 30 عدد 6 مرتبہ دہرایا ہے اس لیے بہتانیہ 30 ہوگا۔

بہتانیہ کی تحسیب کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ دیے گئے جدول میں مزید 5 کالم قطار ترتیب دیں۔

2۔ قطار (کالم) ایک تعدد کو ظاہر کریگا۔

3۔ قطار II میں پہلے دو تعدد کے جوڑ کا حاصل جمع کو بتلائیں۔ مثلاً (3+5=8, 6+9=15, 10+15=25, 8+6=14)

4۔ قطار III میں پہلے تعدد کو چھوڑ کر دو تعدد کے جوڑ کے حاصل جمع کو بتلائیں۔

(5+6=11, 9+10=19, 15+11=26, 8+6=14)

5۔ چوتھے قطار میں پہلے تین تعدد کے حاصل جمع کو بتلائیں۔(3+5+6=14, 9+10+15=34, 11+8+6=25)

6۔ پانچویں قطار میں پہلے تعدد کو چھوڑ کر تین تعدد کے حاصل جمع کو بتلائیں۔

(5+6+9=20, 10+15+11=36, 8+6+6=20)

7۔ چھٹویں قطار میں تعدد کے پہلے دو اعداد کو چھوڑ کر تین تعدد کے حاصل جمع کو بتلائیں۔

(6+9+10=25, 15+11+8=34)

8۔ تجزیاتی جدول تیار کریں اس میں 8 قطار ہونگے۔

9۔ گروپ بندی جدول میں ہر کالم میں سب سے بڑے عدد کی نشاندہی کرتے ہوئے تجزیاتی جدول میں جن اعداد کو جمع کرنے سے بڑا اعدد حاصل ہوا ہے ان کے سامنے (✓) صحیح کا نشان لگائیں۔

10۔ سب سے زیادہ مرتبہ دہرائے ہوا عدد بہتانیہ ہوگا۔

مسلسل سلسلہ میں بہتانیہ کی تحسیب Calculation of mode in Continuous Series

معطیات یا اعداد کو وقفہ جماعت کے ساتھ جدول میں پیش کیا جائے۔وہ Continuous Series کہلاتا ہے اس جدول میں سوال کی موزونیت کے اعتبار سے وقفہ جماعت اور تعدد (F) کی تعداد دی جاتی ہے۔ذیل کے ضابطہ کی عدد سے بہتانیہ محسوب کیا جاتا ہے۔

$$Mo = L1 + \frac{F1 - Fo}{2F1 - Fo - F2} XCI$$

جہاں پر Mo = بہتانیہ کی علامت

L_1 = وقفہ جماعت کی نچلی سطح

F_1 = بہتانیہ کے وقفہ جماعت کی تعدد

F_0 = بہتانیہ کے وقفہ جماعت سے پہلے کی تعدد

F_2 = بہتانیہ کے وقفہ جماعت کے بعد کا تعدد

C_1 = وقفہ جماعت (Class Interval)

مثال 3: ذیل میں ایک صنعت میں کام کرنے والے مزدوری کی یومیہ اجرت دی گئی ہے۔جن سے بہتانیہ محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت روپے	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000	1000-1100
مزدوروں کی تعداد (F)	4	7	9	5	4	1

حل:

وقفہ جماعت روپے	مزدوروں کی تعدد
500-600	4
600-700	7 F_0
700-800	9 F_1
800-900	5 F_2
900-1000	4

1000-1100	1
	30

1 ۔ مشاہدہ کے ذریعہ اخذ ہوتا ہے کہ وقفہ جماعت 700-800 میں سب سے زیادہ مزدوروں کی تعداد ہے تب بہتانیہ بھی اسی وقفہ جماعت میں ہوگا۔

2۔ علامتوں کے اعتبار سے اعداد کو تعین کریں۔ L_1=700، F_1=9، F_0=7، F_2=5 ضابطوں میں قدروں کو درج کریں۔

$$=30+\frac{17-7}{2(17)-7-8}X10$$

$$=30+\frac{10}{34-15}X10$$

$$=30+\frac{100}{19}$$

$$=30+4.2$$

$$Mo=34.2$$

آپ نے حسابی یا ضابطہ کی مدد سے بہتانیہ کے تحسیب کے طریقہ سے واقف ہو چکے ہیں بہتانیہ کو ترسیم کی مدد سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔ترسیم کے ذریعہ بہتانیہ کو اخز کرنے کے لیے ذیل کے طریقہ کار کو اختیار کریں۔

1۔ ترسیمی کاغذ پر X اور Y محسور کے خطوط ڈالیں

2۔ افقی خط X محور پر وقفہ جماعت اور محودی خط Y محور پر تعداد (F) کو بتلائیں۔

3۔ تعداد (Frequency) کی مدد سے ہسٹوگرام تیار کریں۔

4۔ سب سے زیادہ تعدد والے ہسٹوگرام سے پہلے اور بعد کے متصل کونوں سے خطوط کھینچے (مثال ترسیمی کاغذ پر دیکھے)۔

5۔ کھینچے ہوئے خطوط سے حاصل نقطہ تقاطع بہتانیہ ہوگا۔

6۔ نقطہ تقاطع سے X محور تک لکیر کھینچے جو بہتانیہ پر قائم ہوگا۔

7۔ مثال کی مدد سے بتلائے گئے تریمی اظہار کا مشاہدہ کیجئے۔

ذیل کے مثال میں ترسیم کی مدد سے بہتانیہ کی تحسیب کو بتلایا گیا:

مثال4: ذیل میں ایک مضمون میں حاصل کردہ نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی جن کی مدد سے ترسیم پر بہتانیہ تحسیب کیجیے۔

نشانات وقفہ جماعت	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
طلبا کی تعداد	2	3	7	17	8	5	6	2

حل: ذیل میں ترسیمی کاغذ پر X محور پر نشانات اور Y محور پر طلبا کی تعداد کو بتلایا گیا ہے۔

حسابی اعتبار سے بہتانیہ کی تحسیب

$$Mo = L1 + \frac{F1 - Fo}{2F1 - Fo - F2} XCI$$

10=CI ' 8=F2 ' 7=Fo ' 17=F1 ' 30=L1

قیمتیں درج کرنے پر

$$= 30 + \frac{17-7}{2(17)-7-8} X10$$

$$= 30 + \frac{10}{34-15} X10$$

$$= 30 + \frac{100}{19}$$

$$= 30 + 4.2$$

$$Mo = 34.2$$

ترسیمی کاغذ پر بہتانیہ وقفہ جماعت 40-30 کے درمیان واقع ہے ترسیمی کاغذ پر ٹھیک طور پر اعداد کو ظاہر کرنے سے بہتانیہ کی صحیح قدر اخز ہوتی ہے ضابطہ کی مدد سے اخز کردہ بہتانیہ کی قدر 34.2 ہے جو وقفہ جماعت 40-30 کے درمیانی واقع ہے۔

بہتانیہ (کثیر یہ) کا ترسیمی تعین Graphical Determination

آپ نے حسابی یا ضابطہ کی مدد سے بہتانیہ کے تحسیب کے طریقہ سے واقف ہو چکے ہیں۔ مگر بہتانیہ کو ترسیم کی مدد سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔ ترسیم کے ذریعہ بہتانیہ کو اخذ کرنے کے لیے ذیل کے طریقہ کار کو اختیار کریں۔

1۔ ترسیمی کاغذ پر x اور y محور کے خطوط ڈالیں۔

2۔ افقی خط x محور پر وقفہ جماعت اور عمودی خط y محور پر تعدد (F) کو بتلائیں۔

3۔ تعدد (Frequency) کی مدد سے ہسٹوگرام تیار کریں۔

4۔ سب سے زیادہ تعدد والے ہسٹوگرام سے پہلے اور بعد کے مستقل کونوں سے خطوط کھینچئے۔ (مثال ترسیمی کاغذ پر دیکھیے)۔

5۔ کھینچے ہوئے خطوط سے حاصل نقطہ تقاطع بہتانیہ ہوگا۔

6۔ نقطہ تقاطع سے x محور تک لکیر کھینچے جو بہتانیہ پر قائم ہوگا۔

7۔ مثال کی مدد سے بتلائے گیے ترسیمی اظہار کا مشاہدہ کیجیے۔

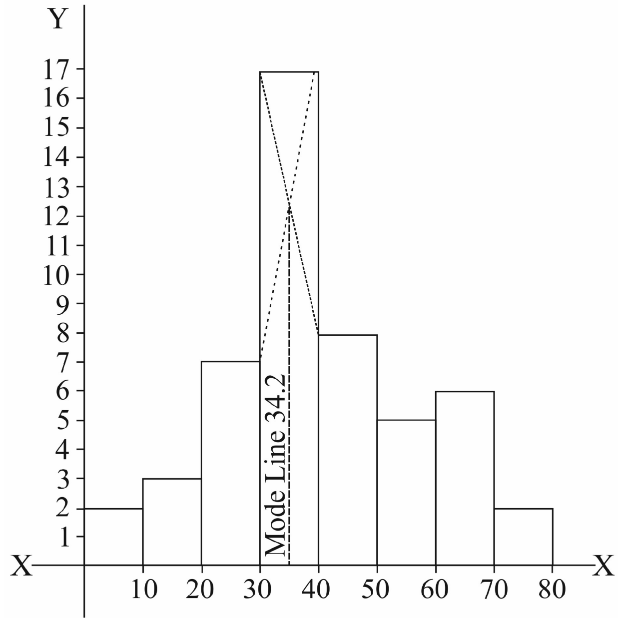
ذیل کے مثال میں ترسیم کی مدد سے بہتانیہ کی تحسیب کو بتلایا گیا ہے۔

مثال 5: ذیل میں ایک مضمون میں حاصل کردہ نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے جن کی مدد سے ترسیم پر بہتانیہ محسوب کیجیے۔

نشانات وقفہ جماعت	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80

طلباء کی تعداد	2	3	7	17	8	5	6	2

حل: ذیل میں ترسیمی کاغذ تعدد کرتے ہوئے سفید کاغذ پر نشانات اور طلباء کی تعداد کو بتلایا گیا ہے۔



حسابی اعتبار سے بہتانیہ کی تحسیب

$$M_o = L_1 + \frac{F_1 - F_o}{2F_1 - F_o - F_2} \times CI$$

$$10 = CI \ ' \ 8 = F_2 \ ' \ 7 = F_o \ ' \ 17 = F_1 \ ' \ 30 = L_1$$

قیمتیں درج کرنے پر

$$= 30 + \frac{17-7}{2(17)-7-8} \times 10$$

$$= 30 + \frac{10}{34-15} \times 10$$

$$= 30 + \frac{100}{19} \times 10$$

$$= 30 + 4.2$$

بہتانیہ $M_O = 34.2$

ترسیمی کاغذ اپر بہتانیہ وقفہ جماعت 40-30 کے درمیان واقع ترسیمی کاغذ پر ٹھیک طور پر اعداد کو ظاہر کرنے سے بہتانیہ کی صحیح قدر اخذ ہوتی

ہے۔ضابطہ کی مدد سے اخذ کردہ بہتانیہ کی قدر 34.2 ہے جو وقفہ جماعت 40-30 کے درمیان واقع ہے۔

12.8 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

بہتانیہ مرکزی رجحان کا ایک اہم پیمانہ ہے دیے گئے معطیات یا اعداد میں سب سے زیادہ مرتبہ دہرانے والا عدد کو بہتانیہ (mode) کہتے ہیں۔لفظ "Mode" دراصل فرانسی لفظ "a la mode" سے ماخوذ ہے جس کو فیشن سے مراد لیا جاتا ہے۔ایسا عدد جو کثرت یا سب سے زیادہ مرتبہ دہرایا جاتا ہو وہ بہتانیہ (mode) کہلاتا ہے۔تعلیمی ،تجارتی ،صنعتی ومنصوبوں وغیرہ میں اس کا کثرت سے استعمال ہوتا ہے صنعتوں و پیداواری اداروں میں بہتانیہ کا کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔ملبوسات تیار کرنے والی صنعتیں جوتے چپل کی صنعتیں وغیرہ سب سے زیادہ طلب رکھنے والے سائز میں تیار کرتے ہیں۔بہتانیہ ہی صنعتوں کو کامیابی سے ہمکنار کرنے میں اہم کردار ادا کرتے ہیں اس کے ساتھ ساتھ تعلیمی اداروں میں منصوبہ بندی میں بھی استعمال کیا جاتا ہے بہتانیہ کو مجرد سلسلہ (Discrete Series) مسلسل سلسلہ (Continuous Series) میں آسانی سے محسوب کر سکتے ہیں حسابی اعتبار سے محسوب کرنے کے لیے ضابطہ کا استعمال کیا جاتا ہے چھوٹے و بڑے تاجرین تجارتی حکمت عملی ،سرکاری وغیرہ سرکاری تنظیموں میں اپنی کارکردگی اور بجٹ کی منظوری کے لیے بہتانیہ کا استعمال کرتے ہیں۔

12.9 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ بہتانیہ (کثیریہ) Mode = کسی اعداد وشمار کے سلسلہ میں سب سے زیادہ دہرائے جانے والے عدد کو بہتانیہ کہتے ہیں۔

2۔ صعودی ترتیب (Ascending order) = اعداد کو چھوٹے عدد سے بڑے عدد میں ترتیب دینا صعودی ترتیب کہلاتی ہے۔

3۔ نزولی ترتیب (Descending order) = اعداد کو بڑے اعداد سے شروع کر کے چھوٹے عدد میں ترتیب دینا نزولی ترتیب کہلاتی ہے۔

4۔ وقفہ جماعت (Class Internal) = بالائی سطح اور نچلی سطح کا درمیانی فرق وقفہ جماعت کہلاتا ہے۔اس کو CI یا سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

5۔ تعدد (Frequency) = معطیات کی تعداد تعدد کہلاتا ہے۔

12.10 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

1۔ لفظ Mode.................. زبان سے ماخوذ ہے۔

2۔ بہتانیہ کی تعریف........................ ہے۔

3۔ مسلسل سلسلہ میں بہتانیہ کو محسوب کرنے کا ضابطہ........................ ہے۔

4۔ بہتانیہ کو.................. علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

5۔ 600-700 کا وسطی نقطہ.................. ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ ذیل کے معطیات کی عدد سے بہتانیہ محسوب کیجئے۔

20, 18, 22, 16, 15, 20, 26, 22, 23, 22, 15, 18, 22

2۔ ذیل کے مواد کی عدد سے بہتانیہ محسوب کیجئے۔

تعدد	9	12	14	18	19	20
F	3	4	3	2	6	10

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالت

6۔ بہتانیہ کی وضاحت کرتے ہوئے اس کے فوائد اور خامیوں کو بیان کیجئے۔

7۔ بہتانیہ کے استعمالات پر تفصیلی نوٹ لکھئے۔

8۔ ذیل کے مواد کی مدد سے بہتانیہ محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت (I)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
تعدد (F)	3	2	4	5	8	4	4

9۔ ذیل میں ایک جماعت کے مضمون شماریات میں حاصل کردہ نشانات دیے گئے ہیں۔ گروپ جدول کی مدد سے بہتانیہ محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت نشانات	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
طلبا کی تعداد	3	1	5	7	8	6	7	8	3	2

12.11 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

بلاک IV: انتشار — Dispersion

اکائی 13- انتشار	Dispersion
اکائی 14-سعت	Range
اکائی 15-انحراف کی قسمیں	Types of Deviations
اکائی 16-معیاری انحراف	Standard Deviations

اکائی 13۔ انتشار
Dispersion

Sturcture Unit	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	13.0
Objectives	مقاصد	13.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	13.2
Importance of Dispersion	انتشار کی اہمیت	13.3
Features of Good Dispersion	اچھے انتشار کے اہم خصوصیات	13.4
Nature of Dispersion	انتشار کی ماہیت	13.5
Learning Outcomes	اکتسابی نتائج	13.6
Key Words	کلیدی الفاظ	13.7
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	13.8
Reference Books	تجویز کردہ کتب	13.9

13.0 تمہید Introduction

ہر تاجر صنعت کار یا پیدا کنندے کاروبار کے موقف کو اخذ کرنے کے لیے ریاضی وشماریات کے مختلف پیمانوں کا استعمال کرتے ہیں۔ عام منافع، خالص، منافع، اخراجات کا تناسب، اوسط، وسطانیہ اور بہتانیہ وغیرہ چند اہم مقبول طریقے ہیں جو کاروبار کے ساتھ ساتھ کھیل کود تعلیمی اداروں میں استعمال کرتے ہیں۔ تعلیمی کارکردگی کو ظاہر کرنے کے لیے اوسط کا زیادہ استعمال کیا جاتا ہے۔ کرکٹ کے مقابلوں کے دوران میدان میں آنے والے کھلاڑیوں کا تعارف پیش کیا جاتا ہے۔ کھلاڑی کے اعظم ترین اسکور، رن، وکٹ اور چھکے کے ساتھ ساتھ اقل ترین مظاہرہ کا بھی ذکر کیا جاتا ہے۔ علم ریاضی میں قدرت کا حاصل طالب علم ریاضی میں زیادہ نشانات حاصل کرسکتا ہے۔ لیکن کسی دوسرے مضمون میں اس کے برعکس نشانات حاصل ہوسکتے ہیں روشنی یا شعاع لامتناہی حد تک پھیل جاتی ہے۔ شعاعوں کا دور تک پھیل جانا یا منتشر ہونا ایک بنیادی صفت ہے۔ اعداد یا معطیات کے درمیان شدید فرق انتشار کہلاتا ہے۔ اس اکائی میں آپ انتشار کے متعلق معلومات حاصل کریں گے۔

13.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہوجائیں گے کہ

- انتشار کے معنی ومفہوم کو بیان کرسکیں۔
- انتشار کی اہمیت کی وضاحت کرسکیں۔
- انتشار کے استعمالات کی وضاحت کرسکیں۔
- انتشار کو اخذ کرنے کے طریقوں کی وضاحت کرسکیں۔

13.2 معنی ومفہوم اور تعریف Meaning and Definition

انتشار کے معنی ومفہوم کی تشریح کے لیے ذیل کے تعریفات کا مطالعہ کیجئے۔

1۔ دیے ہوئے معطیات کا پھیلاؤ انتشار کہلاتا ہے۔

2۔ دیے ہوئے معطیات یا مواد مرکزی رجحان کے مساوی نہ ہو انتشار کہلاتا ہے۔

3۔ معطیات یا مواد کا مرکزی رجحان سے مختلف ہونا انتشار کہلاتا ہے۔

4۔ حسابی اوسط کے انحراف انتشار کہلاتا ہے۔

5۔ دیے ہوئے اعداد یا معطیات میں تسلسل یا یکسانیت کا نہ ہونا انتشار کہلاتا ہے۔

Simpson and Kafka کے مطابق اوسط (Average) بذات خود تمام مواد کی کے متعلق معلومات فراہم نہیں کرتا یا مواد کی خصوصیات کو ظاہر نہیں کرتا تب تک اس کے اطراف پھیلے ہوئے اعداد کا مطالعہ نہ کریں یعنی اوسط سے اسی وقت موزوں مطلب اخذ کرسکتے ہیں جب کہ اس کے اطراف کے مواد کے متعلق معلومات حاصل کریں۔

علم شماریات میں انتشار کو Variability یا Scatler یا Speed بھی کہا جاتا ہے۔ مواد کا پھیلاؤ، انتشار کو ظاہر کرتا ہے۔ وسیع یا بڑے

علاقے پر محیط یا پھیلاؤ کو ظاہر کرتا ہے۔علم شماریات میں یہ مواد کا پھیلاؤ کو انتشار سے مراد لیا جاتا ہے۔نقطہ Dispersion یونانی (Greek) لفظ 'Disapora' سے ماخوذ ہے۔ یہ لاطینی لفظ Dispersine سے ماخوذ ہے۔جس کے معنی پھیلاؤ یا دور تک پھیلنا سے ہے۔انتشار علم ریاضی کے ساتھ ساتھ دیگر علوم میں اکثر استعمال ہوتا ہے مواد یا دیے ہوئے اعداد کا پھیلاؤ انتشار کہلاتا ہے۔انتشار کو ہم اپنی روزمرہ زندگی میں استعمال کرتے رہتے ہیں ایک عام مثال کے ذریعہ انتشار کے مفہوم کی وضاحت ہوتی ہے۔ایک کاغذ کے چند چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں کو فرش پھینک دیں جس علاقے یا جہاں تک کاغذ کے ٹکڑے پھیلے ہو وہاں تک انتشار کہلائیگا۔کھیل کود کے دوران پانی کے پائپ سے پچکاری کے پھیلاؤ پر غور کیجئے۔خوشی کے موقع پر پھولوں کو ہوا میں پھیلاتے ہیں۔برقی بلب سے نکلنے والی شعاعوں پر غور کیجئے۔روشنی کے پھیلاؤ کا علاقہ اس کا انتشار کہلاتا ہے۔

13.3 انتشار کی اہمیت Importance of Dispersion

انتشار علم شماریات کا ایک اہم حصہ ہے۔جس کو مختلف مقاصد کے تحت استعمال کیا جاتا ہے۔شعبہ تجارت، درآمدات و برآمدات، پیداور معیار، اہداف کا تعین وغیرہ مختلف میدانوں میں اس کا استعمال کیا جاسکتا ہے۔ذیل میں انتشار کی اہمیت کو بیان کیا گیا ہے۔

1۔ تغیرات کے اسباب کا پتہ لگانا: انتشار کی مدد سے مواد یا معطیات پر مختلف عوامل کے اثرات کا آسانی سے پتہ چلایا جاسکتا ہے۔

2۔ نمونہ بندی کی صحت کی جانچ: مختلف تحقیقی میدان میں آبادی سے حاصل نمونوں کی صحت مندی کے ساتھ جانچنے میں انتشار کا استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ اوسط کی جانچ یا اعتبار کرنا:

اوسط علم شماریات کا عام و مقبول پہلو ہے۔اوسط کی قدر کی سچائی کی جانچ اور اعتباری کو محسوب کرنے کے لیے انتشار کا استعمال کیا جاتا ہے۔ حاصل مواد یا نتائج اوسط کے قریب ہو یا انتشار قابل نظر انداز مواد میں ہو تب حاصل مواد پر اعتبار میں اضافہ ہوتا ہے۔اور نتائج کو قبول کیا جاتا ہے۔ اس طرح حاصل نتائج اوسط سے دور یا اوسط اور حاصل نتائج میں کافی فرق ہو تو اس پر کم اعتبار قبول کیا جاتا ہے۔

شماریات کے دوسرے پیمانوں کی پیائش:

انتشار کی مدد سے علم شماریات کے مختلف قدروں کو محسوب کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ہم رشتگی کی قدر (Degree of Regression،Correlation) وغیرہ کو محسوب کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

تحقیق میں استعمال: انتشار کو محققین اپنی تحقیقی نتائج کو اخذ کرنے میں استعمال کرتے ہیں خاص کر سماجی علوم یا سماجی مسائل یا سماجیات کے موضوع پر اس کا خاص استعمال ہوتا ہے۔سماجی، آمدنی، تعلیم، سماجی و معاشی موقف معیار زندگی، آمدنی کی سطح وغیرہ کے تخمینہ میں انتشار کا استعمال کیا جاتا ہے۔

ماحولیات کے تبدیلی کے اثر کا مطالعہ: انتشار کی مدد سے موسم و ماحول میں تبدیل کے اثرات کا مطالعہ کے لیے ہی استعمال کیا جاتا ہے۔ رزو بروز موسمی تبدیلی، ماحولیات میں تبدیلی، صنعتوں میں تبدیلی، رسم و رواج میں تبدیلی سے سماج پر اثر انداز مختلف عوامل کا مطالعہ کرنے میں انتشار کا استعمال کیا جاتا ہے۔انتشار کو متغیرات کی تبدیلی اور اس کے معکوس اثرات کو مطالعہ کرنے کے ساتھ ساتھ باقاعدہ کنٹرول میں مدد ملتی ہے۔

13.4 اچھے انتشار کے اہم خصوصیات Features of Good Dispersion

انتشار کے چند اہم مثالی خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ انتشار قابل فہم اور ہر عام آدمی کے لیے قابل قبول ہوتا ہے۔

2۔ مختلف طریقوں سے انتشار کی قدر یا قیمت یکساں حاصل ہونی چاہیے۔مختلف طریقوں کو اختیار کرنے کے باوجود حاصل نتائج میں مشترک ہوں۔

3۔ انتشار تمام مواد کی نمائندگی کرتا ہے۔

4۔ انتشار کو الجبرائی انداز میں پیش کیا جاتا ہے۔

13.5 انتشار کی ماہیت Nature of Dispersion

علم شماریات میں انتشار ایک اہم حصہ ہے۔مختلف مضامین میں اس کو مختلف معنوں میں اظہار کرتے ہیں لیکن انتشار کے معنی ومفہوم میں کافی یکسانیت پائی جاتی ہے۔ ماحول، آب وہوا، موسم وغیرہ میں تبدیلی کے ساتھ ساتھ سماجی تبدیلیاں بھی واقع ہوتے ہیں۔ ملک کے مختلف علاقوں کے طبعی وجغرافیائی حالات میں کافی فرق پایا جاتا ہے۔جغرافیائی حالات راست انسان کی طرز زندگی کو متاثر کرتے ہیں۔موسم وآب وہوا کے اعتبار سے زندگی اختیار کی جاتی ہے۔اس لیے پہاڑی، برفانی، ساحلی، مسطح علاقوں کے طرز زندگی میں فرق پایا جاتا ہے لیکن بعض معاملات میں مشابہت بھی پائی جاتی ہے۔مواد کے اعتبار سے انتشار کی نوعیت ومطالعہ کیا جاتا ہے۔مختلف مضامین یا میدانوں میں انتشار پر مطالعہ کے علیحدہ طریقے ہونے کے باوجود انتشار کے معنی ومفہوم میں یکسانیت نظر آتی ہے۔تجارتی میدان میں پیداوار، منصوبہ بندی، قیمت سازی، انصرام وغیرہ پر معاملات میں اثر انداز ہوتی ہے۔

مختلف مضامین میں انتشار کا مفہوم:

ذیل میں مختلف مضامین میں انتشار کے مفہوم:

1۔ مالیہ (Finance):

سرمایا کاری پر حاصل منافع (Return) کی شرح یا سطح سے مرادلیا جاتا ہے۔مشغول سرمایہ اور اس پر حاصل منافع کے درمیان تعلق اور وسعت کو ظاہر کرتا ہے۔

2۔ معاشیات (Economics):

معاشی مسائل، وسائل کا پھیلاؤ دیہاتی، قیمتوں میں تبدیلی، پیداوار کی تبدیلی، فروخت میں تبدیلی وغیرہ مختلف معاملات میں انتشار کا استعمال کیا جاتا ہے۔

3۔ اجرتوں میں انتشار (Wage Dispension):

شرح اجرت، اقل ترین واعلیٰ ترین اجرت کی مقدار یا اجرتوں کی شرح کو اجرتوں کی انتشار کہتے ہیں۔

4۔ علم طبعیات(Physics):

روشنی، شعاع کا پھیلاؤ، موجوں کی چوڑائی، آواز کی شدت، گاڑیوں کی رفتار وغیرہ مراد لیا جاتا ہے۔

5۔ کھیل کود:

کھلاڑیوں کی رفتار ، وقت کی شرح، شرح رفتار ،دوڑ کی نوعیت اور وقت، کھلاڑیوں کی کارکردگی، حاصل کردہ پوائنٹ، کرکٹ میں رنوں کی رفتار، وکٹ کی تعداد، گیند کی رفتار وغیرہ کے اظہار سے مراد لیا جاتا ہے۔

6۔ طبی میدان(Medical Field):

طبی میدان میں انتشار کو صحت مندی کے علامات مراد لیا جاتا ہے۔ دوران خون، سانس کی رفتار، عمر کے اعتبار سے فرد کی خصوصیت، جسمانی قد، متوازن جسم وغیرہ کے اظہار میں استعمال کیا جاتا ہے۔

7۔ صنعتی میدان:

صنعتی میدان میں انتشار کا کثرت سے استعمال کیا جاتا ہے۔ سرمایہ کاروں، نفع ونقصان کی شرح، حصص کی قدروں کے امکانات، تفصیلات یا سرمایہ کاری پر نقصانات کے امکانات یا جوکھم وغیرہ کے مطالعہ کے لیے انتشار کا استعمال کیا جاتا ہے اور مستقبل کی منصوبہ بندی کے لیے بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

انتشار میں حسب ذیل کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔

1۔ سعت Range

2۔ بین چوتھائیہ سعت Interquartile Range

3۔ معیاری انحراف Standard Deviation

4۔ تغیر Variance

5۔ اوسط انحراف Mean Deviation

مذکورہ بالا عنوانات کا اگلی اکائیوں میں ذکر کیا گیا ہے۔ مطالعہ کیا جا سکتا ہے۔

13.6 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

انتشار علم شماریات کا ایک اہم موضوع ہے۔ صنعتی وتجارتی میدان میں اس کا کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔ انتشار کو ہم اپنی روزمرہ زندگی میں مشاہدہ کرتے ہیں۔ سورج سے نکلنے والے روشنی، بلب کی روشنی وغیرہ لامتناہی سطح تک پھیل جاتی ہے۔ جس کو انتشار کہتے ہیں۔ علم شماریات میں اس کا خاص مفہوم اخذ کیا جاتا ہے۔ لفظ Dispersion یونانی لفظ Disapora سے ماخوذ ہے جس کے معنی پھیلاؤ کے ہیں۔ اس طرح اعداد یا معطیات کا پھیل جانا انتشار کہلاتا ہے۔ اسی طرح دیے ہوئے اعداد یا معطیات میں یکسانیت نہ ہونا یا معطیات میں تسلسل کا نہ پایا جانا انتشار کہلاتا ہے۔ ایسی صورت میں مواد کے مرکزی رجحان، اوسط کے مساوی نہیں ہوتے۔ مواد کے پھیلاؤ کے اسباب کا پتہ لگانے، نمونہ بندی کی جانچ اور مواد کی صحت کے لیے انتشار کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کو عام علم ریاضی کے بنیادی اجزاء کے ساتھ ساتھ تحقیق میں بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ قومی سطح کی منصوبہ بندی میں بھی انتشار کا استعمال کیا جاتا ہے۔ موازنہ سازی بھی، بجٹ کا تعین کرنا، اہداف یا نشانہ مقرر کرنا، صنعتی اوقات میں توازن پیدا کرنا وغیرہ میں انتشار مرکزی کردار ادا کرتا ہے۔

13.7 کلیدی الفاظ — Key words

1۔ ہم رشتگی (Correlation): دو یا زائد عوامل کے درمیان تعلق کو ہم رشتگی کہتے ہیں۔

2۔ اوسط (Average): دیے ہوئے اعداد یا معطیات کا مرکزی عدد کو اوسط کہتے ہیں۔

13.8 نمونہ امتحانی سوالات — Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

1۔ اعداد کا پھیلاؤ........................کہلاتا ہے۔

2۔ لفظ Dispersion........................زبان سے ماخوز ہے۔

3۔ انتشار کو........................مضامین میں استعمال کیا جاتا ہے۔

4۔ بلب کی روشنی کا پھیلاؤ........................کی مثال ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ انتشار کے معنی و مفہوم کی وضاحت کیجئے۔

2۔ انتشار کے خصوصیات کو بیان کیجئے۔

3۔ مختلف میدانوں میں انتشار کے استعمالات کو بیان کیجئے۔

4۔ انتشار کو مثالوں کے ذریعہ وضاحت کیجئے۔

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

5۔ انتشار کی تعریف کرتے ہوئے اس کی اہمیت کو بیان کیجئے۔

6۔ انتشار کا مختلف مضامین میں استعمال کو بیان کیجئے۔

7۔ انتشار پر اثر انداز عوامل کو بیان کیجئے۔

8۔ انتشار کے مفہوم کو روزمرہ کے زندگی کے واقعات کی مدد سے سمجھائیے۔

9۔ انتشار کی ماہیت کو بیان کیجئے۔

13.9 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 14 سعت
Range

Unit Structure	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	14.0
Objectives	مقاصد	14.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	14.2
Merits of Range	سعت کے فوائد	14.3
Demerits of Range	سعت کے نقصانات وخامیاں	14.4
Feature of Range	سعت کے خصوصیات	14.5
Calculation of Range in Discrete Series	تعددی یا مجرد سلسلہ میں سعت کی تحسیب	14.6
Calculation of Range in Continuous Series	مسلسل سلسلہ میں سعت کی تحسیب	14.7
Learning Outomes	اکتسابی نتائج	14.8
Key Words	کلیدی الفاظ	14.9
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	14.10
Reference Books	تجویز کردہ کتب	14.11

14.0 تمہید — Introduction

اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ شماریات کے اہم حصے ہیں جس کو مختلف میدانوں میں کثرت سے استعمال کیا جاتا ہے۔ بارش، سرما و گرما سال کے موسم ہیں۔ موسم گرما میں آپ گرمی مشاہدہ کیے ہیں گرما کے ابتدائی ایام میں گرمی کی شدت بتدریج بڑھتی جاتی ہے اور ایک مدت میں شدید گرمی کے بعد گرمی کی شدت میں بتدریج کمی واقع ہوتی ہے اسی طرح موسم برسات میں بارش کے پانی میں کاغذی کشتی بنا کر لطف اندوز ہوئے ہیں۔ ہلکی بارش کا زیادہ اثر نہیں ہوتا لیکن شدید بارش کے وقت قریبی گلی کوچوں میں کافی مقدار میں بارش کا پانی بہنے لگتا ہے۔ جس کو دیکھ کر کہتے ہیں کہ آج شدید بارش ہوئی ہے۔ اکثر سنا ہوگا کہ آج بہت زیادہ گرمی ہے۔ گرما و بارش کی کیفیت میں کافی فرق نظر آتا ہے۔ اس اکائی میں آپ سعت کے متعلق معلومات حاصل کریں گے۔

14.1 مقاصد — Objective

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- سعت کے معنی و مفہوم کو بیان کر سکیں گے۔
- سعت کی اہمیت و افادیت کی وضاحت کر سکیں گے۔
- سعت کے استعمالات کو بیان کر سکیں گے۔
- سعت ترتیب کے طریقہ کی وضاحت کر سکیں گے۔

14.2 معنی و مفہوم اور تعریف — Meaning and Definition

سعت کے معنی و مفہوم کی تفہیم کے لیے ذیل کے تعریفات کا مشاہدہ کیجئے۔

1۔ سعت علم شماریات میں استعمال ایک اہم اصطلاح ہے جو دیے ہوئے مواد کے اعلیٰ و ادنیٰ اعداد کا درمیانی فرق کو ظاہر کرتا ہے۔

2۔ مواد کی بیش ترین و اقل ترین عدد کا درمیانی فرق کو رینج یا سعت کہتے ہیں۔

سعت کو ذیل کے ضابطہ کی مدد سے محسوب کیا جاتا ہے۔

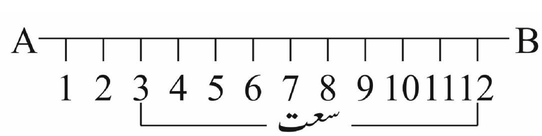
Range = Largest Number - Smallest Number

سعت = اعظم ترین عدد - اقل ترین عدد   9-3=12

ذیل کے اعداد کی سعت کو بتلایا گیا:

3, 5, 6, 9, 7, 12

ان اعداد کو ذیل کے ایک خط میں ظاہر کیا گیا ہے۔



اوپر AB ایک افقی خط ہے۔جس میں دیے ہوئے امداد کی نشاندہی کیجئے۔دیے ہوئے اعداد میں بیش ترتیب واقل ترین عدد کے درمیان نشاندہی کیجئے۔اس مثال میں اعظم ترین عدد 12 اوراقل ترین عدد 3 ہے ان کا درمیانی نقطہ 9 ہیں جو اس کے سعت کہلاتا ہے۔

سعت کی قدر ضربی Coefficient of Range

سعت کی قدر ضربی کو ذیل کے ضابطہ کی مدد سے محسوب کیا جاتا ہے۔

$$\text{Clefficient of Range} = \frac{\text{Largest Number - Smallest Number}}{\text{Largest Number + Smallest Number}}$$

14.3 سعت کے فوائد Merits of Range

سعت کے اہم فوائد کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ سعت کو محسوب کرنا کافی آسان ہے۔

2۔ سعت کو ایک بنیادی تعلیم یافتہ شخص بھی آسانی سے سمجھ سکتا ہے۔

3۔ سعت کے تفہیم کے لیے کسی خاص تعلیمی لیاقت کی ضرورت نہیں ہوتی۔

4۔ سعت کی مدد سے پیدوار کی معیار کی جانچ کی جاسکتی ہے۔

5۔ شعبہ موسمیات سعت کی مدد سے موسمی حالات کی پیش قیاس کرتے ہیں۔

6۔ سعت کی مدد سے طلائی بازار و حصص بازار میں قیمتوں کی تبدیلی کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔

7۔ دیے ہوئے معطیات (Data) اعظم وادنی عدد کو چھوڑ کر درمیانی اعداد کی تبدیلی کے باوجود سعت میں فرق پیدا نہیں ہوگا۔

14.4 سعت کے نقصانات یا خامیاں Demerits of Range

سعت کے خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ سعت کا استعمال محدود پیمانے پر ہوتا ہے۔

2۔ علم شماریات وریاضی کے مختلف ضابطوں کے استعمال کی طرح سعت کا استعمال ممکن نہیں۔

3۔ سعت کی مدد سے انتشار کی جانچ بہتر موزوں یا قابل اعتبار نہیں ہے۔

4۔ سعت کی مدد سے دیگر مواد کے متعلق معلومات حاصل نہیں ہوتے۔

5۔ مسلسل سلسلے میں ابتدائی وآخری عدد کی وضاحت کے بغیر (Open end internal) میں سعت کو محسوب کرنا مشکل ہوتا ہے۔

سعت کے استعمالات واطلاق Uses and Applications of Range

علم شماریات کے مختلف پہلوؤں کو ہر چھوٹے وبڑے کاروباری اداروں، تعلیمی اداروں منصوبہ بندی وغیرہ مختلف میدانوں میں استعمال

کرتے ہیں۔اس طرح سعت بھی ایک اہم پہلو ہے۔جس کوحسب ذیل معاملات میں استعمال کیا جاتا ہے۔

1۔ Variability کو معلوم کرنا: دیے ہوئے اعداد کے اعظم وادنی اعداد کے فرق کو سعت کہتے ہیں۔سعت کی مدد سے اعداد یا معطیات کے Variability کو محسوب کیا جاتا ہے۔دیے ہوئے اعداد کے درمیان زیادہ فرق اونچے High Variability کو ظاہر کرتا ہے۔ جبکہ کم فرق Low Variability کو ظاہر کرتا ہے۔

2۔ غلطیوں کو معلوم کرنا: سعت کی مدد سے اندراجات کی غلطیوں کو محسوب کیا جاتا ہے۔ دیے ہوئے اعداد میں اعظم و ادنی اعداد کے درمیان دیگر تمام اعداد پائے جاتے ہیں۔سعت کے درمیان اعداد پائے جانے سے اعداد کی درستگی ظاہر ہوتی ہے۔ بصورت دیگر اندراجات کے غلطیوں کا امکان ہوسکتا ہے۔

3۔ طبی میدان میں استعمال: سعت کا طبی میدان میں کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔لڑکے ،لڑکیاں ، بچے و بالغ افراد ،ضعیف افراد وغیرہ کے صحت مندی کے اشارے پائے جاتے ہیں۔ان اشاروں کے درمیان اعداد صحت مندی کی علامت سمجھا جاتا ہے۔ وزن ،قد ، دل کی حرکت ، دوران خون (BP)، تنفس کی رفتار ، سرخ جسیموں کی تعداد ، سفید جسیموں کی تعداد ، آکسیجن کی سطح ، پانی کی مقدار وغیرہ کے اونچی اور نچلی سطح مقرر ہوتی ہے۔خون کا ٹسٹ کی صورت میں فرد کی حقیقی اعداد حاصل ہوتے ہیں جس کو طبی رپورٹ میں ظاہر کیا جاتا ہے۔فرض کیجئے کہ ایک صحت مند یا بالغ فرد کی دوران خون 120/90 کو معیاری تصور کیا جاتا ہے۔ان اعداد سے باہر صورتحال کی صورت میں حکیم، اطباد، طبیب ، ادویات کے استعمال کا مشورہ دیتے ہیں۔صحت کی خرابی کے مختلف عوامل ہوسکتے ہیں۔ طبی میدان میں سعت کا کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔

4۔ پیداوار کی معیار کی جانچ: صنعتی و پیداروں ادارے پیداوار یا شئے کی تیاری سے قبل اس کے معیار کا تعین کرتے ہیں۔ خام مال کی مخصوص مقدار میں تیار مال کی تعداد کو مقرر کرنا ، ضائع شدہ مال کی مقدار میں کمی ، شئے کی تیاری کا وقت مقرر کرنا ، یومیہ پیداوار کی تعداد کا تعین کرنا ، یومیہ فروخت کی سطح کا تعین کرنا ، یومیہ آمدنی کی سطح کا تعین کرنا وغیرہ چند اہم پیمانے ہیں جن کو ہر چھوٹے وبڑے پیداواری ادارے استعمال کرتے ہیں۔مقررہ سطح کے درمیانی پیدوار حاصل کرنا بہتر اور درست مانا جاتا ہے۔لیکن مقررہ معیار سے باہر پیداور حاصل ہونا ناقص کنٹرول کو ظاہر کرتا ہے۔

5۔ منصوبوں کی تشکیل: منصوبوں کی تشکیل کے لیے وقت درکار سرمایہ علاقہ وغیرہ کی سطح مقرر کی جاتی ہے۔ انفرادی ، وقومی سطح کے منصوبوں کی تشکیل میں ممکنہ اعداد کی مدد سے منصوبے تشکیل دیے جاتے ہیں۔

6۔ موسم کی پیش قیاسی: سعت کو سرکاری شعبوں میں بھی استعمال کیا جاتا ہے۔شعبہ موسمیات کی جانب سے ہوا کی رفتار ، کیفیت وغیرہ کی بنیاد پر اگلے ایام ، مدت کے متعلق ہوا ، گرمی ، بارش ، سردی وغیرہ کے متعلق پیشن گوئی کے لیے استعمال کرتے ہیں۔

7۔ تجارت: سعت کو غیر رسمی طور پر تجارت میں استعمال کرتے ہیں۔ ہر تاجر یومیہ تجارت ، منافع خرید وفروخت کا ایک معیار کو مقرر کرتا ہے۔آمدنی واخراجات کی سطح کا تعین کرتا ہے۔ان مقرر کردہ سطح کے درمیان بہتر کو ظاہر کرتا ہے۔ان اعداد کے نچے تجارت کی پسماندگی اور زائد تجارت کی کشادگی کو ظاہر کرتا ہے۔

14.5 سعت کے خصوصیات Features of Range

سعت کے چند اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ سعت دیے ہوئے اعداد یا معطیات کے اعظم واقل ترین عدد کا درمیانی فاصلہ ہوتا ہے۔

2۔ سعت اعظم اور اقل ترین اعداد کے درمیانی اعداد کے فرق کے باوجود سعت میں کوئی فرق پیدا نہیں ہوتا۔

3۔ دیے ہوئے معطیات میں اعظم ترین یا اقل ترین عدد کی تبدیلی سے سعت میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

4۔ سعت کی تحسیب کافی آسان ہے۔

5۔ سعت کو ہر تعلیم یافتہ وغیر تعلیم یافتہ ہر شخص آسانی سے سمجھ سکتا ہے۔

6۔ سعت کو معشیت کے ہر شعبے میں استعمال کرتے ہیں۔

7۔ تعلیم، کھیل کود، طبی، سرکاری، غیر سرکاری، پیداوار، چھوٹے و بڑے پیداواری ادارے میں کثرت سے استعمال ہوتا ہے۔

انفرادی سلسلہ میں سعت کی تحسیب Calculation of Range in case of individual Series

مثال 1: ذیل کے مواد کی مدد سے سعت اور اس کی ضریب محسوب کیجئے۔ 2, 5, 9, 12, 7, 10, 15, 22

حل: اقل ترین عدد − اعظم ترین عدد = L-S = سعت Range

L = اعظم ترین عدد = 22، S = اقل ترین، سعت = 22 -2، سعت = 20

$$\text{(Coefficient of Range)}\ \text{سعت کی قدر ضربی} = \frac{L-S}{L+S}$$

$$= \frac{22-2}{22+2}$$

$$= \frac{20}{24}$$

سعت کی قدر ضربی = 0.8333

14.6 تعددی سلسلہ میں سعت کی تحسیب

Calculation of Range in Discrete Series

تعددی سلسلہ میں دو قطار میں مواد دیا جاتا ہے سلسلہ قطار میں مواد اور دوسرا قطار میں تعدد ہوتی ہے۔

مثال 2: ذیل میں دیے گئے تفصیلات کی مدد سے سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

نشانات	10	20	30	40	50	60	70	80	90
طلبا کی تعداد	2	4	6	8	10	4	3	2	1

حل: L = اعظم ترین حد = 90

S = اقل ترین = 10

L - S = سعت = 90-10 = 80

L - S = سعت (Range)

= 90 - 10

سعت (Range) = 80

$$\text{سعت کی قدر ضربی (Coefficient of Range)} = \frac{L-S}{L+S}$$

$$= \frac{90-10}{90+10}$$

$$= \frac{80}{100}$$

سعت کی قدر ضربی = 0.8

14.7 مسلسل سلسلہ کی صورت میں سعت کی تحسیب

Calculation of Range in case of Continuous Series

مسلسل سلسلہ میں وقفہ جماعت کے ساتھ مواد کی تعداد فراہم کی جاتی ہے۔

مثال 3: ذیل میں ایک جماعت کے امتحان کے نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے جس کے سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

نشانات وقفہ جماعت (X)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
طلبا کی تعداد (F)	1	2	4	6	5	7	3	2

حل: سعت کی تحسیب (Calculation of Range)

نشانات وقفہ جماعت	طلبا کی تعداد (F)	وسطی نقطہ (MP)
0-10	2	5
10-20	4	15
20-30	6	25
30-40	8	35
40-50	10	45

50-60	4	55
60-70	3	65
70-80	2	75

مسلسل سلسلہ میں سعت کو محسوب کرنے کے لیے وسطی نقطہ محسوب کریں۔ وقفہ جماعت کے اونچی اور نچلی حد کے مجموعہ کو دو سے تقسیم کرنے پر وسطی نقطہ حاصل ہوتا ہے۔

اقل ترین عدد - اعظم ترین عدد = L-S = سعت Range

L =اعظم ترین عدد = 75، S =اقل ترین=5

= 75 - 5

سعت= 70

$$\text{(Coefficient of Range) سعت کی قدر ضربی} = \frac{L-S}{L+S}$$

$$= \frac{75-5}{75+5}$$

$$= \frac{70}{80}$$

سعت کی قدر ضربی= 0.875

14.8 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

سعت ایک اہم پیمانہ ہے دیے ہوئے اعداد کا درمیان فرق سعت کہلاتا ہے۔ دیے ہوئے اعداد کے اعظم اور اقل ترین عدد کا درمیانی وقفہ کو سعت کہتے ہیں۔ انفرادی، ڈسکریٹ و مسلسل سلسلہ میں سعت کو محسوب کر سکتے ہیں۔ سعت ایک اہم پیمانہ ہے جو دیے ہوئے اعداد کے درمیانی فرق کو ظاہر کرتا ہے۔ یہ آسانی اور قابل فہم ہے اس کو ایک عام تعلیم یافتہ شخص بھی آسانی سے سمجھ سکتا ہے۔ اس کو مختلف صنعتی پیداواری ادارے اپنی پیداواروں حکمت عملی وقیمتوں کی تعین میں استعمال کرتے ہیں۔ اس طرح شعبہ موسمیات موسمی پیش قیاس کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ اعظم ترین اور اقل ترین عدد کے فرق کو اعظم ترین و اقل ترین عدد کے مجموعہ سے تقسیم کرنے پر سعت کی قدر ضربی حاصل ہوتی ہے۔

14.9 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ سعت (Range) : اعداد کے اعظم و اقل ترین عدد کا درمیانی فرق سعت کہلاتا ہے۔

2۔ وسطی نقطہ (Mid Point): وقفہ جماعت کا درمیانی عدد کو وسطی نقطہ کہتے ہیں۔

3۔ اعظم ترین (Largest Number): دیے ہوئے معطیات میں سب سے بڑا عدد اعظم ترین کہلاتا ہے۔

4۔ اقل ترین (Smallest Number): دیے ہوئے معطیات میں سب سے چھوٹا عدد اقل ترین کہلاتا ہے۔

14.10 نمونہ امتحانی سوالات　Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

1۔ سعت کو محسوب کرنے کا ضابطہ.............................۔

2۔ 6,2,5,8,7,9 اعداد میں سعت................ ہے۔

3۔ سعت کی قدر ضربی کو محسوب کرنے کا ضابطہ........................۔

4۔ 10-20 کا وسطی نقطہ................. ہے۔

5۔ وقفہ جماعت (10) اور وسطی نقطہ (15) ہو تو اس کا وقفہ جماعت................. ہوتا ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ سعت سے کیا مراد ہے۔ وضاحت کیجئے۔

2۔ سعت کے قدر ضربی کو محسوب کرنے کے طریقہ کار کی وضاحت کیجئے۔

3۔ 3, 5, 7, 6, 8, 9, 15, 17, 18 اعداد سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

4۔ 6, 7, 9, 5, 8, 12, 17, 21 اعداد کا سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

5۔ ذیل کے اعداد کی مدد سے سعت کو اور اس کی قدر ضربی کو محسوب کیجئے۔

8, 6, 5, 4, 7, 6, 12, 15, 19, 21

6۔ ذیل کے اعداد کی مدد سے سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

12, 17, 18, 22, 32, 44, 65, 45, 29, 27, 15, 19, 37, 50, 60

7۔ ذیل میں نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے اس کی مدد سے سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

نشانات	10	20	30	40	50	60	70	80	90
طلبا کی تعداد	2	4	6	8	10	4	3	2	1

8۔ ذیل میں ایک مضمون میں نشانات اور طلبا کی تعدد دی گئی ہے جن کی مدد سے سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

نشانات (X)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
طلبا کی تعداد (F)	1	2	3	2	5	4	2	1

9۔ ذیل میں ایک صنعت میں کام کرنے والے مزدور اور ان کی یومیہ اجرت دی گئی ہے جن کی مدد سے سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

اجرت روپئے	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
مزدوروں کی تعداد	2	4	6	7	6	5

10۔ ذیل میں ایک فیکٹری میں کام کرنے والے خاتون مزدروں کی اجرت دی گئی ہے ان کی مدد سے اجرت کی سعت اوراس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

اجرت یومیہ	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800
مزدوروں کی تعداد	2	2	4	6	3	2	1

11۔ ذیل میں ایک کرکٹ کھلاڑی کے رن بنانے کے دوران اوٹ ہونے کی تعداد دی گئی ہے۔جس کی مدد سے ان کی سعت اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

رنوں کی تعداد	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
اوٹ ہونے کی تعداد	1	1	2	2	3	1

12۔ ذیل میں ایک جماعت میں موجود طلبا کی تعداداوران کے وزن کی تعداد دی گئی ہے۔ان کی مدد سے وزن کی سعت اور قدر ضربی محسوب کیجئے۔

وزن	20	25	30	35	40	50	60
طلبا کی تعداد	3	4	5	3	2	2	1

14.11 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی۔15 انحراف کے اقسام
Types of Deviations

Unit Structure	اکائی ساخت	
Introduction	تمہید	15.0
Objectives	مقاصد	15.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	15.2
Mean Deviation	اوسط انحراف	15.3
Features of Mean Deviation	اوسط انحراف کے خصوصیات	15.4
Limitations of Mean Deviation	اوسط انحراف کے خامیاں	15.5
Determination of Deviation in case of Individual Series	انفرادی سلسلے میں انحراف کا تعین کرنا	15.6
Coefficiont of Mean Deviation	اوسط انحراف کی قدر ضربی	15.7
Computation of Mean Deviation in case of Discrete Series	تعددی سلسلہ میں اوسط انحراف کی تحسیب	15.8
Calculation of Mean Deviation with the help of mean	مسلسل سلسلہ میں اوسط کی مدد سے اوسط انحراف کی تحسیب	15.9
Quartile Deviation	چوتھائیہ انحراف	15.10
Coefficient of Quartile Deviation	چوتھائیہ کی قدر ضربی	15.11
Continuous Series	مسلسل سلسلہ	15.12
Discrete Series	تعددی سلسلہ	15.13
Features of Quartile Deviation	چوتھائیہ انحراف کے خصوصیات	15.14

15.15 اکتسابی نتائج	Learning Outcomes
15.16 کلیدی الفاظ	Key Words
15.17 نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Question
15.18 مطالعہ کے لیے تجویز کردہ کتب	Reference Books

15.0 تمہید Introduction

اوسط وسطانیہ و بہتانیہ علم شماریات کے اہم پیمانے ہیں جس کو ہر تاجر، صنعتکار، پیدا کنندے، سرکاری وغیر سرکاری تنظیمیں، تعلیمی ادارے وغیرہ اکثر استعمال کرتے ہیں۔ سال بھر کے اعداد یا کاروبار کے تجزیہ کے ذریعہ نتائج اخذ کرتے ہیں اور مستقبل کے لیے حکمت عملی میں استعمال کرتے ہیں۔ اکثر تعلیمی اداروں اور خود کے تعلیمی ترقی کی وضاحت کے لیے اوسط کا کثرت سے استعمال کرتے ہیں آپ نے اکثر دیکھا ہوگا کہ چند لڑکے سماجی علوم میں زیادہ نشانات حاصل کرتے ہیں جبکہ دیگر مضامین میں زیادہ نشانات حاصل نہیں کرتے یہ دونوں مضامین میں حاصل نشانات میں کافی فرق پایا جاتا ہے۔ اسی فرق کے مختلف اسباب پائے جاتے ہیں اس اکائی میں انحراف کے اقسام کا مطالعہ کریں گے۔

15.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- انحراف کے معنی ومفہوم کو بیان کرسکیں۔
- انحراف کے اقسام کی وضاحت کرسکیں۔
- انحراف کو محسوب کرنے کے طریقہ کار کی وضاحت کرسکیں۔
- انحراف کی اہمیت وافادیت کو بیان کرسکیں۔

15.2 معنی ومفہوم اور تعریف Meaning and Definition

انحراف کے معنی ومفہوم کے لیے ذیل کے تعریفات کا مطالعہ کیجئے۔

- کسی کام یا کارکردگی میں متوقع کارکردگی اور حقیقی کارکردگی کے درمیان فرق کو انحراف کہتے ہیں۔
- حقیقی اعداد اور متوقع نتائج کے درمیان فرق کو انحراف کہتے ہیں۔
- حقیقی کارکردگی اور متوقع یا نشانہ کے درمیان فرق کو انحراف کہتے ہیں۔

انحراف کے اقسام Types of Deviation

انحراف علم شماریات کا ایک اہم حصہ ہے جس کو صنعتی تعلیمی وخدمات کے شعبے میں کثرت سے استعمال کیا جاتا ہے۔ مختلف اسباب کے سبب حقیقی اور متوقع نتائج کے درمیان فرق پایا جاتا ہے۔ اہداف کے تعین کے دوران معمولی غلطی بھی نشانہ کی غلط تعین کا سبب بن سکتی ہے۔ یہ صنعت کار

پیدا کنندے، سرکاری وغیر سرکاری تنظیمیں اپنے وسائل اور اس کے استعمال پر مختلف متبادل منصوبوں میں بہتر منصوبہ کو قطعیت دیتے ہیں۔ منصوبوں کی قطعیت کے دوران، سرمایہ، مدت، موسم، وسائل، تکنیکی وسائل، نظم ونسق، اوسط، وسطانیہ، طلب زیرو غیرہ کے ساتھ ساتھ انحراف کو بھی پیش نظر رکھا جاتا ہے۔ حقیقی اور متوقع نتائج کے درمیان گہرا یا زیادہ فرق بہتر نہیں کہلائیگا۔ اسی لیے حقیقی اور متوقع نتائج کے درمیان قابل نظر انداز حد میں فرق کو بہتر تصور کیا جاتا ہے۔ اس کے لیے انحراف کے مختلف پیمانوں کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔ ذیل میں انحراف کے دو اہم اقسام کو بتلایا گیا ہے۔ (1) اوسط انحراف (2) چوتھائیہ انحراف

15.3 اوسط انحراف — Mean Deviation

اوسط انحراف کے معنی ومفہوم کی تفہیم کے لیے حسب ذیل تعریفات کا مطالعہ کیجئے۔

1۔ دیے ہوئے اعداد کا اوسط (Average) سے تقابل کرتے ہوئے فرق کو محسوب کرنا اوسط انحراف کہلاتا ہے۔

2۔ اوسط انحراف ایک اہم پیمانہ ہے جس کی مدد سے فراہم کیے گئے اعداد کا اوسط کی مدد سے انحراف محسوب کرنا اوسط انحراف کہلاتا ہے۔

3۔ دیے گئے اعداد اور اوسط کے درمیان انحراف کو اوسط انحراف کہلاتا ہے۔

4۔ دیے ہوئے اعداد سے حاصل اوسط اور حقیقی اعداد کے درمیان فرق کو اوسط انحراف کہتے ہیں۔

15.4 اوسط انحراف کے خصوصیات — Features of Mean Deviation

اوسط انحراف کے چند اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ اوسط انحراف کا تعلق دیے ہوئے اعداد پر منحصر ہوتے ہیں۔

2۔ یہ دیے ہوئے اعداد اور اوسط کے درمیان فرق کو ظاہر کرتا ہے۔

3۔ اوسط انحراف کی تفہیم کافی آسان ہے۔

4۔ اوسط انحراف کی معاشی میدان، کاروبار، صنعتی پیداوار، کامرس، تجارت منصوبہ بندی، موازنہ سازی وغیرہ مختلف میدانوں میں استعمال ہوتا ہے۔

15.5 اوسط انحراف کے خامیاں — Limitations

اوسط انحراف کے چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ اوسط انحراف کا الجبرائی انداز پیش کرنا مشکل ہے۔

2۔ اوسط انحراف کا انحصار دیے ہوئے اعداد پر منحصر ہے۔

3۔ اوسط انحراف کا سائنسی انداز میں تخمینہ ممکن نہیں ہے۔

4۔ اوسط انحراف میں حسابی علامتوں کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

5۔ اوسط انحراف کے نتائج صد فیصد درست ہونا لازمی نہیں ہے۔

6۔ علم سماجیات میں اوسط انحراف کا بہت ہی کم استعمال ہوتا ہے۔

15.6 انفرادی سلسلے میں انحراف کا تعین کرنا

Determination of Deviation in case of Individual Series

انفرادی سلسلے میں اوسط انحراف کا تعین کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ دیے ہوئے اعداد کا اوسط محسوب کریں۔

2۔ دیے ہوئے اعداد کا اوسط سے تقابل کرتے ہیں انحراف محسوب کریں۔

3۔ ضابطہ میں قیمت درج کریں۔

نوٹ: دو عمودی خط کے درمیان D ہے انہیں ماڈ D پڑھا جائے۔ $MD = \frac{\Sigma|D|}{N}$

مثال 1: دیے ہوئے اعداد کی مدد سے اوسط انحراف محسوب کیجئے۔

5, 4, 2, 5, 7, 6, 8, 3

حل: دیے ہوئے اعداد کا اوسط محسوب کریں۔

5+4+2+5+7+6+8+3=40 اوسط

اوسط $\overline{X} = \frac{\Sigma X}{4} = \frac{40}{8} = 5$

اوسط انحراف کو ذیل کے شکل میں وضاحت کی گئی ہے۔

اعداد (X)	-X-X= $\overline{X}$ =5
5	0
4	1
2	3
5	0
7	2
6	1
8	3
3	2

	Ed=12

$$MD = \frac{\Sigma|D|}{N}$$

$$= \frac{12}{8}$$

اوسط انحراف $MD=1.5$

15.7 اوسط انحراف کی قدر ضربی Coefficient of Mean Deviation

اوسط انحراف کو اوسط سے تقسیم کرنے پر حاصل عدد اوسط انحراف کی قدر ضربی کہلاتا ہے۔ یہ دراصل اوسط انحراف اور اوسط کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتی ہے۔ ذیل کے ضابطے کی مدد سے اوسط انحراف کی قدر ضربی محسوب کیا جاتا ہے۔

Coefficient of Mean Deviation = Mean Deviation / Mean

مثال:2 ذیل کے اعداد کی مدد سے اوسط انحراف کی قدر ضربی محسوب کی جاتی ہے۔

اوسط انحراف=1.5، اوسط=5

Coefficient of Mean Deviation = Mean Deviation (with mean) / Mean

= 1.5 / 5

Coefficient of Mean Deviation = 0.3

15.8 تعددی سلسلہ میں اوسط انحراف کی تحسیب

Computation of Mean Deviation in Discrete Series

تعددی سلسلہ میں دو قطار میں مواد فراہم کیا جاتا ہے۔ پہلے قطار میں اعداد کی کیفیت (X) اور دوسرے قطار میں ان کی تعداد (F) کو ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال3: ذیل میں دیے گئے مواد کی مدد سے اوسط انحراف اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

نشانات(X)	10	20	30	40	50
طلبا کی تعداد(F)	1	3	5	4	2

حل: اوسط کی مدد سے اوسط انحراف کی تحسیب:

نشانات(X) (1)	طلبا کی تعداد(F) (2)	fx (3)	$X-\bar{X}$ (4)	2x4 $FX-(X-\bar{X})$ (5)
10	1	10	22	22

20	3	60	12	36
30	5	150	2	10
40	4	160	8	32
50	2	100	18	36
	Sf=15	Sfx=480		Sfd=136

15=Sf, 480=Sfx قیمتیں درج کرنے پر

$$\text{اوسط } \overline{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma N}$$

$$= \frac{480}{15}$$

$$\text{اوسط } \overline{X} = 32$$

$$= \frac{\Sigma fdy}{\Sigma F}$$

Mean Deviation (with mean) $= \frac{136}{15}$

Mean Deviation (with mean) = 9.06

Coefficient of Mean Deviation = Mean Deviation / Mean

32 = (Mean)اوسط 9.06 = (Mean Deviation) اوسط انحراف

Coefficient of Mean Deviation = 9.06 / 32

اوسط انحراف کی قدر ضربی=0.2831

15.9 مسلسل سلسلہ میں اوسط کی مدد سے اوسط انحراف کی تحسیب

Calculation of Mean Deviation with the help of Mean

مسلسل سلسلہ میں وقفہ جماعت کے ساتھ تعداد دی جاتی ہے۔ اس صورت میں حسب ذیل مراحل کے ذریعہ اوسط انحراف محسوب کیا جاسکتا ہے۔

مثال4: ذیل میں مضمون شماریات میں حاصل نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے اس کے مدد سے اوسط کے ذریعہ اوسط انحراف اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت(CI)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80

تعدد(F)	2	2	2	5	4	2	2	1

حل: اوسط کے ذریعہ اوسط انحراف کی تحسیب

نشانات وقفہ جماعت (1)	طلبا کی تعداد(F) (2)	وسطی نقطہ MP (X) (3)	mf (4)	X-38 (5)	$F(X-\overline{X})$ 2x5 (6)
0-10	2	5	10	33 (5-38)	66 (33x2)
10-20	2	15	30	23 (15-38)	46 (23x2)
20-30	2	25	50	13 (25-36)	26 (13x2)
30-40	5	35	175	3 (35-38)	15 (5x3)
40-50	4	45	180	7 (45-38)	28 (4x7)
50-60	2	55	110	17 (55-38)	34 (17x2)
60-70	2	65	130	27 (65-38)	54 (27x2)
70-80	1	75	75	37 (75-38)	37 (1x37)
	Sf=20		Smf=760		Sfd=306

اوسط $\overline{X} = \frac{\Sigma mf}{\Sigma F}$

$= \frac{760}{20}$

اوسط $\overline{X} = 38$

Mean Deviation with mean $= \frac{\Sigma f(X-\overline{X})}{\Sigma F}$

$= \frac{306}{20}$

Mean Deviation = 20.4

Coefficient of Mean Deviation = Mean Deviation / Mean

Coefficient of Mean Deviation = 20.4 / 38

اوسط انحراف کی قدر ضربی = 0.5368

15.10 چوتھائیہ انحراف Quartile Deviation

سابقہ اکائی میں آپ مطالعہ کر چکے ہیں کہ اوسط دیے ہوئے اعداد کے مجموعہ کو اعداد کی تعداد سے تقسیم کرنے پر اوسط حاصل ہوتا ہے۔

اور دیے ہوئے اعداد کا وسطی عدد وسطانیہ (Median) کہلاتا ہے۔ وسطانیہ کے دائیں اور بائیں دونوں جانب اعداد مساوی تعداد میں پائے جاتے ہیں۔ وسطانیہ دیے ہوئے اعداد کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے اس کو 50% سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

چوتھائیہ (Q_1) Quartile: دیے ہوئے اعداد کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرنے پر حاصل ہر ایک حصہ چوتھائیہ کہلاتا ہے۔ اس کو انگریزی لفظ Q سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ فیصد میں یہ 25% کو ظاہر کرتا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ چوتھائیہ کے دو حصے یعنی دو پاؤ حصے نصف یا 50% ہوتے ہیں۔ چوتھائیہ کے تین حصے (25%+25%+25%) کا 75% حصہ ہوتا ہے جس کو Q_3 سے ظاہر کیا جاتا ہے اور چار پاؤ (چوتھائیے) حصے (25%=25%+25%+25%) مکمل ایک حصہ ہوتا ہے جو 100% کے مساوی ہوتا ہے اس طرح Q_3 حصہ 75% کی نمائندگی کرتا ہے یہ دراصل 50% یعنی وسطانیہ (Q_2) سے بڑا ہوتا ہے اور یہ وسطانیہ (Q_2) ایک چوتھائیہ (25%) Q_1 سے بڑا ہوتا ہے چوتھائیہ انحراف کو چوتھائیہ کے فرق کی مدد سے اخذ کیا جاتا ہے۔

Q_1 کو زیریں چوتھائیہ (Lower Quartile) اور Q_3 کو بالائی چوتھائیہ (Upper Quartile) کہتے ہیں۔ بالائی اور زیریں چوتھائیہ کا فرق چوتھائیہ انحراف یا Quartile Deviation کہلاتا ہے۔ جس کو ذیل کے ضابطہ کی مدد سے اخذ کیا جاتا ہے۔

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

جہاں پر Q_1= پہلا چوتھائیہ

Q_3= تیسرا چوتھائیہ

15.11 چوتھائیہ کی قدر ضربی Coefficient of Quartile Deviation

چوتھائیہ انحراف کی مدد سے انتشار (Dispersion) کو بہتر طور پر اخذ کیا جاتا ہے۔ چوتھائیہ کے انحراف کو ان کے حاصل جمع سے تقسیم کرنے پر چوتھائیہ کی قدر ضربی حاصل ہوتی ہے۔ یعنی چوتھائیہ کی قدر ضربی کو ذیل کے ضابطہ کی مدد سے اخذ کیا جاتا ہے۔

$$\text{Coefficient of Quartile Deviation} = \frac{\frac{Q_3-Q_1}{2}}{\frac{Q_3+Q_1}{2}} \; or \; \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$\text{Coefficient } QD = \frac{\frac{Q_3-Q_1}{2}}{\frac{Q_3+Q_1}{2}} \; or \; \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

15.12 چوتھائیہ انحراف کے خصوصیات Features of Quartile Deviation

چوتھائیہ انحراف کے اہم خصوصیات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ چوتھائیہ انحراف کی مدد سے کھلے اور بند (Open and End) سلسلہ میں انحراف کو بہتر طور پر اخذ کیا جا سکتا ہے۔

2۔ چوتھائیہ انحراف نمونہ کاری (Sampling) سے متاثر نہیں ہوتا۔

3۔ چوتھائیہ انحراف مواد کی تبدیلیوں سے بہت کم متاثر ہوتا ہے۔

4۔ چوتھائیہ انحراف کی مدد سے مرکزی رجحان کے پیمانوں کے انحراف کو صحت مندی کے ساتھ اخذ کر سکتے ہیں۔

5۔ چوتھائیہ انحراف کی تحسیب کافی آسان اور قابل فہم ہے۔

6۔ چوتھائیہ انحراف صنعتوں، تعلیمی اداروں اور منصوبہ بندیوں میں قابل استعمال ہوتا ہے۔

7۔ صنعتی پیداوار کی معیار کی جانچ میں انحراف کا استعمال کیا جاتا ہے۔

8۔ چوتھائیہ انحراف انسانی زندگی سے گہرا تعلق رکھتی ہے اور یہ پیمانے روزمرہ کے مسائل کو حل کرنے میں مدد ملتی ہے۔

مشقی سوالات Practical Questions

انفرادی سلسلہ میں چوتھائیہ انحراف کی تحسیب (Calculation of Quartile Deviation in Individual Series)

مثال 5: ذیل میں دیے گئے اعداد کی مدد سے چوتھائیہ انحراف اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

9, 6, 4, 2, 10, 15, 18, 12, 8, 11, 5

حل: مندرجہ بالا اعداد کی تعداد طاق ہے ان اعداد کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیں (یعنی چھوٹے عدد سے شروع ہو کر بڑے اعداد کی جانب ترتیب دینا) 2, 4, 5, 6, 8, 19, 11, 12, 15, 18

Q_1 اور Q_3 کی قدر کو محسوب کیجئے۔

جہاں پر N= اعداد کی تعداد =11

$$Q_1 = \left(\frac{N-1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= \left(\frac{11+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= \left(\frac{12}{4}\right) \text{th item}$$

$$Q_1 = 3 \text{ th item}$$

تیسرا اعداد Q_1 ہوگا ان اعداد میں 5 تیسرا عدد ہے اس لیے $Q_1=5$

$$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3\left(\frac{11+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3\left(\frac{12}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3\ (3)\ \text{th item}$$

$$= 3x3 = 9\ \text{th item}$$

دیے ہوئے اعداد میں 9واں عدد Q_3 ہوگا ان اعداد میں 12 عدد Q_3 ہوگا۔

چوتھائیہ انحراف $QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

Q_3 کی قدر 12 اور Q_1 کی قدر 5 ضابطہ میں درج کرنے پر

$$= \frac{12-5}{2}$$

$$= \frac{7}{2}$$

چوتھائیہ انحراف = 3.6

چوتھائیہ انحراف کی قدر ضربی = $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

ضابطہ میں قیمتیں درج کرنے پر

$$= \frac{12-5}{12+5}$$

چوتھائیہ کی قدر ضربی $= \frac{7}{17}$

چوتھائیہ کی قدر ضربی = 0.4117

15.13 تعددی سلسلہ — Discrete Series

تعددی سلسلہ میں دو قطار میں مواد دیا جاتا ہے ایک قطار میں اعداد اور دوسرے قطار میں تعدد (F) پایا جاتا ہے۔ اس سلسلے میں بھی چوتھائیہ انحراف کو محسوب کیا جاتا ہے۔

مثال 6: ذیل میں دیے گئے مواد کی مدد سے چوتھائیہ انحراف اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجیے۔

نشانات (X)	10	20	30	40	50	60	70
طلبا کی تعداد (F)	1	3	2	5	4	3	2

حل: دیے ہوئے جدول کی مدد سے پہلے Q_1 اور Q_2 محسوب کیجیے اور ضابطہ میں قدریں درج کریں۔

چوتھائیہ انحراف کی تحسیب

نشانات(X)	طلبا کی تعداد(F)	یکجائی تعدد(CF)
10	1	1
20	3	4 (1+3)
30	2	6 (4+2)
40	5	11 (4+2)
50	4	15 (11+4)
60	3	18 (15+3)
70	2	20 (18+2)
	N=20	

قیمتیں درج کرنے پر N=20

$$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= \left(\frac{20+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= \left(\frac{21}{4}\right) \text{th item}$$

$$Q_1 = 5.25 \text{ th item}$$

یکجائی تعدد میں 5.25 عدد شامل کی نشاندہی کیجئے۔ یہاں پر یہ 6 میں آتا ہے اس کے سامنے موجود عدد (30) Q_1 ہوگا۔

Q_3 کی قدر اس طرح محسوب کریں۔

$$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3\left(\frac{20+1}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3\left(\frac{21}{4}\right) \text{th item}$$

$$= 3 \times 5.25$$

Q_3 = 15.75 th item

یکجائی تعدد میں 15.75 عدد شامل ہونے کی نشاندہی کیجئے یہاں پر یہ عدد یکجائی تعدد 18 میں آتا ہے اس طرح Q_3 کی قدر 60 ہوگا۔

قیمتیں درج کرنے پر $60 = Q_3$ ، $30 = Q_1$

$$\text{چوتھائیہ انحراف (QD)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{60-30}{2}$$

$$= \frac{30}{2}$$

چوتھائیہ انحراف (QD) = 15

$$\text{چوتھائیہ انحراف کی قدر ضربی} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{60-30}{60+30}$$

$$= \frac{30}{90}$$

چوتھائیہ انحراف کی قدر ضربی = 0.333

15.14 مسلسل سلسلہ Continuous Series

مسلسل سلسلہ میں مواد کو وقفہ جماعت کے ساتھ دیا جاتا ہے اس میں وقفہ جماعت کے ساتھ ساتھ تعدد (F) بھی دیا جاتا ہے۔

مثال 7: ذیل میں علم شماریات میں حاصل نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے جس کی مدد سے چوتھائیہ انحراف اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

نشانات وقفہ جماعت	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
طلبا کی تعدد	1	2	3	5	4	2	2	1

حل: دئے ہوئے مواد کی مدد سے یکجائی تعدد (CF) محسوب کیجئے ذیل میں اس کو بتلایا گیا ہے۔

نشانات (X)	طلبا کی تعداد (F)	یکجائی تعدد (CF)
0 ---10	1	1
10 --- 20	2	3 (1+2) C
20 --- 30	3	6 (3+3)

30 --- 40	5	11 (6+5)
40 --- 50	4	15 (11+4)
50 --- 60	2	17 (15+2)
60 --- 70	2	19 (17+2)
70 --- 80	1	20 (19+1)
	N=20	

زیریں چوتھائیہ Q_1 اور بالائی چوتھائیہ Q_3 کی قدر کو محسوب کریں۔

جہاں پر N = طلبا کی تعداد=20

$$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right) \text{th item}$$

$$= \left(\frac{20}{4}\right) \text{th item}$$

$$Q_1 = 5 \text{ th item}$$

یکجائی تعدد کے کالم میں 5 شامل عدد کی نشاندہی کیجئے یہ 6 میں شامل ہے۔ جس کو Q_1 قطار سے ظاہر کیا گیا ہے۔ Q_1 کی قدر وقفہ جماعت 20-30 کے درمیان ہوگا ذیل کے ضابطہ کی مدد سے Q_1 کی قدر محسوب کیجئے۔

$$Q_1 = L_1 + \frac{N/4 - C}{F} \times Ci$$

قیمتیں درج کرنے پر

3=F ،3=C ،5= N/4

L_1=وقفہ جماعت کی نچلی حد=20، 10=CI

$$= 20 + \frac{5-3}{3} \times 10$$

$$= 20 + \frac{2}{3} \times 10$$

$$= 20 + \frac{20}{3}$$

$$= 20 + 6.666$$

$$Q_1 = 26.666$$

Q_3 کی قدر محسوب کیجئے۔

$$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)\text{th item}$$

$$= 3\left(\frac{20}{4}\right)\text{th item}$$

$$= 3\ (5)\ \text{th item}$$

$$= 3 \times 5$$

$$Q_3 = 15\ \text{th item}$$

یکجائی تعدد (CF) میں 15 عدد شامل ہونے کی نشاندہی کیجئے اس سوال میں عدد 15 وقفہ جماعت 50-40 میں واقع ہے ذیل کے ضابطہ کی مدد سے Q_3 محسوب کیجئے۔

قیمتیں درج کرنے پر

$$Q_3 = L_1 + \frac{3(N/4) - C}{F} \times Ci$$

L_1 وقفہ جماعت کی نچلی حد (40-50) = 40

$$= 40 + \frac{3(5) - 11}{4} \times 10$$

$$= 40 + \frac{15 - 11}{4} \times 10$$

$$= 40 + \frac{4}{4} \times 10$$

$$= 40 + \frac{40}{4}$$

$$Q_3 = 40 + 10$$

$$Q_3 = 50$$

چوتھائیہ انحراف $QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$= \frac{50 - 26.67}{2}$$

$$= \frac{23.3}{2}$$

چوتھائیہ انحراف (QD) = 11.65

(چوتھائیہ انحراف کی قدر ضربی) $\text{Coefficient of QD} = \dfrac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$$= \frac{50 - 26.67}{50 + 26.67}$$

$$= 23.3$$

$$\text{Coefficient of QD} = 0.3038$$

15.15 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ علم شماریات کے اہم پیمانے ہیں دیے ہوئے اعداد کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرنے پر حاصل ہر ایک حصہ چوتھائیہ کہلاتا ہے۔جس کو Q_1 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔دو چوتھائیوں کا مجموعہ 50% کے مساوی ہوتی ہے۔جس کو وسطانیہ کہتے ہیں۔ یہ Q_1 سے بڑا ہوتا ہے۔اسی طرح Q_3 75% کو ظاہر کرتا ہے جو وسطانیہ فرق چوتھائیہ انحراف کہلاتا ہے۔ بالائی چوتھائیہ کو Q_3 اور زیریں چوتھائیہ کو Q_1 سے ظاہر کیا جاتا ہے ان دونوں کے فرق کو 2 سے تقسیم کرنے پر چوتھائیہ انحراف حاصل ہوتا ہے چوتھائیوں کے فرق کو ان دونوں کے مجموعہ سے تقسیم کرنے پر چوتھائیوں کی قدر ضربی حاصل ہوتی ہے۔انفرادی،تعددی اور مسلسل سلسلہ سے چوتھائیوں کی قدر ضربی محسوب کیا جاسکتا ہے۔

15.16 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ چوتھائیہ (Quartile) : دیے ہوئے اعداد کو چار سے تقسیم کرنے پر حاصل عدد کو چوتھائیہ کہلاتا ہے۔

2۔ یکجائی تعدد (Cumulative Frequency): تعداد کی ترتیب وار جمع کرنے پر حاصل عدد کو یکجائی تعدد کہتے ہیں۔

15.17 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

1۔ بالائی چوتھائیہ کو.................. سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

2۔ .... چوتھائیوں کا مجموعہ میڈین کے مساوی ہوتا ہے۔

3۔ 75%.................. چوتھائیوں کے مساوی ہوتا ہے۔

4۔ چوتھائیہ انحراف کی قدر ضربی کو محسوب کرنے کا ضابطہ .... ہے۔

5۔ چوتھائیہ انحراف کی تحسیب کا ضابطہ........................ ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ چوتھائیہ سے کیا مراد ہے وضاحت کیجئے۔

2۔ بالائی اور زیریں چوتھائیوں کے مفہوم کو بیان کیجئے۔

3۔ اوسط انحراف سے کیا مراد ہے۔

4۔ اوسط انحراف کومحسوب کرنے کے راست بالراست طریقہ کی وضاحت کیجئے۔

5۔ چوتھائیہ اوراوسط انحراف کے درمیانی امتیاز کیجئے۔

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

6۔ ذیل کے اعداد کی مدد سے چوتھائیہ انحراف محسوب کیجئے۔

2, 6, 8, 7, 5, 9, 7, 11, 15, 18, 20

7۔ ذیل میں دیے گئے اعداد کی مدد سے چوتھائیہ انحراف اوراس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

نشانات	5	10	15	20	25	30	35	40
تعداد	1	2	4	5	3	2	1	2

8۔ ذیل میں دیے ہوئے اعداد کی مدد سے چوتھائیہ انحراف اوراس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

نشانات	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
تعداد	2	3	5	7	6	8	3	2	3	1

9۔ ذیل میں ایک جماعت کے طلبا کے وزن اوران کی تعداد دی گئی ہے اس کی مدد سے چوتھائیہ اوراس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

وزن وقفہ جماعت (CI)	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
طلبا کی تعداد (F)	2	3	5	6	1	2	1

10۔ ذیل میں دیے گئے مواد کی مدد سے اوسط انحراف (Mean Deviation) محسوب کیجئے۔

8, 9, 5, 4, 6, 10, 5, 6, 2, 12

11۔ ذیل کے تفصیلات کے مدد سے اوسط انحراف محسوب کیجئے۔

نشانات	5	10	15	20	25	30	35	40
تعداد	1	2	2	3	4	5	2	1

12۔ ذیل کے تفصیلات کی مدد سے راست اور بالراست طریقہ پر اوسط انحراف محسوب کیجئے۔

وقفہ جماعت (CI)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
تعداد (F)	2	2	3	4	6	7	2	2	2

Reference Books تجویز کردہ کتب 15.18

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 16 معیاری انحراف
Standard Deviation

Unit Structure	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	16.0
Objectives	مقاصد	16.1
Meaning and Definition	معنی ومفہوم اور تعریف	16.2
Nature of Standard Deviation	معیاری انحراف کی ماہیت	16.3
Uses and Application of Standard Deviation	معیاری انحراف کا استعمال واطلاق	16.4
Calculation of Standard Deviation	انفرادی سلسلہ میں معیاری انحراف کی تحسیب	16.5
Indirect Method of Standard Deviation	معیاری انحراف کی تحسیب کا بالراست طریقہ	16.6
Calculation of Standard Divation in Discrete Series	تعددی سلسلہ میں معیاری انحراف کی تحسیب	16.7
Indirect Method (Assumed Mean)	بالواسطہ طریقہ (مفروضہ اوسط) کا طریقہ	16.8
Calculation of Standard Deviation in Continuous Series	مسلسل سلسلہ میں معیاری انحراف کی تحسیب	16.9
Learning Outcomes	اکتسابی نتائج	16.10
Key Words	کلیدی الفاظ	16.11
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	16.12
Reference Books	تجویز کردہ کتب	16.13

16.0 تمہید Introduction

علم شماریات کے مختلف پیمانوں کو اکثر استعمال کرتے ہیں۔اوسط، وسطانیہ و بہتانیہ (mode) کو صنعتی و تعلیمی اداروں میں اکثر استعمال کرتے ہیں۔ان کے ذریعہ وہ اپنی سالانہ کارکردگی کا اظہار کرتے ہیں۔آسان تفہیم کے لیے گراف میں اظہار بھی کرتے ہیں۔گرما و سرما و بارش کے موسموں میں شدید موسمی حالت کا مشاہدہ کرتے ہیں۔موسموں کی تبدیلی کے بنیاد پر مستقبل کی موسمی کیفیت کی پیش قیاسی بھی کرتے ہیں۔اس اکائی میں آپ معیاری انحراف کے متعلق معلومات حاصل کریں گے۔

16.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- معیاری انحراف کے معنی و مفہوم کو بیان کر سکیں۔
- معیاری انحراف کے استعمالات کی وضاحت کر سکیں۔
- معیاری انحراف کی اہمیت کو بیان کر سکیں۔
- معیاری انحراف کی تحسیب کے طریقہ کو بیان کر سکیں۔

16.2 معنی و مفہوم اور تعریف Meaning and Definition

معیاری انحراف کے معنی و مفہوم کی تفہیم کے لیے ذیل کے تعریفات کا مطالعہ کیجیے۔

1۔ حسابی اوسط کے مشاہدات کے اخذ کردہ انحرافات کے مربعوں کے اوسط کے جذر المربع کو معیاری انحراف کہتے ہیں۔

2۔ معیاری انحراف انتشار کو محسوب کرنے کا ایک طریقہ ہے زیادہ انتشار سے معیاری انحراف کی اونچی قدر حاصل ہوتی ہے اور کم انتشار کی صورت میں معیاری انحراف کی کم قدر حاصل ہوتی ہے۔

معیاری انحراف مواد کے انتشار یا پھیلاؤ کی جانچ کرتی ہیں۔معیاری انحراف کی کم قدر اوسط (mean) سے قربت، نزدیک یا قریب کو ظاہر کرتی ہے۔اسی طرح بلند یا اونچا معیاری انحراف اعداد کا اوسط سے دوری یا پھیلاؤ کو ظاہر کرتا ہے۔معیاری انحراف کو انگریزی حراف SD سے اور یونانی علامت (Σ) سگما سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

لفظ معیاری انحراف (Standrad Deviation) کو سب سے پہلے 1893 کو کارل پیرسن (Karl Pearson) نے برطانوی ماہر ریاضی داں نے استعمال کیا۔انتشار کے مطالعہ کے لیے معیاری انحراف کا استعمال کیا جاتا ہے۔

16.3 معیاری انحراف کی ماہیت Nature of Standard Deviation

انحراف علم ریاضی میں استعمال ایک اہم پیمانہ ہے یہ حاصل اوسط انحراف کے مربع کے مجموعہ ہوتا ہے۔اس کی مدد سے اوسط سے انتشار کیفیت کو محسوس کیا جاتا ہے۔یہ اوسط سے نزدیک اور دوری یا پھیلاؤ کو ظاہر کرتا ہے۔معیاری انحراف کی کم قدر اوسط سے قربت اور دوری اوسط سے پھیلاؤ کو ظاہر کرتا ہے۔یعنی معیاری انحراف اوسط سے قربت کی سطح یا قربت کے معیار کو ظاہر کرتی ہے۔تاجرین صنعت کار، تعلیمی ادارے وغیرہ اس کو

استعمال کرتے ہیں۔ مکانات کی تجارت کی تاجرین مقام یا علاقہ کے حساب سے مکان کی قیمت کے تعین میں معیاری انحراف کو استعمال کرتے ہیں۔
اس کی قدر صفر تا ایک کے درمیان ہوتی ہے۔ لیکن اس کی قدر منفی نہیں ہوتی۔

16.4 معیاری انحراف کا استعمال و اطلاق

Uses and Application of Standard Deviation

معیاری انحراف کے چند اہم استعمالات کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ انتشار کی کیفیت کو محسوب کرنا۔

2۔ اوسط اور انتشار کے درمیان موجود فرق یا پھیلاؤ کو محسوب کرنا۔

3۔ Volatility کو محسوب کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

4۔ مواد یا معطیات کا تقابل کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

5۔ کاروباری جوکھم کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

6۔ صارفین یا گاہکوں کی تشفی، ردعمل، ذخیرہ، قیمتوں کی سطح وغیرہ کو محسوب کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

7۔ صنعتی پیداوار کے معیار کی جانچ اور غلطیوں یا نقائص کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

8۔ متوقع اور حقیقی مواد کے فرق کو محسوب کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

9۔ تحقیقی و تجزیہ کے ذریعہ نتائج کو محسوب کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

10۔ تجارتی و تعلیمی کارکردگی کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

معیاری انحراف کی خوبیاں Merits of Standard Deviations

معیاری انحراف کی اہم خوبیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ انتشار کے تمام پیمانوں میں معیاری انحراف کو بہتر اور برتر سمجھا جاتا ہے۔ کیوں کہ معیاری انحراف میں انتشار کے اچھے لوازمات پائے جاتے ہیں۔

2۔ معیاری انحراف معطیات کے تمام مشاہدوں پر مشتمل ہوتا ہے۔

3۔ معیاری انحراف نمونہ کاری کی تبدیلی یا اتار چڑھاؤ سے متاثر نہیں ہوتا۔

4۔ معیاری انحراف انتشار کے دوسرے پیمانوں کے مقابلے بہتر ہے۔

5۔ معیاری انحراف الجبرائی وضاحت کے لیے موزوں پیمانہ ہے۔

6۔ مخلوط معیاری انحراف کو آسانی سے محسوب کیا جا سکتا ہے۔

7۔ انتشار کی صحت کے ساتھ تحسیب میں مدد ملتی ہے۔

معیاری انحراف کی خامیاں Demerits of Standard Deviations

معیاری انحراف کی چند اہم خامیوں کو ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

1۔ دو یا زیادہ سلسلوں کے انتشار کے تقابل میں معیاری انحراف کا استعمال نہیں کیا جا سکتا۔

2۔ معیاری انحراف کی تحسیب پیچیدہ عمل ہے۔

3۔ کھلے کنارے کی صورت میں معیاری انحراف کی تحسیب مشکل ہوتی ہے۔

4۔ معیاری انحراف کی تحسیب کے لیے علم ریاضی کے اصولوں پر کامل قدرت کا ہونا ضروری ہے۔

16.5 انفرادی سلسلہ میں معیاری انحراف کی تحسیب

Calculation of Standard Deviation in case of Individual Series

انفرادی سلسلہ اعداد کو پیش کرنے کا ایک اہم طریقہ ہے۔اس طریقہ سے اعداد کو غیر گروہ بند انداز میں پیش کیا جاتا ہے۔اعداد بے ترتیب پھیلے ہوئے ہوتے ہیں۔معیاری انحراف کو راست اور بالراست دونوں طریقوں پر محسوب کر سکتے ہیں۔

معیاری انحراف کی تحسیب کا راست طریقہ (Direct Method of Standard Deviation)

مثال 1: ذیل کے مواد کی مدد سے معیاری انحراف (SD) محسوب کیجئے۔

1, 3, 5, 4, 6, 11

حل: 1۔ دیے ہوئے اعداد کا اوسط محسوب کریں۔

2۔ اوسط سے اعداد کے انحراف کو محسوب کریں۔

3۔ حاصل انحرافی اعداد کا مربع محسوب کریں۔

ذیل میں معیاری انحراف کو محسوب کرنے کے طریقہ کو بتلایا گیا ہے۔

اعداد (X)	$(dx = X - \bar{X})$ $\bar{X} = 5$	dx^2
1	-4	16
3	-2	4
4	-1	1
5	0	0
1	+1	1
11	+6	36

X=30	- 7 + 7 Σdx 0	ΣdX²=58

اوسط= $\overline{X} = \frac{\Sigma X}{\Sigma N}$

جہاں ΣX= اعداد کا مجموعہ = 30، ΣNاعداد کی تعداد= 6

$$\overline{X} = \frac{30}{6}$$

$$\overline{X} = 5$$

معیاری انحراف $\Sigma D = \sqrt{\frac{\Sigma dX^2}{N}}$

جہاں پر $\Sigma dX^2 = 58$، $N = 6$، قیمتیں درج کرنے پر

$$= \sqrt{\frac{58}{6}}$$

$$= \sqrt{9.67}$$

معیاری انحراف SD (s) = 3.1096

Coefficient of Standard Deviation $= \frac{\sigma}{\overline{X}} = \frac{SD}{Mean}$

$$= \frac{3.1096}{5}$$

Coefficient of Standard Deviation = 0.62192

16.6 معیاری انحراف کی تحسیب کا بالراست طریقہ

Indirect Method for Calculation of Standard Deviation

بالراست طریقہ پر معیاری انحراف کی تحسیب کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ فرضی اوسط عدد کی مدد سے انحراف محسوب کریں۔

2۔ انحراف کا مربع محسوب کریں۔

3۔ ضابطہ میں قدریں درج کریں۔

اعداد(X)	dx = (X-AM) A=5	Σdx²

1	-4	16 (-4 x -4)
3	-2	4 (-2 x -2)
4	-1	1 (-1 x -1)
5	0	0
6	+1	1 (1 x 1)
11	+6	36 (6 x 6)
	- 7 + 7 Σdx= 0	$\Sigma dX^2=58$

بالراست طور پر معیاری انحراف کی تحسیب کا ضابط

جہاں پر $58 = \Sigma dX^2$ $0 = \Sigma dx$ $6 = N$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma dX^2}{N} - \left(\frac{\Sigma dX}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{58}{6} - \frac{0}{6}}$$

$$= \sqrt{9.67 - 0}$$

معیاری انحراف SD = 3.1096

راست اور بالراست دونوں طریقوں سے معیاری انحراف کی قدر 3.1096 ہے۔ جو دونوں طریقوں میں مساوی قدر اخذ کی جاتی ہے۔

$$\text{Variance} = \sigma^2$$

$$= 3.1097 \times 3.1097$$

$$\text{Variance} = 9.670$$

16.7 تعددی سلسلہ میں معیاری انحراف کی تحسیب

Calculation of Standard Deviation in Discrete Series

تعددی سلسلہ میں درکار مواد کو دو قطار میں فراہم کیا جاتا ہے۔ تعددی سلسلہ میں راست اور بالراست دونوں طریقوں پر معیاری انحراف کو محسوب کیا جاتا ہے۔

1۔ راست طریقہ (حقیقی اوسط) :Direct Method

معیاری انحراف کو حقیقی اوسط کی مدد سے محسوب کرنا راست طریقہ کہلاتا ہے۔اس طریقہ کے تحت حسب ذیل مراحل پر عمل کریں۔

1۔ حقیقی اوسط محسوب کریں۔

2۔ حقیقی اوسط کی مدد سے انحراف (dx) کو محسوب کریں۔

3۔انحراف کا مربع محسوب کریں۔

4۔انحراف کے مربع کو متعلقہ تعدد (F) سے ضرب دیں۔

5۔ضابطہ میں قدریں درج کریں۔

16.8 بالواسطہ طریقہ (مفروضہ اوسط) کا طریقہ

Indirect Method (Assumed Mean)

بالواسطہ یا مفروضہ اوسط کے مدد سے معیاری انحراف کو محسوب کیا جاتا ہے۔اس طریقہ کے تحت دیے ہوئے اعداد میں سے کسی ایک عدد کو اوسط فرض کریں اور اس سے انحراف کو محسوب کریں۔اس طریقہ کے تحت حسب ذیل مراحل پر عمل کریں۔

1۔ دیے ہوئے اعداد سے کسی ایک عدد کو بطور اوسط فرض کریں۔

2۔ فرض کیے ہوئے عدد سے اعداد کا انحراف محسوب کریں جس کو dx سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

3۔ حاصل انحرافی اعداد (dx) کا مربع محسوب کریں جس کو $(dx)^2$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

4۔ انحراف کے مربع کو متعلقہ تعدد (f) سے ضرب دیں جس کو Σfdx^2 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

5۔ ضابطہ میں قدریں درج کریں۔

مثال2: ذیل کے تفصیلات کی مدد سے راست اور بالراست دونوں طریقوں پر معیاری انحراف اور تفاوت/تغیر (variation) محسوب کیجئے۔

X	8	10	12	14	16	18	20
تعدد(F)	1	2	4	5	3	3	2

حل: راست اور حقیقی اوسط کے طریقہ پر معیاری انحراف کی تحسیب

X	F	fx	d (x-x)	fd	fd^2 (fdxd)
6	1	6	-8	-8	64
8	2	16	-6	-12	72
12	5	60	-2	-10	20
14	4	56	0	0	0

16	3	48	+2	6	12
18	3	54	+4	12	48
20	2	40	+6	12	72
	N=20	Σfx=280			Σfd^2=288

$$\overline{X} = \frac{280}{20}$$

$$\overline{X} = 4$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma dX^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{288}{20}}$$

$$= \sqrt{14.4}$$

معیاری انحراف = 3.7947

Variance = σ^2

= 3.7947 x 3.7947

Variance = 14.4

بالراست (مفروضہ اوسط) کے طریقہ کے تحت معیاری انحراف کی تحسیب

X	F	d A = 16	fd	fdxd fd^2
6	1	-10	-10	100
8	2	-8	-16	128
12	5	-4	-20	80
14	4	-2	-8	16
16	3	0	0	0
18	3	+2	6	12
20	2	+4	8	32

	N = 20		- 54 + 14 Σfd = - 40	$\Sigma fd^2=368$

$$\text{معیاری انحراف } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{368}{20} - \left(\frac{40}{20}\right)^2}$$

$$= \sqrt{18.4 - 4}$$

$$= \sqrt{14.4}$$

معیاری انحراف $\sigma = 3.7947$

16.9 مسلسل سلسلہ میں معیاری انحراف کی تحسیب

Calculation of Standard Deviation in Continuous Series

مسلسل سلسلہ گروہی مواد ہے جس میں وقفہ جماعت کے ساتھ تعدد دیا جاتا ہے۔ مسلسل سلسلہ میں معیاری انحراف کے لیے ذیل کے مراحل پر عمل کریں۔

1۔ مسلسل سلسلہ کے ہر وقفہ جماعت کا وسطی نقطہ محسوب کریں۔

2۔ راست طریقہ پر اوسط محسوب کریں۔

3۔ حقیقی اوسط کی مدد سے وسطی نقاط کا تقابل کرتے ہوئے انحراف کی قدر کو محسوب کریں۔

مثال 3: ذیل میں دیے ہوئے مواد کی مدد سے راست طریقہ پر معیاری انحراف محسوب کریں۔

نشانات (X)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
تعدد (F)	1	2	3	4	5	4	1

حل: حقیقی اوسط کی مدد سے معیاری انحراف کی تحسیب

وقفہ جماعت	F	وسطی نقطہ Mp	Mpf	$d = \overline{X} = 38$ $Mp - \overline{X}$	fd (1x5) 6	fd^2 fdxd
0-10	1	5	5	-33	-33	1089
10-20	2	15	30	-23	-46	1058
20-30	3	25	75	-13	-39	507

30-40	4	35	140	-3	-12	36
40-50	5	45	225	+7	35	245
50-60	4	55	220	+17	68	1156
60-70	1	65	65	+27	27	729
	N = 20		Mf = 760		- 130 +130 Σfd = 0	Σfd^2=4820

$$\overline{X} = \frac{\Sigma mf}{\Sigma f}$$

$$\overline{X} = \frac{760}{20}$$

$$\overline{X} = 38$$

$$= \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f}}$$

$$= \sqrt{\frac{4820}{20}}$$

$$= \sqrt{241}$$

(SD)معیاری انحراف $\sigma = 15.524$

فرضی اوسط کی مدد سے معیاری انحراف کی تحسیب

Calculation of Standard Deviation with the help of Assumed Mean

1۔ وسطی نقطہ محسوب کریں۔

2۔ وسطی نقطہ میں سے کسی ایک عدد کو اوسط فرض کریں۔

وسطی نقطہ 35 کو اوسط عدد فرض کیا گیا۔

فرضی اوسط(35) کی مدد سے معیاری انحراف کی تحسیب

وقفہ جماعت	تعدد F	وسطی نقطہ mp	X-A A=35	fd	fdxd fd^2
0-10	1	5	-30	-30	900
10-20	2	15	-20	-40	800

20-30	3	25	-10	-30	300
30-40	4	35	0	0	0
40-50	5	45	+10	+50	500
50-60	4	55	+20	+80	1600
60-70	1	65	+30	+30	900
	N = 20			-100 +100 Σfd =+60	fd^2=5000

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2}$$

6 = Σfd, 20 = N 5000 = Σfd^2 جہاں پر

$$= \sqrt{\frac{5000}{20} - \left[\frac{60}{20}\right]^2}$$

$$= \sqrt{250-9}$$

$$= \sqrt{241}$$

= 15.524

اقدامی انحراف/اختصار کے طریقہ پر معیاری انحراف کے تحسیب

Calculation of Standard Deviation by Step Deviation Method

وقفہ جماعت	F تعدد	Mp وسطی نقطہ	A=35	d/10	fd	fd^2 fdxd
0-10	1	5	-30	-3	-3	9
10-20	2	15	-20	-2	-4	8
20-30	3	25	-10	-1	-3	3
30-40	4	35	0	0	0	0
40-50	5	45	+10	+1	5	5
50-60	4	55	+20	+2	8	16
60-70	1	65	+30	+3	3	9

					- 10 +16 Σfd +6	fd-50

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2} \times i$$

جہاں پر $50 = \Sigma fd^2$ $\quad 20 = N$ $\quad 6 = \Sigma fd,$ $\quad 10 = i,$

$$= \sqrt{2.5 - 0.09} \times 10$$

$$= \sqrt{2.41} \times 10$$

$$= 1.5524 \times 10$$

$$= 15.524$$

مندرجہ بالا تینوں طریقوں پر معیاری انحراف کی قدر 15.524 ہوگی۔ طریقہ تبدیل ہے لیکن قیمت میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہوگی۔

16.10 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

اوسط ،وسطانیہ اور بہتانیہ کے ساتھ ساتھ معیاری انحراف بھی علم شماریات میں کثرت سے استعمال ہونے والا ایک اہم پیمانہ ہے۔ معیاری انحراف کو مواد کی بہتر تشریح اور درست نتائج کو محسوب کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔اس کی مدد سے انتشار کی صحیح پیائش ممکن ہے۔ یہ مرکزی رجحان کے انحراف کے مربع کے حسابی اوسط کا جذر المربع ہوتا ہے۔ معیاری انحراف کی اونچی قدر زیادہ انتشار اور معیاری انحراف کی کم قدر کم انتشار کو ظاہر کرتی ہے۔ معیاری انحراف کی کم قدر اوسط سے نزدیک یا قربت کو ظاہر کرتی ہے۔ یا اونچی قدر اوسط سے دوری یا پھیلاؤ کو ظاہر کرتی ہے۔ معیاری انحراف کو یونانی علامت (σ) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اس کو سب سے پہلے 1893ء میں برطانوی ماہر ریاضی داں کارل پیرسن نے استعمال کیا تھا۔ تجارتی ،صنعتی ،تعلیمی ،منصوبہ بندی وغیرہ میں کثرت استعمال کیا جاتا ہے۔ معیاری انحراف کو راست بالراست واختصار کے تحت محسوب کیا جاسکتا ہے۔

16.11 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ انحراف (Deviation) : اعداد سے تقابل کرتے ہوئے حاصل فرق کو انحراف کہتے ہیں۔

2۔ سگما (Sigma) : یونانی علامت ہے جس کو معیاری انحراف کے لیے استعمال کرتے ہیں۔

16.12 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A۔ خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

1۔ معیاری انحراف کوسب سے پہلے.................. نے استعمال کیا۔

2۔ راست طریقہ پر معیاری انحراف کومحسوب کرنے کا ضابطہ.............................. ہے۔

3۔ کارپیرسن کاتعلق............................ملک سے ہے۔

4۔ معیاری انحراف کو............................علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

5۔ جذرالمربع کو............................علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

B۔ مختصر جوابات کے حامل سوالات

1۔ معیاری انحراف سے کیا مراد ہے۔وضاحت کیجئے۔

2۔ معیاری انحراف کے استعمالات کو بیان کیجئے۔

3۔ دیے ہوئے اعداد کا معیاری انحراف محسوب کیجئے۔3, 5, 6, 8, 9, 10

4۔ دیے ہوئے اعداد کی مدد سے حقیقی اوسط کے طریقہ پر معیاری انحراف محسوب کیجئے۔4, 6, 8, 10, 12, 18, 20, 22

5۔ ذیل میں دیے ہوئے تفصیلات کی مدد سے معیاری انحراف اور اس کی قدر ضربی محسوب کیجئے۔

X	10	20	30	40	50	60	70	80
F	1	2	2	3	4	5	2	1

C۔ طویل جوابات کے حامل سوالات

6۔ دیے ہوئے اعداد کی مدد سے راست اور بالراست طریقہ پر معیاری انحراف اور تفاوت محسوب کیجئے۔

X	10	20	30	11	14	17	20	23
F	1	2	2	3	4	5	2	1

7۔ ذیل میں ایک مضمون میں حاصل نشانات اور طلبا کی تعداد دی گئی ہے۔جن کی مدد سے راست اور بالراست طریقہ پر معیاری انحراف محسوب کیجئے۔

X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-0	60-70
F	1	2	2	3	5	4	3

8۔ ذیل کے تفصیلات کی مدد سے راست بالراست اور اختصار کے طریقہ کے تحت معیاری انحراف محسوب کیجئے۔

X	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
F	1	1	3	4	5	7	6	3

9۔ ایک صنعت میں ملازم مزدوروں کی یومیہ اجرت دی گئی ہے۔جس کی مدد سے راست باالرست اور اختصار کے طریقہ پر معیاری

انحراف محسوب کیجئے۔

X	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
F	4	3	5	8	6	4

16.13 مطالعہ کے لیے کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

بلاک V: ہم رشتگی اور مراجعتی تجزیہ

Correlation and Regression Analysis

اکائی 17- ہم رشتگی Correlation

اکائی 18- کارل پیرسن کی ہم رشتگی کا ضریب

Karl Pearson's Coefficient of Correlation

اکائی 19- اسپیرمن کی درجاتی ہم رشتگی Spearman's Rank Correlation

اکائی 20- مراجعتی تجزیہ Regression Analysis

اکائی 17 ہم رشتگی تجزیہ
Correlation Analysis

Unit Structure — اکائی کی ساخت

Introduction	تمہید	17.0
Objectives	مقاصد	17.1
Meaning, Definition and Nature of Correlation	ہم رشتگی کے معنی، تعریف اور نوعیت	17.2
Correlation and Causation	ہم رشتگی اور عناد تحریک	17.3
Need of Correlation	ہم رشتگی اور ضرورت	17.4
Types of Correlation	ہم رشتگی کی اقسام	17.5
Methods of Studying Correlation	ہم رشتگی کے مطالعہ کے طریقے	17.6
Learning Outcomes	اکتسابی نتائج	17.7
Key Words	کلیدی الفاظ	17.8
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	17.9
Reference Books	تجویز کردہ کتب	17.10

17.0 تمہید Introduction

شماریات میں اب تک ہم نے صرف ایک متغیر سے متعلق سوالات کا مطالعہ کیا ہے لیکن عملی طور پر ہم ایسے کئی بے شمار مسائل کا سامنا کرتے ہیں جس میں دو یا زائد متغیرات کا استعمال ہوتا ہے۔ اگر دو مقداریں کچھ اس انداز میں حرکت کر رہی ہوں کہ ایک مقدار کی حرکت دوسری مقدار کے برابر رمساوی ہوں رکچھ فرق نہ ہو تب یہ مقداریں ہم رشتہ رہم آہنگ ہوں گی۔ مثال کے طور پر اگر شوہر اور بیوی کی عمر کے درمیان' کسی شئے کی قیمت اور طلب' ایک نکتہ تک بارش میں اضافہ اور چاول کی پیداوار' ٹیلی ویژن لائسنس اور سینما جانے والوں کی تعداد وغیرہ کے درمیان تعلق پایا جائے، زیر غور متغیرات کے درمیان تعلق کے دائرہ کی پیائش ہم رشتگی کے تجزیہ کے ذریعہ ہوگی۔ ہم رشتگی کی پیائش کو ہم رشتگی کا ضریب یا ہم رشتگی اعشاریہ کہتے ہیں جس کو ایک عدد کی صورت میں رخ اور زاویہ کو ظاہر کیا جاتا ہے۔ ہم رشتگی تجزیہ متغیرات کے درمیان تعلق قربت کی پیائش میں مستعمل ٹیکنکس سے متعلق ہے۔

17.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- ہم رشتگی کے مطالعہ کی اہمیت سے واقف ہوسکیں۔
- ہمرشتگی کے مفہوم سے واقف ہوسکیں۔
- ہم رشتگی کے مطالعہ کے اسباب وعلل سے واقف ہوسکیں۔
- ہم رشتگی کے اقسام پر بحث کرسکیں۔
- کوریلیشن کے مطالعہ کے طریقوں سے آگاہ ہوسکیں۔

II کوریلیشن کا ضریب Coefficient of Correlation

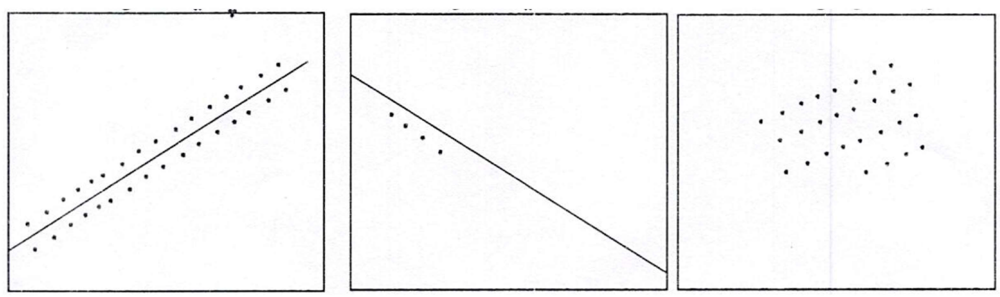
کوریلیشن کے ضریب کی تحسیب دو متغیروں کے درمیان تعلق کے حدود کے مطالعہ کے لئے کی جاتی ہے۔ جیسا کہ پہلے کہا جاچکا ہے یہ حقیقت ہے کہ دو متغیروں کے درمیان کوریلیشن ہے اس کا یہ مطلب نہیں ہوتا کہ یہ تعلق مستقل یا فعال ہے۔ اگر متغیر کی قدر معلوم ہو یہ ممکن نہ ہوگا کہ دوسرے متغیر کی قدر ہو بہو حاصل ہو۔ ایسا صرف اسی وقت کیا جاسکتا ہے جب کہ دو متغیروں کے درمیان خطی تعلق (Linear relationship) پایا جائے۔ کچھ سلسلے ہیں جن میں خطی تعلق (Linear relationship) موجود ہوتا ہے جیسے حقیقی اعداد اور ان کے مربعے یا جذر المربع ہمیشہ خطی تعلق پیش کرتے ہیں۔ اسی طرح خطی تعلق دو سلسلوں میں پایا جاسکتا ہے۔ ایک مختلف دائروں کے قطر سے متعلق دوسرا ان کے رقبوں سے متعلق۔ معاشی اعداد و شمار میں ایسے تعلقات کبھی کبھی پائے جاتے ہیں۔ اس میں کوئی شک نہیں کہ قیمتوں میں اضافہ سے طلب میں کمی واقع ہوگی لیکن تعلق فعال نہیں ہے۔ قیمت اور طلب سے متعلق دو سلسلوں میں تغیر کے درمیان کوئی مستقل تناسب رنسبت نہیں پائی جاتی۔

مکمل کوریلیشن (Perfect correlation): اگر دو متغیروں کے درمیان تعلق ایسا ہو کہ ایک کی قدر میں اضافہ سے دوسرے کی قدر میں اضافہ یا کمی قائم تناسب میں ہو تب ان کے درمیان کوریلیشن مکمل (Perfect correlation) ہوگا۔ اگر دونوں سلسلے ایک ہی سمت میں حرکت پذیر ہوں

اور تغیرات رتبدیلی متناسب ہوان کے درمیان مکمل مثبت کوریلیشن (Perfect positive correlation) ہوگا۔ اگر اس کے برخلاف دوسلسلے معکوس رمخالف سمت میں حرکت پذیر ہوں اور ان کی قدروں کے درمیان تغیر ہمیشہ متناسب ہو یہ مکمل منفی ہم رشتگی (Perfect negative correlation) کی مثال ہوگی۔ ایسا بھی ہوسکتا ہے کہ دوسلسلوں کے درمیان تغیر میں کوئی تعلق نہ ہو ایسی صورت میں ان کے درمیان کوئی کوریلیشن نہ ہوگا۔

جیسا کہ پہلے کہا جاچکا ہے معاشی اعداد وشمار میں مکمل مثبت یا منفی کوریلیشن عموماً نہیں پایا جاتا چونکہ معاشی سلسلوں کے درمیان تعلق کبھی کبھار فعال ہوتا ہے ایسے اعداد وشمار میں چونکہ متعلقہ سلسلے مکمل طور پر ایک دوسرے پر انحصار نہیں کرتے اس لئے کوریلیشن مکمل نہیں ہوتا۔ پرفیکٹ کوریلیشن اس وقت حاصل ہوتا ہے جب کہ دوسلسلوں کے درمیان مکمل باہمی انحصار پایا جاتا ہو۔

Perfect Positive Correlation Perfect Negative Correlation No Corelation



(i) (ii) (iii)

مذکورہ بالا گراف سے یہ مشاہدہ کیا جاسکتا ہے کہ x اور y کی قیمتوں کے مقابل قدریں رقیمتیں خط مستقیم میں پائی گئی ہیں۔ شکل نمبر (i) میں x اور y کے درمیان پرفیکٹ پازیٹیو کوریلیشن کی نشاندہی کی گئی ہے چونکہ دوسلسلوں کی قیمتوں میں تغیر ہمیشہ قائم متناسب ہے اور وہ ایک ہی سمت میں حرکت پذیر ہیں۔ اس کے برخلاف شکل نمبر (ii) x اور y کے درمیان پرفیکٹ نیگیٹیو کوریلیشن کی نشاندہی کی گئی ہے چونکہ ان کی قیمتوں کے درمیان تغیرات قائم متناسب ہیں اور دونوں معکوس رمخالف سمت میں حرکت پذیر ہیں۔

یہ معلوم ہونے کے بعد یہ ضروری ہے کہ کوریلیشن کی ایسی پیمائش حاصل کی جائے جو مقداری اصطلاح میں کوریلیشن کی ڈگری کی صحیح نشاندہی کرسکے۔ اس کی پیمائش ایسی ہو کہ اس کی انتہائی قیمتیں پرفیکٹ پازیٹیو یا پرفیکٹ نیگیٹیو کوریلیشن کی نمائندگی کرے اور درمیان میں کوئی قیمت ہو تو کوریلیشن غیر موجود ہو۔ ایسی پیمائش کوریلیشن کے ضریب نے دی ہے۔

اگلے صفحات میں ہم کوریلیشن کے ضریب پر بحث کرنے جارہے ہیں۔ یہ بحث ہمیشہ مثبت ہم رشتگی اور منفی ہم رشتگی یعنی 1+ اور 1- کے درمیان پھیلی ہوئی ہوگی۔ جب پرفیکٹ کوریلیشن ہوگا اس کی قیمت 1+ اور جب پرفیکٹ نیگیٹیو کوریلیشن ہوگا تب اس کی قیمت 1- ہوگی۔ اس کا درمیانی نکتہ '0' ہے جو کوریلیشن کی غیر موجودگی کو ظاہر کردے گا۔ جیسا کوریلیشن کے ضریب کی قیمت گھٹتی جائے گی دو متغیروں کے درمیان پازیٹیو کوریلیشن کی بھی قیمت گھٹتی جائے گی جب یہ قیمت صفر تک پہنچتی ہے یہ اس بات کی نشاندہی کرتی ہے کہ ان کے درمیان ہم رشتگی نہیں ہے۔ اور اگر

مزید گھٹتی ہے تو منفی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں یعنی صفر سے کم۔ یہ نیگیٹیو کوریلیشن کی نشاندہی کرتی ہیں جب یہ قیمت 1- تک پہنچتی ہیں تب یہ دو متغیروں کے درمیان پرفیکٹ نیگیٹیو کوریلیشن ہونے کا ثبوت ہے۔

مذکورہ بالا بیان کردہ نکات کا مطالعہ قبل ازیں دیے گئے گراف سے کیا جاسکتا ہے۔ جب متغیرہ کی قیمتیں شکل نمبر (i) میں دی گئی قیمتوں کے مماثل ہوں تب پرفیکٹ پازیٹیو کوریلیشن ہوگا یا کوریلیشن کا ضریب 1+ ہے لیکن جب وہ شکل نمبر 1 میں دئے گئے قیمتوں کے مماثل ہوں تب بھی وہ پازیٹیو کوریلیشن ہے لیکن مکمل (پرفیکٹ) نہ ہوگا یا کوریلیشن کی قیمت 1+ سے کم ہوگی لیکن 0 سے زیادہ ہوگی۔ جب قیمتیں شکل نمبر 3 کے مماثل ہو تب اعداد و شمار کے درمیان کوئی کوریلیشن نہ ہوگا یا کوریلیشن کے ضریب کی قیمت 0 ہوگی جب قیمتیں شکل نمبر (ii) کے مماثل ہو تب نیگیٹیو کوریلیشن ہوگا اگر چہ کہ پرفیکٹ نہ ہو۔ اس کا مطلب یہ ہوگا کہ کوریلیشن کی قیمت 0 سے زیادہ ہوگی (منفی جانب) لیکن 1- سے کم ہوگی۔ تاہم اگر قیمتیں متغیر ہوں تو کوریلیشن کے ضریب کی قیمت 1- ہوگی۔

17.2 ہم رشتگی کے معنی، تعریف اور نوعیت

Meaning, Definition and Nature of Correlation

متغیرات کے درمیان ہم رشتگی کی نشاندہی کی جاتی ہے کہ ایک متغیر کی قدر میں تبدیلی ہو رہی ہو تب دوسرا متغیر بھی اسی خصوصی سمت میں تبدیل ہوتا ہے۔ شماریات میں دو متغیرہ تقسیم میں ہم یہ دریافت کرنے میں دلچسپی رکھتے ہیں کہ زیر مطالعہ دو متغیروں کے درمیان کوئی تعلق ہے یا نہیں۔ ہم رشتگی ایک شماریاتی آلہ ہے جو دو متغیروں کے درمیان تعلق کا مطالعہ کرتا ہے اور ہم رشتگی تجزیہ میں دو متغیروں کے درمیان کس حد تک تعلق ہے اس مطالعہ کے لئے مختلف طریقہ اور ٹیکنکس کا استعمال شامل ہے دو متغیروں کو اسی وقت ہم رشتہ سمجھا جاتا ہے جب کہ ایک متغیرے میں تبدیلی کے نتیجے میں دوسرے متغیرے میں تبدیلی ہو۔ اس طرح ہم رشتگی شماریاتی آلہ ہے جو دو یا زائد متغیروں کے درمیان تجزیہ میں ہماری مدد کرتا ہے۔

بعض اوقات ایسا محسوس ہوتا ہے کہ محصلہ مختلف متغیرات کی قدریں باہم تعلق رکھتے ہیں۔ ایسا ممکن ہے کہ ایسا تعلق ہم دو سلسلوں میں حاصل کر سکتے ہیں جیسے ایک گروہ کا قد اور وزن۔ ایسا مشاہدہ کیا جاسکتا ہے قد میں اضافہ کے ساتھ وزن میں اضافہ ہوتا ہے۔ نتیجتاً بلند قامت افراد کم قامت افراد سے زیادہ وزنی ہوتے ہیں۔ اسی طرح اگر ایک شئے کی قیمت اور مختلف قیمتوں پر فروخت کردہ مقدار ان دونوں کی معلومات کو جمع کریں تو دو سلسلے حاصل ہوں گے۔ ایک متغیرہ شئے کی مختلف قیمتوں اور دوسرا متغیرہ ان قیمتوں پر فروخت کردہ مقدار ہوگی۔ نتیجتاً ہم ایسے دو سلسلوں میں کچھ تعلق ضرور پائیں گے۔ شئے کی قیمتوں میں اضافہ کے ساتھ شئے کی فروخت کردہ مقدار گھٹتی جاتی ہے۔ اس طرح ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ قیمت اور طلب میں کچھ تعلق ہے ایسا تعلق کئی سلسلوں میں پایا جاسکتا ہے مثال کے طور پر قیمت اور رسد۔ افراد کا قد اور وزن۔ نیشکر اور شکر کی قیمتیں۔ شوہر اور بیویوں کی عمریں وغیرہ۔

ہم رشتگی کے حدود — Scope of Correlation

ہم رشتگی (کوریلیشن) کے مطالعہ کی افادیت طبیعیات کے ساتھ ساتھ سماجی سائنسیس اور دونوں میں بے پایاں افادیت کا حامل ہے تاہم' ہم اپنے آپ کو ہم رشتگی کے مطالعہ کی افادیت کو صرف سماجی سائنسیس تک محدود رکھیں گے۔

1. کوریلیشن کا مطالعہ فیصلہ سازی سے جڑی غیر یقینی کیفیت کی حد کو کم کرتا ہے۔ سماجی سائنسیس میں خصوصاً کاروباری دنیا میں پیش بینی ایک اہم مظہر ہے اور کوریلیشن کا مطالعہ ہمیں پیش بینی پر زیادہ بھروسہ کرنے میں مددگار ہے۔
2. معاشی برتاؤ کو سمجھنے میں کوریلیشن تجزیہ بہت ہی مددگار ہے۔ یہ ہمیں ایسے متغیرات کی نشاندہی میں مدد کرتا ہے جن پر دوسرے متغیرات کا انحصار ہوتا ہے۔ یہ ان عناصر کے مطالعہ میں مددگار ہے جن سے معاشی واقعات متاثر ہوتے ہیں مثال کے طور پر ہم ان عناصر کو معلوم کر سکتے ہیں جو قیمتوں میں اضافہ یا کم پیداواریت کے ذمہ دار ہیں۔
3. کوریلیشن کا مطالعہ ہمیں ایسے عناصر کی نشاندہی میں مددگار ہے جو متاثرہ معاشی حالات کو مستحکم کر سکے۔
4. کوریلیشن کا مطالعہ ہمیں ایک متغیرہ میں متوقع تبدیلی کا تخمینہ کرنے میں مددگار ہے جو اس سے متعلقہ متغیرہ میں ایک مخصوص مقدار میں تبدیلی کے ساتھ ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر کوریلیشن کا مطالعہ ہمیں قیمتوں میں تبدیلی سے طلب میں تبدیلی کو معلوم کرنے میں مددگار ہے۔
5. مختلف متغیرات کے درمیان بین تعلقاتی مطالعہ تحقیق کے فروغ اور علم کے نئے ابواب کے آغاز میں ایک بہت ہی مددگار آلہ ہے۔

اس طرح کوریلیشن کے مطالعات مختلف النوع مقاصد کے لئے بہت زیادہ مستعمل اور تشریح کے لئے ایک بنیادی آلہ تصور کیا جاتا ہے۔

17.3 ہم رشتگی اور عناد تحریک

Correlation and Causation

اگر چہ کہ لفظ کوریلیشن دو یا زیادہ متغیرات کے باہمی انحصار کے پس منظر میں استعمال کیا جاتا ہے اس کے باوجود یہ ہرگز ضروری نہیں کہ وجہ اور اثر کے تعلق کی نشاندہی ہو جائے۔ درج ذیل کسی ایک یا زیادہ وجوہات کی بنا دو متغیروں کے درمیان ہم رشتگی پائی جا سکتی ہے۔

1. دو متغیروں کے درمیان وجہ اور اثر کا تعلق ہوتا ہے مثال کے طور پر گرمی اور درجہ حرارت میں ہم رشتگی ہوسکتی ہوگی کیونکہ گرمی درجہ حرارت پر اثر انداز ہوتی ہے۔ ان کے درمیان وجہ اور اثر کا تعلق ہوسکتا ہے تاہم سوشل سائنسیس میں ایسا تعلق شاذ و نادر ہی پایا جاتا ہے' اسکی وجہ یہ ہے کہ سوشل سائنسیس میں بکثرت عناد تحریک ہوتی ہے ساتھ ہی ساتھ ایک متغیر کئی عناصر سے متاثر ہوسکتا ہے جس کے انفرادی اثرات کو الگ نہیں کیا جا سکتا۔ مثال کے طور پر طلب افراط زر' برآمدی پالیسی اور دیگر کئی ایک دوسرے عناصر میں تبدیلی کی وجہ سے قیمتوں میں اضافہ ہوسکتا ہے۔ یہ معلوم کرنا تقریباً ناممکن ہوتا ہے کہ قیمتوں میں اضافہ کونسے عنصر کی وجہ سے ہوتا ہے۔ اس طرح سوشل سائنسیس میں کوریلیشن اتفاقاً ہی وجہ اور اثر تعلق کی نشاندہی کرتا ہے۔
2. دونوں ہم رشتہ Correlated متغیرات تیسرے متغیرہ یا ایک سے زیادہ متغیرات سے متاثر ہوتے ہیں مثال کے طور پر چاول کی قیمتوں اور جوٹ (پٹ سن) کی قیمتوں کے درمیان زیادہ ہم رشتگی پائیں گے۔ حقیقت میں یہ معلوم ہوگا کہ دونوں اشیاء کی قیمتیں ان کی پیداوار سے متاثر ہوئی ہو اور پیداوار بارش سے متاثر ہوئی ہو۔ ہوسکتا ہے کہ چاول کی قیمتوں اور جوٹ کی قیمتوں کے درمیان کوئی حقیقی تعلق نہ ہو ایسی صورتوں میں کوریلیشن گمراہ کن نتائج دے سکتا ہے۔
3. متعلقہ متغیرات ہوسکتا ہے کہ باہمی طور پر ایک دوسرے کو متاثر کر رہے ہوں تاکہ ان میں سے کوئی وجہ اور اثر کا باعث نہ بنا ہو۔ ایسی صورتحال

خصوصاً معاشیات اورتجارت کے میدان میں درست رصحیح ہوسکتی ہے مثال کے طور پرایک شئے کے لئے طلب قیمتوں میں اضافہ کے نتیجہ میں کمی واقع ہوسکتی ہے عام طور پرکوئی یہ فرض کرسکتا ہے کہ قیمت وجہ اور طلب اثر ہے تاہم ایسا ہوسکتا ہے کہ شئے کی طلب میں اضافہ مستقبل میں متوقع قلت کے خوف سے ہوا ہو اور جس کے نتیجے میں قیمتوں میں اضافہ ہوا اب طلب وجہ ہوسکتی ہے اور قیمت اثر ہوسکتی ہے۔

4. کئی مرتبہ کوریلیشن کو دو متغیرات کے درمیان بغیر کسی حقیقی تعلق کے نوٹس کیا گیا۔ایسا اتفاقی طور پر ہوسکتا ہے عام طور پر ایسا اس وقت ہوتا ہے جب کہ موجودات سے ایک بہت چھوٹا سا نمونہ (Sample) چنا گیا ہو۔مثال کے طور پر ایک چھوٹا سا نمونہ اجرتوں اور پیداواریت میں بہت زیادہ ہم رشتگی (کوریلیشن) پائی جائے گی تا کہ ہم یہ یقین کرلیں کہ زیادہ اجرتیں زیادہ پیداواریت کا باعث ہوئی ہیں۔موجودات میں حقیقی صورتحال اس کے برعکس ہوسکتی ہے یہ کہ زیادہ اجرتیں کم پیداواریت کا باعث ہوئی ہوں یا ان میں کوئی ہم رشتگی (کوریلیشن) نہ پائی جائے۔لہٰذا یہ ضروری ہے کہ دو متغیرات کے درمیان کوریلیشن کے تجزیہ کے دوران ہمیں جلد بازی میں کسی نتیجہ پر پہنچ جائیں۔

ایک ایسی صورتحال بھی ہوسکتی ہے کہ زیر مطالعہ دو متغیرات کے دوران بے معنی یا جعلی کوریلیشن پایا جائے۔ایسا بھی ہوسکتا ہے کہ کوئی ہر سال بیواؤں کی تعداد اور ٹیلی ویژن سیٹس کے برآمدات کے درمیان کوئی تعلق نہیں ہوسکتا۔یہی وجہ ہے کہ اس کو بآسانی سمجھا جاسکتا ہے کہ کوریلیشن صرف متعلقہ متغیرات کے درمیان پایا جاتا ہے۔

مذکورہ بالا نکات سے ظاہر ہے کہ کوریلیشن صرف حسابی تعلق ہے اور یہ ضروری نہیں کہ متغیرات کے درمیان تعلق وجہ اور اثر کی دلالت کرتا ہے۔

مزید برآں یہ بھی یاد رکھا جائے گا کہ کوریلیشن کی موجودگی اس بات کی ضمانت نہیں کہ دو متغیرات کے درمیان تعلق ہمیشہ ایک ہی قسم کا ہوگا۔ عام طور پر بلند قد وقامت شوہر کی بیویاں بلند قد وقامت والی ہوتی ہیں اور پستہ قد شوہر پستہ قد وقامت والی بیویاں رکھ سکتے ہیں۔لیکن اسکا مطلب ہرگز یہ نہیں کہ ہر بلند قد وقامت شوہر بلند قد وقامت والی بیوی رکھے گا۔کئی بلند قد وقامت شوہر پستہ قد وقامت والی بیویاں رکھ سکتے ہیں اور پستہ قد و قامت والے شوہر بلند قد وقامت والی بیویاں رکھ سکتے ہیں حتیٰ کہ ایک شوہر دو بیویاں رکھ سکتا ہے ایک بلند قد وقامت اور دوسری پستہ قد وقامت والی۔اسی طرح قیمت اور طلب میں کوریلیشن ہوسکتا ہے تا کہ عمومی طور پر جب کبھی قیمتوں میں اضافہ ہوگا تب طلب کم ہوگی اور قیمتیں کم ہوں گی تو طلب میں اضافہ ہوگا۔لیکن اس کا یہ مطلب نہیں کہ جب قیمت میں اضافہ ہوگا طلب میں کمی ہوگی۔ یہ ممکن ہے کہ قیمت میں اضافہ کے ساتھ طلب میں بھی اضافہ ہوگا۔ بر بنائے حقیقت معاشی اور سماجی مظہر مختلف عناصر اعداد وشمار پر اثر انداز ہوتے ہیں ساتھ ہی ساتھ یہ نہایت مشکل بلکہ ان عوامل کے اثرات کا الگ الگ مطالعہ کرنا ناممکن ہے۔

تعریف:

کوریلیشن کی مختلف ماہرین نے اپنے اپنے منفرد انداز میں تعریف کی ہے چند ماہرین کی تعریفات کو ذیل میں پیش کیا گیا ہے۔

1. W.I. King کے مطابق ''کوریلیشن کا مطلب اعداد وشمار کا دو سلسلوں یا گروہوں کے درمیان کچھ عارضی تعلق کا وجود ہے''۔
2. Ya Lun Chow نے کوریلیشن کی تعریف یوں کی ہے کہ ''کوریلیشن تجزیہ دو متغیرات کے درمیان تعلقات کی ڈگری کے تعین کی کوشش ہے''۔

3. Croxton and Cowder کے مطابق ''جب تعلق مقداری نوعیت کا ہو تعلق کی دریافت کاری اور پیمائش کے لئے موزوں شماریاتی آلہ اور اس کو مختصر اور جامع ضابطہ کوریلیشن کے طور پر جانا جاتا ہے''۔

4. Simpson and Kafka کے مطابق ''کوریلیشن تجزیہ دو یا زائد متغیرات کے درمیان ایک بندشِ خیالات جوڑ سے متعلق ہے''۔

5. A.M. Tuttle نے کوریلیشن کی تعریف یوں کی ہے ''کوریلیشن دو یا زائد متغیرات کے درمیان حسابی تعلق کا ایک تجزیہ ہے''۔

6. Tippet کے مطابق ''ہماری پیشن گوئی میں غیر یقینی کے حدود میں کمی کوریلیشن کا اثر ہے''۔ دو متغیرات کو، کوریلیٹیڈ اس وقت کہا جائے گا جبکہ ایک متغیر میں تبدیلی کے نتیجہ میں دوسرے متغیر میں بھی مشابہ / مماثل تبدیلی ہو۔ اس طرح کوریلیشن ایک شماریاتی آلہ ہے جو دو یا دو سے زیادہ متغیرات میں Correlation کے تجزیہ میں ہماری مدد کرتا ہے۔

مختلف سلسلوں کے درمیان تعلق سے متعلق تجزیہ کے مسئلہ کو تین اقدامات کی صورت میں دیکھا جائے گا۔

1. تعین کرنا کہ آیا تعلق موجود ہے اور اگر ایسا ہے تو پیمائش کرنا۔
2. ٹیسٹنگ کرنا کہ آیا یہ بامعنی ہے۔
3. کیا کوئی وجہ اور اثر کا تعلق قائم بھی ہے۔

اس باب میں صرف اول الذکر پہلو پر بحث ہوگی۔ دوسرے پہلو کے لئے باب "Test of Significance" کا حوالہ دیا جاسکتا ہے۔ تیسرے پہلو کے لئے تجزیہ ہوگا جو وجہ اور اثر تعلق قائم کرے گا اور اس کے ساتھ شماریاتی برتاؤ مشکل ہوگا۔ سگریٹ نوشی میں اضافہ اور پھیپھڑوں کے درمیان زیادہ اور نمایاں کوریلیشن ثابت نہیں کیا جاسکتا کہ سگریٹ نوشی کی وجہ سے پھیپھڑوں کا کینسر ہوتا ہے وجہ اور اثر تعلق کا ثبوت صرف اسی وقت سامنے آئے گا۔ جب کہ موثر عناصر کا جامع مطالعہ کیا جائے۔ یہ بھی نوٹ کیا جائے گا کہ دو شماریاتی متغیرات کے درمیان کچھ تعلق درکار رہوگا جو جوڑ میں مشاہدے سے جڑا ہوگا ہر جوڑ سے دو متغیرات کی قدر کے منجملہ ہر ایک کی قدر ہوگی عام طور پر جوڑ میں تعلق کسی بھی نوعیت کا ہوسکتا ہے جیسے وقت پر مشاہدات یا ایک مدت کے بعد یا مختلف جگہوں، مقامات یا ایک عرصہ کے بعد یا مختلف مقامات پر۔

قربت کے زاویہ کو محسوب کرنے کی بنیاد ریگریشن مساوات پر ہے۔ تاہم ریگریشن ایکویشن کے بغیر بھی کوریلیشن تجزیہ پیش کرنا ممکن ہے۔

17.4 ہم رشتگی کی ضرورت Need of Correlation

کسی بھی ترتیب کو ہم رشتگی ایک معنی عطا کرتی ہے۔ ہم رشتگی کا تجزیہ بنیادی تعلیمی نفسیاتی تحقیق کے لیے ضروری ہے۔ عام طور پر تمام نفسیاتی تحقیقات پر ہم رشتگی کا اطلاق ہوتا ہے۔ اس میں نفسیاتی اور تعلیمی جانچ کا انحصار، بھروسہ اور ہر ایٹم کے تجزیہ پر ہوتا ہے۔ بعض اوقات اعداد و شمار Hypothesis کے مطابق نہیں ہوتے۔ اس کی پیمائش اور جانچ بھی ہم رشتگی کی مناسبت سے کی جاتی ہے۔ ایک معلوم متغیر کی بنیاد پر دوسرے متغیر کی پیش قیاسی کی جاسکتی ہے۔ ہم رشتگی کی بنیاد پر نفسیاتی اور تعلیمی ماڈلس اور نظریات کو آگے بڑھایا جاسکتا ہے۔ اعداد و شمار کی یا متغیروں کی باریک بینی سے گروہ بندی کے لیے بھی ہم رشتگی کو استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ہمہ اختلافی شماریاتی ٹیسٹس جیسے فیکٹر اینالائیسس، ممیّز تجزیہ (Discriminant Analysis) کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ متغیرات کے ایکدوسرے پر اثرات سے الگ رکھنے کے لیے بھی ہم رشتگی کی

ضرورت ہوتی ہے۔

17.5 ہم رشتگی کے اقسام Types of Correlation

کوریلیشن کی مختلف انداز سے درجہ بندی کی جاسکتی ہے۔کوریلیشن کی درجہ بندی تین اہم طریقوں سے کی جاتی ہے۔(1) مثبت یا منفی (2) سادہ، جزوی اور بکثرت (3) خطی اور غیر خطی۔

1۔ مثبت یا منفی Positive and Negative

کوریلیشن مثبت یا منفی ہوسکتا ہے جب دو متغیرات کی قیمتیں ایک ہی سمت حرکت کررہی ہوں نتیجتاً ایک متغیرہ کی قیمت میں اضافہ دوسرے متغیرہ کی قیمت میں اضافہ سے منسلک ہو یا ایک متغیرہ کی قیمت میں کمی دوسرے متغیرہ کی قیمت میں کمی کی وجہ سے ہورہی ہوتو یہ مثبت کوریلیشن ہے اسکے برخلاف متغیرات کی قیمت میں تبدیلی، ایک دوسرے کے متضاد ہو یعنی ایک متغیرہ کی قیمت میں اضافہ ہورہا ہوتو دوسرے متغیرہ کی قیمت میں کمی واقع ہورہی ہوتب منفی کوریلیشن تصور کیا جائے گا۔کچھ اعداد وشمار ایسے ہیں جن کا کوریلیشن مثبت ہوتا ہے وہیں دوسرے اعداد وشمار کے لئے منفی بھی ہوتا ہے اس طرح قیمت اور رسد مثبت انداز میں ہم رشتہ ہیں جب قیمتوں میں اضافہ ہوتا ہے تو رسد میں بھی اضافہ ہوتا ہے اور جب قیمتوں میں کمی ہوتی ہے تو رسد میں بھی کمی ہوتی ہے۔عموماً قیمت اور طلب میں کوریلیشن منفی ہوتا ہے۔قیمتوں میں اضافہ طلب میں کمی واقع ہوتی ہے اور قیمتوں میں کمی سے طلب میں بھی اضافہ ہوتا ہے۔

مثبت کوریلیشن:

قیمت	10	15	20	25	40	30	20	10
رسد	100	110	115	130	150	140	115	100

منفی کوریلیشن:

قیمت	10	15	20	25
رسد	60	80	90	100

قیمت	25	20	15	10
رسد	60	80	90	100

مثبت کوریلیشن سلسلے کی چند مثالیں نیچے دی گئی ہیں:

1. قد اور وزن
2. خاندان کی آمدنی اور اشیائے تعیش پر خرچ
3. بارش کی مقدار اور فصل کی پیداوار
4. ایک شئے کی قیمت اور رسد

منفی کوریلیشن سلسلے کی چند مثالیں ذیل میں دی گئی ہیں:

1. ایک شئے کی طلب اور قیمت

2. ایک پرفیکٹ گیس کا حجم اور دباؤ

3. اون کے کپڑوں کی فروخت اور دن کا ٹمپریچر وغیرہ۔

2۔ **سادہ مرکب اور جزوی کوریلیشن :** سادہ کوریلیشن میں ہم صرف دو متغیرات کا مطالعہ کرتے ہیں جیسے قیمت اور طلب مرکب کوریلیشن میں ہم تین یا زیادہ عناصر کے درمیان تعلق کا مطالعہ کرتے ہیں۔ جیسے پیداوار، بارش اور کھاد کا استعمال۔ جزوی کوریلیشن میں اگرچیکہ دو عناصر سے زیادہ عناصر ہوتے ہیں لیکن کوریلیشن کا مطالعہ دو عناصر کے درمیان ہوتا ہے دیگر عناصر کو مستقل طور پر فرض کیا جائے گا۔

3۔ **خطی اور غیر خطی (کروی لائنر) کوریلیشن :** جب دو متغیرات کی قدروں میں تغیر برابر تناسب میں ہوں تب کوریلیشن کو خطی کہا جائے گا اگر ہر دفعہ قیمت میں 10% اضافہ ہوتب رسد میں بھی 20% اضافہ ہوگا۔ان دو متغیروں کے درمیان خطی تعلق پایا جاتا ہے۔ان میں تعلق کی قسم $Y = a + bx$ ہے۔ یہ خط مستقیم کی ایک مساوات ہے۔اگر مقابل دو ایسے سلسلوں کی قدروں کو گراف پیپر پر مرتسم کریں تو خط مستقیم حاصل کیا جا سکے۔تاہم معاشی اور سماجی ڈاٹا میں ایسا تعلق بہت نایاب ہوتا ہے۔ایسا عام طور پر سائنس میں پایا جاتا ہے۔معاشی اعداد وشمار میں دو متغیرات میں تبدیلی عموماً یکساں یعنی Constant نہیں ہوتی۔ایسی صورتوں میں دو متغیرات کے مقابل اعداد وشمار سے خط مستقیم حاصل نہ ہوگا کوریلیشن منحنی یا غیر خطی ہوگا۔ اس طرح خطی کوریلیشن وہ ہے جہاں متعلقہ متغیرات میں تغیرات کا تناسب مستقل (Constant) ہوگا۔اور غیر خطی وہ ہے جہاں یہ تناسب لچکدار ہوگا۔

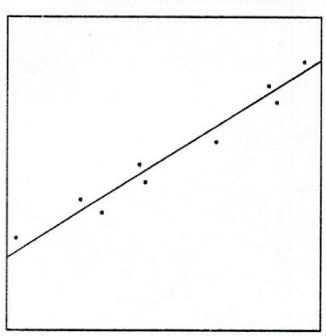
خطی کوریلیشن :

x	2	4	6	8	10
y	5	10	15	20	25

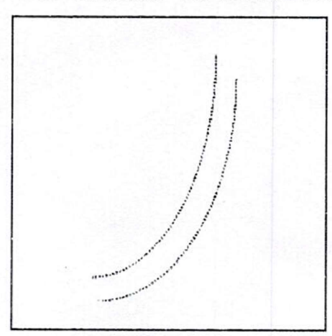
غیر خطی کوریلیشن :

x	2	4	6	8	10
y	5	8	12	15	25

Linear Correlation



Curvilinear Correlation



17.6 ہم رشتگی کے مطالعہ کے طریقے — Methods of Studying Correlation

کوریلیشن کے مطالعہ کے طریقے درج ذیل ہیں:

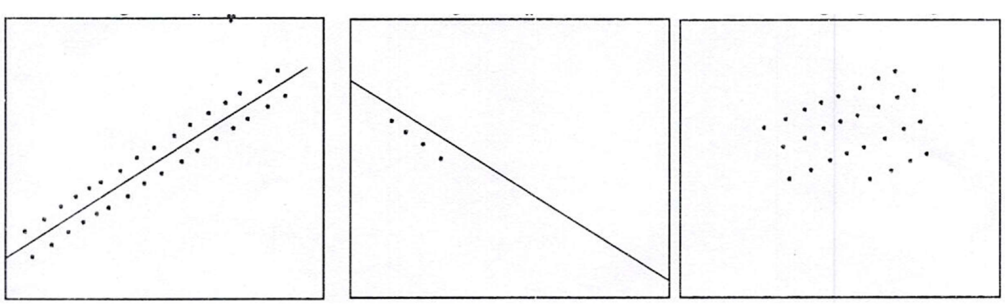
1. منتشر ڈایاگرام — Scattered Diagram
2. ہم رشتگی ترسیم — Correlation Graph
3. ہم رشتگی کا ضریب — Coefficient of Correlation
4. ہم رشتگی کے ضریب کے ذریعہ درجاتی تفریق — Coefficient of Correlation by Rank Differences
5. کانکرنٹ انحراف کا ضریب — Coefficient of Concurrent Deviation
6. اقل ترین مربعوں کا طریقہ — Method of Least Square

مذکورہ بالا سب طریقوں کے مجملہ پہلے دو طریقوں کی بنیاد ڈایاگرام اور گراف پر ہے جب کہ دیگر حسابی طریقوں پر مبنی ہے۔ان طریقوں پر ذیل میں تفصیلی بحث کی گئی ہے۔

1۔ منتشر ڈایاگرام(Scattered Diagram):

دو یا زیادہ متغیروں کے درمیان تعلق کے بارے میں ایک ڈایاگرام اور ترسیم (گراف) کھینچا جاسکتا ہے تا کہ اس کے بارے میں ایک خیال رتاثر رکھا جائے۔فرض کریں کہ ڈاٹا میں ہر ایک ایٹم کے لئے ایک قدر رقیمت دو متغیروں x اور y کے لئے ہو۔مثال کے طور پر اگر 100 افراد کے قد اور وزن کی پیائش کریں تب ہر فرد کے لئے ایک قدر رقیمت ہوگی یعنی قد اور وزن کے لئے اگر قد کی نمائندگی x اور وزن کے لئے y اور اگر مزید متغیر x کو افقی پیانے پر اور y کو عمودی پیانے پر مرتسم کیا جائے تب یہ اس بات کی نشاندہی کریں گے کہ افقی پیانے پر قد اور عمودی پیانے پر وزن ہے۔اس طرح 100 افراد سے متعلق ڈاٹا کو 100 پوائنٹس کی صورت میں مرتسم کیا جاسکتا ہے اس رجحان کو اوپری یا نیچے کی طرف دو متغیرات کو کوریلیٹ کیا جاسکتا ہے اگر ان مرتسم کردہ نکات کوئی رجحان نہ بتائے تب یہ کہا جاسکتا ہے متغیرات کوریلیٹڈ نہیں ہیں۔اگر پوائنٹس کا رجحان بنیاد سے اوپر سیدھی جانب بڑھ رہا ہوتو ہم کوریلیشن کو پازیٹیو (Positive) تصور کریں گے۔ دوسری طرف رجحان برعکس پایا جائے اور پوائنٹس بائیں طرف سے دائیں جانب کی بنیاد سے اوپر کی جانب بائیں جانب بنیاد تک کو منفی کوریلیشن منفی تصور ہوگا۔ درج ذیل Scatter ڈایاگرامس میں ان نکات کی مزید وضاحت کی جائے گی۔

پازیٹیو کوریلیشن — نیگیٹیو کوریلیشن — کوئی کوریلیشن نہیں



شکل نمبر 1 — شکل نمبر 2 — شکل نمبر 3

مذکورہ بالا دیئے گئے تین اشکال اسکیاٹر ڈیا گرامس ہیں۔ یہ مختلف بکھرے پوائنٹس کی نشاندہی کرتے ہیں۔ یہ پوائنٹس نکات کسی حسابی تعلق سے جڑے نہیں ہیں۔ یہ صرف اعداد کا رجحان بتاتے ہیں۔شکل نمبر 1 پازیٹو کوریلیشن کی نشاندہی کرتے ہیں جیسا کہ بتایا گیا ہے۔ دونوں متغیرات کی قیمتیں ایک ہی سمت میں حرکت کر رہی ہیں۔شکل نمبر 2 نیگیٹو کوریلیشن کی نشاندہی کرتے ہیں جیسا کہ دو متغیرات ایک دوسرے کے برعکس حرکت کر رہے ہیں۔شکل نمبر 3 میں کوئی رجحان نہیں ہے۔اور یہ بتایا گیا ہے کہ ان کے دو متغیرات کے درمیان کوئی کوریلیشن نہیں ہے۔

مذکورہ بالا قسم کے اعداد وشمار کے لئے Line of best fit ہونا ممکن ہے بشرطیکہ یہ اقل ترین ربعات (Method of least squares) سے کھینچا جائے۔دو متغیرات کے تغیر سے یہ حسابی تعلق قائم کریں گے۔ Line of best fit کا فائدہ یہ ہوگا کہ اس سے ایک متغیر کی قیمت دے دی جائے گی۔تب دوسرے متغیر کی قدر کا تخمینہ ممکن ہے۔تاہم اس کے برعکس ایسا خط حسب منشا (Freehand Method) کے طریقے سے بھی کھینچا جاسکتا ہے لیکن ایسا کھینچنا قدرے مشکل ہے۔خط کے لئے ایک بہترین ممکنہ پوزیشن کی نشاندہی کے لئے مرتسم نکات پر ایک دھاگہ کا ٹکڑا کھینچا جاسکتا ہے۔

منتشر ڈیاگرام کے فائدے اور نقصانات:

فائدے:

منتشر ڈیاگرام کے فائدے درج ذیل ہیں

1. منتشر ڈیاگرام کا کھینچنا نہایت آسان ہے۔
2. اس کو بآسانی سمجھا جاسکتا ہے اور تشریح کی جاسکتی ہے۔
3. انتہائی مدات کی قدریں اس طریقہ پر اثر انداز نہیں ہوسکتی ایسے نکات ڈیاگرام میں ہمیشہ الگ ہوتے ہیں۔
4. دو متغیرات کے درمیان تعلق کی تحقیق کے لئے منتشر ڈیاگرام بنانا اکثر پہلا قدم ہوتا ہے۔

نقصانات:

منتشر ڈیاگرام کے نقصانات درج ذیل ہیں

1. یہ طریقہ دو متغیرات کے تعلق کی صرف بصری تصویر دیتا ہے۔
2. یہ طریقہ متغیرات کے درمیان کوریلیشن ہے یا نہیں ظاہر کرتا ہے اگر ایسا ہے تو پازیٹو یا نیگیٹو سمت بتانے کا باعث ہوتا ہے۔
3. یہ تصور، متغیرات کے تعلق سے متعلق صحیح زاویہ نظر نہیں دیتا جس کی وجہ سے یہ طریقہ کسی حد تک ہماری مدد کرنے سے معذور ہے۔

2۔ کوریلیشن گراف:

دو سلسلوں کے درمیان کوریلیشن کے مطالعہ کے لئے بھی گرافس استعمال کئے جاسکتے ہیں۔گرافس اس بات کا انکشاف کرتے ہیں کہ دو متغیرات کے درمیان کوئی تعلق ہے یا نہیں۔اور اگر ہو تو کیا پوزیٹو ہے یا نیگیٹو۔اگر گراف میں دو قوسین دو متغیرات کی نمائندگی کرتی ہوں اور ایک جیسے رجحان کو بتا رہی ہوں تب یہ پوزیٹو کوریلیشن ہونے کی طرف اشارہ ہے۔اگر اس کے برخلاف دو قوسین مختلف سمتوں میں حرکت کرے تب کوریلیشن

منفی ہے۔

فائدے:

1 یہ طریقہ دو متغیرات کے درمیان تعلق کو بتاتا ہے۔

2. غیر خطی پیٹرن کو بتانے کا یہ ایک بہترین طریقہ ہے۔

3. ڈاٹا کے بہاؤ کی حد یعنی اعظم ترین اور اقل ترین قدر کا بآسانی تعین کیا جاسکتا ہے۔

4. مشاہدہ اور اس کا مطالعہ راست طور پر ہوسکتا ہے۔

17.7 اکتسابی نتائج Learning Out Comes

عملی طور پر ہم ایسے کئی بے شمار مسائل کا سامنا کرتے ہیں جس میں دو یا زاید متغیرات کا استعمال ہوتا ہے۔ اگر دو مقداریں کچھ اس انداز میں حرکت کر رہی ہوں کہ ایک مقدار کی حرکت دوسری مقدار کے برابر ہوں یا کچھ فرق نہ ہو تب یہ مقداریں ہم آہنگ ہوں گی۔ ہم رشتگی کی پیائش کو ہم رشتگی کا ضریب یا ہم رشتگی اعشاریہ کہتے ہیں۔ متغیرات کے درمیان ہم رشتگی کی نشاندہی کرتی ہے کہ ایک متغیر کی قدر میں تبدیلی ہو رہی ہو تب دوسرا متغیروں کے درمیان کے تجزیہ میں ہماری مدد کرتا ہے۔

تعریف: W.I King کے مطابق کوریلیشن کا مطلب اعداد و شمار کا دو سلسلوں یا گروہوں کے درمیان کچھ عارضی تعلق ہے۔

ہم رشتگی کے اقسام: مثبت یا منفی، سادہ مرکب اور کوریلیشن اور خطی اور غیر خطی کوریلیشن شامل ہیں۔

ہم رشتگی کے مطالعہ کے طریقوں میں منتشر ڈیاگرام، ہم رشتگی ترسیم، ہم رشتگی کا ضریب، ہم رشتگی کے ضریب کے ذریعہ درجاتی تفریق، کانکرنٹ انحراف کا ضریب اور اقل ترین مربعوں کا طریقہ شامل ہیں۔

ہم رشتگی کے ضریب کی تحسیب دو متغیروں کے درمیان تعلق کے حدود کے مطالعہ کے لیے کی جاتی ہے۔

17.8 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ ہم رشتگی Correlation : زیر مطالعہ دو متغیروں کے درمیان تعلق کو ہم رشتگی کہتے ہیں۔

2۔ مثبت ہم رشتگی Positive Correlation : جب دو متغیرات کی قیمتیں ایک ہی سمت حرکت کر رہی ہوں تو یہ مثبت ہم رشتگی ہے۔

3۔ منفی ہم رشتگی Negative Correlation : متغیرات کی قیمت میں تبدیلی ایک دوسرے کے متضاد ہو تو منفی کوریلیشن ہے۔

4۔ خطی ہم رشتگی Linear Correlation : جب دو متغیرات کی قدروں میں تغیر برابر تناسب میں ہوں تب ہم رشتگی کو خطی ہم رشتگی کہتے ہیں۔

5۔ غیر خطی ہم رشتگی Non-Linear Correlation : دو متغیرات میں تبدیلی عام طور پر یکساں نہیں ہوتی اس کو غیر خطی ہم رشتگی کہتے ہیں۔

17.9 نمونہ امتحانی سوالات

A. معروضی سوالات

1. ہم رشتگی کی پیائش کو __________ کہتے ہیں۔ (ہم رشتگی کا ضریب)
2. شئے کی قیمتوں میں اضافہ سے فروخت کی مقدار __________ ہے۔ (گھٹتی جاتی)
3. قربت کے زاویہ کو محسوب کرنے کی بنیاد __________ مساوات پر ہے۔ (ریگریشن)
4. __________ مثبت یا منفی ہوسکتا ہے۔ (کوریلیشن)
5. دو متغیرات کی قدروں میں تغیر __________ میں ہوتو خطی کوریلیشن کہتے ہیں۔ (برابر تناسب)
6. دو متغیرات میں تبدیلی یکساں نہیں ہوتی۔ (صحیح/غلط)
7. دو یا زیادہ متغیروں کے درمیان تعلق ظاہر کرنے کے لیے ترسیم کھینچی جاسکتی ہے۔ (صحیح/غلط)
8. منتشر ڈیاگرام کا کھینچنا نہایت آسان ہے۔ (صحیح/غلط)
9. منتشر ڈیاگرام کا طریقہ دو متغیرات بصری تصویر نہیں دیتا۔ (صحیح/غلط)
10. 1+ پرفیکٹ کوریلیشن کو ظاہر نہیں کرتا۔ (صحیح/غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1. ہم رشتگی کسے کہتے ہیں؟
2. منفی ہم رشتگی کیا ہے؟
3. مثبت ہم رشتگی کیا ہے؟
4. سادہ ہم رشتگی سے کیا مراد ہے۔
5. خطی ہم رشتگی کا کیا مطلب ہے۔
6. منتشر ڈیاگرام کیا ہے؟
7. ہم رشتگی کے ضریب کا کیا مطلب ہے۔

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1. ہم رشتگی کی تعریف کیجیے اور اس کی افادیت بتائیے۔
2. ہم رشتگی اور عناد تحریک سمجھائیے۔
3. ہم رشتگی کے اقسام کی وضاحت کیجیے۔
4. ہم رشتگی کے مطالعہ کے طریقوں پر بحث کیجیے۔

.5 منتشر ڈیاگرام کیا ہے؟ اس کے فائدے اور نقصانات پر تفصیل سے لکھیے۔

.6 ہم رشتگی کے ضریب کو سمجھائیے۔

17.10 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statisitcs : Gupta S.C

2. Statistics : Gupta B.N

3 Business Statistics : J K Sharma

4. Business Statistics : C R Reddy

5 Business Statistics : R. S Bharadwaj

اکائی 18 کوریلیشن کے ضریب کی تحسیب
Calculation of Coefficient of Correlation

Sturcture Unit	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	18.0
Objectives	مقاصد	18.1
Nature of Coefficient of Correlation	کارل پیرسن کے ضابطہ کی نوعیت	18.2
Changes in Parameter of Calculation of Correlation	کوریلیشن کی تحسیب کے پیمانے میں تبدیلی	18.3
Linear relation of Coefficient of Correlation	کوریلیشن کے ضریب کا خطی تعلق ہے	18.4
Assumptions of Pearson's Coefficient of Correlation	پیرسن کے کوریلیشن کے مفروضات	18.5
Interpretation of Coefficient of Correlation	کوریلیشن کے ضریب کی تشریح	18.6
Coefficient of Correlation and Probable Error	کوریلیشن کا ضریب اوراحتمالی خطا	18.7
Coefficient of Determination	تعین کا ضریب	18.8
Calculation of Coefficient of Correlation with Least Square's Method	کوریلیشن کے ضریب کی اقل ترین مربعوں کے طریقے سے تحسیب	18.9
Learning Outcomes	اکتسابی نتائج	18.10
Key Words	کلیدی الفاظ	18.11
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	18.12
Reference Books	تجویز کردہ کتب	18.13

18.0 تمہید Introduction

عزیز طلباء!

جیسا کہ آپ جانتے ہیں کہ جہاں ہم دو یا زاید متغیرات کا استعمال کرتے وقت کئی مسائل کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ اس لیے دو متغیرات کے درمیان تعلق کے دایرہ کی پیائش ہم رشتگی کے تجزیہ کے ذریعہ ہوتی ہے۔ اسی کو ہم تفصیل سے اس اکائی میں عملی معلومات حاصل کریں گے۔

استعمالات (Uses)

ہم رشتگی کا ضریب بیانی شماریات (Descriptive Statistic) ہے۔ اعداد وشمار کے بارے میں کسی تشریح کے بغیر اعداد وشمار کا خلاصہ نمونہ (Sample) ہے۔ ہم رشتگی کا ضریب ایک Bivariate Statistic (دو متغیرہ) ہے۔ جبکہ یہ دو متغیرات کے درمیان تعلق کو خلاصہ کی شکل دیتی ہے اور ہمارے پاس دو متغیرات سے زیادہ ہو تو اس صورتحال کو Multivariate Statistic (کثیر متغیرہ) کہتے ہیں۔ اس کی مدد سے ہم تقابلی نتائج بھی حاصل کر سکتے ہیں۔ جس سے ہم عملی اہمیت کے حامل نتائج بھی حاصل کر سکتے ہیں۔ ہم رشتگی پر مبنی تحقیق میں ہم ایک متغیر کی تبدیلی دوسرے متغیرات کی تبدیلی سے جڑی ہے کہ نہیں معلوم کرتے ہیں۔ اعداد وشمار کی جمع بندی کے بعد 'x' محور پر ایک متغیر کو مرتسم کریں اور دوسرے متغیر کو 'y' محور پر مرتسم کریں تو منتشر ترسیم (Scatter Plot) دیکھائی دیتی ہے۔ اب آپ اس کی ترکیب کا مشاہدہ کر کے خطی اور غیر خطی تعلق کا فیصلہ کر سکتے ہیں۔

18.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- کوریلیشن کے ضریب کے معنی ومفہوم کو سمجھ سکیں
- ہم رشتگی کے ضریب کی نوعیت کو واضح کر سکیں
- ہم رشتگی کے ضریب کی راست اور شارٹ کٹ طریقہ سے سوالات حل کر سکیں
- ہم رشتگی کے ضریب کے خطی اور غیر خطی تعلق کو سمجھ سکیں
- ہم رشتگی کے استعمالات کی توضیح کر سکیں
- پیرسن کے ضریب کی خامیوں اور خوبیوں سے آشنا ہو سکیں
- احتمالی خطا کی تحسیب کر سکیں

18.2 کارل پیرسن کے ضابطہ کی نوعیت

Nature of Coefficient of Correlation

کارل پیرسن (1867-1936) برطانیہ کا رہنے والا تھا۔ وہ ایک ماہر حیاتیات اور ماہر شماریات تھا۔ اس نے کوریلیشن کے ضریب کا ضابطہ دیا۔ کوریلیشن کی پیائش کے کئی حسابی طریقے ہیں۔ ان میں سے ایک کو کارل پیرسن کا طریقہ بھی ہے۔ یہ طریقہ Pearson's Coefficient of Correlation کے نام سے مشہور ہے اس ضابطہ کو بہت زیادہ استعمال کیا جاتا ہے۔ پیرسن کے کوریلیشن کے ضریب کو "r" علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ کارل پیرسن کے مطابق دو متغیرات کے کوریلیشن کے ضریب کو دو سلسلوں کے مختلف ائٹمس کے مقابل اعداد کے اوسط حسابیہ سے لئے گئے

انحراف کے حاصل ضرب کے مجموعہ کو معیاری انحراف اور زیر مشاہدہ جوڑ کی تعداد سے تقسیم کرکے حاصل کیا جاتا ہے۔اس طرح اگر x_1, x_2, x_3 .... x_n پہلے متغیرہ کے مختلف آئٹمس کے اوسط حسابیہ کے انحراف ہوں اور y_1, y_2, y_3 .... y_n دوسرے مقابل متغیرہ کے اوسط حسابیہ کے انحراف ہوں ان مقابل انحراف کے حاصل ضرب کا مجموعہ $\sum xy$ ہوگا۔اگر دو متغیروں کے معیاری انحراف بالترتیب $\sigma_1\sigma_2$ ہوں اور اگر 'n' زیر مشاہدہ جوڑ کی تعداد ہو تب r (کوریلیشن کا ضریب) یوں ہوگا

$$r = \frac{\sum xy}{n\sigma_1\sigma_2}$$

مذکورہ بالا ضابطے سے یہ بات واضح ہے کہ اگر $\sum xy$ مثبت (پازیٹو) ہو تب کوریلیشن کا ضریب بھی پازیٹو ہوگا جو دونوں سلسلوں کے کوریلیشن کے مثبت ہونے کی نشاندہی کرے گا۔اس کے برخلاف اگر $\sum xy$ نیگیٹو (منفی) ہو تب کوریلیشن کا ضریب بھی منفی ہوگا دونوں سلسلوں کے درمیان کوریلیشن کے نیگیٹو ہونے کی نشاندہی کرے گا۔عام طور پر اگر ایک سلسلے کے پازیٹو اور نیگیٹو انحراف دوسرے سلسلے کے پازیٹو اور نیگیٹو سے بھی جڑے ہوں تب $\sum xy$ پازیٹو ہوگا۔عام طور پر اگر ایک سلسلے کے پازیٹو انحراف دوسرے متغیرہ کے نیگیٹو انحراف سے جڑے ہوں یا برعکس ہوں تب $\sum xy$ کی قدر نگیٹو ہوگی۔اگر ایک متغیرہ کے پازیٹو اور نیگیٹو دوسرے متغیرہ کے انحراف سے بے نیازی/طور پر جڑے ہوں تب $\sum xy$ صفر ہوگا یا اس کے قریب ہوگا اور اس بات کی نشاندہی کرے گا کہ دو سلسلوں کے درمیان کوئی کوریلیشن نہیں ہے۔کوریلیشن کے ضریب کی قدر ہمیشہ 1+ اور 1- کے درمیان ہوگی۔یہ ایک سے زیادہ بھی ہوسکتا۔

کارل پیرسن کا مذکورہ بالا ضابطہ دونوں سلسلوں کے درمیان Covariance کے مطالعہ کی بنیاد پر وضع کیا گیا ہے۔دونوں سلسلوں کے درمیان Covariance کو یوں لکھا جاتا ہے۔

$$\text{Covariance } = \frac{\sum xy}{x}$$

جہاں x اور y دونوں سلسلوں کے اوسط حسابیہ سے انحراف سے متعلق ہیں کوریلیشن کا مطالعہ کرنے کے لئے دو سلسلوں کے Covariance کو ان کے معیاری انحراف کے حاصل ضرب سے تقسیم کیا گیا ہے لہٰذا

$$r = \frac{\text{Covariance of the two Series}}{\sqrt{(\text{Variance of Series 1})\ (\text{Variance of Series 2})}}$$

$$= \frac{\text{Covariance}}{\sigma_1 \times \sigma_2}$$

$$= \frac{\sum xy}{n\sigma_1\sigma_2}$$

اس فارمولے کو Product Moment formula of Coefficient of Correlation کے طور پر جانا جاتا ہے۔

راست طریقہ Direct Method

اس طریقہ میں شامل اقدامات درج ذیل ہوں گے:

1. دونوں سلسلوں کے اوسط حسابیہ (Arithmatic Mean) کو دریافت کریں۔ $(\overline{x_1}\overline{y_2})$

2. سلسلے کے ہر ایک ایٹم کے لئے اس کے اوسط حسابیہ سے انحراف دریافت کریں (x اور y)۔

یہاں $x = (x-\bar{x})$ اور $y = (y-\bar{y})$

3. ان انحراف کا مربع معلوم کر کے جمع کریں۔ $(\sum x^2, \sum y^2)$

4. دونوں سلسلوں کے متعلقہ انحرافی اعداد کو ضرب دے کر جمع کریں۔ $(\sum xy)$

5. مذکورہ بالا قیمتوں کو درج ذیل فارمولے کے مطابق لکھ کر مختصر کریں۔

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} \quad \text{یا} \quad r = \frac{\sum xy}{\sqrt[n]{\frac{\sum x^2}{n}} \times \sqrt[n]{\frac{\sum y^2}{n}}} = \frac{\sum xy}{n\sigma_1\sigma_2}$$

تمثیل 1: درج ذیل دس فرمس کے فروخت اور اشتہار کاری کے مصارف کے درمیان کوریلیشن کا ضریب دریافت کیجئے (اعداد 000 میں)

فرمس	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
فروخت	50	50	55	60	65	65	65	60	60	50
اشتہار کاری اخراجات	11	13	14	16	16	15	15	14	13	13

Calculation of Coefficient of Correlation

Sales	Deviation from Mean 58	Deviation Square	اشتہاری اخراجات	Deviation from Mean 14	Devaition Square	Product of deviation, xy
50	-8	64	11	-3	9	24
50	-8	64	13	-1	1	8
55	-3	9	14	0	0	0
60	+2	4	16	+2	4	4
65	+7	49	16	+2	4	14
65	+7	49	15	+1	1	7
65	+7	49	15	+1	1	7
60	+2	4	14	0	0	0
60	+2	4	13	-1	1	-2
50	-8	64	13	-1	1	8
$\sum x$ 580 $\sum x = \frac{580}{10} = 58$	-27 $+27 = 0$ $\sum x$	$\sum x^2 = 360$	$\sum y$ 140 $\bar{y}\frac{140}{12} = 14$	$+6$ 0 $-6 \sum y$	$\sum y^2 = 22$	$\sum xy = 70$

$$\text{Mean of } x = \frac{\sum x}{n} = \frac{580}{10} = 58$$

$$y = \frac{\sum y}{n} = \frac{140}{10} = 14$$

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} = \frac{+70}{\sqrt{360 \times 22}} = \frac{70}{\sqrt{7920}}$$

$$= \frac{+70}{88.9943818}$$

$$= +0.7865$$

تمثیل 2: نیچے پیکنگ کی لاگت اور فروخت کے دیئے گئے اعداد کے مطابق کارل پیرسن کے کوریلیشن کے ضریب کی تحسیب کیجئے۔

پیکنگ کی لاگت (000روپیوں میں)	39	65	62	90	82	75	25	98	36	78
فروخت (لاکھوں میں)	47	53	58	86	62	68	60	91	51	84

Calculation of Coefficient of Correlation

پیکنگ کی لاگت (000'روپیوں میں)	Deviation from Mean (65)	Square of Deviation	Sales (in lakh)	Deviation from Mean (65)	Square of Deviation	Product of Deviatious
39	-26	676	47	-19	361	+494
65	+0	0	53	-13	169	0
62	-3	9	58	-8	64	+24
90	+25	625	86	+20	400	500
82	+17	289	62	-4	16	-68
75	+10	100	68	+2	4	+20
25	-40	1600	60	-6	36	+240
98	+33	1089	91	+25	625	+825
36	-29	841	51	-15	225	+435
78	+13	169	84	+18	224	+234
$\sum x = 650$ $x = 10$	$\sum x = 0$	$\sum x^2 = 5398$	$\sum y = 660$ $x \sum 10$	$\sum y = 0$	$\sum y^2 =$ 2224	$\sum xy = 2704$

$$\text{Mean of Series } (x) = \frac{\sum x}{n} = \frac{650}{10} = 65$$

$$(y) = \frac{\sum y}{n} = \frac{660}{10} = 66$$

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} = \frac{2704}{\sqrt{(65)^2 (66)^2}} \frac{2704}{\sqrt{5398 \times 2224}} = \frac{2704}{\sqrt{123005152}} = \frac{2704}{3462.84516}$$

$$= 0.78086$$

تمثیل 3: درج ذیل نتائج دو سلسلوں کے درمیان ان کے اوسط حسابیہ سے حاصل کئے گئے ہیں کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجئے۔

	سلسلہ 'y'	سلسلہ 'y'
ایٹمس کی تعداد	7	7
اوسط حسابیہ	4	8

اوسط حسابیہ سے انحرافی اعداد کے مربعوں کا مجموعہ 28 76

متعلقہ اوسط حسابیہ سلسلہ x اور y کے حاصل ضرب کا مجموعہ __ 46

حل: دیا گیا ہے کہ:

$$x = 7, \bar{X} = 4, \bar{y} = 8, \sum x^2 = 28 \sum y^2 = 76 \sum xy = 46$$

کارل پیرسن کی کوریلیشن کا ضریب یا

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} = \frac{46}{\sqrt{28 \times 76}}$$

$$= \frac{46}{\sqrt{2128}} = \frac{46}{46.1302504}$$

$$= 0.997$$

تمثل 4: درج ذیل نتائج سے کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجئے

$$x = 10 \quad \sum x = 100 \quad \sum y = 150$$

$$\sum (x-10)^2 = 180 \quad \sum (y-15)^2 = 215$$

$$\sum (x-10)(y-15) = 60$$

$$\sum (x-10)^2, 180, \sum (y-15)^2 = 215$$

$$\sum (x-10)(y-15) = 60$$

Mean of the first Series or $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{100}{10} = 10$

Second source or $\bar{y} = \frac{\sum x}{n} = \frac{150}{10} = 15$

$$\sum (x-10) = Sum$$

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} = \frac{60}{\sqrt{180 \times 215}} = \frac{60}{196,7213156}$$

$$= +\ 0.305$$

تمثیل 5: نیچے دیے گئے اعداد و شمار سے ایٹمس کی تعداد 'n' دریافت کیجئے۔

$$r = +0.5 \sum xy = 120, \sigma_y = 8, \sum x^2 = 90$$

جہاں x اور y انحراف اور حسابیہ سے لئے گئے ہیں۔

حل: دیا گیا ہے $r = +0.5 \sum xy = 120, \sigma_y = 8, \sum x^2 = 90$

$$Now\ \sigma_x^2 = \frac{\sum x^2}{n} = \frac{90}{n}$$

$$r = \frac{\sum xy}{n\sigma_x \times \sigma_y} or\ r^2 = (0.5)^2 = 0.25$$

$$0.25 = \frac{(120)^2}{n^2 \times \left(\frac{90}{n}\right) \times 64} = \frac{14400}{n \times 90 \times 64} = \frac{14400}{5760n} = \frac{2.5}{n}$$

$$\frac{0.25}{100} \times \frac{2.5}{n} = 25n = 2.5 + 100$$

$$25n = 250 = n = \frac{250}{25} = 10$$

2. راست طریقہ(Direct method):

کوریلیشن کے ضریب کی تحسیب سلسلوں کے مختلف اعداد رقیمتوں کے اوسط حسابیہ رمفروضہ حسابیہ کے انحراف کے بغیر کی جاسکتی ہے۔ اسکے لئے درج ذیل فارمولہ استعمال کیا جاتا ہے۔

$$r = \frac{N\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{N\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{N\sum y^2 - (\sum y)^2}}\ or$$

تمثیل6: درج ذیل اعداد وشمار سے کارل پیرسن کے کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجئے اوراس کی قیمت کی تشریح کیجیے۔

طلباء کا رول نمبر	1	2	3	4	5	
اکاؤنٹنسی میں نشانات	48	35	17	23	47	= 170 ÷ 5 = 34
شماریات میں نشانات	45	20	40	25	45	= 175 ÷ 5 = 35

x	x^2	r	r^2	xy
48	2304	45	2025	2,160
35	1225	20	400	700
17	289	40	1600	680
23	529	25	625	575
47	2209	45	2025	2115
170	6556	175	6,675	6,230

$$N=5, \quad \sum xy = 6230, \sum x = 170$$
$$\sum xy = 175, \sum x^2 = 6556, \sum y^2 = 6230$$

$$r = \frac{N\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{N\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{N\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{5\times 6230 - (170*175)}{\sqrt{5\times 6556 - (170)^2}\sqrt{5\times 6675 - (175)^2}}$$

$$= \frac{5\times 6230 - (170*175)}{\sqrt{5\times 6556 - (170)^2}\sqrt{5\times 6675 - (175)^2}} = \frac{31,150 - 29,750}{\sqrt{32,780 - 28,900}\sqrt{33,375 - 30,625}}$$

$$= \frac{1400}{\sqrt{3880}\sqrt{2750}}$$

$$= \frac{1400}{62.289646\times 52.4404424}$$

$$= \frac{1400}{3266.49659}$$

$$= 0.42859$$

تمثیل 7: نیچے دئے گئے اعداد سے راست طریقہ سے کوریلیشن کا ضرب تحسیب کیجئے۔

x :	12	9	8	10	11	13	7
y :	14	8	6	9	11	12	3

x	x^2	y^1	y^2	xy
12	144	14	196	168
9	81	8	64	72
8	64	6	36	48
10	100	9	81	90
11	121	11	121	121
13	169	12	144	156
7	49	3	9	21
70	728	63	651	676

$$r = \frac{N\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{N\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{N\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{7\times 676 - 70\times 63}{\sqrt{7428 - (70)^2}\sqrt{7\times 651 - (63)^2}} = \frac{4732 - 4410}{\sqrt{5096 - 4900}\sqrt{4557 - 3969}}$$

$$= \frac{4732 - 4410}{\sqrt{5096 - 4900}\sqrt{4557 - 3969}}$$

$$= \frac{322}{\sqrt{196}\sqrt{588}}$$
$$= \frac{322}{14 \times 24.2487113}$$
$$= \frac{322}{339.481958}$$
$$= 0.9485$$

تمثیل8: x اور y کی قیمتیں نیچے دی گئی ہیں ان کے درمیان کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجیے۔

x :	65	66	67	67	68	69	70	72
y :	67	68	65	68	72	72	69	71

x	y	$x2$	$y2$	(xy)
65	67	4225	4489	4355
66	68	4356	4624	4488
67	65	4489	4225	4355
67	68	4489	4624	4556
68	72	4624	5184	4896
69	72	4761	5184	4968
70	69	4900	4761	4830
72	71	5184	5041	5112
544	552	3,7028	3,8132	3,7560

$$r = \frac{N\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{N\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{N\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$
$$= \frac{37560 - 544 \times 552}{\sqrt{8 \times 37560 - (544)^2}\sqrt{8 \times 38132 - (552)^2}}$$
$$= \frac{3,00,480 - 300288}{\sqrt{296224 - 295936}\sqrt{305056 - 304704}}$$
$$= \frac{192}{\sqrt{288}\sqrt{352}}$$
$$= \frac{192}{16.9705627 \times 18.761663}$$
$$= \frac{192}{318.395978} = 0.6030$$

شارٹ کٹ طریقے Shortcut Methods (مفروضہ اوسط حسابیہ یا مبدے کی تبدیلی کے استعمال سے)

راست طریقے میں کوریلیشن کے ضریب کی تحسیب کاری میں دونوں سلسلوں کے حقیقی اوسط حسابیہ کی تحسیب کرنا ہوتا ہے اور ان اوسط حسابیہ سے دوسلسلوں کے مختلف ایٹمس سے انحرافی اعداد کو معلوم کیا جاتا ہے۔ اگر سلسلہ کا اوسط حسابیہ اعشاریہ میں ہو جیسے 80.5 یا 94.08 میں ہو

تب انحرافی اعداد کی تحسیب مشقت طلب اور تکلیف دہ ہوجاتی ہے اور یہ کام ذہنی تھکان کا باعث ہوتا ہے کیونکہ جب اعداد اعشاریہ میں ہوں تب انحراف کی تحسیب اور x^2، y^2 اور xy کی تحسیب اکتانے والا کام ہوجاتا ہے۔ایسی صورت میں یہ مشورہ دیا جاتا ہے کہ اوسط حسابیہ کو فرض کریں اور ضابطہ (فارمولے) میں تبدیلی لائی جس کی وجہ سے انحراف کے معلوم کرنے کا عمل نہایت آسان ہوجاتا ہے۔فارمولے میں ضروری تبدیلی کے بعد اس کی اصلیت تبدیل ہوتی ہے اور نہ ہی کوریلیشن کے ضریب کی قیمت پر کوئی فرق واقع ہوتا ہے۔ r کی قدر بھی اتنی ہی ہوگی جتنی کہ حقیقی اوسط حسابیہ کے استعمال سے ہوا کرتی تھی۔

حقیقی اوسط حسابیہ کے عدم استعمال کی صورت میں فارمولہ (ضابطہ) درج ذیل ہوگا۔

$$r = \frac{\sum dxdy - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{n}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{n}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{n}}} ....(1)$$

جہاں $\sum dx$ اور $\sum dy$ بالترتیب مفروضہ اوسط حسابیہ سے سلسلہ x اور y کے لئے انحرافی اعداد معلوم کئے جائیں گے۔

$\sum dx^2$ اور $\sum dy^2$ بالترتیب x اور y مربعوں کا مجموعہ ہے۔

$\sum dxdy$ مفروضہ اوسط حسابیہ سے x اور y کے مقابل انحراف کے حاصل ضرب کا مجموعہ ہے۔مذکورہ بالا فارمولہ یوں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$r = \frac{\sum dxdy - n\left(\frac{\sum dx}{n}\right)\left(\frac{\sum dy}{n}\right)}{n\sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \frac{(\sum dx)^2}{n}}\sqrt{\sum dy^2 - \left(\frac{\sum dy^2}{n}\right)}} ....(2)$$

یا یوں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

$$r = \frac{\sum dxdy - (\sum dx)(\sum dy)}{\sqrt{(n\sum dx^2 - (\sum dx)^2}\sqrt{n\sum dy^2 - (\sum dy)^2}} ....(3)$$

مذکورہ بالا تمام ضابطوں کے استعمال کی صورت میں r کی قیمت میں کوئی فرق واقع نہ ہوگا۔

اقدامات

(i) x اور y سلسلوں میں کسی ایک عدد کو اوسط حسابیہ فرض کریں۔

(ii) مفروضہ اوسط حسابیہ سے x اور سلسلہ سے انحرافی اعداد معلوم کریں تب ہمیں dx اور dy حاصل ہوگا۔

(iii) dx اور dy کا مربع بنائیں اور ان مربع اعداد کا مجموعہ $\sum dx^2$ اور $\sum dy^2$ معلوم کریں۔

(iv) x اور y سلسلوں کے مقابل انحرافی اعداد کو ایک دوسرے سے ضرب دیں۔ (dx اور dy) اور حاصل ضرب کا مجموعہ $\sum dxdy$ کے حصول کا باعث ہوگا۔

مذکورہ بالا فارمولے میں قیمتیں درج کر کے کوریلیشن کا ضریب یا r معلوم کرسکتے ہیں۔

تمثیل 9: نیچے دیئے گئے اعداد سے x اور y کی قیمتوں کے درمیان کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجئے۔

x :	15	16	17	18	19	20
y :	80	75	60	40	30	20

حل:

Calculation of Coefficient of Correlation

x	Dev. of x from AM 17 dx	dx^2	y	Dev. of y from AM	Step Dev. 1=5	dy^2	$dxdy$
15	-2	4	80	+40	+8	64	16
16	-1	1	75	+35	+7	49	-7
17	0	0	60	+20	+4	16	0
18	+1	1	40	0	0	0	0
19	+2	4	30	-10	-2	4	-4
20	+3	9	20	-20	-4	16	12
$n = 6$	$\sum dx + 3$	$\sum dx^2 19$	x=6	+65	+13	$\sum dy^2 149$	-39

Step Diviation لینے پر فارمولہ میں کسی تطبیق کی ضرورت نہیں ہوتی کیونکہ Scale کی تبدیلی سے کوریلیشن پر کوئی اثر نہیں پڑتا۔

$$r = \frac{\sum dxdy - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{n}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{n}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{n}}}$$

$$= \frac{-39-(+3)(+13)}{\sqrt{19-\frac{(3)^2}{6}}\sqrt{149-\frac{(3)^2}{6}}} = \frac{-45.5}{\sqrt{17.5}\sqrt{120.83}}$$

$$= \frac{-45.5}{4.18330013 \times 10.99227} = \frac{-45.5}{45.9839645} = -0.98947$$

تمثیل 10: درج ذیل اعداد و شمار سے کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجئے اور نتائج پر تبصرہ کیجئے۔

x :	16	12	18	4	3	10	5	12
y :	23	22	24	17	19	20	18	21

حل:

x	dx	dx^2	y	dy	dy^2	$dxdy$
16	+12	144	23	+6	36	72
12	+8	64	22	+5	25	40
18	+14	196	24	+7	49	98
4	0	0	17	0	0	0
3	-1	1	19	+2	4	-2
10	+6	36	20	+3	9	18
5	+1	1	18	+1	1	1
12	+8	64	21	+4	16	32

80	+48	506	164	+28	140	259

$$r = \frac{\sum dxdy - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{n}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{n}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{n}}}$$

$$= \frac{259 - \frac{48 \times 28}{8}}{\sqrt{506 - \frac{(48)^2}{8}}\sqrt{140 - \frac{(28)^2}{8}}} = \frac{259 - 168}{\sqrt{506 - 288}\sqrt{140 - 98}}$$

$$= \frac{91}{\sqrt{218}\sqrt{42}} = \frac{91}{14.765 \times 6.4807}$$

$$= \frac{91}{95.688}$$

$$= 0.951$$

لوگارتھم کا استعمال

$$r = \frac{91}{\sqrt{218}\sqrt{42}} = \text{AL}\left[\log 91 - \frac{1}{2}(\log 218 + \log 42)\right]$$

$$= \text{AL}\left[1.9590 - \frac{1}{2}(2.3385 + 1.6232)\right]$$

$$= \text{AL}\left[1.9590 - \frac{1}{2} \times 3.96177\right]$$

$$= \text{AL}\left[1.9590 - 1.980885\right]$$

$$\text{AL } 1.9782$$

$$= 0.9506$$

تمثیل 11: ایک مسابقتی امتحان کے نتائج درج ذیل ہیں۔

امیدوار کی عمر	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23
شریک امتحان	200	300	100	50	150	400	250	150	25	75
کامیاب عمر	124	180	65	34	99	252	145	81	12	33

مسابقتی امتحان میں کامیاب امیدوار اور ان کی عمر کے درمیان کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجئے۔

حل: اس سوال کے حل کے دوران دو نکات زیر غور ہوں گے۔

(i) عمر کی وقفہ جماعت کی نمائندگی ان کی درمیانی قدر کرے گی۔

(ii) کامیاب طلباء کی تعداد عام بنیادی اصولوں پر کی جائے گی یعنی فیصد یا فی ہزار یا کوئی دوسری ایسی قدر/ قیمت۔

لہٰذا عمر پر مبنی گروہ 13-14 کی نمائندگی وقفہ جماعت کی درمیانی قدر پر ہوگی۔

یعنی 13.5- اور کامیاب امیدواروں کا فیصد $\frac{124}{200}\times 100$ یا 62 ہوگا۔

اسی طرح 15-14 عمر کے گروہ کی نمائندگی 14.5 سے ہوگی اور کامیاب امیدواروں کا فیصد $\frac{180}{300}\times 100 = 68$ ہوگا۔

مذکورہ بالا بنیاد پر کوریلیشن کا ضریب بآسانی تحسیب کیا جاسکے گا۔

عمر کا گروہ	درمیانی قدر	اوسط پر مبنی انحراف dx	مفروضہ حسابیہ dx^2	کامیاب امیدواروں کا فیصد	مفروضہ اوسط حسابیہ 59 سے انحراف	dy^2	$dxdy$
13-14	13.5	-4	16	62	+3	9	-12
14-15	14.5	-3	9	60	+1	1	-13
15-16	15.5	-2	4	65	+6	36	-12
16-17	16.5	-1	1	68	+9	81	-9
17-18	17.5	0	0	66	+7	49	0
18-19	18.5	+1	1	63	+4	16	+4
19-20	19.5	+2	4	58	-1	1	-2
20-21	20.5	+3	9	54	-5	25	-15
21-22	21.5	+4	16	48	-11	121	-44
22-23	22.5	+5	25	44	-15	225	-75
n=10		$\sum dx + 5$	$\sum dx^2 + 85$	x-10	$\sum dy - 2$	$\sum dy^2 564$	$\sum dxdy = -168$

$$r = \frac{\sum dxdy - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{n}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{n}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{n}}}$$

$$= \frac{-168 - \frac{+5\times -2}{2}}{\sqrt{85 - \frac{(5)^2}{2}}\sqrt{564 - \frac{(-2)^2}{10}}} = \frac{-168 - 0}{\sqrt{85 - 2.5}\sqrt{564 - 0.4}}$$

$$= \frac{-168}{\sqrt{82.5}\sqrt{563.6}} = \frac{-168}{9.08295\times 23.7902612}$$

$$= \frac{-168}{215.631605} = -0.779$$

18.3 کوریلیشن کی تحسیب میں پیمانے کی تبدیلی

Changes in Parameter of Calculation of Correlation

اگر x اور y سلسلوں کے پیمانے میں تبدیلی کریں تو کوریلیشن کی قیمت میں کوئی تبدیلی نہ ہوگی۔ لہٰذا اگر x سلسلوں کی قیمتیں 200, 400, 600, 800 ہوں تو ان کو ایک مشترکہ عامل 200 سے تقسیم کریں تو ہمیں 1,2,3,4 قیمتیں حاصل ہوں گی لیکن کوریلیشن کی قیمت میں کوئی فرق واقع نہ ہوگا۔ اسی طرح اگر y سلسلوں کی قیمتیں 1.2, 2.4, 3.7 ہوں ان کو 10 سے ضرب دیا جائے تو ہمیں 12, 24, 37 قیمتیں حاصل ہوں گی لیکن نتائج پر کوئی اثر واقع نہ ہوگا۔

تمثیل 12: درج ذیل اعداد سے کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجئے۔

x :	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7
y:	30,000	50,000	60,000	80,000	1,00,000	1,10,000	130,000

حل: x سلسلوں کو 10 سے ضرب دیں اور y سلسلوں 10,000 سے تقسیم کریں تب ہمیں x اور y سلسلوں کے اعداد یوں حاصل ہوں گے۔

x	1	2	3	4	5	6	7
y	3	5	6	8	10	11	13

x	dx	dx^2	y	dy	dy^2	dxdy
1	-3	9	3	-5	25	+15
2	-2	4	5	-3	9	+5
3	-1	1	6	-2	4	+4
4	0	0	8	0	0	0
5	+1	1	10	+2	4	+2
6	+2	4	11	+3	9	+6
7	+3	9	13	+5	25	+15
$n = 7$	$\sum dx = 0$	$\sum dx^2 = 28$	$n = 7$	$\sum dy = 0$	$\sum dy^2 = 76$	$\sum dxdy = +46$

$$r = \frac{\sum dxdy - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{n}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{n}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{n}}}$$

$$= \frac{46 - \frac{0 \times 0}{7}}{\sqrt{28 - \frac{(0)^2}{7}}\sqrt{76 - \frac{(0)^2}{7}}}$$

$$= \frac{46}{\sqrt{28}\sqrt{76}} = \frac{46}{5.2915 \times 8.71779789}$$

$$= \frac{46}{46.13023275} = 0.997$$

اگر x اور y کی اصل قیمتیں استعمال کی جاتی تو نتائج وہی ہوتے اور جواب 0.997+ ہوتا۔

تمثیل 13:

(i) درج ذیل جدول میں x اور y کی قیمتیں ایک دوسرے کے مقابل دی گئی ہیں ان کے درمیان کوریلیشن کا ضریب تحسیب کیجئے۔

x :	2	4	5	6	8	11
y :	18	12	10	8	7	5

(ii) جدول میں x کی ہر ایک قیمت کو 2 سے ضرب دے کر 6 جمع کریں۔ y کی ہر ایک قیمت کو 3 سے ضرب دیجئے اور 15 تفریق کیجئے۔ دونوں نئی قیمتوں کے سیٹ کے درمیان کوریلیشن کا ضریب دریافت کیجئے۔ واضح کیجئے کہ آپ (i) میں موجود قیمتوں سے کیوں ایک جیسا نتیجہ حاصل کر سکتے ہیں یا نہیں کر سکتے ہیں؟

x	Dv. from AM 62	x^2	y	y	$y2$	xy
2	-4	16	18	+8	64	-32
4	-2	4	12	+2	4	-4
5	-1	1	10	0	0	0
6	0	0	8	-2	4	0
8	+2	4	7	-3	9	-6
11	+5	25	5	-5	25	-25
$n = 6$	0	$\sum x^2 = 50$	$n = 6$	$\sum y\ 0$	$\sum y^2 106$	$\sum xy = -67$

یہاں ہم نے چونکہ حقیقی اوسط حسابیہ سے انحراف لیا ہے اور x اور y کے انحراف بھی حقیقی اوسط حسابیہ سے لئے گئے ہیں اسلئے ہم راست طریقہ استعمال کریں گے۔

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} = \frac{-67}{\sqrt{50 \times 106}}$$

$$= \frac{-67}{\sqrt{5300}}$$

$$= \frac{-67}{72.8010989}$$

$= -0.920$

(ii) x کی قیمتوں کو 2 سے ضرب اور 6 جمع کرنے کے بعد ہمیں x=10,14,16,18,22,28 حاصل ہوں گے۔اسی طرح 'y' کی قیمتوں 3 سے ضرب دینے اور 15 تفریق کرنے کے بعد ہمیں y=39,21,15,9,6,0 حاصل ہوں گے۔

کوریلیشن کے ضریب کی تحسیب

x	Dv. from Actual mean 18 x	x^2	y	Dv. from AM 15 y	y^2	xy
10	-8	64	39	+24	576	-192
14	-4	16	21	+6	36	-24
16	-2	4	15	0	0	0
18	0	0	9	-6	36	-36
22	+4	16	6	-9	81	-36
28	+10	100	0	-16	225	-150
$n = 6$	$\sum x = 0$	$\sum x^2 = 200$	$n = 6$	$\sum y = 0$	954	-402

چونکہ حقیقی اوسط حسابیہ سے انحراف لئے گئے ہیں اس لئے راست طریقہ اپنایا گیا ہے۔

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} = \frac{-402}{\sqrt{200 \times 954}}$$

$$= \frac{-402}{\sqrt{190800}} = \frac{-402}{\sqrt{486.806593}}$$

$$= -0.92$$

دونوں نتائج ایک جیسے ہیں کیونکہ اصل عدد اور پیمانے کی تبدیلی سے r کی قیمت پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔

18.4 کوریلیشن کے ضریب کا خطی تعلق ہے

Linear Relation of Coefficient of Correlation

کوریلیشن کے ضریب کی بنیاد خطی مساوات $y = a + bx$ پر ہے۔ایسی صورت میں کوریلیشن کا ضریب ہمیشہ 1+ یا 1- ہوگا۔

اگر y ‘x کا تفاعل ہے لیکن خطی تعلق نہیں ہے تب کوریلیشن 1 + یا 1- نہ ہوگا مثال کے طور پر اگر $y = 2x + 6$‘ اگرچہ کہ y‘x کا تفاعل ہے پھر بھی کوریلیشن پرفیکٹ نہ ہوگا اور اس کی قیمت 1 + یا 1- نہ ہوگی۔

درج ذیل تمثیل ایک اہم نکتہ کی توضیح کرے گی۔

تمثیل14: x اور y کے درمیان کوریلیشن کے ضریب کی تحسیب کیجئے۔

x : 2 4 6 8

y : 5 9 13 17

حل: مذکورہ بالا تمثیل میں $y = 1 + 2x$ خطی تعلق ہے اور r کی قیمت 1+ ہوگی۔ درج ذیل تفصیلات سے واضح ہوجائے گا۔

x	Dv. from Assume mean 5 dx	$dx2$	y	Dev. from absend Mean 10dy	$dy2$	$dxdy$
2	-3	9	5	-5	25	+15
4	-1	1	9	-1	1	+1
6	+1	1	13	+3	9	+3
9	+3	9	17	+7	49	21
$n = 4$	$\Sigma dx 0$	$\Sigma dx^2 = 0$	$n = 4$	+4	$\Sigma dy^2 + 84$	$\Sigma dxdy + 40$

چونکہ حقیقی اوسط حسابیہ سے انحراف لئے گئے

$$r = \frac{\sum dxdy - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{n}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{n}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{n}}}$$

$$= \frac{40 - \frac{0 \times +4}{2}}{\sqrt{20 - \frac{(0)^2}{4}}\sqrt{84 - \frac{(4)^2}{4}}}$$

$$= \frac{40}{\sqrt{20 \times 80}}$$

$$= \frac{40}{\sqrt{1600}} = \frac{40}{40} = +1$$

18.5 پیرسن کے کوریلیشن کے مفروضات

Assumptions of Pearson's Coefficient of Correlation

پیرسن کے کوریلیشن کا ضریب درج ذیل مفروضات پر مشتمل ہے۔ پہلا یہ کہ متغیرات کے درمیان خطی تعلق ہوتا ہے یعنی منتشر ڈیا گرام پر دو متغیرات کو مرتسم کیا جائے تو ایک خط مستقیم تشکیل پائے گا اس کو آپ نقاط میں مرتسم کیا ہوا پائیں گے۔ دوسرا یہ کہ

حسب معمول (نارمل) تقسیم کی تشکیل کے لئے زیر مطالعہ دو متغیرات کئی خود سر وجوہات سے متاثر ہوں گے۔ متغیرات جیسے قد' وزن' قیمت' طلب' رسد وغیرہ متاثر ہوں گے اور ایسی قوتیں حسب معمول تقسیم کی تشکیل ہوگی۔

دو سلسلوں میں موجود آئٹمس کی تقسیم پر اثر انداز ہونے والی قوتوں کے درمیان وجہ اور اثر کا تعلق ہوتا ہے۔ اگر متغیرات کے درمیان ایسے

تعلق کی تشکیل نہ ہو یعنی اگر متغیرات آزاد ہوں تب کوئی کوریلیشن نہ ہوگا۔ مثال کے طور پر آمدنی اور قد کے درمیان کوئی تعلق نہیں ہوگا کیونکہ قوتیں جو ان متغیرات پر اثر انداز ہوتی ہیں وہ عام نہیں ہیں۔

پیرسن کے ضریب کی خوبیاں اور خرابیاں

خوبیاں:

تعلقات کی ڈگری کی پیمائش کے لئے مستعملہ حسابی طریقوں کے منجملہ کارل پیرسن کا طریقہ حد درجہ مشہور ہے۔ کوریلیشن کا ضریب نہ صرف کوریلیشن کی ڈگری کو صرف ایک عدد میں ملخص کرتا ہے بلکہ قیمت کا تعین کرتا ہے کہ کوریلیشن مثبت ہے یا منفی ہے۔

تاہم ضریب کی افادیت کا انحصار اس کے پیمانے کے علم و مفہوم کے ساتھ ساتھ خرابیوں سے بھی واقف ہو۔

خرابیاں:

1. کوریلیشن کے ضریب کا ہمیشہ یہ مفروضہ رہا ہے کہ تعلق خطی ہوتا ہے اس حقیقت سے قطع نظر کہ مفروضہ درست بھی ہے یا نہیں۔
2. Coefficient کی قدر کی تشریح کے دوران غیر معمولی چوکس ہونا ضروری ہے کیونکہ اکثر Coefficient کی قدر کی غلط تشریح کی جاتی ہے۔
3. Coefficient کی قدر پر انتہائی آئیٹمس سے حد سے زیادہ اثر انداز ہوتے ہیں۔
4. دوسرے طریقوں کے مقابلے میں یہ طریقہ کوریلیشن کے ضریب کی قدر کو معلوم کرنے میں بہت زیادہ وقت لگتا ہے۔

18.6 کوریلیشن کے ضریب کی تشریح

Interpretation of Coefficient of Correlation

کوریلیشن کا ضریب دو اعداد کے سیٹس کے درمیان تعلق کے زاویہ کی پیمائش کرتا ہے۔ چونکہ تخمینہ جات پر اعتباریت کا انحصار تعلق کی قربت پر ہوتا ہے۔ کوریلیشن کے ضریب کی قیمت پر تشریح کرنے کے دوران انتہائی احتیاط برتنا لازمی ہے ورنہ گمراہ کن نتائج نکالے جا سکتے ہیں۔

بدقسمتی سے کوریلیشن کے ضریب کی تشریح کا زیادہ تر انحصار تجربہ پر ہوتا ہے۔ r کی اہمیت صرف اسی وقت سمجھ میں آسکتی ہے جب کہ کوریلیشن کے کئی سوالات حل کئے جائیں اور r کی مختلف قیمتوں میں اضافہ اعداد و شمار کی نوعیت کو دیکھنے سے پتہ چلتا ہے۔ محقق کے لئے لازمی ہے کہ وہ اپنے اعداد و شمار سے اچھی طرح واقف رہے تاکہ تشریح و تائید میں کسی بھی غلطی سے پرہیز کیا جا سکے۔ اس کے لئے ضروری ہے کہ وہ اعداد و شمار کے تعلقات اور نظریہ سے واقف ہو یا واقف ہو جانا چاہئے تاکہ اہم متعلقہ امور کو منطقی استدلال اور ذہانتی تحقیق کی بنیاد پر نتائج پر پہنچا جا سکے۔ تاہم درج ذیل میں عام اصول دئے گئے ہیں جو r کی قیمت کی تشریح میں مددگار رہوں گے۔

1۔ جب r کی قیمت 1+ ہو اس کا مطلب متغیرات کے درمیان پرفیکٹ پازیٹیو تعلق ہے۔

2۔ جب r کی قیمت 1- ہو اس کا مطلب متغیرات کے درمیان پرفیکٹ نیگیٹیو تعلق ہے۔

3۔ جب r کی قیمت 0 ہو اس کا مطلب متغیرات کے درمیان کوئی تعلق نہیں ہے یعنی متغیرات میں کوریلیشن نہیں پایا جاتا ہے۔

4۔ جب 'r' 1+ اور 1- سے قریب ہو متغیرات کے درمیان قربت ہوگی اور اگر r کی قیمت 0 سے قریب ہو تو یہ سمجھا جائے گا کہ تعلق میں قربت نہیں ہے۔

اس قیمت کے پرے جانا پر خطر ہوگا یعنی محفوظ نہ ہوگا۔ r کی مکمل تشریح کا انحصار صورتحال پر ہوگا ان میں سے ایک سیمپل کا سائز ہوگا۔ ایسا کہا جا سکتا ہے کہ جب ایک متغیر کی قیمت دے کر دوسرے متغیر کی قیمت کا تخمینہ کرنا ہو r کی قیمت جتنی زیادہ ہوگی اتنا ہی بہتر ہوگا۔

تعلق کی قربت r کے متناسب نہ ہو۔ اگر r کی قیمت 0.8 ہو تو اس کا مطلب یہ نہ ہوگا کہ اس کا تعلق 0.4 کے دو گنا ہے حقیقت میں یہ ایک دوسرے کے قریب ہیں۔

18.7 کوریلیشن کا ضریب اور احتمالی خطا

Coefficient of Correlation and Probable Error

کوریلیشن کے ضریب کی احتمالی خطا اس کی قیمت کی تشریح میں مددگار رہے۔ احتمالی خطا کی مدد سے ضریب (Coefficient) کی قیمت کی اعتباریت کا تعین ممکن ہے۔ جیسا کہ اب تک یہ مشاہدہ کیا گیا کہ اس کا انحصار Random sampling کی شرائط/حالات پر تھا۔ کوریلیشن کے ضریب کی احتمالی خطایوں حاصل کی جائے گی۔

$$P.E_r = 0.6745\frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$$

جہاں

r = Correlaton Coefficient

N = Number of pairs of Observation

1۔ اگر 'r' کی قیمت احتمالی خطا سے کم ہو تب کوریلیشن کا کوئی ثبوت نہ ہوگا یعنی 'r' کی قیمت کوئی اہمیت کی حامل نہیں ہے۔

2۔ اگر 'r' کی قیمت احتمالی خطا کا چھ گنا زیادہ ہو تب کوریلیشن کا ضریب عملی طور پر یقینی ہے یعنی 'r' کی قیمت اہمیت کی حامل ہے۔

3۔ کوریلیشن کے ضریب کی قیمت سے احتمالی خطا کی قیمت جمع اور تفریق کرنے سے ہم اندرون پاپولیشن متوقع کوریلیشن کے ضریب میں بالترتیب اوپری اور نچلے حدود معلوم کر سکتے ہیں جہاں کہ کوریلیشن کا ضریب واقع ہوگا۔

$$P = r \pm P.E$$

جہاں (rho) ρ ہے جو پاپولیشن میں کوریلیشن کو ظاہر کرتا ہے۔

اب ہم احتمالی خطا معلوم کریں گے یہ فرض کرتے ہوئے کہ کوریلیشن کا ضریب 0.8 اور ایٹمس کے سیمپل جوڑ 16 ہے۔ ہمیں دستیاب ہے۔

$$P = 0.6745\frac{1-(0.8)^2}{\sqrt{16}}$$

$$= 0.6745\frac{1-0.64}{4}$$

$$= 0.6745\frac{0.36}{4}$$

$$= 0.6745 \times 0.09$$

$= 0.060705$

پاپولیشن میں کوریلیشن کے حدود یوں ہوں گے $r \pm P.E$ یعنی $r \pm P.E$ یا0.86-0.74 ایسی مثالیں بالکل عام ہیں جہاں کوریلیشن کا ضریب 0.5 یا حتیٰ کہ 0.4 صریحاً ایک مصنف یا محقق کے لئے بھی کوریلیشن کو موزوں طور پر زیادہ تصور کیا جائے گا۔ باوجود یہ کہ کوریلیشن کا ضریب 0.5 کا مطلب صرف 25% تغیر کو واضح کیا گیا۔ کوریلیشن کا ضریب 0.4 کا مطلب صرف 16% تغیر کی توضیح کی گئی۔

احتمالی خطا کے استعمال کے لئے شرائط

احتمالی خطا کو موزوں طور پر صرف اسی وقت استعمال کیا جا سکتا ہے جب کہ درج ذیل تین شرائط کی تکمیل ہو۔

1. اعداد وشمار ایک حسب معمول (نارمل) تعددی قوس کے برابر ہو (گھنٹی کے شکل کی قوس)۔
2. شماریاتی پیمائش جس کے لئے PE محسوب کیا گیا ہو لازمی طور پر سیمپل سے تحسیب کیا گیا ہو۔
3. سیمپل کا انتخاب بے لاگ انداز میں ہوا ہو اور انفرادی اٹمس لازمی طور پر آزاد ہوں۔

تاہم عمومی طور پر ان شرائط کی تکمیل ہوتی ہے جیسا کہ کوریلیشن کے ضریب کی اعتباریت کا تعین بڑی حد تک اس کی موزونیت کی خارجی ٹیسٹس کی بنیاد پر ہوتا ہے جن کی اکثر شماریاتی حیثیت ہوتی ہے۔

تمثیل 15: اگر $r = 0.6$ اور $N = 64$ ہو کوریلیشن کے ضریب کی احتمالی خطا دریافت کیجئے اور آبادی 'r' کے لئے حدود کا تعین کیجئے۔

$$P.E_r = 0.6745\frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$$
$$= 0.6745\frac{1-(0.6)^2}{\sqrt{64}}$$
$$= 0.6745\frac{1-0.36}{8}$$
$$= 0.6745\frac{0.08}{8}$$
$$= 0.6745\times 0.08$$
$$= 0.05396$$

Limits of Population Correlation = 0.6 ± 0.054

$= 0.546$ to 0.654

18.8 تعین کا ضریب (Coefficient of Determination)

دو متغیرات کے درمیان کوریلیشن کے ضریب کی قیمت کی تشریح کا ایک بہت ہی سہولت بخش اور مفید طریقہ کوریلیشن کے ضریب کا مربع بنانا ہے۔ اس کو Coefficient of determination کہا جاتا ہے۔ لہٰذا تعین کا ضریب 'r^2' کے برابر ہوتا ہے۔ اگر r کی قیمت 0.9 ہو تب 'r^2' 0.81 ہوگا اور اس کا مطلب یہ ہوگا کہ آزاد متغیر (Independent variable) نے تابع متغیر میں 81 فیصد تبدیلی کو واضح کیا ہے۔ 'r^2'

کی اعظم ترین قیمت Unity (اکائی) r (ہم آہنگ) ہے کیونکہ 'y' میں تمام تر تبدیلیوں کو واضح کرنا ممکن ہے لیکن اس سے زیادہ واضح کرنا ممکن نہیں۔

Coefficient of determination (r^2) کی تعریف یوں کی جا سکتی ہے کہ مجموعی تبدیلی پر واضح کردہ تبدیلی کا تناسب ہے۔

$$\text{Coefficient of Determination} = \frac{\text{Explained Variation}}{\text{Total Variance}}$$

مجموعی تبدیلی (Total Variance) پر واضح کردہ تبدیلی (Explained Variation) کے تناسب کو اکثر Non-determination کہا جاتا ہے۔ اس کی قیمت کو ایک سے تفریق کیا جائے تو Coefficient of Non-determination حاصل ہوتا ہے اس کو علامتی صورت میں یوں بتایا جا سکتا ہے۔

$$K^2 = 1 - r^2 = 1 - \frac{\text{Explained Variation}}{\text{Total Variance}}$$

$$K^2 = \sqrt{1 - \frac{\text{Explained Variation}}{\text{Total Variance}}}$$

Coefficient of Non-determination کو K^2 سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اس کا جذر المربع (Square root) کو Coefficient of Alienation کہا جاتا ہے یا K-K اور K^2 کی قیمتیں بھی دو متغیرات کے درمیان تعلق کی پیمائش کے لئے استعمال کی جائیں گی۔ مثال کے طور پر اگر مجموعی تبدیلی سے غیر واضح تبدیلی (Unexplained variance) زیادہ ہو تب K^2 اور K کی قیمت زیادہ ہوگی۔ تاہم r^2 یا r کو ریلیشن کے تجزیہ کے نتائج کی تشریح کرنا سہولت بخش ہوگا۔

"r" کی بہ نسبت r^2 کے مفہوم کو سمجھنا بہت ہی آسان ہے اسلئے کوریلیشن تجزیہ کے نتائج کو پیش کرتے وقت Coefficient of Determination کو ترجیح دی جائے گی۔ Tuttle نے بڑی خوبصورتی سے نشاندہی کی ہے "کوریلیشن کے ضریب کو حد سے زیادہ بڑھا چڑھا کر پیش کیا اور اس کا استعمال بھی بہت زیادہ ہو گیا ہے۔ اس کا مربع Coefficient of Determination دو متغیرات کے Linear covariation کی پیمائش میں بھی زیادہ مستعمل ہے۔ قاری کو چاہئے کہ وہ Correlated variables کے درمیان خطی تعلق کی حد تک کسی نتیجہ پر پہنچنے سے قبل بیان کردہ یا حوالہ میں دئے گئے ہر کوریلیشن کے ضریب کو مربع میں تبدیل کرنے کی استعداد پیدا کر لے۔

r اور r^2 کے درمیان تعلق کو نوٹ کیا جائے۔ جیسا ہی r اپنے اعظم ترین قدر سے گھٹ رہی ہو تب r^2 کی قیمت بھی بڑی تیزی سے کم ہوگی۔ اس میں شک نہیں کہ r کی قیمت ہمیشہ r^2 کی قیمت سے بڑی ہوتی ہے تاوقتیکہ $r^2 = 0$ یا '1'، '0' ہو یا جب $r = r^2$ ہو۔

r	r^2	r	r^2
0.90	0.81	0.60	0.36
0.80	0.64	0.50	0.25
0.70	0.49	0.40	0.16

اس طرح کوریلیشن کا ضریب 0.707 ہے جب کہ 'y' میں صرف ویرینس کا نصف 'x' کی وجہ سے ہے۔

یہ بات واضح طور پر ذہن میں رکھی جائے گی کہ دو متغیروں کے درمیان کوریلیشن کی قیمت $r = 0.60$ ہے اور دوسرے متغیروں کے درمیان کوریلیشن $r^2 = 0.36$ ہے۔ یہ واضح نہیں ہوتا کہ پہلا کوریلیشن دوسرے کوریلیشن کا دوگنا ہے۔ دونوں کے درمیان دیا گیا تعلق r کی قدروں کو r^2 کی تحسیب کر کے بہتر طور پر سمجھا جا سکتا ہے۔ جیسے جب $r = 0.06$ اور جب $r^2 = 0.90$ ہو۔ اس کا مطلب یہ ہوگا کہ پہلی صورت میں مجموعی تغیر کو 36% واضح کیا گیا جب کہ دوسری صورت میں مجموعی تغیر کا 90% واضح کیا گیا ہے۔ تعین کا ضریب (Coefficient of determination) ایک بہت ہی مفید پیمائش ہے تاہم اس کی اکثر غلط تشریح کی جاتی ہے۔ اصطلاح از خود گمراہ کن ہے کہ یہ سمجھا جاتا ہے کہ متغیرہ 'x'، متغیرہ 'y' سے موقعتی تعلق کا تعین کرتا ہے لیکن شماریاتی ثبوت از خود ایسے تعلق کی واجبیت کی تردید کرتا ہے۔ شماریاتی ثبوت صرف Covariation کی تعریف کر سکتا ہے کیونکہ یہ اصطلاح مکمل طور پر الگ معنوں میں استعمال کی جاتی ہے۔ چاہے واجبیت ہو یا نہ ہو۔ اگر ہو تو کن معنوں میں استعمال ہوگی اس کا تعین مقداری مشاہدات سے ہٹ کر ثبوت کی بنیاد پر ہوگا۔

تاہم r^2 ہمیشہ ایک مثبت عدد ہوتا ہے۔ اس سے یہ معلوم نہیں ہوتا کہ دو متغیروں کے درمیان تعلق مثبت ہے یا منفی۔ لہٰذا جذر المربع r^2 یعنی $\pm r = \sqrt{r^2}$ کی تحسیب ہوگی تاکہ تعلق کی سمت کی نشاندہی ہو علاوہ ازیں اس کے ساتھ ساتھ تعلق کے زاویہ کی بھی نشاندہی ہوگی۔ چونکہ r^2 کی وسعت 1 سے 0 ہے اس لئے کوریلیشن کا ضریب r کی قیمت بھی $\sqrt{1}$ یا $\sqrt{0}$ کے درمیان تبدیل ہوتی رہے گی۔ r کی قیمت کے ساتھ + مثبت کوریلیشن کی نشاندہی ہوگی جب کہ (-) کا مطلب منفی کوریلیشن ہوگا۔

18.9 کوریلیشن کے ضریب کی اقل ترین مربعوں کے طریقے سے تحسیب

Calculation of Coefficient of Correlation with Least Square's Method

اس بات کی نشاندہی کی گئی ہے کہ کارل پیرسن کے کوریلیشن کا ضریب اس مفروضہ کی بنیاد پر ہے کہ زیر مطالعہ متغیروں کے درمیان خطی تعلق پایا جاتا ہے۔ x اور y کے درمیان خطی تعلق کے مطالعہ کے طریقوں میں سے یہ ایک طریقہ ہے کہ y کے مقابل x کی خطی قیمتوں کی خطی قیمتیں دریافت کرنا ہے۔ ایسا Method of least squares کے ذریعہ کیا جا سکتا ہے۔

(i) خط مستقیم کی مساوات

$$y = a + bx$$

(ii) a اور b کی قیمتوں کو دریافت کرنے کے لئے دو نارمل مساوات استعمال کی جاتی ہیں وہ ہیں

$$\sum(y) = n(a) + b(\Sigma x) \quad \text{..... (i)}$$

$$\sum(xy) = a\Sigma(x) + b\Sigma(x^2) \quad \text{..... (ii)}$$

(iii) مذکورہ بالا مساوات میں x اور y کی متعلقہ قیمتوں کو درج کریں تب ہمیں مساوات کی قیمتیں حاصل ہوتی ہیں۔

$$y = a + bx$$

(iv) اس مساوات سے ہم y کی خطی قیمتیں دریافت کر سکتے ہیں جب کہ x کی قیمتیں دی جائیں۔

(v) کوریلیشن کا ضریب y کی خطی قیمتوں کے معیاری انحراف کو y اصل قیمتوں کے معیاری انحراف سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوگا۔

$$r = \frac{sy}{ry}$$

جہاں sy، y کی قیمتوں کے محسوب (خطی) کا معیاری انحراف اور sy، y کی اصل قیمتوں کا معیاری انحراف ہے۔

تمثیل16: درج ذیل اعداد سے کوریلیشن کا ضریب Method of least squares سے دریافت کیجئے۔

x :	1	2	3	4	5
y :	83	92	71	90	169

حل: $y = a + bx$ مساوات حاصل کرنے کے لئے

x	y	xy	x^2
1	83	83	1
2	92	184	4
3	71	213	9
4	90	360	16
5	169	845	25
$\Sigma x = 15$	$\Sigma y\, 505$	$\Sigma ay\, 1685$	$\Sigma x^2\, 55$

دوحسب معمول مساوات

$$\Sigma(y) = na + b\Sigma(x)$$

$$\Sigma(xy) = a\Sigma(x) + b\Sigma(x^2)$$

مساوات میں قیمتیں درج کرنے پر

$$505 = 5a + 15b \qquad \text{..... (1)}$$

$$16185 = 15a + 55b \qquad \text{.... (2)}$$

مساوات نمبر1 کو3 سے ضرب دینے پر

$$1515 = 15a + 45b \qquad (3)$$

$$1685 = 15a + 55b \qquad \text{.... (4)}$$

$$+170 = \quad +10b$$ تفریق کرنے پر

$$b = 17$$

مساوات نمبر 1 میں b کی قیمت درج کرنے پر ہمیں a کی قیمت حاصل ہوگی۔

$$505 = 5a + 15b$$

$$505 = 5a + 15 \times 17$$

$$505 = 5a + 255$$

$$-5a = 255 - 505$$

$$+5a = +250$$

$$a = \frac{250}{5}$$

$$a = 50$$

اس طرح خط مستقیم کی مساوات

$$y = a + bx$$

$$y = 50 + 34x$$

اب ہم y کی خطی یا محسوبہ قیمتیں دریافت کرسکتے ہیں جب کہ 'x' کی قیمتیں دی جائیں وہ ہوں گی۔

x	y
1	100 + 17 x 1 = 117
2	100 + 17 x 2 = 134
3	100 + 17 x 3 = 151
4	100 + 17 x 4 = 168
5	100 + 17 x 5 = 185

اب ہمیں اصل y سلسلوں اور محسوب سلسلوں کا معیاری انحراف دریافت کرنا ہوگا۔

اصل y	اصل اوسط حسابیہ سے انحراف 101 dy	dy^2	محسوب y	اصل حقیقی اوسط حسابیہ سے انحراف 151	dy^2
83	-18	144	117	-34	1156
92	-9	81	134	-17	289
71	-30	900	151	-0	0
90	-11	121	168	+17	289

169	+68	4621	185	+34	1156
505	Σdy0	5870	755	Σy0	2890

اصل/حقیقی اوسط حسابیہ سے انحراف

$$\sigma y = \sqrt{\Sigma dy^2} = \sqrt{\frac{5870}{5}} = \sqrt{1174} = 34.2636834$$

محسوب y اصل اوسط حسابیہ سے انحراف اصل

اصل/حقیقی y سلسلوں کا معیاری انحراف

$$Sy = \sqrt{\frac{2890}{5}} = \sqrt{578} = 24.0416306$$

کوریلیشن کا ضریب

$$r = \frac{Sy}{\sigma y} = \frac{24.0416306}{34.2636834} = 0.7016$$

کارل پیرسن کا ضابطہ بھی، ہمیں وہی نتیجہ دے گا

$$r = \frac{\Sigma xy}{n8_x \sigma y}$$

18.10 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

کارل پیرسن برطانیہ کا رہنے والا تھا۔ وہ ایک ماہر شماریات تھا۔ اس نے ہم رشتگی کے ضریب کا ضابطہ دیا۔ ہم رشتگی کی پیائش کے کئی حسابی طریقے ہیں۔ ان میں ایک کارل پیرسن کا طریقہ بھی ہے۔ یہ طریقہ پیرسن کی ہم رشتگی کے ضریب کے نام سے مشہور ہے۔ اس کی تحسیب راست اور شارٹ کٹ طریقہ سے بھی کی جاسکتی ہے۔ ہم رشتگی کے ضریب کا تعلق خطی اور غیر خطی ہوسکتا ہے۔ ہم رشتگی کے ضریب کو احتمالی خطا کی قیمت کی تشریح میں مددگار ہے۔ احتمالی خطا کی مدد سے ضریب کی قیمت کی اعتباریت کا تعین ممکن ہے۔ دو متغیرات کے درمیان ہم رشتگی کے ضریب کی قیمت کی تشریح کا ایک بہت ہی سہولت بخش اور مفید ہم رشتگی کے ضریب کا مربع بنانا ہے، اس کو Coefficient of Determination کہتے ہیں۔

18.11 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ Covariance : دو متغیرات کے انحراف کے مربعوں کو ضرب دینے پر حاصل اوسط قدر ہے۔

2۔ ضریب Coefficient : ہم رشتگی کا ضریب دو اعداد کے سیٹ کے درمیان تعلق کے زاویہ کی پیائش ہے۔

3۔ تعین کا ضریب Coefficient of Dtermination : دو متغیرات کے درمیان ہم رشتگی کے ضریب کی قیمت کی تشریح کا ایک

بہت ہی سہولت بخش اور مفید طریقہ ہم رشتگی کے ضریب کا مربع بنانا ہے۔ یہی تعین کا ضریب ہے۔

18.12 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1. کارل پیرسن ________ تھا۔ (ماہر شماریات)
2. انحراف کے حاصل ضرب کے مجموعہ کو ________ کہتے ہیں۔ (معیاری انحراف)
3. اگر سلسلوں کے پیمانے میں تبدیلی کریں تو ______ کی قیمت تبدیل نہ ہوگی۔ (ہم رشتگی)
4. ________ کے درمیان خطی تعلق ہوتا ہے۔ (متغیرات)
5. تعلقات کی ڈگری کی پیمائش کے لیے ________ کا طریقہ مشہور ہے۔ (کارل پیرسن کا طریقہ)
6. کارل پیرسن ہندوستان کا باشندہ تھا۔ (صحیح/غلط)
7. ہم رشتگی کی مثبت قیمت کو 1- بتایا جاتا ہے۔ (صحیح/غلط)
8. انحراف کا مطلب تبدیلی ہے۔ (صحیح/غلط)
9. ضریب کی افادیت کا انحصار پیمانے پر ہوتا ہے۔ (صحیح/غلط)
10. ضریب اعداد کے درمیان تعلق کے زاویہ کی پیمائش کرتا ہے۔ (صحیح/غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1. ہم رشتگی کو کس علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
2. کیا سلسلوں کے پیمانے میں تبدیلی سے ہم رشتگی کی قیمت میں تبدیلی ہوتی ہے۔
3. ہم رشتگی کا ضابطہ لکھیے؟
4. احتمالی خطا کا ضابطہ لکھیے؟
5. تعین کا ضریب کیا ہے؟
6. احتمالی خطا کے شرائط کیا ہیں؟

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1. ہم رشتگی کے ضریب کے راست طریقۂ کار کو بیان کیجیے۔
2. پیرسن کے ضریب کی خوبیاں اور خرابیاں بیان کیجیے۔
3. ہم رشتگی کا ضریب اور احتمالی خطا پر بحث کیجیے۔
4. تعین کے ضریب پر تفصیل سے بحث کیجیے۔

5. درجہ ذیل سے ہم رشتگی کی ضریب دریافت کیجیے۔

x:	10	28	45	60	70	50
y:	100	20	50	40	33	45

جواب : r = 0.98

6. درجہ ذیل سے ہم رشتگی کا ضریب معلوم کیجیے اور احتمالی خطا معلوم کیجیے۔

x:	20	30	40	50	60	70	80
y:	14	25	30	32	40	45	65

جواب : r = 10.96

7. درجہ ذیل سے r کی قیمت معلوم کیجیے۔

x:	4	22	8	14	10	12	12	18	10	14
y:	8	38	12	36	16	32	18	28	20	24

8. درجہ ذیل ہم رشتگی کا ضریب دریافت کیجیے۔

x:	12	9	8	10	11	13	7
y:	14	8	6	9	11	12	3

جواب : +0.94

9. درجہ ذیل سے پیرسن کی ہم رشتگی کا ضریب معلوم کیجیے۔

A:	48	35	17	23	47
B:	45	20	40	25	45

18.13 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statisitcs : Gupta S.C
2. Statistics : Gupta B.N
3 Business Statistics : J K Sharma
4. Business Statistics : C R Reddy
5 Business Statistics : R. S Bharadwaj

اکائی 19 درجاتی ہم رشتگی کا ضریب
Rank Correlation Coefficient

Sturcture Unit — اکائی کی ساخت

19.0	تمہید	Introduction
19.1	مقاصد	Objectives
19.2	درجاتی ہم رشتگی کے معنی وتعریف	Meaning and Definition of Rank
19.3	اسپیرمین رینک کوریلیشن کے ضریب کے خدوخال	Features of Spearman's Coeffcient of Rank Correlation
19.4	رینک کوریلیشن کے فائدے اور نقصانات	Advantages and Disadvantages of Rank Correlation
19.5	رینک کوریلیشن کے ضریب کے استعمالات	Uses of Coefficient of Rank Correlation
19.6	باہمی انحراف کا ضریب	Coefficient of Concurrent Deviations
19.7	کانکرنٹ انحراف کے طریقہ کی خوبیاں اور خرابیاں	Advantages and Disadvantages of Concurrent Deviations
19.8	اکتسابی نتائج	Learning Outcomes
19.9	کلیدی الفاظ	Key Words
19.10	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
19.11	تجویز کردہ کتب	Reference Books

19.0 تمہید Introduction

عزیز طلباء!

شماریات میں ہم نے صرف ایک متغیر سے متعلق معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ لیکن بعض اوقات ہم عملی طور پر ایسے کئی مسائل کا سامنا کرتے ہیں جہاں دو یا دو سے زاید متغیرات کا استعمال ہوتا ہے۔ جیسا کہ ہم نے پڑھا ہم رشتگی تجزیہ متغیرات کے درمیان تعلق یا قربت کی پیائش میں مستعمل ٹیکنکس سے متعلق ہے۔ اسی موضوع پر مزید معلومات اس اکائی میں حاصل کریں گے۔

19.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- درجاتی ہم رشتگی کے معنی و مفہوم سے واقف ہو جائیں
- درجاتی ہم رشتگی اور ہم رشتگی کی تحسیب میں فرق کی توضیح کر سکیں
- یکساں رینکس کی صورت میں درجات کی ترتیب کا عملی طریقہ جان سکیں
- درجاتی ہم رشتگی کے فائدہ و نقصانات پر بحث کر سکیں
- باہمی انحراف کے ضریب کے طریقہ سے ہم آہنگ ہو سکیں

19.2 درجاتی ہم رشتگی کے معنی و تعریف

Meaning and Definition of Rank Correlation

اسپیر مین درجاتی ہم رشتگی دو متغیرات کے درمیان قوت اور سمت (مثبت / منفی) کی جانچ کاری ایک طریقہ ہے۔ شماریات میں درجاتی ہم رشتگی کا ضریب دراصل چارلس ایڈورڈ اسپیر مین کے نام پر لکھا گیا ہے۔ اس کو لاطینی زبان کے حرف p (rho) سے نشاندہی کی جاتی ہے۔ درجاتی ہم رشتگی کا انحصار دو متغیرات کے درمیان درجات / درجہ کی پیائش پر ہے۔ دو متغیرات کے درمیان اسپیر مین کی ہم رشتگی ان دو متغیرات کے درمیان درجاتی قدروں کے برابر ہوتی ہے۔ اسپیر مین کی ہم رشتگی ایک جیسے تعلق کا جائیزہ لیتی ہے (خطی یا غیر خطی)۔ اگر سلسلوں کے درمیان ایک ہی عدد کی بار بار تکرار نہ ہو تو اسپیر مین کی مکمل ہم رشتگی (1+) پائی جاتی ہے یا جب متغیرات ایک دوسرے سے مکمل طور پر ایک جیسے ہوں تب (1-) مکمل ہم رشتگی پائی جاتی ہے۔

تعریف (Definition)

اسپیر مین کی ہم رشتگی کے ضریب کی تعریف یوں کی گئی کہ: ''درجاتی متغیرات کے درمیان کارل پیرسن کی ہم رشتگی کہتے ہیں''۔

ویکیپیڈیا (Wikipedia) میں یوں تعریف کی گئی ہے کہ: ''شماریات کے کئی مختلف متغیرات کے درجات کے درمیان تعلق کی پیائش یا ایک ہی متغیر کے مختلف درجات کی پیائش کو درجاتی ہم رشتگی کہتے ہیں''۔

بعض اوقات ایسے مسائل سے سامنا ہوتا ہے جہاں ایک سلسلے کے مختلف ائٹمس کو سلسلہ وار ترتیب دیا جاسکتا ہے لیکن ان کی قدر مقداری پیائش مشکل ہوتی ہے۔مثال کے طور پر ایک کلاس میں ٹیچر کے لئے یہ ممکن ہوتا ہے کہ وہ اپنے طلباء کو ذہانت کے اعتبار سے بڑھتی ہوئی اور گھٹتی ہوئی قدر میں ترتیب دے۔اگرچیکہ ذہانت کی مقداری پیائش نہیں کی جاسکتی۔بلاشبہ طلبا کی ذہانت کے بارے میں مقداری مطالعہ امتحان کے انعقاد اور نشانات (Infallible) دے کر کیا جاسکتا ہے لیکن اس طریقہ کو بھی بے خطا نہیں کہا جاسکتا۔کئی وصف ایسے ہیں جن کی مقداری پیائش کی جاسکتی ہے مثال کے طور پر ایمانداری‘ کردار‘ اخلاق وغیرہ۔اگر ایسے دو اوصاف کے مطالعہ کی ضرورت محسوس کی جائے جیسے ذہانت اور خوبصورتی کارل پیرسن کے کوریلیشن کے ضریب کی تحسیب نہیں کی جاسکتی کیونکہ ان اوصاف کو ایک قطعی قدر سے متصف نہیں کیا جاسکتا۔تاہم ایک ایسا طریقہ پایا جاتا ہے جس کی مدد سے ہم ایسے اوصاف کے درمیان کوریلیشن کا مطالعہ کرسکتے ہیں۔اس طریقہ کو برطانیہ کے ایک ماہر نفسیات چارلس ایڈورڈ اسپیرمین نے 1904 میں ترتیب دیا۔

اس طریقہ میں 'x' اور 'y' متغیروں کو رینک (درجات) A اور B کی صورت میں دئے جاتے ہیں۔ذہانت اور خوبصورتی کے درمیان کوریلیشن کے مطالعہ کی صورت میں ہم 10 یا 20 افراد کا انتخاب کرکے ان کی ذہانت کے اعتبار سے رینک دے دیں۔سب سے زیادہ ذہین فرد کو 1 کا رینک دیں ایسے ہی ہر ایک کو رینک ایک کے بعد دیگرے دیتے ہوئے آخری فرد تک پہنچیں۔اسی طرح ہم خوبصورتی کو بھی رینک دے سکتے ہیں بہت خوبصورت کو 1 رینک دیں ایسے ہی ہر ایک خوبصورتی کی مناسبت سے رینک دیتے ہوئے آخر تک پہنچیں جو کم سے کم خوبصورت ہے۔

اس طرح ہمارے پاس دو اوصاف کے لئے رینکس کے دو سیٹ ہوں گے اس طریقہ پر 10 افراد کو ترتیب دیا جائے تو ہمارے پاس 1-10 رینک ہوں گے۔ایک مرتبہ رینک دینے کا کام ہوجائے تب اسپیرمینس رینک کوریلیشن کے ضابطہ سے ان دو سلسلوں کے لئے کوریلیشن کا ضریب معلوم کرسکتے ہیں۔یہ ضابطہ کچھ یوں ہے

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{\mathrm{n(n^2-1)}} or 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n^3 - n}$$

r_s اسپیرمینس رینک کوریلیشن اور 'd' ایک فرد کے دو اوصاف کے لئے رینک کے فرق کو ظاہر کرتا ہے اور 'n' جوڑ کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔ ضریب کی قدر کی تشریح ایسے ہی ہوگی جیسے کارل پیرس کے کوریلیشن کے ضریب ہوں گے۔اس کی قدر کے حدود بھی 1+ اور 1- ہوں گے۔جب r_s '+' ہو اس کا مطلب یہ ہوگا دو اوصاف ذہانت اور خوبصورتی کے درمیان مکمل یکسانیت ہے اگر کوریلیشن 1- ہو اس کا مطلب یہ ہوگا کہ ذہانت اور خوبصورتی کے درمیان یکسانیت نہیں ہے۔

اس ضریب کی تحسیب کاری کے سوالات دو قسم کے ہیں:

(A) جب کہ حقیقی رینکس دئے جائیں۔(B) جب کہ حقیقی رینکس نہ دئے جائیں۔

ان دو قسم کے سوالات میں ہر ایک کے لئے مشکلات اس وقت ہوتی ہیں جب کہ دو افراد کے رینکس ایک ہی ہوں۔ایسے سوالات کے لئے ضابطہ میں تبدیلی کی ضرورت ہوتی ہے۔

A. جب کہ رینکس دئے جائیں

جہاں آئٹمس کے حقیقی رینکس دئے جائیں تب ضریب کو معلوم کرنے کے لئے درج ذیل اقدامات کئے جائیں۔

(i) رینکس کے درمیان فرق معلوم کریں $(R_1\text{-}R_2)$ اوران کی نشاندہی 'd' سے کیجئے۔

(ii) d^2 کی تحسیب کیجئے اوران کا ٹوٹل کیجئے Σd^2 حاصل ہوگا۔

(iii) ضریب کو معلوم کرنے کے لئے ضابطہ استعمال کیجئے

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n^3 - n}$$

تمثیل 15:1 طلباء کے ریاضی اورطبیعیات میں نشانات ذیل میں دئے گئے ہیں:

ریاضی میں رینکس :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
طبیعیات میں رینکس :	10	7	2	6	4	8	3	1	11	15	9	5	14	12	13

رینک کوریلیشن کے ضریب کو اسپیرمین کے ضابطے کو استعمال کرتے ہوئے کیجئے۔

ریاضی میں رینکس R_1	طبیعیات میں رینکس R_2	$(R_1\text{-}R_1)$ d	d^2
1	10	-9	81
2	7	-5	25
3	2	+1	1
4	6	-2	4
5	4	+1	1
6	8	-2	4
7	3	+4	16
8	1	+7	49
9	11	-2	4
10	15	-5	25
11	9	+2	4
12	5	+7	49
13	14	-1	1
14	12	+2	4
15	13	+2	4
$n = 15$		$\Sigma d = 0$	$\Sigma d^2 = 272$

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n^3 - n}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 272}{(15)^3 - 15}$$

$$= 1 - \frac{1632}{1632}$$

$$= 1 - \frac{1632}{3375 - 15}$$

$$= 1 - \frac{1632}{3360}$$

$$= 1 - 0.4857$$

$$= +0.514$$

تمثیل 2: ایک مقابلہ حسن میں تین ججس نے درجے یوں دیئے:

پہلا جج :	1	6	5	10	3	2	4	9	7	8
دوسرا جج :	3	5	8	4	7	10	2	1	6	9
تیسرا جج :	6	4	9	8	1	2	3	10	5	7

اسپیرمین کے ضابطہ سے رینک کوریلیشن محسوب کیجئے۔

حل:

R_1	R_2	R_3	$R_1 - R_2$ $d12$	$R_1 - R_3$ $d13$	$R_2 - R_3$ $d23$	d^2 12	d^2 13	d^2 23
1	3	6	-2	-5	-3	4	25	9
6	5	4	+1	+2	+1	1	4	1
5	8	9	-3	-4	-1	9	16	1
10	4	8	+6	+2	-4	36	4	16
3	7	1	-4	+2	+6	16	4	36
2	10	2	-8	0	+8	64	0	64
4	2	3	+2	+1	-1	4	1	1
9	1	10	+8	-1	-9	64	1	81
7	6	5	+1	+2	+1	1	4	1
8	9	7	-1	+1	+2	1	1	4
						200	60	214

$$r_S = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n^3 - n}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 14}{10^3 - 10} = 1 - \frac{1284}{100 - 10}$$

$$= 1 - \frac{284}{990}$$

$$= 1 - 1.2969$$

$$= 0.2896$$

مقابلہ حسن میں پہلے اور دوسرے جج کے درمیان کوریلیشن منفی ہے یعنی ان کی رائے ایک دوسرے سے مختلف ہے۔اسی طرح دوسرے اور تیسرے جج کی رائے بھی ایک دوسرے سے مختلف ہے۔لیکن پہلے اور تیسرے جج کی رائے یکساں ہے ان کا کوریلیشن مثبت ہے۔

تمثیل 3: ایک کمپنی کے ڈبنچر کی قیمتوں اور حصص کی قیمتوں کے درمیان میں رینکس کوریلیشن 0.8+ ہے اگر رینک میں فرق کے مربعوں کا مجموعہ 33 ہو تب 'n' کی قدر دریافت کیجئے۔

$$r_S = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n^3 - n} \qquad r_s = 0.8, \quad \Sigma d^2 = 33$$

$$0.8 = 1 - \frac{6 \times 33}{n^3 - n} \ or\ 1 - \frac{198}{n^3 - n}$$

$$0.8 = 1 - \frac{198}{n^3 - n} = 0.2(n^3 - n) = 198$$

$$n^3 - n = \frac{198}{0.2}$$

$n^3 - n = 990$ یا $n^3 - 1000 - n + 10 = 0$ یا

یا $n^3 - 10^3 - (n - 10) = 0$ یا $(n-10)(n^2 + 10n + 100) - (n - 10) = 10$

$$(n-10)(n^2 + 10n + 99) = 0 \ i.e\, n \times 10 (\because a^3 + b^3) = (a+b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$n^2 + 10n + 99 = 0$$

$$n^2 + 10n = -99$$

$$n^2 + n \ =$$

$$(n+0)[n^2 + 10n + 100 - 1] = 0$$

$$(n-10)[n^2 + 10n + 99] = 0$$

$$n - 10 = 0\ (or)\ n^2 + 10n + 99 = 0$$

$$n = 10\ \ (or)\ n^2 + 10n + 99 = 0$$

اس گروہ میں ایٹمس کی تعداد دس ہے۔

تمثیل 4: شماریات اور اکاؤنٹنسی میں 10 طلباء کے حاصل کردہ نشانات کے رینک کوریلیشن کا ضریب 0.2 پایا گیا۔ بعد میں پایا گیا کہ ایک طالب علم کے دو مضامین کے رینکس میں غلطی سے 7 کے بجائے 9 شمار کرلیا گیا۔ درست رینک کوریلیشن کا ضریب دریافت کیجئے۔

اعداد دئے گئے ہیں : $n = 10 \quad r_s = 0.2$

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n^3 - n}$$

$$0.2 = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{10^3 - 10}$$

$$0.2 = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{100 - 10} =$$

$$0.2 = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{990}$$

$$\frac{6\Sigma d^2}{990} = 1 - 0.2$$

$$\frac{6\Sigma d^2}{990} = 0.8$$

$$6\Sigma d^2 = 0.8 \times 990$$

$$6\Sigma d^2 = 792$$

$$\Sigma d^2 = \frac{792}{6}$$

$$\Sigma d^2 = 132$$

صحیح Σd^2 یوں ہوگا $= 132 - 9^2 - 7^2$

$$= 132 - 81 + 49$$

$$= 100$$

$$correct\ r_s = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \times 100}{100 - 10} = 1 - \frac{600}{990}$$

$$= 1 - 0.60606$$

$$= 0.39$$

(b) جب کہ رینکس نہ دئے گئے ہوں

درجاتی ہم رشتگی کا ضابطہ اس وقت استعمال کیا جاسکتا ہے جبکہ ہم متغیرات سے سامنا کررہے ہوں جن کی مقداری پیمائش کی جاسکتی ہے۔ اگر ہمیں حقیقی اعداد و شمار دئے (رینکس نہ دیں) جائیں تب ہم ان اعداد کو رینکس میں تبدیل کرسکتے ہیں۔ اعلیٰ سے ادنیٰ تک رینکس دے دیں یعنی

پہلے 1 ایک اور اس کے بعد دوسرے اعداد تک رینک دیا جائے۔ یہاں رینک بڑھتی ہوئی ترتیب یا پھر گھٹتی ہوئی ترتیب میں دیا جائے۔ دونوں متغیرات کے لئے یہی طریقہ کار اپنایا جائے۔

تمثیل 5: درج ذیل اعداد سے رینک کوریلیشن کا ضریب تحسیب کریں۔

x :	60	34	40	50	45	41	22	43	42	66	64	46
y :	75	32	34	40	45	33	12	30	36	72	41	57

حل:

X	Rank 1	*y*	*Rank 2*	*Diff. in Ranks (d)*	d^2
60	3	75	1	+2	4
34	11	32	10	+1	1
40	10	34	8	+2	4
50	4	40	6	-2	4
45	6	45	4	+2	4
41	9	33	9	0	0
22	12	12	12	0	0
43	7	30	11	-4	16
42	8	36	7	+1	1
66	1	72	2	-1	1
64	2	41	5	-3	9
46	5	57	3	+2	4
$n = 12$				0	Σd^2 48

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n^3 - n}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 48}{12(12^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{288}{12(144 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{288}{1728 - 12}$$

$$= 1 - \frac{288}{1716}$$

$$= 1 - 0.16667$$

0.88

(c) یکساں رینکس Equal Ranks

بعض اوقات جہاں ایک سے زائد آئٹمس ہوں جن کی قیمت ایک ہو ایسے آئٹمس کو مشترکہ رینکس دئے جائیں گے۔ یہ رینک۔ رینکس کا اوسط ہوگا۔ جو ایک دوسرے سے کسی قدر مختلف ہوگا۔ جب یہ رینکس دے دئے جاتے ہیں رینک کوریلیشن کے ضریب کو مزید کوریلیشن کی ضرورت ہوگی کیونکہ مذکورہ بالا ضابطہ مفروضہ کی بنیاد پر ہے مختلف آئٹمس کے رینکس مختلف ہیں اور رینک ایک سے زائد مرتبہ نہیں دیا جاسکتا۔ اگر ایک سلسلہ میں 'm' آئٹمس ہیں جن کا رینک مشترکہ ہے تب رینک کوریلیشن کے ضریب میں تصحیح ہوگی $\frac{1}{2}(m^3 - m)$ کو Σd^2 کی قدر میں جوڑا جائے گا۔ اگر ایسے گروپس جن کا رینک مشترکہ ہو اور ایک سے زائد ہوں تب اس قدر کو جوڑتے جانا ہوگا۔ لہٰذا رینک کوریلیشن کے ضابطہ کو درج ذیل طریقہ سے تبدیل کرتے جانا ہوگا۔

$$r = 1 - \left[\frac{\Sigma d^2 + \frac{1}{12}(m^3 - m) + \frac{1}{12}(m^3 - m).....}{n^3 - n} \right]$$

تمثیل 6: درج ذیل اعداد کے لئے رینک کوریلیشن کی تحسیب کیجئے۔

$x:$	48	33	40	9	16	16	65	24	16	57
$y:$	13	13	24	6	13	4	20	9	6	19

حل:

X	Rank 1	*y*	*Rank 2*	*Diff. in Ranks* $R_1 - R_2$ *d*	d^2
48	3	13	5.5	-2.5	6.25
33	5	13	5.5	-0.5	0.25
40	4	24	1	+3.0	9.00
9	10	6	8.5	+1.5	2.25
16	8	15	4	+4.0	16.00
16	8	4	10	-2.0	4.00
65	1	20	2	-1.0	1.00
24	6	9	7	-1.0	1.00
16	8	6	8.5	0.5	0.25
57	2	19	3	1.0	1.00
$n = 10$		$x = 10$		0	$\Sigma d^2 = 41.00$

مذکورہ بالا جدول میں x سلسلے میں عدد 16 تین مرتبہ آیا ہے ان تمام ایٹمس کا رینک 8 جو 8,7 اور 9 کا اوسط ہے اعداد جن کو یہ رینک دیا گیا ہے اس کا مطلب یہ ہوگا کہ ان قیمتوں میں کچھ فرق پایا گیا ہے۔ y سلسلے میں عدد 13 اور 6 دونوں دو مرتبہ واقع ہوئے ہیں۔ ان کے رینکس بالترتیب 5.5 اور 8.5 ہیں۔ ان مشترکہ رینکس کی وجہ سے رینک کوریلیشن کو درست کرنا ہوگا۔

ان کی تصحیح کے لئے ہمیں $\left[\frac{1}{2}(m^3-m)\right]$ کو Σd^2 کی قدر میں جوڑنا ہوگا۔ x سلسلے میں اس کی قدر $\frac{1}{2}(2^3-2)$ کے برابر ہوگی کیونکہ عدد 16 اس سلسلے میں تین مرتبہ دہرایا گیا ہے۔ y سلسلوں میں مشترکہ رینک رکھنے والے دو ایسے گروپس ہیں۔ پہلے گروپ میں یہ تصحیح $\left[\frac{1}{2}(m^3-m)\right]$ کیونکہ 13 دو مرتبہ دہرایا گیا ہے اور دوسرے گروپ میں تصحیح کی قدر $\frac{1}{2}(2^3-2)$ کے برابر ہوگی کیونکہ اس سلسلے میں عدد 6 دو مرتبہ دہرایا گیا ہے۔

$$r_s = 1-\frac{6\left[\Sigma d^2+\frac{1}{12}(m^3-m)+\frac{1}{2}(m^3-m)+\frac{1}{12}(m^3-m)\right]}{n^3-n}$$

$$=1-\frac{6\left[41+\frac{1}{12}(3^3-3)+\frac{1}{2}(2^3-2)+\frac{1}{12}(2^3-2)\right]}{10^3-10}$$

$$=1-\frac{6\left(41+\frac{1}{12}(27-3)+\frac{1}{2}(6-2)+\frac{1}{12}(6-2)\right)}{100-10}$$

$$=1-\frac{6\left(41+\frac{1}{12_1}\overset{2}{24}+\frac{1}{12_1}\times\overset{1}{6}+\frac{1}{12_2}\overset{1}{6}\right)}{100-10}$$

$$=1-\frac{6\left(41+2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}{990}$$

$$=1-\frac{6(44)}{990}$$

$$=1-\frac{264}{990}$$

$$=1-0.2667$$

$$=0.738$$

19.3 اسپیرمین کوریلیشن کے ضریب کے خدوخال

Features of Spearman's Coefficient of Correlation

1. دو متغیروں کے درمیان رینکس کے فرق کا مجموعہ صفر ہوگا علامتی طور پر $\Sigma d = 0$ ۔

2. اسپیر مین کا کوریلیشن کا ضریب نان پیرامیٹرک (   ) ہے کیونکہ کسی زیر مشاہدہ نمونہ سے آبادی کی شکل کے بارے میں مشکل مفروضات نہیں لئے جاتے۔

3. اسپیر مین کوریلیشن کے ضریب کچھ اور نہیں بلکہ کارل پیرسن کے کوریلیشن کا ضریب ہے رینکس کے درمیان ہے لہٰذا اس کی تشریح بھی کارل پیرسن کی تشریح کی طرح کی جائے گی۔

19.4 رینک کوریلیشن کے فائدے اور نقصانات

Advantages and Disadvantages of Rank Correlation

فائدے

1. چونکہ اس طریقے میں Σd یا R_1 اور R_2 میں فرق ہمیشہ صفر کے برابر ہوتا ہے اس لئے تحسیب پر روک فراہم کرتا ہے۔
2. چونکہ اسپیر مین کے رینک کوریلیشن وہی ہے جو رینکس کے درمیان کارل پیرسن کے کوریلیشن کے ضریب کے برابر ہے اس لئے اس کی تشریح بھی کارل پیرسن کے کوریلیشن کے ضریب کی طرح کی جاتی ہے۔
3. رینک کوریلیشن کارل پیرسن کے کوریلیشن کے ضریب کے برخلاف یونیورس میں نارمل حالات کے متقاضی نہیں ہوتے جس میں سے نمونہ سیمپل لیا گیا تھا۔
4. رینک کوریلیشن سمجھنے اور اطلاق کے لئے نہایت آسان ہے۔ تاہم پیرسن کا ضریب مکمل معلومات کی بنیاد پر ہوتا ہے جب کہ اسپیر مین کا ضریب صرف رینک کی بنیاد پر ہوتا ہے۔ r کی قیمتیں عموماً دونوں طریقوں میں الگ الگ ہوتی ہیں۔
5. اسپیر مین کے رینک کا طریقہ ہی کوریلیشن کے مطالعہ کا ایک راستہ ہے جو معیاری اعداد و شمار کے درمیان کیا جاتا ہے جس کی پیمائش اعداد میں نہیں کی جا سکتی لیکن سلسلہ نشان میں ترتیب دیا جا سکتا ہے۔

نقصانات

1. یہ طریقہ دوہرے تعددی جدول میں استعمال نہیں کیا جا سکتا۔ یا Bivariate frequency distribution میں کی صورت میں استعمال نہیں کیا جا سکتا۔
2. اس کا استعمال سہولت بخش طریقہ پر صرف اسی وقت کیا جا سکتا ہے جب کہ n چھوٹا ہو ورنہ حساب دہی تکلیف دہ یا مشقت طلب ہو جاتی ہے۔

19.5 رینک کوریلیشن کے ضریب کے استعمالات

Uses of Coefficient of Correlation

1. ابتدائی اعداد و شمار رینکس کی صورت میں ہوں۔
2. اگر تعداد کم ہو (جیسے 25 یا 30) بعض اوقات داخلی اعداد و شمار پر Apply کیا جاتا ہے جہاں مشابہت پیدا کرنا ہو جب کہ r کی قیمت کی

تحسیب زیادہ وقت طلب ہو۔اس کے لئے Interval data کو دونوں متغیرات کو رینکس کی ترتیب میں منتقل کیا جاتا ہے۔اگر 30'N' سے زیادہ ہوتو اس کو دس کی رینکنگ مشقت طلب اور اس فارمولے کے ذریعہ متوقع وقت کی بچت کے خلاف ہو جاتی ہے۔

19.6 باہمی انحراف کا ضریب

Coefficient of Concurrent Deviations

بعض اوقات دو سلسلوں کے درمیان کوریلیشن کا مطالعہ بہت ہی موقعتی انداز میں کرنے کی خواہش ہو تب ایسی صورت میں جہاں تک ہو سکے باقاعدہ طور پر خصوصی توجہ کی ضرورت نہ ہو۔ایسی صورت میں Coefficient of Concurrent Deviations کی تحسیب کافی ہے۔ اس طریقہ میں کوریلیشن کی تحسیب انحراف کی سمت کے درمیان ہوگی ان کی قدر رمقدار پر نہیں ہوگی۔اس ضریب کی تحسیب میں صرف انحراف کی سمت کو زیرغور رکھا جاتا ہے اور ان کی مقدار کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔

Coefficient of Concurrent Deviations کی تحسیب کے لئے کسی اوسط یا حرکتی اواسط کے طریقہ سے انحراف نہیں کیا جاتا۔ لیکن گذشتہ/پچھلی مدت سے صرف ان کی سمت کو پیش نظر رکھا جاتا ہے،اس کی تحسیب کے لیے ضابطہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$r_c = \pm\sqrt{\pm\left(\frac{2c-n}{n}\right)}$$

جہاں، $r_c =$ Coefficient of Concurrent Deviations

C = The no. of pairs of Concurrent Deviations

$n =$ No. of pairs of Deviations

Coefficient of Concurrent Deviations کی تحسیب کے لئے کسی اوسط یا حرکتی اواسط کے طریقوں سے انحراف سے نہیں کیا جاتا۔لیکن گذشتہ رپچھلی مدت سے صرف ان کی سمت کو پیش نظر رکھا جاتا ہے۔اس کی تحسیب کے لئے فارمولہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

اس کوریلیشن کے ضریب کی قیمت بھی 1± کے درمیان ہوتی ہے اس فارمولے میں مثبت اور منفی علامات کو ذہن میں رکھا جائے۔اگر $\frac{2c-n}{n}$ کی قیمت منفی ہو تب اس کا مربع (Square root) تحسیب نہیں کیا جاسکتا اس لئے مربع کی علامت پر منفی علامت لکھی جائے گی تاکہ مربع کی تحسیب کی جاسکے اور منفی کی علامت کوریلیشن کے ضریب کی قیمت سے پہلے لکھی جائے۔

اس ضریب کی تحسیب میں اقدامات یوں ہیں:

1. x متغیر میں تبدیلی کی سمت کو معلوم کریں۔اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ معلوم کیا جائے کہ اس سلسلہ کا دوسرا عدد پہلے عدد سے بڑا ہے یا نہیں۔اگر ایسا ہے تب سمت + ہوگی اگر دوسرا عدد پہلے عدد سے چھوٹا ہو تو سمت - ہوگی۔اگر دونوں اعداد مساوی ہوں تو سمت 0 ہوگی۔اسی طرح تیسرے عدد کی سمت معلوم کریں کہ وہ دوسرے عدد سے بڑا ہے چوتھا عدد تیسرے عدد سے بڑا ہے یا چھوٹا اس طرح آگے بڑھیں اس کی نشاندہی (dx) سے کریں۔

2. اسی طریقہ پر y متغیر میں سمت کی تبدیلی کو معلوم کریں اس کی نشاندہی (dy) سے کریں۔

3. dx اور dy کو ضرب دیں اور C کی قیمت کا تعین کریں۔ یہ مثبت حاصل ضرب کا عدد ہوگا (+ x +) یا (-x-)

4. مذکورہ بالا ضابطہ کو استعمال کریں اور ضریب یا r معلوم کریں۔

تمثیل 7: درج ذیل اعداد سے Coefficient of Concurrent Deviations کی تحسیب کریں۔

x:	1	2	3	4	5	6
y:	25	16	9	5	1	0

حل

x	Deviation from previous value	y	Deviation from previous value	$dxdy$
1	–	25	–	–
2	+	16	–	–
3	+	9	–	–
4	+	5	–	–
5	+	1	–	–
6	+	0		

$$r_c = \pm\sqrt{\pm\left(\frac{2c-n}{n}\right)} = \pm\sqrt{\frac{0-5}{5}} = \pm\sqrt{-1}$$

$$= -\sqrt{1} = 0-1$$

اس طرح x اور y کے درمیان مکمل منفی تعلق پایا جاتا ہے (چونکہ $dxdy=0$) اس طرح ان کے درمیان Concurrent deviations نہیں ہے۔

تمثیل 8: نیچے دیئے گئے اعداد و شمار کے لئے کانکرنٹ ڈیویشن کا ضریب معلوم کیجئے۔

مزدوروں کی تعداد :	300	350	400	450	500	550
صرف شدہ چاول کی مقدار :	30	32	33	35	40	50

مزدوروں کی تعداد	Deviation from previous figure dx	y	Deviation from previous figure	$dxdy$
300	–	30	.	–
350	+	32	+	+
400	+	33	+	+
450	+	35	+	+
500	+	40	+	+
550	+	50	+	+
				$\Sigma dxdy = 5$

n = 5 C = 5

$$r_c = \pm\sqrt{\pm\frac{2c-n}{n}}$$

$$= \pm\sqrt{\pm\frac{205-5}{5}}$$

$$= \pm\sqrt{\pm\frac{5}{5}}$$

$$= +1$$

یہاں کانکرنٹ ڈیویشن کا ضریب 1+ ہے یہاں $dxdy = n$ جس کا مطلب تمام انحراف ایک ہی سمت میں ہیں۔

19.7 کانکرنٹ انحراف کے طریقہ کی خوبیاں اور خرابیاں

Advantages and Disadvantages of Concurrent Deviation

خوبیاں:

کانکرنٹ انحراف کی طریقہ کی خوبیاں درج ذیل ہیں

1۔ تمام طریقوں میں یہ سب سے آسان طریقہ ہے۔

2۔ جب آئیٹمس کی تعداد زیادہ ہوجاتی ہے تب پیچیدہ طریقوں کو استعمال کرنے سے قبل ان کے درمیان زاویہ کے بارے بہت جلد بھانپ لینے کے لیے اس طریقہ کو استعمال کیا جاسکتا ہے۔

خرابیاں:

کانکرنٹ انحراف کی طریقہ کی خرابیاں درج ذیل ہیں

1۔ یہ طریقہ چھوٹی اور بڑی تبدیلی میں فرق نہیں کرتا مثال کے طور پر اگر x میں 100 سے 101 تک اضافہ ہو تو علامت + ہوگی اور اگر y میں 60 سے 160 تک ہو تب بھی علامت + ہوگی۔ اس طرح دونوں کا وزن برابر ہوگا جب کہ دونوں سلسلے ایک ہی سمت میں تبدیل ہو رہے ہوں۔

2۔ اس طریقہ سے محصلہ نتائج کوریلیشن کی موجودگی اور غیر موجودگی کا صرف ایک سرسری رجحان دیتے ہیں۔ لیکن قطعی نتیجہ اخذ نہیں کیا جاسکتا۔

19.8 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

اسپیرمین درجاتی ہم رشتگی دو متغیرات کے درمیان قوت اور سمت (مثبت / منفی) کی جانچ کاری کا ایک طریقہ ہے۔ اس کی نشاندہی لاطینی زبان کے لفظ p (rho) سے کی جاتی ہے۔ درجاتی ہم رشتگی کا انحصار دو متغیرات کے درمیان درجات کی پیمائش پر ہے۔ درجاتی ہم رشتگی درجاتی متغیرات کے درمیان کارل پیرسن کی ہم رشتگی ہے۔

اسپیرمین رینک کوریلیشن کا ضابطہ یوں ہے۔

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

خدوخال: دو متغیروں کے درمیان رینکس کے فرق کا مجموعہ صفر ہوگا۔ اس کا ضریب کسی زیر مشاہدہ نمونہ سے آبادی کی شکل میں مشکل مفروضات نہیں لیے جاتے۔ یہ ضریب کچھ اور نہیں بلکہ کارل پیرسن کی ہم رشتگی کا ضریب ہے۔ اس لیے اس کی تشریح بھی کارل پیرسن کی تشریح کی طرح کی جائے گی۔

درجاتی ہم رشتگی کے فائدے: اس طریقہ میں R_1 اور R_2 میں فرق ہمیشہ صفر کے برابر ہوتا ہے۔ اس لیے تحسیب پر روک فراہم کرتا ہے۔ اسپیرمین رینک کوریلیشن وہی ہے جو رینکس کے درمیان کارل پیرسن کے کوریلیشن کے ضریب کے برابر ہے۔ اس لیے اس کی تشریح بھی کارل پیرسن کے کوریلیشن کے ضریب کی طرح کی جاتی ہے۔

نقصانات: یہ طریقہ دوہرے تعددی جدول میں استعمال نہیں کیا جاسکتا۔ اس طریقہ کا استعمال سہولت بخش طریقہ پر صرف اسی وقت کیا جاسکتا ہے جبکہ ''n'' چھوٹا ہو ورنہ حساب دہی مشقت طلب ہو جاتی ہے۔

باہمی انحراف کا ضریب: بعض اوقات دو سلسلوں کے درمیان کوریلیشن کا مطالعہ بہت ہی موقعتی انداز میں کرنے کی خواہش ہو، تب ایسی صورت میں جہاں تک ہوسکے باقاعدہ طور پر خصوصی توجہ کی ضرورت نہ ہو۔ ایسی صورت میں Coefficient of Correurrent Devations کی تحسیب کافی ہے۔ اسی طریقہ میں کوریلیشن کی تحسیب انحراف کی سمت کے درمیان ہوگی۔ ان کی قدر یا مقدار پر نہیں ہوگی۔ اس ضریب کی تحسیب میں صرف انحراف کی سمت کو زیر غور رکھا جاتا ہے اور ان کی مقدار کو نظر انداز کیا جاتا ہے۔

19.9 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ درجاتی ہم رشتگی Rank Correlation : ترتیب وار متغیرات کے درجات یا یکساں متغیرات یا ایک ہی قسم کے متغیرات کے رینکنگس کے درمیان تعلق کی پیائش درجاتی ہم رشتگی ہے۔

2۔ انحراف کا ضریب Coefficient of Concurrent Deviation : جب ہم کسی دو متغیرات کی مقدار پر سنجیدہ نہ ہوں تب ان کے درمیان ہم رشتگی معلوم کرنے کا سادہ اور موقعتی طریقے کو باہمی انحراف کا ضریب کہتے ہیں۔

19.10 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1. درجاتی ہم رشتگی کو پیش کرنے والا ماہر شماریات کا نام _______ ہے۔
2. درجاتی ہم رشتگی کا ضابطہ __________ ہے۔
3. درجاتی ہم رشتگی کو__________ کے لفظ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
4. ایک سے زیادہ ایٹمس کی قیمت یکساں ہوں تو__________ رینکس دیے جاتے ہیں۔
5. یکساں رینک ہونے کی صورت میں ضابطہ __________ ہے۔
6. درجاتی ہم رشتگی کے تصور کو اسپیرمین نے 1904 میں ترتیب دیا۔ (صحیح/غلط)
7. درجاتی متغیرات کے درمیان کارل پیرسن کی ہم رشتگی ہے۔ (صحیح/غلط)
8. درجاتی ہم رشتگی میں اعلیٰ سے ادنیٰ تک رینکس نہیں دیے جاتے۔ (صحیح/غلط)
9. اگر رینک ایک سے زاید ہو تو کچھ نہیں کیا جاتا۔ (صحیح/غلط)
10. باہمی انحراف کے ضریب میں متغیرات کے بڑھنے، گھٹنے کی سمت دیکھی جاتی ہے۔ (صحیح/غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1. اسپیرمین کے بارے میں لکھیے۔
2. اسپیرمین رینک کوریلیشن کے ضریب کے خدوخال لکھیے۔
3. باہمی انحراف ضریب کیا ہے؟ 4 - 1 اسپیرمین کوریلیشن کی تعریف کیجیے۔

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1. رینک کوریلیشن کیا ہے؟ اس کے فائدے اور نقصانات لکھیے۔
2. باہمی انحراف کا ضریب کیا ہے؟ اس کے فائدے اور نقصانات لکھیے۔
3. ذیل میں 10 طالبات کے درجے دیے گئے ہیں، درجاتی ہم رشتگی کا ضریب معلوم کیجیے۔

M:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N:	12	9	6	10	3	5	4	7	8	2	11	1

جواب : $r_S = 0.045$

4. درجہ ذیل سے اسپیرمین رینک کوریلیشن دریافت کیجیے۔

B:	48	58	72	62	56	45	39	52	25
C:	63	78	65	70	38	54	60	32	28

جواب : $r_S = 0.67$

5. ذیل کے اعداد و شمار سے رینک کوریلیشن تحسیب کیجیے۔

R:	15	20	20	20	50
S:	10	12	60	60	70

جواب : 0.8

6. اسپیرمین ہم رشتگی کا ضریب معلوم کیجیے۔

C:	99	47	68	57	76	61	30	44	82	58
D:	75	63	72	42	71	41	20	64	68	67

جواب : 0.66

7. اسپیرمین ہم رشتگی کا ضریب دریافت کیجیے۔

تاریخ H	80	78	75	75	68	67	60	59
جغرافیہ	12	13	14	14	14	16	15	17

جواب : $r_S = 0.93$

19.11 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statisitcs : Gupta S.C
2. Statistics : Gupta B.N
3 Business Statistics : J K Sharma
4. Business Statistics : C R Reddy

اکائی 20 تجزیۂ مراجعت

Regression Analysis

	اکائی کی ساخت	Unit Structure
20.0	تمہید	Introduction
20.1	مقاصد	Objectives
20.2	تجزیۂ مراجعت کا مفہوم، تعریف اور نوعیت	Meaning, Definition and Nature of Regression
20.3	تجزیۂ مراجعت کے استعمالات	Uses of Regression Analysis
20.4	ہم رشتگی اور تجزیۂ مراجعت میں فرق	Difference between correlation and Regression analysis
20.5	ریگریشن کے مطالعہ کے طریقے	Methods of Studying Regression
20.6	حسابی اوسط سے انحراف کا طریقہ	Method of Deviations from Mean
20.7	اکتسابی نتائج	Learning Outcomes
20.8	کلیدی الفاظ	Key words
20.9	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
20.10	تجویز کردہ کتب	Reference Books

20.0 تمہید Introduction

دو متغیروں کے درمیان اس حقیقت کا انکشاف ہونے کے بعد کہ دونوں میں قریبی تعلق پایا جاتا ہے، ہم اس بات میں دلچسپی رکھیں گے کہ ایک معلوم قیمت دینے کے بعد دوسری نامعلوم قیمت کی پیش بینی کریں۔ مثال کے طور پر اگر ہم جانتے ہیں کہ اشتہار کاری اور فروخت دونوں کورلیٹیڈ ہیں تب ہم کو دی گئی تشہیر پر خرچ شدہ رقم کی مدد سے فروخت کی رقم معلوم کرسکتے ہیں۔ اسی طرح اگر ہم یہ جانتے ہیں کہ چاول کی پیداوار، بارش دونوں کورلیٹیڈ ہیں تب ہم معینہ چاول کی پیداوار کے لئے بارش کی مقدار کتنی ہونی چاہئے اس کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔ تجزیہ مراجعت دو متغیرات کے درمیان اوسط تعلق کا انکشاف کرتا ہے یہی وہ عنصر ہے جو تخمینہ یا پیش بینی کو ممکن بناتا ہے۔

20.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہوجائیں گے کہ:

- تجزیہ مراجعت کی تعریف کرسکیں۔
- تجزیہ مراجعت کے استعمالات سے واقف ہوسکیں۔
- ہم رشتگی اور تجزیہ مراجعت میں فرق کرسکیں۔
- مراجعتی خطوط اور مساوات سے واقف ہوسکیں۔
- تخمینہ کی معیاری خطا کی تحسیب کرسکیں۔
- تجزیہ مراجعت کی خامیوں سے واقف ہوسکیں۔

20.2 تجزیہ مراجعت کا مفہوم، تعریف اور نوعیت

Meaning, Definition and Nature of Regression

اصطلاح Regression کے معنی ڈکشنری میں "عمل مراجعت" (Act of Returning) واپسی (Going back) کے ہیں۔

اصطلاح Regression کو سب سے پہلے سر فرانسس گالٹن نے 1877 میں باپ اور بیٹوں کے قد کے درمیان تعلق کے مطالعہ کے دوران استعمال کیا۔ اس نے اس لفظ کو اپنے ایک مضمون "Regression towards Mediocrity in Herditary Stature" میں استعمال کیا۔ "قد" کے بارے میں اس کا مطالعہ سے ایک ہزار "باپ اور بیٹوں" سے ایک دلچسپ تعلق کا انکشاف ہوا یعنی لانبے باپ لانبے بیٹے اور پستہ قد باپ کے پستہ قد بیٹے ہوتے ہیں لیکن لانبے قد کے والدین کے گروپ کے بیٹوں کا اوسط قد اپنے والد سے کم نکلا اور پستہ قد والد کے بیٹوں کا قد اپنے والد سے زیادہ تھا۔ وہ خط جو عمل مراجعت کے رجحان یا واپسی کو گالٹن نے "Regression line" کہا ہے۔ یہ اصطلاح آج بھی اس خط کو بیان کرنے کے لئے استعمال کی جاتی ہے جو نقاط کے گروہ کے رواں رجحان کی نمائندگی کے لئے کھینچا گیا ہو لیکن یہ تصور زیادہ دنوں تک باقی نہیں رہا کیونکہ یہ گالٹن کے Stepping back (پیچھے ہٹنا) تصور کردہ اصل اثرات کا حامل نہیں تھا۔ ان دنوں جدید مصنفین میں Regression line کے بجائے

Estimating line کے استعمال کرنے کے رجحان میں اضافہ ہوا ہے کیونکہ اصطلاح Estimating line اپنے اندر جامعیت رکھتی ہے۔

تعریف:

اصطلاح Regression کا مفہوم اچھی طرح سمجھنے کے بعد اب اس کی تعریف پر ایک اچٹتی ہوئی نظر ڈالیں گے۔ مختلف مصنفین نے اس کی تعریف الگ الگ انداز سے کی ہے۔

1. Taro Yamane کے ریگریشن انالائیسنس کی تعریف ان الفاظ میں کی ہے ''دو یا دو سے زیادہ متغیرات کے درمیان موجبانہ تعلق کو دریافت کرنے کے لئے معاشیات اور کاروباری تحقیق میں اکثر استعمال کی جانے والی ٹیکنکس میں سے یہ ایک ہے۔''

2. Ya-Lun Chou کے مطابق Regression Analysis متغیرات کے درمیان تعلقات قائم کرنے کی کوشش ہے جیسے متغیرات کے درمیان تفاعلی تعلق کا مطالعہ ہے اسی وجہ سے پیشن گوئی میکانزم فراہم کرتا ہے۔

مذکورہ بالا تعریفات سے یہ بالکل صاف ہے کہ ریگریشن انالیسیس ایک آلہ ہے جس کی مدد سے ہم معلوم قدر سے دوسری نامعلوم قدر معلوم کرنے کے موقف میں ہوتے ہیں۔ وہ متغیر جس کو نامعلوم متغیر کو پیش بینی کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے اس کو Independant variable یا Explanatory variable کہا جاتا ہے اور جس متغیر کو ہم پیش بینی کرنے کی کوشش کر رہے ہیں اس کو Dependant variable explained variable کہا جاتا ہے۔ Independant variable کو x اور Depended variable کو y سے تعبیر/موسوم کیا جاتا ہے۔ استعمال کردہ تجزیہ سادہ خطی مراجعتی تجزیہ (Simple linear regression analysis) کہا جاتا ہے۔ یہ سادہ یا آسان اس لئے ہے کہ یہاں صرف ایک ہی پیش گو یا آزاد متغیر ہوتا ہے اور خطی (Linear) اس لئے کہ خود منحصر (Depended) اور آزاد متغیرات کے درمیان مفروضہ خطی تعلق ہوتا ہے۔ اصطلاح Linear کا مطلب خط مستقیم کی وہ مساوات ہے جو $y = a + bx$ کو ترتیب دیتی ہے۔ جہاں a اور b اٹل ہیں جن کو دو متغیرات کے درمیان موجود اوسط تعلق کو بیان کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

یہ بات نوٹ کی جائے کہ اصطلاحات Dependent اور Independent دونوں Dependence کے ریاضیاتی اور تفاعلی معنی مفہوم سے متعلق ہیں۔ اس کا مطلب ہرگز یہ نہیں کہ متغیرات کے درمیان کوئی لازمی طور پر وجہ اور اثر کا تعلق ہے اس کا مطلب سادہ طور پر یہ ہے کہ Dependent متغیر y کی قیمتوں کا تخمینہ معلوم کیا جاسکتا ہے بشرطیکہ Independent variable x کی قیمتیں تفاعل ریاضی میں x اور y کو شامل کر کے دی جائیں ایسی صورت میں y کی قیمتوں کا انحصار x کی قیمتوں پر ہوگا۔ چاہے متغیر x، متغیر y کی تبدیلی باعث ہو یا نہ ہو۔ مثال کے طور پر تشہیر پر خرچ کے اعداد و شمار پر ایک شئے کی فروخت کے تخمینہ کرنے کے دوران فروخت کو عموماً Dependent متغیر کے طور پر لیا جاتا ہے تاہم تشہیر پر خرچ میں تبدیلی کی وجہ سے فروخت میں تبدیلی کے تناظر میں ان دو عناصر میں موقعتی بندش ہو بھی سکتی ہے اور نہیں بھی۔ حقیقت میں بعض صورتوں میں وجہ۔ اثر تعلق بظاہر نظر آنے والے تعلق کے برعکس ہوتا ہے۔ سادہ مراجعتی تجزیہ میں دو متغیرات ہوتے ہیں ایک کو Independent variable یا Regressor یا Predector یا Explanator کہتے ہیں اس متغیر کی قیمتوں کی بنیاد پر دوسرے متغیر کی پیش بینی کی جاتی ہے۔ یہ دوسرا متغیر جس کی قیمتوں کی پیش بینی کی جاتی ہے اس کو Dependent یا Regressed یا Explained متغیر کہا جاتا ہے۔

مراجعت کا مطالعہ صرف دو متغیرات کی حد تک محدود ہو تو اس کو Simple regression اور اگر مراجعتی تجزیہ کا مطالعہ وقت واحد میں

دو سے زاید متغیرات پر ہوتو اس کو Multiple regression کہا جاتا ہے۔

20.3 مراجعتی تجزیہ کے استعمالات Uses of Regression Analysis

مراجعتی تجزیہ شماریاتی نظریہ کی ایک شاخ ہے جس کا استعمال تمام عصری شعبہ حیات میں زیادہ سے زیادہ استعمال کیا جاتا ہے۔ معاشیات میں معاشی نظریہ اور معاشی زندگی کو ترتیب دینے والے معاشی متغیرات کے درمیان تعلق کی پیائش کاری یا تخمینہ کاری کے لئے یہ ایک بنیادی ٹیکنک ہے مثال کے طور پر اگر ہم دو متغیرات قیمت x اور طلب y کا ایک دوسرے سے قریبی تعلق ہے تب ہم x کی قیمت دریافت کر سکتے ہیں جب کہ y کی قیمت دی جائے یا y کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں جب کہ x کی قیمت دی جائے۔ ٹھیک اسی طرح اگر ہم ٹیکس اور شئے کی قیمت میں اضافہ کا قریبی تعلق ہو تب ہم ٹیکس کی رقم کو مقدار یا شرح کی مناسبت سے شئے کی متوقع قیمت معلوم کر سکتے ہیں۔ چنانچہ ریگریشن کے مطالعہ سے ہمیں پتہ چلتا ہے کہ یہ ماہرین معاشیات اور تاجرین کے لئے کافی مددگار رہے۔ ریگریشن کے استعمالات صرف ماہرین معاشیات اور تاجرین کے لئے ہی محدود نہیں ہیں بلکہ اس کا اطلاق قدرتی، طبعی اور سماجی سائنس تک ہوتا ہے اس کے فائدے مختصراً ذیل میں دیکھے جا سکتے ہیں۔

1. مراجعتی تجزیہ Dependent متغیر کی تخمینی قیمت Independent متغیر سے فراہم کی جاتی ہے اس تخمینی قیمت کے حصول کے لئے مستعملہ آلہ مراجعتی خط (Regression line) ہے مراجعتی خط x اور y متغیرات کے درمیان موجود وسطی تعلق کو بیان کرتا ہے یعنی یہ y کی دئی گئی قیمتوں کے لئے x کی اوسط قیمتیں نمایاں کرتا ہے۔ اس خط کی مساوات کو مراجعتی مساوات (Regression equation) کہتے ہیں۔ یہ مساوات Dependent متغیر کا تخمینہ فراہم کرتی ہے جب کہ Independent متغیر کو مساوات میں درج کیا جائے۔
2. ریگریشن تجزیہ کا دوسرا استعمال ریگریشن لائین کے بطور اساس استعمال میں درآئیں غلطیوں کا سد باب کرنا۔ اس مقصد کے لئے تخمینہ کی معیاری خطا (Standard error) کی تحسیب کرنا۔
3. ریگریشن کوایفیشینٹس کی مدد سے ہم کوریلیشن کوایفیشینٹ کی تحسیب کر سکتے ہیں کوریلیشن کوایفیشینٹ (r) کا مربع Coefficient of determination کہلاتا ہے۔ یہ دو متغیرات کے درمیان کوریلیشن کے اتحاد کے زاویہ کی پیائش کرتا ہے۔ مراجعتی مساوات کے پیش کردہ Dependent variable کے وریئنس تناسب کا جائزہ لیتی ہے۔ عام طور پر r^2 کی قدر زیادہ ہو تو ارتسام کے لئے بہتر اور Predictive device کے طور پر ریگریشن مساوات اتنی زیادہ بہتر ہوگی۔

20.4 ہم رشتگی اور تجزیہ مراجعت میں فرق

Difference between correlation and Regression analysis

کوریلیشن اور ریگریشن تجزیہ دونوں مختلف مفروضات کے تحت ترتیب دئے گئے ہیں۔ یہ مختلف قسم کی معلومات بہم پہنچاتے ہیں لیکن ہمیشہ یہ واضح نہیں ہوتا کہ کونسا پیمانہ دئے گئے حالات کے لئے کب اور کیوں استعمال کیا جائے۔ ان دونوں کے درمیان درج ذیل فرق پایا جاتا ہے۔

1. چونکہ ضریب Coefficient 'x' اور 'y' کے درمیان Covariability (ہم آہنگی) کے زاویہ کی پیائش ہے ریگریشن تجزیہ کا مقصد متغیرات کے درمیان تعلق کی نوعیت کا مطالعہ ہے تا کہ ہم ایک کی قیمت کی پیشن گوئی دوسری قیمت کی بنیاد پر کر سکیں۔ دو متغیرات کے درمیان

جتنا مضبوط تعلق ہوگا اتنا ہی تخمینہ جات پر اعتماد کیا جا سکتا ہے۔

2. کوریلیشن دو متغیرات کے درمیان تعلق کے زاویہ کی دریافت کے لئے صرف ایک آلہ ہے اور اس لئے ہم یہ نہیں کہہ سکتے کہ ایک متغیر وجہ (Cause) اور دوسرا اثر (Effect) ہے۔ مثال کے طور پر ایک مخصوص مدت یا ایک شئے کے لئے قیمت اور طلب کے درمیان کوریلیشن زیادہ ہو تب یہ نہیں کہا جا سکتا کہ قیمت وجہ اور طلب اثر ہے۔ تاہم ریگریشن تجزیہ میں ایک متغیر کو Dependent جب کہ دوسرے کو Independent کے طور پر لیا جا سکتا ہے۔ اس طرح یہاں وجہ اور اثر تعلقات کا مطالعہ ممکن ہے۔ یہاں یہ نوٹ کیا جائے گا کہ اتحاد (Association) کی موجودگی Causation تسبیب کا باعث نہیں لیکن جہاں تسبیب (Causation) ہو وہاں اتحاد لازمی طور پر ہوتا ہے۔ متغیرات کے درمیان اتحاد کی موجودگی یا غیر موجودگی کا پتہ شماریاتی ثبوت سے لگایا جا سکتا ہے چاہے تسبیب پائی جائے یا نہ پائی جائے۔ اس کا انحصار خالصتاً استدلال (Reasoning) پر ہوتا ہے۔

3. کوریلیشن تجزیہ میں xy سمت کی پیمائش اور دو متغیرات x اور y کے درمیان خطی تعلق (Linear relationship) کا زاویہ ہوتا ہے۔ r_{xy} اور r_{yx} متشاکل (Symmetric) ہیں۔ ($r_{yx}=r_{xy}$) یعنی x اور y میں کون Dependent متغیر اور کون Independent متغیر ہے کوئی معنی نہیں رکھتا۔ ریگریشن تجزیہ میں ریگریشن ضریب bxy اور byx متناسب Symmetric نہیں ہیں یعنی $bxy \neq byx$ اور اس لئے یہاں کونسا متغیر Dependent ہے اور کونسا متغیر Independent ہے کافی فرق پڑ جاتا ہے۔

4. کبھی کبھار دو متغیرات کے درمیان بے معنی/مہمل کوریلیشن بھی پایا جاتا ہے جس کا کوئی عملی تعلق نہیں ہوتا۔ جیسے گروپ کی آمدنی میں اضافہ یا وزن میں اضافہ۔ تاہم بے معنی/مہمل ریگریشن نہیں ہوتا۔

5. کوریلیشن کا ضریب پیمانے اور مبدے میں تبدیلی سے آزاد ہوتا ہے۔

ریگریشن اور کوریلیشن تجزیہ میں کچھ مشترکہ ہے تو یہ ہے کہ کوریلیشن کا ضریب (r) اور ریگریشن ضریب (bxy) اور (byx) دونوں کی علامت (r) ایک ہی مشترک ہے۔ اگر دیئے گئے Level of significance پر b کی قدر نمایاں ہو تو اسی سطح پر r بھی نمایاں ہوگا۔

متغیرات میں تعلق خطی (Linear) اور غیر خطی (Non linear) ہوسکتا ہے۔ دو متغیرات میں خطی تعلق اس وقت ہوگا جب کہ Independent variable یعنی x میں ایک اکائی کی تبدیلی ہو تو Dependent variable 'y' میں بھی اتنی ہی تبدیلی ہوگی۔ جب دو متغیرات میں خطی تعلق ہو تب ریگریشن خطوط کو Dependent variable کی قیمتوں کو دریافت کرنے کے لئے استعمال کیا جا سکتا ہے جب ہم دو متغیرات (x اور y) کو ایک منتشر ڈیاگرام پر مرتسم کرتے ہیں اور دو خطوط کھینچتے ہیں جو مرتسم نقاط سے گذرتے ہیں تو ان خطوط کو Regression lines کہا جاتا ہے۔ Linear Regression میں یہ خط سیدھے ہوتے ہیں یہ خطوط دو مساوات کی بنیاد پر ہوتے ہیں انہیں Regression equations کہتے ہیں۔ یہ مساوات ایک متغیر کی معلوم قیمت سے نامعلوم قیمت کو دریافت کرنے پر صحیح تخمینہ کا باعث ہوتی ہے۔

20.5 ریگریشن کے مطالعہ کے طریقے Methods of Studying Regression

ریگریشن کے مطالعہ کے دو طریقے ہیں:

(i) ترسیمی طریقہ (Graphically) (ii) الجبریائی طریقہ (Algebraically)

(i) ریگریشن کے مطالعہ کے ترسیمی طریقہ Graphic Study of Regression

جب ریگریشن کا مطالعہ ترسیمی طریقہ سے کیا جاتا ہے تو ہمیں منتشر ڈیا گرام (Scatter diagram) کھینچنا ہوگا۔ایک منتشر ڈیا گرام x اور y متغیرات کے ایک جوڑ مقداروں کے لئے ایک پوائنٹ پر مشتمل ہوتا ہے۔عموماً x متغیر کو افقی پیمانے (Horizontal scale) اور y متغیر کو عمودی پیمانے (Vertical scale) پر ظاہر کیا جاتا ہے۔جب تمام متعلقہ قیمتوں /مقداروں کو منتشر ڈیا گرام پر مرتسم کر دیا جاتا ہے تو ہمیں دو ریگریشن خطوط کھینچنے پڑتے ہیں تا کہ متغیرات x اور y کی مقداروں کی پیش گوئی کی جا سکے۔وہ ریگریشن خط جس کو x کی قیمت /مقدار پر y کی مقداروں کی پیش گوئی کے لئے استعمال کیا جاتا ہے x پر y کا ریگریشن خط (Regression line of y on x) کہلاتا ہے۔اسی طرح ریگریشن جس کو y کی قیمت /مقدار پر x کی مقداروں کی پیش گوئی کے لئے استعمال کیا جاتا ہے y پر x کا ریگریشن (Regression line of x on y) کہلاتا ہے۔ x اور y کے درمیان کوریلیشن کا ضریب مکمل /کامل ہو یعنی اس کی قیمت 1+ یا 1- ہو تب صرف ایک ریگریشن لائین ہوگی کیونکہ ایسی صورتوں میں دو سلسلوں میں تغیرات ہمیشہ ایک اٹل عدد سے اضافہ یا کم کی صورت میں پائے جاتے ہیں۔

جب ہم Independent variable میں تبدیلیوں کے تناسب Dependent variable میں تبدیلیوں کو ظاہر کر رہے ہوتے ہیں تو سیدھے خطوط کھینچیں گے تب اس کو Linear Regression کہا جاتا ہے۔تاہم اگر دو متغیرات کے درمیان تعلق خط مستقیم کی طرح نہ ہو بلکہ کوئی دوسرے تفاعلی تعلق ہوں جیسے $y = x^2$ ایسی صورت میں متغیرات کے درمیان Non-linear Regression کا ہوتا ہے۔زیر مطالعہ اکائی میں ہم صرف Linear Regression کا مطالعہ کر رہے ہیں۔

Linear Regression Lines کو کھینچیں۔ان خطوط کو یوں کھینچا جا سکتا ہے۔

(a) حسب منشا قوس کا طریقہ (Free hand curve method)

(b) اقل ترین مربعوں کا طریقہ (Method of least squares)

(a) حسب منشا قوس کا طریقہ Free hand Curve Method

اس طریقہ میں ہم x اور y کی قیمتوں کے جوڑوں کو منتشر ڈیا گرام کی شکل میں مرتسم کرتے ہیں۔قیمتوں کے ایک جوڑ کے لئے ایک نقطہ مقرر ہوتا ہے۔ان خطوط کے منجملہ ایک خط کو کچھ اس انداز سے کھینچا جاتا ہے کہ y سلسلے کے پازیٹیو انحراف جو اس کے اوسط حسابیہ سے لئے جاتے ہیں منفی (Negative) انحراف سے تنسیخ ہو جائے خط کے ایک جانب کے انحرافی اعداد کا مجموعہ دوسری جانب کے انحرافی اعداد کے مجموعے کے برابر /مساوی ہو۔یہ x پر y کا ریگریشن خط ہوگا۔

دوسری ریگریشن لائین کچھ اس انداز سے کھینچی جائے گی x سلسلے کے پازیٹیو انحرافی اعداد جو اس کے اوسط حسابیہ سے لئے جاتے ہیں منفی (Negative) انحرافی اعداد سے تنسیخ /قطع ہو جائے اس ریگریشن لائین کو y پر x ریگریشن لائین کہا جائے گا۔یہ دو ریگریشن لائین ایک دوسرے کو اوسط حسابیہ کے نکتہ پر قطع کریں گے۔دونوں متغیرات کے درمیان کامل پازیٹیو یا نیگیٹیو کوریلیشن ہو تب صرف ایک ہی ریگریشن لائین

ہوگی۔

تاہم حسب منشا قوس کے طریقہ سے ریگریشن لائین کھینچنا بہت مشکل ہوتا ہے۔عموماً منتشر ڈیاگرام میں دھاگہ کے ایک ٹکڑے کو کچھ اس انداز سے مسلسل ایڈجسٹ کیا جاتا ہے کہ پازیٹیو اور نیگیٹیو انحرافی اعداد ایک دوسرے کو قطع کریں۔ایک مرتبہ جب قوسین کھینچ لی جاتی ہیں تب ہم ریگریشن لائین x پر y کی قیمتوں کی پیش گوئی کی جاسکتی ہے۔اسی طرح x کی قیمتوں کو y پر x ریگریشن لائین سے پیش گوئی کی جاسکتی ہے۔

Methods of least squares

حسب منشاء قوس کے طریقہ میں ریگریشن لائین کھینچنے میں حائل دشواریوں سے بچنے کے لئے x اور y سیریز کے حرکات کے درمیان ایک ریاضیاتی تعلق قائم کیا جاتا ہے اور x اور y سلسلوں کے اضافی حرکات کی نمائندگی کے لئے الجبرائی مساوات حاصل کی جاتی ہیں۔ایسے طریقوں میں ایک طریقہ Method of least squares بھی ہے۔اس طریقہ میں ہم ایک متغیر کی دی گئی قیمتوں کے درمیان انحراف کے مربعوں کے مجموعہ اور لائین آف بیسٹ فٹ کی تخمینی قیمتوں کو کم سے کم کیا جاتا ہے۔ x پر y ریگریشن لائین مصرحہ کی قدر رقیمت کے لئے بہترین تخمینہ دیتی ہے اور اسی طرح y پر x ریگریشن لائین مصرحہ y کی قدر x کے لئے بہترین تخمینہ کا باعث ہے۔

اگر y کی قیمتیں y محور پر مرتسم کی جائیں تب x پر y کی ریگریشن لائین کچھ ایسی ہوگی جو Vertical انحراف کے مربعوں کے مجموعہ کم کرے گی۔اسی طرح اگر x کی قیمتیں x محور پر مرتسم کی جائیں y پر x یگریشن لائین کچھ ایسی ہوگی جو Horizontal انحراف کے مربعوں کے مجموعہ کو کم کرے گی۔

ہم نے میتھڈ آف لیسٹ اسکوائرز پر کوریلیشن کے باب میں مختصراً بحث کی ہے اور Line of best fit خط مستقیم $y=a+bx$ حاصل ہوگی اور یہ کہ میتھڈ آف لیسٹ اسکوائرز میں اس خط کو درج ذیل حسب معمول مساوات کی مدد سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\Sigma(y) = na + b(\Sigma x)$$

$$\Sigma(xy) = a\Sigma(x) + b(\Sigma x^2)$$

اگر x اور y کی قیمتیں مذکورہ بالا مساوات میں درج کی جائیں تو ہمیں a اور b کی قیمتیں حاصل ہوں گی اس کے علاوہ ہمیں x پر y ریگریشن لائین بھی حاصل ہوگی یہاں y Dependent متغیر اور 'x' Independent متغیر ہے۔y پر x ریگریشن لائین حاصل کرنے کے لئے ہمیں x کو Dependent متغیر اور y کو Independent متغیر تصور کرنا ہوگا اس طرح ہمیں دو ریگریشن لائینس کے لئے دو مساوات حاصل ہوں گی۔

درج ذیل مثالیں مذکورہ بالا نکات کی توضیح کریں گی۔

تمثیل 1: درج ذیل اعداد و شمار کے لئے ریگریشن لائینس کو مرتسم کیجئے۔

x :	1	2	3	4	5
y :	166	184	142	180	338

خط مستقیم کی مساوات کو حاصل کرنے کے لئے دی گئی قیمتوں کو ہم حسب معمول درج ذیل مساواتوں میں استعمال کریں گے۔

$$\Sigma(y) = na + b(\Sigma x)$$
$$\Sigma(xy) = a\Sigma(x) + b(\Sigma x^2)$$

یہ مساواتیں ہمیں a اور b کی قیمتیں دیں گی ہم خط مستقیم کی مساوات میں درج کریں گے۔

$$y = a + bx$$

یہ ہمیں x پر y ریگریشن لائین دے گی اس سوال میں $a = 100$ اور $b = 34$ ہوگی۔ اس طرح مساوات یوں ہوگی:

y = 100 + 34x .... equation y or x

x	x^2	y	xy	y^2
1	1	166	166	27556
2	4	184	368	33856
3	9	142	246	20164
4	16	180	720	32400
5	25	338	1690	114244
5 - 15	55	1010	3370	228220

$$\Sigma y = na + b(\Sigma x) \quad .... \ (1)$$
$$1010 = 5a + 15b$$
$$202 = a + 3b \quad .... \ (1)$$
$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \quad .... \ (2)$$
$$3370 = 15a + 55b$$
$$674 = 3a + 11b \quad .... \ (2)$$

مساوات نمبر(1) کو(3) سے ضرب دینے پر

$$3(202) = a + 3b \quad .... \ (1)$$
$$606 = 3a + 96$$

تفریق کرنے پر

$$674 = 3a + 116$$
$$+68 = +2b$$
$$b = \frac{68}{2}$$
$$b = 34$$

b کی قیمت مساوات نمبر(1) میں درج کرنے پر

$$202 = a + 3 \times 34$$
$$a = 202 - 202$$
$$a = 100$$

اسی طرح x اور y کا تبادل کرنے پر خط مستقیم کی مساوات ہمیں x اور y کی قیمتیں فراہم کریں گے

$x = a + by$

اور دو حسب معمول مساواتیں یوں ہوں گی:

$$\Sigma x = na + b(\Sigma y)$$

$$\Sigma(xy) = a\Sigma y + b(\Sigma y^2)$$

ان مساوات کے ساتھ y پر x خط مستقیم کی مساوات

$$\Sigma x = 5a + b1010$$

$$15 = 5a + b1010 \text{ ....(1)}$$

$$3370 = 1010a + b\ 228220 \text{ ....(2)}$$

مساوات نمبر 1 کو 202 سے ضرب دینے پر

$$202(15 = 5a + b\ 1010)$$

$$3030 = 1010a + 204020b \text{ ....(1)}$$

$$\underline{3370 = 1010a + 228220b}$$

$$+340 = +24200b$$

$$b = \frac{340}{24200} = 0.0140$$

b کی قیمت مساوات نمبر 1 میں درج کرنے پر

$$15 = 5a + 0.0140495868 \times 1010$$

$$-5a = 14.190 = 15$$

$$-5a+ = 14.190 = 15$$

$$+5a = +0.8099173$$

$$a = \frac{0.8099173}{5} = 0.162$$

y پر x کی مساوات...... $x = 0.162 + 0.014y$

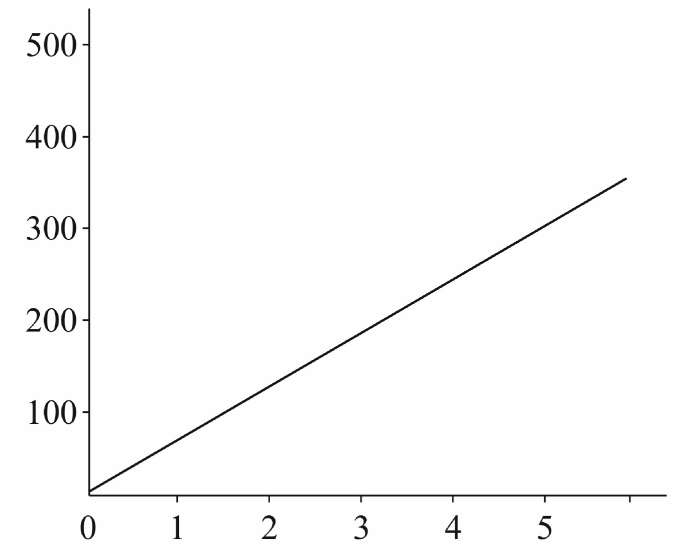
چونکہ 'a' کی قیمت حسب معمول مساوات 0.162 اور 'b' کی 0.014 ہو گی۔

اس طرح خط مستقیم کی مساواتیں یا لائین آف بیسٹ فٹ یوں ہوں گی۔

$$y = 100 + 34x \quad \text{.... (1)}$$

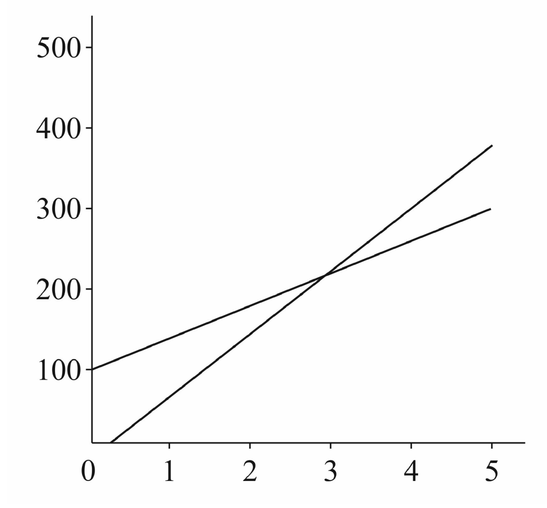
$$y = 0.162 + 0.014y \quad \text{.... (2)}$$

پہلی مساوات سے ہم y کی کوئی دو قیمتیں دریافت کریں گے اور چند x کی قیمتوں کو ترسیمی کاغذ پر y پر x کی ریگریشن لائین حاصل کرنے کے لیے مرتسم کریں گے۔ یہ دو خطوط نکتہ اواسط پر ایک دوسرے کو قطع کرے گے ان خطوط سے درج ذیل ترسیم حاصل ہو گی۔



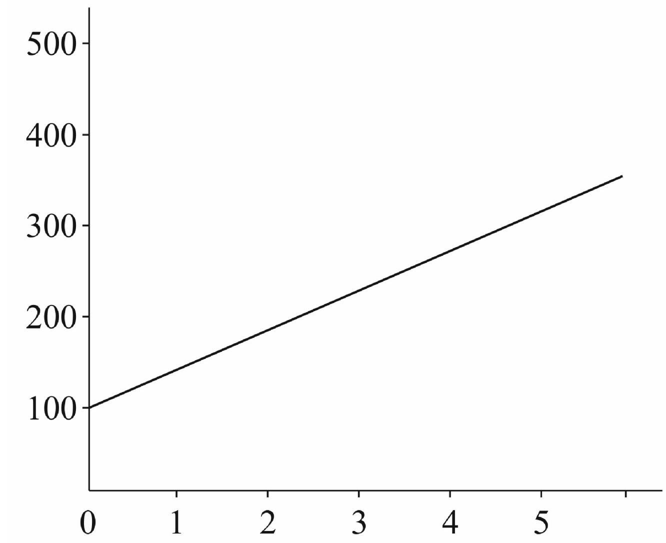
مذکورہ بالا گراف سے یہ مشاہدہ کیا جاسکتا ہے کہ دو سلسلوں کے اوسط حسابیہ پر دو ریگریشن خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ اگر ہم دی گئی x کی قیمت پر y کی کوئی قیمت دریافت کرتے ہیں تب ہم x سلسلہ سے عمودی خط (x کی دی گئی قیمت پر) کھینچیں گے تب x پر y ریگریشن لائین جس نکتہ پر قطع کرے گی وہ نکتہ y کی محسوب کردہ قیمت کی نشاندہی کرے گا جس کو y محور پر پڑھا جاسکے گا۔(x پر y ریگریشن لائین سے x محور پر متوازی خط کو عمودی طور پر اس نکتہ سے کھینچا جائے گا جہاں یہ دونوں ملتے ہوں) تب $x = 2$ اور 168 'y' ہوگا۔ اسی طرح x سلسلے کی قیمتیں y پر x ریگریشن لائین کو استعمال کرتے ہوئے دریافت کی جاسکتی ہیں۔

جیسا کہ اس سے قبل نشاندہی کی گئی کہ ریگریشن لائین یا لائین آف بیسٹ فٹ وہ ہے جس کو متغیر کی دی گئی قیمتوں اور تخمینی قیمتوں کے درمیان انحرافی مربع کا فرق کم ترین ہو۔ ہماری اس تمثیل میں y سلسلہ عمودی پیمانے پر ہے اس لئے اصل اعداد اور ریگریشن لائین کے درمیان (عمودی پیمانے پر ناپے گئے ہیں) کم ترین ہوں گے۔ x سلسلوں کے لئے افقی پیمانے کے مربعے کم ترین ہوں گے۔ درج ذیل دو گراف اس نکتہ کی وضاحت کریں گے۔



مذکورہ بالا گراف میں x پر y ریگریشن لائین کے ساتھ ساتھ ہم y کے اصل اعداد اور عمود اعداد؛ اصل اور محسوبہ اعداد کے درمیان انحراف کو ظاہر کرتے ہیں۔ ان انحرافی اعداد کا مجموعہ کم ترین ہوگا جب کہ انحراف ریگریشن لائین کی قیمتوں سے لیا جائے گا۔

درج ذیل گراف بھی y پر x ریگریشن مساوات میں x سلسلے کی قیمتوں اور اصل قیمتوں کے درمیان انحراف کو اسی طرح ظاہر کرتا ہے۔



مذکورہ بالا گراف سے یہ واضح ہے کہ x سلسلوں کے ریگریشن لائین کے انحرافی اعداد کم ترین ہیں اور اسلئے ان کے مربعوں کا مجموعہ بھی کم ترین ہوگا۔ حقیقت میں انحراف کا مجموعہ ہمیشہ صفر ہوتا ہے اس لئے انحرافی اعداد کے مربعے بھی کم ترین ہوتے ہیں۔

ریگریشن لائینس دو ہی کیوں؟

اکثر یہ سوال بہت زیادہ پوچھا جاتا ہے کہ x اور y کی قیمتوں کو حاصل کرنے کے لئے ریگریشن لائینس دو ہی کیوں؟ اور ایک ہی ریگریشن لائین مقصد کی تکمیل کیوں نہیں کرتی؟ جواب نہایت آسان ہے اور وہ یہ ہے کہ جب تک کہ ان کے درمیان پرفیکٹ پازیٹیو یا نیگیٹیو کوریلیشن کی نشاندہی نہیں ہوجاتی دونوں x اور y سیریز کے لئے انحرافی اعداد کے مربعوں کا مجموعہ کو کم ترین نہیں کیا جاسکتا۔ پرفیکٹ کوریلیشن کی صورت میں ایک ریگریشن لائین کا ہونا کافی ہوتا ہے کیونکہ x اور y سلسلوں کے ایک ہی قسم کے انحرافی اعداد ہوتے ہیں۔ عموماً سوشیل سائنسس میں شاذ و نادر ہی پرفیکٹ کوریلیشن پایا جاتا ہے۔ اس وجہ سے x سلسلوں کے انحرافی اعداد کے مربعوں کے مجموعہ کو کم ترین کرنے کے لئے ایک ہی لائین کافی ہوتی ہے اور دوسری ریگریشن لائین y سلسلے کے انحرافی اعداد کا لحاظ کرتی ہے مذکورہ بالا کھینچے گئے گراف A اور B سے یہ نکتہ واضح ہوجاتا ہے۔ گراف نے y سلسلوں اور گراف B نے x سلسلوں کے انحرافی اعداد کے مربعوں کو کم ترین کردیا ہے۔ پہلی صورت انحرافی اعداد کی پیائش عمودی محور اور دوسرے کو افقی محور پر پیائش کی جائے گی۔

ریگریشن مساوات (Regression equations) : ریگریشن مساواتیں ریگریشن لائینس کا الجبریائی اظہار ہیں۔ چونکہ دو ریگریشن لائینس ہیں اور دو ریگریشن مساواتیں ہیں۔ y پر x ریگریشن لائین دی گئیں کی y قیمتوں کے لئے x کی ممکنہ حد تک اوسط قیمتیں دیتی ہے اور اسی طرح x پر y ریگریشن لائین دی گئی x کی قیمتوں کے لئے y کی ممکنہ حد تک اوسط قیمتیں دیتی ہے۔ جیسا کہ ریگریشن مساوات y پر x کو y کی دی

گئی تبدیل ہوتی رہی قیمتوں کے لئے x کی قیمتوں میں تغیر کو بیان کرنے کے لئے استعمال ہوگی اور اسی طرح x پر y ریگریشن مساوات x کی دی گئی تبدیل ہوری رہی قیمتوں کے لئے y کی قیمتوں میں تغیر کو بیان کرنے کے لئے استعمال ہوگی۔

x پر y کی ریگریشن مساوات $y = a + bx$ اور x پر y کی ریگریشن مساوات $x = a + by$ ہے۔

یہ خط مستقیم کی مساواتیں ہیں۔ان مساواتوں میں a اور b کی قیمتیں یکساں ہیں جو ریگریشن لائینس کی جگہ یا مقام کا تعین کریں گی۔ پیرامیٹر a ریگریشن لائین کی سطح کی نشاندہی کرے گا (مبدے کے نیچے یا اوپر کے خط کا فاصلہ)۔ پیرامیٹر b 'لائین کے ڈھلان کا تعین کرے گا یعنی y میں فی اکائی تبدیلی کے مقابل x میں تبدیلی یا اس کے برعکس۔

مذکورہ بالا مساوات میں a اور b کی قیمتیں Method of lease squares سے دریافت کی جاسکتی ہیں اس کا حوالہ پہلے دیا جاچکا ہے۔ a اور b کی قیمتیں نیچے دی گئیں سادہ مساوات کی مدد سے معلوم کی جاسکتی ہیں۔

(i) $\Sigma y = na + b\Sigma x$ (ii) $\Sigma x = na + b\Sigma y$

$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2$ $\Sigma xy = a\Sigma y + b\Sigma y^2$

ہم ایک تمثیل کے ذریعہ a اور b کی قیمتیں معلوم کرنے کی ٹیکنک معلوم کریں گے اور اس کی مدد سے ریگریشن مساوات بھی حاصل کریں گے۔

تمثیل 2: درج ذیل اعداد و شمار کی مدد سے Method of least squares کو استعمال کرتے ہوئے دو ریگریشن مساوات حاصل کریں گے۔

x :	2	4	6	8	10
y :	5	7	9	8	11

حل:

x	x^2	y	xy	y^2
2	5	10	4	25
4	7	28	16	49
6	9	54	36	81
8	8	64	64	64
10	11	110	100	121
$\Sigma x = 30$	$\Sigma y = 40$	$\Sigma xy = 266$	$\Sigma x^2 = 220$	$\Sigma y^2 = 340$

Regrassion equation y on $x = y = a + bx$

a اور b کی قیمتیں معلوم کرنے کے لئے درج ذیل دو مساواتیں استعمال کی جائیں گی۔

$$\Sigma x = na + b\Sigma y \quad \text{............ (1)}$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \quad \text{............ (2)}$$

جدول کی قیمتوں کو مساوات میں درج کرنے پر

$$40 = 5a + 30b \quad \text{............} \; (1)$$

$$266 = 30a + 220b \quad \text{............} \; (2)$$

مساوات نمبر (1) کو 6 سے ضرب دینے پر

$$240 = 30a + 180b$$

$$\underline{266 = 30a + 220b}$$

$$+26 = +40b$$

$$b = 26 \div 40 = 0.65$$

b کی قیمت کو مساوات نمبر 1 میں درج کرنے پر

$$40 = 5a + 30 \times 0.65$$

$$40 = 5a + 19.5$$

$$-5a = 19.5 - 40$$

$$+a = \frac{20.5}{5}$$

$$a = 4.1$$

x پر y ریگریشن مساوات میں a اور b کی قیمتیں درج کرنے پر یہ x پر y ریگریشن مساوات ہے

$$y = 4.1 + 0.65x$$

Regression equation y on $x = a + by$

دو سادہ مساوات ہیں

$$\Sigma x = na + b\Sigma y \quad \text{............} \; (1)$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \quad \text{............} \; (2)$$

ان مساوات میں قیمتیں درج کرنے پر

$$30 = 5a + 40b \quad \text{............} \; (1)$$

$$266 = 40a + 340b \quad \text{............} \; (2)$$

مساوات نمبر (1) کو 8 سے ضرب دینے پر

$$240 = 40a + 320b \quad \text{............} \; (1)$$

$$266 = 40a + 340b \quad \text{............} \; (2)$$

$$+26 = +20b$$

$$b = \frac{26}{20} = 1.3$$

b کی قیمت کو مساوات نمبر 1 میں درج کرنے پر

$$30 = 5a + 40 \times 1.3 \quad \text{......} \; (1)$$

$$30 = 5a + 52$$
$$-5a = 30 - 52$$
$$+5a + 52$$
$$a = \frac{-22}{5}$$
$$= -4.4$$

y پر x ریگریشن مساوات میں a اور b کی قیمت درج کرنے پر

$$x = -4.4 + 1.3y$$

یہ y پر x ریگریشن ہے۔

20.6 حسابی اوسط سے انحراف کا طریقہ Method of Deviations from Mean

Method of least squares سے ریگریشن مساوات حاصل کرنے کا طریقہ اکتانے والا اور بہت زیادہ حسابات پر مبنی ہے۔ ریگریشن مساوات کو حاصل کرنے کا آسان طریقہ وہ ہے جس میں x اور y کی حقیقی قیمتیں لینے کے بجائے ان کے حسابی اوسط سے انحراف لیا جائے۔ یہ عمل بہت زیادہ حسابات سے بچائے گا اور وہی رزلٹ حاصل ہوگا جو کہ ہمیں Method of least square سے حاصل ہوتا رہا ہے۔ اس طریقہ کے تحت ریگریشن مساوات کی تحسیب کا ضابطہ/فارمولہ یہ ہے۔

y پر x ریگریشن مساوات ہے۔

$$(x - \overline{x}) = r\frac{\sigma x}{\sigma y} = (y - \overline{y})$$

جہاں $\overline{x}$، x سلسلوں کے حقیقی حسابی اوسط کو $\overline{y}$، y سلسلوں کے حقیقی حسابی اوسط کو بتاتا ہے۔ r، x اور y کے درمیان کوریلیشن کے ضریب کو اور σx اور σy، x اور y سلسلوں کے معیاری انحراف کو بتاتا ہے۔

$r\frac{\sigma x}{\sigma y}$، y پر x کا ریگریشن کا ضریب کہلاتا ہے اور اس کی bxy سے نشاندہی کی جاتی ہے۔

اس طرح
$$bxy = r\frac{\sigma x}{\sigma y} = \frac{\Sigma xy}{n\sigma x\sigma y} \times \frac{\Sigma x}{n\sigma x\sigma y} \times \frac{\sigma x}{\sigma y} = \frac{\Sigma xy}{n\sigma y^2}$$
$$= \frac{\Sigma xy}{n \times \frac{\Sigma y^2}{n}} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma y^2}$$

جہاں x اور y حسابی اوسط سے انحراف ہے۔

اس طرح r، σx اور σy کی قیمتوں کو معلوم کرنے کے بجائے ہم راست طور پر bxy کی قیمت x اور y سلسلوں کو ان کے حسابی اوسط سے انحرافی اعداد کے حاصل ضرب کو y سلسلے کے حسابی اوسط سے انحرافی اعداد کے مربعوں کے مجموعہ سے تقسیم کرکے حاصل کر سکتے ہیں۔

x پر y ریگریشن مساوات
$$(y - \overline{y}) = r\frac{\sigma y}{\sigma x}(x - \overline{x})$$

$r\dfrac{\sigma y}{\sigma x}$ کو x پر کا ریگریشن کا ضریب کہلاتا ہے۔ اس کی قیمت $\dfrac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}$ ہے جیسا کہ y پر x ریگریشن مساوات کی صورت میں ثابت کیا گیا تھا۔

اس طرح دو ریگریشن مساوات کی صورت یوں ہوگی۔

(i) Regression equation x on y

$$(x-\overline{x})=\frac{\Sigma xy}{\Sigma y^2}(y-\overline{y})$$

(ii) Regression equation y on x

$$(y-\overline{y})=\frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}(x-\overline{x})$$

Regression coefficient کی خصوصیات

ریگریشن کے ضریب bxy اور byx کی چند خصوصیات ذیل میں بیان کی گئی ہیں۔

1. bxy اور byx کے جیومٹریائی اوسط کو ریلیشن کے ضریب کی قیمت معلوم کرنے کا باعث ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ $r=\sqrt{bxy\times byx}$ اس کو یوں ثابت کیا جاسکتا ہے۔

$$bxy=r\frac{\sigma x}{\sigma y}\qquad byx=r\frac{\sigma y}{\sigma x}$$

$$bxy\times byx=r\frac{\sigma x}{\sigma y}\times r\frac{\sigma y}{\sigma x}=r^2$$

$$r=\sqrt{bxy\times byx}$$

2. دونوں ریگریشن کے ضریب کی الجبریائی علامتیں ایک ہی ہوتی ہیں۔ دونوں پازیٹیو ہوں گی یا پھر دونوں نیگیٹیو ہوں گی۔

یہ ممکن نہیں کہ ایک کی علامت '+' ہو اور دوسرے کی علامت '-' ہو۔ وجہ یہ ہے کہ اب تک جہاں تک معیاری انحراف کا تعلق ہے یہ ہمیشہ پازیٹیو ہوتے ہیں۔ صرف کوریلیشن کے ضریب پازیٹیو یا نیگیٹیو ہوسکتے ہیں۔ چونکہ $bxy=r\dfrac{\sigma x}{\sigma y}$ اور $byx=r\dfrac{\sigma y}{\sigma x}$ ان کی الجبریائی علامتوں کا تعین علامت r سے کیا جاتا ہے اگر یہ دونوں پازیٹیوں ہوں تو bxy اور byx بھی پازیٹیو ہوں گے اگر دونوں نیگیٹیو ہوں تو bxy اور byx بھی نیگیٹیو ہوں گے۔

3. bxy اور byx دونوں کی قیمتیں انفرادی طور پر ایک سے زیادہ نہیں ہوسکتیں۔ دونوں میں سے کسی ایک کی قیمت ایک سے زیادہ ہوسکتی ہے لیکن دونوں کی نہیں ہوسکتیں۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ $\sqrt{bxy-byx}$ اور اگر دونوں bxy اور byx انفرادی طور پر قیمتیں ایک سے زیادہ ہوں تو کوریلیشن کا ضریب یا r بھی ایک سے زیادہ ہوگا جو کہ ممکن نہیں ہے۔

درج ذیل تمثیل مذکورہ بالا ریگریشن مساواتوں کو حاصل کرنے کے طریقہ کے استعمال کو ظاہر کرے گی۔

تمثیل 3: درج ذیل اعداد وشمار کی مدد سے Method of least squares کو استعمال کرتے ہوئے دو ریگریشن مساوات حاصل کریں گے۔

x :	2	4	6	8	10
y :	5	7	9	8	11

حل:

x	$x-\bar{x}$	x^2	y	$y-\bar{y}$	y^2	xy
2	-4	16	5	-3	9	12
4	-2	4	7	-1	1	2
6	0	0	9	+1	1	0
8	+2	4	8	0	0	0
10	+4	16	11	+3	9	12
Sx 30 Mean 6	Sx 0	Sx^2 40	Sy=40 Mean 8	Sy 0	Sy 20	Sxy 26

Regression equation y on x on y

$$x-\bar{x}=r\frac{\sigma y}{\sigma x}(y-\bar{y})$$

$$x-\bar{x}=\frac{\Sigma xy}{\Sigma y^2}(y-\bar{y})$$

$$x-6=\frac{26}{20}(y-8)$$

$$x-6=1.3(y-8)$$

$$x-6=1.3y-10.4$$

$$x=1.3y-10.4+6$$

$$x=1.3y-4.4$$

Regression equation y on x on y

$$(y-\bar{y})=r\frac{\sigma y}{\sigma x}(x-\bar{x})$$

$$(y-\bar{y})=\frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}(x-\bar{x})$$

$$y-8=\frac{26}{40}(x-6)$$

$$y-8=0.65(x-6)$$

$$y-8=0.65x-3.90$$

$$y=0.65x-3.9+8$$

$$y=0.65x-4.1$$

یہ مشاہدہ کیا جا سکتا ہے کہ یہ ریگریشن مساوات ویسی ہی ہیں جیسے تمثیل نمبر 2 میں Method of least squares سے حاصل کی گئی تھیں۔

مفروضہ حسابی اوسط سے انحراف Deviations from Assumed Mean

جہاں دو x اور y سلسلوں کا حسابی اوسط اعشاریہ میں ہو ریگریشن مساوات حاصل کرنے کے لئے مذکورہ بالا طریقہ تکلیف دہ رمشقت طلب ہو جاتا ہے ایسی صورت میں انحراف مفروضہ حسابی اوسط سے لیا جائے گا۔ ریگریشن مساوات میں تحسیب کردہ فارمولہ وہی رہے گا تاہم کچھ آسانی ممکن ہے y پر x ریگریشن مساوات یوں ہوگی۔

$$x-\overline{x}=r\frac{\sigma y}{\sigma x}(y-\overline{y})$$

$$bxy\ \ r=r\frac{\sigma x}{\sigma y}\left[\frac{\Sigma dxdy-\frac{(\Sigma dx\times\Sigma dy)}{N}}{\sigma x\ \ \sigma y}\right]\times\frac{\sigma x}{\sigma y}$$

$$bxy=\frac{\Sigma dxdy-\frac{\Sigma dx\times\Sigma dy}{N}}{\sigma y^2}$$

$$bxy=\frac{\Sigma dxdy-\frac{\Sigma dx\times\Sigma dy}{N}}{\Sigma dy^2-\frac{(\Sigma dy)^2}{N}}$$

اسی طرح x پر y ریگریشن مساوات

$$y-\overline{y}=r\frac{\sigma y}{\sigma x}(x-\overline{x})$$

$$byx\ or\ r\frac{\sigma y}{\sigma x}=\left[\frac{\Sigma dxdy-\frac{(\Sigma dx\times\Sigma dy)}{N}}{\sigma x\times\sigma y}\right]\times\frac{\sigma y}{\sigma x}$$

$$byx=\frac{\Sigma dxdy-\frac{\Sigma dx\times\Sigma dy}{N}}{\sigma x^2}$$

$$byx=\frac{\Sigma dxdy-\frac{\Sigma dx\times\Sigma dy}{N}}{\Sigma dx^2-\frac{(\Sigma dx)^2}{N}}$$

ایک بار bxy اور byx کی قیمتیں راست(σy اور σx r_1 کی تحسیب کے بغیر) معلوم کر لئے جائیں تب انہیں ریگریشن مساوات کے فارمولے میں درج کیا جا سکتا ہے۔

گروہی اعداد وشمار کی صورت میں دو رخی تعددی جدول کو تھوڑا تبدیل کیا جاتا ہے چونکہ کوریلیشن کے ٹیبل میں ہم کو تعدد دی جاتی ہیں اس لئے ان قیمتوں کو تعدد سے ضرب دیا جاتا ہے۔ دوسری اہم تبدیلی یہ کہ اگر Step deviation لئے گئے ہوں تب y پر x ریگریشن لائین کی صورت میں فارمولے کے ذریعے محصلہ قیمتوں کو $\frac{ix}{iy}$ سے ضرب دیا جائے اور y پر x ریگریشن لائین کی صورت میں $\frac{iy}{ix}$ سے ضرب دیا جائے۔ (ix اور iy ، y اور x سلسلوں کے وقفہ جماعت ہیں) یہ ضروری ہے کیونکہ جب تک کہ کوریلیشن کا ضریب غیر مشابہ نہ ہو ریگریشن کے ضریب پیمانے میں تبدیلی سے متاثر ہوں گے اگر چہ کہ یہ مبداء کی تبدیلی سے متاثر نہیں ہوتے۔

3 اس طرح گروہی اعداد کی صورت میں

$$bxy \text{ or } r\frac{\sigma x}{\sigma y} = \frac{\Sigma dxdy - \frac{(\Sigma fdx \times \Sigma fdy)}{N}}{\Sigma fdy^2 - \frac{(\Sigma fdy)^2}{N}} \times \frac{ix}{iy}$$

$$byx = r\frac{\sigma y}{\sigma x} = \frac{\Sigma dxdy - \frac{(\Sigma fdx \times \Sigma fdy)}{N}}{\Sigma fdy^2 - \frac{(\Sigma fdy)^2}{N}} \times \frac{iy}{ix}$$

اس کو درج ذیل تمثیل سے سمجھا جاسکتا ہے۔

تمثیل: تمثیل نمبر 2 میں دیئے گئے اعداد وشمار سے x سلسلے سے 5 اور y سلسلے سے 6 کو مفروضہ حسابی اوسط لے کر ریگریشن مساوات ترتیب دیجئے۔

x	Deviation from AM 5 dx	dx^2	y	Deviation from AM 6 dy	dy^2	$dxdy$
2	-3	9	5	-1	1	+3
4	-1	1	7	+1	1	1
6	+1	1	9	+3	9	+3
8	+3	9	8	+2	4	+6
10	+5	25	11	+5	25	+25
Sx 30	Sdx 5	Sd^2 45	Sy=40	Sdy +10	Sy^2 40	S$dxdy$ +36

$$bxy = \frac{\Sigma dxdy - \frac{\Sigma dx \times \Sigma dy}{N}}{\Sigma dy^2 - \frac{(\Sigma fdy)^2}{N}} = \frac{36 - \frac{5\times 10}{5}}{40 - \frac{(10)^5}{5}} = \frac{26}{20} = +1.3$$

$$byx = \frac{\Sigma dxdy - \frac{\Sigma dx \times \Sigma dy}{N}}{\Sigma dx^2 - \frac{(\Sigma dx)^2}{N}} = \frac{36 - \frac{5\times 10}{5}}{40 - \frac{(5)^2}{5}} = \frac{26}{40} = +0.65$$

bxy اور *byx* کی قیمتیں وہی ہیں جن کو ہم نے تمثیل نمبر 2 اور 3 میں پایا تھا۔

تمثیل 5: نیچے دیئے گئے اعداد وشمار سے Method of least squares سے ریگریشن مساوات کی تحسیب کیجئے۔ دو ریگریشن لائینس کو مرتسم کیجئے اور گراف سے *x* کی قیمت معلوم کیجئے جب کہ *y* 110 ہو اور *y* کی قیمت معلوم کیجئے جب کہ *x*' 23 ہو۔ نتیجہ کی جانچ الجبر یائی طریقہ سے کیجئے۔ کوریلیشن کے ضریب کی قیمت بھی معلوم کیجئے۔

x :	10	15	35	40	50
y :	100	30	110	80	120

حل:

x	x^2	y	xy	y^2
10	100	1000	100	10,000
15	90	1350	225	8,100
35	110	3850	1225	12,100
40	80	3200	1600	6,400
50	120	6000	2500	14,400
Sx 150	Sy 500	Sxy 15400	Sx^2 5652	Sy^2 51000

Regression equation y on $x = y = a + by$

Two normal equations are

$$\Sigma y = na + b\Sigma x \qquad 150 = 5a + 500b \qquad ....(1)$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \qquad 15400 = 500a + 51000b \; .....(2)$$

ہم ایک تمثیل کے ذریعہ *a* اور b کی قیمتیں معلوم کرنے کی ٹیکنک معلوم کریں گے اور اس کی مدد سے ریگریشن مساوات بھی

مساوات نمبر (1) کو 100 سے ضرب دینے پر

$$15400 = 500a + 50000b \; .....(1)$$

$$15400 = 500a + 51000b \; .....(1)$$

$$+400 = 1000b$$

$$b = +\frac{400}{1000} = 0.4$$

b کی قیمت مساوات نمبر 1 میں درج کرنے پر

$$150 = 5a + 500 \times 0.4$$
$$50 = 5a + 200$$
$$-5a = 200 - 150$$
$$-a = \frac{50}{5}$$
$$a = -10$$

مساوات میں درج کرنے پر

$$x = -10 + 0.4y$$

Regression equation *y* on *x* = *y* = *a* + *by*

دو حسب معمول مساوات

$$\Sigma y = na + b\Sigma x \qquad 500 = 5a + 150b$$
$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \qquad 15400 = 150a + 5650b$$
$$500 = 5a + 150b \quad .....(1)$$
$$15400 = 150a + 5650b \quad .....(2)$$

مساوات نمبر (1) کو 30 سے ضرب دینے پر

$$15000 = 150a + 4500b \quad .....(1)$$
$$15400 = 150a + 5650b \quad .....(2)$$
$$+ \; 400 = \; +1150b$$

$$b = \frac{400}{450} = 0.3478 - 0.347826087$$

b کی قیمت مساوات نمبر (1) میں درج کرنے پر

$$500 = 5a + 150b \quad ....(1)$$
$$500 = 5a + 150 \times 0.347826087$$
$$500 = 5a + 52.1739131$$
$$-5a = 52.1739131 - 500$$
$$+5a = +447.826087$$
$$+a = \frac{447.826087}{5} = 89.5652134$$
$$y = 89.5652175 + 0.347826087x$$

اس طرح دو ریگریشن مساوات یوں ہوں گی۔

$$x \; on \; y \quad x = -10 + 0.4y$$
$$y \; on \; x \quad y = 89.562175 + 0.3467826087x$$

ان ریگریشن مساوات کو مرتسم کرنے کے لئے ہمیں x کی دو قیمتیں اور کچھ قیمتیں y کی درکار ہیں تا کہ x پر y کی ریگریشن لائین کھینچ سکیں۔اسی طرح ہمیں y کی دو قیمتیں اور کچھ x کی قیمتیں درکار ہیں تا کہ y پر x کی ریگریشن لائین کھینچ سکیں۔

ہم جانتے ہیں کہ دو ریگریشن لائین x اور y سلسلے کے حسابی اوسط کے نکتہ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ لہٰذا ہر صورت میں دو نکتوں میں ایک نکتہ سلسلے کی حسابی اوسط قیمت ہوگی۔

Mean $x = 30$, Mean $y = 100$

لائینس کھینچنے کے لئے ہمیں x کی ایک قیمت اور y کی ایک قیمت کی ضرورت ہوگی۔ چلیں x کی قیمت دریافت کرتے ہیں جب کہ $y =$ 70 ہو۔ اس مقصد براری کے لئے ہم y پر x ریگریشن مساوات کا استعمال کریں گے۔ وہ مساوات ہے۔

$$x = -10 + 0.4y$$

اگر y کی قیمت 70 ہو تب $x = -10 + (0.4y \text{ x } 70 = 18)$

اس طرح ہمیں x کی دو قیمتیں حاصل ہوئیں جب کہ $y = 100$ ‘$x = 30$ جب کہ $y = 70$ اور $x = 18$ ہیں۔

اسی طرح اب ہم y کی قیمت معلوم کریں گے جب کہ $x = 23$ ہو ہم اس مقصد کے لئے x پر y کی ریگریشن مساوات استعمال کریں گے۔

$$y = 89.562174 + 0.3467826087x$$

اگر $x = 23$ ہو تو

$$y = 89.562174 + 0.3467826087 \times 23$$
$$y = 89.562174 + 8$$
$$= 97.56$$

اس طرح ہمیں y کی دو قیمتیں حاصل ہوئیں $y = 100$ ‘$x = 30$ جب کہ $x = 23$ ‘$y = 97.56$

ان قیمتوں کے ساتھ ہم دو ریگریشن لائنس کھینچ سکتے ہیں گراف یوں ہوگا۔ (صفحہ نمبر 126)

مذکورہ بالا نتائج کی الجبریائی طور پر یوں جانچ کر سکتے ہیں۔

(i) y کی دریافت جب کہ $x = 23$ ریگریشن مساوات x پر y استعمال کریں۔

$$y = \frac{10300}{115} + \frac{40}{115}x \qquad \text{جبکہ } x = 23$$

$$y = \frac{10300}{115} + \frac{40}{115} \times 23 = \frac{10300}{115} + \frac{920}{115} = 97.56$$

(ii) x کی دریافت جب کہ $y = 110$ ریگریشن مساوات y پر x استعمال کریں۔ جبکہ $y = 10$ ہو

$$x = -10 + 0.4y$$
$$= 10 + 0.4 \text{ x } 110$$
$$= -10 + 44 = 34$$

الجبریائی مساوات سے گرافی نتائج درست پائے گئے۔

Coefficient of Correlation is $\sqrt{bxy \times byx}$

$$= \sqrt{0.4 \times \frac{40}{115}} = \sqrt{\frac{16}{115}} = \sqrt{0.13913} = +0.37$$

چونکہ دونوں bxy اور byx پازیٹو ہیں اس لئے کوریلیشن بھی پازیٹو ہوگا۔

تمثیل 6: درج ذیل اعداد و شمار سے دو ریگریشن مساوات حاصل کیجئے۔

فروخت:	91	97	108	121	67	124	51	73	111	57
خرید:	71	75	69	97	70	91	39	61	80	47

Compulation of Regression Euqation

Sales x	Dev. from Mean 90x	x	x^2	Dev. from Mean 70	y^2	xy
91	+1	1	71	+1	1	1
97	+7	49	75	+5	25	35
108	+18	324	69	-1	1	-18
121	+31	961	97	+27	729	+837
67	-23	529	70	0	0	0
124	+34	1156	91	+21	441	714
51	-39	152	39	+31	961	1209
73	-17	289	61	-9	81	153
111	+21	441	80	+10	100	210
57	-33	1089	47	-23	529	759
Sx 900	Sx 0	Sx^2 6360	Sy 700	Sy 0	Sy^2 2868	Sxy 3900

Mean $\bar{x} = \frac{900}{10} = 90$ Mean $\bar{y} = \frac{700}{100} = 70$

$$bxy = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{3900}{63900} = 0.6132$$

$$bxy = \frac{\Sigma xy}{\Sigma y^2} = \frac{3900}{28686} = 1.361$$

Regresrew equation x on $y = x - \bar{x} = \text{b}xy\ (y - \bar{y})$

$$= (x - 90) = +1.361(y - 70)$$

$$= (x - 90) = +1.361y - 95.27$$

$$= x = 1.361y - 95.27 + 90$$

$$x = 1.361y - 5.27 \quad .... (1)$$

Regression equation y on x - $(y - \bar{y}) = bxy(x - \bar{x})$

$$(y-70)=0.6132(x-90)$$

$$y-70=0.6132x-55.188$$

$$y=0.6132x-55.188+70$$

$$y=0.6132x+14.812 \quad .... (2)$$

تمثیل 7: دو ججوں کے ایک پیانل C اور D نے ایک خوبصورتی کے مقابلے میں آزادانہ طور پر سات امیدواروں کو درج ذیل نشانات دیے۔

مظاہرہ :	1	2	3	4	5	6	7
C کے نشانات :	46	42	44	40	43	41	45
D کے نشانات :	40	38	36	35	39	37	41

آٹھویں مظاہرے میں جج D شریک نہ ہوسکے اس لئے جج C نے 37 نشانات دیئے اگر جج D بھی شریک ہوئے ہوتے تو آٹھویں مظاہرے میں ان سے کتنے نشانات کی توقع کی جاسکتی تھی۔

حل: C کی جانب سے دیئے گئے نشانات کی نشاندہی x سے اور جج D کی جانب سے دیئے گئے نشانات y سے کی جائے گی ہمیں y کی قیمت معلوم کرنی پڑے گی جب کہ $x = 37$ ہو۔ ایسا ریگریشن مساوات x پر y معلوم کرنے پر ہوگا۔

Compulation of Regression Euqation y on x

Sales x	Dev. from Mean 90x	x	y	Dev. from Mean 28 y	y^2	xy
46	+3	9	40	+2	4	+6
42	-1	1	38	0	0	0
44	+1	1	36	-2	4	-2
40	-3	9	35	-3	9	+9
43	0	0	39	+1	1	0
41	-2	4	37	-1	1	+2
45	+2	4	41	+3	9	+6
Sx 301	0	Sx^2 28	Sy 266	0	Sy^2 = 28	Sxy = +21

$$\text{Mean } x \text{ or } \bar{x}=\frac{301}{7}=43 \quad \text{Mean } y \text{ or } \bar{y}=\frac{266}{7}=38$$

$$bxy=\frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}=\frac{+21}{28}=+0.75$$

Regresrew equation x on $y = (y - \bar{y}) = byx\,(x - \bar{x})$

$$y-38=0.75(x-43)$$

$$y-38=0.75x-32.25$$

$$y = 0.75x - 32.25 + 38$$

$$y = 0.75x + 5.75$$

ہوتو $x = 37$ اگر $\quad y = 0.75 \times 37 + 5.75$

$$y = 27.75 + 5.75 = 33.5$$

اس طرح اگر جج D موجود ہوتے تو وہ 33.5 نشانات دیئے ہوتے۔

20.7 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

تجزیہ مراجعت دو متغیرات کے درمیان اوسط تعلق کا انکشاف کرتا ہے۔ یہی وہ عنصر ہے جو تخمینہ یا پیش بینی کو ممکن بناتا ہے۔ Ya Lun Chou کے مطابق تجزیہ مراجعت متغیرات کے درمیان تعلقات قایم کرنے کی کوشش ہے، جیسے متغیرات کے درمیان تفاعلی تعلق کا مطالعہ ہے۔ اسی وجہ سے پیشن گوئی میکانزم فراہم کرتا ہے۔

مراجعتی تجزیہ کے استعمالات میں مراجعتی تجزیہ متغیر کی تخمینی قیمت آزاد متغیر سے فراہم کی جاتی ہے، اور مراجعتی تجزیہ کا دوسرا استعمال مراجعتی خط کے بطور اساس استعمال میں درآئیں غلطیوں کا سدباب کرنا ہے۔

مراجعت کے مطالعہ کے طریقوں میں ترسیمی طریقہ اور الجبریائی طریقہ شامل ہیں۔

Method of Least Squared میں ہم ایک متغیر کی دی گئی قیمتوں کے درمیان انحراف کے مربعوں کے مجموعہ اور لائین آف بیسٹ فٹ کی تخمینی قیمتوں کو کم سے کم کیا جاتا ہے۔

ریگریشن مساواتیں ریگریشن لائین کا الجبریائی اظہار ہیں، چونکہ دو ریگریشن لائینس ہیں اور دو مراجعتی مساواتیں ہیں۔

حسابی اوسط سے انحراف کا طریقہ: مراجعتی مساوات کو حاصل کرنے کا آسان طریقہ وہ ہے جس میں x اور y کی حقیقی قیمتیں لینے کے بجائے ان کے حسابی اوسط سے انحراف لیا جائے۔ یہ عمل بہت زیادہ حسابات سے بچائے گا، اور وہی نتیجہ حاصل ہوگا جو ہمیں Method of Least Squares سے حاصل ہوتا رہا ہے۔

تغیر کا تناسب (Ration of Variation): مراجعتی مساوات سلسلوں میں اضافی تغیرات کے بارے میں ایک لمحۂ فکر دیتی ہے، اور ہمیں اضافی سلسلوں میں تغیر کے بارے میں یکساں مساوی تغیر کے مقابل تبدیلیوں کو ظاہر کرتا ہے۔

20.8 کلیدی الفاظ Key Words

1۔ تجزیہ مراجعت Regression Analysis : دو متغیرات کے درمیان اوسط تعلق کا انکشاف کرتا ہے، یہی وہ عنصر ہے جو تخمینہ یا پیش بینی کو ممکن بناتا ہے۔

2۔ اقل ترین ربعات کا طریقہ Method of Least Squares : اس طریقہ میں ایک متغیر کی دی گئی قیمتوں کے درمیان انحراف کے مربعوں کے مجموعہ اور لائین آف بیسٹ فٹ کی تخمینی قیمتوں کو کم سے کم کیا جاتا ہے۔

20.9 نمونہ امتحانی سوالات — Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1. ________ متغیروں میں قریبی تعلق پایا جاتا ہے۔ (دو)
2. اصطلاح (Regression) کے معنی ________ ہے۔ (واپسی)
3. ________ نے Regression کو پہلے استعمال کیا۔ (سرفرانسیس گالٹن)
4. مراجعتی تجزیہ ________ کی ایک شاخ ہے۔ (شماریاتی نظریہ)
5. ریگریشن کے مطالعہ کے دو طریقے ایک ترسیمی دوسرا ________ ہے۔ (الجبرائی)
6. اصطلاح ریگریشن کو گالٹن نے 1877 میں استعمال کیا۔ (صحیح/غلط)
7. انحراف کا مجموعہ ہمیشہ صفر ہوتا ہے۔ (صحیح/غلط)
8. مراجعتی خطوط الجبرائی اظہار نہیں ہیں۔ (صحیح/غلط)
9. معیاری انحراف ہمیشہ پازیٹو ہوتا ہے۔ (صحیح/غلط)
10. تخمینی قیمت کے حصولی کے لیے مستعملہ آلہ مراجعتی خط ہے۔ (صحیح/غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1. ریگریشن کے کیا معنی ہیں؟
2. مراجعتی تجزیہ سے کیا مراد ہے؟
3. ترسیمی طریقہ کا کیا مطلب ہے؟
4. الجبرائی طریقہ کیا ہے؟
5. جسب منشا قوس کے طریقہ کے بارے میں کیا جانتے ہو؟

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1. تجزیہ مراجعت کی تعریف کیجیے اور اس کے استعمالات واضح کیجیے۔
2. کوریلیشن اور ریگریشن تجزیہ کے درمیان فرق کیجیے۔
3. ریگریشن کے مطالعہ کے طریقہ کیا ہیں؟ تفصیل سے بحث کیجیے۔
4. مراجعت کے ضریب کی خصوصیات بیان کیجیے۔
5. ریگریشن مساوات ترتیب دیجیے۔

2008	2007	2006	2005	2004	2003	2002	2001	:	سال

انتظمی اخراجات (ہزاروں میں)	Q:	12	13	15	23	24	38	42	48
فروخت (لاکھوں میں)	y:	5.0	5.6	5.8	7.0	7.2	8.8	9.2	9.5

جواب : y=3.87+0.125x

6. ریگریشن مساوات ترتیب دیجیے۔

A:	6	2	10	4	8
B:	9	11	5	8	7

7. ریگریشن مساوات ترتیب دیجیے۔

M:	15	27	27	30	34	38	46
N:	120	140	150	170	180	200	250

جواب: y on x y=40.62 + 4.2657 x

x on y k=0.2189 y-6.8383

20.10 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statisitcs : Gupta S.C
2. Statistics : Gupta B.N
3 Business Statistics : J K Sharma
4. Business Statistics : C R Reddy
5 Business Statistics : R. S Bharadwaj

بلاک VI: اعشاری اعداد اور حرکتی اوسط

Index Number and Moving Average

اکائی 21- اعشاری اعداد — Index Numbers

اکائی 22- اہم اعشاری اعداد — Important Index Numbers

اکائی 23- حرکتی اوسط — Moving Average

اکائی 24- پاسچے اور لیسپیرس اعشاری اعداد — Pasche and Laspeyres Index Numbers

اکائی 21 اعشاری اعداد

Index Numbers

	اکائی کی ساخت	Unit Structure
21.0	تمہید	Introduction
21.1	مقاصد	Objectives
21.2	اعشاری اعداد کا مفہوم وتعریف	Meaning and Definition of Index Numbers
21.3	اعشاری اعداد کی خصوصیات	Characteristics of Index Numbers
21.4	اعشاری اعداد کے استعمالات	Uses of Index Numbers
21.5	انڈیکس نمبرز کی اقسام	Types of Index Numbers
21.6	انڈیکس نمبرز کی ترتیب میں مسائل	Problems in the Construction of Index Numbers
21.7	اکتسابی نتائج	Learning Out Comes
21.8	کلیدی الفاظ	Key Words
21.9	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
21.10	تجویز کردہ کتب	Reference Books

21.0 تمہید Introduction

انڈیکس نمبرز عام طور پر مستعمل شماریاتی آلہ ہے جو گروہوں یا گروپس سے متعلق متغیرات میں مشترکہ لچک کی پیائش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ بعض مصنفین کی رائے میں اعشاری اعداد کو وقت، جغرافیائی مقام یا دوسری کوئی خصوصیت کی بناء کسی مظاہر Phenomenon کی سطح میں تبدیلی کی پیائش کا آلہ ہیں۔ انڈیکس نمبرز کا سب سے پہلے استعمال 1764 میں اٹلی کے باشندے Carli نے کیا۔ اس نے اعشاری اعداد کو 1750 کی قیمتوں میں تبدیلی کو 1500 یعنی قیمتوں میں تبدیلی کا تقابل کرنے کے لیے کیا۔ اس طرح یوں کہا جاسکتا ہے کہ ابتداء میں اعشاری اعداد کو قیمتوں کی سطح میں تبدیلی یا زر کی قوت خرید کے مطالعہ کے لیے ڈیزائین کیا گیا۔ آج کوئی ایسا مظہر نہیں جو جہاں اعشاری اعداد استعمال نہ کیا جاتا ہو۔ جہاں کہیں تقابلی مطالعہ کرنا ہو اعشاری اعداد بآسانی دسترس میں ہوتے ہیں۔ حالیہ صورت میں پیداوار، صرف، برآمدات اور درآمدات، کاروبار کی ناکامی اس کے علاوہ دیگر مظاہر کا مطالعہ اعشاری اعداد سے کیا جاتا ہے۔ اعشاری اعداد بار پیا تصور کیے جاتے ہیں جو مظہر کی سطح میں تبدیلی کی پیائش کرتے ہیں۔ مقداری ٹیکنکس میں ان کی اہمیت کا انکار نہیں کیا جاسکتا۔

21.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- اعشاری اعداد کا مفہوم اور تعریف کرسکیں
- اعشاری اعداد کی خصوصیات بیان کرسکیں
- اعشاری اعداد کے استعمالات کی توضیح کرسکیں
- انڈیکس نمبرز کی اقسام بیان کرسکیں
- انڈیکس نمبرز کی ترتیب پر سوالات حل کرسکیں
- سوالات کے حل کے لیے موزوں فارمولے کا انتخاب کرسکیں

21.2 انڈیکس نمبرز کی تعریف اور مفہوم

Meaning and Definition of Index Numbers

مختلف مصنفین نے انڈیکس نمبرز کی مختلف انداز سے تعریف کی ہے۔ چند اہم تعریفیں ذیل میں دی گئیں ہیں۔

1) Speigal کے مطابق : ''انڈیکس نمبرز ایک شماریاتی پیائش ہے جو ایک گروہ کے متغیر سے متعلق وقت، جغرافیائی مقامات یا دیگر خصوصیات یا متغیر میں تبدیلیوں کو بتانے کے لیے ترتیب دی گئی ہے''۔

2) A.M. Tuttle کے مطابق : ''انڈیکس نمبر ایک واحد تناسب / نسبت ہے (عموماً فیصد میں) جو دو مختلف اوقات، مقامات یا حالات کے تحت کئی متغیرات میں مشترکہ (یعنی اوسط) تبدیلی کی پیائش کرتے ہیں''۔

3) Croxton and Cowden نے یوں تعریف کی ہے کہ : ''انڈیکس نمبر متعلقہ متغیرات کے گروہ کی مقدار میں فرق کی

پیمائش کے لیے ایک آلہ ہیں''۔

مذکورہ بالا تعریفوں سے انڈیکس نمبر کی خصوصیات واضح ہوتی ہیں، اور یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ یہ کن اغراض کی تکمیل کرتے ہیں۔ یہ بات صاف ہے کہ انڈیکس نمبرز ایک مقررہ مدت یا جغرافیائی مقامات یا دیگر خصوصیات میں اضافی تبدیلیوں کا مطالعہ کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر اگر ہم یہ کہیں کہ ماہ جنوری 1999 کے مقابل ماہ جنوری 2000 کے لیے ہول سیل قیمتوں کا انڈیکس 112 ہے۔ اس کا مطلب یہ ہوگا کہ سال کے دوران ہول سیل اشیاء قیمتوں میں 12% کا اضافہ ہوا ہے۔ کسی ایک سال کے متغیر کو دوسرے برس کے متغیر سے جوڑا جائے یا بنیاد کے طور پر استعمال کیا جائے، اس کو بنیادی مدت (Base Period) کہا جاتا ہے۔ انڈیکس دراصل انڈیکس نمبرز کا آسان کردہ نام ہے جس کو واحد متغیر سے محسوب کیا جاتا ہے۔ اس کو Univariate Index کہتے ہیں۔ جبکہ انڈیکس جو متغیرات کے گروہ سے ترتیب دیا گیا ہے اس کو Composite Index تصور کیا جاتا ہے۔ ہندوستان میں زرعی پیداوار کے انڈیکس نمبرز کمپوزٹ انڈیکس کی ایک اچھی مثال ہو سکتی ہے۔

21.3 انڈیکس نمبرز کی خصوصیات Characteristics of Index Numbers

انڈیکس نمبرز کی خصوصیات ذیل میں دی گئیں ہیں۔

1۔ انڈیکس نمبرز وقتی سلسلوں کے مرکزی رجحان کی پیمائش کرتے ہیں۔ ہم پہلے ہی پڑھ چکے ہیں کہ اواسط Averges کو دو یا زاید سلسلوں کا تقابل کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔ چونکہ مرکزی رجحانات کی نمائندگی کرتے ہیں، لیکن اواسط کے استعمال میں بہت زیادہ خامیاں پائی جاتی ہیں۔ اواسط کو ان سلسلوں کے تقابل کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے۔ جن کا اظہار ایک ہی پیمائش کی اکائیوں میں کیا گیا ہو۔ جیسے کلوگرام، لیٹر، روپیے وغیرہ۔ اگر سلسلوں میں مختلف قسم کے مدات پر مشتمل ہوں تو تقابل کے لیے اواسط استعمال نہیں کیے جا سکتے۔ تاہم انڈیکس نمبرز کے آلات ہمیں سلسلوں میں تبدیلیوں کے تقابل میں ہماری مدد کرتے ہیں، جبکہ ان کو مختلف اکائیوں میں ظاہر کیا گیا ہو۔

2۔ انڈیکس نمبرز ان عناصر کا مطالعہ کرتے ہیں جن کی پیمائش راست طور پر نہیں کی جا سکتی۔ شماریاتی سلسلے عموماً مختلف اسباب کی بناء متاثر ہوتے ہیں اور ان اثرات کا الگ الگ مطالعہ آسان نہیں۔ یہی وجہ ہے کہ ایسے عناصر کے اثرات کی راست پیمائش ممکن نہیں ہے۔ جہاں ایک گروہ کے عناصر پر اثرات میں تبدیلیوں کی راست پیمائش مشکل ہو یا جہاں تبدیلیاں / تغیرات راست مقداری مطالعہ کے لائق نہ ہو تب اضافی تغیرات کی پیمائش کی جاتی ہے اور اس طرح عناصر کے اثرات میں تبدیلی کے بارے میں ایک رائے پر پہنچا جا سکتا ہے۔ انڈیکس نمبرز ایسے عناصر / عوامل کے اثرات میں تبدیلیوں کا مطالعہ کرتے ہیں جن کی راست طور پر پیمائش نہیں کی جا سکتی۔ ماہر شماریات باولے کے مطابق ''انڈیکس نمبرز کا استعمال راست طور پر مشاہدہ نہ کیے جانے والے عناصر کے اثرات کی پیمائش کے لیے کیا جاتا ہے''۔ مثال کے طور پر ملک میں کاروباری سرگرمیوں میں تبدیلیوں کی راست ذریعہ پیمائش نہیں کی جا سکتی، لیکن ایسے چند ایک عناصر کی قیمتوں میں اضافی تبدیلیوں کا مطالعہ ممکن ہے اور ان کا راست مطالعہ کیا جا سکتا ہے۔

3۔ انڈیکس نمبرز کے گروہی مدات کی مشترکہ خصوصیات کو ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ ہم ایسے عوامل کے اثرات میں تبدیلیوں کا مطالعہ اس لیے کرتے ہیں کیونکہ واقعات مختلف ہوتے ہیں۔ لیکن ان کے اثرات میں کہیں نہ کہیں یکسانیت ہوتی ہے۔ اسی یکسانیت کی وجہ سے ہم عمومی طور پر

مطالعہ کی کوشش کرتے ہیں۔مثال کے طور پر ملک میں عام قیمتوں کی سطح میں تبدیلیوں کی راست پیائش نہیں کی جاسکتی،لیکن مختلف اشیاء کی قیمتوں کی سطح میں تبدیلیوں میں یکسانیت کی وجہ سے ہم ایک نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں کہ مختلف اشیاء کی قیمتوں کی سطح میں تبدیلیاں واقع ہوئی ہیں۔بشرطیکہ ہم مختلف اشیاء کی قیمتوں میں تبدیلیوں کا مطالعہ کریں۔ہم یہ فرض کرسکتے ہیں کہ عمومی قیمتوں کی کوئی سطح نہیں ہوتی،اس لیے اس کی راست پیائش کا سوال ہی پیدا نہیں ہوتا۔عمومی قیمتوں کی سطح ایک فرضی تصور ہے اور یہ کئی وجوہات کی بناء متاثر ہوتا ہے جن کے قطعی اثرات کی درست پیائش نہیں کی جاسکتی۔ ایسی صورت میں ہم مختلف اشیاء کی قیمتوں کی سطح میں اضافی تبدیلیوں کی پیائش کرسکتے ہیں اور زیر تحقیق مسئلہ کے بارے میں ایک نتیجہ پر پہنچا جاسکتا ہے۔یہ دشواری صرف عمومی قیمتوں کی سطح کی پیائش کی حد تک محدود نہیں ہے۔دیگر شعبہ جات میں بھی جیسے معیار زندگی اور صنعتی سرگرمی وغیرہ میں بھی ایسی ہی مشکلات پیش آتی ہیں۔ان کی بھی راست مقداری پیائش نہیں کی جاسکتی۔ہم صرف ان عوامل سے جڑے اضافی تبدیلیوں کا مطالعہ کرسکتے ہیں جہاں دیگر عناصر میں تغیرات کا مطالعہ کیا جاسکتا ہو۔

4۔ مذکورہ بالا تبدیلیاں وقت یا مقام سے متعلق ہوتی ہیں۔مثال کے طور پر چند افراد کے گروہ کی معیار زندگی کسی دوادوار میں الگ الگ ہوسکتا ہے یا وقت واحد میں دو مختلف مقامات پر معیار زندگی مختلف ہوسکتا ہے۔دونوں قسم کی تبدیلیوں کی پیائش کے لیے انڈیکس نمبرز کی ٹیکنک کو بروئے کارلایا جاسکتا ہے۔یہ بات نوٹ کی جاسکتی ہے کہ انڈیکس نمبرز کسی مظاہرہ کی صرف قیمتوں میں اضافی تبدیلیوں کی پیائش کرتے ہیں۔

21.4 انڈیکس نمبرز (اعشاری اعداد) کے استعمالات

Uses of Index Numbers

انڈیکس نمبرز کے استعمالات کو ذیل میں دیکھا جاسکتا ہے۔

1۔ رجحانات کے مطالعہ میں مددگار

انڈیکس نمبرز ایک مدت کے دوران پھیلے ہوئے سلسلوں کے رجحانات کا مطالعہ کرنے میں بڑے مددگار ہیں۔انڈیکس نمبرز کی مدد سے برآمدات،درآمدات،ادائیات کا توازن،صنعتی پیداوار،قیمتیں،قومی آمدنی اور دیگر کئی مظاہر کے رجحانات کو معلوم کرنا نہایت آسان ہے۔اوسط تبدیلی کی پیائش کے طور پر انڈیکس نمبرز مستقبل کے رجحانات کی پیش بینی میں نہایت مفید ہے۔قیمتوں،طلب اُجرتیں،آمدنی وغیرہ کے انڈیکس نمبرز کی مدد سے کاروباری عہدہ دار فیصلہ سازی کے بہترین موقف اختیار کرنے میں مدد کرتے ہیں کہ نئے بازار کی دریافت یا جہاں پروڈکشن پالیسیوں کے اختیار کرنے اور مروجہ پیداواری، قیمت کاری فیصلوں میں کچھ تبدیلیاں لانے کی ضرورت ہے یا نہیں۔

2۔ پالیسی کی تدوین میں مددگار

جیسا کہ گذشتہ پیراگراف میں ہم نے دیکھا کہ انڈیکس نمبرز مختلف مظاہر کے رجحانات کے مطالعہ میں مدد کرتے ہیں اور یہی رجحانات پالیسی فیصلوں کی بنیاد بنتے ہیں۔مثال کے طور پر کاسٹ آف لیونگ انڈیکس نمبرز اور کنزیومر پرائیسس انڈیکس نمبرز کو حکومت مختلف سرکاری ملازمین کے مہنگائی بھتہ کی شرحوں کے فیصلہ سازی میں بہت زیادہ استعمال کرتی ہے۔اسی طرح اشیاء صرف کی فہرستیں حکومت کو ایکسائیز ڈیوٹیز کے بارے میں فیصلہ لینے میں مددگار ہے۔رسد اور زر کی قوتِ خرید کے انڈیکس نمبرز اور دیگر متعلقہ فہرستوں کے ساتھ کاروباری عہدہ دار کسی شئے کی طلب کی پیش

بنی اور مستقبل کے منصوبوں اور پالیسیوں کی تدوین کے لیے استعمال کرتے ہیں۔حقیقت میں جہاں کہیں مستقبل کے لیے ماضی کے اعداد وشمار اور معلومات مستقبل کے منصوبوں کے لیے ضرورت ہوانڈیکس نمبرز کا استعمال لازمی ہوجاتا ہے اور اس مقصد کے لیے نہایت آسان ذریعہ بھی ہے۔

نہ صرف کاروباری میدان میں بلکہ معاشی میدان میں بھی انڈیکس نمبرز کو پالیسی کی تدوین کے لیے انڈیکس نمبرز کو بنیاد کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔اسی طرح سماجیات اور نفسیات میں بھی اس کا بہت زیادہ استعمال کیا جاتا ہے۔ ماہر سماجیات انڈیکس نمبرز کی مدد سے آبادی میں تبدیلیوں کا مطالعہ کر کے مستقبل کے لیے موزوں پالیسیوں کی سفارش کرتے ہیں۔ ماہر نفسیات آبادی کی ذہانت کی سطح یا تعلیمی تحصیل وغیرہ کی سطح کا بھی مدون کردہ سوالناموں کے ذریعہ مطالعہ کرتے ہیں۔

3۔ زر کی قوت خرید کی پیائش میں مددگار

انڈیکس نمبرز زر کی باطنی قوت اور علامتی قوت کو معلوم کرنے میں مددگار ہیں۔ اکثر یہ بیانات پڑھنے کو ملتے ہیں کہ ہندوستانی روپیہ کی قوت خرید میں کمی آئی ہے یا اضافہ ہوا ہے۔اس کی بنیاد پر حکومت اُجرت سے متعلق پالیسیوں کا تعین کرتی ہے۔اس سلسلے میں انڈیکس نمبرز نہایت کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔

4۔ مختلف قیمتوں کو اصل قیمت پر بدلنے میں مددگار

انڈیکس نمبرز مستحکم قیمتوں کی بنیاد پر قومی آمدنی کو برابر کرنے میں یعنی افراطِ زر میں کمی لانے میں کافی مددگار ہیں۔ یہ عمل ہمیں عوام کی حقیقی آمدنی میں کسی تبدیلی کو معلوم کرنے میں مدد کرتا ہے۔ مروجہ قیمتوں پر قومی آمدنی کے اعداد ہمیشہ عوام کی آمدنی کی سطح کے تعلق سے گمراہ کن معلومات دیتے ہیں جب تک کہ ان قیمتوں کو کم نہ کیا جائے افراطِ زر اور تفریط زر پالیسیوں کو سمجھا نہیں جاسکتا۔اسی طرح برائے نام فروخت کی مقدار کو بھی کم کر کے حقیقی فروخت اور برائے نام اُجرتوں کو کم کر کے حقیقی اُجرتوں کے بارے میں ایک حقیقی تصور دیا جاسکتا ہے۔

5۔ معاشی بادپیما کے طور پر کام کرتا ہے

اگر ہم انڈیکس نمبرز کے مذکورہ بالا استعمالات کو ذہن میں رکھتے ہیں تب ہم ایک ناگزیر نتیجہ پر پہنچیں گے کہ انڈیکس نمبرز ملک کی معیشت کی رفتار کی پیائش کرتے ہیں اور یہ معیشت کی عام صورتحال کے نشیب وفراز کو معلوم کرنے کے لیے ایک بادپیما کے طور پر کام کرتے ہیں۔ قیمتوں، پیداوار، بیرونی زرمبادلہ، ذخائیر/ محفوظات، بنک ڈپازٹس وغیرہ کی فہرستیں ملک کی کاروباری سرگرمیوں کی سطح میں تغیرات وتبدیلیوں پر روشنی ڈالتے ہیں۔اوران فہرستوں کو Combine کر کے Composite Index میں تبدیل کیا جاسکتا ہے، جو بادپیما کے طور پر کام کیا جانا ہوگا۔جیسا کہ بادپیما ماحولیاتی دباؤ کی پیائش کرتا ہے اسی طرح انڈیکس نمبرز بھی معاشی دباؤ کی پیائش کرتے ہیں اور ملک کی معیشت میں کاروباری رویہ کی بھی پیائش کرتے ہیں۔یہی وجہ ہے کہ انڈیکس نمبرز کو معاشی بادپیما کہا جاتا ہے۔

21.5 انڈیکس نمبرز کی قسمیں — Types of Index Numbers

انڈیکس نمبرز کی درجہ بندی اس مظاہر Phenomena کی بنیاد پر عمل میں آتا ہے۔جس کی تبدیلیوں کی یہ پیائش کرتے ہیں۔اگرچیکہ انڈیکس نمبرز مختلف قسم کے شعبہ جات میں ترتیب دیے جاتے ہیں جہاں اضافی تبدیلیوں کی پیائش کے لیے مقداری ٹیکنکس (Quantitative

(Techniques) استعمال کیے جاتے ہیں۔ہم اپنی گفتگو کو کاروبار اور معیشت کے شعبہ جات میں ترتیب دیے جانے کی حد تک محدود رکھیں گے۔ یہاں ہم چند اہم انڈیکس نمبرز کی ترتیب پر بحث کریں گے۔اس بنیاد پر انڈیکس نمبرز کی درجہ بندی چار طرح سے کی جاسکتی ہے۔

1۔ قیمت پر مبنی اعشاری اعداد (Price Index Numbers)

2۔ مقداری اعشاری اعداد (Quantity Index Numbers)

3۔ قدری اعشاری اعداد (Value Index Numbers)

4۔ خصوصی مقاصد پر مبنی اعشاری اعداد (Special Purpose Index Numbers)

21.6 اعشاری اعداد کی ترتیب میں مسائل

Problems in the Construction of Index Numbers

ہول سیل پرائیس انڈیکس نمبرز کی ترتیب میں چند مسائل درپیش ہوتے ہیں۔ان کا حل نکالنا کوئی آسان کام نہیں ہوتا۔ان مسائل کا حل بڑی احتیاط سے نکالنا پڑتا ہے۔تاکہ ترتیب شدہ انڈیکس نمبرز پر اس کا اثر نہ پڑے اور کوئی غلطی نہ ہوجائے۔

1۔ پہلا مسئلہ یہ ہوتا ہے کہ جو بھی آیٹمس کا انتخاب کیا جائے جس سے انڈیکس نمبرز معلوم کرنا ہوتا ہے۔اس لیے یہاں یہ فیصلہ لینا ہوتا ہے کہ منتخبہ ایٹمس کے مختلف مراکز سے پرائیس کوٹیشن حاصل کیے جائیں۔لہٰذا منتخبہ ایٹمس کے لیے مختلف مراکز سے پرائیس کوٹیشن حاصل کیے جاتے ہیں۔

2۔ قبل ازیں یہ کہا گیا کہ انڈیکس نمبرز مظاہرہ Phenomena کی اضافی تبدیلیوں کی پیمائش کرتے ہیں اور اکثر یہ تبدیلیاں گذشتہ تواریخ میں مظہر Phenomena کی سطح سے متعلق ہوتی ہیں۔عام قیمتوں کی سطح میں تبدیلیاں بھی گذشتہ تواریخ سے متعلق ہوں گی۔عموماً یہ مدت ایک سال ہوتی ہے اور اس کو انڈیکس نمبرز کا بنیادی سال Base Year کہا جاتا ہے۔بیس ایئر کے انتخاب میں کئی اُمور کو پیشِ نظر رکھا جاتا ہے۔اس طرح انڈیکس نمبرز کی ترتیب میں دوسرا مسئلہ بیس اَیئر کا انتخاب ہوتا ہے۔اس لیے Price Relatives کو کرنٹ پرائیس میں تبدیلی کے لیے بیس اِیئر کی قیمتیں بنیاد ہونگی۔

3۔ ہول سیل پرائیس انڈیکس کی ترتیب میں دوسرا قدم مختلف اشیاء کی Price Relatives کا اوسط معلوم کرنا ہوتا ہے۔اس مقصد کی تکمیل کے لیے کونسا اوسط استعمال کیا جائے؟ یہ سوال بہت اہم اور معقول ہوتا ہے اور اس طرح تیسرا مسئلہ جس کو ایک ہول سیل پرائیس انڈیکس نمبرز ترتیب دینے سامنا کرتا ہے،یعنی انڈیکس نمبرز ترتیب دینے والے کو تیسرا مسئلہ یعنی موزوں اوسط کا انتخاب ہے۔

4۔ انڈیکس نمبرز کی ترتیب میں استعمال ہونے والے تمام ایٹمس یکساں اہمیت کے حامل نہیں ہوتے اور اگر انڈیکس نمبرز نمایندہ بھی ہوں تب ان کی اہمیت کے اعتبار سے مختلف ایٹمس کو اوزان دینے ہوں گے۔اس طرح انڈیکس نمبرز ترتیب دینے والے کو انڈیکس نمبرز کو اوزان کا دینا اور انڈیکس نمبرز کے لیے موزوں اوزان کا انتخاب بڑا مشکل مسئلہ ہوتا ہے۔

پرائیس کوٹیشن کا انتخاب

1۔ اشیاء کا انتخاب (Selection of the Commodities)

(i) ایٹمس کی خصوصیات : ایٹمس کے انتخاب کا مسئلہ اس وقت سامنے آتا ہے جبکہ تمام ایٹمس کا لینا ممکن نہیں ہوتا۔ کیونکہ تمام ایٹمس جن کی قیمت میں تبدیلی عمومی مقصد کے لیے ہو اور جسکا ہول سیل پرائیس انڈیکس نمبر نمائندگی کوشش کر رہا ہو۔ چونکہ عمومی مقصد یہ کہ عام طور پر فلور پر ہول سیل پرائیس کی قیمتوں میں تبدیلی کی نمائندگی ہول سیل پرائیس انڈیکس کرتا ہے۔ ٹیکنیکی طور پر اس کی ترتیب کچھ ایسی ہوتی ہے کہ تمام ایٹمس کی قیمتوں میں تبدیلی کا مطالعہ کیا جائے، بلکہ چند نمایاں/اہم ایٹمس کو بڑی تعداد سے منتخب کیا جاتا ہے۔ مختلف ایٹمس کو مختلف جماعتوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ ہر جماعت سے ایک یا دو ایٹمس کا انتخاب کچھ اس ڈھنگ سے کیا جاتا ہے کہ یہ اپنی جماعت کی نمائندگی کے لیے کافی ہو۔ ایک نمائندہ شئے میں درجہ ذیل دو خصوصیات کا ہونا ضروری ہوگا۔

(a) اس کا عوام کی ضروریات، ذوق، عادات، رسم و رواج کا نمائندہ ہونا چاہیے۔ جس کے لیے انڈیکس نمبرز ترتیب دیے جا رہے ہوں۔ اگر ایسی اشیاء منتخب کی جائیں جن میں یہ خصوصیات نہ ہوں تو انڈیکس نمبرز کی ترتیب کا مقصد فوت ہو جائے گا، جس کے لیے یہ ترتیب دیے گئے ہوں۔ جنرل ہول سیل پرائیس انڈیکس ملک میں جنرل پرائیس لیول میں تبدیلیوں کے بارے میں ایک آئیڈیا دیتے ہیں، تا کہ مختلف معاشی اور سماجی مسائل پر قیمت کے تغیرات پر اثرات کا موزوں انداز میں مطالعہ ہو سکے۔ اگر منتخبہ ایٹمس سوسایٹی کے ذوق، عادات اور رسم و رواج کا نمائندہ نہ ہوں تو ایسے مطالعہ کے اخذ کردہ نتائج ہرگز نمائندہ نہیں ہو سکتے، اور یہ عوام کے مسائل پر قابل اطلاق نہ ہوں، جس کے لیے انڈیکس نمبرز ترتیب دیے گئے ہوں۔ مثال کے طور پر اگر ملک کے ہول سیل پرائیس انڈیکس نمبر ترتیب دیے گئے ہوں، ایٹمس جیسے اسٹابیری، بیرونی ملک کی شراب، ہیوی مشین، ریفریجریٹر اور مہنگی آٹوموبائیل اشیاء کو شامل کیا جاتا ہے، تا کہ انڈیکس نمبر قیمت میں تبدیلی کی صحیح نمائندگی نہ ہو سکے۔ جیسا کہ اشیاء کی قیمتوں میں تبدیلیاں ہندوستانیوں کی ایک کثیر تعداد پر اس کا کچھ بھی اثر نہ پڑے گا۔ یہ بات یاد رکھنی چاہیے کہ عمومی مقصد کے لیے ہول سیل پرائیس انڈیکس نمبر ایک مخصوص سوسائیٹی کے لیے ہوتے ہیں، جن کے ذوق اور عادات ان کے اپنے ہوتے ہیں۔ انڈیکس نمبر ان تمام عناصر کو ملحوظ رکھے اور اسی کے مطابق ایٹمس کو سیلیکٹ کریں۔

(b) معیار میں استقامت ہو اور ترجیحاً گریڈیڈ ہو (اعلیٰ درجہ کی ہو)۔ اگر ایک شئے معیار کے اعتبار سے صحیح نہ ہو تو اس کو انڈیکس نمبرز میں شامل کرنا درست نہ ہوگا۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ انڈیکس نمبر وہی شئے کی قیمت کی سطح میں ہفتہ بہ ہفتہ، ماہ بہ ماہ جیسی بھی صورت ہو تبدیلی کی پیائش کرنے کے لیے منسوب ہے۔ اگر ایک شئے کی قیمت جب Quote کی جائے، معیار کے اعتبار سے مستحکم نہ ہو تب اس کو ٹیکنیکی اعتبار سے اس قیمت سے رجوع کیا جائیگا، جس کی قیمت کا تعین کچھ عرصہ پہلے کیا گیا تھا۔ اضافی قیمت کی سطح کا تقابل اسی وقت ممکن ہوگا جبکہ شئے کا معیار زیادہ تبدیل نہ ہوتا ہو۔ یہی وجہ ہے کہ انڈیکس نمبرز ترتیب دیے جاتے ہیں۔ ایسی صورت میں یہی بہتر ہوگا کہ ایسی اشیاء کا معیار بہترین ہو۔

2۔ اشیاء/ایٹمس کی تعداد

ایک مثالی انڈیکس نمبر کے لیے اشیاء کی تعداد سے متعلق کوئی مضبوط قاعدہ نہیں ہے۔ نظری طور پر ایٹمس کی تعداد جتنی زیادہ ہوگی اتنا ہی انڈیکس نمبرز کے نتائج درست اور صحیح ہوں گے۔ لیکن اگر ایٹمس کی تعداد غیر معمولی ہو انڈیکس نمبر کی تحسیب میں زیادہ مشکلات درپیش ہوں گی۔ کئی

مرتبہ ایسا ہوتا ہے کہ انڈیکس نمبر گمراہ کن ہو جاتے ہیں، جبکہ ائٹمس کی تعداد غیر معمولی ہو یا پھر ان کا نظم بہتر طور پر نہ ہوا ہو۔ یوں کہا جا سکتا ہے کہ ائٹمس کی تعداد اتنی ہو جس سے سہولت بخش طریقہ پر انڈیکس نمبر ترتیب دیے جا سکیں۔ تاہم قیمتوں کے حساس انڈیکس نمبر کی ترتیب میں عموماً ائٹمس کی تعداد کم ہوتی ہے۔ قیمتوں کے حساس انڈیکس نمبر ان اشیاء کی قیمتوں کے انڈیکس نمبرز میں ایک چھوٹی سی تبدیلی کا بھی حساب رکھا جاتا ہے۔ یہ عمومی مقصدی مطالعہ کے لیے مناسب نہیں ہیں، لیکن ان کی اپنی افادیت ہے۔ ہندوستان میں دوسری جنگ عظیم کے دوران اور جنگ کے بعد بھی Economic Adviser کے آفیس ایسی قیمتوں کے انڈیکس نمبرز شائع کرتے تھے۔

3۔ مختلف اقسام کی اشیاء

ائٹمس کے انتخاب میں اور ان کے نمبر کے بارے فیصلہ کاری میں مختلف قسم کی اشیاء انڈیکس نمبر میں شامل کرتے ہیں، تاکہ انڈیکس نمبر میں موجود مختلف قسم کی 360 اشیاء کا عمومی جائزہ لیا جائے، تاکہ بہتر طور پر مطالعہ ہو سکے۔ عام طور پر تمام اقسام کی اشیاء جو عمومی استعمال میں ہوان اشیاء کو شامل کیا جائیگا۔ اس طرح تین یا چار قسم کے گیہوں ہول سیل پرائیس انڈیکس میں شامل کیے جائیں گے۔ اگر ان مختلف اشیاء کی قیمتوں کا اوسط انڈیکس نمبرز میں شامل کرنے سے قبل نکالا جائے گا۔ وہ شئے جس پر سوال کیا گیا ہے کوئی زیادہ اوزان دینے کا باعث نہ ہوگی، لیکن اگر ان تمام اقسام کی اشیاء کو شامل کیا جائے اور ان کی قیمتوں کا اوسط نکالا نہ جائے لیکن علٰحیدہ طور پر داخل کیا جئے، تب ان اشیاء کو جن پر سوال کیا گیا ہے مساوی طور پر اوزان دیے جائیں گے۔ جیسا کہ دوسری اشیاء کو دیا گیا ہے۔ مختلف منتخبہ اشیاء نہ صرف استعمال کی حامل ہوں بلکہ مستحکم بھی ہوں۔ ہم پہلے بتا چکے ہیں کہ معیار میں استقامت نہ ہو، مختلف ادوار میں قیمتوں کا کوٹیشن کو ٹیکنیکی طور پر مختلف اشیاء سے رجوع کیا جائے گا، اور ان کا تقابل بھی نہ ہوگا۔ اگر اشیاء کی قیمتوں میں کوئی تبدیلی نہ ہو لیکن اگر کوالیٹی تبدیلی ہو رہی ہو تب انڈیکس نمبر بھی تبدیلی کو ریکارڈ کرے گا۔ اگر چہ کہ وہ وہاں موجود نہ ہو۔

4۔ ائٹمس کی درجہ بندی (Classification of Items)

اشیاء کے مختلف گروپس کے بارے میں علاحدہ معلومات دینے کی غرض سے منتخبہ ائٹمس کی درجہ بندی گروپس میں کی جاتی ہے اور مختلف گروپس کے لیے علٰحیدہ انڈیکس نمبرز کی تحسیب کی جاتی ہے۔ ایسا کرنے کی وجہ سے مختلف گروپس کی قیمتوں میں تبدیلیوں کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔ اس طرح اگر غذائی اشیاء کا ایک گروپ ہو تو اس گروپ کی قیمتوں میں تبدیلیوں کا مطالعہ ممکن ہوگا۔ دوسرے گروپ میں شامل اشیاء کی قیمتوں کی تبدیلیوں کا مطالعہ علٰحیدہ طور پر کیا جائے گا۔ اس قسم کا مطالعہ مفید ہوتا ہے۔ اس طریقہ سے ائٹمس کی درجہ بندی ڈاٹا کی یکسانیت کو بڑھاتی ہے۔ اگر ان گروپس کو ذیلی گروپس میں تقسیم کریں تو ڈاٹا کی یکسانیت میں مزید اضافہ ہوتا ہے اور ایسے میں ذیلی گروپس کی قیمتوں کی سطح میں تبدیلی کا مطالعہ علاحدہ اور تفصیل سے کیا جا سکتا ہے۔ ہمارے ملک میں ایکنامک ایڈوائیزر کے ہول سیل پرائیس انڈیکس نمبر کو نئی درجہ بندی دی۔ اس نے گروپس کو تین حصوں میں تقسیم کیا۔ یہ گروپس یوں ہیں۔

(i) پرائمری آرٹیکلس (80 گروپس اور 2 ذیلی گروپس)

(ii) ایندھن برقی لائیٹ اور چکناؤ اشیاء (10 اشیاء اور ایک گروپ)

(iii) تیار کردہ مال (270 اشیاء اور 11 گروپس)

یہ نئی درجہ بندی اسٹانڈرڈ انڈسٹریل کلاسیفکیشن کی بنیاد پر کی گئی ہے۔اس کو بین الاقوامی سطح پر اپنا لیا گیا ہے۔

5۔ پرائیس کوٹیشن کا حصول (Obtaining Price Quotation)

i) نمایندہ مقامات اور اشخاص کا انتخاب : اشیاء کا انتخاب اور درجہ بندی کرنے کے بعد دوسرا مسئلہ ان کی قیمتوں کی جمع بندی کا ہوتا ہے۔ شئے کی قیمت مقام بہ مقام الگ الگ ہوتی ہے اور اتنا ہی نہیں ایک مقام پر دکان بہ دوکان قیمتیں الگ الگ ہوتی ہیں۔ جیسا کہ تمام اشیاء کو ایک ہی انڈیکس نمبر میں شامل کرنا ممکن نہیں ہے۔اسی طرح تمام مقامات سے پرائیس کوٹیشن حاصل کرنا ممکن نہیں۔ جہاں ایک مخصوص شئے خریدی یا فروخت کی جاتی ہے۔حتیٰ کہ منتخبہ مقامات سے بھی تمام دوکانات سے پرائیس کوٹیشن کو جمع نہیں کیا جا سکتا۔اس لیے چند نمایندہ مقامات کا انتخاب کر کے ایک نمایندہ شخص اس کام کو انجام دے۔عموماً ایسے مقامات اس لیے منتخب کیے جاتے ہیں کہ وہاں ایک مخصوص شئے زیادہ مقدار میں خریدی اور فروخت کی جاتی ہے۔ایسے مقامات پر عموماً جو قیمتیں مروج ہوتی ہیں وہی قیمتیں دوسرے مقامات پر مروج ہوتی ہیں۔ جہاں اشیاء نسبتاً کم مقدار میں خریدی اور فروخت کی جاتی ہیں۔اس طریقہ پر مقامات چننے کے بعد ان نمایندوں کا تقرر کریں جو وقتاً فوقتاً پرائیس کوٹیشن فراہم کرتے ہوں۔ یہ کام خصوصی عملہ کے تقرر کے ذریعہ کیا جا سکتا ہے یا مخصوص مقامات میں منتخبہ افراد یا اداروں کو سونپا جا سکتا ہے۔مختلف مقامات پر مروجہ قیمتوں کی تفصیلات کے ساتھ شائع ہونے والے جرنلس اور میگزین کو بھی استعمال کیا جا سکتا ہے۔ پرائس کوٹیشن سربراہ کرنے والے نمایندوں، افراد یا اداروں کو چنتے وقت اس بات کی احتیاط برتنی چاہیے کہ دی گئی معلومات قیاس پر مبنی نہ ہوں، بلکہ صحیح اور درست ہوں، ورنہ یہ نمایندہ یا اعتماد کے قابل نہ ہوں گے۔اس کی تنقیح کے لیے ایک مقام پر ایک شخص کا تقرر کرنے کے بجائے تین یا چار اشخاص کا تقرر کیا جائے، تا کہ بھروسہ منداور قابل اعتبار پرائیس کوٹیشن حاصل ہوں۔

6۔ قیمت کیسے درج کی جاتی ہے (How is the Price to be Quoted)

قیمت کے درج کرنے کے طریقۂ کار کے تعلق سے فیصلہ لینے کے بعد اور ساتھ ہی قیمت کے حدود کے تعلق بھی فیصلہ کرنا ہوتا ہے۔ قیمت دوطرح سے Quote کی جا سکتی ہے۔زر کی فی اکائی پر شئے کی مقدار یا شئے کی مقدار پر زر کی مقدار فی اکائی کی صورت میں۔ قیمت Quote کرنے کے دوسرے طریقہ کو قیمت Price اور پہلے طریقہ کو معکوس قیمت Inverse Price کہتے ہیں۔ان دونوں طریقوں میں کافی فرق پایا جاتا ہے۔ یعنی دونوں کے درمیان معکوس تناسب پایا جاتا ہے۔اگر پہلی قیمت میں اضافہ ہو رہا ہو تو دوسری قیمت میں کمی دیکھی جاتی ہے۔ دوسری قیمت میں اضافہ ہو تو پہلی قیمت میں کمی واقع ہوتی ہے۔اس موقع پر ایک بات یاد رکھنی چاہیے کہ ٹھوک پرائیس انڈیکس نمبرز کی ترتیب میں ان کی قیمت فی اکائی قیمت زر کی صورت میں دیکھی جائے۔

7۔ کیا ٹھوک قیمت ہونی چاہیے (Should be Whole Sale)

جہاں تک ٹھوک قیمت پر مبنی اعشاری اعداد کا سوال ہے کسی شئے کی قیمت کا مطلب ٹھوک فروخت کی قیمت ہے۔ٹھوک قیمت ہی کیوں؟ اس کا جواب آسان ہے، ٹھوک قیمت میں استقامت ہوتی ہے، لیکن مقام بہ مقام، دوکان بہ دوکان چلر فروش الگ الگ قیمت پر فروخت کرتے ہیں۔ حالانکہ شئے ایک ہی ہوتی ہے۔اس سلسلے میں ایک بات یاد رکھیں کہ ٹھوک قیمت پر طلب اور رسد کے اثرات ہوتے ہیں یا پھر دیگر عناصر ٹھوک

قیمت پر اثر انداز ہوتے ہیں۔

8۔ قیمت واری کوٹیشن کی تعداد (Number of Price Quotation)

قیمت واری کوٹیشن پر ان کی تعداد بھی اثر انداز ہوتی ہے۔ یہاں تعداد کے تعلق سے کوئی مخصوص قاعدہ یا اُصول نہیں ہے کہ ہر مہینہ یا ہر ہفتہ یا ہر پندرھواڑہ میں مقررہ مقدار میں ہی کوٹیشنس حاصل ہونے چاہیں۔ بہتر یہی ہے کہ زیادہ تعداد میں کوٹیشنس حاصل ہونے چاہیں۔ اتنا ہی نہیں کہ اعشاری اعداد پر ان کے منفی اثرات مرتب ہوں۔ بہر کیف ان کی تعداد میں اعتدال ہونا چاہیے۔

9۔ اساس کا انتخاب (Selection of Base)

اعشاری اعداد مظاہر کی سطح میں اضافی تبدیلی کی پیمائش پچھلے اعشاری اعداد کی سطح کی بنیاد یا اساس پر کی جاتی ہے۔ پچھلی تاریخ یا رواں تغیرات کی بنیاد کو اعشاری اعداد کی بنیاد کہا جاتا ہے۔ اعشاری اعداد کی ترتیب میں اساس انتہائی اہمیت کے حامل ہوتے ہیں۔

10۔ اوسط کا انتخاب (Selection of Average)

اگر ہم کسی ایک شئے کی قیمتوں میں تبدیلیوں کا مشاہدہ یا مطالعہ کر رہے ہوں تو سادہ اضافی قیمت Simple Price Relatives اعشاری اعداد کے لیے بہتر انتخاب ہوگا۔ ایسی صورت میں اوسط کے انتخاب کا مسئلہ درپیش نہ ہوگا۔ لیکن حقیقت میں عمومی قیمتوں کی سطح میں تبدیلیوں کا مطالعہ کرنے کے لیے اعشاری اعداد کی ٹیکنک کو استعمال کیا جاتا ہے اور اس صورت میں ایک سے زیادہ اشیاء کو مشاہدہ ومطالعہ میں شامل کیا جاتا ہے۔ جب ان اشیاء کی اضافی قیمت تحسیب کر لی جائے تو ان اشیاء کے اوسط کو ایک عدد کی صورت میں اوسط نکالنا بھی ایک مسئلہ ہوتا ہے۔ عمومی طور پر اس کو کسی مقصد کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ لیکن عملی طور پر انتخاب صرف اوسطِ حسابیہ، وسطانیہ اور جیومتریائی اوسط سے کسی ایک اوسط کا انتخاب کرنا ہوگا۔ اس انتخاب کے لیے تفصیلی تجزیہ کرنا ہوگا۔ اور کسی ایک اوسط کو منتخب کر کے مسئلہ کا حل تلاش کرنا ہوگا۔

11۔ وزن کاری کے مسائل (Problem of Weighing)

اعشاری اعداد اوزانی ہونا چاہیے یا غیر اوزانی ہونا چاہیے۔ ہم مرکزی رجحان کی پیمائش میں پڑھ چکے ہیں کہ مدات میں شامل ہر مد item کی اضافی اہمیت برابر نہیں ہوتی۔ اس لیے اوزانی اوسط، غیر اوزانی اوسط سے زیادہ اچھے نتائج کا حامل ہوتا ہے۔ چونکہ اعشاری اعداد کو اوزانی ہونا چاہیے، لیکن صحیح اوزان معلوم کرنا اتنا آسان نہیں ہوتا۔ اوزان کو عقلی استدلال کے مطابق بنانا چاہیے۔

12۔ موزوں ضابطہ / فارمولے کا انتخاب (Selection of Suitable Formula)

اعشاری اعداد کی ترتیب کو معلوم کرنے کے لیے کئی ضابطے موجود ہیں۔ لیکن کسی ایک موزوں ترین ضابطہ کو منتخب کرنا چاہیے تا کہ اس ضابطہ کے مطابق اعشاری اعداد کو ترتیب دیا جاسکتا ہے۔ ارونگ فشر نے ایک سو سے زاید ضابطوں کی جانچ کرنے کے بعد ایک مثالی ضابطہ کی وکالت کی۔ اس ضابطہ کو فشر کا مثالی ضابطہ کہا جاتا ہے۔

21.7 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

اعشاری اعداد ایک عمومی شماریاتی آلہ ہے جو گروہوں یا گروپس سے متعلق تبدیلی میں مشترکہ لچک کی پیمائش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

بعض مصنفین نے اعشاری اعداد کو وقت، جغرافیائی مقام یا دوسری کسی خصوصیت کی بناء پر کسی مظاہر Phenomenon کی سطح میں تبدیلی کی پیائش کا آلہ ہیں۔انڈیکس نمبرز کا سب سے پہلے استعمال 1764 میں اٹلی کے باشندے Carli نے کیا۔انڈیکس نمبرز کی تعریف مختلف ماہرین شماریات نے کی ہے جیسے Spiegal کے مطابق ''انڈیکس نمبرز ایک شماریاتی پیائش ہے جو ایک گروہ کے متغیر سے متعلق وقت، جغرافیائی مقامات یا دیگر خصوصیات یا متغیر میں تبدیلیوں کو بتانے کے لیے ترتیب دی گئی ہے''۔انڈیکس نمبرز کی کئی خصوصیات ہیں جیسے انڈیکس نمبرز مخصوص اوسط ہیں، انڈیکس نمبرز ان عناصر کا مطالعہ کرتے ہیں جن کی پیائش راست طور پر نہیں کی جاسکتی، گروہی مدات کی مشترکہ خصوصیات کو ظاہر کیا جا سکتا ہے۔تبدیلیاں وقت یا مقامات سے متعلق ہوتی ہیں۔

انڈیکس نمبرز کے استعمالات کئی ہیں جیسے رجحانات کے مطالعہ میں مددگار، پالیسی کی تدوین میں مددگار، قوتِ خرید کی پیائش میں مددگار، مختلف قیمتوں کو اصل قیمت پر بدلنے میں مددگار اور معاشی بادپیما۔

انڈیکس نمبرز کی اقسام میں پرائیس انڈیکس نمبرز، کوانٹٹی انڈیکس نمبرز، ویلیو انڈیکس نمبرز اور اسپیشل پرائیس انڈیکس نمبرز شامل ہیں۔

21.8 کلیدی الفاظ Key Words

1. اعشاری اعداد Index Numbers: معاشی اعداد کی عکاسی قیمت یا مقدار کی صورت میں بمقابلہ معیاری یا اساسی قدر کے۔
2. موزوں ضابطہ Suitable Formula: اعشاری اعداد میں فشرز کے ضابطہ کو موزوں ضابطہ کہا گیا ہے۔

21.9 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1) __________ کے ضابطہ کو مثالی ضابطہ کہا جاتا ہے۔ (فشر)
2) اعشاری اعداد __________ ہے۔ (شماریاتی آلہ)
3) انڈیکس نمبر کا استعمال پہلے ______ میں ہوا۔ (اٹلی)
4) کسی برس کو ________ کے طور پر استعمال کیا جائے تو وہ بنیادی مدت ہے۔ (بنیادی مدت)
5) _________ معاشی بادپیما کے طور دیکھا جاتا ہے۔ (انڈیکس نمبرز)
6) اعشاری اعداد کو سب سے پہلے Carli نے استعمال کیا۔ (صحیح/غلط)
7) رجحانات کے مطالعہ میں مددگار ہے۔ (صحیح/غلط)
8) صارف کی خریدنے کی صلاحیت کو قوتِ خرید کہتے ہیں۔ (صحیح/غلط)
9) مثالی انڈکس نمبرز کے لیے اشیاء کی بڑی تعداد ضروری نہیں۔ (صحیح/غلط)
10) کسی شئے کی قیمت کا مطلب تھوک فروخت کی قیمت ہے۔ (صحیح/غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1) کس نے سب سے پہلے انڈیکس نمبرز کا استعمال کیا؟

2) انڈیکس نمبرز کی تعریف کیجیے۔

3) اضافی تبدیلیوں کی پیائش کیسے ہوتی ہے۔

4) وزن کاری کا کیا مسئلہ ہے؟

5) اساس یا بنیاد کا انتخاب کیسے ہوتا ہے۔

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1) اعشاری اعداد کی تعریف کیجیے اور اس کی خصوصیات بیان کیجیے۔

2) اعشاری اعداد کے استعمالات بیان کیجیے۔

3) انڈیکس نمبرز کی ترتیب میں مسائل بیان کیجیے۔

4) مدات، ان کے نمبر اور پرائیس کوٹیشن کے انتخاب پر تفصیل سے بحث کیجیے۔

21.10 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N.
4. Statistics : Gupta B. N.
5. Business Statistics : J. K. Sharma
6. Business Statistics : Bharat Jhunjhunwala

اکائی 22 اہم اعشاری اعداد

Important Index Numbers

Unit Structure — اکائی کی ساخت

22.0	تمہید	Introduction
22.1	مقاصد	Objectives
22.2	اہم اعشاری اعداد کے معنی ومفہوم	Meaning of Important Index Numbers
22.3	اعشاری اعداد کی ترتیب کے اہم طریقے	Important Methods of Construction of Index Numbers
22.4	اکتسابی نتائج	Learning Out Comes
22.5	کلیدی الفاظ	Key Words
22.6	نمونہ امتحانی سوالات	Terminal Questions
22.7	تجویز کردہ کتب	Reference Books

22.0 تمہید Introduction

عزیز طلباء!

پچھلی اکائی میں ہم نے اعشاری اعداد کی بنیادی معلومات حاصل کیں۔ جہاں یہ بتایا گیا کہ انڈیکس نمبرز کے استعمال سب سے پہلے کہاں اور کب ہوا۔ ہم نے پڑھا کہ ابتدائی دنوں میں انڈیکس نمبرز کو قیمتوں کی سطح میں تبدیلی اور زر کی قوت خرید کے مطالعہ کے لیے استعمال کیا جاتا تھا، لیکن آج اعشاری اعداد کا استعمال ہر شعبہ حیات میں ہورہا ہے۔ تقابلی مطالعہ کے لیے اعشاری اعداد از حد ضروری قرار دیے گئے ہیں۔ عصر حاضر میں پیداوار صرف، درآمدات و برآمدات، قومی آمدنی، معیار زندگی، جرائم، کاروبار میں ناکامیاں وغیرہ میں اعشاری اعداد کا استعمال بہت زیادہ ہوگیا ہے۔ ان کی اہمیت سے انکار نہیں کیا جاسکتا۔ اس اکائی میں اہم اعشاری اعداد کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔

22.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہوجائیں گے کہ

- اہم اعشاری اعداد کے بارے میں خیالات کا اظہار کرسکیں
- اعشاری اعداد کی ترتیب دینے کے طریقوں سے واقف ہوسکیں
- اعشاری اعداد کی ترتیب کے مختلف طریقوں کے اجزاء کی توضیح کرسکیں
- اعشاری اعداد کی ترتیب کے اوزانی اور غیر اوزانی طریقوں کو درجہ بند کرسکیں
- اوزانی اور غیر اوزانی طریقوں کے تحت سوالات حل کرسکیں

22.2 اہم اعشاری اعداد کے معنی و مفہوم

Meaning of Important Index Numbers

جیسا کہ آپ جانتے ہیں اعشاری اعداد، متغیرات میں تبدیلیوں کی پیمائش کا اہم آلہ ہے۔ اس کی نوعیت و ماہیت پر مختلف مصنفین نے اپنی رائے پیش کی ہے۔ ان کی رائے کو عملی شکل میں دی گئی ہے۔ عملی شکل کا مطلب ضابطے ہیں، جن کی مدد سے ہم متغیرات کے درمیان اضافی تبدیلیوں کی تحسیب کرسکتے ہیں۔ اعشاری اعداد زر کی قوت خرید، پالیسی کی تدوین اور رجحانات کی پیمائش میں نہایت مددگار ثابت ہوتے ہیں۔ ان کی اہمیت کی مناسبت سے زمرہ بندی بھی کی گئی ہے۔ اب ہم اس اکائی میں چند اہم انڈیکس نمبرز جو کاروبار اور معاشیات میں عمومی طور پر استعمال ہوتے ہیں معلومات حاصل کریں گے۔

22.3 اعشاری اعداد کی ترتیب کے اہم طریقے

Important Methods of Construction of Index Numbers

عام طور پر اعشاری اعداد کی تحسیب کے طریقوں کو دو گروہوں میں درجہ بند کیا جاسکتا ہے۔ ان کو ذیل میں دیکھا جاسکتا ہے۔

I) غیراوزانی اعشاری اعداد (Unweighted Index Numbers)

II) اوزانی اعشاری اعداد (Weighted Index Numbers)

غیراوزانی اعشاری اعداد میں ہر مد Item کے لیے یکساں اوزان ہوتے ہیں، جبکہ اوزانی اعشاری اعداد کی صورت میں مختلف مدات Items کی اہمیت کے اعتبار سے اوزان دیے جاتے ہیں۔

غیراوزانی اعشاری اعداد کو ان کی ترتیب کی ٹیکنکس کی بنیاد پر مزید دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

1) سادہ مجموعی طریقہ (Simple Aggregative Method)

2) سادہ اوسط اضافی طریقہ (Simple Average of Relatives Method)

ٹھیک اسی طرح اوزانی اعشاری اعداد (Weighted Index Numbers) کو دو زمروں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

1) اوزانی مجموعی طریقہ (Weighted Aggregative Method)

2) اوزانی اوسط اضافی طریقہ (Weighted Average of Relatives Method)

A. غیراوزانی اعشاری اعداد (Unweighted Index Numbers)

1) سادہ مجموعی طریقہ (Simple Aggregative Method) : اعشاری اعداد کی ترتیب کا نہایت سادہ طریقہ ہے۔ یہ طریقہ رواں سال میں تمام اشیاء کی مجموعی قیمت کو بنیادی سال کی کل قیمت کے فیصد پر مشتمل ہے۔

فائدے (Advantages)

سادہ مجموعی طریقہ کے فایدے درجہ ذیل ہیں۔

1) یہ طریقہ نہایت سادہ اور آسان ہے، اس کو آسانی سے اپنایا جا سکتا ہے۔

2) ایک عرصہ تک یا ایک طویل مدت تک تمام اشیاء یکساں اکائیوں کی صورت میں ہوتی ہیں، جس کی وجہ سے اچھے نتائج برآمد ہوتے ہیں۔

نقصانات (Disadvantages)

سادہ مجموعی طریقہ کے نقصانات درجہ ذیل ہیں۔

1) اگر اکائیوں میں تبدیلیاں ہوں تو اس پر گہرے اثرات مرتب ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر اگر ہم اکائیاں کلوگرام کے سنٹرل ویٹ میں ظاہر کر رہے ہوں تو اعشاری اعداد کی قدر میں بڑی تبدیلیاں سامنے آتی ہیں۔

2) تمام اشیاء کو یکساں یا مساوی اہمیت دی جاتی ہے جو کہ غلط ہے۔ عام طور پر اشیاء ترجیحات کی بنیاد پر استعمال کی جاتی ہیں۔

3) دی گئی قیمت کی اکائی میں تبدیلی کر کے غلط استعمال کیا جا سکتا ہے۔

سادہ مجموعی طریقہ کے تحت انڈیکس نمبرز کی ترتیب کے لیے اقدامات

(Steps in Constructing Index Numbers Under Simple Aggregative Method)

سادہ مجموعی طریقہ کے تحت انڈیکس نمبرز کی ترتیب کے لیے درجہ ذیل اقدامات لیے جاتے ہیں۔

1) رواں سال کے لیے مختلف اشیاء کی قیمتوں کو جمع کیجیے۔اس میزان کی نمائندگی $\sum P_1$ کے ذریعہ کی جائے گی۔

2) بنیادی سال کے لیے انہی اشیاء کو قیمتوں کو جمع کیجیے۔اس میزان کی نمائندگی $\sum P_0$ کے ذریعہ کی جائے گی۔

3) $\sum P_1$ کو $\sum P_0$ سے تقسیم کر کے حاصل عدد کو 100 سے ضرب دیں۔ان تفصیلات کو ضابطہ کی شکل میں یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \text{x} 100$$

تمثیل 1 :درجہ ذیل اعداد کی مدد سے سادہ مجموعی طریقہ (Simple Aggregative Method) کے ذریعہ انڈیکس نمبرز (اعشاری اعداد) معلوم کیجیے۔

اشیاء	چاول	گیہوں	دالیں	آلو
1990 : میں قیمت (روپیوں میں)	162	256	257	132
1991 : میں قیمت (روپیوں میں)	171	164	189	145

حل :

اشیاء	1990 میں قیمت	1991 میں قیمت
	P_0	P_1
چاول	162	171
گیہوں	256	164
دالیں	257	189
آلو	132	145
	$\sum P_0$ 807	$\sum P$ 669

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \text{x} 100$$

$$= \frac{669}{807} \text{x} 100$$

$= \underline{82.89}$

تمثیل 2 :درجہ ذیل اعداد سے سال 2001 کے لیے سادہ مجموعی طریقہ سے انڈیکس نمبرز (اعشاری اعداد) معلوم کیجیے۔

اشیاء	چاول	جواری	گوشت	مچھلی	ایندھن
2000 میں قیمتیں :	150	160	175	190	200
2001 میں قیمتیں :	155	172	170	205	190

حل : اعشاری اعداد کی ترتیب

اشیاء	2000 میں قیمت	2001 میں قیمت
	P_0	P_1
چاول	150	155
جواری	160	172
گوشت	175	170
مچھلی	190	205
ایندھن	200	190
	$\sum P_0$ 875	$\sum P_1$ 892

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} x100$$

$$= \frac{892}{875} x100$$

$$= \underline{101.94}$$

تمثیل 3: 2020 کو بنیادی سال مان کر 2021 کے لیے سادہ مجموعی طریقہ پر انڈیکس نمبرز معلوم کیجیے۔

اشیاء	مکئی	گیہوں	چھلی
2020 میں قیمت :	130	140	150

2021 میں قیمت :	140	160	180

حل :

اشیاء	2020 میں قیمت	2021 میں قیمت
	P_0	P_1
مکئی	130	140
گیہوں	140	160
پھلی	150	180
	$SP_0 420$	$SP_1 480$

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} x100$$

$$= \frac{420}{480} x100$$

$$= \underline{87.5}$$

تمثیل4: سال2020 کو بنیاد بنا کر سادہ مجموعی طریقہ سے پرائیس انڈیکس تحسیب کیجیے۔

اشیاء	چاول	جوار	مکئی	گیہوں	دالیں	پیاز
2020 میں قیمت (روپیوں میں) :	20	30	10	25	40	50
2021 میں قیمت (روپیوں میں) :	25	30	15	35	45	55

حل :

اشیاء	2020 میں قیمت	2021 میں قیمت
	P_0	P_1
چاول	20	25
جوار	30	30
مکئی	10	15
گیہوں	25	35
دالیں	40	45
پیاز	50	55
	$\sum P_0 175$	$\sum P 205$

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} x100$$

$$= \frac{205}{175} \text{x}100$$

$$= 1.1714 \text{ x } 100$$

$$= \underline{117.14}$$

II. سادہ اوسط اضافی طریقہ (Simple Average of Relatives Method)

سادہ اوسط اضافی طریقہ میں مختلف مدات کی قیمتیں بنیادی سال کے لیے 100 فرض کر لی جاتی ہیں، اور رواں برس کی قیمتوں کو بنیادی سال کی قیمتوں کے فیصد کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔ یعنی رواں برس کی قیمت کو بنیادی سال کی قیمت کی اضافی قیمت کے طور پر بتایا جاتا ہے۔ انڈیکس نمبر معلوم کرنے کے لیے ان اضافی قیمتوں کا اوسط معلوم کیا جاتا ہے۔ استعمال کردہ اوسط جیومٹریائی اوسط یا وسطانیہ یا اوسط حسابیہ ہو سکتا ہے۔ لیکن عام طور پر اوسط حسابیہ اور جیومتریائی اوسط کو زیادہ تر استعمال کیا جاتا ہے۔ سادہ اوسط اضافی طریقہ کا ضابطہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$P_{01} = \frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0}\text{x}100\right)}{N}$$

اس ضابطہ میں 'N' کچھ اور نہیں بلکہ مدّات Items کی تعداد ہے۔ اگر جیومتریائی طریقہ کو استعمال کیا جا رہا ہو تو ضابطہ درجہ ذیل ہوگا۔

$$Log\ P_{01} = \frac{\sum \log\left[\frac{P_1}{P_0}\text{x}100\right]}{N}$$

یا

$$P_{01} = Anti\log\left\{\frac{(\sum \log \frac{P_1}{P_0}\text{x}100}{N}\right\}$$

نوٹ : اگر P کو $\left(\frac{P_1}{P_0}\text{x}100\right)$ تصور کیا جائے تو

$$P_{01} = Anti\log\frac{\sum \log P}{N}$$

سادہ اوسط اضافی طریقہ میں اقدامات

(Steps in Calculation of Simple Average Price Relatives Method)

سادہ اوسط اضافی طریقہ میں درجہ ذیل اقدامات لیے جاتے ہیں۔

1) اضافی قیمتوں کی تحسیب کیجیے۔ اس کی تحسیب رواں برس کی قیمت کو بنیادی برس کی قیمت سے تقسیم کے ذریعہ کی جاتی ہے۔ حاصل شدہ قیمت کو 100 سے ضرب دیا جاتا ہے۔ اس کو ضابطہ کی شکل میں یوں بتایا جا سکتا ہے۔

$$\frac{\sum P_1}{\sum P_0} x100$$

2) اضافی قیمتوں کا اوسط تحسیب کیجیے۔اس کا ضابطہ درجہ ذیل ہے۔

$$P_{01} = \frac{\sum\left(\frac{\sum P_1}{\sum P_0} x100\right)}{N}$$

نوٹ : 'N' کل مدات کے مدات کی نمائندگی کرتا ہے،جس کی اضافی قیمتوں کا اوسط معلوم کرلیا گیا ہو۔

تمثیل 5: ذیل میں دیے گئے اعداد وشمار سے 2021 کے لیے انڈیکس نمبر ترتیب دیجیے۔سال 2020 کو بنیادی سال تصور کریں اور یہ طریقہ استعمال کریں۔ (i) اوسط حسابیہ (ii) جیومتریائی اوسط۔

اشیاء	جوار	مکئی	چاول	گیہوں	دالیں
2020 میں قیمت :	6	2	4	10	8
2021 میں قیمت :	10	2	6	12	12

حل :

(i) اوسط حسابیہ استعمال کر کے انڈیکس نمبر معلوم کرنا

اشیاء	2020 میں قیمت P_0	2021 میں قیمت P_1	Price Relatives $\frac{P_1}{P_0} x100$
جوار	6	10	$\frac{10}{6} x100 = 166.7$
مکئی	2	2	$\frac{2}{2} x100 = 100.0$
چاول	4	6	$\frac{6}{4} x100 = 150.0$
گیہوں	10	12	$\frac{12}{10} x100 = 120.0$
دالیں	8	12	$\frac{12}{8} x100 = 150.0$
			$\sum\left[\frac{P_1}{P_0} x100\right] = 686.7$

$$P_{01} = \frac{\sum\left(\frac{P_1}{P_0} x100\right)}{N}$$

$$= \frac{686.7}{5}$$

$= \underline{137.34}$

(ii) جیومتریائی اوسط استعمال کر کے انڈیکس نمبر معلوم کرنا

اشیاء	2020 میں قیمت P_0	2021 میں قیمت P_1	اضافی قیمت Price Relatives	Log P
جوار	6	10	166.7	2.2201
مکئی	2	2	100.0	2.0000
چاول	4	6	150.0	2.1761
گیہوں	10	12	120.0	2.0792
دالیں	8	12	150.0	2.1761
				$\sum \log P = 10.6515$

$$P_{01} = AL\left(\frac{\sum \log P}{N}\right)$$

$$= AL\left(\frac{10.6515}{5}\right)$$

$$= AL\ 2.1303$$

$$= \underline{135.0}$$

سادہ اوسط اضافی طریقہ (Simple Average of Relatives Method) کے فایدے

سادہ اوسط اضافی طریقہ کے فایدے درجہ ذیل ہیں۔

(1) انتہائی مدات انڈیکس نمبرز پر اثر انداز نہیں ہوتے۔ تمام مدات کو مساوی و یکساں اہمیت دیجاتی ہے۔

(2) طے شدہ قیمت میں درج شدہ اکائیوں کا بھی انڈیکس نمبرز پر اثر نہیں ہوتا۔ اضافی اعداد Pure Numbers ہوتے ہیں اور انہیں اصل اکائیوں سے الگ کیا جا سکتا ہے۔ نتیجتاً اضافی طریقہ (Relatives Method) سے تحسیب کردہ انڈیکس نمبرز کے قطع نظر وہی ہوتے ہیں جس انداز سے قیمتیں درج کی گئیں ہیں۔

(3) اس طریقہ پر محسوب کردہ انڈیکس نمبرز یونٹ ٹسٹ کے تقاضوں کی تکمیل کرتے ہیں۔

سادہ اوسط اضافی طریقہ کے نقصانات (Disadvantages of Relatives Method)

سادہ اوسط اضافی طریقہ کے نقصانات درجہ ذیل ہیں۔

(1) موزوں اوسط کے انتخاب کے سلسلہ میں دشواریوں کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ اوسط حسابیہ کو معروف اوسط نہیں سمجھا جاتا، کیونکہ یہ

قیاس کو جگہ دیتا ہے۔اس کے علاوہ جیومتریائی اوسط کی تحسیب میں بھی دشواریاں درپیش ہوتی ہیں۔

2) اضافی طریقہ میں یہ فرض کیا جاتا ہے کہ تمام قیمتوں کو مساوی اہمیت دی گئی ہے۔ یہ دراصل پوشیدہ اوزانی نظام ہے، قابل اعتراض نظام ہے۔ چونکہ چند اضافی اعداد دوسرے اعداد سے زیادہ اہم ہوتے ہیں۔

II. اوزانی اعشاری اعداد (Weighted Index Numbers)

اس طریقہ کے تحت مختلف اشیاء کو اوزان دیے جاتے ہیں جنہیں انڈیکس نمبرز میں شامل رکھنا ہوتا ہے۔اوزان اشیاء کے لیے ترجیح کو ظاہر کرتے ہیں کہ کونسی شئے اہم ہے، کونسی شئے غیر اہم ہے۔اوزانی اعشاری اعداد کی دو قسمیں ہیں۔

1) اوزانی مجموعی اعشاری اعداد (Weighted Aggregative Index Numbers)

2) اوزانی انڈیکس نمبرز کا اضافی اوسط (Weighted Aggregative Index Numbers)

1. اوزانی مجموعی اعشاری اعداد (Weighted Aggregative Index Numbers)

مختلف ایٹمس کو اوزان دیے جاتے ہیں۔اوزان اس شئے کی اہمیت کو ظاہر کرتے ہیں۔اس قسم کے اعشاری اعداد کو الگ الگ انداز سے استعمال کیا جاتا ہے۔اس کے اہم طریقوں کو ذیل میں بیان کیا گیا ہے۔

1. Laspayres Method
2. Paasche's Method
3. Dorbish and Bowley Method
4. Fisher's Ideal Method
5. Marshal Edgeworth Method
6. Walsh Method
7. Kelly's Method

مذکورہ بالا تفصیل اوزانی مجموعی اعشاری اعداد کی تحسیب کے لیے فراہم ضابطے ہیں، جنہیں مختلف ماہرین نے پیش کیا ہے۔ ہمارے نصاب کی مناسبت سے فشر کا مثالی انڈیکس ہمارے مطالعہ کا مرکز ہوگا۔فشرز کے مثالی انڈیکس نمبر دراصل Laspayres اور Paasche کے اعشاری اعداد کا جیومتریائی اوسط ہے۔اس کا ضابطہ درجہ ذیل ہے۔

$$P_{01}\sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}\text{x}\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}\text{x}100$$

فشر نے تقریباً 100 ضابطوں کی جانچ کی، آخر میں مذکورہ بالا ضابطہ پر اطمینان کا اظہار کیا۔جس کو وہ مثالی Ideal کہتا ہے۔

تمثیل : درجہ ذیل تفصیلات کی مدد سے فشرز کا مثالی اعشاری اعداد کی تحسیب کیجیے۔

اشیاء	قیمت		مقدار	
	2014	2020	2014	2020
P	16	40	100	120
Q	4	12	30	20
R	2	4	40	50
S	4	10	20	16
T	2	10	80	60

اعشاری اعداد کی ترتیب

اشیاء	p_0	q_0	p_1	q_1	p_1q_0	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1
P	16	100	40	120	4000	1600	4800	1920
Q	4	30	12	20	360	120	240	80
R	2	40	4	50	160	80	200	100
S	4	20	10	16	200	80	160	64
T	2	80	10	60	800	160	600	120
					$\sum p_1q_0$ 5520	$\sum p_0q_0$ 2043	$\sum p_1q_1$ 6000	$\sum p_0q_1$ 2284

فشر کا مثالی انڈیکس کی تحسیب

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \text{x} \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \text{x}100}$$

$$= \sqrt{\frac{5520}{2043} \text{x} \frac{6000}{2284} \text{x}100}$$

$$= \sqrt{2.7019085\text{x}2.626970\text{x}100}$$

$$= \sqrt{7.0978325722}\text{x}100$$

$$= 2.6641757773 \text{ x } 100$$

$$= \underline{266.41}$$

22.4 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

اعشاری اعداد Index Numbers متغیرات میں تبدیلیوں کی پیائش کا ایک اہم آلہ ہے۔اس کی نوعیت اور ماہیت پر مختلف مصنفین نے اپنی رائے پیش کی ہے۔ان کی یہ رائے عملی شکل میں دی گئی ہے۔عملی شکل کا مطلب ضابطے/فارمولے ہیں جن کی مدد سے ہم متغیرات کے درمیان اضافی تبدیلیوں کی تحسیب کر سکتے ہیں۔اعشاری اعداد زر کی قوتِ خرید، پالیسی کی تدوین اور رجحانات کی پیائش میں نہایت مددگار ثابت ہوتے ہیں۔اعشاری اعداد کی تحسیب کے طریقوں کو دو گروہوں میں درجہ بند کیا جا سکتا ہے۔

1) غیر اوزانی اعشاری اعداد   2) اوزانی اعشاری اعداد

غیر اوزانی اعشاری اعداد کو ان کی ترتیب کی ٹیکنیکس کی بنیاد پر مزید دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

1) سادہ مجموعی طریقہ   2) سادہ اوسطِ اضافی طریقہ

اسی طرح اوزانی اعشاری اعداد کو مزید دو زمروں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

1) اوزانی مجموعی طریقہ   2) اوزانی اوسط اضافی طریقہ

12.5 کلیدی الفاظ Key Words

1. اعشاری اعداد Index Numbers: متغیرات میں تبدیلیوں کی پیائش کا آلہ۔
2. سادہ مجموعی طریقہ Simple Aggregative Method: رواں برس میں تمام اشیاء کی مجموعی قیمت بنیادی سال کی کل قیمت کے فیصد پر مشتمل ہے۔
3. سادہ اوسط اضافی طریقہ Simple Average of Relative Method: اس طریقہ میں مختلف مدات کی قیمتیں بنیادی کے لیے 100 فرض کر لیا جاتا ہے اور رواں برس کی قیمتوں کو بنیادی سال کی قیمتوں کے فیصد کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔

22.6 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. معروضی سوالات

1)	________ کے لیے اعشاری اعداد ضروری ہیں۔	(تقابلی مطالعہ)
2)	________ متغیرات میں تبدیلیوں کی پیائش کا اہم آلہ۔	(اعشاری اعداد)
3)	________ میں ہر ایٹم کے لیے یکساں اوزان ہوتے ہیں۔	(غیر اوزانی اعشاری اعداد)
4)	________ طریقہ سادہ اور آسان ہے۔	(سادہ مجموعی طریقہ)
5)	یکساں اکائیوں کی صورت میں ہر اکائی کو ________ اہمیت دی جاتی ہے۔	(یکساں/مساوی)
6)	اعشاری اعداد کو زر کی قوت خرید معلوم کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔	(صحیح/غلط)
7)	اعشاری اعداد متغیرات میں تبدیلیوں کی پیائش کا آلہ نہیں ہے۔	(صحیح/غلط)

8) غیراوزانی اعشاری اعداد میں ہرایٹم کے اوزان یکساں نہیں ہوتے۔ (صحیح/غلط)

9) سادہ مجموعی طریقہ آسان ہوتا ہے۔ (صحیح/غلط)

10) سادہ مجموعی طریقہ میں ضابطہ استعمال نہیں ہوتا۔ (صحیح/غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1) اہم اعشاری اعداد کے معنی ومفہوم کو بیان کیجیے۔

2) تبدیلیوں کی پیمائش کا آلہ کونسا ہے؟

3) اوزانی اعشاری اعداد پر مختصر نوٹ لکھیے۔

4) سادہ مجموعی طریقہ کیا ہے؟

5) سادہ اوسط اضافی طریقہ کو سمجھائیے۔

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1) اعشاری اعداد کی درجہ بندی کو بیان کیجیے۔

2) سادہ مجموعی طریقہ کیا ہے۔اس کے فایدے اور نقصانات کیا ہیں۔

3) سادہ اوسط اضافی طریقہ کیا ہے۔اس کے فایدے اور نقصانات کو واضح کیجیے۔

4) درجہ ذیل اعداد وشمار کی مدد سے سادہ مجموعی طریقہ (Simple Aggregative Method) سے اعشاری اعداد (Index Numbers) معلوم کیجیے۔

2021 میں قیمت	2020 میں قیمت	اشیاء
60	40	چاول
90	60	جوار
125	85	گیہوں
35	25	مکئی
40	30	دالیں

(جواب : 145.83)

5) 2019 کو بنیاد مان کر اعشاری اعداد ترتیب دیجیے۔

2020 میں قیمت	2019 میں قیمت	اشیاء

M	50	70
N	40	60
O	80	90
P	110	120
Q	20	20

(جواب : 120)

6) 2018 کو بنیاد مان کر 2019 کے لیے انڈیکس نمبرز معلوم کیجیے۔

اشیاء	2018 میں قیمت	2019 میں قیمت
E	36	39
F	40	40
G	46	50
H	40	46

(جواب : 108.02)

7) درجہ ذیل اعداد وشمار سے سادہ مجموعی طریقہ سے انڈیکس نمبر معلوم کیجیے۔

اشیاء	2017 میں قیمت	2018 میں قیمت
جوار	162	171
چاول	256	164
مکئی	257	189
گیہوں	132	145

(جواب : 82.9)

8) درجہ ذیل میں اشیاء کی قیمتیں دی گئیں ہیں۔Price Relative طریقہ سے انڈیکس نمبر معلوم کیجیے۔

اشیاء	2015 میں قیمت	2016 میں قیمت
A	50	70
B	40	60
C	80	90
D	110	120
E	20	20

(جواب : 120.9)

9) ذیل میں تین برسوں کے اعداد وشمار دیے گئے ہیں۔2015 کو بنیاد بنا کر 2016 اور 2017 کے لیے انڈیکس نمبر معلوم کیجیے۔

اشیاء	2015 میں قیمت	2016 میں قیمت	2017 میں قیمت
گیہوں	495	504	538
چاول	306	408	426
مکئی	102	152	182
جوار	246	304	258

(جواب : 2016 کے لیے 119.06 اور 2017 کے لیے 122.19)

10) درجہ ذیل اعداد و شمار سے قیمت واری اعشاری اعداد Price Relatives کی بنیاد پر اوسط حسابیہ اور جیومتریائی اوسط کو استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے۔

اشیاء	2012 میں قیمت	2013 میں قیمت
M	45	55
N	60	70
O	20	30
P	50	75
Q	85	90
R	120	130

(جواب : (i) 125.52 (ii) 124.3)

11) درجہ ذیل اعداد و شمار سے فشر کے مثالی انڈیکس کی تحسیب کیجیے۔

اشیاء	2010		2020	
	قیمت	مقدار	قیمت	مقدار
جوار	20	8	40	6
چاول	50	10	60	5
مکئی	40	15	50	15
گیہوں	20	20	20	25

(جواب : 121.77)

12) درجہ ذیل اعداد و شمار سے فشر کا آئیڈیل انڈیکس تحسیب کیجیے۔

اشیاء	بنیادی سال		رواں سال	
	مقدار	قیمت	مقدار	قیمت
M	12	10	15	12
N	15	7	20	5
O	24	5	20	9
P	5	16	5	14

(جواب : 115.75)

22.7 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 23 حرکتی اوسط

Moving Average

Unit Structure　　　　　　　　اکائی کی ساخت

Introduction	تمہید	23.0
Objectives	مقاصد	23.1
Meaning and Definition of Analysis of Time Series	وقتی سلسلوں کے تجزیہ کے معنی اور تعریف	23.2
Nature and Scope of Time Series	وقتی سلسلوں کی نوعیت اور حدود	23.3
Importance Objectives and Utility of Analysis Time Series	وقتی سلسلوں کی اہمیت، مقاصد اور افادیت	23.4
Components of Time Series	وقتی سلسلوں کے اجزاء	23.5
Introductory Modification	ابتدائی تطبیقات	23.6
Measurement of Trend	رجحان کی پیمائش	23.7
Learning Out Comes	اکتسابی نتائج	23.8
Key Words	کلیدی الفاظ	23.9
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	23.10
Reference Books	تجویز کردہ کتب	23.11

23.0 تمہید Introduction

وقتی سلسلے دراصل ایسے سلسلوں سے متعلق ہے جن کا ایک عنصر وقت بھی ہے۔یعنی اگر ہم متواتر ادوار کے لیے تاریخ وار قدروں یا قیمتوں کو ترتیب دیں یہ بھی ایک سلسلہ ہوگا۔ جیسے پیداوار، طلب، رسد، لاگتیں، قیمتیں، قومی آمدنی وغیرہ کا سلسلہ جو دس یا بیس یا زاید برسوں پر مشتمل ہو۔اسی طرح ہم ہمارے ملک کی آبادی کا سات دہوں کا جائیزہ لیں۔ یہ بھی ایک سلسلہ کی مثال ہوگی۔ایسی ہی مثالیں دی جاسکتی ہیں۔ایسے سلسلوں کا تجزیہ وقتی سلسلوں کا تجزیہ Analysis of Time Series کہلاتا ہے۔وقتی سلسلوں کا تجزیہ پیش قیاسی اور ماضی کے مظاہرہ کا جائیزہ لینے کے لیے کیا جاتا ہے۔ تاجر، ماہر شماریات اور ماہر معاشیات، آبادی، قومی آمدنی، اُجرتیں، تنخواہیں اور اشیاء کی قیمتوں وغیرہ کی تخمینہ کاری کے لیے فطرتاً دلچپسی رکھتے ہیں۔حقیقت میں ماہر معاشیات اور تجّار کی کامیابی اور ناکامی کا انحصار بڑی حد تک درست پیش بینی پر ہوتا ہے۔ مستقبل کے تعلق سے پیش بینی زیر مشاہدہ متغیر کے برتاؤ کے تجزیہ کی بنیاد پر کی جاتی ہے۔اس طرح کسی شئے کی مستقبل میں طلب یا کسی فرم یا کمپنی کے منافع کے حصول کی پیش بینی گذشتہ برسوں میں کمائے گئے نفع یا طلب کے تجزیہ پر کی جاسکتی ہے۔لہٰذا کسی ملک کے تمام معاشی مسائل کے مطالعہ کی اہمیت وقتی سلسلوں کے تجزیہ پر ہوتا ہے۔ یہاں یہ بات ذہن نشین کرلیں کہ وقتی سلسلوں کا تجزیہ صرف تجار، ماہرین معاشیات یا ماہرین شماریات کے لیے ہی فایدہ بخش ہے۔ بلکہ دیگر شعبہ حیات میں بھی کافی اہمیت کا حامل ہے۔ جیسے ماہر سماجیات اگر کسی ملک جرائم اور حادثات سے متعلق صورتحال کا مطالعہ کرنا اوران کے تدارک کے لیے سفارشات پیش کرنا چاہتا ہوتو اس کے ضروری ہے کہ وہ گذشتہ برسوں میں اس ملک کے امن وضبط اور لا اینڈ آرڈر سے متعلق اعداد وشمار کا جائیزہ لےکر ہی ایسا کرسکتا ہے۔

23.1 مقاصد Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- وقتی سلسلوں کے تجزیہ کے پس منظر معنی ومفہوم کی توضیح کرسکیں۔
- وقتی سلسلوں کی تعریف بیان کرسکیں۔
- وقتی سلسلوں کی افادیت کوواضح کرسکیں۔
- وقتی سلسلوں کے اجزائے ترکیبی کوسمجھا سکیں۔
- وقتی سلسلوں کے تجزیہ کے اقدامات کا خلاصہ کرسکیں۔
- رجحان کی پیمائش کے طریقے شمار کرسکیں۔
- رجحان کی پیمائش پر سوالات حل کرسکیں۔

23.2 وقتی سلسلوں کے تجزیہ کے معنی اور تعریف

Meaning and Definitionof Analysis of Time Series

وقتی سلسلوں کا تجزیہ ایک شماریاتی ٹیکنک ہے جومختلف ادوار سے متعلق اعداد وشمار یا رجحان کا تجزیہ ہے۔وقتی سلسلوں میں ایک مخصوص مدت

کے اعداد وشمار کا سلسلہ ہوتا ہے۔اس کا اطلاق اسٹاک مارکٹ کے تجزیہ، زلزلے کی پیش قیاسی، معاشی پیش بینی، مردم شماری وغیرہ بہت زیادہ ہوتا ہے۔مشاہدات کا یہ سلسلہ جاری رہتا ہے، کبھی تھمتا نہیں۔مشاہدات کی لگاتار پیمائش ہوتی رہتی ہے۔آج کے عصری دور میں جبکہ دنیا ٹیکنک رُخی ہوگئی ہے۔اس لیے اعداد وشمار کی جمع بندی بھی ٹیکنالوجی کی مدد سے بڑی آسان ہوگئی ہے۔اگر اس جمع شدہ اعداد وشمار کا تجزیہ کیا جائے تو بیش قیمت نتائج ہاتھ آتے ہیں۔حالیہ برسوں میں ڈاٹا سائینس اور مشینوں کے ذریعہ اکتساب کا تصور زندگی کے تمام شعبہ جات کا مرکزی رجحان کا مرکز بن چکا ہے۔پیش بینی کے طریق عمل میں انقلابی تبدیلیاں رونما ہوچکی ہیں۔شماریاتی ماڈلنگ بھی کم خرچ پر مبنی تشریحی ٹیکنک میں تبدیل ہوچکی ہے۔وقتی سلسلوں کا تجزیہ کا آغاز خود رجعتی Auto Regression اور حرکتی اوسط Moving Average سے ہوتا ہے۔اس لیے وقتی سلسلوں کا گہرائی سے مطالعہ آج کے دور میں ضروری ہوگیا ہے۔یہی وجہ ہے کہ مختلف مفکرین اور مصنفین نے بڑی گہرائی و گیرائی سے جائیزہ لے کر اپنے خیالات کا اظہار کیا ہے۔ان کو ذیل میں مختصر اور جامع انداز میں پیش کیا جاتا ہے۔

1) Kenny and Keeping کے مطابق ''وقت کی بنیاد پر اعداد وشمار کا ایک جوڑ وقتی سلسلہ کہلاتا ہے''۔

2) Croxton and Cowden نے یوں تعریف کی ہے ''وقتی سلسلہ تاریخ وارانہ اعداد وشمار کی ترتیب پر مشتمل ہوتا ہے''۔

3) Patterson کے الفاظ میں ''وقتی سلسلہ شماریاتی اعداد وشمار پر مشتمل ہوتا ہے جو بغور متواتر افزائش جمع بندی، اندراج کا نتیجہ ہے''۔

4) Maslow نے وقتی سلسلہ کی تعریف یوں کی ہے ''وقت سلسلے کو ایک مدت کے دوران ایک مظاہرے میں تبدیلیوں کو ظاہر کرتے ہیں، یعنی تغیرات کی وجہ سے تاریخ وار مقدار میں تبدیلیوں کی شدت''۔

5) Morris Hamburg کے خیال میں ''وقتی سلسلے شماریاتی مشاہدات کا تاریخ وار ترتیب کا ایک جوڑ ہے''۔

23.3 وقتی سلسلوں کی نوعیت اور حدود Nature and Scope of Time Series

وقتی سلسلوں کے اعداد وشمار کی قدر وخصوصیت ایک جیسی ہونی چاہیے، یعنی اعداد وشمار یکساں ہونے چاہیں۔ساتھ ہی ساتھ وقتی سلسلوں کی تمام اصطلاحات ایک مظاہر سے متعلق ہونی چاہیے۔جیسے فی کس آمدنی، قومی آمدنی وغیرہ۔یہ اعداد وشمار بیس سال، پچیس سال تک درج شدہ حالت میں دستیاب ہونا چاہیے۔سلسلہ میں شامل مختلف قیمتوں کے درمیان وقفہ مساوی اور یکساں ہو۔وقتی سلسلے معاشیات اور کاروباری میدان میں زیادہ مددگار ہوتے ہیں، اور ساتھ ساتھ آج کل محققین بھی زیادہ استعمال کررہے ہیں۔

23.4 وقتی سلسلوں کی افادیت یا اہمیت یا مقاصد

Importance, Objectives & Utility Analysis of Time Series

وقتی سلسلوں کی اہمیت، مقاصد اور افادیت درجہ ذیل نکات سے ظاہر ہوتی ہے۔

1۔ پیش قیاسی میں مددگار (Support in Forecasting)

کسی بھی زیر مطالعہ متغیر کے مستقبل میں رویہ کی پیش قیاسی سال گذشتہ کے حالات کے تجزیہ کی بنیاد پر کی جاتی ہے۔مثال کے طور پر

فروخت سے متعلق وقتی سلسلہ کے تجزیہ سے مستقبل میں فروخت کی مقدار کی پیش قیاسی کی جاسکتی ہے۔ یہ اعداد وشمار مستقبل کے لیے لائحہ عمل کی ترتیب میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔ مستحکم معیشت میں منصوبہ کاری کا انحصار زیرِ مطالعہ مدت کے دوران مختلف متغیرات کے تجزیہ پر ہوتا ہے، تاکہ ملک کی ترقی کی شرح میں اضافہ کیا جاسکے۔

2۔ حصول کامیابی کے جائزہ میں مددگار (Support in Evaluation of Achievement)

منصوبہ کی ترقی کا جائزہ اور نظرِ ثانی وقتی سلسلوں کے اعداد وشمار کی بنیاد پر کی جاتی ہے۔ جیسے پنج سالہ منصوبہ کی ترقی کا فیصلہ خام قومی اشیاء میں سالانہ نشوونما کی شرح کی روشنی میں کیا جاتا ہے۔ اسی طرح ہمارے ملک میں افراطِ زر اور بڑھتی قیمتوں پر قابو پانے کے طریقۂ کار کا جائزہ وقتی سلسلوں کے تجزیہ کی بنیاد پر مختلف اشیاء کی قیمتوں کا مطالعہ کر کے لیا جاتا ہے۔ اس طرح وقتی سلسلے حصول کامیابی میں مددگار ہوتے ہیں۔

3۔ متغیر کے گذشتہ برسوں میں طرزِ عمل کے تجزیہ میں مددگار

(Support in the Analysis of Past Behaviour of a Variable)

کسی زیرِ مشاہدہ متغیر پر مختلف عناصر کے اثرات کا جائزہ بھی گذشتہ برسوں کے اعداد وشمار کے تجزیہ کے بعد لیا جاسکتا ہے۔ یہ مشاہدات دراصل زیرِ مطالعہ مسئلہ پر مختلف ایک جیسے عناصر کے جوڑ کے اثرات کا تجزیہ کر کے انہیں الگ الگ کرتے ہیں۔ جیسے کسی متغیر پر مختلف موسم کے اثرات کا انکشاف کریں گے اور ٹیکنالوجیائی ترقی یا آبادی میں اضافہ، قومی آمدنی میں تبدیلی کو وقتی سلسلوں کے تجزیہ کے ذریعہ الگ کیا جاسکتا ہے، جبکہ یہ مذکورہ عناصر طویل مدتی ہوتے ہیں۔

4۔ تقابلی مطالعہ میں مددگار (Support in Comparative Studies)

آپ نے وقتی سلسلوں کی تعریف پڑھی ہوگی۔ یہ تاریخ وار اور متواتر ہوتے ہیں۔ جس کی وجہ سے مختلف ادوار اور عناصر کا تقابلی مطالعہ اور تجزیہ بہتر انداز میں کیا جاسکتا ہے۔ وقتی سلسلے تقابل کے لیے عصری بنیاد فراہم کرتے ہیں اور ان اجزاء کے اثرات کو الگ الگ کرتے ہیں۔ اسی بنیاد پر جغرافیائی تقابل بھی کیا جاسکتا ہے۔

23.5 وقتی سلسلوں کے اجزاء Components of Time Series

کسی مدت سے متعلق متغیر کی قیمت میں تبدیلیاں کئی عناصر کے اثرات کا نتیجہ ہوتی ہے۔ جیسے صارفین کے ذوق میں تبدیلی، عادات میں تبدیلی، پیداواری لاگت میں تبدیلی، قومی آمدنی میں تبدیلی وغیرہ ایک متغیر کی قیمت میں تبدیلی ایسی ہی اوقات کے آپسی ٹکراؤ کا نتیجہ ہوتی ہے۔ اگر ان قوتوں کی ترکیب میں تبدیلی نہ ہو تو یہ متغیرات کی قدر و قیمت میں تبدیلی نہ ہوتی، اگر توازن میں ذرا سا بھی خلل پڑ جائے تو ان کی قیمتوں میں بھی خلل واقع ہوگا، یعنی قدر و قیمت میں تبدیلی ہوگی اور پھر توازن میں آجاتے ہیں۔ لیکن حقیقت میں یہ معاملہ اس کے برعکس ہوتا ہے۔ یہ قوتیں توازن میں نہیں ہوتیں بلکہ ان قوتوں کے درمیان مسلسل خلل ہونے پر ایک عرصہ کے بعد متغیرات کی قدروں میں تبدیلی ہوتی ہے۔ ان تبدیلیوں کی شدت کا اندازہ نہیں لگایا جاسکتا۔ ہاں ان کے درمیان تبدیلی کی شدت کا اندازہ اس وقت ہوتا ہے جب ہم متعلقہ متغیرات کی قیمتوں میں تبدیلیوں کا مشاہدہ کرتے ہیں۔ ان قوتوں کے اثرات کی درجہ بندی کی جاسکتی ہے۔ اس زمرہ بندی کو Components of Time Series کہا جاتا ہے۔ ان کی

تفصیل درجہ ذیل ہے۔

1. Secular Trend or Long Term Movement (T) طویل مدتی حرکت/سیکولر رجحان

2. Seasonal Variations (S) موسمی تغیرات

3. Cyclical Variations (C) چکری تغیرات

4. Irregular Variations (I) غیر مسلسل تغیرات

ایک مظاہر کی قیمت (y) کا کسی وقت مشاہدہ (t) مذکورہ بالا وقتی سلسلوں کے اجزاء کے خالص اثرات ہیں۔ ان اجزاء کی تفصیل ذیل میں دی گئی ہے۔

1۔ سیکولر رجحان/طویل مدتی حرکت (Secular Trend / Long Term Movement)

ایک طویل عرصہ کے دوران وقتی سلسلوں کے اعداد وشمار کے عام رجحان میں کبھی اضافہ، کبھی کمی یا الگ الگ بھی ہو سکتے ہیں۔ اس رجحان کو سیکولر رجحان کہتے ہیں۔ لفظ Secular لاطینی زبان کے لفظ "Speculum" سے اخذ کیا گیا ہے۔ اس کے معنی مہد یا نسل کے ہیں۔ اس طرح سیکولر رجحان کا مطلب کسی مظاہر کا طویل مدتی رجحان ہے۔ سمپسن اور کافکا کے الفاظ میں رجحان کو سیکولر یا طویل مدتی رجحان بھی کہتے ہیں۔ یہ دراصل ایک سلسلہ کا بنیادی رجحان ہے۔ ایک مدت کے دوران رجحان میں اضافہ یا کمی بھی ہو سکتی ہے۔ رجحان کے تصور میں مختصر مدت، اہتزاز شامل نہیں، لیکن ایک طویل مدت کے دوران بتدریج مسلسل حرکت ہے۔

a) سیکولر رجحان اوپر کی طرف یا نیچے کی طرف ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر ہمارے ملک کی آبادی کا اضافی رجحان ہے۔ اسی طرح بچوں کی شرح اموات میں کمی کا رجحان ہے۔ تاہم اس کا ہرگز یہ مطلب نہیں کہ رجحان ہمیشہ اضافی یا کمی کی صورت میں رجحان کبھی اضافی ہو سکتا ہوتا ہے۔ اور کبھی کمی کا ہو سکتا ہے یا پھر یکساں اور مستحکم ہو سکتا ہے۔ لیکن عمومی طور پر طویل مدت میں رجحان اضافی، کمی اور مستحکم ہو سکتا ہے۔

b) عام طور پر رجحان ایسی قوتوں کا نتیجہ ہوتا ہے جن میں کم وبیش طویل مدت میں بتدریج یا پھر آہستہ تبدیلی عمل میں آتی ہے۔ ان عناصر میں عوام کے ذوق وشوق آبادی اور عادات میں تبدیلیاں، ٹیکنالوجیائی تبدیلیاں، نئے قدرتی وسائل کی دریافت وغیرہ شامل ہیں۔ یہ عناصر بتدریج اثر انداز ہوتے ہیں۔

c) اصطلاح طویل مدت ایک اضافی اصطلاح ہے۔ یہ طویل مدت کس پس منظر میں استعمال ہوتی ہے۔ اس کا جواب آسان نہیں ہے۔ لیکن اس جواب کا انحصار زیر مشاہدہ مسئلہ کی نوعیت پر ہوتا ہے، اگر ہم قومی آمدنی، زرعی پیداوار، درآمدات و برآمدات کے چار، پانچ، چھ برس پر مشتمل اعداد وشمار کی ضرورت ہوگی۔ مختصراً ایک عمومی قاعدہ یہ ہے کہ کسی سلسلہ کی مدت طویل ہو تو نتائج بہترین حاصل ہوتے ہیں۔

d) خطی اور غیر خطی رجحانات کا انحصار بھی اعداد وشمار پر ہوتا ہے۔ اگر ہم ان اعداد وشمار کو گراف پر مرتسم کریں تو خط سیدھا ہو تو خطی رجحان ہوگا۔ اسی طرح کسی مظاہر کے اعداد وشمار کو مرتسم کرنے پر خط سیدھا نہ تو یہ غیر خطی رجحان ہوگا۔

e) یہ ضروری نہیں کہ وقتی سلسلے ہمیشہ بڑھتے اور گھٹتے رجحان کے حامل ہوں۔ بعض اوقات قیمتوں میں لچک ہو اور قیمتیں بڑھتی گھٹتی ہوں تو وقت کے گذرنے کے ساتھ اس میں تبدیلی نہیں آتی۔ جیسے درجہ حرارت ہمیشہ تبدیل ہوتا رہتا ہے۔ موسمی حالات ہمیشہ ایک جیسے نہیں رہتے۔

ایسی صورت میں تقابل مشکل ہوتا ہے۔اس لیے اگر مدت زیادہ ہوتو اعداد وشمار کا ایک سلسلہ حاصل ہوتا ہے۔یہی وجہ ہے کہ ہم دوادوار پر مبنی سلسلوں کا تقابل آسانی سے کر سکتے ہیں۔اگر ہم رجحانی قدروں کو مظاہر کی قدروں سے الگ کر دیں تو لچک رہ جاتی ہے۔جیسے موسمی چکری اور غیر مسلسل۔اب ہمارے لیے یہ ممکن ہوجاتا ہے کہ ہم مختصر مدتی اس لچک کے سلسلوں کا مشاہدہ کریں۔

2۔ موسمی تغیرات Seasonal Variations (S)

موسمی تغیرات وقتی سلسلوں کے ان حرکات سے متعلق ہے جو قوتوں کی وجہ سے جن کی نوعیت متوازن ہم آہنگ اور بالترتیب ہوتی ہے اور ہم موسم میں ایک مدت کے بعد دہرائی جاتی ہیں۔ان کے تغیرات کے درمیان مدت ایک سال سے بھی کم ہوتی ہے۔ان موسموں Seasons کی مدت ہفتہ اور ماہوار، سہ ماہی، ششماہی ہوسکتی ہے۔اس کا انحصار مظاہر کی نوعیت پر ہوتی ہے۔یہ ایسے عناصر کا نتیجہ ہوتی ہے جن کی مقدار میں یکساں طور پر یا مسلسل کمی وبیشی ہوتی رہتی ہے۔عام طور پر یہ سلسلہ معاشی اعداد وشمار سے متعلق ہوتا ہے جو تبدیل ہوتے رہتے ہیں۔جیسے اشیاء کی پیداوار، ان کی قیمتیں، صرف کی مقدار، طلب ورسد کی مقدار وغیرہ۔ان میں تبدیلی موسمی Seasonal ہوتی ہے۔ان تبدیلیوں کو مسلسل اور یکسانیت کے ساتھ دیکھا جاسکتا ہے۔مثال کے طور پر کسی موسم میں پھل یا غذائی اجناس کی پیداوار کاٹی جاتی ہے۔اس موسم میں اس شئے کی قیمتیں کم ہوتی ہیں۔اس کے برخلاف دوسرے موسم میں قیمتیں زیادہ ہوتی ہیں۔قیمتوں میں، پیداوار میں، طلب اور رسد میں تبدیلی ہمیشہ ہوتی رہتی ہے۔اس کی وجوہات کو ذیل میں دیکھا جاسکتا ہے۔

a) موسمی اثرات جیسے موسمی حالات اور آب و ہوا : یہ عناصر ادواری اور موسمی تغیرات میں بہت بڑا کردار ادا کرتے ہیں۔جیسے ٹھنڈے مشروبات اور آئیس کریم کی طلب موسم گرما میں بڑھ جاتی ہے۔موسم برسات میں چھتریوں کی فروخت میں اضافہ ہوتا ہے۔موسم سرما میں چائے اور گرم ملبوسات کی فروخت میں اضافہ ہوتا ہے۔

b) مقامی رہن سہن : عادات رسم ورواج کا مختلف موسم میں الگ الگ اثر پڑتا ہے۔اسی طرح شادیوں کے سیزن میں عام طور پر سونے کے بھاؤ میں اضافہ ہوجاتا ہے۔عیدین، رمضان، دیوالی، دسہرہ، کرسمس وغیرہ کے موقع پر کئی اشیاء کی قیمتوں میں اضافہ ہوجاتا ہے۔سال بہ سال ان کی مقدار طلب ورسد، اشیاء خوردنی وغیرہ کی قیمتوں میں تبدیلی کی پیش قیاسی آسانی سے کی جاسکتی ہے۔کیونکہ ان عوامل کا اثر مدتی اور مسلسل ہوتا ہے۔

سلسلوں پر مبنی تغیرات کا مشاہدہ ومطالعہ تاجر، صارفین پیدا کنندے، فیصلہ سازی میں مصروف عمل افراد کے لیے مفید ثابت ہوتا ہے۔

3۔ چکری تغیرات (Cyclical Variations)

کسی سلسلے میں چکری تغیرات متوالی تغیرات ہوتے ہیں۔جن کا دورانیہ ایک سال سے زاید ہوسکتا ہے۔چکری تغیرات اگرچیکہ مسلسل ہوتے ہیں لیکن ان کے دورانیہ میں یکسانیت نہیں ہوتی۔ایسا اس لیے ہوتا ہے کہ دورانیہ ہمیشہ یکساں نہیں ہوتا۔ان تغیرات کا بغور مشاہدہ کیا جائے تو معلوم ہوگا کہ معاشیات اور کاروبار میں چکری تغیرات دراصل کاروباری چکر کا نتیجہ ہوتے ہیں۔کاروباری چکر کا آغاز خوشحالی Boom سے ہوتا ہے۔اس کے نیچے کی طرف حرکت کرتا ہے۔یعنی مراجعت Recession کے دور میں آتا ہے۔مزید نیچے کی طرف حرکت کرنے پر سرد بازاری

Depression کی طرف آجاتا ہے۔ یوں کاروباری چکر کے چار مراحل ہوتے ہیں۔خوشحالی،مراجعت،سرد بازاری اور بحالی۔ان مراحل کو یکساں طور پر دیکھا جاسکتا ہے۔لیکن دورانیہ مستقل و دائمی نہیں ہوتا۔ ماہرین معاشیات کا کہنا ہے کہ بعض اوقات یہ دورانیہ تین سال، چار سال، پانچ سال کبھی سات یا دس سال میں مکمل ہوتا ہے۔

4۔ غیر مسلسل تغیرات (Irregular Variations)

بعض اوقات غیر مسلسل تغیرات مختلف عناصر کی وجہ سے وجود میں آتے ہیں۔ یہ عناصر کبھی کبھار اثر انداز ہوتے ہیں۔ان کی نوعیت حادثاتی ہوتی ہے۔ جیسے قحط، ہڑتال، تالہ بندی، سیلاب، جنگیں، زلزلے وغیرہ یہ کسی خاص مدت کے دوران وقوع پذیر نہیں ہوتے، بلکہ ہنگامی طور پر سامنے آجاتے ہیں۔اس لیے انہیں Random Fluctuations یا Chance Fluctuations کہتے ہیں۔بعض اوقات ان کی شدت اتنی ہوتی ہے کہ چکری لچک میں اضافہ ہوجاتا ہے۔ چونکہ غیر متوالی ہوتے ہیں۔اس لیے اس نقصانات سے نمٹنے یا تلافی کے بچاؤ اقدامات نہیں کیے جاسکتے۔ ان کے اثرات بھی غیر متوقع اور غیر یقینی ہوتے ہیں۔لیکن ان کے اثرات کو چکری اور موسمی اثرات سے الگ نہیں کیا جاسکتا۔

23.6 ابتدائی تطبیقات Introductory Modifications

وقتی سلسلوں کے تجزیہ سے قبل دستیاب اعداد وشمار میں چند ضروری تبدیلیاں کرنا ہوتا ہے۔تا کہ اعداد وشمار میں یکسانیت لائی جاسکے۔ عام طور پر درجہ ذیل نکات میں یکسانیت لائی جاتی ہے۔

1۔ معیادی کمی وبیشی (Time Disparity)

اگر اعداد ماہ وار دستیاب ہوں تو معیادی کمی وبیشی کی ضرورت ہوتی ہے۔ کیونکہ سال کے تمام مہینوں میں دنوں کی تعداد یکساں نہیں ہوتی۔ جیسے جنوری میں 31، فروری میں 28 یا 29، مارچ میں 31 وغیرہ۔ اگر تاجر کے پاس ماہانہ پیداواری سلسلہ ہو تو ہر دن پیداوار میں تبدیلی نہیں ہوتی یکسانیت ہو تو ایسی صورت میں ہر مہینہ میں دنوں کی تعداد یکساں نہ ہونے کی وجہ سے ہر مہینہ پیداوار مختلف ہوگی۔تبدیلی میں بھی یکسانیت نہیں ہوگی۔ مثال کے طور پر جنوری، فروری، مارچ، جون، جولائی، اگست وغیرہ میں پیداوار میں تبدیلی ہوگی۔ اگر ان اعداد وشمار میں یکسانیت نہ ہو تو تجزیہ کے نتائج صحیح ودرست نہ ہوں گے۔اس لیے اعداد وشمار کی اس کمی وبیشی کو ہر ماہ کی پیداوار کو اس مہینہ کی دنوں کی تعداد سے بھی تقسیم کر کے ان اعداد وشمار میں یکسانیت لائی جاتی ہے۔ ہر دن کی اوسط پیداوار کو 365/12 سے ضرب دے کر تقسیم کیا جاتا ہے۔سال کبیسہ Leap Year ہونے کی صورت میں 366/12 سے ضرب دے کر تقسیم کیا جائے گا۔

2۔ آبادی میں تبدیلیاں (Population Changes)

آبادی میں تبدیلی اس وقت ضروری ہوجاتی ہے جبکہ آبادی میں تبدیلی کی وجہ سے متغیر پر اثرات مرتب ہوتے ہوں۔ جیسے اگر ہم قومی آمدنی کے اعداد وشمار کا تجزیہ کر رہے ہوں یا پیداوار کے اعداد وشمار کا تجزیہ کر رہے ہوں تب آبادی میں بھی تبدیلیاں کرنا ضروری ہوتا ہے۔قومی آمدنی میں اس وقت اضافہ ہوتا ہے جبکہ کام سے وابستہ آبادی میں تبدیلی ہو۔کسی شئے کی پیداوار میں بھی اس وقت تبدیلی ہوتی ہے جب کام پر لگائے گئے مزدوروں کی تعداد میں کمی ہوتی ہے۔ دونوں صورتوں میں اعداد وشمار میں یکسانیت متعلقہ کام سے وابستہ افراد کی تعداد سے تقسیم کر کے معلوم کی جاسکتی ہے۔

اس عمل سے فی کس آمدنی اور فی مزدور پیداوار کو بآسانی معلوم کیا جاسکتا ہے۔اعداد وشمار میں یکسانیت ہونے کی وجہ سے تجزیہ بھی نتیجہ خیز ہوتا ہے اوران نتائج پر اعتماد کیا جاسکتا ہے۔

3۔ قیمتوں میں تبدیلیاں (Price Changes)

جہاں کہیں قیمتوں میں تبدیلی ناگزیر ہوجائے اور جہاں کہیں ہمارے پاس رواں قیمتوں کا سلسلہ ہو اور ہم حقیقی قدر میں تبدیلیاں چاہتے ہوں تو تطبیقات لازماً کرنا پڑتا ہے۔ جبکہ ہمارے پاس قیمت سے متعلق سلسلے موجود ہوں۔اور ہماری دلچسپی کا مرکز مقداری تبدیلیوں کا مشاہدہ ومطالعہ ہو۔پہلی صورت میں رواں قدروں کو رواں قیمتوں کے تناسب کو اساسی قیمتوں پر محمول کریں، جیسے

$$\text{Current Value} \times \frac{\text{Base Price Index}}{\text{Current Price Index}}$$

4۔ اعداد وشمار کی تقابل پذیری (Comparability of the Data)

ٹھوس اور مضبوط نتائج حاصل کرنے کے لیے وہ اعداد وشمار جن کا تجزیہ کیا جارہا ہو تقابلی جائیزے کے لائق ہو۔تاہم جب ہم وقتی سلسلوں کے تعلق سے نتائج اخذ کر رہے ہوں تو ضروری ہے کہ سال گذشتہ کے اعداد وشمار بھی ہوں۔اعداد وشمار میں یکسانیت ایک مسئلہ ہوتا ہے۔بعض اوقات اصطلاح تبدیلی کی تعریف اور بعض اوقات نمونہ Sample کے سائیز میں تبدیلی یا پھر کبھی جغرافیائی حدود میں تبدیلی کی تعریف مختلف ہونے کی وجہ سے اعداد وشمار کا تقابل نہیں کیا جاسکتا۔اس لیے اعداد وشمار کی نوعیت میں یکسانیت لائی جاکر تقابل پذیر بنایا جاتا ہے۔

وقتی سلسلوں کا تجزیہ (Analysis of Time Series)

وقتی سلسلوں کا تجزیہ دو اہم اقدامات پر مشتمل ہوتا ہے۔ان کو ذیل میں بیان کیا جاتا ہے۔

(1) ان قوتوں کی نشاندہی جن کے تعامل سے وقتی سلسلوں میں تغیرات پیدا ہوتے ہیں۔

(2) دیگر عناصر کو برقرار رکھتے ہوئے ان قوتوں کے اثرات کو الگ کرکے تجزیہ اور پیمائش آزادانہ کریں۔

وقتی سلسلوں کے تجزیہ کے لیے ریاضیاتی ماڈلس (Mathematical Models for Analysis of Time Series)

وقتی سلسلوں کے تجزیہ کے لیے کئی ماڈلس ہیں۔لیکن وقتی سلسلوں سے مختلف اجزاء کے انحلال کے لیے عمومی طور پر دو ماڈلس استعمال کیے جاتے ہیں۔ان کو ذیل میں بیان کیا جاتا ہے۔

1۔ جمعی ماڈل/پیمانہ (Addition Model)

اس طریقہ کے مطابق وقتی سلسلوں کا انحلال اس مفروضہ پر کیا جاتا ہے کہ مختلف اجزاء کے اثرات کی نوعیت جمعی ہوتی ہے، یعنی

$$y = T + S + C + I$$

جہاں

$$y = \text{Time Series}$$

$$T = \text{Trend}$$

$S = Seasonal$

$C = Cyclical$

$I = Irregular\ Variation$

اس ماڈل کے مفروضہ کے مطابق وقتی سلسلوں کے چار اجزاء ایک دوسرے سے آزاد ہوتے ہیں۔ کسی ایک عنصر کا باقی تین عناصر پر کوئی اثر نہیں پڑتا۔ یعنی رجحان Trend کا موسمی، چکری، غیر مسلسل تغیر پر اثر نہیں پڑتا۔ اسی طرح یہ بھی فرض کیا جائے کہ موسمی چکری پر اور چکری کا غیر مسلسل تغیر پر کوئی اثر نہیں پڑتا۔ لیکن اس کے برعکس عملی نقطۂ نظر سے دیکھا جائے تو یہ مفروضہ حقیقت سے بعید ہے۔ یہ عناصر ا یکدوسرے پر اثر انداز ہوتے ہیں۔

2۔ ضربی ماڈل (Multiplication Model)

ضربی ماڈل کے مطابق وقتی سلسلوں کا انحلال اس مفروضہ پر کیا جاتا ہے کہ وقتی سلسلوں کے چار اجزاء (T, S, C & I) کے اثرات ا یکدوسرے سے الگ نہیں ہوتے۔ حقیقت میں اس ماڈل کا یہ مفروضہ ہے کہ ان کے اثرات باہمی طور پر مربوط ہوتے ہیں، یعنی

$$y = T \times S \times C \times I$$

C, S اور I اضافی تغیرات ہیں، اور انہیں شرح یا اعشاری اعداد کی صورت میں بتایا جاتا ہے اور یہ اعداد ایک سے اوپر اور نیچے قیمت بدلتے رہتے ہیں۔ یہ فرض کیا جاتا ہے کہ C, S اور I کا جیومیٹریائی اوسط ایک ہوگا۔ اس ضربی ماڈل کو Logs کی اصطلاح میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

$$\log y = \log T + \log S + \log C + \log I$$

مذکورہ بالا کا یہ مطلب ہوا کہ دیے گئے وقتی سلسلوں کی قدروں کو logs کی صورت میں ضربی ماڈل جمعی ماڈل ہے۔ کاروبار اور معاشیات میں ضربی ماڈل کو اپناتے ہیں۔ اسی طرح کئی مخلوط ماڈل بھی ہوتے ہیں۔ جیسے

$$y = TCS + I$$

$$y = TC + SI$$

$$y = T + SCI$$

$$y = TS + CI$$

جمعی اور ضربی ماڈل تفریق اور تقسیم کے طریق عمل میں وقتی سلسلوں کے مختلف اجزاء کی قدروں کو حاصل کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ اگر ہمیں رجحانی قدریں معلوم ہوں تو تب جمعی ماڈل کے مطابق

$$y - T = S - C + I$$

ضربی ماڈل میں

$$SxCxI = \frac{y}{T} = \frac{Original\ Value}{Trend\ Values}$$

اگر اعداد و شمار سالانہ ہوں تب اس میں موسمی اتار چڑھاؤ نہ ہوں گے۔

$$y = T \times C \times I$$

یا

$$C \times I = \frac{y}{T}$$

اس طرح وقتی سلسلوں کے تجزیہ کے لیے ہمیں پہلے رجحانی قدریں معلوم کرنا ہوگا۔

23.7 رجحان کی پیمائش Measurement of Trend

رجحانی قدروں کے تعین کے لیے درجہ ذیل طریقے پائے جاتے ہیں۔

1) حسب منشا/اختیاری طریقہ (Freehand / Graphic Method)

2) نصف اوسط کا طریقہ (Method of Semi - Averages)

3) حرکتی اواسط کا طریقہ (Method of Moving Averages)

4) اقل ترین مربعوں کا طریقہ (Method of Least Squares)

1۔ حسب منشا/اختیاری طریقہ (Freehand / Graphic Method)

رجحانی قدروں کی دریافت کا سب سے سادہ اور آسان طریقہ ہے۔ سب سے پہلے وقتی سلسلے کی قیمتوں کو ترسیمی کاغذ پر ہسٹوگرام (مستطیلی ترسیم) کی شکل میں مرتسم کر دیا جاتا ہے۔ اس کے بعد ان ہسٹوگرام کے کناروں کو ملاتے ہوئے ہاتھ سے ایک قوس کھینچی جاتی ہے۔ یہ قوس اعداد و شمار کے عمومی رجحان کی نمایندگی کرتی ہے۔ ایک ہموار قوس کھینچنے کے طریقِ عمل کے دوران موسمی، چکری اور غیر مسلسل تغیرات نکال دیے جاتے ہیں۔ تاہم اختیاری طریقہ کے تحت ہموار قوس کھینچنا ایک مشکل کام ہے۔ کیونکہ ہر شخص اپنے اپنے اسٹائیل سے قوس کھینچتا ہے، جبکہ اعداد و شمار وہی ہوتے ہیں۔

فائدے (Advantages)

ترسیمی طریقہ کے فایدے درجہ ذیل ہیں۔

1) اختیاری طریقہ کے تحت رجحانی ترسیم وقتی سلسلوں کی خصوصیت کو سمجھنے میں مددگار رہے، ان خصوصیات میں اتار چڑھاؤ اور سادگی ہے۔

2) یہ طریقہ خطی اور غیر خطی تمام قسم کے رجحان کو بیان کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔

نقصانات (Disadvantages)

ترسیمی طریقہ کے نقصانات درجہ ذیل ہیں۔

1) انفرادی اختیاری تمیزی اور فیصلہ پر حد سے زیادہ انحصار کرنا ہے جو کہ غلط بھی ہوسکتا ہے۔

2) اس میں پیچیدہ ریاضیاتی ٹیکنکس شامل نہیں ہیں، جس کی وجہ سے اس پر اعتماد کرنا مشکل ہوتا ہے۔

3) یہ طریقہ مقداری تناظر میں رجحان کی پیمائش کرنے میں مددگار نہیں ہے۔

4) ایک ہی قسم کے اعداد وشمار کے لیے مختلف افراد کو مختلف رجحانی قوسیں حاصل ہوتی ہیں۔ جس کی وجہ سے نتائج اخذ کرنے میں مشکل ہوتی ہے۔

طریقۂ کار

اس طریقہ کے تحت گراف پر اعداد وشمار اور قوس کھینچنے کا طریقہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

1) ترسیم Graph پر وقتی سلسلہ کے اعداد وشمار کو مرتسم کریں۔

2) مرتسم کردہ معلومات یعنی نقاط کے رجحان کی سمت کا جائزہ لیں۔

3) اپنی اختیار تمیزی کے مطابق سیدھا خط کھینچیں جو اعداد وشمار کی بہترین ترجمانی کرتا ہو، یہی خط رجحان کی سمت کو ظاہر کرے گا۔

تمثیل 1 : درجہ ذیل اعداد وشمار کے لیے اختیاری طریقہ سے رجحانی خط مرتسم کیجیے۔

سال	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
آمدنی روپیوں میں	30	40	50	40	55	60	65	60	70	80

2۔ نصف اواسط کا طریقہ (Method of Semi Averages)

اس طریقہ Semi Averages تحسیب کرکے رجحانی قیمتیں معلوم کی جاتی ہیں۔ نصف اوسط کا مطلب سلسلہ کو دو حصوں میں تقسیم کرکے اوسط نکالا جاتا ہے۔ جیسے اگر اعداد وشمار 2011-2020 تک دیے جائیں۔ ہمیں اندازہ ہے کہ یہ اعداد وشمار دس سال پر مشتمل ہیں۔ پہلا نصف 2011-2015 اور دوسرا نصف 2016-2020 ہوگا۔ اوسط کا مطلب حسابی اوسط ہے۔ ان دونوں کا اوسط معلوم کیا جاتا ہے۔ ان اوسط کی دونوں قیمتوں کو ہر نصف کے درمیان میں مرتسم کیا جاتا ہے اور پھر ان دو نقاط کو ایک سیدھی لکیر کے ذریعہ ملا دیا جاتا ہے۔ یہی رجحانی خط ہوگا۔

	پہلا نصف	دوسرا نصف
مدت	2011-2015	2016-2020
نیم/نصف اوسط	$\overline{x}_1 = \frac{y_1+y_2+y_3+y_4+y_5}{5}$	$\overline{x}_2 = \frac{y_6+y_7+y_8+y_9+y_{10}}{5}$
	$\overline{x}_1 = \frac{2011+2012+2013+2014+2015}{5}$	$\overline{x}_2 = \frac{2016+2017+2018+2019+2020}{5}$
	$= \frac{10.065}{5}$	$= \frac{10.090}{5}$
	$= \underline{2013}$	$= \underline{2018}$

تمثیل 2 : نصف/نیم اوسط کو استعمال کرتے ہوئے درجہ ذیل اعداد وشمار سے رجحان کا تعین کیجیے۔

سال	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020

نفع	50	47	60	55	40	65	70	65	70	75

اب ترسیمی کاغذ پر 51 کو پہلے پانچ سال کے درمیان میں 50.4 کو اور دوسرے پانچ سال کے درمیان 69 کو مرتسم کیا جائے گا اور ان نقاط کو سیدھی لکیر کے ذریعہ جوڑا جائے گا۔

1۔ نیم اوسط کے طریقہ کے فایدے (Advantages of Semi - Average Method)

نیم اوسط کے طریقہ کے فایدے درجہ ذیل ہیں۔

1) یہ طریقہ نہایت سادہ اور سمجھنے میں آسان ہے۔

2) اس کو پیائش اقل ترین مربعوں کے طریقہ کے حرکتی اوسط سے تقابل کیا جاسکتا ہے۔

3) اس کا سب سے بڑا فایدہ شخصی فیصلہ پر منحصر نہیں ہوتا۔

4) اس کا اطلاق خطی رجحان یا تقریباً خطی رجحان پر بھی ہوتا ہے۔

2۔ نیم اوسط کے طریقہ کے نقصانات (Disadvantages of Semi - Average Method)

نیم اوسط کے طریقہ کے نقصانات درجہ ذیل ہیں۔

1) یہ طریقہ اس مفروضہ پر ہے کہ خطی رجحان ہوتا ہے، جبکہ یہ صحیح نہیں ہے۔

2) یہ اس وقت موزوں نہیں ہے جبکہ اس کی پیشکشی کا اوسط چھوٹا ہو۔

3) نیم اوسط کے حصول کے لیے اوسط حسابیہ کا استعمال بھی مناسب نہیں، کیونکہ اس کے استعمال کے نقصانات ہیں۔

3۔ حرکتی اوسط کا طریقہ (Method of Moving Average)

حرکتی اوسط اتار چڑھاؤ کو کم کرنے کا ایک سادہ آلہ ہے۔ساتھ ہی اس کے نتائج صحیح اور درست ہوتے ہیں۔اس طریقہ میں حرکتی اوسط کے درمیانی نقطہ کے لیے اوسط نکالا جاتا ہے۔اس طریقۂ کار میں قوس مسطح اور ہموار ہوتی ہے اور اتار چڑھاؤ میں بھی کمی کا باعث ہوتی ہے۔اس طریقہ میں حرکتی اوسط معلوم کرنے کے لیے مدت کے تعلق سے فیصلہ لیا جاتا ہے۔مثال کے طور پر اگر حرکتی اوسط کے لیے مدت پانچ سال مقرر کی جاتی ہے تب پہلے سال کے ایٹمس کا اوسط نکالا جاتا ہے اور اس کے سامنے لکھ دیا جاتا ہے۔پھر 2، 3، 4، 5، 6 کے ایٹمس کا اوسط نکالکر اس کے سامنے لکھ دیا جاتا ہے۔پھر 3، 4، 5، 6، 7 کے ایٹمس کا اوسط نکال کر اس کے سامنے لکھ دیا جاتا ہے۔اس عمل کو اس وقت تک جاری رکھا جاتا ہے جب تک کہ آخری پانچ ایٹمس شامل نہ ہوجائیں۔اس کو ایسا بھی بتایا جاسکتا ہے۔

پہلی قدر کا حرکتی اوسط $= \frac{I}{t}(x_1 + x_2 + x_3 \ldots\ldots\ldots\ldots)$

دوسری قدر کا حرکتی اوسط $= \frac{I}{t}(x_2 + x_3 + x_4 \ldots\ldots\ldots\ldots)$

تیسری قدر کا حرکتی اوسط $= \frac{I}{t}(x_3 + x_4 + x_5 \ldots\ldots\ldots\ldots)$

4۔ حرکتی اوسط کے طریقہ کے فایدے (Advantages of Method of Moving Average)

حرکتی اوسط کے طریقہ کے فایدے درجہ ذیل ہیں۔

1) دوسرے طریقوں کے مقابلے میں یہ طریقہ نہایت سادہ اور تحسیب کے لیے آسان ہے۔

2) وقتی سلسلوں کے تجزیہ میں استعمال کیا جاسکتا ہے۔ چاہے وہ رجحانات موسمی ہوں، چکری یا غیر مسلسل اجزا ہوں۔

3) اس کی تحسیب ریاضیاتی تحسیب کی طرح پیچیدہ نہیں ہے۔

4) اس طریقہ میں اوسط کے تعین کے لیے سلسلے کی تمام قیمتوں کو حساب میں لیا جاتا ہے۔

5) یہ ایک معروضی طریقہ ہے، شخصی قیاس اور فیصلوں کی گنجائش نہیں ہوتی۔

5۔ حرکتی اوسط کے طریقہ کے نقصانات (Disadvantages of Method of Moving Average)

حرکتی اوسط کے طریقہ کے نقصانات درجہ ذیل ہیں۔

1) اس طریقہ میں ابتدائی اور اختتامی اعداد کو چھوڑ دینا ہوتا ہے۔

2) اس طریقہ میں چکر یا دیگر حرکات سامنے آسکتے ہیں، جبکہ ان کا وجود اصل اعداد وشمار میں نہیں ہوتا۔

3) اس طریقہ کے تحت مدت اور متغیرات کی قدر کے درمیان تفاعلی تعلق قایم نہیں کیا جاسکتا۔

4) اس طریقہ کے تحت غیر مسلسل تغیرات کا مکمل تعین نہیں کیا جاسکتا۔

تمثیل 3 : تین سالہ حرکتی اوسط کے طریقہ سے رجحانی قدریں دریافت کیجیے۔

سال	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
نفع	56	69	73	77	85	92	95

حل :

سال	نفع	تین سالہ حرکتی میزان	تین سالہ حرکتی اوسط	مرکزی قیمت Central Value

2014	56			
2015	69			
2016	73	198	$\frac{198}{3} = 66.0$	69.5
2017	77	219	$\frac{219}{3} = 73.0$	75.5
2018	85	235	$\frac{235}{3} = 78.33$	
2019	92	254	$\frac{254}{3} = 84.67$	81.5
2020	95	272	$\frac{272}{3} = 90.67$	87.67

تمثیل4: درجہ ذیل اعداد و شمار کے لیے چار سالہ حرکتی اوسط تحسیب کیجیے۔

سال	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
پیداوار (ٹنوں میں)	250	260	275	235	255	270	280	285	295	305

حل:

سال	پیداوار	چار سالہ میزان	چار سالہ اوسط
2011	250		
2012	260	250+260+275+235=1120	$\frac{1120}{4} = 280.0$
2013	275	260+275+235+255=1025	$\frac{1025}{4} = 256.25$
2014	235	275+235+255+270=1035	$\frac{1040}{4} = 260.0$
2015	255	235+255+270+280=1040	$\frac{1090}{4} = 272.5$
2016	270	255+270+280+285=1090	$\frac{1130}{4} = 282.5$
2017	280	270+280+285+295=1130	$\frac{1165}{4} = 291.25$
2018	285	280+285+295+305=1165	
2019	295		
2020	305		

4۔ اقل ترین مربعوں کا طریقہ (Least Squares Methods)

رجحانی قدروں کو حاصل کرنے کا سب سے اچھا طریقہ اقل ترین مربعوں کا طریقہ ہے۔اس طریقہ کو اپنا کر سیدھا رجحانی خط حاصل کیا جاسکتا ہے۔ان خطوط کو Line of best Fit کہتے ہیں۔یہ وہ خط ہے جہاں مختلف نکات سے انحراف کا مجموعہ صفر کے برابر ہوتا ہے۔یعنی خط ایک

جانب مختلف نقاط کا عمودی فاصلہ کی پیمائش اور میزان کیا جائے تو حاصل عدد دوسری جانب مختلف نقاط کے فاصلہ کی پیمائش اور میزانی کے برابر ہوگا۔ ایسا اس لیے ہوتا ہے کیونکہ ان انحراف کے مربعوں کا مجموعہ دوسرے خطوط کے استعمال سے حاصل انحراف کے مربعوں کے مجموعہ سے کم ہوگا۔ اوسط حسابیہ سے انحراف کا مجموعہ صفر ہوتا ہے اور یہاں لائین آف بیسٹ فِٹ سے انحراف کے مربعوں سے کم ہوتا ہے۔ اسی حقیقی تصور کی بنیاد پر اس طریقہ کو Method of Least Square کہتے ہیں۔

فائدے (Advantages)

اقل ترین مربعوں کے طریقہ کے فایدے درجہ ذیل ہیں۔

1) یہ ایک مقصدی طریقہ ہے جس کے نتائج میں اتار چڑھاؤ نہیں ہوتا۔

2) اس کی تحسیب نہایت آسان ہے۔

3) یہ طریقہ رجحانی قدروں کا تعین کرتا ہے اور موسمی، چکری اور غیر مسلسل تغیرات پر روشنی ڈالنے کا باعث ہے۔

4) چونکہ اس طریقہ میں رجحان کی تحسیب کی بنیاد الجبراء پر ہے، اس لیے یہاں قیاس کے لیے کوئی جگہ نہیں۔

5) یہ ایک لچکدار طریقہ ہے۔ کسی بھی دور کے رجحانی قدریں تحسیب کرنے پر جواب بالکل درست آئیگا۔

نقصانات (Disadvantages)

اقل ترین مربعوں کے طریقہ کے نقصانات درجہ ذیل ہیں۔

1) یہ طریقہ مختصر سلسلوں کے لیے موزوں ہے اور ایسے سلسلوں کے لیے غیر ضروری ہے۔

2) مدت/دور (x) اور ایک متغیر (y) کی قیمتوں کے درمیان تفاعلی تعلق قایم نہیں کرتا۔

3) یہ ایک مشقت طلب طریقہ ہے۔ دوسرے طریقوں کی بہ نسبت حسابی عمل زیادہ ہوتا ہے۔

4) یہ صرف مستقبل قریب کی قیمت کا تخمینہ کرسکتا ہے۔ لیکن مستقبل متغائیر کا تخمینہ نہیں کرسکتا۔

'a' اور 'b' کی قدروں کا تخمینہ (Computation of Values of 'a' and 'b')

'a' اور 'b' کی قدروں کو درجہ ذیل دو مساوات کو حل کر کے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\sum y = Na + b\sum x ....1$$

$$\sum xy = a\sum x + b\sum x^2 .....2$$

یہاں 'N' رجحانی قدروں کی مدت ہے اور 'x' وقت کی اکائی ہے۔

اس طرح y کا مطلب حقیقی قدریں ہیں۔ $y_c - na$

مساوات کو بتایا جاسکتا ہے۔

$$y = a + b\,x$$

رجحانی قدروں کے لیے اقل ترین مربعوں کا طریقہ

$$y_c = a + bx$$

$$a = \frac{y}{n}, \quad b = \frac{xy}{x^2}$$

مساوات کی مزید وضاحت اچھی طرح سمجھ لیں۔

(انحراف) آزادانہ متغیر $= x$

جدا رکھنا y intercept $= a$

ڈھلان کی نشاندہی اور 'x' میں تبدیلیوں کو نمایاں کرنا $= b$

مشاہدہ کی تعداد $= n$

x اور y کا حاصل ضرب $= xy$

x کا مربع $= x^2$

y کی قدروں کا مجموعہ $= \sum y$

x کی قدروں کا مربع $= \sum y^2$

تمثیل 4: اقل ترین مربعوں کے طریقہ سے رجحانی خطِ مستقیم مرتسم کیجیے۔اور 2021 میں نفع کی پیش بینی کیجیے۔

سال	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
نفع (روپیوں میں)	80	90	92	83	94	99	92

حل :

رجحانی قدروں کی تخمین

سال	نفع x	x	x^2	xy	رجحانی قدریں Trend Values (y)
2013	80	-3	9	-240	84
2014	90	-2	4	-180	86
2015	92	-1	1	-92	88
2016	83	0	0	0	90
2017	94	+1	1	+94	92
2018	99	+2	4	+198	94
2019	92	+3	9	+276	96
$n = 7$	30	$\sum x = 0$	$\sum x^2$ 28	56	

خطِ مستقیم کی مساوات $y_c = a + bx$

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{630}{7} = 90, \quad b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{56}{28} = 2$$

$$y_c = a + bx$$

2013 = 90+2(-3) = 90-6=84

2014 = 90+2(-2) = 90-4=76

2015 = 90+2(-2) = 90-2=88

2016 = 90+2(-1) = 90-0=90

2017 = 90+2(+1) = 90+2=92

2018 = 90+2(+2) = 90+4=94

2019 = 90+2(+3) = 90+6=96

پیش بینی 2021 = 90+2(5) = 90+10=100

23.8 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

وقتی سلسلے دراصل ایسے سلسلوں سے متعلق ہے جن کا ایک عنصر وقت بھی ہے، یعنی اگر ہم متواتر ادوار کے لیے تاریخ وار قدروں یا قیمتوں کو ترتیب دیں تب یہ بھی ایک سلسلہ ہوگا۔ جیسے پیداوار، طلب، رسد، قیمتیں، لاگتیں، قومی آمدنی وغیرہ کا سلسلہ جو دس یا بیس یا زاید برسوں پر مشتمل ہو۔ اسی طرح ہم ہمارے ملک کی آبادی کا سات دہوں کا جائیزہ لیں۔ یہ بھی ایک سلسلہ کی مثال ہوگی۔ ایسے سلسلوں کا تجزیہ وقتی سلسلوں کا تجزیہ کہلاتا ہے۔

مختلف مصنفین نے وقتی سلسلوں کے تجزیہ کی تعریف کی ہے۔ ان کو ذیل میں دیا گیا ہے۔

(1 Croxton and Cowden کے الفاظ میں ''وقتی سلسلہ تاریخ وارانہ اعداد و شمار کی ترتیب پر مشتمل ہوتا ہے''۔

(2 Kenny and Keeping کے مطابق ''وقت کی بنیاد پر اعداد و شمار کا ایک جوڑ وقتی سلسلہ کہلاتا ہے''۔

وقتی سلسلوں کی اہمیت، مقاصد، افادیت میں پیش قیاسی میں مددگار، حصول کامیابی کے جائیزہ میں مددگار، متغیر کے گذشتہ برسوں میں طرز عمل کے تجزیہ میں مددگار اور تقابلی مطالعہ میں مددگار شامل ہیں۔

وقتی سلسلوں کے اجزاء میں سیکولر رجحان، موسمی تغیرات، چکری تغیرات، غیر مسلسل تغیرات شامل ہیں۔ ابتدائی تطبیقات میں معیادی کمی و بیشی، آبادی میں تبدیلیاں، قیمتوں میں تبدیلیاں اور اعداد و شمار کی تقابل پذیری شامل ہیں۔

رجحان کی پیمائش میں اختیاری طریقہ، نصف اواسط کا طریقہ، حرکتی اواسط کا طریقہ اور اقل ترین مربعوں کا طریقہ شامل ہیں۔

23.9 کلیدی الفاظ Key Words

(1 سلسلہ Series: ایک مقررہ مدت کے دوران فروخت، نفع، پیداوار، قومی آمدنی، آبادی سے متعلق اعداد و شمار کو سلسلہ کہتے ہیں۔

2) تقابلی مطالعہ Comparative Study: کسی مخصوص مدت اور رواں مدت کے اعداد وشمار کا مقابلہ کیا جائے تو عمل تقابلی مطالعہ کہلاتا ہے

3) موسمی تغیرات Seasonal Variations: ہر موسم میں ہر شئے کی طلب ورسد مختلف ہوتی ہے۔اس لیے ان کی فروخت کی مقدار میں بھی تبدیلی ہوتی ہے۔اس کو موسمی تغیرات کہتے ہیں۔

4) چکری تغیرات Cyclical Variations: کسی سلسلہ میں چکری تغیر کا مطلب متوالی تغیرات ہیں۔

5) انحلال: کسی مرکب شئی کے عناصر ترکیبی کا الگ الگ ہونا۔

6) متغائر: الگ الگ یا جدا

23.10 نمونہ امتحانی سوالات Terminal Questions

A. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1) ________ کا تجزیہ ایک شماریاتی ٹیکنک ہے۔ (وقتی سلسلے)

2) لفظ________ لاطینی زبان سے اخذ کیا گیا ہے۔ (سیکولر)

3) ________ متوالی تغیرات ہوتے ہیں۔ (چکری تغیرات)

4) غیر مسلسل تغیرات کی مثالیں__________ ہیں۔ (قحط،تالہ بندی،سیلاب،جنگیں)

5) سال کبیسہ میں_______ دن ہوتے ہیں۔ (366)

6) آج کی دنیا ٹیکنک رُخی ہے۔ (صحیح/غلط)

7) وقتی سلسلوں کے اعداد وشمار کی خصوصیات یکساں ہونی چاہیے۔ (صحیح/غلط)

8) رجحان کو سیکولر یا طویل مدتی رجحان نہیں کہتے۔ (صحیح/غلط)

9) ہنگامی حالات غیر متوالی ہوتے ہیں۔ (صحیح/غلط)

10) جمعی ماڈل میں اجزا کے اثرات کی نوعیت جمعی نہیں ہوتی۔ (صحیح/غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1) وقتی سلسلوں کا تجزیہ کیا ہے؟

2) وقتی سلسلوں کے تجزیہ کی تعریف کیجیے۔

3) درجہ ذیل پر مختصر نوٹ لکھیے۔

i. سیکولر رجحان ii. موسمی تغیرات iii. چکری تغیرات iv. غیر مسلسل تغیرات

4) جمعی ماڈل کسے کہتے ہیں؟

5) اختیاری طریقہ کیا ہے؟

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1) وقتی سلسلوں کے تجزیہ کی تعریف کیجیے اوران کی اہمیت کوواضح کیجیے۔

2) وقتی سلسلوں کے اجزاء کو بیان کیجیے۔

3) ابتدائی تطبیقات کو تفصیل سے بیان کیجیے۔

4) رجحان کی پیمائش کے مختلف طریقوں کو تفصیل سے بیان کیجیے۔

5) درجہ ذیل اعداد وشمار کے رجحان کو اختیاری طریقہ سے گراف کیجیے۔

سال	2014	2015	2016	2017	2018	2019
نفع (روپیوں میں)	100	120	95	105	108	102

6) سادہ نیم اواسط کے طریقہ کے تحت درجہ ذیل اعداد وشمار کے لیے رجحان کا تعین کیجیے۔

سال	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
پیداوار (ٹنوں میں)	16	14	20	18	19	12	23	28	25

7) نیم اواسط کے طریقہ سے درجہ ذیل اعداد وشمار کے لیے رجحانی خط مرتسم کیجیے۔

سال	2016	2017	2018	2019	2020	2021
فروخت	100	120	140	150	130	200

8) درجہ ذیل اعداد سے تین سالہ حرکتی اواسط کے طریقہ سے رجحان کا تعین کیجیے۔

سال	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
خرید (ہزاروں میں)	4	12	2	10	6	14	4

9) درجہ ذیل اعداد وشمار کو استعمال کرتے ہوئے تین سالہ حرکتی اواسط کے طریقہ سے رجحان کو مرتسم کیجیے۔

سال	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
نفع	85	80	74	88	90	83	85	80	74	58	70	53

10) درجہ ذیل اعداد وشمار کی مدد سے سیدھا خطی رجحان اقل ترین مربعوں کے طریقہ سے ترتیب دیجیے۔

سال	2015	2016	2017	2018	2019
مدات	45	46	35	46	85

11) اقل ترین مربعوں کے طریقہ سے رجحانی قدروں کی تحسیب کیجیے اور 2012 کے لیے پیداوار کا تخمینہ کیا ہوگا۔

سال	2016	2017	2018	2019	2020
پیداوار (ٹنوں میں)	18	24	28	32	40

12) ذیل میں سالانہ فروخت کی مقدار دی گئی۔

سال	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
فروخت	30	33	40	41	43	44	45

a) اقل ترین مربعوں کے طریقہ سے رجحانی خط مستقیم مرتسم کیجیے۔

b) 2022 کے لیے فروخت کا تخمینہ کیا ہوگا۔

13) درجہ ذیل پیداوار سے متعلق اعداد وشمار کو استعمال کرتے ہوئے اقل ترین مربعوں کے طریقہ سے رجحانی خط مستقیم مرتسم کیجیے اور رجحانی قدروں کی تحسیب کیجیے اور 2022 کے لیے پیداوار کا تخمینہ کیجیے۔

سال	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
پیداوار (ٹنوں میں)	64	60	68	62	66	70	72

23.11 تجویز کردہ کتب — Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S.C
2. Statistical Methods : Gupta S.P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D.N
4. Statistics : J. K. Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala

اکائی 24 پاسچے اورلیسپیر انڈیکس نمبرز

Paasche and Laspyeres Index

Unit Structure	اکائی کی ساخت	
Introduction	تمہید	24.0
Objectives	مقاصد	24.1
Meaning of Important Index Numbers	اہم اعشاری اعداد کے معنی ومفہوم	24.2
Nature and Scope of Paasche and Laspyeres Index	پاسچے اورلیسپیر زانڈیکس کی نوعیت اورحدود	24.3
Laspyere Vs Paasche	لیسپیر بمقابلہ پاسچے	24.4
Advantages and Disadvantages of Paasche Price Index	پاسچے پرایس انڈیکس کے فایدے اورنقصانات	24.5
Advantages and Disadvantages of Laspyres Price Index	لیسپیر پرایس انڈیکس کے فایدے اورنقصانات	24.6
Steps in Paasche Index Method	پاسچے کےطریقہ میں اقدامات	24.7
Steps in Laspyers Index Method	لیسپیر کےطریقہ میں اقدامات	24.8
Quantity or Volume Index Numbers	مقداری یا حجمی اعشاری اعداد	24.9
Learning Outcomes	اکتسابی نتائج	24.10
Key Words	کلیدی الفاظ	24.11
Terminal Questions	نمونہ امتحانی سوالات	24.12
Reference Books	تجویز کردہ کتب	24.13

24.0 تمہید — Introduction

عزیز طلباء!

ہم نے اکائی نمبر 22 میں اوزانی اعشاری اعداد کے تعلق سے پڑھا کہ مختلف مدات یعنی ایٹمس کو اوزان Weights دیے جاتے ہیں، لیکن اوزان دینے کے طریقے مختلف ہوتے ہیں، چند اہم طریقوں کے بارے پڑھ چکے ہیں۔ جیسے لیسپیر ز، پاسچے، ڈاربش اینڈ باولے، فشرز مارش ایجورتھ، والش، کیلی کے طریقے وغیرہ۔ ان طریقوں سے اعشاری اعداد معلوم کیے جاتے ہیں۔ اکائی میں فشرز کے مثالی طریقے کو پڑھ چکے ہیں اور چند سوالات بھی حل کر چکے ہیں۔ اس اکائی میں ہم پاسچے اور لیپیر ز انڈیکس نمبرز کے بارے میں پڑھیں گے۔

24.1 مقاصد — Objectives

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- پاسچے اور لیپیر ز انڈیکس کے بارے میں جان سکیں
- پاسچے اور لیپیر ز انڈیکس کے ضابطوں کی ترکیب واضح کر سکیں
- پاسچے اور لیپیر ز انڈیکس کے طریقوں پر سوالات حل کر سکیں
- مقداری اعشاری اعداد تحسیب کر سکیں

24.2 اہم اعشاری اعداد کے معنی ومفہوم

Meaning of Important Index Numbers

پاسچے انڈیکس ایک کمپوزٹ پرائس انڈیکس نمبر ہے جو ایک مدت کے دوران قیمت کی سطح میں تبدیلیوں کی پیمائش میں فایدہ مند ہے۔ یہ ضابطہ افراط زر میں کمی وبیشی کی نشاندہی کرتا ہے۔ اُنیسویں صدی میں جرمنی سے تعلق رکھنے والا یہ ماہر شماریات پاسچے ہرمن پہلا شخص تھا جس نے قیمتوں کی سطح میں تبدیلیوں کی تحسیب کی۔ اس انڈیکس کو دوسرے نام سے بھی جانا جاتا ہے جیسے Fixed Weight Index، Fixed Basket Index، Current Weight Index وغیرہ۔ ان ناموں سے اس لیے جانا جاتا ہے کیونکہ اس ضابطہ کے لیے رواں مدت سے متعلق اوزان یا مقدار کو استعمال کیا جاتا ہے۔ حاصل شدہ عدد کو 100 سے ضرب دیا جاتا ہے تا کہ ہمیں انڈیکس نمبر حاصل ہو۔ بنیادی سال کو 100 تصور کیا جاتا ہے اگر محصلہ عدد 100 سے زیادہ ہو، تب یہ افراط زر کی نمایندگی کرے گا اور اگر عدد 100 سے کم ہو تب یہ قیمت کی سطح Deflation (قلت زر) کی نمایندگی کرے گی۔ اس طریقہ کو پاسچے نے 1874 میں پیش کیا۔

لیسپیر انڈیکس کو لیسپیر نے 1871 میں پیش کیا۔ اس طریقہ میں اعداد وشمار سے Weighted Aggregative Index معلوم کیا جا سکتا ہے۔ یہ طریقہ کچھ اور نہیں بلکہ Consumer Price Index کی تحسیب کا ایک طریقہ کار ہے۔ لیسپیر ایک ماہر معاشیات تھا۔ اس کا تعلق بھی

جرمنی سے تھا۔ اس نے بنیادی سال کے مقابلہ میں قیمتوں میں تبدیلی تجزیہ کو پیش کیا۔ اس طریقہ کے تحت انڈیکس 100 سے زیادہ ہو تو قیمتوں میں تبدیلی تجزیہ کو پیش کیا۔ اس طریقہ کے تحت انڈیکس 100 سے زیادہ ہو تو قیمتوں میں اضافہ تصور کیا جاتا ہے، اور اگر 100 سے کم ہو تو قیمتوں میں کمی سمجھا جائے گا۔ اس طریقہ میں بنیادی سال کو '0' صفر فرض کیا جاتا ہے، اور اسی برس کو مشاہدہ کی مدت بھی تصور کیا جاتا ہے۔ عام طور پر اس کو ملک کی معاشی ترقی کے تجزیہ کے لیے ماہرین معاشیات استعمال کرتے ہیں۔ اس سلسلے میں اشیا اور خدمات کی مہنگائی کو پیش نظر رکھا جاتا ہے۔

24.3 پاسچے اور لیسپیر زانڈیکس کی نوعیت اور حدود

Nature and Scope of Paasche and Laspyres Index

پاسچے اور لیسپیر ز دونوں کا تعلق جرمنی سے ہے۔ پاسچے ماہر شماریات اور لیسپیر ماہر معاشیات تھا۔ لیکن دونوں کے نظریات الگ تھے۔ سوچنے کا انداز الگ تھا۔ اس کا اندازہ ان کے پیش کردہ ضوابط سے ہوتا ہے۔ ان کی پیش کردہ فکر رسائی کو Fixed Basket Approach بھی کہتے ہیں۔ لیسپیر کا نظریہ ہے کہ صارفین کسی شئے کی صرف کی مقدار بنیادی سال کے مطابق ہوتی ہے۔ قیمتوں میں تبدیلی یعنی کمی و بیشی کا صرف پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔ فرض کریں کہ کوئی شخص روزانہ 500 گرام آٹے سے بنی روٹیاں استعمال کرتا ہے تو قیمت میں اضافہ کے بعد بھی 500 گرام آٹے سے بنی روٹیاں استعمال کرے گا، یعنی آٹے کی مقدار صرف میں کمی یا اضافہ نہیں ہوگا۔ پاسچے نے لیسپیر کے پیش کردہ نظریہ کے برخلاف اس نے قیمتوں پر اپنی توجہ مرکوز کی اور کہا کہ صارف قیمتوں کی طرف سنجیدہ نہیں ہوتا، بلکہ وہ مقدار صرف کو باقی و برقرار رکھے گا، چہ جائیکہ قیمتوں میں اضافہ ہو کہ کمی۔ بہر کیف دونوں نے اپنی فکر رسائی کو پیش کیا۔ یہاں اس کی تفصیل میں جانے کی ضرورت نہیں۔ مختصراً یہ کہ دو طریقۂ کنزیومر پرائس انڈیکس یا قیمتوں میں تبدیلی کی پیمائش کرتے ہیں۔

24.4 لیسپیر بمقابلہ پاسچے — Laspeyres Vs Paasche

شماریات کے اعشاری اعداد کے میدان میں لیسپیر کا طریقہ پاسچے کے طریقہ پر فوقیت رکھتا ہے۔ کیونکہ لیسپیر کے مطابق اوزان دائمی ہوتے ہیں، جبکہ پاسچے کے مطابق اوزان کا تعین ہر مرتبہ الگ الگ کیا جاتا ہے۔ ہر دفعہ اوزان کا تعین کٹھن کام ہوتا ہے اور کام میں بھی اضافہ ہوجائے گا۔ لیسپیر طریقہ میں انڈیکس نمبر کو زیادہ قیمت پر بتایا جاتا ہے۔ قیمت میں اضافہ کا قیاس بڑھتی ہوئی قیمتوں کے دوران شئے کا صرف متبادل کی طرف منتقل ہوجاتا ہے۔ یعنی کسی شئے کی قیمت میں اضافہ ہونے پر صارفین متبادل شئے استعمال کرنے لگتے ہیں۔ جس کی قیمت نسبتاً کم ہوتی ہے۔ لیکن مہنگی اشیاء اور سستی اشیاء کے اوزان تبدیل نہیں ہوتے۔ جس کی وجہ سے قیاس اضافہ قیمتوں کی طرف کیا جاتا ہے۔ اس کے برخلاف پاسچے میں اس کے برعکس ہوتا ہے۔ قیاس قیمتوں میں کمی کی طرف کیا جاتا ہے۔ تاہم اس کا ہرگز یہ مطلب نہیں کہ لیسپیر کا انڈیکس ہمیشہ پاسچے کے انڈیکس سے زیادہ ہوتا ہے۔

اگر بنیادی مدت سے رواں مدت میں تبدیلی حقیقی نہ ہو تو دونوں اعشاری اعداد اطمینان بخش نتائج کا باعث ہوتے ہیں۔ ان حالات

میں لیسپیر کا طریقہ زیادہ مقبول ہوگا۔ کیونکہ یہاں اوزان مستقل ہوتے ہیں، جس کی وجہ سے اعشاری اعداد کو ترتیب دینا بھی آسان ہوتا ہے۔ اگر تمام اشیاء کی قیمتوں میں تبدیلی یکساں شرح میں ہوتو دونوں طریقوں میں انڈیکس نمبرز کی قدر برابر ہوگی، اور اوزانی نظام بے معنی ہوکر رہ جاتا ہے۔ اسی طرح اگر تمام اشیاء کی مقداریں یکساں شرح میں تبدیل ہوں تو دونوں طریقوں کے تحت انڈیکس نمبرز کی قدر برابر ہوگی، کیونکہ q_0، q_1 کے برابر ہوگا۔

24.5 پاسچے انڈیکس کے فایدے اور نقصانات

Advantages and Disadvantages of Paasche Price Index

پاسچے پرائیس انڈیکس کا طریقہ نہایت مقبول عام طریقہ ہے۔ اس طریقہ کے ذریعہ افراطِ زر کی شرح میں کمی وبیشی کا مشاہدہ کیا جاسکتا ہے۔ اس طریقہ کے فایدے ذیل میں دیے گئے ہیں۔

1) یہ طریقہ دستیاب اشیاء کی رواں مقدار کی سطح کو پیش نظر رکھتے ہوئے صرف پر توجہ مرکوز کرتا ہے۔

2) اس طریقہ کے تحت اشیاء اور خدمات کا کلی طور پر تجزیہ کیا جاتا ہے، اس تجزیہ میں سستی اور مہنگی اشیاء شامل ہوتی ہیں، کوئی تخصیص نہیں ہوتی۔

3) یہ طریقہ روزمرہ اشیاء اور خدمات پر حکومت کی پالیسی کی عکاسی کرتا ہے۔ کیونکہ ان اشیاء کو ہر دن عوام کی ایک بڑی تعداد استعمال کرتی ہے۔

4) اس طریقہ کے ذریعہ حکومت کو اشیاء کی بڑھتی قیمتوں اور معیار زندگی کی لاگت میں اضافہ پر انتباہ دیے جانے کا باعث ہے، تاکہ حکومت تدارکی اقدامات لے کر عوام کو راحت پہنچا سکے۔

5) افراطِ زر پر قابو پانے کے لیے مستقبل میں پالیسیوں کی تدوین کے لیے ایک پیمانہ ہے۔

پاسچے طریقہ کے نقصانات — Disadvantages of Paasche Method

ذیل میں پاسچے پرائیس انڈیکس کے نقصانات دیے گئے ہیں۔

1) قیمتوں میں تبدیلیوں پر گاہک ردعمل ظاہر کرنے سے قبل ہی انڈیکس ان تبدیلیوں کو تاڑ لیتا ہے۔ اس لیے قیمتوں کو کم ظاہر کیا جاتا ہے۔

2) عوام کے ذوق اور ترجیحات میں تبدیلی کو شمار نہیں کیا جاتا۔

3) معیشت کی نشوونما انڈیکس نظر انداز کرتے ہیں۔

4) رواں انڈیکس کے لیے اعداد شمار کا حاصل کرنا انتہائی دشوار ہوتا ہے۔

24.6 لیسپیر طریقہ کے فایدے Advantages of Laspayres Method

لیسپیر طریقہ کے فایدے درجہ ذیل ہیں۔

1) لیسپیر طریقہ سمجھنے اور تحسیب میں آسان ہے۔

2) یہ طریقہ نہایت کفایتی ہے، کیونکہ اعداد و شمار آسانی سے دستیاب ہوتے ہیں۔

3) محققین کو آنے والے برسوں کی مقدار تحسیب کی ضرورت نہیں، کیونکہ اس طریقہ میں صرف بنیادی برس کی مقداریں استعمال کی جاتی ہیں۔

4) یہ انڈیکس اشیاء کی موزوں قیمت اور صحیح امیج (شبیہ) دیتا ہے، کیونکہ اس طریقہ میں بنیادی برس کی مقداریں حساب میں لی جاتی ہیں۔ زیر مشاہدہ برس کی مقداریں حساب میں نہیں لی جاتیں۔

5) تقابلی جائیز نہایت شفاف ہوتا ہے، کیونکہ انڈیکس میں تبدیلی کا مطلب قیمتوں میں تبدیلی ہے۔

6) افراطِ زر کے نظم کے لیے پالیسیوں کی تدوین کے لیے انڈیکس سے اخذ کردہ نتائج نہایت مددگار ہوتے ہیں۔

لیسپیر طریقہ کے نقصانات Disadvantages of Laspyres Method

لیسپیر طریقہ کے نقصانات درجہ ذیل ہیں۔

1) لیسپیر انڈیکس قیمتوں میں اضافہ کو بڑھا چڑھا کر پیش کرسکتا ہے۔

2) رواں برس کی مقداروں کو یہ طریقہ بروے خاطر نہیں لاتا یعنی اس طریقے میں رواں برس کی مقداروں کو استعمال نہیں کیا جاتا۔

3) اس طریقہ میں معیشت کی نشو ونما کی بڑھتی ہوئی شرح کو پیش نظر رکھا نہیں جاتا۔ اس کے علاوہ لیسپیر پیداواری سطح میں تبدیلی کو بھی شمار نہیں کرتا، اور بازار میں سرگرم رول ادا کرنے والے اداروں کو بھی نظر انداز کرتا ہے۔

4) لیسپیر سے منسوب انڈیکس معیار یعنی کوالیٹی میں تبدیلی اور بازار میں قیمتوں پر اثرات مرتب ہونی کی صورت میں بھی حقیقی تصویر سامنے نہیں آتی۔

5) بنیادی برس کو قطعیت دینے میں بھی مشکلات کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔

24.7 پاسچے کے طریقہ میں اقدامات Steps in Paasche Method

اس طریقہ کے تحت بنیادی برس کے مقابل رواں برس کے مقداروں کو اوزان کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔ پاسچے کے اس طریقہ میں انڈیکس کی ترتیب کے لیے درجہ ذیل اقدامات لیے جاتے ہیں۔

1) مختلف اشیاء کی رواں برس میں مروجہ قیمت کو رواں برس کے اوزان سے ضرب دیں اور $\sum p_1q_0$ حاصل کریں۔

2) مختلف اشیاء کی بنیادی برس کی مروجہ قیمتوں کو رواں برس کے اوزان سے ضرب دیں اور $\sum p_0q_1$ حاصل کریں۔

3) $\sum p_1q_0$ کو $\sum p_0q_1$ سے تقسیم کریں اور خارج قسمت کو 100 سے ضرب دیں اور درجہ ذیل فارمولے کو استعمال کریں۔

$$p_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \text{x}100$$

24.8 لیسپیر کے طریقہ میں اقدامات Steps in Laspyres Methos

اس طریقہ کو لیسپیر نے 1871 میں وضع اور پیش کیا تھا۔ یہ ایک اوزانی مجموعی اعشاری عدد ہے۔ اس طریقہ میں بنیادی برس کی مقداریں اوزان کا تعین کرتی ہیں۔ اعشاری عدد کی ترتیب میں درجہ ذیل اقدامات لیے جاتے ہیں۔

1) رواں برس کی قیمتوں کو بنیادی برس کے مقداری اوزان سے ضرب دیں اور حاصل ضرب کے طور پر حاصل اعداد کا میزان معلوم کریں۔ اس کی مجموعی قدر $\sum p_1q_0$ ہوگی۔

2) بنیادی برس کی قیمتوں کو بنیادی برس مقداری اوزان سے ضرب دیں اور مجموعی حاصل ضرب معلوم کریں۔ اس کی مجموعی قدر $\sum p_0q_0$ ہوگی۔

3) $\sum p_1q_0$ کو $\sum p_0q_0$ سے تقسیم کر کے خارج قسمت کو 100 سے ضرب دیں۔ یہ عدد رواں برس کا اعشاری عدد ہوگا۔

لیسپیر کا یہ طریقہ عملی طور پر کثیر الاستعمال ہے۔ کیونکہ یہ طریقہ بنیادی برس کے قایم / معینہ اوزان کی بنیاد پر ترتیب دیا گیا ہے۔ اعشاری عدد کی ترتیب میں ہر مرتبہ اوزان کا تعین کرنا کوئی ضروری نہیں۔ یہی اس طریقہ کا اہم فایدہ ہے۔ لیکن یہی فایدہ نقصان میں اس وقت تبدیل ہو جاتا ہے جبکہ اعشاری اعداد، قیمتوں میں اضافہ ہو رہا ہو، اور صارفین اس شئے کا استعمال کر رہے ہوں تب اعشاری اعداد پر اثرات مرتب ہوتے ہیں۔ اوزان میں ہمیشہ کی طرح اعشاری اعداد کی ترتیب میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔ ایسی صورت میں قیاس اضافی رجحان کی طرف ہوگا۔ جب اشیاء کی قیمتوں میں کمی ہونے لگے تب اس کا صرف بڑھے گا۔ اس کے باوجود اوزان معین ہوں گے۔ جیسا کہ قیمتوں میں اضافہ پر مقرر تھے، جبکہ اوزان گھٹتی ترتیب میں ہونا چاہیے تھا۔ چونکہ اوزان میں اشیاء کی قیمتوں میں کمی و بیشی پر کوئی تبدیلی نہیں ہوتی، اس لیے قیاس دوبارہ اضافی رجحان کا حامل ہوگا۔ ضابطہ درجہ ذیل ہوگا۔

$$p_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} \text{x}100$$

اب ہم ان دونوں طریقوں کے تحت سوالات کے حل کے طریقہ پر توجہ مرکوز کریں گے۔

تمثیل 1 : درجہ ذیل میں چار اشیاء کی قیمتیں 2019 اور 2020 سے متعلق دی گئی ہیں۔ سال 2020 کے لیے پاسچے اور لیسپیر کے طریقوں سے اعشاری اعداد معلوم کیجیے۔

اشیاء	2019		2020	
	قیمت (روپے)	مقدار (کلوگرام)	قیمت (روپے)	مقدار (کلوگرام)

چاول	5	100	6	150
مکئی	4	80	5	100
جوار	25	60	5	72
گیہوں	120	30	7	33

حل :

اعشاری اعداد کی تحسیب

اشیاء	2019		2020					
	قیمت p_0	مقدار q_0	قیمت p_1	مقدار q_1	p_1q_0	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1
چاول	5	100	6	150	600	500	900	750
مکئی	4	80	5	100	400	320	500	400
جوار	25	60	5	72	300	150	360	180
گیہوں	120	30	9	33	270	360	297	396
					$\sum p_1q_0$ 1570	$\sum p_0q_0$ 1330	$\sum p_1q_1$ 2057	$\sum p_0q_1$ 1726

پاسچے کے طریقہ کے تحت اعشاری اعداد کی تحسیب

$$p_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \text{x}100$$

$$= \frac{2057}{1726} \text{x}100$$

$$= \frac{205700}{1726}$$

$$= 119.177$$

لیسپیر کے طریقہ کے تحت اعشاری اعداد کی تحسیب

$$p_{01} = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \text{x}100$$

$$= \frac{1570}{1330} \text{x}100$$

$$= \frac{157000}{1330}$$

$= 118.05$

تمثیل 2: درجہ ذیل معلومات کی بنیاد پر 2020 کے لیے قیمت واری اعشاری اعداد 2010 کی بنیاد پر لیسپیر اور پاسچے کے طریقہ سے معلوم کیجیے۔

اشیاء	2010		2020	
	قیمت (روپے)	مقدار (کلوگرام)	قیمت (روپے)	مقدار (کلوگرام)
دالیں	20	8	40	6
باجرہ	50	10	60	5
جوار	40	15	50	15
گیہوں	20	20	20	25

حل :

اشیاء	2010		2020					
	قیمت p_0	مقدار q_0	قیمت p_1	مقدار q_1	p_1q_0	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1
دالیں	20	8	40	6	320	160	240	120
باجرہ	50	10	60	5	600	500	300	250
جوار	40	15	50	15	750	600	750	600
گیہوں	20	20	20	25	400	400	500	500
					$\sum p_1q_0$ 2070	$\sum p_0q_0$ 1660	$\sum p_1q_1$ 1790	$\sum p_0q_1$ 1470

پاسچے کے طریقہ کے تحت اعشاری اعداد کی تحسیب

$$p_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \text{x}100$$

$$= \frac{1790}{1470} \text{x}100$$

$$= \frac{179000}{1470}$$

$$= 121.77$$

لیسپیر کے طریقہ کے تحت اعشاری اعداد کی تحسیب

$$p_{01} = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \text{x}100$$

$$= \frac{2070}{1660} x100$$

$$= \frac{207000}{1660}$$

$$= 124.70$$

تمثیل 3: درجہ ذیل اعداد وشمار سے 2020 کو بنیاد بنا کر لیسپیر اور پاسچے کا پرایس انڈیکس ترتیب دیجیے۔

اشیاء	2010		2021	
	قیمت (روپے)	مقدار (کلوگرام)	قیمت (روپے)	مقدار (کلوگرام)
ایندھن اور کوئلہ	4	2	6	3
باجرہ	3	5	2	1
دالیں	8	2	4	6

حل :

اشیاء	2020		2021					
	قیمت p_0	مقدار q_0	قیمت p_1	مقدار q_1	p_1q_0	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1
ایندھن اور کوئلہ	4	2	6	3	12	8	18	12
باجرہ	3	5	2	1	10	15	2	3
دالیں	8	2	4	6	8	16	24	48
					$\sum p_1q_0$ 30	$\sum p_0q_0$ 39	$\sum p_1q_1$ 44	$\sum p_0q_1$ 63

پاسچے کے طریقہ کے تحت اعشاری اعداد کی تحسیب

$$p_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} x100$$

$$= \frac{44}{63} x100$$

$$= \frac{4400}{63}$$

$$= 69.84$$

لیسپیر کے طریقہ کے تحت اعشاری اعداد کی تحسیب

$$p_{01} = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} x100$$

$$= \frac{30}{39} x100$$

$$= \frac{3000}{39}$$

$$= 76.92$$

24.9 مقداری یا حجمی اعشاری اعداد

Quantity or Volume Index Numbers

مقداری اعشاری اعداد مقداروں میں اوسط تبدیلی کی پیائش کرتے ہیں اور ہمیں تیار کردہ یا فروخت کردہ اشیاء کی مقدار میں تبدیلیوں کا تقابل کرنے میں آسانی کا باعث ہوتے ہیں۔ اعشاری اعداد اضافی طریقہ یعنی سادہ اور اوزانی طریقوں سے ترتیب دیے جا سکتے ہیں، اور ساتھ ہی مجموعی طریقہ سے بھی ترتیب دیے جا سکتے ہیں جہاں اوزان کو پیش نظر رکھا جا سکتا ہے۔ مقداری یا حجمی اعشاری اعداد کے اوزان اشیاء کی قیمتیں ہوتی ہیں۔ اس طرح مقداری اعشاری اعداد کو پرایس انڈیکس نمبرز سے بآسانی اخذ کیا جا سکتا ہے۔ یہاں صرف p کو q میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ لیسپیر کے طریقہ کو مقداری اعشاری اعداد کی ترتیب کے لیے یوں دیکھا جا سکتا ہے۔ اس کا ضابطہ نیچے دیا گیا ہے۔

$$Q_{01} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \times 100$$

جب پاسچے کا فارمولہ استعمال کیا جائے، فارمولہ درجہ ذیل ہوگا۔

$$Q_{01} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$$

تمثیل 4: درجہ ذیل اعداد و شمار کی مدد سے مقداری اعشاری اعداد تحسیب کے لیے لیسپیر کا طریقہ استعمال کیجیے۔

خوردنی اشیاء	مقدار		قیمتیں (روپے)
	2018	2019	2018
چنا	15	12.5	15
جوار	10	15.0	20
باجرہ	5	7.5	10

حل : مقداری اعشاری اعداد کی تحسیب

خوردنی اشیاء	q_0	q_1	p_0	$q_1 p_0$	$q_0 p_0$
چنا	15	12.5	15	187.5	225
جوار	10	15.0	20	300.0	200
باجرہ	5	7.5	10	75.0	50

لیسپیر کے طریقہ کے مطابق مقداری اعشاری اعداد

$$Q_{01} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} x100$$

$$= \frac{562.5}{475} x100$$

$$= \frac{56250}{475}$$

$$= 118.42$$

سال 2018 کے مقابل مقداری اعشاری اعداد میں 18.42 کا اضافہ ہوا۔

تمثیل 5: پاسچے کے طریقہ کے تحت 2018 کے لیے مقداری اعشاری اعداد کی تحسیب کیجیے، جبکہ بنیاد 2010 ہو۔

اشیاء	مقدار		قیمت (روپیے)	
	2010	2018	2010	2018
پٹرول	50	75	250	450
دالیں	40	50	160	250
گیہوں	30	36	75	180
کوئلہ	15	16.5	180	148.5

مذکورہ بالا سوال میں ہمیں q_0 اور q_1 دیا گیا ہے۔ p_1 کی قیمتیں 2010 کی قیمتوں کو 2018 کی مقدار سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوں گی۔

پٹرول $= \frac{450}{75} = 6/-$

دالیں $= \frac{250}{50} = 5/-$

گیہوں $= \frac{180}{36} = 5/-$

کوئلہ $= \frac{148.5}{16.5} = 9/-$

پاسچے کے مقداری اعشاری اعداد کی تحسیب

اشیاء	q_0	q_1	p_1	$q_1 p_1$	$q_0 p_1$
پٹرول	50	75	6	450	300
دالیں	40	50	5	250	200
گیہوں	30	36	5	180	150
کوئلہ	15	16.5	9	148.5	135

				1028.5	785

$$Q_{01} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} \text{x}100$$

$$= \frac{1028.5}{785} \text{x}100$$

$$= \frac{102850}{785}$$

$$= 131.02$$

24.10 اکتسابی نتائج Learning Outcomes

پاسچے انڈیکس ایک کمپوزٹ (مرکب) قیمت پرمبنی انڈیکس نمبر ہے جو ایک مدت کے دوران قیمت کی سطح میں تبدیلیوں کی پیمائش میں فایدہ مند ہے۔ یہ ضابطہ افراطِ زر میں کمی وبیشی کی نشاندہی کرتا ہے۔ پاسچے پہلا شخص تھا جس نے قیمتوں کی سطح میں تبدیلیوں کی تحسیب کی۔ لیسپیر انڈیکس کو لیسپیر نے 1871 میں پیش کیا۔ یہ طریقہ دراصل Consumer Price Index کی تحسیب کا ایک طریقۂ کار ہے۔ لیسپیر نے بنیادی سال کے مقابلے میں قیمتوں کے تجزیہ کو پیش کیا۔ اس طریقہ کے تحت انڈیکس 100 سے زیادہ ہوتو قیمتوں میں اضافہ تصور کیا جاتا ہے اور اگر 100 سے کم ہوتو قیمتوں میں کمی تصور کیا جائے گا۔ اس طریقہ میں بنیادی سال کو صفر فرض کیا جاتا ہے اور اسی برس کو مشاہدہ کی مدت بھی تصور کیا جاتا ہے۔ عام طور پر اس کو ملک کی معاشی ترقی کے تجزیہ کے لیے ماہرین معاشیات استعمال کرتے ہیں۔

پاسچے اور لیسپیر دونوں کا تعلق جرمنی سے ہے۔ پاسچے ماہر شماریات تھا اور لیسپیر ماہر معاشیات تھا۔ دونوں کے نظریات اور سوچنے کا انداز مختلف تھا۔ اس کا اندازہ ان کے پیش کردہ ضوابط سے ہوتا ہے۔ ان کی پیش کردہ فکر رسائی کو Fixed Basket Approach کہتے ہیں۔

شماریات کے اعشاری اعداد کے میدان میں لیسپیر کا طریقہ پاسچے کے طریقہ پر فوقیت رکھتا ہے۔ کیونکہ لیسپیر کے مطابق اوزان دائمی ہوتے ہیں، جبکہ پاسچے کے مطابق اوزان کا بار بار تعین مشکل کام ہوتا ہے۔

24.11 کلیدی الفاظ Key Wrods

1. قلت زر Deflation : کسی ملک کی معیشت میں قیمتوں کی عمومی سطح میں کمی کو قلت زر کہتے ہیں۔
2. بنیادی/اساسی سال Base Year : وقتی سلسلے کے بنیادی نکتہ کو بنیادی سال کہتے ہیں۔
3. رواں سال Current Year : مالی سال کو رواں سال کہتے ہیں۔
4. افراطِ زر Inflation : ایک مدت کے دوران قوتِ خرید میں کمی کو افراطِ زر کہتے ہیں۔
5. اوزان Weights : کسی ایٹم کی اہمیت کی مناسبت سے ترجیح عدد کی شکل میں دینا اوزان ہے۔

A. معروضی سوالات

1) پاسچے انڈیکس ایک __________ ہے۔ (کمپوزٹ پرائس انڈیکس)

2) F.B.I. کو پھیلائیے __________۔ (Fixed Basket Index)

3) لیسپیر انڈیکس کو __________ نے پیش کیا۔ (لیسپیر)

4) پاسچے کا تعلق __________ ملک سے تھا۔ (جرمنی)

5) پاسچے __________ تھا۔ (ماہر معاشیات)

6) پاسچے کا ضابطہ افراط زر میں کمی و بیشی کو ظاہر کرتا ہے۔ (صحیح/غلط)

7) لیسپیر نے اپنے انڈیکس کو 1850 میں پیش کیا۔ (صحیح/غلط)

8) لیسپیر ماہر تجارت تھا۔ (صحیح/غلط)

9) پاسچے لیسپیر پر فوقیت نہیں رکھتا۔ (صحیح/غلط)

10) لیسپیر کا طریقہ سمجھنے میں مشکل ہے۔ (صحیح/غلط)

B. مختصر جوابات کے حامل سوالات

1) افراطِ زر کیا ہے؟

2) اوزان سے کیا مراد ہے؟

3) معاشی تجزیہ کے لیے کیا استعمال کیا جاتا ہے۔

4) قلت زر کیا ہے؟

5) پاسچے اور لیسپیر ز انڈیکس کے حدود کیا ہیں؟

C. طویل جوابات کے حامل سوالات

1) پاسچے اور لیسپیر ز انڈیکس کے معنی و مفہوم بیان کیجیے۔

2) لیسپیر بمقابلہ پاسچے۔

3) پاسچے کے طریقہ کے فایدے اور نقصانات بیان کیجیے۔

4) لیسپیر کے طریقہ کے فایدے اور نقصانات بیان کیجیے۔

5) درجہ ذیل اعداد و شمار سے لیسپیر اور پاسچے کے انڈیکس کی تحسیب کیجیے۔

2018	2017	اشیاء

	قیمت	مقدار	قیمت	مقدار
جوار	2.5	50	3.0	75
چاول	2.0	40	2.5	50
ایندھن	1.75	30	2.5	36
باجرہ	6.0	15	4.5	16.5

جواب : (لیسپیر 118.05 پاسچے 119.18)

6) درجہ ذیل سے لیسپیر اور پاسچے کے طریقہ سے انڈیکس تحسیب کیجیے۔

خوردنی اشیاء	2016		2017	
	p_0	q_0	p_1	q_1
شکر	2.5	5.0	2.0	6.0
دالیں	4.0	3.0	3.5	3.5
مکئی	3.0	1.5	2.5	2.0

جواب : (لیسپیر 83.62 پاسچے 83.57)

7) درجہ ذیل سے لیسپیر اور پاسچے کے طریقہ سے مقداری اعشاری اعداد معلوم کیجیے۔

اشیاء	2016		2020	
	p_0	q_0	p_1	q_1
M	5.0	1.0	7.5	0.5
N	7.5	1.5	5.0	1.5
O	10.0	2.0	7.5	2.0

جواب : (82.76، 77.78)

8) درجہ ذیل سے پاسچے کے طریقہ سے اعشاری اعداد ترتیب دیجیے۔

اشیاء	2012		2015	
	p_0	q_0	p_1	q_1
E	6	5.0	6.5	6.0
F	7	25.0	7.5	20.0
G	8	7.5	9.5	12.5
H	9	6.0	8.0	7.5

جواب : (107.36)

24.13 تجویز کردہ کتب Reference Books

1. Fundamentals of Statistics : Gupta S. C
2. Statistical Methods : Gupta S. P
3. Fundamentals of Statistics : Elhance D. N
4. Statistics : J K Sharma
5. Business Statistics : Bharat Jhunjhunawala